Lehrbuch der Physik

mit

[illegible] Begründung.

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible] in den Text eingedruckten [illegible]

Wien 18[illegible]

[illegible]

Lehrbuch der Physik

mit

mathematischer Begründung.

Zum Gebrauche

in den höheren Schulen und zum Selbstunterrichte

Von

Dr. August Kunzek, Edlen von Lichton

k. k. ord. Professor der Physik an der Universität in Wien, Ritter des Großherzogl. Badischen Ordens vom Zähringer Löwen, emeritirten Decan und Rector der Lemberger Universität, correspondirendem Mitgliede der kaiserl. Akademie der Wissenschaften und Mitgliede der k. k. geographischen Gesellschaft in Wien, der k. k. Landwirthschafts-Gesellschaften in Wien und Galizien, des siebenbürgischen Vereins für Naturwissenschaften zu Hermannstadt, Ehrenmitgliede der k. k. mährisch-schlesischen Gesellschaft zur Beförderung des Ackerbaues, der Natur- und Landeskunde.

Dritte verbesserte und vermehrte Auflage.

Mit 390 in den Text eingedruckten Holzschnitten.

Wien 1865.

Wilhelm Braumüller

k. k. Hofbuchhändler.

Vorrede
zur ersten Auflage.

Die Wissenschaft, die nur Wahrheiten und Bestrebungen nach Erforschung derselben behandelt, ist ein Gut an sich, und kann nicht als Mittel zu etwas Höherem dienen, mithin soll die Ehrfurcht vor der Wissenschaft verbieten, über den Nutzen, den sie der Menschheit bringt, zu sprechen, allein wo es gilt, die Kraft und die Zeit zu bemessen, die bei der Ausbildung der Jugend für die verschiedenen Sphären des Wissens und der geistigen Thätigkeit in Anspruch zu nehmen ist, wird es Pflicht, die Wichtigkeit einer Wissenschaft für Veredlung des Menschen, Entwicklung seiner intellectuellen Kräfte und für sein Wirken im Familien- und Staatsleben in umsichtige und gründliche Erwägung zu ziehen.

Man sollte wohl nicht zweifeln, daß die Wichtigkeit der Naturwissenschaften nach allen Beziehungen hin heutzutage allgemein anerkannt und gehörig gewürdigt werde, und doch gibt es Viele, welche die Naturwissenschaften gewissen Disciplinen und Fertigkeiten, die nur die Tauglichkeit zu gewissen praktischen Zwecken im Auge haben, beizählen und als Gegensatz der sogenannten humanistischen Studien betrachten.

Man vergißt, daß die Weisen aller Zeitalter mit der Erforschung der Naturgesetze sich vorzugsweise beschäftigten, daß die Naturwissenschaften immer einen wesentlichen Bestandtheil der philosophischen Studien bildeten, und daß noch jetzt in England der Naturforscher ein Philosoph genannt wird. Niemand wird läugnen, daß das Studium eines Kunstwerkes, das Eindringen in die Idee des Künstlers und das Auffinden der harmonisch in einander greifenden Mittel zu deren Verwirklichung nicht nur Begeisterung für den Künstler hervorruft, sondern wunderbar veredelnd auf das Gemüth einwirkt; wie sollte nun das Studium der Natur, des schönsten, großartigsten und erhabensten Kunstwerkes eines allgütigen und allweisen Schöpfers anders als im höchsten Grade ver-

edelnd das Gemüth des Menschen anregen! In der Natur liegt das Buch der höchsten Weisheit aufgeschlagen, und wir sollten uns glücklich preisen, in einer Zeit zu leben, der es nach vorangegangenen, oft fruchtlosen Bemühungen der edelsten Kräfte vieler Jahrhunderte gelungen ist, die Schriftzüge dieses Buches mehr und mehr zur richtigen Erkenntniß zu bringen. Eine Wissenschaft, die in allen Bildungen der Natur eine höchst bewunderungswürdige Gesetzmäßigkeit nachweiset, welche zeigt, wie überall mit den einfachsten Mitteln die großartigsten Wirkungen hervorgebracht werden wie z. B. durch eine schiefe Stellung der Erdaxe gegen die Ebene der Erdbahn die Verschiedenheit der Jahreszeiten, eine Wissenschaft, welche uns erkennen läßt, wie nothwendig ein jeder Bestandtheil der Atmosphäre für das Gedeihen der Thier- und der Pflanzenwelt ist, und wie im Verwitterungs- und Verwesungsprocesse unmerkliche Kräfte ununterbrochen und ganz geräuschlos thätig sind, um der Pflanzenwelt überall die nöthige Nahrung zu schaffen und damit auch das Leben der Menschen und der Thiere zu sichern, eine solche Wissenschaft sollte nicht Humanität und Religiösität fördern? Indem die Naturwissenschaft dem Menschen das allweise Walten im Weltall erkennen läßt, ihn mit den Naturkräften und den Gesetzen ihrer Wirksamkeit vertraut macht, und dadurch einen tiefen Blick in die Schöpfung ihm gewährt, bewahrheitet sie den Ausspruch der Schrift, daß der Mensch nach dem Ebenbilde Gottes geschaffen ist, und erhöhet in ihm das Gefühl der Selbstachtung, dieses starke Bollwerk gegen Rohheit und Gemeinheit. Man hat nicht zu besorgen, daß ein solches Wissen den Hochmuth des Menschen steigert, denn jedes tiefere Eindringen in das Gebiet der Natur lehrt ihn neue Höhen, neue Tiefen erkennen, die wohl neue Schätze bergen, die aber neuer Anstrengungen bedürfen, und oft nur durch das gemeinsame Wirken vieler geistig begabten Männer, nicht selten erst nach Jahrhunderten gehoben werden können; die Ehrfurcht vor der Größe der Schöpfung und der hohen darin waltenden Weisheit, die unzählige Reihe der noch zu lösenden Räthsel beugen den Stolz des Menschengeistes genügsam nieder.

Die Naturwissenschaften haben gegenwärtig auch dadurch eine hohe Bedeutung gewonnen, daß sie die materiellen Interessen, also den Wohlstand der Völker im hohen Grade fördern, ja ohne sie ein fortdauernder Wohlstand unmöglich ist; dieser Wohlstand ist aber ein mächtiger Factor der Gesittung und der Cultur der Menschen; er sichert dem Staate seine Macht, seine Unabhängigkeit; daher ist eine gründliche und umfangreiche Kenntniß der Naturwissenschaften für alle, die als Leiter der Menschen im Staatsleben wirken, in unseren Tagen ein unabweisbares Bedürfniß. England hat den hohen Aufschwung in der Industrie und in der Land-

wirthschaft den vieljährigen Bestrebungen patriotischer Männer und Vereine, naturwissenschaftliche Kenntnisse zum Gemeingute aller Klassen der Gesellschaft zu machen, hauptsächlich zu danken; wie sehr dieß von englischen Staatsmännern anerkannt wird, beweiset die Rede, die Lord John Russel unlängst zu Leed gehalten hat, worin er sagt, daß die Erziehung in unserer Zeit auf dem selbstständigeren und fruchtbareren Boden der Naturwissenschaften beruhen müsse. Eine der größten Autoritäten, der weltberühmte Alex. v. Humboldt, spricht sich in seinem Cosmos in folgender, wohl zu beherzigender Weise aus: „Gleichmäßige Würdigung aller Theile des Naturstudiums ist vorzüglich ein Bedürfniß unserer Zeit, wo der materielle Reichthum und der wachsende Wohlstand der Nationen in einer sorgfältigeren Benützung von Naturproducten und Naturkräften gegründet sind. Der oberflächlichste Blick auf den Zustand des heutigen Europa's lehrt, daß bei ungleichem Wettkampf oder dauernder Zögerung nothwendig partielle Verminderung und endlich Vernichtung des National-Reichthums eintreten müsse; denn in dem Lebensgeschicke der Staaten ist es, wie in der Natur, für die nach dem sinnvollen Ausspruche Göthe's es im Bewegen und Werden kein Bleiben gibt, und die ihren Fluch gehängt an das Stillstehen. Nur ernste Belebung mathematischer und naturwissenschaftlicher Studien wirkt einem von dieser Seite einbrechenden Uebel entgegen. — — — Diejenigen Völker, welche an der allgemeinen industriellen Thätigkeit, in Anwendung der Mechanik und technischen Chemie, in sorgfältiger Auswahl und Bearbeitung natürlicher Stoffe zurückstehen, bei denen die Achtung einer solchen Thätigkeit nicht alle Klassen durchdringt, werden unausbleiblich von ihrem Wohlstande herabsinken. Sie werden es um so mehr, wenn benachbarte Staaten, in denen Wissenschaft und industrielle Künste in regem Wechselverkehr mit einander stehen, wie in erneuerter Jugendkraft vorwärts schreiten." — So spricht ein Mann, der nicht nur als eine Koryphäe der Wissenschaft verehrt, sondern auch als Staatsmann hochgeachtet wird; der die Bedürfnisse unserer Zeit mit einer Klarheit und Unparteilichkeit aufzufassen vermag, wie es kaum einem anderen Sterblichen in unseren Tagen möglich ist. Es ist also in einem Staate nicht hinreichend, daß die Naturwissenschaften von einigen Männern sorgsam gepflegt werden; sondern sie müssen alle Volksklassen durchdringen, und dieß werden sie, wenn vor allen die Männer, welche für den Dienst im Staate und in der Kirche sich ausbilden, in diesen Wissenschaften gründlich unterrichtet worden sind.

Die Naturwissenschaften sind größtentheils eine Schöpfung der neueren Zeit; Kepler und Galiläi werden wohl als die Väter der Physik verehrt, aber erst der Schluß des 18. Jahrhunderts war die

ewig denkwürdige Epoche, wo durch eine Reihe der bedeutendsten und einflußreichsten Fortschritte der geistige Horizont des Menschen schnell und sehr ansehnlich erweitert wurde; seit dem nimmt die Physik, so wie alle Zweige der Naturwissenschaft mit jedem Jahre an Umfang und an Tiefe zu, indem jede neu erworbene Kenntniß der uns umgebenden Welt zur Entdeckung mehrerer anderen führt, welche die Betriebsamkeit der Menschen rasch, bald bei der Urproduction, bald in der Industrie vortheilhaft zu benützen versteht.

Berücksichtigt man nun den rasch zunehmenden Umfang des naturwissenschaftlichen Wissens, beachtet man, daß die Anforderung des Lebens bezüglich unserer geistigen Entwicklung und der Brauchbarkeit für Durchführung praktischer Aufgaben mit jedem Jahre größer wird, aber unsere Lebensdauer und insbesondere die für geistige Ausbildung bestimmte Jugendzeit sich gleich bleibt; so wird einerseits das Bedürfniß fühlbar, den Unterricht in den Anfangsgründen der Naturwissenschaften, also auch der Physik frühzeitig zu beginnen, anderseits die Nothwendigkeit ersichtlich, durch eine möglichst klare und gründliche Darstellung aller Lehren dem Lernenden zu Hilfe zu kommen, und ein richtiges, schnelles, ermuthigendes Auffassen, so wie auch, da die Schule nicht alles zu leisten vermag, die weitere Selbstbildung zu ermöglichen.

Ich habe mich im vorliegenden Werke bemüht, die einzelnen Lehren klar und gründlich vorzutragen, und insbesondere jene Lehren, die nach meinen vieljährigen Erfahrungen beim Unterrichte den Anfängern schwer zugänglich waren, durch umständlichere Zergliederung und möglichst einfache Beweisführung zur deutlichen Einsicht zu bringen. Dieses Werkchen, dessen Inhalt einer zweiten Bildungsstufe in der Physik angehört, schließt sich an die von mir verfaßte Experimental-Physik in der Art an, daß es viele der Lehren, die in der letzteren dargestellt werden, nicht mehr enthält, andere aber wieder, jedoch mit mathematischer Begründung oder in erweitertem Umfange und mit Anführung neuer Anwendungen behandelt; an diese Lehren reihet sich eine Reihe neuer, zu deren Auffassung mathematische Vorkenntnisse oder eine mehr vorgerückte Reife der Jugend erforderlich ist.

Insbesondere war ich bemüht, wo es nur immer thunlich war, den Weg genau anzugeben, auf dem man zur Erkenntniß der großen Wahrheiten im Gebiete der Naturforschung gelangt ist, weil auf diese Art die schwere und so nothwendige Kunst, Erscheinungen zu beobachten, erlernt, und die Verstandesthätigkeit, so wie das Selbstschaffen von Gedanken vorzugsweise angeregt wird; ich that es auch in der Absicht, damit man die Mühe, die Ausdauer, den Aufwand von Geisteskraft, welche die

Heroen der Wissenschaft bei ihrem Ringen nach Erkenntniß der Naturgesetze bewährten, erfahre, indem dadurch Muth und Ausdauer für geistige Arbeiten geweckt wird, und in der Achtung, die für diese Zierden der Menschheit in den jugendlichen Gemüthern nothwendig entsteht, die Liebe für Wissenschaft neue Nahrung findet. Der Umfang, in welchem ich die physikalischen Lehren behandle, ist nur insofern größer, als derjenige, in welchem die Physik in früheren Zeiten in Oesterreichs Schulen gelehrt wurde, als neuere Fortschritte berücksichtiget werden mußten. Eine gründliche Auffassung der meisten physikalischen Lehren, durch die diese Lehren erst wirkliches Eigenthum des Lernenden werden, eine tiefe Einsicht in die wichtigsten Naturgesetze, und die Ueberzeugung von deren Richtigkeit ist ohne Mathematik nicht möglich; nur mit Hilfe der Macht, die sie uns bietet, ist es gelungen, so weit in der Erforschung der Natur vorzudringen, viele steile Anhöhen zu erklimmen, und der Schätze mancher Tiefen habhaft zu werden; jeder neue geniale Fortschritt in der Mathematik setzt den Naturforscher in Stand, neue, noch unbekannte Gebiete der Natur aufzufinden, und mit deren Reichthümern die Menschheit zu beglücken. In der Anwendung der Mathematik bei Erforschung der Natur lernen wir erst den hohen Werth dieser Wissenschaft erkennen, von welcher der geistreiche Jos. von Littrow in seinen Wundern des Himmels sagt, „daß aus ihrem Gebiete jenes heillose und vage Geschwätz, und jenes unselige Mittelding zwischen Wissen und Glauben, das in manchen Wissenschaften gleich einem Unkraut wuchert, und keine gute Pflanze aufkommen läßt, völlig verbannt ist. Sie ist, fährt er fort, die beste Disciplin des menschlichen Geistes; sie bietet unserer Jugend, und durch sie den kommenden Geschlechtern die angemessenste Gelegenheit dar, ihre geistige Kraft zu üben und ihren Sinn für das Höchste, was uns angeht, Recht und Wahrheit zu wecken und zu stählen, um dem sie von allen Seiten umgebenden Andrang eines kränkelnden und in sich selbst zerfallenen Zeitgeistes zu widerstehen, dessen Fortschritte eine männliche und kraftvolle Anhänglichkeit an das Gute überall zu einem sehr dringenden Bedürfnisse gemacht haben.“ —

Zum Verständnisse des vorliegenden Werkchens wird jedoch durchaus nicht eine vollständige und die schwierigsten Lehrsätze umfangende Kenntniß der Mathematik erfordert, sondern nur die Bekanntschaft mit den Anfangsgründen derselben, die leicht zu erwerben ist, vorausgesetzt. Ich weiß wohl, daß bei der Fülle des Wissenswerthen, was der junge Mann in den Schulen sich anzueignen hat, es nicht Jedermann möglich ist, in alle in diesem Werkchen vorkommende Lehren vollkommen einzudringen, aber ein Lehrbuch muß Demjenigen, der einer tieferen Einsicht fähig ist, möglich machen, diese frühzeitig zu gewinnen, und den erwachten Trieb nach

Erweiterung des physikalischen Wissens zu nähren. Derjenige, der aus was immer für Ursachen in den physikalischen Studien so weit vorzudringen nicht vermag, wird durch den größeren Umfang der Lehren und durch deren gründliche Behandlung, die er im Buche findet, wenigstens zur Bescheidenheit gemahnt.

Möge dieses Werkchen eben so freundlich, wie meine Experimental-Physik aufgenommen werden, und Einiges beitragen, daß die jüngere Welt in der Naturforschung und in der Verbreitung der gewonnenen Ergebnisse derselben ihre schönsten Lebensfreuden finde. Wir müssen ja darin rasch vorwärts schreiten, wenn wir die Wohlfahrt unserer Mitbürger ernstlich fördern, und den Segen der Nachwelt ernten wollen.

Wien, im Dezember 1852.

Der Verfasser.

Vorrede

zur dritten Auflage.

Eingedenk der Wahrheit, daß jedes menschliche Werk unvollkommen ist, habe ich bei der dritten Auflage alle Lehren sorgfältig geprüft, und überall, wo ich glaubte eine größere Deutlichkeit oder richtigere Auffassung zu erzielen, Verbesserungen oder Erweiterungen vorgenommen, auch manchem mir bekannt gewordenem Wunsche von Fachmännern möglichst zu entsprechen gesucht, einige Wünsche hingegen, welche Gegenstände betrafen, die meiner Ansicht nach in ein Lehrbuch für Mittelschulen nicht gehören, nicht berücksichtigen können, jedoch die Werke angegeben, in welchen die gewünschte Belehrung leicht zu finden ist. Von den neuesten physikalischen Fortschritten habe ich nur diejenigen besprochen, die ein allgemeines Interesse zu erregen geeignet sind, und in den Bereich des Unterrichtes gehören, dessen Förderung dieses Werk beabsichtigt.

Möge diese Auflage eben so freundlich wie die früheren aufgenommen und dadurch der Abend meines Lebens verschönert werden.

Wien im Juli 1864.

Der Verfasser.

Verbesserungen.

Pag.	108	Zeile	14	von	unten r^2	statt	a^2
„	119	„	20	„	oben ihn	„	ihm
„	120	„	13	„	unten mit	„	auf
„	168	„	4	„	unten Linien	„	Zoll-Linien
„	182	„	21	„	oben Luftmenge	„	Luftpumpe
„	195	„	17	„	unten nämlichen	„	gewöhnlichen
„	196	„	5	„	oben hatten	„	hätten.

Inhalt.

Aërostatik. pag. 162

Statik der Dünste. pag. 202

Dynamik. pag. 222

Magnetismus. pag. 562

Elektricitätslehre. pag. 590

Kosmische Physik.

§. 1. Einleitung. Die **Physik** hat die Aufgabe, die Gesetze d. i. die bleibenden, unwandelbaren Regeln, nach welchen die Veränderungen in den äußern Zuständen der Körperwelt erfolgen, zu erforschen und die Ursachen, welche diese Veränderungen oder Naturerscheinungen hervorbringen, zu ermitteln. Sie gelangt zur Erkenntniß dieser Gesetze und Ursachen zunächst auf dem Wege der Erfahrung durch sorgfältige, mit viel Umsicht und Genauigkeit ausgeführte und wiederholt unter verschiedenen Verhältnissen vorgenommene **Beobachtungen** und **Experimente**; allein schon ein alter Spruch: Pondere, mensura et numero Deus omnia fecit, weiset den Physiker an, bei seiner Forschung mit Meßinstrumenten und mit der Wage in der Hand vorzugehen, was meßbar oder wägbar ist, zu messen und zu wägen, dann die Beziehungen der vorkommenden Größen aufzufinden, mithin nur unter der Leitung der Mathematik vorwärts zu schreiten. In der That findet der Physiker in der Natur Größen der mannigfaltigsten Art, und nur zu häufig dringt sich ihm die Aufgabe auf, aus bekannten Beziehungen gegebener Größen andere von ihnen abhängige unbekannte Größen zu bestimmen, z. B. aus den gegebenen Größen und Richtungen der Kräfte, die auf einen oder auf mehrere mit einander verbundene materielle Punkte einwirken, die Größe, Richtung und den Angriffspunkt ihrer Resultante zu finden. — Die unabänderliche, bestimmte Regel, nach welcher eine Naturerscheinung sich entwickelt, wird als der Ausdruck eines Naturgesetzes betrachtet. Das Bestreben des Physikers geht nun dahin, das aufgefundene Gesetz in einen mathematischen Ausdruck zu bringen; ist dieß gelungen, so läßt sich daraus mit Hilfe der Mathematik eine Reihe anderer Ergebnisse berechnen; die Vergleichung der berechneten Resultate mit den auf dem Erfahrungswege gefundenen führt zur Bestätigung, manchmal auch zur Verwerfung des aufgestellten Gesetzes, je nachdem die Rechnung mit der Erfahrung übereinstimmt oder nicht. Man gelangt aber auch durch Rechnung zu Wahrheiten, zu deren Erkenntniß man auf dem Wege der Erfahrung niemals gekommen wäre. So z. B. läßt sich aus dem Gesetze, nach welchem der electrische, durch einen Metalldraht gehende Strom auf eine nahe Magnetnadel einwirkt, die Stärke der Kraft berechnen, mit welcher ein Pol von einem unendlichen kleinen electrischen Stromtheilchen abgestoßen wird, was aus Versuchen niemals erkannt werden könnte, weil sich mit solchen kleinen Stromtheilchen keine Versuche anstellen lassen.

Zur Kenntniß der obersten Naturgesetze gelangt man nicht auf dem Wege der reinen Erfahrung, sondern nur an der Hand der Mathematik durch streng fortgeführte Schlüsse, die an feststehende, aus Beobachtungen abgeleitete Gesetze angeknüpft werden. Auf diese Art fand Newton das Gravitationsgesetz, indem er von den drei Kepler'schen, aus Beobachtungen abgeleiteten Gesetzen ausgegangen ist, wie wir es in der Folge umständlich erfahren werden. — Durch die erkannten obersten Naturgesetze erhalten erst die untergeordneten, auf dem empirischen Wege aufgefundenen ihre vollkommene Begründung, und es wird möglich, tiefer in das innere Heiligthum der Natur vorzudringen, und die Grenzen der auf dem Erfahrungswege erworbenen Kenntnisse immer mehr zu erweitern. So z. B. ergab sich aus dem Gravitationsgesetze als nothwendige Folge, daß jeder Planet, in Folge der Anziehung, mit welcher die andern auf ihn wirken, in seiner elliptischen Bewegung kleine Störungen erleidet, welche mit den unvollkommenen astronomischen Instrumenten zu Kepler's Zeiten nicht wahrgenommen werden konnten; dem Scharfsinne der Astronomen gelang es, die Instrumente in der Art vollkommener zu machen, daß man nun diese durch Rechnung gefundenen Störungen ungeachtet ihrer Kleinheit wirklich zu messen und von der Uebereinstimmung der berechneten Resultate mit den durch Messung gefundenen, sich zu überzeugen vermag.

Die Mathematik leistet dem Physiker sehr wichtige Dienste auch in einer anderen Beziehung. Bekanntlich ist jede Abmessung und Abwägung, sie mag mit der möglichsten Sorgfalt vorgenommen werden, mit kleinen Fehlern behaftet, deren Grund theils im Mangel an Schärfe bei unserem Gesichts- und Gehörsinne, theils in kleinen, unvermeidlichen Unvollkommenheiten der gebrauchten Instrumente zu suchen ist; die Mathematik ist es nun, welche den Physiker mit Methoden vertraut macht, aus wiederholten Abmessungen einer Größe dasjenige Resultat zu finden, welches mit dem kleinsten Fehler behaftet ist. So z. B. lehrt die Mathematik, daß wenn man die Differenzen zwischen dem wahren Werthe einer Größe x und den beobachteten Werthen derselben, mithin die begangenen Fehler zum Quadrate erhebt, und nun den Werth von x sucht, für welchen die Summe dieser Quadrate ein Minimum wird, dieser Werth derjenige ist, welcher dem wahren Werthe am nächsten steht, also mit dem kleinsten Fehler behaftet ist. Diese Methode, den wahrscheinlichsten Werth gewisser Größen zu finden, welche man die Methode der kleinsten Quadratsummen nennt, führt auch zu dem wichtigen Satze, daß bei gleich guten Beobachtungen, d. i. solchen, für deren Richtigkeit die Wahrscheinlichkeit gleich groß ist, das arithmetische Mittel der wahrscheinlichste Werth der gesuchten Größe ist. Hat man z. B. für eine Größe x bei n mal wiederholten Beobachtungen die Werthe a, b, c . . . . gefunden, so ist der wahrscheinlichste Werth

$$x = \frac{a + b + c + \ldots}{n}.$$

Aus diesen wenigen Andeutungen ist zu ersehen, daß ein gründliches, tief in alle Einzelnheiten der Naturerscheinungen eingehendes Studium der Natur ohne Mathematik unmöglich ist. Der Weg, den sie

uns führt, ist allerdings schwierig, beschwerlich, aber im hohen Grade lohnend. Die Schwierigkeiten, welche uns die Natur bei der mathematischen Lösung vieler Aufgaben bietet, waren von jeher für hochbegabte Männer die Veranlassung, die mathematischen Hilfsmittel mehr und mehr zu erweitern, so daß in unseren Tagen die Mathematik bereits eine Macht geworden ist, die uns in Stand setzt, wahrhaft Großes zu leisten; allein immer werden sich, mögen wir in Erkenntniß der Natur noch so weit vordringen, Aufgaben vorfinden, deren Lösung neue Schwierigkeiten bieten, und zu einer noch weiteren Ausbildung der mathematischen Hilfsmittel anregen wird.

Siehe Studien aus der höheren Physik von A. Kunzek.

§. 2. Wesentliche allgemeine Eigenschaften der Körper. Wollen wir die Ursachen der Naturerscheinungen und die Gesetze ihrer Entwicklung erkennen, d. h. die Naturerscheinungen erklären, so ist vor allem andern eine genaue Kenntniß der Eigenschaften, die allen Körpern gemeinschaftlich sind, erforderlich; diese allgemeinen Eigenschaften der Körper sind entweder solche, ohne die ein Körper nicht gedacht werden kann, und die man wesentliche nennt, oder solche, die zur Wahrnehmung des Körpers nicht nothwendig sind, die aber, wie die Erfahrung lehrt, allen Körpern zukommen, und die man zufällige nennt. Zu den ersteren gehört die Ausdehnung und Undurchdringlichkeit, zu den letzteren: die Beweglichkeit, Trägheit, Theilbarkeit, Porosität, Ausdehnbarkeit und Zusammendrückbarkeit, dann die Schwere.

Jeder Körper nimmt einen Raum ein, und ist somit ausgedehnt in die Länge, Breite und Höhe (oder Tiefe); diese Ausdehnung ist aber nach allen Richtungen begrenzt; wir haben daher bei jedem Körper zu unterscheiden: die Art der Begrenzung, d. i. die Gestalt (Figur), und die Größe des Raumes, den er einnimmt, d. i. seinen Rauminhalt oder Volumen.

Werden die bei der Bildung eines Körpers thätigen Naturkräfte in ihrer Wirksamkeit durch keine äußeren Einflüsse gestört, so erscheint der erzeugte Körper regelmäßig oder wenigstens symmetrisch. Wir sehen dieß z. B. an Krystallen, Pflanzen an einzelnen Schneeflocken und an Staub von Schmetterlingsflügeln.

Die Verschiedenheit in der Größe stellt sich uns recht auffallend dar, wenn wir erwägen, daß es Infusionsthierchen gibt, die mit Leichtigkeit durch das kleinste Nadelöhr durchschwimmen, ja die viele tausend Mal kleiner sind als ein Sandkorn, und daß dagegen die Sonne eine Kugel ist, in welche, falls sie hohl wäre, die Erde sammt den um sie in der Entfernung von 50 Tausend Meilen herumkreisenden Mond gestellt werden könnte, und doch noch vom Mond bis zur Oberfläche der Sonnenkugel ein Abstand von nahe 50 Tausend Meilen bliebe; denn der Durchmesser der Sonne beträgt 188000 deutsche Meilen.

Jeder in der Natur vorkommende Körper besteht aus einer Materie, die den Raum, den er einnimmt, ausfüllt, und einem jeden anderen Körper, der in denselben Raum einzudringen strebt, einen Widerstand entgegensetzt; demnach besitzt jeder Körper die Eigenschaft der Undurchdringlichkeit. Deßhalb ist die Bewegung eines Körpers im Wasser oder in der Luft nur dann möglich, wenn die Theilchen dieser Stoffe zurück oder seitwärts geschoben werden. Ein Stein, den man in ein mit Wasser gefülltes Glas wirft, verdrängt das Wasser aus dem Raume, in dem er eindringt, weßhalb das Wasser im Gefäße steigt, oder auch herausfließt.

§. 3. **Normalmaße.** Eine Größe messen, heißt das Verhältniß derselben zu einer als Einheit, das ist als unveränderliches Maß angenommenen gleichartigen Größe durch eine Zahl ausdrücken; dieses Maß bietet uns entweder die Natur dar, und dann heißt es ein natürliches, oder es ist durch ein Uebereinkommen festgestellt.

Die Grundlage jeder Raummessung ist die Längeneinheit, die man Anfangs vom menschlichen Körper entlehnte, wie z. B. die Elle, den Fuß, den Zoll, dabei aber genöthigt war, sich an bestimmte Individuen zu halten; so z. B. ist der englische Yard von dem Arm Heinrichs I. entlehnt. — Der Wiener Fuß ist die Grundlage der Wiener Raummaße.

Die österr. Meile	= 4000	Wiener Klafter,
„ geogr. „	= 3912·466	„ „
„ französische Lieue	= 2346	„ „
„ englische Meile	= 849	„ „

Um zu große Zahlen, wie auch um kleine Brüche zu vermeiden, gebraucht man bei Messung größerer Längen größere, und bei Messung kleiner Längen kleinere Einheiten, die jedoch zu derjenigen, welche die Grundlage bildet, in einem bekannten Verhältnisse stehen. Das gesetzliche Maß, nach dem die Richtigkeit anderer Maße festgestellt wird, heißt Aichmaß (étalon). Aichen heißt, dem Maße die gesetzliche Größe geben.

Zur Messung der Flächen dient als Maß ein Quadrat, dessen eine Seite eine Längeneinheit ist, und zur Messung des Rauminhaltes ein Würfel, welcher die Längeneinheit zur Seite hat.

Als Feldmaß dient in Oesterreich ein Quadrat von 1600 Quadratklaftern, und wird Joch genannt. Eine Quadratmeile zählt 10.000 Joche. — Ein Eimer hat 1.792 Kubik-Fuß; eine Wiener Maß = $^1/_{40}$ Eimer ist = 77·4144 Kubikzolle; ein Seitel = $^1/_4$ Maß = 19·3536 Kubikzolle.

In Deutschland ist bei physikalischen Untersuchungen nicht selten noch das altfranzösische Maß gebräuchlich; die Grundlage derselben ist die Toise de Perou oder die Pariser Klafter, die so wie die Wiener Klafter in 6 Fuß, ein Fuß in 12 Zolle und 1 Zoll in 12 Linien getheilt wird.

Die Grundlage der englischen Maße ist der Yard, dessen dritter Theil den englischen Fuß bildet, der auch in 12 Zolle getheilt wird, und 0·964201 Wiener Fuß beträgt.

Bedeutet W die Länge eines Wiener und
P „ „ „ Pariser Fußes,
und sind a und a' die Zahlen, welche die Länge einer Linie = b in Wiener und in Pariser Maß angeben, so ist

$$b = a\,W = a'\,P, \text{ mithin}$$

$$a = a'\frac{P}{W} \text{ und } a' = a\,.\,\frac{W}{P}$$

Nun ist $\frac{P}{W} = 1·02764$ und $\frac{W}{P} = 0·973103$; man kann also die Angabe einer Länge in Pariser Maß durch Multiplication mit $\frac{P}{W}$ in Wiener Maß, und letzteres durch Multiplication mit $\frac{W}{P}$ in Pariser Maß verwandeln.

In Frankreich wird das neufranzösische Maß gebraucht, dessen Einheit Meter heißt und den zehnmillionstel Theil von der Länge des nördlichen Erdmeridian-Quadranten beträgt. Das Meter wird in 10 Decimeter, in 100 Centimeter und in 1000 Millimeter getheilt; 1000 Meter sind = 100 Decameter = 10 Hectometer = 1 Kilometer.

Ein Meter zählt 3 Fuß und 11·296 Linien der Toise de Perou oder 3 Fuß 1 Zoll 11.549 Linien Wiener Maß bei 13° R. — Ein Wiener Fuß = 0·3161023 Meter; eine Wiener Linie = 2·195 Millimeter. Ein Millimeter = 0·4555 Wiener Linie.

Ein preußischer	Fuß	= 0·313853	Meter.
„ englischer	„	= 0·304794	„
„ russischer	„	= 0·394794	„
„ schwedischer	„	= 0·296836	„
„ badischer	„	= 0·300000	„

Die Einheit des Flächenraumes bildet in Frankreich ein Quadrat, dessen eine Seite ein Decameter ist, und heißt Are; sie beträgt 100 Quadratmeter. Ein Quadrat von 10000 Quadratmeter heißt Hectare. Eine Are ist = 27·7998 Wiener Quadratklafter, eine Hectare zählt 1·737 österr. Joch.

Das metrische Grundmaß zur Bestimmung des Rauminhaltes ist der Liter, nämlich ein Würfel, dessen Seite ein Decimeter ist; er ist = 54·7046 Wiener Kubikzoll oder = 2·827 Wiener Seitel. Hundert Liter bilden einen Hectoliter = 1·626 österr. Metzen. Ein Kiloliter (Kubikmeter) heißt Stère.

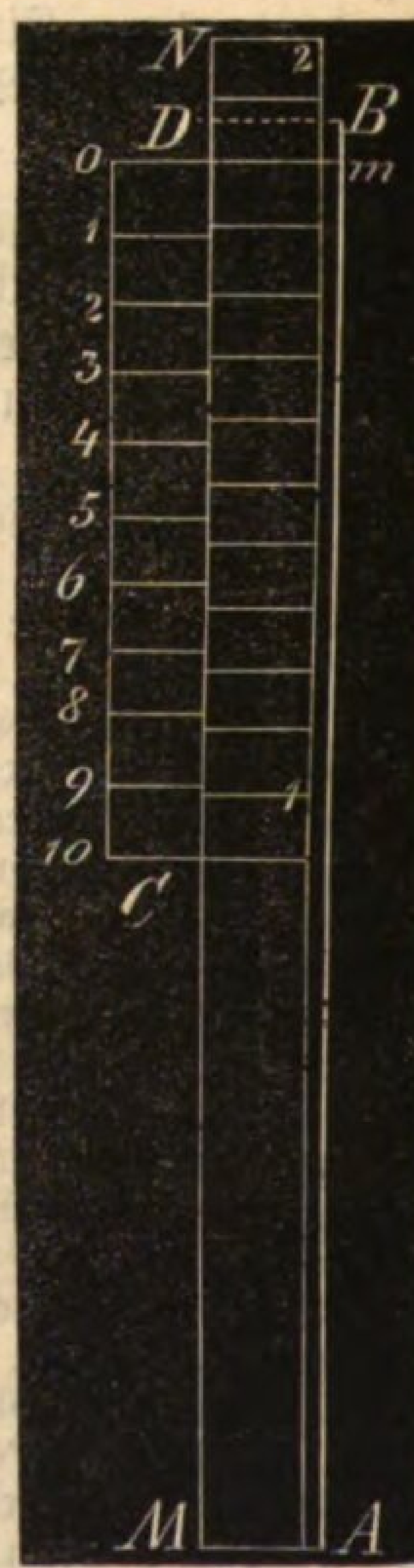
Eine sichere Bestimmung der Einheit des Längenmaßes war von jeher ein sehr fühlbares Bedürfniß. Die Länge eines Secundenpendels ist an einem jeden Orte eine unveränderliche Größe; nähme man die Länge eines Pendels, das z. B. unter 45° nördl. Breite an der Meeresfläche bei 0° R. Secunden schlägt, als Einheit an, so hätte man eine natürliche Längeneinheit. Schon Huyghens machte im Jahre 1673 den Vorschlag, die Länge des Secunden-Pendels als Maß anzunehmen, und Condamine ließ die Länge des Secunden-Pendels unter dem Aequator auf das in Peru errichtete Denkmal mit den Worten: mensurae exemplar, utinam universalis! einzeichnen. Die im Jahre 1790 in Paris ernannte Commission zur Festsetzung einer natürlichen Einheit für Maße und Gewichte wendete gegen die Pendellänge ein, daß sie ein heterogenes Element, die Zeit, und ein willkürliches, die Tageseintheilung, in sich enthalte, und entschied sich für die Vornahme einer Gradmessung des Meridians von Dünkirchen bis Barcelona, aus der sich die Länge desselben zwischen dem Nordpol und dem Aequator berechnen läßt, deren zehnmillionster Theil als Einheit anzunehmen, und hierauf die Anzahl der Schwingungen zu bestimmen wäre, die ein Pendel von dieser Länge bei 0° R. und unter der Breite von 45° am Meeresufer im leeren Raume während eines Tages macht, um eine natürliche Maßeinheit zu bekommen. Allein genauere Bestimmungen lehren, daß der nördliche Meridianquadrant nicht 10 Millionen, sondern 10 Millionen und 859 Meter zählt, mithin bleibt doch der Meter nur ein willkürliches Maß der Toise de Perou, womit die Messung eines Meridiangrades ausgeführt wurde. Der Vorzug des metrischen Maßes vor allen andern liegt nur in der Unterabtheilung in zehn Theile, indem dadurch die Rechnungen sehr erleichtert werden. — Das in den Archiven von Paris aufbewahrte Meter als étalon prototype (Urmaß) ist von Platin, und hat seine richtige Länge bei 0° R.; die Toise de Perou ist von Eisen und hat das rechte Maß bei 13° R. Die Größen beider Normalmaße sind zwischen den Endflächen derselben, die gegen jede äußere Einwirkung gesichert sein müssen. So sind z. B. die Endflächen des von Bessel verfertigten preußischen Normalmaßes von Gußstahl, durch abgekürzte Kegel von Saphir armirt.

§. 4. Längenmessung. Eine Abmessung bestimmen, heißt den Abstand eines Punktes von einem andern Punkte angeben; dieß geschieht mit Hilfe genau getheilter Maßstäbe, und zwar entweder auf die Art,

daß man den Abstand mittelst eines fein zugespitzten Zirkels auf den Maßstab überträgt, oder daß man den Maßstab fest an die zu bestimmende Abmessung anlegt, und sieht, wieviel Theilstriche desselben zwischen den Grenzen der Abmessung sich befinden, was entweder mit dem freien Auge oder, wo eine große Genauigkeit nothwendig ist, mit bewaffnetem Auge (mit Hilfe einer Loupe oder eines Mikroskops) erkannt wird.

Um auch solche Längen, die kleiner sind, als die kleinsten Unterabtheilungen des Maßstabes, mit Genauigkeit abmessen zu können, bedient man sich des Nonius (auch Vernier genannt), d. i. einer Vorrichtung, an welcher eine in gleiche Theile getheilte Linie sich befindet, und die an einer andern in gleiche aber in größere oder kleinere Theile getheilten Linie des Maßstabes sich verschieben läßt.

Fig. 1.



Wäre z. B. die Linie AB Fig. 1. mittelst eines in Zolle und Linien getheilten Maßstabes MN abzumessen, und man legt den Maßstab gehörig an, so ergibt sich, daß der Endpunkt B zwischen zwei Theilstriche des Maßstabes fällt und die Länge des Stückes mB nicht genau nach dem Augenmaße beurtheilt werden kann. Um nun mB in Zehnteln einer Linie genau angeben zu können, nimmt man einen Metallstreifen CD, dessen Länge 11 Linien, also 11 kleinste Theile des Maßstabes zählt, und theilt diese Länge in 10 gleiche Theile, deren jeder $^{11}/_{10}$ einer Linie beträgt; mithin ist der Unterschied zwischen einem Theil von CD und einem kleinsten Theile des Maßstabes gleich

$$\frac{11}{10} - \frac{11}{11} = 11\left(\frac{1}{10} - \frac{1}{11}\right) = \frac{1}{10}\ \text{L.}$$

Vergleicht man nun die Lage der Theilstriche am Metallstreifen CD, von oben an gezählt, mit der Lage der Theilstriche am Maßstabe, so ergibt sich,

daß der 1te um $\frac{1\text{tel}}{10}$ L.

" " 2te " $\frac{2}{10}$ " "

" " 3te " $\frac{3}{10}$ " "

u. s. f. tiefer liegt als der entsprechende Theilstreich am Maßstabe. Diese Vorrichtung CD ist nun der Nonius; verschiebt man sie so, daß der obere Rand, der nun den Theilstrich Null bildet, in seiner Verlängerung durch den Endpunkt B der zu messenden Linie AB geht, und es zeigt sich hierauf, daß der Theilstrich 1 mit einem Theilstriche des Maßstabes coincidirt, so beträgt die geschehene Verschiebung und mithin das Stück mB nur $\frac{1}{10}$ L. Coincidirt aber erst der 3. Theilstrich mit einem Theilstriche des Maßstabes,

so hat man den Nonius um so viel vorgeschoben, um wieviel der 3. Theilstrich tiefer liegt, als der entsprechende des Maßstabes, also um $\frac{3}{10}$ L.; somit zählt dann m B $\frac{3}{10}$ L. Man hat daher nach richtiger Einstellung des Nonius nur zu sehen, welcher seiner Theilstriche mit einem Theilstriche des Maßstabs genau übereinstimmt; wäre es z. B. der 6te, so beträgt die Länge von m B $\frac{6}{10}$ L.; mithin die Länge der ganzen Geraden AB 1″ 11·6‴.

Wäre die Länge des Nonius gleich 9 Linien, und in 10 gleiche Theile getheilt, so würde die Länge eines Theils um $\frac{1}{10}$ L. kleiner als am Maßstabe, mithin der unterste Theilstrich um $\frac{1}{10}$ L., der nächst höhere um $\frac{2}{10}$ L. u. s. f. tiefer liegen, als der entsprechende Theilstrich am Maßstabe.

Bei dieser letzten Einrichtung des Nonius müßten die Zahlen, welche die Zehntel angeben, von unten nach oben fortlaufen. In diesem Falle kann man auch den unteren Rand des Nonius an den Endpunkt der zu messenden Linie bringen, und dann sehen, welcher seiner Theilstriche mit einem Theilstriche des Maßstabes übereinstimmt.

Die Einrichtung eines Nonius wird nun leicht begreiflich. Wenn nämlich von zwei gleichen Linien, von der Länge a, die eine in n, die andere in (n + 1) gleiche Theile getheilt ist, so ist ein Theil bei der ersten $= \frac{a}{n}$ und bei der zweiten $= \frac{a}{n+1}$, also die Differenz $= \frac{a}{n} - \frac{a}{n+1} = \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right) = \frac{a}{n(n+1)}$, dadurch wird es möglich, an der zweiten Linie auch noch einen Theil $= \frac{a}{n(n+1)}$ zu messen. Der Theil, den man am Nonius abliest, ist nun ein Bruchtheil der kleinsten Unterabtheilung des Maßstabes, dessen Zähler der Zahl gleich ist, welche angibt, der wievielte Theilstrich des Nonius mit einem Theilstriche des Maßstabes übereinstimmt, und dessen Nenner anzeigt, in wie viel Theile der Nonius getheilt wurde. Es ist übrigens gleichgiltig, ob die Linien gerade oder kreisförmig sind. Alle Instrumente, die zur Messung der Winkel dienen, tragen an den Enden eines beweglichen Durchmessers oder Halbmessers, Alhidade genannt, einen Kreisbogen, der genau an den Limbus sich anschließt und an dem der Nonius verzeichnet ist. Eine Druckschraube dient zum Feststellen des Instruments und eine Mikrometerschraube zum ganz genauen Einstellen. Nehme man z. B. an: der Kreis sei in Grade und jeder Grad noch in 6 gleiche Theile, mithin von 10 zu 10 Minuten eingetheilt; ein Kreisbogen an der Alhidade von 90 Minuten, also von 9 Theilen des Limbus, werde in 10 gleiche Theile getheilt, so ist die Differenz zwischen 2 Theilen an den beiden Kreisbögen gleich.

$$\frac{90'}{9 \times 10} = 1'$$

d. h. gleich 1 Minute, man kann somit an dem von 10 zu 10 Minuten getheilten Kreise mit Hilfe des Nonius die einzelnen Minuten unmittelbar ablesen. Hat man die Alhidade richtig eingestellt, so liest man die Anzahl Grade und die Zehner von Minuten, die der Nullpunkt des Nonius anzeigt, und sieht dann, welcher Theilstrich des Nonius mit einem Theilstriche am Limbus coincidirt; dieß gibt die Zahl der Minuten, die zu den Zehnern noch zu addiren sind.

§. 5. Berücksichtigung der Temperatur beim Abmessen der Längen.

Bei der Abmessung einer Linie mittelst eines Maßstabes hat man zu

berücksichtigen, daß sich die Länge des Maßstabes mit der Temperatur ändert; daher kann die Abmessung nur dann richtig sein, wenn sie bei einer Temperatur vorgenommen wird, bei welcher der Maßstab seine rechte Länge hat, und die man seine **Normaltemperatur** heißt; geschieht sie bei einer andern Temperatur, so muß die gemessene Länge auf die Normaltemperatur reducirt werden; diese ist, wie schon früher bemerkt wurde, bei Pariser Maß $+ 13^0$ R., bei Meter-Maß 0^0 C.

Ist l die Anzahl der Längeneinheiten des Maßstabes bei seiner Normaltemperatur von 0^0 C und ist c der lineare Ausdehnungscoefficient des Materials, aus dem der Maßstab besteht, d. i. der Zuwachs an Ausdehnung einer Längeneinheit desselben bei einer Temperaturerhöhung von 1^0 C, so ist der Zuwachs an linearer Ausdehnung des ganzen Maßstabes bei der Temperatur von t^0 offenbar $= c l t^0$, und die Länge des Maßstabes gleich $l + c l t = l (1 + c t)$.

Wird nun die Messung einer Linie, deren Länge a von der Wärme unabhängig ist, mit dem durch die Wärme verlängerten Maßstabe vorgenommen, und ist dieser in ihr n mal enthalten, so ist

$$a = n l (1 + c t) = n l + n l c t \quad (1)$$

mithin ist die wirkliche Länge der gemessenen Linie gleich der am Maßstabe abgelesenen Länge, vermehrt aber um den Zuwachs an linearer Ausdehnung, welchen letztere Länge bei t^0 erfährt. Für $t = 0$ ist $a = n l$ und für Temperaturen unter 0^0 ist t negativ zu nehmen. Ist der Maßstab nicht bei 0^0 C, sondern bei einer anderen Temperatur richtig, wie z. B. der nach Pariser Maß verfertigte, so bedeutet t die Größe der Abweichung der Temperatur, bei welcher die Messung vorgenommen wurde, von der Normaltemperatur.

Bei Messing ist	$c = 0.00001920$	bei Silber ist	$c = 0.00001909$
„ Eisen „	$c = 0.00001167$	„ Platin „	$c = 0.00000856$
„ Stahl „	$c = 0.00001225$	„ Glas „	$c = 0.00000862$

Für Réaumur'sche Grade hat der Ausdehnungscoefficient einen größeren Werth.

Wenn die Länge der Linie, die gemessen wird, durch die Wärme eine Aenderung erlitten hat, aber die Länge des Maßstabes unverändert bleibt, oder die erlittene Aenderung vernachlässigt werden kann, und man will diejenige Länge der Linie haben, welche bei 0^0 C sich ergeben hätte, so hat man, wenn c' der lineare Ausdehnungscoefficient für die gemessene Linie, a' ihre gefundene Länge bei t^0 C und a die bei 0^0 C ist

$$a' = a \pm a c' t = a (1 \pm c' t)$$

woraus $a = \frac{a'}{1 \pm c' t} = a' \mp \frac{a' c' t}{1 \pm c' t}$ oder wenn man den kleinen Bruch $c' t$ im Nenner vernachlässigt $a = a' \mp a' c' t$ (2)
wo das Zeichen — bei Temperaturen über Null und + bei denen unter Null zu nehmen ist.

Wenn sowohl die Linie, deren Länge a gemessen wird, als auch der Maßstab durch die Wärme in der Ausdehnung geändert wird, und man soll aus der gefundenen Länge a' diejenige finden, die sich ergeben würde, wenn die Linie und der Maßstab die Temperatur $= 0^0$ gehabt

hätten, und die wir mit x bezeichnen wollen; so reducirt man zuerst a' auf die Temperatur von 0° nach der Formel $a = a' \mp a' c' t$ (3), wobei c' der lineare Ausdehnungscoefficient der gemessenen Linie ist, und die Länge des Maßstabes als unveränderlich vorausgesetzt wird. Da sich aber die Länge des Maßstabes mit der Temperatur auch ändert, so muß diese Aenderung, die $= act$ ist, wenn c der lineare Ausdehnungscoefficient des Maßstabes ist, noch in Rechnung gebracht werden. Es ist nun

$$x = a (1 \pm ct) = a' (1 \mp c't) (1 \pm ct)$$

In dem Falle, wo die Eintheilung der Scala bei der Temperatur von 13° R. richtig ist, bedeutet das t im zweiten Factor der letzten Formel nur den Unterschied zwischen der Temperatur bei der Messung und der Normaltemperatur.

Zur Theilung einer Linie bedient man sich der Mikrometerschrauben, zum Theilen der Maßstäbe dienen eigene Theilmaschinen. Zum Auffinden und Messen kleiner Unterschiede oder Veränderungen in den Dimensionen der Körper gebraucht man Fühlhebel; zur Messung dünner Plättchen, so wie auch zur Bestimmung des Krümmungshalbmessers einer Linse und der Richtigkeit ihrer sphärischen Krümmung dient das Sphärometer; worüber Baumgartner's Supplementband, Eisenlohr's oder Heßler's Physik nachgelesen werden kann.

§. 6. Bestimmung des Rauminhaltes eines Körpers oder eines hohlen Gefäßes. Ist der Körper oder das Gefäß ein regelmäßig gestalteter geometrischer Körper, z. B. ein Prisma, ein Cylinder, Kegel oder eine Kugel, oder ein regelmäßiges Polyeder, so läßt sich sein Volumen V nach den bekannten Regeln der Geometrie leicht berechnen; ist jedoch der Körper unregelmäßig gestaltet, aber sein specifisches Gewicht S, d. i. das Gewicht einer Volumseinheit bekannt, so ist sein absolutes Gewicht

$$P = VS \text{ und } V = \frac{P}{S}$$

Das Volumen eines hohlen Gefäßes erhält man, wenn man das Gefäß mit Quecksilber genau vollfüllt, hierauf das Gewicht P dieses Quecksilbers bestimmt und dasselbe mit dem Gewichte eines Kubikzolls Quecksilber (= 14 Loth 47 Gran bei 0° R.) dividirt; der Quotient gibt dann das Volumen nach Kubikzollen an. — Hiebei ist zu berücksichtigen, daß das Gewicht eines Kubikzolls bei einer höheren Temperatur in demselben Verhältnisse abnimmt, in welchem die Dichte kleiner wird.

Anstatt des Quecksilbers nimmt man auch Wasser, wovon 1 Kubikzoll bei 0° R. 250½ Gran zählt. — Bei einer sehr genauen Bestimmung des Raumhaltes eines hohlen Gefäßes muß beim Abwägen des leeren Gefäßes das Gewicht der darin befindlichen Luft berücksichtigt werden.

Zur schnellen Bestimmung der Volumen flüssiger Körper dienen die Volumeter, d. i. gläserne cylindrische oder conische Röhren, die in gleiche Raumtheile getheilt sind. Will man Hundertel eines Kubikzolls am Volumeter messen, so wird das Graduiren der Röhre in der Art vorgenommen, daß man $\frac{1}{100}$ eines Kubikzolls Quecksilber, d. i. 34·07

Gran bei 0° R. abwägt, dieses in die verticalstehende Röhre gießt, und den Stand des mittleren Theils der Oberfläche anmerkt; hierauf gießt man dieselbe Quecksilbermenge zum 2ten, 3ten, 4ten Mal in die Röhre und merkt jedesmal den Stand der Oberfläche an, und zwar mit einer Auflösung von Siegellack mittelst eines Pinsels, so daß der obere Rand dieser Masse mit der Oberfläche coincidirt. Später werden die Theilstriche der Scala mit einer Diamantspitze an der Röhre gezogen; es ist gut, wenn zwei einander gegenüberliegende Scalen vorkommen, weil sie möglich machen, den verticalen Stand der Röhren genau zu beurtheilen.

Soll die Theilung nach Kubikzollen geschehen, so wählt man Wasser, muß aber vor der Graduirung die Wandung mit Wasser befeuchten, aber so, daß beim Umkehren kein Tropfen mehr herausfällt. — Stehen die Theilstriche der Scala gleichweit von einander ab, so hat die Röhre ihrer ganzen Länge nach dieselbe Weite (dasselbe Caliber).

Wenn der zwischen zwei Theilstrichen liegende Theil als cylindrisch angenommen werden kann, so ist eine weitere Theilung leicht möglich.

Ob Röhren von sehr kleinem Durchmesser, wie z. B. Thermometerröhren, in ihrer ganzen Länge dieselbe Weite haben, wird ermittelt, wenn man eine kleine Quecksilbersäule in die Röhre bringt, diese horizontal legt und die Länge des Säulchens mißt, hierauf durch Neigen der Röhre das Quecksilber immer weiter laufen läßt, und bei jeder Stellung seine Länge bestimmt. Behält die Quecksilbersäule überall dieselbe Länge, so hat auch die Röhre überall denselben Durchmesser.

§. 7. Zufällige allgemeine Eigenschaften. 1. Die Beweglichkeit eines Körpers macht es möglich, durch Anwendung einer Kraft die Ortslage desselben zu verändern, d. h. ihn zu bewegen. Das Verbleiben an einem Orte nennt man Ruhe. Die Erfahrung lehrt, daß ein jeder in der Natur vorkommende Körper das Bestreben äußert, in dem Zustande der Ruhe oder der Bewegung, in dem er sich befindet, zu beharren, und daß er unvermögend ist, durch eigene Selbstthätigkeit diesen Zustand zu verändern. Die Aenderung wird immer nur möglich durch irgend eine Kraft, die auf die Materie einwirkt, und die entweder als bewegende Kraft oder als Hinderniß der Bewegung erscheint. Ein solches Hinderniß ist der Widerstand der Luft oder des Wassers, kurz des Mittels, worin der Körper sich bewegt, dann die Rauhheit und Unebenheit der Unterlage, auf der ein Körper sich bewegt, welcher Widerstand Reibung genannt wird. Dieses Beharrungsvermögen, gewöhnlich Trägheit genannt, kommt jedem materiellen Theilchen zu, deßhalb wächst es mit der Menge der materiellen Theilchen, d. i. mit der Masse des Körpers; je größer die Masse ist, desto größerer Kraft bedarf man, um sie aus der Ruhe in den Zustand der Bewegung zu versetzen, oder wenn sie in Bewegung ist, sie zur Ruhe zu bringen. Kein Wassertropfen fällt zur Erde, kein Stäubchen wechselt seinen Platz, ohne dazu durch eine äußere Kraft genöthigt zu sein.

Man könnte einwenden, daß die Thiere eine Ausnahme in Hinsicht der Trägheit bilden, da sie sich willkürlich zu bewegen vermögen; allein die Bewegungen der Thiere werden durch eine in ihrem Organismus thätige Ursache (Lebenskraft) hervorgebracht, die von der Materie, welche bewegt wird, unterschieden werden muß; trennt man ein Glied vom ganzen Organismus, so verliert es die Lebenskraft und erscheint dann eben so träge, wie ein unorganischer Körper.

Die Pferde müssen sich mehr anstrengen, um einen Wagen, der vermöge seiner Trägheit in Ruhe zu beharren strebt, in Bewegung zu setzen, als wenn er bereits in Bewegung ist, wo das Bestreben, in dieser Bewegung zu bleiben, der Zugkraft der Pferde zu Hilfe kommt. — Aus der Trägheit erklärt sich die Schwierigkeit, am Fuße einer Anhöhe, von der man schnell herabgelaufen ist, plötzlich still stehen zu bleiben. — Der Bäcker bringt das Brot auf dem Schieber in den Backofen, und zieht dann rasch den Schieber unter dem Brote weg, das nun im Ofen liegen bleibt. — Schlägt man mit einer Eisenstange auf einen Amboß, wie es beim Probiren des Eisens geschieht, so biegt sich das Eisen an der angeschlagenen Stelle oder es springt, wenn es spröde ist, daselbst ab; denn indem der Theil, den man in der Hand hält, durch den Widerstand des Amboßes in der Bewegung aufgehalten wird, strebt der über den Amboß hinausragende Theil in der durch den Schwung erhaltenen Bewegung zu beharren. — Ein Holzhacker hebt das Holz vermittelst der eingehackten Art in die Höhe, kehrt hier die Art um, und schlägt mit Schnelligkeit deren Kopf gegen einen Widerstand; dadurch kommt die Art plötzlich in Ruhe, und das in Bewegung beharrende Holz dringt tiefer in die Art hinein und wird gespalten. — So befestigt sich die Art oder der Hammer am Stiele, wenn man diesen auf einen harten Körper anstößt; denn während der Stiel festgehalten wird, beharrt das Eisen in der Bewegung, die es mit ihm zugleich erhalten hat und schiebt sich am Stiele zu den enger anschließenden Punkten herab. — Wenn man eine Maschine, die in schneller Bewegung sich befindet, dadurch zum Stillstehen bringen wollte, daß man nur einen einzigen Theil anhält, so könnten in Folge des Bestrebens der übrigen Theile, in der Bewegung zu beharren, leicht Brüche oder nachtheilige Biegungen eintreten. Wollte man z. B. einen schnell forteilenden Eisenbahntrain dadurch zum Stillstehen bringen, daß man nur den Lauf des Locomotivs und nicht auch gleichzeitig den der nachfolgenden Waggons hemmt, so würden letztere vermöge ihres Bestrebens, in der Bewegung zu verbleiben, bei der großen Masse, die sie besitzen, dem Locomotiv und durch Rückwirkung allen Theilen, so wie auch den in den Waggons sitzenden Personen einen gefährlichen Stoß versetzen.

2. **Theilbarkeit.** Die Erfahrung lehrt, daß jeder Körper, selbst der härteste, nämlich der Diamant, durch Anwendung einer äußeren Gewalt sich in Theile theilen läßt, welche, falls die Masse in ihrer ganzen Ausdehnung gleichartig war, die nämliche materielle Beschaffenheit besitzen, wie der Körper vor der Theilung, und daher sowol unter sich als mit dem ganzen gleichartig sind. Diese Theilung, die man eine *mechanische* nennt, läßt sich immer sehr weit ausführen, aber noch weiter geht sie bei Lösungen fester Körper in Flüssigkeiten. Sind die gleichartigen Theilchen eines Körpers so klein, daß sie durch den Gesichtssinn selbst mit Hilfe eines starken Vergrößerungsglases nicht mehr wahrgenommen werden können, so nennt man sie *Molecüle*.

Bei der Fabrikation der Goldfäden zu Stickereien und Borten wird eine silberne, 22 Zoll lange und 1¼ Linie dicke Stange mit 2 Loth Gold überzogen und hierauf durch immer engere Löcher mittelst des Drahtzieheisens gezogen, wodurch man einen Faden von beinahe 60 österr. Meilen Länge erhält; läßt man diesen Faden zwischen zwei pressenden Walzen durchgehen, die ihn platt drücken, so wird seine Länge noch um mehr als 7 Meilen vergrößert. Dieser Faden erscheint überall vergoldet, und nirgends ist der Zusammenhang unterbrochen, wie man leicht erkennt, wenn man den Faden in Salpetersäure legt, welche das Silber, aber nicht das Gold auflöset, so daß man den Goldüberzug als eine hohle Scheide erhält; die Dicke desselben ist so gering, daß 12 Millionen auf einander gelegt, erst die Dicke eines Zolls haben.

Bringt man nach *Wollaston* einen dicken Platindraht in die Axe einer cylindrischen Form, die man mit geschmolzenem Silber ausfüllt, so erhält man einen Cylinder, dessen Axe der Platindraht bildet; zieht man ihn zum feinsten Drahte aus, wobei beide Metalle sich gleichmäßig verlängern, und löset dann den Silberüberzug in Salpetersäure auf, so bleibt ein Platindrath von fest zusammenhängenden Theilen und von solcher Feinheit zurück, daß man ihn nur durch Vergrößerungsgläser sichtbar machen kann; 3000 Windungen desselben dicht nebeneinander gelegt, haben erst die Dicke eines Zolls. — Der Faden eines Seidenwurms vom Gewichte eines Grans hat 180 Ellen. —

Mit einer Unze Cochenille färbt man 10 Unzen Seide, mithin einen Coconfaden von 864 Tausend Ellen hinreichend roth: da nun in jeder Elle mehr als 4000 Theile sich deutlich wahrnehmen lassen, so läßt sich eine Unze Cochenille in mehr als 3400 Millionen sichtbare Theile zertheilen. — In Indien wird Mousselin von solcher Feinheit gefärbt, daß 30 Ellen davon in eine gewöhnliche Dose gebracht werden können. — Im Sumpfwasser, in Essig und andern Flüssigkeiten, die einige Tage der Luft ausgesetzt waren, findet man Infusorien von solcher Kleinheit, daß sie nur durch Mikroskope bei starken Vergrößerungen gesehen werden können, diese Thierchen besitzen Organe der Ernährung und Bewegung, mithin Glieder, Gelenke, Muskeln und Kanäle, die von Säften durchströmt werden. — Ehrenberg machte die Entdeckung, daß ganze Lager von Trippel- und Polirschiefer aus Resten von Infusorien bestehen, und daß man in jedem Kubikzoll dieser Mineralien 40,000 Millionen solcher Thierchen zählen kann. — Der Kieselguhr in Franzensbrunn besteht aus Panzern von Infusorien. — Das Blut besteht aus einer Flüssigkeit, die man Serum nennt, und aus Blutkügelchen, die im Menschenblute einen Durchmesser von 0.036tel einer Linie haben, und bei manchen Thieren noch kleiner sind.

3. **Porosität.** Die kleinsten Theilchen eines Körpers liegen nicht stetig an einander, sondern sie sind durch Zwischenräume (Poren) von einander getrennt; von dieser Eigenschaft der Körper, die man **Porosität** nennt, überzeugt uns die Erfahrung, daß bei jedem Körper durch Druck oder durch Erkältung eine Volumenverminderung, mithin eine Annäherung der Theilchen bewirkt werden kann; diese würde unmöglich sein, wenn die undurchdringlichen Theilchen sich berührten und nicht durch Zwischenräume von einander getrennt wären, in welchen sie sich bewegen und bei Verminderung des Volumens einander nähern können. Die Porosität ist im Haushalte der Natur von großer Wichtigkeit; sie ermöglicht die Auffaugung der Flüssigkeiten durch feste Körper, also auch die Aufnahme der flüssigen Nahrungsmittel in den Organismus der Pflanzen und der Thiere; ebenso die Durchdringung des Gerbestoffes durch thierische Häute, wodurch diese in Leder umgewandelt werden. Gewebe und Hölzer werden gefärbt, indem der Färbestoff alle Fasern durchdringt und mit ihnen sich verbindet. Es gibt aber auch Körper, wie z. B. das Glas, und bis zu einem gewissen Grade auch der Kork, bei denen die Poren von solcher Kleinheit sind, daß Flüssigkeiten und selbst Gase nicht durchdringen können. — Die Verschiedenheit in der Größe und Menge der Poren in Körpern von verschiedener materieller Verschiedenheit, ist die Ursache, daß auch die Größe der **in einer Volumseinheit vorkommenden Masse**, die das Maß der Dichte ist, bei diesen Körpern sehr ungleich ist. So z. B. hat ein Kubikzoll Eisen $7^3/_4$ mal mehr Masse, als ein Kubikzoll Wasser.

In den dichten Marmor dringt Oelfarbe oder Firniß auf eine kleine Tiefe ein, was nur die Porosität dieses dichten Stoffes möglich macht. — Irdene Gefäße lassen durch ihre Poren das Wasser durchsickern, und müssen mit einer Glasur überzogen werden, um wasserdicht zu werden. — Holz in Wasser getaucht quillt auf; seine Porosität macht es möglich, daß man es mit Theer oder andern Substanzen durchdringen und dadurch vor Fäulniß schützen kann. — Wird ein zum Kieselgeschlechte gehöriges Mineral, der Hydrophan, einige Zeit unter Wasser gehalten, so dringt dieses in seine Poren ein und macht ihn durchsichtig. — Hat man Eier oder Nüsse in ein mit Wasser gefülltes Glas gebracht, und dieses unter den Recipienten einer Luftpumpe gestellt, so sieht man, sobald die Luft im Recipienten verdünnt wird, Luft aus den Schalen austreten und in reichlichen Blasen aufsteigen; läßt man wieder Luft in den Recipienten, so bewirkt sie durch den Druck, den sie auf das Wasser ausübt, daß dieses in das Innere der Körper durch die Poren derselben eintritt, wie man sich überzeugt, wenn man die Schalen zerschlägt. — Versteinerungen von Thieren und Hölzern

bilden sich auf die Art, daß der versteinernde flüssige Stoff alle Fasern der Masse durchdringt.

Die atmosphärische Luft, die bekanntlich ein schlechter Wärmeleiter ist, bewirkt, daß auch stark poröse Körper, in deren Poren sie eindringt, immer sehr schlechte Wärmeleiter sind. — Das Feuchtwerden mancher Mauer kommt daher, daß vom Zimmer Wasserdünste in die Poren eindringen, und durch Abkühlung von Außen tropfbar werden.

4. Ausdehnbarkeit und Zusammendrückbarkeit. Das Volumen eines Körpers kann innerhalb gewisser Grenzen durch Dehnen und Erwärmung vergrößert, durch Druck und Abkühlung vermindert werden, mithin ist ein jeder Körper ausdehnbar und zusammendrückbar. Die Aenderung im Volumen bei ungeänderter Masse hat stets eine Aenderung in der Dichtigkeit der Körper zur Folge; diese wird größer, wenn das Volumen abnimmt, dagegen kleiner, wenn das Volumen wächst.

Den Grad des Wärmezustandes eines Körpers nennt man bekanntlich seine Temperatur. Die Thatsache, daß das Volumen eines Körpers bei zunehmender Temperatur wächst und bei abnehmender abnimmt, und für jede Temperatur eine bestimmte, unwandelbare Größe erhält, so daß aus der Größe des Volumens der Grad des Wärmezustandes erkannt werden kann, setzt uns in den Stand, Thermometer, das ist Instrumente zu verfertigen, mittelst welcher es möglich wird, die Temperatur eines Körpers mit Genauigkeit zu bestimmen.

§. 8. Eigenschaften einer zur Temperaturbestimmung geeigneten Substanz; Quecksilberthermometer. Ein Thermometer ist ein höchst wichtiges, unentbehrliches Instrument nicht nur bei naturwissenschaftlichen Forschungen, sondern sehr häufig auch bei industriellen Arbeiten. Allein nicht jeder Körper, dessen Volumen sich mit der Aenderung seiner Temperatur ändert, ist zu thermometrischen Bestimmungen geeignet; um die Eigenschaften eines thermometrischen Stoffes zu ermitteln, müssen wir beachten, daß:

a) wenn zwei Körper von ungleicher Temperatur in Berührung kommen, der wärmere dem andern so lange Wärme mittheilt, bis beide dieselbe Temperatur erlangt haben, und

b) daß wir die Temperatur eines Körpers A zu bestimmen pflegen, indem wir mit ihm den thermometrischen Körper B in Berührung bringen und nach eingetretener Gleichheit in der Temperatur beider Körper, die des letzteren beobachten, und auch als die Temperatur des A erklären; allein diese beobachtete Temperatur ist diejenige, die nun der Körper A besitzt, nachdem er entweder Wärme an das Thermometer abgegeben oder von ihm erhalten hat, mithin nicht diejenige, die er vor der Berührung mit dem Thermometer B hatte, und die wir eigentlich wissen wollen. Wir können die an B beobachtete Temperatur nur dann für die des Körpers A vor der Berührung mit B annehmen, wenn die Temperaturänderung, die A durch B erleidet, so gering ist, daß sie als unmerklich vernachlässigt werden kann. Um nun zu finden, bei welcher Beschaffenheit der thermometrischen Substanz B dieser Fall eintritt, sei

M die Masse des Körpers A, dessen Temperatur man wissen will, S sei die **specifische Wärme**, d. i. die Wärmemenge, die eine Masseneinheit von A braucht, damit ihre Temperatur um einen Grad steige; x sei die Temperatur vor der Berührung mit dem Körper B, dessen Masse = m, die specifische Wärme = s und die Temperatur vor der Berührung mit A = t ist; nach eingetretener Gleichheit in der Temperatur der in Berührung stehenden Körper A und B sei T die gemeinschaftliche Temperatur. Da S und s Wärmemengen von Masseneinheiten für einen Wärmegrad bedeuten, so ist klar, daß die Ausdrücke M S x und m s t die Wärmemengen bedeuten, welche die Körper A und B besaßen, bevor sie mit einander in Berührung gebracht worden sind; M S T und m s T sind die in ihnen vorhandenen Wärmemengen, nachdem die Gleichheit der Temperatur in beiden eingetreten ist; mithin ist

$$MSx - MST$$

die Wärmemenge, die A während der Berührung mit B verloren, und

$$msT - mst$$

diejenige, welche dabei B gewonnen hat. Da nun diese Größen einander gleich sein müssen, so hat man die Gleichung

$$MSx - MST = ms\,(T - t),$$

woraus folgt

$$x = T + \frac{ms}{MS}\,(T - t). \quad (1)$$

Hieraus ersieht man, daß die Temperatur x des Körpers A, die wir kennen wollen, nur dann der Temperatur T, die wir an der thermometrischen Substanz beobachten, gleichgesetzt werden kann, wenn der Ausdruck

$$\frac{ms}{MS}\,(T - t)$$

einen so kleinen Werth hat, daß man ihn in Beziehung auf die Größe T vernachlässigen kann; dieß ist offenbar nur dann der Fall, wenn die Masse m sowie auch die specifische Wärme s der thermometrischen Substanz sehr klein ist, und die Temperatur derselben nicht beträchtlich geändert wird; ferner wenn die Masse M im Verhältniß zu m sehr groß ist. Darf der genannte Ausdruck nicht vernachlässigt werden, so wird der Werth von x aus der Gleichung (1) berechnet.

Die thermometrische Substanz, an deren Ausdehnung die jedesmalige Temperatur erkannt werden soll, muß sich ferner **gleichförmig** mit der Zu- und Abnahme der Wärme ausdehnen und zusammenziehen; sie muß auch ein sehr **guter Wärmeleiter** sein, und **schnell jede noch so kleine Aenderung in der Temperatur** anzeigen. Da nun die Metalle eine sehr geringe specifische Wärme besitzen, sehr gute Wärmeleiter sind, und bei den gewöhnlichen Temperaturen bis zur Siedhitze hinauf die Aenderung in der Ausdehnung der Temperaturänderung, die sie erfahren, genau proportional ist; so sind sie in kleinen Massen zu Thermometern vorzüglich geeignet, wenn man nur eine Einrichtung

trifft, bei welcher selbst die kleinste durch Veränderung in der Temperatur erzeugte Aenderung in ihrer Ausdehnung sogleich erkennbar wird. Das Quecksilber ist unter den Metallen die vorzüglichste thermometrische Substanz, weil es die kleinste specifische Wärme besitzt, indem sie nur ein $1/_{33}$ von der des Wassers beträgt und weil es in der Wärme sich so stark ausdehnt, daß man leicht sehr geringe Temperatur-Aenderungen sichtbar machen, mithin ihm einen hohen Grad von Empfindlichkeit geben kann.

Man unterscheidet an einem Thermometer zweierlei Arten der Empfindlichkeit: diejenige, welche sehr geringe Temperaturveränderungen erkennen läßt und dann solche, kraft welcher das Instrument sehr schnell die Temperatur der Umgebung annimmt. Letztere Empfindlichkeit wird ein Thermometer nur dann besitzen, wenn die thermometrische Masse sehr klein ist; erstere aber dann, wenn die sichtbare Ausdehnung derselben bei der Zunahme der Temperatur von der des aufthauenden Eises (dem Gefrierpunkte) bis zur Siedhitze, d. i. der Fundamentalabstand so groß wird, daß nach der Graduirung desselben die Länge eines Grades noch eine Theilung in kleinere Theile, z. B. in Zehntel zuläßt. Ein Thermometer, bestehend aus einer Glasröhre, an deren einem Ende eine Kugel angeblasen ist, und aus einer Flüssigkeit, z. B. reinem Quecksilber oder Weingeist, womit die Kugel und ein Theil der Röhre gefüllt sind, besitzt die Empfindlichkeit der ersten Art, wenn die Glasröhre, die ihrer ganzen Länge nach denselben Durchmesser besitzen muß, sehr enge und die Kugel groß ist, wie es sich aus folgender Betrachtung ergibt: Es sei r der Halbmesser der cylindrischen Glasröhre und R der Halbmesser der Kugel, V das Volumen des in der Kugel und in einem Theile der Röhre von der Länge = a befindlichen Quecksilbers, so ist

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3 + \pi r^2 a,$$

oder wenn l die Länge eines Grades bezeichnet, und die Länge a aus n Graden besteht,

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3 + \pi r^2 n\, l.$$

Da die Ausdehnung des Glases bei den Temperaturen, bei welchen das Thermometer gebraucht wird, unbeachtet bleiben kann, so ist in dem letzten Ausdrucke die Zahl n die einzige Größe, die sich ändert, wenn die Temperatur eine andere wird; nehme man an, es übergehe bei Erhöhung der Temperatur n in n′ und V in V′, so ist

$$V' = \frac{4}{3} \pi R^3 + \pi r^2 n' l$$

mithin der Zuwachs an Volumen

$$V' - V = \pi r^2 (n' - n)\, l.$$

Wenn man mit μ den Zuwachs einer Volumseinheit für eine Temperaturerhöhung von einem Grade bezeichnet, so ist $V \mu (n' - n)$

der Zuwachs von V Volumseinheiten für eine Temperaturerhöhung von (n′ — n) Graden, mithin

$$V' - V = V \mu (n - n') \text{ und}$$

$$V \mu = \pi r^2 l, \text{ daher}$$

die Länge eines Grades $l = \frac{V \mu}{\pi r^2}$

Die Länge eines Grades am Thermometer erscheint demnach desto größer, je kleiner r der Halbmesser der Röhre, je größer V, d. i. das Volumen des Quecksilbers bei 0° R., mithin je größer die Kugel, und je größer der Zuwachs an Ausdehnung einer Volumseinheit des Quecksilbers bei einer Temperaturänderung von 1° ist. — Da jedoch große Kugeln für die Empfindlichkeit der zweiten Art nachtheilig sind, so sucht man die Empfindlichkeit der ersten Art dadurch zu erzielen, daß man Röhren von sehr geringem Halbmesser anwendet. Thermometer mit sehr großen Kugeln kann man nur in dem Falle gebrauchen, wenn die Masse des Körpers, dessen Temperatur zu bestimmen ist, groß ist und die Aenderungen in der Temperatur langsam vor sich gehen.

Das erste von Cornelius Drebbel im Anfange des 17. Jahrhunderts erfundene Thermometer bestand aus einer Glasröhre, an deren einem Ende eine Kugel angeblasen war, und deren anderes Ende offen blieb; erwärmt man die Kugel über einer Weingeist-Lampe und taucht, nachdem ein Theil der darin befindlichen Luft durch die Wärme ausgetrieben worden ist, das offene Ende der Röhre in eine Flüssigkeit, so steigt diese beim Erkalten der Luft in der Kugel so lange aufwärts, bis die Spannkraft dieser Luft, vermehrt um den hydrostatischen Druck der gehobenen flüssigen Säule, dem äußeren Luftdrucke das Gleichgewicht hält. Wirkt nun irgend ein warmer Körper auf die Kugel ein, so muß sich die eingeschlossene Luft ausdehnen und die Flüssigkeit herabdrücken; das Gegentheil erfolgt, wenn die Luft in der Kugel abgekühlt wird.

Dieses erste Thermometer war, wie man sieht, ein Luftthermometer, das wohl eine kleine Zunahme und Abnahme der Wärme erkennen ließ, aber zur Messung der Temperatur noch nicht geeignet war: nur langsam ging die Vervollkommnung dieses wichtigen Instrumentes vor sich. Die Akademie der Wissenschaften zu Florenz bediente sich anstatt der Luft des Weingeistes, womit die Kugel und ein Theil der Röhre gefüllt wurden; durch Erhitzung des Weingeistes wurde die Luft ausgetrieben und dann die Röhre zugeschmolzen, wie dieß auch jetzt zu geschehen pflegt. — Newton gebrauchte Leinöl, weil es eine sehr hohe Temperatur annimmt, bevor es siedet; allein es ist träge in der Bewegung und bleibt an den Wänden des Rohrs stark hängen. Der berühmte Danziger Astronom Römer erkannte das Quecksilber als die beste thermometrische Substanz und gab zuerst die Scala an, die nach Fahrenheit, einem Danziger, benannt worden ist, weil Fahrenheit im Anfange des 18. Jahrhunderts Thermometer nach diesem Principe in solcher Vollkommenheit verfertigte, daß er allgemein als der Erfinder derselben betrachtet wurde. Er war der erste, der als fixe Punkte der Scala die Temperatur des schmelzenden Eises und die des siedenden Wassers annahm; als Nullpunkt diente ihm die stärkste in Island beobachtete Kälte; am Punkte des aufthauenden Eises setzte er die Zahl 32, am Siedpunkte 212, weil er den Fundamentalabstand in 180 gleiche Theile theilte. Thermometer mit Fahrenheit'scher Scala sind gegenwärtig in Holland, England und Amerika im Gebrauche, man zieht sie andern vor, weil die einzelnen Grade so klein sind, daß man bei gewöhnlichen Temperaturbestimmungen nicht nöthig hat, Bruchtheile eines Grades zu gebrauchen, und weil man auch mit negativen Graden selten zu thun hat.

Réaumur verfertigte Weingeist-Thermometer, bestimmte die fixen Punkte der Scala ebenso wie Fahrenheit, und nahm einen so starken Weingeist zur Füllung, daß sich derselbe innerhalb des Fundamentalabstandes um $\frac{80}{1000}$tel seines anfänglichen Volumens ausdehnte; daher bezeichnete er die Temperatur des aufthauenden Eises

mit 0° und den Siedpunkt mit 80. De Luc übertrug dann diese Eintheilung auf das Quecksilberthermometer.

Professor Celsius zu Upsala verfertigte 1742 Thermometer, bei denen der Fundamentalabstand in 100 gleiche Theile getheilt war; diese Eintheilung ist in der neuesten Zeit unter dem Namen der hunderttheiligen (Centigrade) besonders in Frankreich und Italien allgemein geworden.

§. 9. Genaue Bestimmung des Null- und des Siedpunktes. Schon Fahrenheit machte auf die Abhängigkeit der Temperatur des siedenden Wassers von dem jedesmaligen Luftdrucke aufmerksam; in der neuesten Zeit bemerkte zuerst Bellani, daß der Nullpunkt der Scala, falls er bald nach dem Füllen und Luftleermachen des Thermometers bestimmt wird, mit der Zeit in die Höhe rückt; denn die beim Füllen und Luftleermachen stark erhitzte Kugel nimmt beim Erkalten erst nach längerer Zeit ihr früheres Volumen an, und wird zugleich, da ihre Wände sehr dünn sind, durch den Druck der äußeren Luft etwas zusammengepreßt. Erst nach einigen Monaten erhält die Kugel eine Größe, die sich nicht mehr weiter ändert, weßhalb erst dann die Bestimmung des Nullpunktes vorgenommen werden soll.

Zur Bestimmung des Siedpunktes muß destillirtes Wasser verwendet werden; diese Bestimmung soll aber bei dem Luftdrucke von 76 Centimeter oder 760 Millimeter, den man als Normalluftdruck angenommen hat, stattfinden, weil die Temperatur des siedenden Wassers bei einem größeren Luftdrucke höher, bei einem niedrigeren niedriger ist. War der Luftdruck bei der Bestimmung des Siedpunktes $76 \pm b$, so war auch die Temperatur desselben $100 \pm d^0$ C; nach den Versuchen von Arago und Dulong wird d durch folgenden Ausdruck gegeben:

$$d = 0.037818b - 0.0018563b^2.$$

Ist nun l der beobachtete Abstand des Siedpunktes vom Nullpunkte bei $76 \pm b$ Luftdruck und x der wahre Abstand zwischen 0° und 100° C, bei 76 Cent. Luftdruck, so ist

$$l : x = 100 \pm d : 100 \text{ und } x = \frac{100}{100 \pm d} \cdot l$$

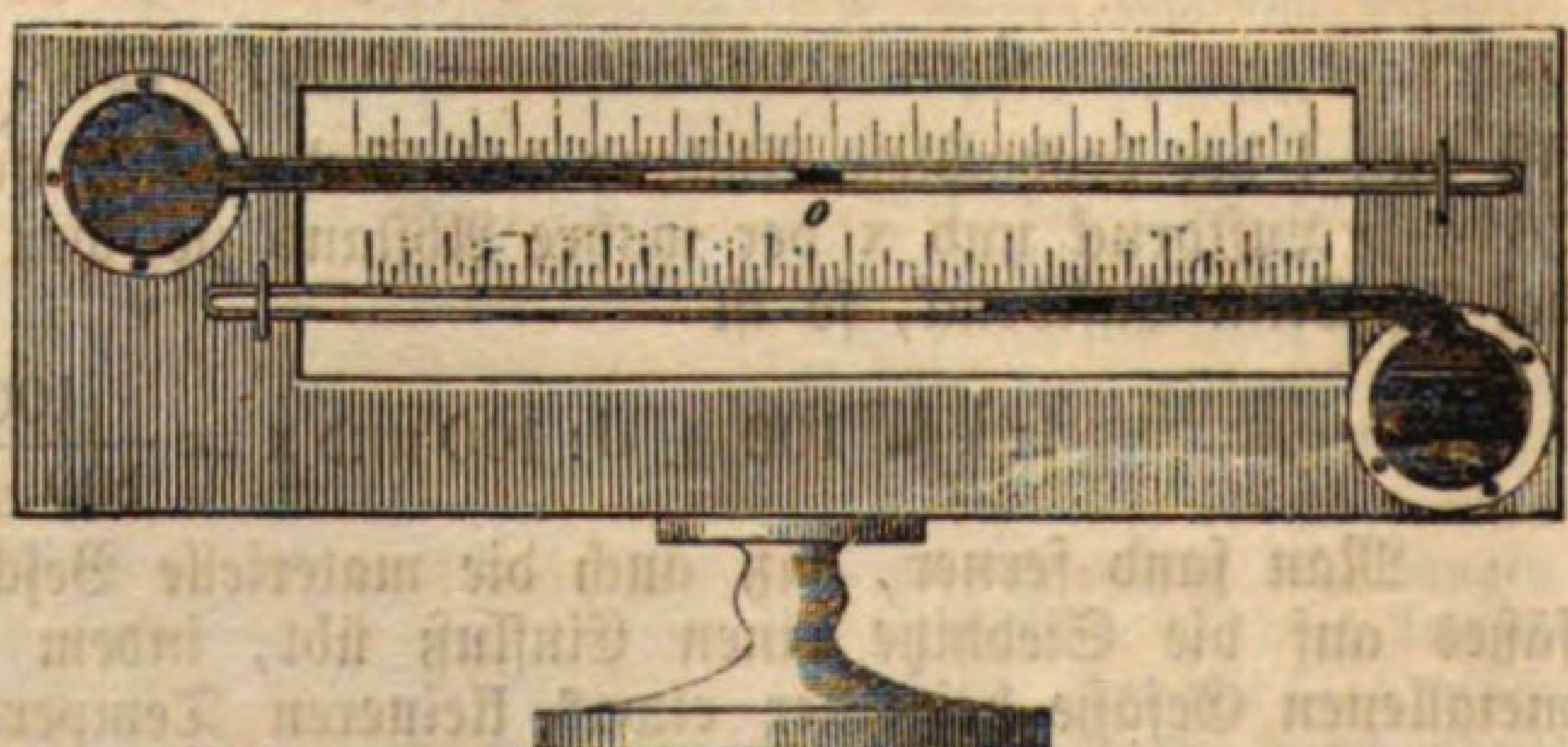
Man fand ferner, daß auch die materielle Beschaffenheit des Gefäßes auf die Siedhitze einen Einfluß übt, indem Wasser in einem metallenen Gefäße bei einer etwas kleineren Temperatur siedet als in einem gläsernen; daher machte Rudberg den Vorschlag, den Siedpunkt nicht durch Eintauchen des Thermometers in's Wasser, sondern dadurch zu bestimmen, daß man es von den entstehenden Dämpfen des siedenden Wassers einhüllen läßt, indem diese bei demselben Luftdrucke immer dieselbe Temperatur haben, mag die Materie des Gefäßes wie immer beschaffen sein. Diese bereits in der Experimentalphysik angegebene Art, den Siedpunkt zu bestimmen, ist auch aus dem Grunde nothwendig, weil das siedende Wasser am Boden einen höheren Wärmegrad besitzt, als an der Oberfläche.

Die Ablesung der Temperatur geschieht am genauesten, wenn die Theilung an der Thermometerröhre selbst angebracht ist. Die Grade unter dem Gefrier- oder Nullpunkte nennt man Kältegrade und bezeichnet sie mit —.

Grenzen der Anwendbarkeit des Quecksilberthermometers. Da das Quecksilber nach Pouillet bei — 40·5 C. gefriert und in der Nähe seines Gefrierpunktes sich rascher zusammenzieht als die Temperatur abnimmt, so wird es nicht mehr angewendet, sondern das Weingeistthermometer gebraucht, wenn Temperaturen unter — 28° R. zu messen sind. Der Gang des Quecksilberthermometers ist nur bis zur Siedhitze der Zunahme der Temperatur genau proportionirt; über der Siedhitze dehnt sich das Quecksilber in einem stärkeren Verhältnisse aus, als die Temperatur wächst, weshalb das Quecksilberthermometer nur bis 80° R. gebraucht werden kann. Will man es bei höheren Temperaturen gebrauchen, so müssen seine Angaben nach einer aus Versuchen abgeleiteten Formel corrigirt werden, die aber auch nur bis nahe 300° C. richtige Resultate gibt, falls die Röhre von gemeinem Glas ist, indem nicht alle Glassorten sich auf gleiche Weise ausdehnen. Zu Weingeistthermometern nimmt man Weingeist von 0·83 bis 0·85 Dichte; man färbt ihn durch Reiben und Kochen mit Cochenille. Da sich der Weingeist ungleichförmig ausdehnt, so müssen diese Thermometer nach guten Quecksilberthermometern graduirt werden. Kunzek's Studien aus der höheren Physik pag. 7.

§. 10. Maximum- und Minimum-Thermometer. Es ist in vielen Fällen nöthig oder wünschenswerth, den höchsten oder tiefsten Temperaturgrad, der während eines gewissen Zeitraums vorgekommen war, zu wissen, und doch nicht leicht möglich, das Thermometer während des ganzen Zeitraums zu beobachten; so z. B. ist die Temperatur der Atmosphäre stündlichen Veränderungen unterworfen, man wünscht nun die höchste und die niedrigste Temperatur eines jeden Tages zu kennen, ohne den ganzen Tag hindurch das Thermometer beobachten zu müssen. Um nun auch zu einer andern Zeit die stattgehabte höchste oder niedrigste Temperatur zu erkennen, hat man sogenannte Maximum- oder Minimum-Thermometer (Thermographen) construirt. Rutherford gab demselben die aus der Fig. 2. leicht ersichtliche Einrichtung; es besteht aus zwei an einem Gestelle befestigten horizontalliegenden Thermometern, wovon das eine ein Quecksilberthermometer, ist, und das Maximum anzeigt, das andere ein Weingeistthermometer, an welchem das Minimum der Temperatur erkannt wird.

Fig. 2.



In der Röhre des ersteren und zwar an der Oberfläche des Quecksilbers befindet sich ein Stiftchen von Eisen oder Fischbein, das während der Ausdehnung des Quecksilbers bei zunehmender Temperatur vorwärts geschoben wird, und dort z. B. in o liegen bleibt, wo das Quecksilber in Folge einer Abnahme der Temperatur zurückzugehen beginnt. Man hat also nur zu sehen, bis zu welchem Theilstriche der Scala das Stiftchen gebracht wurde, um die höchste stattgehabte Temperatur zu erkennen. In der Röhre des Minimum-Thermometers ist ein Stiftchen von Glas, versehen mit einem kleinen Knöpfchen, und ganz in Weingeist eingetaucht; zieht sich während des Sinkens der Temperatur der Weingeist zusammen, so wird auch das Glasstiftchen wegen seiner starken Adhäsion zum Weingeiste zurückgezogen; beim Vorwärtsschreiten des Weingeistes während des Steigens der

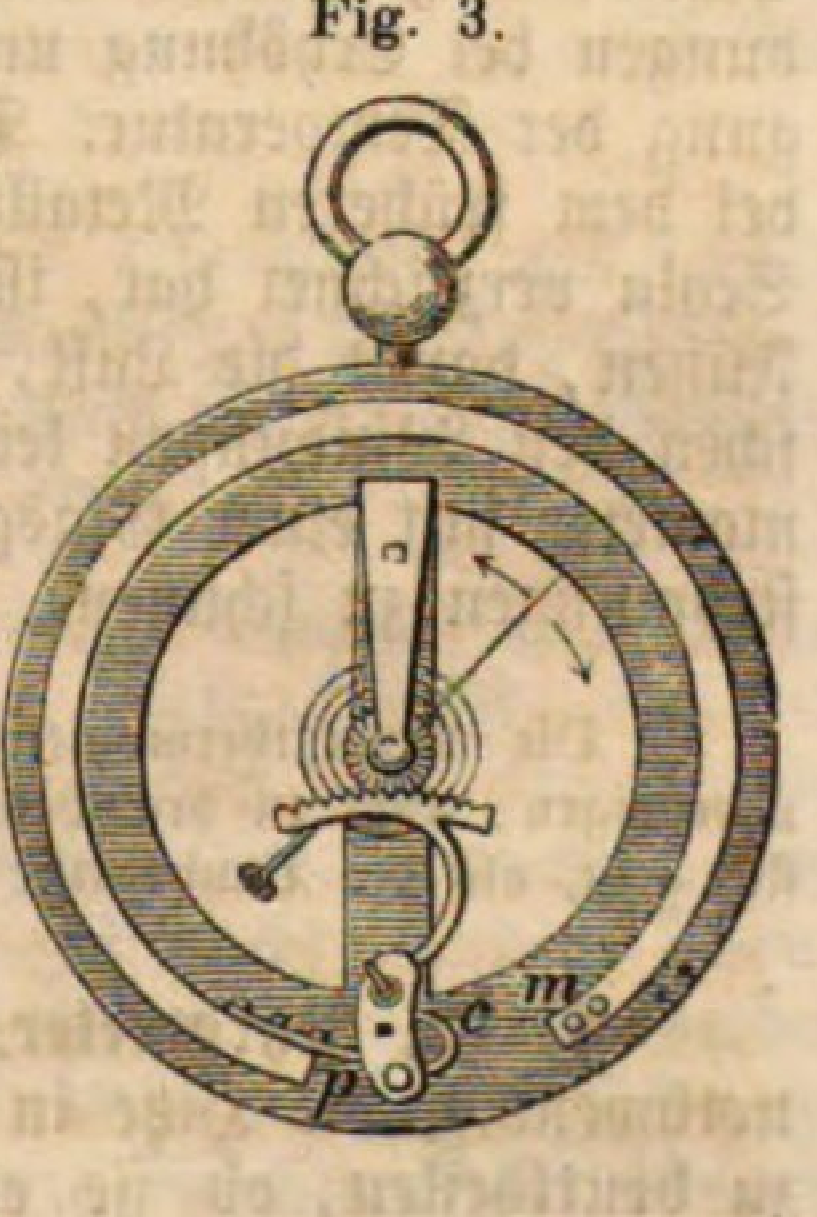
Temperatur bleibt es aber liegen, und zeigt somit den Punkt an, bis zu dem die Temperatur gesunken ist. Um beide Stiftchen wieder mit den Oberflächen in Berührung zu bringen, neigt man das Gestelle so, daß die Quecksilberkugel die tiefste Stelle einnimmt. Die Scalen sind auf mattgeschliffenem Glase verzeichnet, welches die Wahrnehmung der Stiftchen und eine genaue Ablesung des Thermometerstandes sehr erleichtert.

Magnus gab ein Thermometer an, das uns möglich macht, die Temperatur in den Tiefen der Erde, z. B. in den artesischen Brunnen zu erkennen, und deshalb Geothermometer genannt wird. Es ist ein gewöhnliches Quecksilberthermometer, das anstatt einer Kugel, die sehr leicht zerbricht, einen cylindrischen Behälter hat und dessen offenes Ende in eine enge Spitze ausgezogen ist, die horizontal umgebogen ist. Die Temperatur, bei welcher das Quecksilber bis an das offene Ende sich erhebt, muß niedriger sein, als diejenige, die in der Tiefe, zu der das Instrument gebracht wird, vermuthet wird. Senkt man nun dieses Instrument in die Tiefe, deren Temperatur man wissen will und läßt es darin einige Zeit, gewöhnlich eine Viertelstunde, bis die Quecksilbermasse die Temperatur des Ortes angenommen hat, so wird das Quecksilber über das offene Ende sich erheben und daher ein Theil davon herausfließen. — Taucht man hierauf das Instrument in's Wasser und erwärmt dieses allmälig, bis das Quecksilber das Ende der Röhre erreicht, so hat dieses wieder dieselbe Temperatur, wie in der Tiefe; diese Temperatur erkennt man nun an einem gewöhnlichen in dem erwärmten Wasser stehenden Thermometer. Pogg. Ann. Band 20 und 40.

Hat das Geothermometer eine Scala, die mit der eines gewöhnlichen Thermometers genau übereinstimmt, und kennt man die Temperatur T, bei welcher das Quecksilber bis an das Ende der Röhre sich erhebt; so braucht man es nur, nachdem in der Tiefe ein Theil des Quecksilbers herausgeflossen ist, mit einem gewöhnlichen Thermometer zu vergleichen, und zu sehen, um wie viel Grade es bei der nämlichen Temperatur T hinter diesem zurückbleibt; beträgt dieser Unterschied d Grade, so ist soviel Quecksilber herausgeflossen, als eine Quecksilbersäule vom Durchmesser der Röhre und von d Grade Länge faßt; somit würde auch, falls die Röhre länger gewesen wäre, das Quecksilber in der höheren Temperatur der Tiefe um d Grade über T gestiegen sein, daher war die Temperatur in der Tiefe gleich (T + d) Graden.

§. 11. Metallthermometer. Diese bestehen aus zwei oder drei verschiedenen Metallstreifen, die ihrer Länge nach auf einander befestigt sind, und in der Wärme sich krümmen, weil sich das eine Metall stärker als das andere ausdehnt. Es sind zwei Metallthermometer im Gebrauche, eines von Holzmann, das andere von Brequet construirt.

Fig. 3.

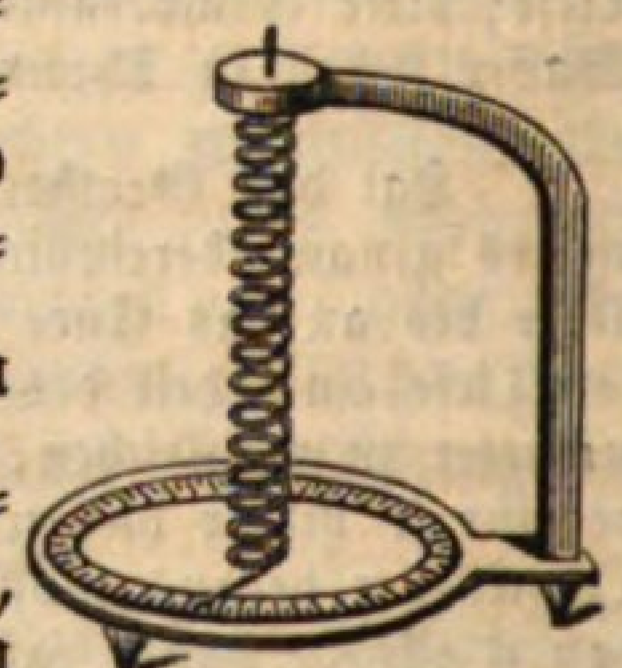


Holzmann's Termometer (Fig. 3) hat die Form einer Taschenuhr und besteht aus einem bogenförmigen Doppelstreifen von Platin und Messing oder von Eisen und Messing, so gestellt, daß das Messing den untern Theil bildet; das eine Ende m ist am Gehäuse befestigt, das andere steht vermittelst eines aufwärts gebogenen Bügels p c mit dem kurzen Arme eines Winkelhebels in Verbindung, dessen längerer Arm einen gezahnten Rechen trägt; dieser Rechen greift mit seinen Zähnen in ein kleines Getriebe ein, an dessen Axe ein beweglicher Zeiger angebracht ist. An dieser Axe wirkt auch eine feine Spiralfeder und erhält den Winkelhebel

stets in Berührung mit dem am thermometrischen Streifen befestigten Bügel p c. Durch die Ausdehnung des Streifens in der Wärme wird zunächst der Rechen und mit ihm auch der Zeiger bewegt, der dann auf einer kreisförmigen Scala die Temperatur anzeigt. Die Scala wird gebildet, indem man die Lage des Zeigers bei zwei verschiedenen genau bekannten Temperaturen ermittelt, den Kreisbogen zwischen diesen zwei Lagen in eben so viele gleiche Theile theilt, als die Temperaturdifferenz Grade zählt, dann die Theilung am Kreise weiter führt.

Häufig wird an jeder Seite des Thermometerzeigers noch ein Zeiger angebracht, der bloß durch Reibung an der Axe festgehalten wird. Diese Zeiger werden von dem Hauptzeiger und zwar der eine beim Vorwärtsschreiten, der andere beim Rückwärtsgehen weiter geschoben, und indem sie an den Stellen liegen bleiben, wohin sie während des Steigens und Sinkens der Temperatur gebracht worden sind, zeigen sie den höchsten und den niedrigsten Temperaturgrad an, der während eines gewissen Zeitraums eingetreten war.

Fig. 4.



Brequet's Thermometer (Fig. 4.) das äußerst empfindlich ist, besteht aus drei gleich langen übereinandergelegten und durch starken Druck mit einander verbundenen Streifen von Platin, Gold und Silber, die man so lange auswalzt, bis sie zusammen nur die Dicke von $\frac{1}{60}$ Millimeter erhalten. Da das Silber sich in der Wärme doppelt so stark ausdehnt als Platin, so würden sich die zwei Streifen, wenn sie allein verbunden wären, in der höhern Temperatur leicht trennen; um dieß zu verhindern, legt man zwischen sie einen Goldstreifen, dessen Ausdehnung nur 1½mal so groß ist, als die des Platins. Dieser so zusammengesetzte feine Metallstreifen wird dann schraubenförmig gewunden, mit einem Ende an einem Gestelle von Messing befestigt, und am unteren Ende mit einem leichten Zeiger versehen, der sich über einer kreisförmigen, an einer Scheibe verzeichneten Scala bewegt, und zwar in der Richtung der Windungen bei Erhöhung und in entgegengesetzter Richtung bei Erniedrigung der Temperatur. Die Scala wird auf dieselbe Art gebildet wie bei dem früheren Metallthermometer. — Die Scheibe, auf der man die Scala verzeichnet hat, ist in der Mitte durchbrochen und ruht auf drei Füßen, damit die Luft, falls man ihre Temperatur bestimmen will, zwischen den Windungen leicht circuliren könne. Man pflegt dieses Thermometer mit einer Glasglocke zu bedecken, um es gegen äußere Luftströmungen zu schützen.

Die Metallthermometer sind zur Messung der Temperaturen, welche 80° R. übersteigen, nicht zu brauchen, weil dann die Ausdehnung der Metalle viel rascher vor sich geht, als die Temperatur zunimmt.

§. 12. Pyrometer. In den Gewerben und Künsten ist es öfters nothwendig, die Hitze in verschlossenen Feuerräumen zu bestimmen, um zu beurtheilen, ob sie eine beabsichtigte Wirkung zu erzeugen vermag

oder nicht. Man war vielfältig bemüht, Instrumente zur Bestimmung hoher Hitzgrade, sogenannte Pyrometer zu construiren; eines davon, das noch häufig im Gebrauche ist, erfand Wedgwood. Es beruht auf der Eigenschaft des Thons (d. i. eines Gemenges von Thonerde und Kieselerde) sich desto mehr zusammen zu ziehen (zu schwinden), je höher die Hitze steigt, und dann in diesem geschwundenen Zustande auch nach erfolgter Abkühlung zu verbleiben. Wedgwood bediente sich des feinen Porcellanthons von Cornwallis. Man verfertigt davon kleine gleich lange Cylinder von bestimmtem Durchmesser, trocknet sie zuerst bei 80° R., dann in der Rothglühhitze, und setzt sie beim Gebrauche derjenigen Hitze aus, die man kennen will; nachdem sie diese Hitze angenommen haben, werden sie zwischen zwei convergirende, an einer Messingplatte befestigte, zwei Schuh lange Leisten, die an einem Ende um 0·5, am anderen um 0·3 Zoll von einander abstehen, geschoben. Je weiter sie gebracht werden können, desto höher ist die Temperatur, der sie ausgesetzt waren; eine der beiden Leisten ist in 240 gleiche Theile getheilt, die man Grade nennt; die Zahl an dem Theilstriche, bis zu dem der Thoncylinder geschoben werden kann, zeigt die Größe der Temperatur an. Wedgwood schätzte nach der Ausdehnung einer Silberstange, die er auch bei hohen Hitzgraden der Temperatur proportionirt annahm, jeden Grad seiner Scala gleich 132° F. und fand, daß der Nullpunkt dem 1077° F. entspreche, was jedoch durch spätere Untersuchungen als unrichtig befunden wurde.

Sollen die Angaben verschiedener Wedgwood'scher Pyrometer übereinstimmen, so müssen bei allen Thonstücke von demselben Thon angewendet werden, was den Gebrauch dieser Instrumente sehr erschwert, dieß um so mehr, weil man ein Thonstück, das schon einmal gebraucht wurde, nur zur Bestimmung solcher Hitzgrade verwenden kann, die höher sind, als derjenige, dem sie bereits ausgesetzt waren. Auch läßt sich das Verhältniß der Temperaturen in zwei verschiedenen Fällen nicht genau angeben, weil man nicht sicher weiß, daß die Zusammenziehung des Thons der Temperatur proportionirt ist.

Daniell construirte ein Pyrometer, begründet auf der Erfahrung, daß sich das Reißblei (eine Mischung von reinem Graphit und Thon), in der Wärme weniger ausdehnt als das Platin; allein es entsprach den Erwartungen nicht, die man sich Anfangs davon machte.

Ein Luftpyrometer, zuerst von Petersen angegeben, und später von Pouillet verbessert, gestattet genauere Messungen hoher Hitzgrade; es wird später bei den Gesetzen, welche die Ausdehnung der Gase in der Wärme befolgt, umständlich angegeben werden.

Empfehlenswerth ist auch das Verfahren, welches Makaire Prinsep in Vorschlag brachte und welches darin besteht, daß die Schmelzpunkte vom reinen Silber, Gold und Platin als fixe Punkte der pyrometrischen Scala, und die Schmelzpunkte der Legirungen aus diesen Metallen als Zwischengrade derselben gebraucht werden sollen; vom Schmelzpunkte des reinen Silbers bis zu jenem des reinen Goldes soll man 10 Zwischengrade annehmen, und diese durch die Schmelzpunkte der Legirungen bestimmen, in denen man die Quantität Goldes

um 10 Procent zunehmen und die des Silbers um eben so viel abnehmen läßt. Vom Schmelzpunkte des reinen Goldes bis zu dem des reinen Platins sollten 100 Grade angenommen werden, denen die Schmelzpunkte der Legirungen entsprechen, die man erhält, wenn man jeder höheren Legirung ein Procent Platin zusetzt, so daß der 100ste Grad dem reinen Platin entspricht. Die Metallstückchen brauchen nicht größer zu sein als ein Stecknadelkopf, und können wiederholt verwendet werden. Die Temperatur eines Feuerraumes wird durch die strengflüssigste der Legirungen bezeichnet, welche darin zu schmelzen vermag, was für die praktische Anwendbarkeit hinreichend ist. Man kann aber auch die Temperaturen, die den Schmelzpunkten der einzelnen Legirungen entsprechen, mittelst eines Luftpyrometers bestimmen.

Pouillet gab ein thermomelectrisches Pyrometer an, welches aus $2\frac{1}{2}$ Millimeter dicken Platindrähten besteht, von denen der eine mit einem andern Metalle legirt ist; man preßt diese Drähte an einem Ende in einen Knoten zusammen, und bringt die zwei andern Enden mit einem Multiplicator in Verbindung. Beim Gebrauche bringt man den Knoten in den Feuerraum; es entsteht ein electrischer Strom, dessen Intensität mit der Temperatur des erhitzten Knotens wächst und an der Ablenkung der Multiplicatornadel erkannt wird. Wird der Knoten einer niedrigen Temperatur ausgesetzt, so erhält der electrische Strom eine entgegengesetzte Richtung, und so wird es möglich, auch sehr niedrige Temperatur-Grade durch die Ablenkung der Magnetnadel zu bestimmen.

§. 13. Schwere. Schon Cavendish hat durch Versuche bewiesen, daß die Massen der Körper von der Ferne anziehend auf einander einwirken, aber erst Newton hat, wie wir es später umständlich erfahren werden, durch Rechnung gefunden, daß, wenn die Stärke der Anziehung, die eine Masseneinheit auf eine andere in der Entfernung $= 1$ abstehende äußert, mit ϱ bezeichnet wird, die gegenseitige Anziehung, mit welcher die aus M und m Einheiten bestehenden, und um D Längeneinheiten von einander entfernten Massen auf einander wirken, durch die Größe

$$\frac{Mm}{D^2}\varrho$$

ausgedrückt wird; sie nimmt also zu wie das Produkt der Massen, und nimmt ab, so wie das Quadrat ihrer Entfernung von einander wächst. Dieses Gesetz heißt das Gravitationsgesetz. Eine Folge desselben ist, daß auch die Erdkugel auf jedes außer ihr befindliche Massentheilchen anziehend wirkt; kraft dieser Anziehung erhält jedes Theilchen das Bestreben, gegen den Erdmittelpunkt sich zu bewegen, welches Bestreben Schwere genannt wird. Die Richtung, in welcher ein Massentheilchen vermöge seiner Schwere sich entweder wirklich bewegt, oder falls es unterstützt oder aufgehängt ist, zu bewegen strebt, heißt lothrecht oder vertical; man bestimmt sie durch das sogenannte Senkblei, d. i. durch ein an einem Faden frei hängendes Bleikügelchen. Eine gerade Linie oder Ebene, die mit der verticalen Richtung einen rechten Winkel bildet, heißt horizontal oder wagrecht.

Die Stärke der Anziehung, mit welcher die Erdkugel auf die einzelnen Massentheilchen der Körper einwirkt, mithin die Schwere dieser Theilchen, ist unabhängig von ihrer materiellen Beschaffenheit, und richtet

sich nur nach der Größe ihrer Entfernungen vom Erdmittelpunkte. Da die Unterschiede in diesen Entfernungen bei den einzelnen Massentheilchen eines an der Erdoberfläche befindlichen Körpers von mäßiger Ausdehnung in Bezug auf die große Entfernung vom Erdmittelpunkte vernachlässigt werden können, so folgt, daß alle Massentheilchen gleich schwer sind, und daß daher auch alle Körper, sie mögen dicht oder locker, groß oder klein sein, in einem luftleeren Raume gleich schnell fallen, und falls sie gleichzeitig in der nämlichen Höhe die Bewegung begonnen haben, auch gleichzeitig am Boden ankommen müssen. Beim Fall der Körper in der atmosphärischen Luft veranlaßt der Widerstand, den diese leistet, eine Ungleichheit in der Fallzeit bei Körpern von verschiedener Dichte und Größe.

1. Der Druck, den ein Körper vermöge seiner Schwere auf eine horizontale Unterlage äußert, heißt sein absolutes Gewicht; da alle Massentheilchen den nämlichen Druck ausüben, so muß das absolute Gewicht P eines Körpers im Verhältnisse seiner Masse zunehmen. Die Schwere eines und desselben Körpers ist aber an verschiedenen Orten der Erdoberfläche verschieden groß, nicht nur wegen der Ungleichheit der Abstände dieser Orte vom Erdmittelpunkte, sondern auch wegen des Einflusses der Fliehkraft, die bei der Umdrehung der Erde um ihre Axe sich entwickelt, und ihrer Stärke nach von der geographischen Breite abhängt; demnach wächst der Druck, den jede Masseneinheit auf eine horizontale Unterlage äußert, mithin auch das Gesammtgewicht eines Körpers in demselben Verhältnisse, in welchem die Schwere größer wird. Nimmt man, wie es üblich ist, die Schwere, welche eine Masseneinheit in der geographischen Breite von 45° an der Meeresfläche besitzt, als Einheit an, so ist daselbst auch ihr Gewicht $= 1$, und an einem andern Orte, wo die Schwere g mal stärker wirkt, $= g$ zu setzen; und da hier jede Masseneinheit das nämliche Gewicht g hat, so ist das absolute Gewicht P einer Masse M offenbar M mal größer, als das einer Einheit, folglich

$$P = Mg \ (1) \text{ und } M = \frac{P}{g} \ (2),$$

woraus ersichtlich wird, daß die Zahl, welche die Größe der Masse M ausdrückt, an allen Orten gleich groß ist, denn wächst die Schwere g an einem Orte, so wächst in gleichem Verhältnisse auch das Gewicht P, also bleibt der Quotient $\frac{P}{g}$ unverändert. — Ist p das absolute Gewicht eines Körpers von der Masse m und die Schwere die nämliche, so ist

$$p = mg \text{ und } P : p = M : m,$$

d. h. so vielmal das absolute Gewicht eines Körpers größer ist, als das eines andern, eben so vielmal ist auch seine Masse größer.

2. Als Masseneinheit und zugleich als Einheit der Dichten nimmt man die Masse von einer Volumseinheit Wasser bei der Temperatur von 4° C. an, und drückt die Dichte eines andern Körpers durch die Zahl aus, welche angibt, wie oft in der Masse einer Volumseinheit desselben die angenommene Masseneinheit enthalten ist. Heißt D diese Dichte und V die Anzahl der Volumseinheiten, kurz das Volumen des

Körpers, M die Masse desselben, so ist unter der Voraussetzung, daß jede Volumseinheit gleich viel Masse enthält, mithin dieselbe Dichtigkeit hat,

$$M = VD \quad (3),$$

folglich

$$P = VDg \quad (4).$$

3. Das Gewicht von einer Volumseinheit irgend eines Körpers heißt sein specifisches Gewicht; bezeichnet man letzteres mit S, so hat man aus (4)

$$S = Dg \text{ und } P = VS,$$

und für einen andern an dem nämlichen Orte befindlichen Körper, dessen absolutes Gewicht $= p$, das specifische $= s$ und die Dichte $= d$ ist,

$$s = dg \text{ und } p = vs,$$

mithin ist

$$S : s = D : d,$$

d. h. die specifischen Gewichte zweier Körper verhalten sich zu einander gerade so wie ihre Dichten.

Nimmt man $V = v$, so ist $P : p = D : d = S : s$, d. h. die absoluten Gewichte zweier Körper von gleichem Volumen verhalten sich zu einander wie ihre Dichten oder wie ihre specifischen Gewichte. Hieraus folgt

$$D = \frac{P}{p} d \text{ und } S = \frac{D}{d} s.$$

4. Ist s das specifische Gewicht des Wassers bei 4° C., so ist $d = 1$ und

$$S = Ds \,(5), \text{ dann } D = \frac{P}{p} \,(6),$$

d. h. man erhält das Gewicht, welches eine Volumseinheit eines Körpers hat, wenn man die Dichte desselben mit dem specifischen Gewichte des Wassers multiplicirt.

Es ist üblich, das specifische Gewicht des Wassers bei 4° C., also s in der Gleichung (5) auch als Einheit anzunehmen; dann ist

$$S = D$$

d. h. die Zahl, die das specifische Gewicht eines Körpers ausdrückt, ist gleich der Zahl, welche die Dichte angibt. In diesem Falle gibt das specifische Gewicht eines Körpers nur an, wie vielmal die Masse von einer Volumseinheit desselben größer oder kleiner ist, als die von einer Volumseinheit Wasser.

Aus der Gleichung (6) ist zu ersehen, daß man die Dichte eines Körpers findet, wenn man sein absolutes Gewicht durch das Gewicht des Wassers vom gleichen Volumen dividirt.

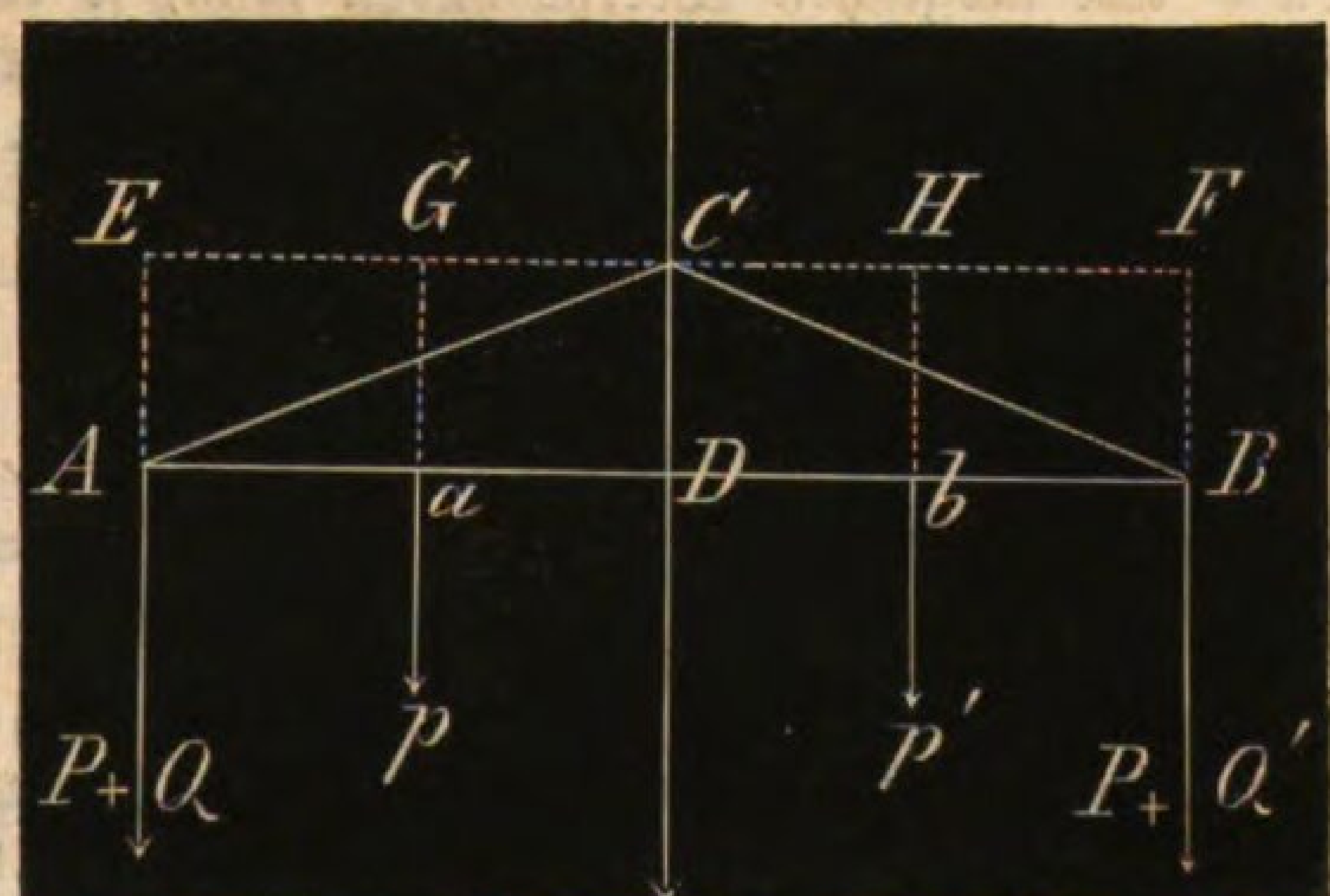
5. Um das absolute Gewicht durch eine Zahl auszudrücken, muß ein gewisses Gewicht als Einheit angenommen werden; in Oesterreich ist diese Gewichtseinheit ein Wiener Pfund, das bekanntlich in 32 Loth und ein Loth in 240 Grane getheilt wird; 100 Pfunde bilden einen Centner.

Die Grundeinheit des neufranzösischen Gewichtssystems, welches auch in wissenschaftlichen Werken häufig gebraucht wird, ist das Gewicht eines Kubikcentimeters destillirten Wassers bei der Temperatur von + 4° C., und wird Gramm (gramme) genannt. Der zehnte Theil eines Grammes heißt Decigramm, der hundertste Centigramm, und der tausendste Milligramm. Zehn Gramme bilden ein Decagramm, 100 Gramme ein Hektogramm und 1000 Gramme ein Kilogramm. Das Gewicht eines Liters Wasser ist also gleich einem Kilogramm = 1·786 Wiener Pf.

1 Gramm ist	= 0·001785 Wiener Pf.	= 13·714 Wiener Grane.	
1 Milligram ist nahe	= $^1/_{73}$ Wiener Gran.		
1 Wiener Pfund	= 0·5600164 Kilogr.		
1 preußisches „	= 0·4677110	„	
1 badisches „	= 0·5000000	„	
1 englisches „	= 0·4536005	„	
1 schwedisches „	= 0·4251225	„	
1 russisches „	= 0·4095327	„	

§. 14. Die gemeine Wage; Bedingungen ihrer Richtigkeit. Zur genauen Bestimmung des Gewichts eines Körpers dient eine sorgfältig construirte Krämer- oder gemeine Wage. Diese besteht aus einem doppelarmigen Hebel, Wagbalken genannt, an dem das Gewicht eines Körpers durch ein gleiches Gegengewicht bestimmt wird, weßhalb diese Wage auch Gleichwage heißt. Zur Aufnahme des Körpers und des Gegengewichts dienen die Wagschalen, die an den Enden des Wagbalkens mittelst Schnüre oder Drähte aufgehängt sind; die gerade Linie, welche die Aufhängepunkte der Schalen verbindet, nennt man die Längenaxe, ihren Halbirungspunkt den Mittelpunkt und die Hälften dieser Linie die Arme des Wagbalkens. Die Drehungsaxe steht senkrecht auf der durch die Längenaxe gehenden Verticalebene, und schneidet diese Ebene in einem Punkte, den man den Drehungspunkt nennt. Die Drehungsaxe besteht aus einer scharfen nach abwärts gekehrten Schneide von Stahl, die auf einer harten Unterlage ruht; sie wird entweder von einer verticalen Säule getragen oder sie ruht in einer gabelförmigen Vorrichtung, Scheere genannt, die so aufgehängt ist, daß sie durch eigene Schwere sich stets in einer verticalen Lage erhält. Die horizontale Lage der Längenaxe erkennt man an der Stellung eines Zeigers, gewöhnlich Zunge genannt, der senkrecht auf der Längenaxe am Wagbalken befestigt ist, und zwar über der Drehungsaxe oder unter ihr, je nachdem der Wagbalken von einer Scheere oder von einer verticalen Säule getragen wird. Steht die Spitze der Zunge unter der Spitze eines oben an der Scheere angebrachten Absehens, das in der durch den Drehungspunkt gehenden Verticalen sich befindet, so ist die Lage der Zunge vertical und die der Längenaxe horizontal.

Fig. 5.



Die Wage ist richtig, wenn die Längenaxe bei vollkommen gleicher Belastung der Wagschalen bei jeder Temperatur in der horizontalen Lage im Gleichgewichte steht. Um die Bedingungen der Richtigkeit zu ermitteln, bezeichnen wir mit A und B (Fig. 5.) die Aufhängepunkte, mit Q und Q′ die Gewichte der Schalen, in denen gleiche Gewichte, jedes = P, liegen; a und b seien die Schwerpunkte, p und p′ die Gewichte der einzelnen Arme

des Wagbalkens; C sei der Drehungspunkt und D der Punkt, in welchem die Längenaxe AB durch die verticale Ebene halbirt wird, welche durch den Punkt C geht und auf der horizontalen Längenaxe senkrecht steht; AD und BD sind dann die beiden Arme des Wagbalkens. Wir haben demnach an dem Hebel AB im Gleichgewichtszustande vier Kräfte, die auf die horizontale Längenaxe senkrecht wirken, und zwar in A die Kraft $P + Q$, in B die Kraft $P + Q'$ in a und b die Kräfte p und p'; da an einem Hebel im Gleichgewichtszustande die Summe der Momente der an einem Arme wirkenden Kräfte gleich ist der Summe der Momente der am anderen Arme thätigen Kräfte, so hat man die Gleichung

$$(P + Q)\, CE + p\, CG = (P + Q')\, CF + p' . CH,$$

wo CE, CG, CF, CH die vom Drehungspunkte auf die verticalen Richtungen der Kräfte gefällten Senkrechten sind. Da es die Richtigkeit der Wage erfordert, daß dieses Gleichgewicht bei horizontaler Stellung der Längenaxe Statt finde, so ist

$$CE = AD,\ CF = BD,\ CG = Da,\ CH = Db,$$

$$\text{mithin } P.AD + Q.AD + p.Da = P.BD + Q'.BD + p'.Db$$

$$\text{oder } P(AD - BD) = Q'.BD - Q.AD - p.Da + p'.Db.$$

Diese Gleichung muß stattfinden, mögen die Schalen mit was immer für einem Gewichte oder auch mit keinem belastet sein, mithin auch dann, wenn $P = 0$ ist; für den letzteren Fall hat man

$$0 = Q'.BD - Q.AD - p.Da + p'.Db;$$

da dieser Ausdruck nur Größen von unveränderlichem Werthe enthält, so ist sein Werth bei jedem Werthe von P immer derselbe, also jedesmal gleich Null; daher ist jederzeit

$$Q'.BD - Q.AD - p.Da + p'.Db = 0 \quad (1)$$

$$\text{folglich auch } P\,(AD - BD) = 0 \quad (2).$$

Da P alle möglichen Werthe haben kann, so kann die Gleichung (2) nur dann bestehen, wenn der Factor $AD - BD$ stets gleich Null,

mithin $AD = BD$ ist;

d. h. wenn die Arme des Wagbalkens vollkommen einander gleich sind.

Der Gleichung (1) wird Genüge geleistet, wenn

$$Q = Q',\ p = p',\ \text{und } Da = Db$$

ist, d. h. wenn die Gewichte der Wagschalen einander gleich sind, ferner wenn zugleich die beiden gleichlangen Arme gleiche Gewichte haben und ihre Schwerpunkte gleich weit von dem Mittelpunkte der Längenaxe entfernt liegen. Letzteres ist nur dann möglich, wenn die beiden Arme aus einem gleichmäßig dichten Materiale bestehen und vollkommen symmetrisch gebaut sind.

Bei dieser Beschaffenheit des Wagbalkens werden auch die bei einer Temperaturänderung vor sich gehenden Aenderungen im Volumen des Wagbalkens, somit auch in der Lage der Schwerpunkte seiner Arme vollkommen einander gleich bleiben; daher wird die Wage für alle Temperaturänderungen richtig sein.

Der Gleichung (1) kann man auch Genüge leisten, wenn man an den leichteren Arm eine Wagschale vom größeren Gewichte hängt; allein dann würde die Wage nur bei derjenigen Temperatur, bei welcher sie construirt wurde, richtig bleiben; bei einer andern Temperatur müßte, da wegen der Ungleichheit der Gewichte der Arme bei gleicher Länge derselben die Materie ungleichförmig vertheilt wäre, eine ungleiche Aenderung in der Lage der Schwerpunkte, somit auch der Momente p.Da und p′.Db eintreten, während die Größen Q und Q′ sich gleich blieben, weshalb dann die Gleichung (1) nicht mehr bestehen könnte.

Hieraus folgt, daß man aus der horizontalen Lage des unbelasteten Wagbalkens noch nicht auf die Richtigkeit der Wage schließen darf, indem es möglich ist, daß die Arme ungleiches Gewicht haben, aber diese Ungleichheit durch die Wagschalen ausgeglichen ist.

Bleibt die Längenaxe des Wagbalkens nach Hinwegnahme der Wagschalen vollkommen horizontal, so sind die Momente p.Da und p′.Db einander gleich; ändert sich diese horizontale Lage des Wagbalkens auch nach Verwechslung der Wagschalen nicht, so müssen nach (1) die Arme gleiche Längen und die Wagschalen gleiche Gewichte haben. Die Gleichheit der Abstände der Schwerpunkte a und b vom Punkte D ist sicher dann vorhanden, wenn man findet, daß die horizontale Lage des mit gleichen Gewichten an beiden Armen belasteten Wagbalkens bei bedeutend verschiedenen Temperaturen sich nicht ändert. Aus den für die Richtigkeit der Wage aufgestellten Bedingungen

$$AD = BD,\ Da = Db,\ Q = Q',\ p = p'$$

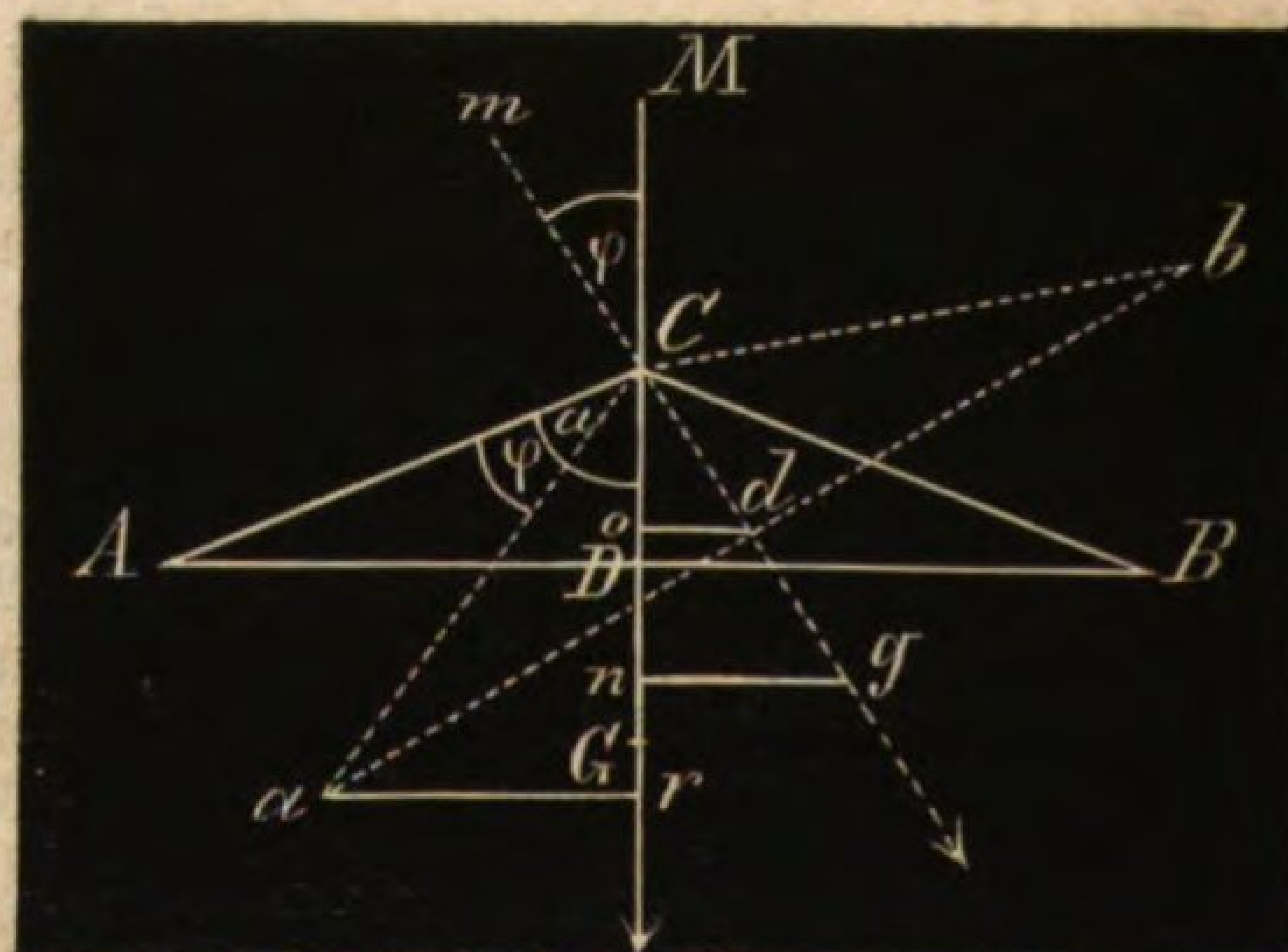
folgt, daß die Resultirende der Kräfte, die an der unbelasteten Wage wirken, eine verticale Richtung hat und ihr Angriffspunkt in der durch C und D geführten verticalen Linie liegt; dieser Angriffspunkt ist aber der Schwerpunkt des Wagbalkens sammt den daran hängenden Wagschalen; daher erfordert die Richtigkeit der Wage, daß ihr Schwerpunkt im unbelasteten Zustande in der durch die Mitte der Längenaxe gehenden verticalen Linie liege. Durch ein Uebergewicht in der einen Wagschale wird die horizontale Stellung der Längenaxe geändert; die Wage muß aber so eingerichtet sein, daß nach aufgehobenem Uebergewichte der Wagbalken sogleich in die horizontale Lage zurückkehrt; mithin muß das Gleichgewicht an der Wage bei gleicher Belastung der Arme ein s t a b i l e s sein, was nur dann stattfindet, wenn der Schwerpunkt unter der Drehungsaxe liegt.

Sind die Wagschalen nur in einzelnen Punkten aufgehängt, so müssen diese Punkte mit dem Schwerpunkte der Wage in derselben auf der Drehungsaxe senkrecht stehenden Verticalebene sich befinden.

Hängen aber die Wagschalen an aufwärts gekehrten Schneiden, so geht der Zug, mit welchem das in der Schale liegende Gewicht auf die Aufhängeschneide wirkt, nicht immer durch denselben Punkt dieser Schneide, weil dann die Lage dieses Punktes von der Lage des Gewichtes abhängt; um nun das Moment dieses Gewichtes von dieser Lage unabhängig zu machen, ist es nöthig, daß die Aufhängeschneiden genau parallel seien zu der Schneide, welche die Drehungsaxe bildet, weil dann die Senkrechte, die von der Axe auf die Richtung der Kraft gefällt wird, immer denselben Werth behält, mag der Zug durch diesen oder jenen Punkt der Aufhängeschneide gehen.

§. 15. Bedingungen der Empfindlichkeit der gemeinen Wage. Eine Wage muß ferner so eingerichtet sein, daß man das geringste Uebergewicht in der einen Wagschale an der Aenderung der horizontalen Stellung des Wagbalkens erkennen kann. Der Winkel, den dabei die geneigte Lage des Wagbalkens mit seiner horizontalen Lage bildet, nennt man den Ausschlagwinkel oder schlechtweg den Ausschlag; je größer der Ausschlag bei einem bestimmten Uebergewichte, oder je kleiner das Uebergewicht bei einem Ausschlage von bestimmter Größe, desto empfindlicher erscheint die Wage. Um die Bedingungen zu ermitteln, von denen der Grad der Empfindlichkeit einer gemeinen Wage abhängt, wollen wir mit p das Uebergewicht, mit P die Belastung einer Schale, mit Q das Gewicht des Wagbalkens und der Schalen, mit φ den Ausschlagwinkel MCm = ACa = BCb (Fig. 6.) bezeichnen; G sei der in der Verticalen MCD liegende Schwerpunkt des Wagbalkens und der Schalen, daher der Angriffspunkt der Kraft Q. Anstatt der in den Schalen wirkenden gleichen Gewichte wollen wir deren Resultirende 2P setzen, die den Mittelpunkt D der Längenaxe AB zum Angriffspunkte hat. Wir haben demnach an dem zweiarmigen Hebel ACB in G die Kraft Q, in D die Kraft 2P und in A das Uebergewicht p, welches den Hebel bei A nach abwärts so lange neigt und dabei die Gerade CDG so lange hebt, bis die Summe der Momente der Kräfte 2P und Q dem Momente der Kraft p das Gleichgewicht hält; nehmen wir an, dies finde statt, wenn die Längenaxe AB in der Lage ab, und die Verticale MCDG in der Lage mCdg sich befindet, so hat man für diesen Zustand des Gleichgewichtes die Gleichung

Fig. 6.



$$p.ar = 2P.do + Q.gn \quad (3)$$

wo ar, do, gn gleich sind den vom Drehungspunkte auf die Richtungen der Kräfte p, 2P, Q gefällten Senkrechten.

Setzen wir den Winkel $ACD = a$, so ist der Winkel $aCr = a - \varphi$, mithin,

da $AC = aC$, $CD = Cd$, $CG = Cg$, so ist

$$ar = AC \sin.(a - \varphi) = AC \sin. a \cos. \varphi - AC. \cos. a \sin. \varphi,$$

$do = CD \sin. \varphi$ und $gn = CG \sin. \varphi$, oder

da $AC \sin. a = AD$ und $AC \cos. a = CD$ ist,

$$ar = AD \cos. \varphi - CD \sin. \varphi.$$

Setzt man diese Werthe von ar, do, gn in die Gleichung (3), so hat man

$$p.AD \cos. \varphi - p.CD \sin. \varphi = 2P.CD \sin. \varphi + Q.CG \sin. \varphi,$$

mithin $p.AD = (2P.CD + Q.CG + p.CD) \dfrac{\sin. \varphi}{\cos. \varphi}$

und $\text{tang.}\, \varphi = \dfrac{p.AD}{(2P + p)\, CD + QCG}$,

woraus ersichtlich wird, daß bei einer bestimmten Größe des Uebergewichtes p der Ausschlag, mithin auch der Grad der Empfindlichkeit desto größer wird, je größer die Arme des Wagbalkens, je kleiner die Belastung und das Gewicht des Wagbalkens sammt der Schalen, ferner je kleiner die Abstände der Punkte G und D von der Axe sind.

Ist $CD = 0$, so ist die Empfindlichkeit am größten, und man hat dann

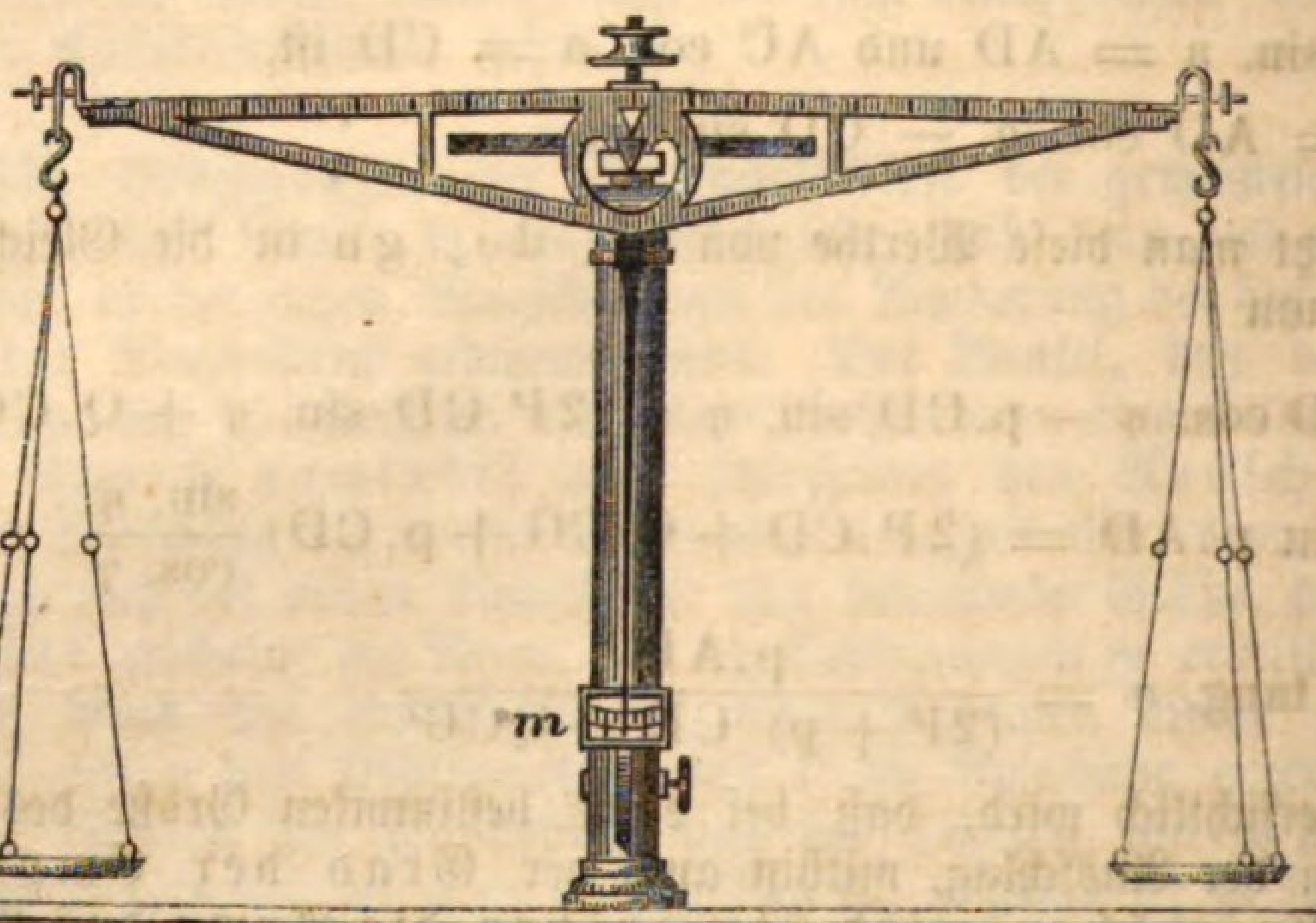
$$\text{tang.}\, \varphi = \frac{p.AD}{Q.CG};$$

in diesem Falle ist die Empfindlichkeit von der Größe der Belastung unabhängig, also bei jeder Belastung gleich groß, und wir würden bei kleineren Gewichten denselben Fehler beim Abwägen begehen, wie bei großen, was nicht gleichgiltig sein kann.

Uebrigens versteht es sich von selbst, daß zur größeren Empfindlichkeit der Wage es erforderlich ist, die Reibung an der Drehschneide möglichst zu vermindern, weil das Uebergewicht p, um einen merklichen Ausschlag zu bewirken, auch diese Reibung überwinden muß. Zu diesem Behufe wird die Schneide aus gehärtetem Stahle verfertigt, und auf eine harte Unterlage aus Achat oder andern harten Steinen gestellt. Die Empfindlichkeit einer Wage wird durch einen Bruch ausgedrückt, dessen Nenner die größte Belastung ist, welche die Wage ohne Nachtheil zu tragen vermag, und dessen Zähler das kleinste Gewicht bezeichnet, bei dem das Gewicht unter der größten Belastung einen merklichen Ausschlag gibt. Bei einer guten Wage soll sie wenigstens $^1/_{60000}$ betragen. Es gibt Wagen, deren Empfindlichkeit 0·0000005 beträgt.

Die Richtigkeit der Wage erfordert eine vollkommene Gleichheit der Arme des Wagbalkens, deßhalb muß der Wagbalken aus einem festen Materiale bestehen und so stark sein, daß ihn selbst die größte Belastung, die für die Wage bestimmt ist, zu biegen nicht vermag; jedoch darf der Wagbalken nicht zu massiv sein, weil die Empfindlichkeit der Wage ein geringes Gewicht des Wagbalkens erheischt. Man macht ihn daher aus dickem, stark gehämmerten Messingblech, und gibt ihm die Gestalt eines sehr in die Länge gestreckten rhomboidischen Rahmens, wie aus der Fig. 7 zu ersehen ist.

Fig. 7.



Eiserne oder stählerne Wagbalken werden magnetisch, und erhalten damit das Bestreben, eine geneigte Lage anzunehmen, wie jeder um seinen Schwerpunkt bewegliche Magnet. Die Zunge ist bei sehr genauen Wagen gewöhnlich nach abwärts gekehrt, und zeigt an einem Gradbogen m, der am unteren Ende einer die Wage tragenden Säule befestigt ist, die Größe des Ausschlags an; sie hat bei horizontaler Lage des Wagbalkens eine genau verticale Stellung, in welcher ihre Spitze auf den Nullpunkt des Gradbogens zeigt. Man muß daher vor jedem Abwägen die Zunge in die gehörige Stellung bringen; zu diesem Behufe ist die Platte B, auf welcher die Säule genau senkrecht steht, mit Schraubenfüßen versehen, die es möglich machen, diese Platte mit Hilfe einer Wasserwage in eine horizontale Lage zu bringen, wo dann die Säule vertical steht und die Zunge auf den Nullpunkt zeigt.

Es ist vortheilhafter, die Wagschalen mittelst hohler stählerner Haken von großer Breite an Schneiden, die parallel zur Drehschneide liegen, aufzuhängen, weil diese Schneiden in Folge des Umstandes, daß dabei der Druck der Belastung auf mehrere Punkte vertheilt erscheint, weit weniger abgenutzt werden, als wenn der Zug der Kraft nur durch einen Punkt geht. — Es ist auch vortheilhafter, die Wagschalen an Drähten statt an Schnüren aufzuhängen, weil letztere leicht mit Staub bedeckt werden, auch Feuchtigkeit aus der Luft an sich ziehen, und dadurch eine Aenderung in ihrem Gewichte erleiden.

Um eine baldige Abstumpfung der Drehschneide zu vermeiden, besteht an guten Wagen eine Einrichtung, bei der es möglich wird, in dem Falle, wo die Wage nicht gebraucht wird, oder wo man die Gewichte und den abzuwägenden Körper auf die Schalen legt oder sie von den Schalen wegnimmt, den Wagbalken zu unterstützen und die Drehschneide außer Berührung mit der Unterlage zu bringen.

Bei Wagen, die zu sehr genauen Abwägungen dienen sollen, sind Vorrichtungen angebracht, durch die es möglich wird:

a) Die Aufhängpunkte der beiden Schalen genau in eine und dieselbe auf der horizontalen Drehschneide senkrecht stehende Ebene einzustellen, und

b) sie in dieser Ebene der Drehschneide zu nähern oder von ihr zu entfernen, um die Längen der Arme des Wagbalkens vollkommen gleich zu bekommen. Beide

Vorrichtungen sind an dem stählernen Bügel angebracht, der am Ende eines jeden der beiden messingenen Arme mittelst Schrauben befestigt ist.

c) Ein Scheibchen an dem Bügel, das sich hin und her bewegen läßt, dient zur Correction jener kleinen Fehler, die daher kommen, daß die Gewichte der beiden Arme des Wagbalkens oder die Abstände ihrer Schwerpunkte von der Drehungsaxe nicht vollkommen einander gleich sind.

d) Bei Aufhängeschneiden kommen Vorrichtungen vor, durch die es möglich wird, diese Schneiden genau parallel zu der Drehschneide und auch in gleiche Abstände von ihr zu bringen.

e) In der Mitte des Wagbalkens ist eine feine Schraube angesetzt, auf welcher sich das scheibenförmige Gewicht u auf- und niederschrauben läßt; wird es niedergeschraubt, so rückt auch der Schwerpunkt des Wagbalkens mehr nach abwärts und kommt in eine größere Entfernung von der Drehungsaxe, wodurch die Empfindlichkeit der Wage vermindert wird; bewegt man es aufwärts, so wird die Empfindlichkeit der Wage vergrößert. Diese Vorrichtung ist nothwendig, weil in dem Falle, wo man viele Abwägungen nacheinander vorzunehmen hat, und dabei die äußerste Genauigkeit nicht unerläßlich ist, eine zu große Empfindlichkeit der Wage ein Uebelstand wird.

Um die ganz kleinen Gewichtchen, wie z. B. Milligramme entbehrlich zu machen, gab Berzelius den Wagen folgende Einrichtung: Jede Hälfte des Wagbalkens wird durch verticale Striche in 10 gleiche Theile getheilt, und den zur Wage gehörigen Gewichten Häkchen von feinem Platin- oder Silberdraht beigegeben, deren jedes genau das Gewicht von einem Centigramme besitzt. Hängt man ein solches Häkchen am ersten, zweiten, dritten u. s. f. Theilstrich (von der Drehungsaxe an gerechnet) auf, so wirkt es auf den Hebelarm gerade so, als wenn in die Wagschale ein Gewicht von 1, 2, 3 . . . Milligrammen gelegt worden wäre.

Man kann das richtige Gewicht P eines Körpers bei ungleichen Armen des Wagbalkens auch auf diese Art finden: Sind a und b die Arme des Wagbalkens und Q das Gewicht in einer Schale, welches bei horizontaler Lage des Wagbalkens dem Gewichte P das Gleichgewicht hält, so ist

$$Pa = Qb.$$

Legt man P an die Stelle von Q, und legt in die andere Schale das Gewicht Q', welches nun beim gehörigen Einspielen der Zunge dem Gewichte P das Gleichgewicht hält, so ist

$$Pb = Q'a, \text{ mithin } P^2ab = QQ'ab$$

$$\text{und } P = \sqrt{QQ'}.$$

§. 16. Luftdruck. Barometer. Die Anziehungskraft der Erdkugel bewirkt, daß auch jedes Theilchen der atmosphärischen Luft, welche die Erde umhüllt, gegen den Erdmittelpunkt strebt, mithin schwer ist, und daß daher jede Luftschichte durch das Gewicht der darüber befindlichen Luftsäule zusammengepreßt und die Erdoberfläche beträchtlich gedrückt wird. Eine genaue Kenntniß der Größe des Luftdruckes ist bei vielen wissenschaftlichen Untersuchungen unerläßlich; diese wird aber nur möglich, wenn das Instrument zur Bestimmung des Luftdruckes, welches bekanntlich Barometer heißt, mit aller möglichen Sorgfalt construirt ist, und der Beobachter alle Umstände genau kennt, die auf die Angaben desselben vom Einflusse sind.

Das Barometer besteht aus einer, an einem Ende zugeschmolzenen aber gewölbten und mit reinem Quecksilber gefüllten Glasröhre, die

32 bis 34 Zoll lang, wenigstens 2 Linien weit ist und deren offenes Ende bei verticaler Stellung in ein Gefäß mit Quecksilber taucht; der Druck, den die Quecksilbersäule in der Glasröhre, die über dem Niveau des Quecksilbers im Gefäße steht, gegen eine Flächeneinheit des Niveau äußert, hält dem darauf einwirkenden Luftdrucke das Gleichgewicht, und wird als das Maß desselben betrachtet. Die Höhe dieser Quecksilbersäule, die wir mit h bezeichnen wollen, heißt der Barometerstand, und der leere Raum oberhalb des Quecksilbers in der Röhre die Torricelli'sche Leere. Heißt p der auf eine Flächeneinheit wirkende Luftdruck, und s das specifische Gewicht des Quecksilbers, so hat man

$$p = hs;$$

ist das Quecksilber chemisch rein, so hat s für alle Orte der Erde den nämlichen Werth, ist somit für dieselbe Temperatur eine constante Größe, und der Luftdruck stets dem Barometerstande direct proportional.

Das im Handel vorkommende Quecksilber ist nicht ganz rein; man reinigt es, indem man es mit verdünnter Salpetersäure in Berührung bringt, und recht oft schüttelt, hierauf die Säure wieder abgießt und durch wiederholtes Waschen mit destillirtem Wasser jede Spur davon entfernt. — Von Staub und Schmutz reinigt man das Quecksilber, indem man es durch Hirschleder durchpreßt oder durch papierne Trichter mit feiner Oeffnung in der Spitze so oft durchlaufen läßt, bis es am Papiere keine Unreinigkeit mehr zurückläßt.

Vor dem Füllen mit Quecksilber muß die Röhre inwendig mit Weingeist ausgespült und vermittelst eines an einem Drahte befindlichen Stückes Leder gereinigt werden.

Die Quecksilbersäule in der Röhre kann nur dann ein genaues Maß des Luftdruckes sein, wenn in dem Raume über dem Quecksilber weder Luft noch Wasserdünste sich befinden, weil diese durch ihre Spannkraft die Säule niederdrücken würden; daher ist es nöthig, die Luft und die Feuchtigkeit, welche an der inneren Röhrenwand adhäriren, so wie die in den Poren des Quecksilbers befindliche Luft durch wiederholtes Auskochen herauszutreiben. Die Torricelli'sche Leere soll 4 bis 6 Zoll betragen, damit die Luft, die etwa eintritt, sich ausbreite und nur mit einer unmerklichen Spannkraft einwirke.

Das Auskochen muß mit Sorgfalt vorgenommen werden; man füllt zuerst nur ein Drittel der Röhrenlänge mit Quecksilber an, und kocht es seiner ganzen Ausdehnung nach über einem Kohlenfeuer aus, indem man das geschlossene Ende ein wenig gegen den Horizont neigt, die Röhre zwischen den Fingern beständig dreht, und darauf Bedacht nimmt, daß nicht etwa die Röhre durch ungleiche Erwärmung oder dadurch zersprengt werde, daß die entstehenden Dämpfe eine zu lange Quecksilbersäule heben, die beim Fallen einen zu starken Anstoß verursachen würde; hierauf bringt man eine neue Portion Quecksilber in die Röhre, die man jedoch früher erwärmt, und die ausgekochte Masse abkühlt, um einen bedeutenden Temperaturunterschied zu vermeiden, weil sich das kalte Quecksilber, da es dichter ist, hinabsenken, und in das bereits ausgekochte wieder Luft bringen möchte. Die neue Quecksilbermasse wird nun ebenfalls ausgekocht, hierauf abermals erwärmtes Quecksilber zugegossen und eben so behandelt, bis fast die ganze Röhre ausgefüllt ist; zuletzt gießt man noch heißes Quecksilber zu, um die Röhre vollständig zu füllen.

Beim Auskochen bildet sich etwas Quecksilberoxyd, welches die Adhäsion des Quecksilbers zum Glas so sehr vermehrt, daß sich die Oberfläche desselben nicht mehr convex, sondern ganz eben gestaltet; deßhalb wird in neuerer Zeit das Auskochen nicht selten unterlassen, und das Quecksilber, nachdem man es in einer Atmosphäre von Kohlensäure, die keine Bildung von Quecksilberoxyd zuläßt, bis zum Sieden erhitzt

hat, mittelst einer langen bis an die Wölbung des Barometerrohrs reichenden, und trichterförmig sich mündenden engen Röhre noch im warmen Zustande in das Barometerrohr gebracht; man kann es nach einiger Uebung dahin bringen, daß Luft und Feuchtigkeit eben so vollständig wie durch Auskochen aus dem Barometer entfernt wird. — Ist das Barometer luftleer, so muß das Quecksilber beim vorsichtigen Neigen der Röhre den leeren Raum schnell und ganz ausfüllen, und an die Wölbung mit einem hellen Klange sich anlegen.

Enge Röhren müssen vermieden werden, weil darin der Reibungswiderstand und das Anhaften des Quecksilbers an den Wänden so groß ist, daß das Barometer unempfindlich d. h. unfähig wird, geringe Veränderungen im Luftdrucke anzugeben. Der Widerstand an den Wänden bewirkt auch, daß sich die convexe Oberfläche nicht gehörig einstellt, und deßhalb die Capillarwirkung eine andere wird, als die man in Rechnung bringt; man pflegt daher, um ihn zu überwinden, das Barometer vor jeder Beobachtung durch Anklopfen zu erschüttern. Ferner ist bei engen Röhren die Capillarität groß, und man dürfte die Unterschiede derselben, die wegen der Ungleichheit in der Weite der Röhre dort, wo das Quecksilber auf- und absteigt, sich ergeben, nicht mehr vernachlässigen.

§. 17. Arten der Barometer. Die gebräuchlichsten Arten von Barometern sind: das gemeine oder birnförmige, das Gefäß- und das heberförmige Barometer.

1. Das gemeine Barometer, das am häufigsten verbreitet ist, besteht aus einer Röhre (Fig. 8), die unten nach aufwärts gekrümmt ist, in ein birn- oder flaschenförmiges Gefäß sich endigt und an einem Brete befestigt ist, auf dem an der Seite der Röhre die an einem Papier- oder Metallstreifen verzeichnete Scala sich befindet. An dieser Scala sollen nur die nicht großen Veränderungen im Luftdrucke, welche an einem Orte vorkommen, gemessen werden; daher ist sie kurz und am oberen Theile des Instrumentes angebracht. Der Anfangs- oder Nullpunkt der Scala muß mit der Oberfläche des Quecksilbers im unteren Gefäße zusammenfallen, da von dieser Oberfläche an der Barometerstand gemessen wird; allein dieser Nullpunkt ändert sich mit der Aenderung des Luftdruckes. Nehmen wir an, der Nullpunkt der Scala, die mit dem Rohre in unveränderlicher Verbindung steht, befinde sich bei a in der horizontalen Ebene a b, und es sinke die Quecksilber-Oberfläche beim verstärkten Luftdrucke bis d f, während die in der Röhre sich von g bis h erhebt; so ist dann die Säule d h das wahre Maß des Luftdruckes, d. i. der Barometerstand. Der an der Scala abgelesene Barometerstand ist jedoch die Zahl, welche die Visirlinie trifft, die man durch den obersten Punkt der Quecksilberkuppe bei h horizontal sich gezogen denkt, und die nur den Abstand dieses Punktes vom Nullpunkte a, somit nur die Höhe der Quecksilbersäule a h angibt; er ist daher kleiner als der wahre Barometerstand d h, und zwar um das Stück a d = b f, welches so viel beträgt als die Aenderung in der Lage des Quecksilber-Niveau im Gefäße. Bezeichnet man mit R den Halbmesser des Gefäßes und mit r den der Röhre, und berücksichtigt, daß das Volumen des Quecksilbers zwischen den durch b und f gehenden horizontalen

Fig. 8.



Ebenen cylindrisch angenommen werden kann, und daher $= \pi R^2 . bf$ ist; ferner daß das Volumen der cylindrischen Säule

$$gh = \pi r^2 . gh;$$

und daß $\pi R^2 . bf = \pi r^2 . gh,$

so ist $bf : gh = r^2 : R^2$ und $bf = \frac{r^2}{R^2} gb.$

Wäre z. B. R die Weite des Gefäßes 10mal größer als die Weite der Röhre, somit $R = 10r$, so würde $bf = \frac{1}{100} gh$, d. h. nimmt man ah als den Barometerstand an, so begeht man einen Fehler, welcher nur den hundertsten Theil der stattgehabten Aenderung im Barometerstande beträgt; er würde daher erst eine Linie betragen, wenn das Quecksilber in der Röhre um 100 Linien sich erhöbe, und nicht ganz $\frac{1}{4}$ Linie, wenn die Aenderung im Barometerstande nur 24 Linien beträgt. Beim verminderten Luftdrucke steigt das Quecksilber im Gefäße z. B. bis o und sinkt in der Röhre bis n; der Barometerstand an, den man dann an der Scala abliest, erscheint größer, als der wahre mn, der nun von einem höher liegenden Nullpunkt m zu nehmen ist. Den Fehler am, den man in diesem Falle begeht, berechnet man auf dieselbe Weise, wie früher; er ist $= \frac{r^2}{R^2} gn.$

2. Den Fehler, den man bei der Bestimmung des Barometerstandes an dem birnförmigen Barometer in Folge der Veränderlichkeit in der Lage der unteren Quecksilberoberfläche macht, begeht man auch bei einem Gefäßbarometer, bei dem es nicht möglich ist, durch Hebung oder Senkung des Gefäßbodens die Quecksilberoberfläche jedesmal an den Nullpunkt der Scala zu bringen. Da jedoch die Aenderungen im Barometerstande an einem und demselben Orte nicht groß sind, und höchstens zwei Zoll betragen, so sind auch die Fehler, welche in Folge der Aenderung in der Lage des Nullpunktes begangen werden, gering, und man kann sie in den Fällen vernachlässigen, wo es um keine große Genauigkeit zu thun ist, wie z. B. wenn man aus dem Stande des Barometers auf die Beschaffenheit der bevorstehenden Witterung schließen will. Bei Gefäßbarometern, bei denen das Gefäß genau cylindrisch, und sowohl sein Durchmesser, als der Durchmesser der Röhre genau ermittelt ist, läßt sich der Fehler genau in Rechnung bringen. Kappeller's Gefäßbarometer sind so eingerichtet, daß sich die Oberfläche des Quecksilbers im Gefäße dann am Nullpunkte befindet, wenn die in der Röhre genau die Höhe von 28 Zoll erreicht hat; an der Außenseite des Gefäßbodens ist die Zahl $= \frac{r^2}{R^2}$ verzeichnet, die man mit der Anzahl der Linien, um welche das Quecksilber in der Röhre über oder unter 28 steht, multipliciren muß, um die an dem abgelesenen Barometerstande vorzunehmende Correction zu bekommen. Heißt n die Anzahl der Linien, um die der Stand des Quecksilbers in der Röhre von 28″ abweicht, so ist die Correction $= \frac{r^2}{R^2} n$ zu den beobachteten Barometerstande zu addiren, wenn dieser mehr als 28 beträgt, dagegen abzuzie-

hen, wenn er weniger als 28″ zählt. Man ist also im Stande, mit einem so eingerichteten Gefäßbarometer den Barometerstand scharf zu bestimmen, ohne nöthig zu haben, die Quecksilberoberfläche im Gefäße vor jeder Beobachtung an den Nullpunkt zu stellen.

3. Wird ein Stück der Barometerröhre am offenen Ende aufwärts gebogen, so daß sie nun aus einem langen geschlossenen und aus einem kurzen offenen und parallel zu dem ersteren gestellten Schenkel besteht, so hat man ein Heberbarometer. Die Röhre ist an einem Brete mittelst Klammern befestigt und der Abstand der Oberfläche des Quecksilbers im längeren Schenkel von der im kurzen offenen Schenkel gibt die Größe des Barometerstandes an; diese wird an einem messingenen Maßstabe, welcher mit der Barometerröhre parallel an dem Brete befestigt ist, gemessen. Um dieß mit aller Genauigkeit thun zu können, ist die Röhre oder der Maßstab beweglich eingerichtet, damit man die Oberfläche im kürzeren Schenkel vor dem Ablesen jedesmal an den Nullpunkt bringen könne; oder es ist am kürzeren Schenkel auch eine Scala angebracht, an welcher sich ablesen läßt, um wie viel Linien und Zehntel einer Linie daselbst die Oberfläche des Quecksilbers unter den Nullpunkt gesunken ist, oder über denselben sich erhoben hat; die erhaltene Zahl hat man im ersten Falle zu dem abgelesenen Barometerstande zu addiren und im zweiten davon abzuziehen; oder es ist nur eine Scala vorhanden, deren Anfangs- oder Nullpunkt in der Mitte der Barometerröhre sich befindet und an der man den Barometerstand auf die Art bestimmt, daß man den Abstand der Quecksilberoberfläche vom Nullpunkte sowohl in einem Schenkel als in dem andern mißt, und diese beiden Abstände zusammen addirt.

Barometer, die als Reisebarometer dienen sollen, müssen leicht sein, einen geringen Umfang haben und nicht leicht beim Transportiren beschädigt werden können; sie müssen eine Einrichtung bekommen, bei welcher die Luft in die Röhre nicht eintreten, und das Quecksilber nicht auslaufen kann, aber auch in der Röhre darf das Quecksilber sich nicht auf und ab bewegen, weil dadurch die Wölbung am geschlossenen Ende leicht zerbrochen werden könnte. Dem Gefäßbarometer gibt man daher die Einrichtung, daß man die Glasröhre in einer Messingröhre ganz unbeweglich macht, diese Messingröhre aber, an der die Scala verzeichnet ist, mit zwei einander diametral gegenüberliegende Spalten so weit, als das Quecksilber auf und absteigt, versieht, um den Stand der Quecksilberoberfläche in der Röhre genau beobachten zu können; das offene Ende der Röhre wird enger gemacht und eben abgeschliffen; im Gefäß muß so viel Quecksilber enthalten sein, daß dieses Ende auch nach der Umkehrung des Barometers damit bedeckt bleibt.

Will man das Barometer transportiren, so neigt man vorsichtig die Röhre, damit das Quecksilber den leeren Raum ausfülle, kehrt sie dann um, und verschließt das offene Ende, indem man die Bodenschraube so weit einwärts dreht, bis ihr abgerundeter Kopf das Leder am Boden des Gefäßes an die Mündung andrückt. Die zum Verschließen gebrauchten Stücke müssen gehörig elastisch sein, damit sie der Ausdehnung des Quecksilbers bei Erhöhung der Wärme nachgeben, und beim Zusammenziehen desselben während der Abnahme der Wärme den dabei entstehenden leeren Raum ausfüllen und so die Röhre stets vollständig schließen. — Bei Heberbarometern geschieht das Verschließen des Quecksilbers vermittelst eines Fischbeinstäbchens, das am unteren Ende mit einem elastischen Pfropf versehen ist, und nach der Umkehrung des Rohrs im kürzeren Schenkel bis an die Oberfläche des Quecksilbers eingeschoben, hierauf aber festgeklemmt wird. Will man das Barometer gebrauchen, so kehrt man es wieder um, hält es Anfangs in einer etwas schiefen Lage, zieht vorsichtig den Pfropf heraus und bringt es erst allmälig in die verticale Stellung.

Das bequemste Reisebarometer hat Gay Lussac construirt (Fig. 9). Die beiden Schenkel sind hier durch ein angeschlossenes enges Glasrohr verbunden; der kürzere wird am Ende zugeschmolzen und in einer Entfernung davon, die beiläufig dem dritten Theil seiner Länge gleich ist, mit einer sehr feinen Oeffnung i versehen, welche der Luft den Eintritt, aber nicht dem Quecksilber den Austritt gestattet. Kehrt man das Instrument um, so bleibt der längere Schenkel bis an die Stelle, wo das engere Rohr mit dem kurzen Schenkel vereinigt ist, angefüllt, und wird hier schon durch die Capillardepression zurückgehalten; ein kleiner Rest von Quecksilber fällt an das geschlossene Ende des kürzeren Schenkels hinab, kann aber dem Rohr beim Transportiren nicht nachtheilig sein. Die Krümmung muß mit Quecksilber angefüllt bleiben, damit nicht beim Umkehren etwas Luft in die lange Röhre gelange; um dieß in jedem Falle zu verhüten, macht man das Barometerrohr aus zwei Stücken, das eine zieht man in ein feines Haarröhrchen und schmilzt daran das zweite Stück so an, daß das Haarröhrchen etwas hineinreicht; sollten nun beim Umkehren des Barometers kleine Luftbläschen in den längeren Schenkel kommen, so bleiben sie in dem Raume zwischen dem Haarröhrchen und der Wand des zweiten Stückes, und können durch Umkehren der Röhre leicht wieder herausgebracht werden. — Die Barometerröhre ist soweit seitwärts gebogen, daß der kürzere Schenkel mit dem oberen Theile des längeren Schenkels in einer geraden Linie liegt, dieß zu dem Zwecke, damit man die Stellung der Quecksilberoberflächen in beiden Schenkeln auf derselben geradlinigen Scala ablesen könne. Häufig ist bei den Gay Lussac'schen Barometern die Theilung am Glasrohre selbst eingeätzt. Das in der (Fig. 10) abgebildete Barometer ist ein von Kapeller construirtes Reisebarometer.

Fig. 9.



Fig. 10.



§. 18. Gebrauch des Barometers. Will man den Barometerstand beobachten, so muß man vor Allem darauf sehen, daß das Barometer eine verticale Stellung habe, hierauf merkt man zuerst die Temperatur an, die das an jedem genauen Barometer befindliche Thermometer anzeigt, weil später die Wärme des Beobachters seinen Stand ändern könnte; dann folgt die Einstellung der unteren Quecksilberoberfläche an den Nullpunkt der Scala, falls dieß die Einrichtung des Instruments erfordert, und nun wird der Nonius, womit stets ein genaues Barometer versehen ist, so eingerichtet, daß sein oberer (oder unterer Rand), mit dem obersten Punkte der Quecksilberkuppe in dieselbe horizontale Ebene zu liegen kommt. In derselben Ebene muß sich auch das Auge des Beobachters befinden; um dieß zu bewirken, ist der Nonius mit einer Visirvorrichtung (Absehen) versehen. Eine sehr einfache Visirvorrichtung besteht aus einem mit dem Nonius verbundenen Rahmen, der zwei hinter einander gespannte horizontale Fäden enthält, die mit dem Anfangspunkte des Nonius in einer und derselben horizontalen Ebene liegen; beim Messen stellt man den Nonius so ein, daß das vor dem vorderen Faden bestehende Auge den hinteren Faden und den obersten Punkt der Quecksilberkuppe verdeckt sieht.

Nach der gehörigen Einstellung des Nonius wird die Ablesung der Quecksilberhöhe zuerst an der Scala, dann am Nonius vorgenommen, und hierauf der abgelesene Barometerstand wegen der Aenderuug der Quecksilberhöhe in Folge einer Abweichung der Temperatur vom Nullpunkte auf die Temperatur von 0^{0} reducirt.

Die Reduction geschieht auf folgende Weise: sind b_0 und b die

Barometerstände für die Temperaturen von 0° und von t°, und heißt β der Zuwachs der Ausdehnung einer Quecksilbersäule von der Länge = 1 für einen Temperaturgrad, so ist

$$b = b_0 + b_0 \beta t = b_0 (1 + \beta t);$$

hieraus folgt $$b_0 = b - \frac{b\beta t}{1+\beta t}$$

Der Werth von β ist

für 1^0 R. $= \frac{1}{4440}$ und für 1^0 C. $= \frac{1}{5550} = 0{\cdot}00018018$

mithin eine sehr kleine Größe, weßhalb man βt in der Addition zu 1 unbeachtet lassen und

$$b_0 = b - b\beta t$$

setzen kann. Ist die Temperatur des Quecksilbers unter 0°, so ist t negativ zu nehmen, und $b\beta t$ zu dem abgelesenen Barometerstande zu addiren. Allein bei zunehmender Temperatur dehnt sich auch die messingene Scala aus, wobei der Theilstrich derselben, der bei 0° oder bei der Normaltemperatur der Scala mit dem Gipfel der Quecksilberkuppe zusammengefallen wäre, höher zu liegen kommt und ein tiefer gelegener an seine Stelle tritt, weßhalb der abgelesene Barometerstand kleiner erscheint, als der wirkliche, und daher noch auf die Normaltemperatur reducirt werden muß; ist diese = 0, wie beim Metermaß, und ist c der Ausdehnungscoefficient für Messing, x der richtige Barometerstand, so ist $$x = b_0 + b_0 c t.$$

Ist jedoch T die Normaltemperatur der Scala, so ist

$$x = b_0 + b_0 c\,(t - T)$$

Der Werth von c ist

für 1^0 R. $= \frac{1}{42640}$ und für 1^0 C. $= \frac{1}{53300}$.

Man hat Tabellen verfertigt, welche die Reduction des beobachteten Barometerstandes auf die Temperatur von 0° und auf die Normaltemperatur der Scala sehr erleichtern.

Zuletzt muß noch die Wirkung der Capillarität an beiden Oberflächen des Quecksilbers berücksichtigt werden; diese besteht bekanntlich in einer Depression des Quecksilbers und hängt von dem Durchmesser der Röhre ab. Bei einem Heberbarometer, bei dem der kürzere Schenkel genau denselben Durchmesser hat, wie der längere dort, wo das Quecksilber auf und absteigt, ist die Wirkung der Capillarität an beiden Oberflächen gleich und entgegengesetzt, somit gar nicht zu berücksichtigen. Bei Gefäßbarometern kann die Capillarität im Gefäße, da sie zu klein ist, unbeachtet bleiben; die in der Röhre wirkt dem Luftdrucke entgegen, und bewirkt eine Verminderung der Barometerhöhe, deren Betrag zu dem beobachteten Barometerstande zu addiren ist.

Barometer, bei welchen die Röhre wenigstens 6 Linien Weite hat, und die mit der größten Sorgfalt construirt sind, nennt man Normalbarometer; bei diesen ist die Capillarität auch in der Röhre verschwindend klein und bleibt unberücksichtigt.

Die Größe der Depression ist bei demselben Barometer constant, sobald derenige Theil der Röhre, wo das Quecksilber steigt und fällt, durchaus dieselbe Weite

hat. Man kennt die Größe der Depression des Quecksilbers für Glasröhren von verschiedenen Durchmessern, und hat daher nur den Durchmesser der Röhre zu ermitteln, um die Größe der Correction in Rechnung bringen zu können. Allein der Erfahrung zu Folge hängt die Größe der Depression auch davon ab, ob beim Auskochen des Quecksilbers sich mehr oder weniger Quecksilberoxyd gebildet hat, weil dieses die Adhäsion der Quecksilbermasse zum Glase, folglich auch die Größe der Quecksilberkuppe abändert; daher ist es am zweckmäßigsten, für jedes Barometer die Größe der Depression auf die Art zu bestimmen, daß man es mit einem Normalbarometer vergleicht, und die sich ergebende Differenz im Barometerstande als Capillarität am Instrumente anmerkt, oder den Nullpunkt der Scala um so viel, als diese Wirkung beträgt, tiefer setzt, wo dann diese Correction nicht mehr in Rechnung zu kommen braucht. In Ermangelung eines Normalbarometers muß nicht nur der Durchmesser der Röhre, sondern auch die Höhe der Convexität der Quecksilberoberfläche gemessen und hierauf die Größe der Depression nach einer von Schleyermacher und Eckhart berechneten Tafel bestimmt werden. Tafel zur Bestimmung der Capillardepression in Barometern von Pohl und Schabus.

Es gibt noch zwei Metallbarometer, die für Luftschiffer und Reisende, denen es um sehr genaue Bestimmungen des Luftdruckes nicht zu thun ist, sehr wünschenswerth sind: a) Das Aneroid-Barometer von Vidi; dieses ist eine luftleere Metalldose, bei welcher der obere Deckel aus dünnen sehr elastischen Blech besteht, so daß er bei zunehmendem Luftdrucke dem starken Boden sich nähert, bei abnehmenden dagegen sich wieder erhebt. Mit dem Mittelpunkte des Deckels ist ein Hebelsystem in Verbindung, das einen Zeiger über einer kreisförmigen Scala bewegt, an der man den jedesmaligen Barometerstand ablesen kann. b) Das Metallbarometer von Bourdon ist eine biegsame, an beiden Enden luftdicht geschlossene, luftleere Röhre, die an einer Seite etwas platt gedruckt und in einer auf dieser Seite senkrecht stehenden Ebene kreisförmig gebogen ist; in der Mitte ist die Röhre befestigt, die Enden desselben, die der stärkere Luftdruck in Folge der dabei zunehmenden Krümmung einander nähert, setzen einen Zeiger vermittelst eines Hebels in Bewegung, der auf einem Kreisbogen den Barometerstand anzeigt. Die Eintheilung geschieht nach einem Quecksilber-Barometer.

§. 19. Verschiedenheit der Körper in Betreff ihres Aggregationszustandes. Die Art der Verbindung der gleichartigen Theilchen eines Körpers heißt sein Aggregationszustand; in dieser Hinsicht findet man, daß es Körper gibt, deren Theilchen durch eine sehr geringe Kraft sich verschieben lassen, und andere, bei denen dieß nur durch eine größere, meßbare Kraft bewirkt werden kann. Erstere heißen flüssige, letztere aber feste Körper. Die flüssigen sind wieder entweder tropfbar flüssig oder ausdehnsam flüssig. Die tropfbaren Flüssigkeiten nehmen in kleinen Massen die Kugelgestalt an und lassen sich selbst durch einen gewaltigen Druck nur unbedeutend zusammendrücken; die ausdehnsam flüssigen Körper, die man auch elastisch flüssige nennt, sind leicht zusammendrückbar, und ihre Theilchen äußern ununterbrochen das Bestreben, ihren Raum mehr und mehr zu erweitern, welches Bestreben Ausdehnsamkeit, Expansivkraft oder Spannkraft heißt. Letztere Flüssigkeiten heißen Gase, wenn sie bei keiner Verdichtung oder Erkaltung, die wir zu erzeugen vermögen, oder nur bei einer bedeutenden ungewöhnlichen Kälte oder bei sehr starkem Drucke die tropfbare Form annehmen. Uebergeht ein ausdehnsam flüssiger Körper schon bei einer gewöhnlichen Erniedrigung der Temperatur oder bei einer geringen durch Druck erzeugten Verdichtung in den tropfbaren Zustand, so heißt er Dampf oder Dunst. Durch Aenderung des Aggregationszustandes wird die materielle Beschaffenheit eines Körpers nicht geändert. Viele Körper erscheinen in allen drei Zuständen.

Unter den festen Körpern unterscheidet man harte, deren Theilchen

sich nur durch beträchtlich starke Einwirkungen verschieben lassen, und weiche, bei denen eine Verschiebung der Theilchen leicht bewirkt werden kann.

Wird durch eine äußere Kraft, z. B. durch Druck oder Zug eine Aenderung in der Gestalt eines Körpers hervorgebracht, und die verschobenen Theilchen kehren, wenn die Kraft zu wirken aufhört, in ihre ursprüngliche Lage zurück, so heißt der Körper elastisch; behält er die neue Gestalt, so nennt man ihn dehnbar.

Eine nähere Untersuchung des Aggregationszustandes der Körper führt zu der Erkenntniß, daß die Molecüle eines jeden Körpers von Anziehungs- und Abstoßungskräften beherrscht werden, deren Wirksamkeit nur auf sehr geringe durchaus nicht meßbare Entfernungen reicht, aber wegen der Kleinheit der Molecüle sich doch über eine Menge derselben erstrecken kann. Man nennt diese den Molecülen zukommenden Kräfte Molecularkräfte. Das Vorhandensein der Anziehungskräfte beweiset bei festen Körpern den Widerstand, der sich jedesmal einstellt, sobald wir auf irgend eine Art die Theilchen vou einander zu entfernen suchen; bei tropfbaren Flüssigkeiten bezeuget die kugelförmige Gestalt der Tropfen, so wie die Dehnung derselben, wenn sie an festen Körpern hängen bleiben, daß die Theilchen beisammen zu bleiben streben, und daher anziehend auf einander einwirken. Da es ferner möglich ist, Dünste und die meisten Gase, insbesondere wenn man sie gleichzeitig einem starken Drucke und einer niederen Temperatur aussetzt, in den tropfbaren, ja selbst in den festen Zustand zu bringen, wo sich offenbar die Theilchen gegenseitig anziehen, und da es sich nicht annehmen läßt, daß diese Theilchen erst bei der Annäherung mit Anziehungskräften begabt werden, so sind auch die Molecüle dieser ausdehnsamen Stoffe mit Anziehungskräften versehen, die jedoch sich erst äußern, wenn die Molecüle sehr nahe bei einander sich befinden.

Die Wirksamkeit der Abstoßungskräfte wird bei allen Körpern an dem Widerstande ersichtlich, der jedesmal eintritt, wenn wir durch Druck die Theilchen einander nähern; sie ist es, vermöge welcher die Theilchen ausdehnsamer Stoffe sich beständig von einander zu entfernen streben. Die Zunahme der Wärme bewirkt bei allen Körpern eine Vergrößerung des Volumens, mithin eine Verstärkung der Abstoßungskräfte.

Die Stärke der Molecularkräfte nimmt ab, wenn die Massentheilchen sich von einander entfernen, und wird größer, wenn sie sich einander nähern. Würde die Stärke beider Kräfte im gleichen Verhältnisse wachsen und abnehmen, so könnte weder bei einer Verminderung noch bei einer Vergrößerung des Volumens ein Widerstand sich einstellen; da sich nun dieser einstellt, wenn die Theilchen einander genähert werden, und desto größer wird, je näher die Theilchen an einander gebracht werden, so folgt, daß bei Annäherung der Theilchen die Abstoßungskräfte im stärkeren Verhältnisse zunehmen als die anziehenden. Die Erfahrung lehrt ferner, daß auch dann, wenn man durch Dehnung die Theilchen von einander entfernt, ein Widerstand eintritt, mithin daß die Anziehungskräfte, welche der Vergrößerung des Abstandes der Theilchen von einander entgegen wirken, das Uebergewicht gewinnen, was nur dann möglich ist, wenn die Abstoßungskräfte im stärkeren Verhältnisse abnehmen, als die anziehenden.

Die kleinsten Massentheilchen haben bei Körpern von verschiedener

materieller Beschaffenheit nicht immer die nämliche Gestalt; die Krystallbildung führt zu der Annahme, daß sie von ebenen Flächen begrenzt sind; dieß hat zur Folge, daß ein Massentheilchen nicht immer von allen Seiten mit gleicher Stärke angezogen werden kann; tritt dieser Fall ein, so müssen die Massentheilchen in eine feste Lage gegen einander treten. Bei tropfbarflüssigen Körpern sind die Theilchen in solchen Abständen von einander, daß die Verschiedenheit in der Anziehung nach verschiedenen Richtungen verschwindet, weßhalb die kleinste Kraft eine Verschiebung derselben zu bewirken vermag.

Die Ansicht, die man gegenwärtig über den Zustand der Materie hat, besteht darin, daß die kleinsten undurchdringlichen, starren Theilchen (Atome) den Raum, den ein Körper einnimmt, nicht stetig erfüllen, sondern darin durch Zwischenräume von einander getrennt sind, wodurch es ihnen möglich wird, jedem Impulse der Bewegung zu folgen; diese Theilchen werden von anziehenden und abstoßenden Kräften beherrscht, so daß je zwei Theilchen ihren gegenseitigen Abstand zu verkleinern oder zu vergrößern streben, und zwar mit einer Stärke, die von der Größe dieses Abstandes abhängt, die also eine Funktion desselben ist. Man nimmt ferner an, daß die anziehenden Kräfte den ponderablen Atomen der Materie innewohnen, und daß je zwei Atome m und m', deren Abstand von einander $= r$ ist, wahrscheinlich mit einer Stärke $= \frac{m m'}{r^2}$ sich gegenseitig anziehen, daß aber ein jedes ponderable Atom von Aether, d. i. von einem äußerst feinen, unwägbaren Stoffe eingehüllt ist, dessen Atome abstoßend auf einander wirken, weßhalb derselbe gleichmäßig im Weltall verbreitet ist. Die Stärke, mit welcher je zwei Aetheratome einander abstoßen, wächst im directen Verhältnisse ihrer Massen; nimmt aber rascher ab, als das Quadrat ihres Abstandes von einander wächst.

Die Aetheratome werden von den ponderablen Atomen angezogen; die Anziehung ist proportional den Massen, nimmt aber mit wachsender Entfernung noch rascher ab, als die Abstoßung der Aetheratome unter einander; daher bildet der Aether um jedes ponderable Atom eine Kugelschichte von abnehmender Dichte; jedoch kann sich die Verdichtung nur auf eine sehr geringe Entfernung erstrecken, da die Anziehung rascher abnimmt, als die Abstoßung der Aetheratome unter einander. Diese Aethersphären verhindern die Annäherung der ponderablen Theilchen eines Körpers bis zur unmittelbaren Berührung. Ueberwiegt die Abstoßung der Aethersphären die Anziehung der ponderablen Theilchen, so ist der Körper ausdehnsam flüssig, und das Gleichgewicht kann nur durch Einwirkung äußerer Kräfte (z. B. durch den Widerstand fester Wände) zu Stande kommen. — Stehen die ponderablen Theilchen so weit von einander ab, daß ihre Aethersphären kugelförmig bleiben, so ist der tropfbar flüssige Zustand vorhanden, bei welchem ohne nahmhaften Widerstand alle Verschiebungen der Theilchen möglich sind, wobei der Abstand der kleinsten Theilchen, mithin auch das Volumen der Masse unverändert bleibt. — Greifen aber die Aethersphären in einander, so sind nicht mehr die Verschiebungen nach allen Seiten gleich leicht möglich, und bei jeder Formänderung werden widerstehende Kräfte sich einstellen. Dieser Zustand ist bei festen Körpern vorhanden.

§. 20. Elasticität. Wenn bei einem elastischen Körper die durch Einwirkung einer Kraft verschobenen Theilchen genau in ihre ursprüngliche Lage zurückkehren, so ist der Körper vollkommen elastisch; dagegen nur unvollkommen, wenn die Theilchen nicht wieder genau die ursprüngliche Lage erreichen. Für jeden Körper gibt es eine gewisse Grenze in der Verschiebung seiner Molecüle, die nicht überschritten werden darf; überschreitet man diese Grenze, so erfolgt entweder eine Trennung der Theile, oder die Theilchen nähern sich ihrer früheren Lage, erreichen sie aber nicht, oder sie verbleiben in der Lage, die sie durch die einwirkende Kraft erhalten haben. Die größte Verschiebung der Theilchen, bei welcher sie noch vollkommen in die anfängliche Lage zurückkommen, heißt die Elasticitätsgrenze, und die Kraft, welche die

Theilchen bis an die Elasticitätsgrenze zu verschieben vermag, heißt **Elasticitäts-Größe.**

Die Verschiebung der Theilchen eines elastischen Körpers kann durch Biegung, Druck, Dehnung oder Drehung (Torsion) bewirkt werden, in jedem Falle stellt sich in Folge des Bestrebens der Theilchen, in die ursprüngliche Lage zurückzukehren, ein Widerstand ein, der mit der Größe der Verschiebung wächst, bis er der einwirkenden äußeren Kraft gleich wird, wo dann auch die Bewegung aufhört. Bei Vergrößerung der äußeren Kraft wächst wieder die Größe der Verschiebung und mit ihr der Widerstand, bis abermals ein Gleichgewicht zwischen beiden Kräften sich einstellt. Innerhalb der Elasticitätsgrenze findet man, **daß die Größe der Verschiebung genau in dem nämlichen Verhältnisse wächst, wie die Kraft zunimmt, welche den Körper biegt, drückt, dehnt oder dreht.**

Heißt l die durch die Zugkraft p bewirkte Dehnung eines cylindrischen oder prismatischen elastischen Körpers von der Länge = 1 und dem Querschnitte = 1, und bezeichnet man mit L die Elasticitätsgrenze und mit P die Elasticitätsgröße, so hat man, so lange $p < P$ ist,

$$P : p = L : 1, \text{ und } \frac{P}{L} = \frac{p}{l}$$

Diejenige Kraft, welche den elastischen Körper von den angeführten Dimensionen um eine seiner Länge gleiche Größe auszudehnen vermöchte, vorausgesetzt, daß dabei die Elasticitätsgrenze nicht überschritten wird, heißt **Elasticitäts-Modulus** oder **Elasticitätscoefficient**; bezeichnet man ihn mit M, so ist

$$M : p = 1 : l, \text{ mithin } M = \frac{p}{l} = \frac{P}{L},$$

wo l ein gewisser Bruchtheil der Einheit ist. Demnach erhält man den Elasticitätsmodulus, wenn man die Zugkraft durch die Aenderung in der Länge, die sie bewirkt, oder die Elasticitätsgröße durch die Elasticitätsgrenze dividirt; da beide Größen im gleichen Verhältnisse zunehmen, so ist der Quotient eine unveränderliche Größe, also ein wirkliches Maß der Elasticität. Ist M gefunden, so berechnet man leicht P, wenn L bekannt ist, oder L, wenn P gegeben ist.

Sind E und e die Elasticitäten zweier Körper von der Länge = 1 und vom Querschnitte = 1, oder überhaupt von gleichen Dimensionen und gleicher Temperatur; P und p seien die Zugkräfte, welche die Längenänderungen A und a innerhalb der Elasticitätsgrenze bewirken; um das Verhältniß E : e zu finden sei e' die Elasticität eines dritten Körpers, bei dem die Kraft P die Dehnung a hervorbringt. Wenn nun dieselbe Kraft P bei zwei elastischen Körpern eine ungleiche Dehnung erzeugt, so muß der Widerstand, den die Elasticität leistet, bei demjenigen größer sein, bei dem die bewirkte Dehnung kleiner ist; daher hat man

$$E : e' = a : A.$$

Von zwei Körpern ist derjenige elastischer, bei dem eine größere Kraft erforderlich war, um die nämliche Längenänderung zu bewirken, welche eine kleinere Kraft in dem anderen erzeugt, daher ist

$$e' : e = P : p,$$

mithin $$E : e = Pa : pA = \frac{P}{A} : \frac{p}{a}$$

d. h. die Elasticitäten zweier Körper von gleichen Dimensionen und gleicher Temperatur sind den Zugkräften gerade und den durch sie erzeugten Dehnungen umgekehrt proportional. Bedeutet M den Modulus des ersten und m den des zweiten Körpers, so ist

$$E : e = M : m$$

also sind die Elasticitäten zweier Körper ihren Elasticitätscoefficienten direct proportional.

Die Größe und die Grenze der Elasticität hängt von der materiellen Beschaffenheit der Körper ab, wird durch Erhöhung der Temperatur und durch anhaltende Belastung geschwächt, dann oft bedeutend durch gewisse mechanische Behandlungsweisen geändert; so wird z. B. Messing und Stahl durch Hämmern elastisch; langsam gekühltes Glas ist in Form von Glasfäden sehr elastisch. Metalle werden durch Legirungen mit andern, die in bestimmten Verhältnissen vorgenommen werden, sehr elastisch. Viele Krystalle haben nach gewissen Richtungen eine größere Elasticität, als nach anderen.

§. 21. Wirkungen der anziehenden Kräfte, mit welchen ungleichartige und sich berührende Stoffe auf einander einwirken. Den Zusammenhang der gleichartigen Theile eines Körpers nennt man Cohäsion, und die Kräfte, die ihn bewirken, Cohäsionskräfte; nebst diesen Kräften haben wir noch die Anziehungen zu beachten, welche Theilchen von verschiedener materieller Beschaffenheit gegen einander äußern, sobald sie in Berührung oder so nahe an einander kommen, daß sie sich zu berühren scheinen. Die Wirksamkeit dieser Kräfte erstreckt sich auch nur auf sehr geringe unmeßbare Entfernungen; ihre Stärke ist bei verschiedenen Körpern und auch bei denselben Körpern unter geänderten Umständen sehr verschieden, daher sind auch die Wirkungen, die sie erzeugen, verschieden.

1. Eine von diesen Wirkungen ist die Adhäsion, d. i. das Aneinanderhaften der Oberflächen zweier sich berührenden ungleichartigen Körper; dieses wächst mit der Anzahl der Berührungspunkte und ist in der Regel so groß, daß zur Trennung eine gewisse meßbare Kraft erforderlich wird. Wenn die Adhäsion einer Flüssigkeit zu einem festen Körper größer ist als die Cohäsion der Flüssigkeitstheilchen, so wird der feste Körper von der Flüssigkeit benetzt. Erhöhung der Temperatur schwächt die Adhäsion.

Feine Erdtheilchen können im Wasser wegen der starken Adhäsion, die zwischen ihnen und den Wassertheilchen besteht, ungeachtet ihres größeren specifischen Gewichtes nur sehr langsam herabfallen, und machen das Wasser trübe; taucht man aber ein Stückchen Alaun einige Augenblicke lang ein, so wird die Adhäsion des Wassers zu den Erdtheilchen, obgleich sein Geschmack nicht die geringste Aenderung erleidet, so sehr vermindert daß die Erdtheilchen bald zu Boden fallen. In Peking ist seit lange der Alaun zur Klärung des Wassers des gelben Flusses, dessen man sich in den Haushaltungen bedienen muß, im Gebrauche.

Der Mörtel (ein Gemenge von gelöschtem Kalk und Sand) hat die Eigenschaft, an Back- und anderen porösen Steinen haften zu bleiben und diese nach dem Austrocknen festzusammengebunden zu halten, also wie ein Kitt zu wirken; damit aber das Austrocknen stattfinde, muß das kohlensaure Gas der Athmosphäre mit dem Kalk sich verbinden und das dabei aus dem Kalkhydrate entweichende Wasser in Form von Dünsten in die Luft übergehen können.

2. Ist die Anziehung, mit welcher die Theilchen eines festen und die eines tropfbar flüssigen Stoffes gegenseitig auf einander wirken, stärker als die Cohäsion der Flüssigkeit, so dringt letztere in die Poren des festen Stoffes ein, und wenn die gegenseitige Anziehung auch im Stande ist, die Cohäsion des festen Stoffes zu überwinden, so zerfällt dieser in äußerst feine, selbst mittelst der stärksten Vergrößerungsgläser nicht mehr wahrnehmbare Theilchen, die sich in der Flüssigkeit gleichförmig vertheilen, aber an den Eigenschaften, durch welche sich der Stoff, dem sie angehören, charakterisirt, erkennbar bleiben. Man nennt diesen Vorgang Lösung und die Flüssigkeit das Lösungsmittel; die kleinen Theilchen, in welche sich der feste Stoff theilt, sind Molecüle.

Eine bestimmte Menge des Lösungsmittels vermag aber nur bis zu einer gewissen Grenze beliebige Mengen des festen Stoffes zu lösen; ist bereits die größtmögliche Menge des festen Stoffes gelöst, so ist das Lösungsmittel mit dem festen Stoffe gesättigt, oder, wie man auch sagt, es hat seinen Sättigungspunkt erreicht. Dieser hängt nicht nur von der materiellen Beschaffenheit der Stoffe, sondern auch von ihrer Temperatur ab.

3. Es kann auch eine tropfbare Flüssigkeit in einer anderen in Folge der gegenseitigen Anziehung sich gleichförmig vertheilen, so daß eine neue durchaus gleichartige Flüssigkeit hervorgeht, in welcher aber die charakteristischen Eigenschaften beider Bestandtheile erkennbar bleiben. Dieser Vorgang heißt Mischung. Die mischbaren Flüssigkeiten vermischen sich in beliebigen Mengen mit einander, und der Zustand der Sättigung tritt nur in wenigen Fällen ein. Die Verbreitung eines festen oder flüssigen Stoffes in der flüssigen Masse eines andern nennt man Diffusion.

4. Ausdehnsam flüssige Stoffe dringen schon vermöge ihres Bestrebens, sich immer weiter auszudehnen, in die Zwischenräume der festen und tropfbaren Körper ein, und werden hier, falls zwischen den Theilchen dieser Körper und den des ausdehnsam flüssigen Stoffes eine starke Anziehung besteht, bedeutend verdichtet, ohne dabei eine Aenderung in ihren charakteristischen Eigenschaften zu erfahren. Man nennt diesen Vorgang Absorption, Einsaugung, Verschluckung, und den einsaugenden Stoff den Absorbenten. Das Absorptionsvermögen bestimmt man durch die Anzahl der Volumseinheiten, welche die von einer Volumseinheit des festen oder tropfbaren Stoffes eingesaugte Gasmenge einnehmen würde, und zwar bei der nämlichen Temperatur und Dichte, die das freie Gas hat, das den Absorbenten umgibt.

5. Wenn die sich berührenden Stoffe mit noch stärkerer Anziehung auf einander einwirken, als bei der Lösung, so erfolgt nicht nur eine viel feinere Vertheilung, sondern die ungleichartigen Theilchen der Stoffe verbinden sich in der Art mit einander, daß ein neuer durchaus gleichartiger Körper hervorgeht, in welchem die charakteristischen Eigenschaften der verbundenen Stoffe nicht mehr zu erkennen sind. Dieser Vorgang heißt eine chemische Verbindung, die dabei thätige Anziehung heißt chemische Anziehung oder auch chemische Verwandtschaft (Affinität). Die kleinsten Theilchen, in welche die Stoffe bei einer chemischen Verbindung zerfallen, und die wir nicht mehr weiter in noch kleinere Theile zu zertheilen vermögen, heißen Atome. Das Verfahren, wodurch

eine chemische Verbindung in ihre ungleichartigen Bestandtheile zerlegt wird, nennt man eine chemische Scheidung oder chemische Analyse.

Durch Vermehrung der Zahl der Berührungspunkte, mithin durch Pulverisirung der Stoffe, durch Verminderung der Cohäsion mittelst Erhöhung der Temperatur, insbesondere durch Ueberführung der Stoffe in den flüssigen Zustand und durch Umrühren wird sowohl die Auflösung als die chemische Verbindung befördert. Haben jedoch die Theilchen des einen Bestandtheiles einer chemischen Verbindung ein starkes Bestreben, den Gaszustand anzunehmen, so kann dieses durch bedeutende Erwärmung so sehr gesteigert werden, daß dadurch die chemische Anziehung überwunden und eine Trennung der verbundenen Stoffe bewirkt wird.

Man kann z. B. den Salpeter in Salpetersäure und in Kali zerlegen, aber diese Bestandtheile des Salpeters sind wieder chemisch zusammengesetzte Stoffe; die Salpetersäure besteht aus Stickstoff und Sauerstoff, das Kali aus Kalium und Sauerstoff; allein Sauerstoff, Stickstoff, Kalium sind wir nicht im Stande noch weiter zu zerlegen. Durch fortgesetzte Zerlegungen zusammengesetzter Stoffe muß man zuletzt zu solchen Stoffen gelangen, die mit den heutigen uns zu Gebote stehenden Mitteln sich nicht weiter in andere Stoffe zerlegen lassen und daher als einfache oder Grundstoffe betrachtet werden.

§. 22. Gesetze nach denen die chemischen Verbindungen der Stoffe stattfinden. Jahrtausende sind vergangen und unzählige Versuche angestellt worden, ehe man anfing, mit der Wage in der Hand die chemischen Verbindungen zu erforschen, und die Gewichtsverhältnisse zu ermitteln, in welchen sie vor sich gehen. Erst in der zweiten Hälfte des vorigen Jahrhunderts (1768) führte der berühmte Lavoisier, der die Wichtigkeit quantitativer Bestimmungen erkannte, den Gebrauch der Wage ein, und damit begann eine neue glückliche Periode für die Chemie, die nun bald durch die Arbeiten von Wenzel, Bergmann, Richter, Proust, Dalton, Gay-Lussac, vorzugsweise aber durch die Bemühungen eines Berzelius, dessen Bestimmungen sich durch eine bis zu seiner Zeit (1808) nicht gekannte Genauigkeit auszeichnen, eine sichere Grundlage gewann, indem man nach und nach zur Erkenntniß der Gesetze gelangte, nach denen die Stoffe sich mit einander chemisch verbinden. Man bezeichnet den Inbegriff dieser Gesetze mit dem Namen Stöchiometrie oder chemische Meßkunst. Die Darstellung dieser Gesetze gehört auch in das Gebiet der Physik, weil eine genaue Kenntniß derselben für das Studium der Physik unerläßlich ist. Diese Gesetze setzen uns in den Stand, alle chemische Vorgänge genau zu erklären, die richtige Zusammensetzungsweise der chemischen Verbindungen zu erkennen und anschaulich zu machen; sie sind:

1. Das Gesetz der Erhaltung der Quantität der Materie; dieses besteht darin, daß das Gewicht einer chemischen Verbindung genau der Summe der Gewichte ihrer Bestandtheile gleich ist. Mag also die Verbindung zweier oder mehrerer Stoffe noch so innig, die Umwandlung ihrer Eigenschaften durch gegenseitige Einwirkung noch so groß sein, so erleidet dennoch die Quantität der Masse, die jeder einzelne Stoff besitzt, weder bei der chemischen Vecbindung mit einem andern Stoffe, noch bei Zerlegung dieser Verbindung die mindeste Veränderung. Dieses Gesetz ist eine Folge der Gleichheit der Schwere aller Massentheilchen,

mögen diese in ihrer materiellen Beschaffenheit noch so sehr verschieden sein. Aus diesem Gesetze folgt, daß im Falle bei der Zerlegung eines Körpers seine getrennten Bestandtheile zusammen weniger Gewicht haben, als der Körper vor der Zerlegung hatte, bei der Operation etwas in Verlust gekommen ist; wenn hingegen das Gesammtgewicht der Bestandtheile das Gewicht des zerlegten Körpers übertrifft, so muß etwas Fremdartiges hinzugetreten sein.

2. Das Gesetz der bestimmten Verhältnisse. Wenn sich zwei Stoffe chemisch mit einander verbinden, so geschieht dies entweder in einem oder auch in mehreren, aber genau bestimmten und unter allen Umständen unveränderlichen Gewichtsverhältnissen.

So z. B. verbinden sich 20 Gewichtstheile Calcium mit 8 Gewichtstheilen Sauerstoff zu 28 Gewichtstheilen Kalk, (CaO); 100 Gewichtstheile Schwefelsäure geben mit 70 Gewichtstheilen Kalk 170 Gewichtstheile Gyps.

Würde von einem oder dem anderen Bestandtheil etwas mehr vorkommen, so bleibt der Ueberschuß unverbunden, jedoch kann sich dieser Ueberschuß in vielen Fällen, insbesondere wenn die Körper flüssig sind, mit der entstandenen chemischen Verbindung mengen, wodurch Körper entstehen, bei denen es den Anschein hat, als wären ihre Bestandtheile in unbestimmten Gewichtsverhältnissen in Verbindung getreten.

Um einen Körper aus einer chemischen Verbindung, z. B. das Quecksilber aus dem Zinnober durch einen anderen, z. B. durch Eisen (mittelst Glühhitze) auszutreiben, ist für eine bestimmte Quantität der Verbindung eine bestimmte Quantität des Scheidungsmittels erforderlich: nämlich zu 116 Gewichtstheilen Zinnober sind 28 Gewichtstheile Eisen erforderlich. Man erhält dann 100 Gewichtsth. Quecksilber und 44 Gewichtsth. Schwefeleisen.

3. Das Gesetz der vielfachen oder der multiplen Proportionen. Die Erfahrung lehrt, daß zwei Stoffe mehrfache, in ihren Eigenschaften wesentlich von einander abweichende Verbindungen eingehen können, in welchen ihre Gewichtsmengen verschiedene Verhältnisse bilden, die sich jedoch auf eine einfache Weise aus dem Verhältnisse ableiten lassen, welches die niedrigste Verbindungsstufe ausdrückt. Sind nämlich a und b die Gewichtsmengen zweier Stoffe A und B in der niedrigsten Verbindungsstufe, so ist ihr Verhältniß in dieser Stufe a : b, und in jeder höheren Verbindungsstufe

$$ma : nb$$

wo m und n jedesmal ganze Zahlen und niemals irrationale Größen sind. Bei unorganischen Verbindungen gehören diese ganzen Zahlen stets zu den ersten Gliedern der Reihe der natürlichen Zahlen. Mit andern Worten, in den höhern Verbindungsstufen sind es nur die Gewichtsmengen 2a, 3a, 4a, 5a, 6a, 7a von dem Stoffe A, die sich mit der Gewichtsmenge b oder 3b, 5b, . . . des andern Stoffes B chemisch verbinden; es sind also die Gewichtsmengen in den höheren Verbindungsstufen vielfache (Multipla) nach ganzen Zahlen von den kleinsten Mengen der ersten Verbindungsstufe.

Dieses Gesetz machen die Verbindungen des Sauerstoffs mit dem Stickstoff anschaulich. (Siehe Experimentalphysik.) So bilden

35·5 Gewth. Chlor mit	8	Gewth.	Sauerstoff	unterchlorige Säure,
„	24	„	„	chlorige Säure,
„	32	„	„	Unterchlorsäure,
„	40	„	„	Chlorsäure,
„	56	„	„	Ueberchlorsäure.

Demnach verhalten sich die Gewichtsmengen des Sauerstoffes, die sich mit 35·5 Chlor chemisch verbinden, wie 1 : 3 : 4 : 5 : 7, und sind also in den höhern Verbindungen wirklich Multipla nach ganzen Zahlen von der kleinsten Gewichtsmenge der niedrigsten Verbindungsstufe.

4. Die Entdeckung der angeführten Gesetze war als ein großer Fortschritt in der Wissenschaft zu betrachten, allein daraus war noch immer kein innerer Zusammenhang zwischen den Quantitäten ersichtlich, in denen sich die verschiedenen Grundstoffe mit einer bestimmten Menge irgend eines andern Grundstoffes chemisch verbinden. Man hat nun durch Versuche, die mit größtmöglicher Sorgfalt und Genauigkeit angestellt wurden, unter Anwendung des bewunderungswerthesten Scharfsinnes die Gewichtsmengen der verschiedenen Grundstoffe ermittelt, die erforderlich sind, um mit 100 Gewichtth. Sauerstoff die niedrigste Oxydationsstufe zu bilden. Diese Gewichtsmengen sind sehr verschieden; so braucht man z. B.

vom Wasserstoffe	12·5	Gewichtsth.
„ Kohlensäure	75	„
„ Stickstoffe	175	„
„ Schwefel	201	„
„ Quecksilber	1250	„
„ Wismuth	2600	„

Diese verschiedenen Gewichtsmengen bringen im Allgemeinen dieselbe chemische Wirkung, nämlich ein Aufheben der charakteristischen Eigenschaften von 100 Gewichtsth. Sauerstoff hervor; man sagt daher, daß sie denselben chemischen Werth haben. Sie können in den Verbindungen mit dem Sauerstoff einander ersetzen, und sind somit Ersatzmengen oder äquivalente Gewichtsmengen, weshalb sie auch kurzweg Aequivalente genannt werden.

Wenn von einem Grundstoffe nur eine einzige Verbindung mit dem Sauerstoffe bekannt ist, so hält man sie für zusammengesetzt aus einem Aequivalente dieses Grundstoffes mit einem Aequivalente Sauerstoff, ausgenommen man wäre durch andere Umstände, z. B. durch die Aehnlichkeit dieser Verbindung mit einem anderen Körper von bekannter Zusammensetzung zu der Annahme genöthigt, daß sie eine höhere Verbindungsstufe ist.

Aus der Verschiedenheit der Aequivalente folgt, daß die Stoffe rücksichtlich ihrer chemischen Wirksamkeit sehr stark von einander abweichen; denn offenbar wirkt derjenige Stoff kräftiger, der schon in geringerer Menge die Eigenschaften von 100 Gewichtsth. Sauerstoff aufzuheben vermag. Der chemisch kräftigste Stoff ist der Wasserstoff, der schwächste der Wismuth.

5. Die Zahlen, welche die Gewichtsmengen angeben, die von jedem Grundstoffe erforderlich sind, um mit 100 Theilen Sauerstoff die niedrigste Verbindungsstufe zu bilden, sind auch in der Beziehung höchst

merkwürdig, daß sie zugleich die Gewichsmengen ausdrücken, in welchen die Grundstoffe unter sich selbst in der ersten Verbindungsstufe sich chemisch vereinigen, weshalb sie auch Mischungsgewichte genannt werden. So z. B. verbinden sich Schwefel und Quecksilber miteinander genau in dem Verhältnisse, in welchem sie mit 100 Gewichtsth. Sauerstoff in Verbindung treten, nämlich 201 Gewichtsth. Schwefel bilden mit 1250 Gewichtsth. Quecksilber 1451 Gewichtsth. Zinnober.

In dem Verhältnisse, in welchem zwei Stoffe mit einander sich verbinden, können sie auch in allen Verbindungen mit andern Stoffen einander ersetzen oder vertreten; darum drücken die Zahlen in obiger Reihe auch die Gewichtsmengen aus, in welchen die Stoffe in allen Verbindungen der ersten Stufe einander ersetzen; sie sind also nicht nur in Beziehung auf 100 Gewichtsth. Sauerstoff, sondern auch unter sich äquivalent.

Dividirt man obige Reihe der Aequivalente mit 12·5, d. i. mit dem Aequivalente des Wasserstoffes Glied für Glied, so ändern sich die Verhältnisse der Zahlen unter einander nicht; die durch die neuen Zahlen ausgedrückten Gewichtsmengen haben daher dieselben chemischen Werthe wie die früheren, und sind somit wieder Aequivalente der Grundstoffe, denen jedoch das Aequivalent des Wasserstoffes als Einheit zu Grunde liegt, und die durch kleinere Zahlen ausgedrückt sind, welche man leichter im Gedächtnisse behält.

Die Gesetze der bestimmten Verhältnisse und der Vielfachen lassen sich nun in folgender Form zusammenfassen: Die Grundstoffe verbinden sich miteinander nach ihren Aequivalenten oder nach den durch Multiplication mit ganzen Zahlen erhaltenen Vielfachen derselben, aber niemals in einem anderen Verhältnisse.

Die erste Verbindungsstufe besteht aus 1 Aequivalente von jedem Bestandtheil; in den höheren Verbindungsstufen erscheint ein Aequivalent des einen Stoffes mit 2, 3, 4, 5 . . Aequivalenten des anderen, oder beide erscheinen in den Verhältnissen 2 : 3, 2 : 5, 3 : 5 . . mit einander verbunden.

Die binären Verbindungen des Chlors, des Jods, Broms, Fluors, Schwefels mit anderen Grundstoffen, falls darin diese Stoffe die Stelle des Sauerstoffs einnehmen, nennt man Chloride, Jodide, Bromide, Fluoride Sulphuride. Existiren zwei Verbindungen dieser Stoffe mit einem Grundstoffe, so nennt man die, welche die geringste Menge von Chlor, Jod u. s. f. enthält, Chlorür, Jodür u. s. f., und die mit größerer Menge Chlorid, Jodid u. s. w.

Die folgende Tabelle gibt die Aequivalente aller Grundstoffe mit ihren chemischen Zeichen; diese Zeichen geben nicht bloß die Namen der Grundstoffe an, sondern sie drücken auch deren Aequivalente aus. Kommen in einer Verbindung mehrere Aequivalente von einem Grundstoffe vor, so wird die Anzahl derselben durch einen rechts am Zeichen, gewöhnlich unten, angebrachten Zeiger bezeichnet. Die Verbindungen der Grundstoffe, oder Verbindungen der ersten Ordnung zeigt man dadurch an, daß man die Zeichen der Grundstoffe, jedes mit dem zugehörigen Zeiger neben einander setzt. Es ist üblich, den mit dem Sauerstoffe verbundenen Stoff, den man das Radical nennt, immer zuerst anzuschreiben. Nach Berzelius wird die Anzahl der Aequivalente von O durch Punkte, und die von S durch Striche, die über dem Zeichen des Stoffes, womit sie verbunden sind, gesetzt werden, bezeichnet.

Namen der Grundstoffe	Zeichen	Werth des Aequivalents	Namen der Grundstoffe	Zeichen	Werth des Aequivalents
1. Sauerstoff	O	8	32. Kupfer	Cu	31·7
2. Wasserstoff	H	1	33. Lanthan	La	47
3. Stickstoff	N	14	34. Lithium	Li	6·95
4. Kohlenstoff	C	6	35. Magnesium	Mg	12
5. Schwefel	S	16	36. Mangan	Mn	27·5
6. Selen	Se	40	37. Molybdän	Mo	48
7. Tellur	Te	64	38. Natrium	Na	23
8. Chlor	Cl	35·5	39. Nickel	Ni	29·6
9. Brom	Br	80	40. Osmium	Os	99·6
10. Jod	J	127	41. Palladium	Pd	53·3
11. Fluor	F	19	42. Platin	Pt	98·7
12. Phosphor	P	31	43. Quecksilber	Hg	100
13. Arsen	As	75	44. Rhodium	Rh	52·2
14. Bor	B	10·9	45. Ruthenium	Ru	52·2
15. Kiesel	Si	21	46. Silber	Ag	108
16. Aluminium	Al	13·7	47. Strontium	Sr	43·8
17. Antimon	Sb	120·3	48. Tantal	Ta	68·8
18. Baryum	Ba	68·6	49. Terbium	Tb	—
19. Blei	Pb	103·5	50. Thorium	Th	59·6
20. Cadmium	Cd	56	51. Titan	Ti	25
21. Calcium	Ca	20	52. Uran	U	60
22. Cerium	Ce	47	53. Vanadium	V	68·6
23. Chrom	Cr	26·7	54. Wismuth	Bi	208
24. Didym	D	48	55. Wolfram	W	92
25. Eisen	Fe	28	56. Ytrium	Y	—
26. Erbium	E	—	57. Zink	Zn	32·6
27. Glycium	G	4·7	58. Zinn	Sn	59
(Beryllium)			59. Zirconium	Zr	22·4
28. Gold	Au	197	60. Niobium	Nb	—
29. Iridium	Ir	99	61. Norium	No	—
30. Kalium	K	39·2	62. Rubidium	Ru	—
31. Kobalt	Co	29·5	63. Cäsium	Caes	—

Die in dieser Tabelle angegebenen Werthe der Aequivalente sind dem Jahresberichte über die Fortschritte der Chemie, Physik u. s. w. vom Jahre 1857 entnommen.

Die ersten 15 Grundstoffe pflegt man **Metalloide**, die anderen **Metalle** zu nennen.

5. **Das Gesetz der zusammengesetzten Verbindungen.** Der chemische Werth eines Stoffes erleidet in der Verbindung mit andern Stoffen keine Veränderung, sondern sein Aequivalent behält unter allen Umständen seine chemische Wirksamkeit, daher ist das Aequivalent eines zusammengesetzten Körpers jederzeit gleich der Summe der Aequivalente seiner Bestandtheile. Um es zu berechnen, muß man nicht nur die Aequivalente der Bestandtheile kennen, sondern auch wissen, wie viel

Aequivalente von jedem Stoffe in der Verbindung vorkommen; dieß alles gibt die Zusammensetzungsformel an. Die chemischen Verbindungen zusammengesetzter Körper geschehen nur nach ihren Aequivalenten und den durch Multiplication mit ganzen Zahlen erhaltenen Vielfachen derselben.

Die Verbindungen der ersten Ordnungen verbinden sich nach dem angeführten Gesetze mit einander, wodurch Verbindungen der zweiten Ordnung entstehen, welche wieder unter sich zu Verbindungen der dritten Ordnung zusammentreten können. Das Aequivalent der Schwefelsäure SO_3 ist $= 16 + 3.8 = 40$, das des Kali $KO = 39{\cdot}2 + 8 = 47{\cdot}2$; die Verbindung dieser Stoffe zu schwefelsaurem Kali geschieht nach ihren Aequivalenten, nämlich 40 Gewichtsth. des ersten mit 47·2 Gewichtsth. des zweiten. Die Zusammensetzungsformel dieser Verbindung ist $KO + SO_3$ und das Aequivalent derselben $= 47{\cdot}2 + 40 = 87{\cdot}2$.

6. Wenn das Wasser mit zusammengesetzten Körpern in chemische Verbindung tritt, wodurch ein sogenanntes Hydrat entsteht, so geschieht es immer nach dem Gesetze der Aequivalente. In diesen Verbindungen spielt das Wasser manchmal die Rolle einer Säure, und wird dann durch Säuren verdrängt, in anderen Fällen wirkt es als Basis und wird durch Basen ausgeschieden. Wirkt das Wasser als Basis, so ist es nach H. Rose nur eine schwache Basis, und kann nur Oxyde von sehr schwachen Eigenschaften aus ihren Verbindungen fällen, wie z. B. die meisten, durch die Formel $R_2\,O_3$ (wo R das Radical bezeichnet) ausgedrückten Oxyde, manche schon bei gewöhnlicher Temperatur, andere erst bei der Siedhitze; nur die Thonerde ($Al_2\,O_3$) wird durch Wasser nicht gefällt.

Auch das Krystallisationswasser in Krystallen ist chemisch gebundenes Wasser, welches nach dem Gesetze der Aequivalente in Verbindung tritt.

7. Das Gesetz der Volumverhältnisse. Gay Lussac machte die wichtige Entdeckung, daß auch rücksichtlich der Volumen v und v' der Quantitäten gasförmiger Stoffe, die sich chemisch verbinden und dem Volumen V des entstandenen gasförmigen Produktes einfache Verhältnisse bestehen. Beziehen sich die Volumen der Gase auf den Normalluftdruck von 760 Millim. und die Temperatur von 0°, so ist:

a) das Verhältniß $v : v'$ entweder gleich $1 : 1$ oder

$$1 : 2, 1 : 3, 2 : 3 \ldots$$

also jederzeit ein einfaches, durch die kleinsten Zahlen ausdrückbares. Ist V das Volumen, P das absolute und S das spezifische Gewicht eines Körpers, so ist bekanntlich $V = \frac{P}{S}$.

Da nun ein Aequivalent nichts anderes ist als das absolute Gewicht einer bestimmten Menge eines Stoffes, so findet man das Aequivalentvolumen, wenn man das Aequivalent durch das specifische Gewicht dividirt. Man hat auf diese Art das Aequivalentvolumen der Grundstoffe, die gasförmig erscheinen, oder in Gasform sich bringen lassen, für den Normalluftdruck und für die Temperatur von 0° berechnet, und ist zu dem merkwürdigen Resultate gekommen, daß

α) das Aequivalentvolumen des Schwefelgases am kleinsten ist;

β) daß das der Gase von Antimon, Arsen, Bor, Carbon, Chrom, Sauerstoff, Phosphor, Tellur, Titan und Zinn dreimal, und

γ) jenes der Gase von Stickstoff, Brom, Chlor, Fluor, Jod, Wasserstoff, Kiesel, Quecksilber, Selen sechsmal größer ist als das kleinste, nämlich das des Schwefelgases. Demnach sind die Verhältnisse der Volumen der Gase, in welchen sie in der ersten Verbindungsstufe zusammentreten, nur folgende:

$$1:1,\ 1:2,\ 1:3,\ 1:6.$$

In den höheren Verbindungsstufen, in denen Multiplen der Aequivalente nach ganzen Zahlen vorkommen, müssen auch die Volumen der Stoffe eben solche Vielfache ihres Aequivalentvolumens sein.

So ist z. B. das Aequivalentvolumen von N doppelt so groß, als das von O; daher verbindet sich 1 Vol. O mit 2 Vol. N zu Stickstoffoxydulgas (NO); in den höheren Verbindungsstufen dieser zwei Stoffe sind die Gewichtsmengen von O 2, 3, 4, 5mal größer, mithin verbinden sich auch 2 Vol. N mit 2, 3, 4, 5 Vol. O.

b) Das Volumen, welches die aus den gasförmigen Stoffen gebildete Verbindung in Gasgestalt erhält, ist selten gleich der Summe der Volumen der Bestandtheile, also nur selten ist $V = v + v'$, sondern gewöhnlich erfolgt eine Zusammenziehung der Bestandtheile, so daß der neue Körper dichter erscheint, und sein Volumen V kleiner wird als $v + v'$; am häufigsten ist

$$V = \tfrac{2}{3}(v + v'), \text{ aber auch } V = \tfrac{1}{2}(v + v') \text{ oder}$$

$$V = \tfrac{3}{4}(v + v'),\ V = \tfrac{2}{5}(v + v'),\ V = \tfrac{3}{5}(v + v'),\ V = \tfrac{4}{7}(v + v').$$

Das Volumen des gasförmigen Productes steht also zu der Summe der Volumen der Bestandtheile stets in einem einfachen, durch die ersten Glieder der Reihe der natürlichen Zahlen ausgedrückten Verhältnisse. Der Bruch, welcher vor der Summe $v + v'$ steht, gibt die Größe der geschehenen Contraction an.

So z. B. 1 Vol. N verbindet sich mit 3 Vol. H zu 2. Vol. Ammoniakgas (NH_3), mithin ist das Volumen der Verbindung nur der halben Summe der beiden Volumen ihrer Bestandtheile gleich. Eine umständlichere Darstellung der Volumtheorie findet man in Schrötter's Chemie, Wien 1849. Das Gesetz der Volumverhältnisse hat durch Schröder eine Ausdehnung auf die nicht gasförmigen Verbindungen erhalten.

§. 23. Auflösung einiger Aufgaben. Die Kenntniß der Aequivalente macht uns möglich, zu berechnen, wie viel von einem Stoffe erforderlich ist, um mit einer gegebenen Menge eines anderen Stoffes eine chemische Verbindung einzugehen. Kennt man die Zusammensetzungsformel eines Körpers, so kann man leicht finden, wie viel von jedem Bestandtheil in einer gegebenen Menge dieses zusammengesetzten Körpers enthalten ist, oder wie viel man von jedem Bestandtheile braucht, um eine gewisse Quantität von diesem Körper darzustellen. Die Zusammensetzungsformeln machen auch die Vertretungen, die Umwandlungen und Zersetzungen der chemischen Verbindungen recht anschaulich und leicht verständlich.

1. Nach Liebig verzehrt ein erwachsener Mann bei mäßiger Bewegung täglich 27·8 Loth Kohlenstoff, der in Form von kohlensaurem Gas aus dem Körper heraustritt; es frägt sich, wie viel Sauerstoff muß

der Mensch einathmen, um diese Umwandlung des Kohlenstoffes zu bewirken?

Da zur Verwandlung von 6 Loth C in CO_2 16 Loth O erforderlich sind, und mit der Menge von C die Menge von O in diesem Verhältnisse wächst, so ist

$$6 : 27{\cdot}8 = 16 : x \text{ und } x = 74{\cdot}1 \text{ Loth.}$$

2. Nach Valentin athmet ein Mann in der Stunde 38·766 Gramme Kohlensäure aus; wie viel Gramme Kohlenstoff und Sauerstoff sind darin enthalten?

Da in 22 Gewichtsth. CO_2 6 Gew. C und 16 Gew. O vorkommen, so hat man, wenn das unbekannte Gewicht von C mit x, und das von O mit y bezeichnet wird:

$$6 : x = 22 : 38{\cdot}766, \text{ daher } x = 10{\cdot}573 \text{ Gramme, und}$$
$$16 : y = 22 : 38{\cdot}766, \text{ daher } y = 28{\cdot}193.$$

3. Wie viel Schwefelsäure ist erforderlich, um 100 Loth Kalk in Gyps zu verwandeln?

Es sei x die gesuchte Menge der Schwefelsäure; die Zusammensetzungsformel des krystallisirten schwefelsauren Kalks ist $CaO + SO_3 + 2HO$; das Aequivalent von Kalk ist 20 + 8 = 28, das der Schwefelsäure = 40; da nun mit 28 Gew. Kalk 40 Gew. SO_3 sich verbinden, so ist

$$28 : 100 = 40 : x, \text{ und } x = 142{\cdot}86.$$

4. Wie viel Kali ist in 100 Gran einer Kalilauge enthalten, wenn man 41·5 Gran englischer Schwefelsäure ($SO_3 + HO$) braucht, um die Lauge in den Zustand zu bringen, wo sie weder sauer noch alkalisch reagirt, d. h. weder blaues Lakmuspapier roth, noch gelbes Curcumopapier braun färbt?

Da 49 Gew. englische Schwefelsäure die charakteristischen Eigenschaften von 47·2 Kali vollkommen aufheben, so ist, wenn x die gesuchte Menge von Kali in 100 Gran Lauge bedeutet:

$$47{\cdot}2 : x = 49 : 41{\cdot}5 \text{ und } x = 40 \text{ Gran;}$$

also enthält die Lauge 40 Procent Kali.

§. 24. Empirische und theoretische Zusammensetzungsformeln. Durch die chemische Analyse eines zusammengesetzten Körpers gelangt man zunächst zur Kenntniß seiner procentigen Zusammensetzung, d. h. man erfährt, wie viel Gewichtstheile von jedem Bestandtheile in 100 Gewichtstheilen des zusammengesetzten Körpers enthalten sind; allein dadurch kennt man noch nicht die Anzahl der Aequivalente eines jeden in dieser Verbindung vorkommenden Grundstoffes, und ist somit noch nicht im Stande, die Zusammensetzungsformel für den analysirten Körper aufzustellen; dies wird erst dann möglich, wenn man auch die Gewichtsmenge kennt, in welcher sich dieser Körper mit einem anderen von bekanntem Aequivalente verbindet, wodurch auch sein Aequivalent bekannt wird. Sind M, N, P die Gewichtsmengen dreier Grundstoffe, die man in 100 Gew. einer gewissen Verbindung gefunden hat; ist ferner R das Aequivalent dieser Verbindung, und bedeuten A, B, C die in diesem

Aequivalente vorkommenden noch unbekannten Gewichtsmengen der drei Grundstoffe, so hat man:

$$100 : R = M : A, \quad 100 : R = N : B, \quad 100 : R = P : C.$$

Hieraus ergeben sich die Werthe von A, B, C; sind nun a, b, c die Aequivalente der drei Grundstoffe, so geben die Quotienten

$$\frac{A}{a} = m, \quad \frac{B}{b} = n, \quad \frac{C}{c} = p$$

an, wie viel Aequivalente von jedem in R, d. i. in einem Aequivalente des analysirten Körpers vorkommen; m, n, r müssen ganze Zahlen sein, weil die Anzahl der Aequivalente der in einer Verbindung vorkommenden Grundstoffe eine ganze Zahl ist.

So z. B. gibt die Analyse an, daß 100 Gewichtsth. Ameisensäure (die aus den rothen Waldameisen durch Destillation gewonnen wird, einen stechend sauren Geruch hat, und auf der Haut ein starkes Brennen verursacht), aus 32·85 C, 2·68 H, 64·47 O bestehen. Nun weiß man, daß ein Aequivalent Kali sich mit 37 Gewichtsth. Ameisensäure chemisch verbindet, somit ist die Zahl 37 das Aequivalent dieser Säure, also = R, und die in R vorkommende Menge von C ist = 12, von H = 1 und von O = 24. Diese Zahlen müssen Vielfache der Aequivalente dieser Grundstoffe sein dividirt man sie mit den zugehörigen Aequivalenten, so hat man

$$12 : 6 = 2, \quad 1 : 1 = 1, \quad 24 : 8 = 3,$$

somit ist die Zusammensetzungsformel für die Ameisensäure C_2HO_3.

Man nennt die durch dieses Verfahren gewonnene Formel eine empirische, indem sie nichts anderes ist, als der Ausdruck einer Thatsache, und durchaus nicht nach einer Ansicht gebildet, die man etwa über die Art der Gruppirung der in der Verbindung vorhandenen Elemente faßt. Gibt die Formel auch diese Gruppirungsweise an, so heißt sie eine theoretische. So z. B. ist KNO_6 die empirische Formel des Salpeters; sie gibt an, daß derselbe aus 1 Aequivalent Kalium, 1 Aequivalent Stickstoff und 6 Aequivalente Sauerstoff besteht; hingegen die Formel $KO + NO_5$ ist eine theoretische, gebildet nach der Ansicht, daß ein Sauerstoffsalz aus einer Sauerstoffbasis und einer Sauerstoffsäure zusammengesetzt ist. In sehr vielen Fällen, insbesondere bei organischen Verbindungen müssen wir uns mit der Kenntniß ihrer empirischen Formeln begnügen, weil die Wissenschaft nicht immer eine befriedigende Ansicht über die Gruppirung der Bestandtheile in den zusammengesetzten Körpern aufzustellen vermag.

In dem Falle, wo das Aequivalent R einer Verbindung unbekannt ist, bleibt die Aufgabe unbestimmt, und man kann nur finden, wie viel Aequivalente von jedem Bestandtheile der Verbindung auf 1 Aequivalent von einem dieser Bestandtheile entfallen. Wäre z. B. das Aequivalent der Ameisensäure nicht bekannt, so dividirt man die Zahlen M, N, P mit den zugehörigen Aequivalenten der Grundstoffe, also

$$32·85 : 6 = 5·47, \quad 2·68 : 1 = 2·68, \quad 64·47 : 8 = 8·06;$$

nun dividirt man die erhaltenen Quotienten mit 2·68, so ergibt sich für Kohlenstoff 2, für Wasserstoff 1, für Sauerstoff 3. Die Formel ist dann C_2HO_3; sie stimmt wohl mit der vorigen überein, allein sie besagt nichts anderes, als daß in der Ameisensäure auf je 1 Aequivalent Wasserstoff 2 Aequivalente Kohlenstoff und 3 Aequivalente Sauerstoff

entfallen. Die auf solche Art ermittelte Formel ist wohl auch eine empirische, aber darin erscheint nur die relative Anzahl der in der Verbindung vorkommenden Aequivalente der Bestandtheile angegeben.

Nicht immer ist es möglich, eine zuverlässige Formel, welche die wahre Natur eines Körpers ausdrückt, aufzustellen, weil oft die Beschaffenheit des Körpers bei der Untersuchung Schwierigkeiten darbietet, die zu Fehlern führen, die wohl an sich sehr klein sind, aber in Verbindung mit andern, die sich ungeachtet aller Vorsicht nicht vermeiden lassen, doch so groß werden, daß sie auf die Aequivalentenzahl einen bedeutenden Einfluß nehmen.

§. 25. Atomistische Theorie. Die Atome, in welche die Körper bei chemischen Verbindungen zerfallen, lassen sich weder durch mechanische, noch durch chemische Mittel in noch kleinere Theilchen zertheilen, obgleich sie als theilbar angesehen werden, da sie ein Gewicht besitzen und einen Raum einnehmen.

Die Atome der Grundstoffe heißen einfache Atome; sie sind bei demselben Grundstoffe gleichartig und einander gleich an Größe, Gestalt und Gewicht, aber bei verschiedenen Grundstoffen unterscheiden sie sich nicht nur rücksichtlich ihrer materiellen Beschaffenheit, sondern auch rücksichtlich ihrer physikalischen Eigenschaften. Eine Gruppe von mehreren gleichartigen, durch Cohäsionskräfte mit einander verbundenen Atomen heißt ein Molecül.

Die chemische Verbindung der Grundstoffe geschieht durch Nebeneinanderlagerung (Juxtaposition) der einfachen Atome in Folge der zwischen ihnen bestehenden chemischen Anziehung, wobei stets eine gewisse Anzahl Atome eines Grundstoffes mit einer gewissen Anzahl Atome von einem oder mehreren anderen in eine Gruppe sich vereinigt und ein zusammengesetztes Atom bildet. Ein chemisch zusammengesetzter Körper besteht aus einer Menge von zusammengesetzten Atomen, die für die Sinne als gleichartig erscheinen und deren einfache ungleichartige Atome mit einer Kraft zusammengehalten werden, die keine mechanische Gewalt zu überwinden vermag; nur chemische Mittel können eine Spaltung zusammengesetzter Atome, ein Zerfallen derselben in einfache Atome bewirken.

Die Aequivalente geben die Gewichtsmengen an, in welchen die Stoffe sich mit einander chemisch verbinden und in den chemischen Verbindungen einander vertreten. Das Verhältniß derselben bleibt unverändert dasselbe, mag die Masse der Verbindung groß oder klein sein; so sind in einem Stücke Zinnober stets Quecksilber und Schwefel in dem Verhältnisse von 100 zu 16 verbunden, mag dieses Stück ein Pfund, ein Miligramm oder nur ein Atom sein. — Dalton, der Schöpfer der atomistischen Theorie, nahm nun ganz naturgemäß an, daß in der ersten Verbindungsstufe zweier Grundstoffe ein Atom des einen Stoffes mit einem Atom des andern verbunden ist; dieser Annahme zufolge müßte die Anzahl der Atome in allen Aequivalenten gleich groß sein. Sind A und B die Aequivalente, a und b die Atomengewichte zweier Grundstoffe, und ist n die Anzahl der in jedem Aequivalente vorkommenden Atome, so ist $A = na$ und $B = nb$, mithin $A : B = a : b$, d. h. die Atomengewichte zweier Grundstoffe verhalten sich zu einander, wie deren Aequivalente; daher ist es leicht

möglich, die relativen Gewichte der Atome zu bestimmen, d. h. anzugeben, wie viel mehr Gewicht ein Atom in eine Verbindung bringt als ein anderes.

Nach der angeführten Ansicht besteht ein Atom Zinnober aus 1 Atom Quecksilber und 1 Atom Schwefel, mithin gibt das Verhältniß 100 : 16 das Verhältniß der Atomengewichte dieser Stoffe an. Zur Vertretung von 16 Gewichtsth. Schwefel braucht man 8 Gewichtsth. Sauerstoff, also ist das Gewicht eines Atoms Sauerstoff nur halb so groß und das des Quecksilberatoms 6¼mal größer, als das des Schwefelatoms.

In den höheren Verbindungsstufen verbinden sich 2, 3, 4 . . Atome des einen Stoffes mit 1 Atom des anderen, oder 2 Atome des ersten mit 3, 5 . . Atomen des zweiten; also gruppirt sich bei jeder Verbindung nur eine Anzahl ganzer Atome des einen mit einer Anzahl ganzer Atome des andern Stoffes zu einem zusammengesetzten Atom.

So ist 1 Atom Kohlenoxydgas eine Gruppe von 2 Atomen, 1 Atom Kohlensäure eine Gruppe von 3 Atomen, 1 Atom Oxalsäure eine Gruppe von 5 Atomen; die Formeln, welche die Aequivalente dieser drei Verbindungen von Sauerstoff und Kohlenstoff ausdrücken, nämlich CO, CO_2, C_2O_3 geben zugleich die Zusammensetzungsweise ihrer Atome an, wenn man unter C und O nur Atome versteht.

Die atomistische Theorie nimmt ferner an, daß bei Gasarten, die bekanntlich sämmtlich gleich zusammendrückbar sind, auf gleiche Weise durch die Wärme ausgedehnt werden und in einfachen Volumverhältnissen sich mit einander verbinden, die Atome bei der nämlichen Temperatur und unter demselben Drucke in gleichen Abständen von einander sich befinden und daher gleiche Gasvolumen dieselbe Anzahl von Atomen in sich schließen. Da nun das Aequivalentenvolumen von Wasserstoffgas, Stickgas, von Chlor, Jod, Brom, Fluor u. s. f. zweimal größer ist, als unter denselben Umständen das des Sauerstoffgases, so sind der Annahme zufolge in jedem Aequivalent der ersteren Stoffe doppelt so viel Atome enthalten, als in dem des Sauerstoffes, weßhalb 1 Atom Wasser aus 2 Atom Wasserstoff und 1 Atom Sauerstoff besteht, und daher durch H_2O und nicht durch HO ausgedrückt, und in den Formeln, welche die Zusammensetzung des Stickstoffs, Chlors u. s. f. mit dem Sauerstoffe ausdrücken, anstatt N Cl das Doppelatom N_2 Cl_2 gesetzt wird.

Diese Hypothese über die gleiche Anzahl von Atomen in gleichen Volumen der Gase führt jedoch zu vielen unlösbaren Schwierigkeiten; dieser Umstand, so wie die Erwägung, daß mit jeder Aenderung der Ansicht rücksichtlich der Anzahl der einfachen Atome, die in der ersten Verbindungsstufe sich zu einer Gruppe vereinigen, auch die Zusammensetzungsformeln so wie die Atomengewichte geändert werden müßten, veranlaßten die Chemiker, die atomistischen Ansichten aus den Zusammensetzungsformeln zu verbannen, und sich nur an den Ausdruck der Aequivalente zu halten, deren Anzahl bei jedem Bestandtheile einer chemischen Verbindung unveränderlich und bestimmbar ist, während die der Atome nie mit Sicherheit ermittelt werden wird.

§. 26. Sauerstoffsalze. Eine Sauerstoffsäure kann sich mit einer Sauerstoffbasis nach dem Gesetze der Multiplen in mehrfachen Verhältnissen verbinden; ja es gibt Säuren, die mit mehreren Basen zugleich

in Verbindung treten. Der einfachste Fall ist der, wo sich 1 Aequivalent einer Säure mit 1 Aequivalent einer Basis von der Form RO verbindet; Verbindungen dieser Art nennt man neutrale Salze, weil viele derselben weder sauer noch alkalisch reagiren. Da das Verhältniß der Sauerstoffmenge der Säure zur Sauerstoffmenge der Basis, wenn von dieser nur 1 Aequivalent vorkommt, für jede Gattung dasselbe sein muß, so ist dieses Verhältniß bei neutralen salpetersauren Salzen stets 5 : 1, bei neutralen schwefelsauren 3 : 1, indem die ersteren nach der Formel $RO.NO_5$, die letzteren nach der Formel $RO.SO_3$ zusammengesetzt sind.

Ist die Basis nach der Formel R_2O_3 gebildet, so ist das Salz als ein neutrales zu betrachten, wenn das Verhältniß zwischen dem Sauerstoffgehalt der Säure und der Basis mit dem des neutralen Salzes übereinstimmt, dessen Basis nur 1 Aequivalent Sauerstoff enthält. Dies wird bei schwefelsauren Salzen der Fall sein, wenn man zu R_2O_3 drei Aequivalente der Säure nimmt; so ist z. B. das neutrale schwefelsaure Eisenoxyd nach der Formel $Fe_2O_3.3SO_3$ zusammengesetzt, worin die Sauerstoffmenge der Säure zur Sauerstoffmenge der Basis sich verhält wie 9 : 3 = 3 : 1. Hat man einer Säure so viel Basis zugesetzt, daß ein neutrales Salz entsteht, so sagt man, daß die Säure mit der Basis gesättiget ist; womit jedoch nicht gesagt ist, daß die Säure keine größere Quantität von der Basis aufzunehmen vermag. Aus dem Gesagten folgt, daß ein neutrales Salz eben so viele Aequivalente Säure enthält, wie viele Aequivalente Sauerstoff in 1 Aequivalent der Basis vorkommen. Ist in einem Salze das Verhältniß zwischen der Menge von Sauerstoff in der Säure und der in der Basis größer, als in dem neutralen von derselben Gattung, so heißt das Salz ein saures, ist es kleiner, so nennt man das Salz ein basisches. So ist z. B. das Salz $KO.2SO_3$ ein saures, denn das Verhältniß ist 6 : 1, im neutralen aber 3 : 1.

Es gibt Säuren, die sich mit 1, 2, 3 Aequivalent Wasser verbinden können, wodurch drei verschiedene Hydrate entstehen, die als besondere Modificationen der Säure betrachtet werden, deren jede in anderer Weise sich mit Basen verbindet, da die Menge der Basis sich ganz nach der Anzahl der Aequivalente des Hydratwassers richtet. Eine solche Säure ist z. B. Phosphorsäure = PO_5; sie erscheint als einfaches Phosphorsäurehydrat $PO_5 + HO$, dem das Aequivalent Wasser durch keinen Hitzgrad entzogen werden kann, verbindet sich mit Basen zu neutralen Salzen, indem das eine Aequivalent Wasser durch ein Aequivalent einer Basis ersetzt wird, und heißt eine einbasische Säure. — Eine andere Modification ist das Phosphorsäurebihydrat = $PO_5 + 2HO$, das als eine zweibasische Säure wirkt, indem das Aequivalent PO_5 mit 2 Aequivalent einer Basis, die an die Stelle von $2HO$ treten, neutrale Verbindungen bildet; auch kann ein Aequivalent der Basis durch ein Aequivalent einer andern Basis oder durch HO vertreten werden. Durch Erhitzung kann dieses Hydrat in das erste umgewandelt werden. — Eine dritte Modification ist das Phosphorsäuretrihydrat = $PO_5 + 3HO$; in dieser Form ist die Phosphorsäure eine dreibasische, weil sie 3 Aequivalente einer

Basis RO erfordert, um ein neutrales Salz zu bilden, wobei auch folgende Verbindungen möglich sind: $3RO + PO_5$, $2RO.HO + PO_5$ oder $RO.2HO + PO_5$; das Radical R kann theilweise oder auch ganz durch ein anderes einfaches Radical ersetzt werden.

Das dreibasische phosphorsaure Natron ist $= 3\,Na.O + PO_5$; daraus können auch folgende Salze entstehen: $2\,NaO.HO + PO_5$ und $NaO.2HO + PO_5$. In dem Samen der Leguminosen (Erbsen, Bohnen, Linsen u. dgl.), dann der Cruciferen (z. B. weißer und schwarzer Senf), der Coniferen oder Zapfenträger, wie Fichten, Tannen, kommen dreibasisch phosphorsaure Salze vor, während die Cerealien, der Hanf, Lein, Buchweizen, nur zweibasische enthalten.

§. 27. Isomorphie. Wenn die Körper aus ihrem flüssigen Zustande in den festen übergehen, und die Molecüle in ihrer Folgsamkeit gegen die Molecularkräfte durch keine äußeren Einflüsse gestört werden, so bilden sich Krystalle, die um so größer erscheinen, je langsamer der Uebergang in den festen Zustand vor sich geht. Bekanntlich ist jeder große Krystall eine Anhäufung von kleinen Krystallen, die wieder aus noch kleineren zusammengesetzt sind; die Gestalt der kleinsten Theilchen, so wie die Art und Weise ihrer Gruppirung bestimmen die Form des Krystalls, die zum Vorschein kommt. Da aber die Gestalt der kleinsten Theilchen von ihrer chemischen Zusammensetzung abhängt, so wäre zu untersuchen, in welcher Beziehung die Form des Krystalls zu seiner chemischen Zusammensetzung steht.

Wenn wir im Wasser Kochsalz und Salpeter auflösen, und hierauf das Auflösungsmittel an einem warmen Ofen langsam verdunsten lassen, so scheiden sich beide Salze in Form von Krystallen ab, aber in der Art, daß man die Würfeln des Kochsalzes deutlich von den langen Säulen des Salpeters unterscheidet. Untersucht man die Krystalle, nachdem man sie mit reinem Wasser abgewaschen hat, so findet man in den Kochsalzkrystallen keine Spur von Salpeter und in den Salpeterkrystallen keine Spur von Kochsalz; hieraus folgt, daß nur die gleichartigen Theilchen anziehend auf einander wirkten und zu Krystallen sich vereinigten. — Wenn wir jedoch Bittersalz ($Mg.O$, $SO_3 + 7HO$), Zinkvitriol (ZnO, $SO_3 + 7HO$) und Nickelvitriol ($NiO, SO_3 + 7HO$) in Wasser auflösen und dann die Auflösung abdampfen, so findet man, daß jeder entstandene Krystall alle drei Salze in dem nämlichen Verhältnisse gemengt enthält, in welchem sie in der Auflösung vorkommen; mithin üben die sich abscheidenden Theilchen des einen Stoffes gegen die Theilchen der anderen Stoffe dieselbe Anziehung aus, als wenn sie alle ganz gleichartig wären. Beachtet man die Krystallgestalten, so findet man, daß diese bei denjenigen Salzen, die zusammen aus einer Flüssigkeit herauskrystallisiren, einander vollkommen gleich sind, so daß kein Unterschied in den Winkeln, Ecken und Kanten bemerkbar ist; dagegen sind die Gestalten derjenigen Krystalle, die gesondert aus einer Flüssigkeit krystallisiren, von einander stark abweichend. Da nun ein großer Krystall nur eine Anhäufung von kleinen Krystallchen ist, so kann man schließen, daß auch die kleinsten Nickelvitriolkrystallchen dieselbe Gestalt haben, wie die kleinsten Bittersalz- oder Zinkvitriolkrystalle, daß demnach auch die Gruppen von einfachen Atomen, die ein Bittersalz- oder ein Zinkvitriol- oder Nickelvitriol-Atom bilden, einerlei Gestalt besitzen.

Die beim Zusammenkrystallisiren dieser Salze gebildete Krystallgestalt ist die nämliche, die jedem Bestandtheil eigenthümlich ist.

Die Gleichheit der Krystallgestalten ist eine Bedingung des Zusammenkrystallisirens der Stoffe ohne Aenderung ihrer Krystallgestalt, allein sie ist nicht die einzige; denn Alaun $= Al_2O_3 . 3 SO_3 + KO . SO_3 + 24 HO$ und Salmiak $= NH_4 . Cl$ haben dieselbe Krystallgestalt, und dennoch sondern sie sich ab, wenn sie aus einer und derselben Flüssigkeit herauskrystallisiren; eine Vergleichung ihrer chemischen Zusammensetzung macht ersichtlich, daß diese ganz unähnlich, dagegen die der früher besprochenen Salze, welche gemischte Krystalle von der Form der Bestandtheile bilden, sehr ähnlich ist, indem hier in jedem zusammengesetzten Atome dieselbe Anzahl von Aequivalenten ganz gleich geordnet erscheint, und sie nur dadurch sich unterscheiden, daß das Aequivalent von Magnesium des Bittersalzes in den andern Salzen durch ein Aequivalent Zink oder Nickel vertreten ist. Der Thonerde-Alaun krystallisirt in farblosen regelmäßigen Octaëdern; nun lehren die Untersuchungen, daß die Thonerde ohne die mindeste Aenderung der Krystallgestalt durch Eisenoxyd (Fe_2O_3) oder durch Chromoxyd (Cr_2O_3) oder auch durch Manganoxyd (Mn_2O_3) ersetzt werden kann; man erhält dann einen farblosen Eisen-Alaun, oder einen dunkelgrünen Chrom-Alaun, oder einen violeten Mangan-Alaun. Bringt man einen Krystall von Chrom-Alaun in eine gesättigte Auflösung von gewöhnlichem Thonerde-Alaun, so vergrößert er sich beim Abdampfen des Wassers, indem sich an seine Flächen die Theilchen des Thonerde-Alauns so anlegen, als wenn sie Theilchen von Chrom-Alaun wären. Man erhält, wenn man den Krystall von Zeit zu Zeit auf andere Flächen legt, ein regelmäßiges Octaëder von farblosem Thonerde-Alaun, in dessen Mitte ein dunkelgrünes Octaëder von Chrom-Alaun ist. — Die Schwefelsäure im Alaun kann durch Chromsäure oder durch Selensäure, das Kali durch Ammoniumoxyd ersetzt werden, ohne die Krystallform zu ändern.

Die Körper, welche in derselben Gestalt krystallisiren, und einander in einem Krystalle in allen möglichen Verhältnissen ohne Aenderung der Krystallgestalt ersetzen können, nennt man isomorphe Körper (von ἰσος gleich und μορφη Gestalt), und die Eigenschaft der Körper, ohne Aenderung der Krystallform aus einer Auflösung zusammenzukrystallisiren, heißt Isomorphie.

Gay Lussac machte zuerst die Beobachtung, daß ein Kali-Alaun in einer Auflösung von Ammoniak-Alaun fortfährt, sich zu vergrößern, ohne seine Krystallgestalt zu ändern, und daß man daher ohne Aenderung der regelmäßigen Gestalt den Krystall mit abwechselnden Lagen der beiden Alaunarten überziehen kann; aber erst Mitscherlich hat die Bedingungen aufgefunden, unter welchen zwei Stoffe in einem Krystalle einander ersetzen oder zusammenkrystallisiren.

Es gibt Fälle, wo Form und Zusammensetzung verschieden sind, und die Stoffe dennoch aus einer Flüssigkeit, in der sie gelöst sind, zusammenkrystallisiren, wie z. B. Zinkvitriol und Kupfervitriol ($CuO + SO_3 + 5 HO$); allein in diesen Fällen hat der gemischte Krystall immer die Gestalt desjenigen Stoffes, der in größerer Menge in der Auflösung vorhanden ist; der andere Stoff verhält sich wie ein beigemengter indifferenter Stoff, wie z. B. Sand oder Staub.

Genauere Messungen der Krystalle haben später gelehrt, daß in den Formen der ähnlichen Verbindungen isomorpher Körper kleine

Abweichungen vorkommen; die atomistische Ansicht gibt darüber eine genügende Erklärung. Wenn nämlich ein Stoff einen andern in einer Verbindung ohne Aenderung der Krystallgestalt ersetzen soll, so muß ein Atom von ihm genau die Stelle eines Atoms des andern Stoffes ausfüllen, was nur möglich ist, wenn beide sich ersetzende Atome gleich gestaltet und gleich groß sind; wäre das Volumen des isomorphen Atoms größer oder kleiner als das, welches zu vertreten ist, so müßte dieß sogleich in der gegenseitigen Neigung der Kanten des Krystalls zu seiner Axe zu erkennen sein. Sind die Atome isomorpher Körper von gleicher Größe und Gestalt, und wir bezeichnen ihr Volumen mit v, ihre Atomengewichte mit a und b, ihre Aequivalente mit A und B und ihre specifischen Gewichte mit s und s′, so ist

$$a = v\,s \text{ und } b = v\,s'$$

mithin $$a : b = s : s', \text{ aber } A : B = a : b,$$

somit $$A : B = s : s' \text{ und } \frac{A}{s} = \frac{B}{s'}$$

d. h. die Aequivalentenzahlen isomorpher Körper verhalten sich zu einander wie ihre specifischen Gewichte, und die Aequivalentenvolumen derselben sind einander gleich. Die Erfahrung bestätigt vollkommen diese merkwürdigen Ergebnisse; sie lehrt aber auch, daß in den Fällen, wo sich die specifischen Gewichte nicht genau so verhalten wie die Aequivalente, eine Aenderung in der Neigung der Flächen, oder in den Winkeln, welche die Kanten mit den Axen einschließen, sogleich bemerkbar wird.

Die Entdeckung der Isomorphie war für die Chemie sehr wichtig, weil es dadurch erst möglich geworden ist, die Zusammensetzungsweise und somit auch das Aequivalent vieler Körper richtig und leicht zu ermitteln; denn da isomorphe Körper stets auf ähnliche Weise zusammengesetzt sind, so braucht man bei einem Körper, dessen Zusammensetzungsformel sich sehr schwer ermitteln läßt, oder gänzlich unbekannt ist, nur zu sehen, mit welchen Körpern von bekannter Zusammensetzung er isomorph ist. So z. B. kennt man nur eine einzige Oxydationsstufe des Aluminiums, nämlich die Thonerde; deßhalb sollte die Formel derselben durch $Al\,O$ dargestellt werden; allein da die Thonerde als Saphir in Rhomboedern krystallisirt, die genau so gestaltet sind, wie die Krystalle des Eisenoxyds im Eisenglanz und wie die des Chromoxyds, da ferner die Thonerde diese genannten Oxyde in allen correspondirenden Verbindungen (d. i. in solchen, denen ein Bestandtheil in gleich viel Aequivalenten gemeinschaftlich ist, der andere wohl verschieden ist, aber doch immer in der nämlichen Anzahl von Aequivalenten erscheint) ersetzen kann, ohne eine Aenderung der Krystallgestalt zu bewirken, mithin mit ihnen isomorph ist, so muß sie eine ähnliche Zusammensetzung besitzen, und wird somit durch die Formel $Al_2\,O_3$ ausgedrückt.

Die Isomorphie gibt uns Aufschluß über die Thatsache, daß in der Natur Mineralien vorkommen, die nach den naturhistorischen Grundsätzen zu derselben Species gezählt werden müssen und doch ihre chemischen Bestandtheile in qualitativer und quantitativer Hinsicht wechseln. So z. B. gibt es Alaune, in welchen ein Theil der Thonerde durch Eisenoxyd oder durch Chromoxyd, in andern durch Manganoxyd ersetzt

ist, ja auch solche, die mehrere mit Thonerde isomorphe Stoffe enthalten; es entstand die Frage, welche Stoffe denn eigentlich den Alaun bilden. Die Isomorphie gibt darauf die Antwort, daß dort, wo zur Bildung des Alauns die Thonerde fehlte, das Eisenoxyd oder ein anderer isomorpher Körper, der vorhanden war, die Stelle einnahm.

§. 28. Amorphie und Dimorphie. Die Erscheinungen der Isomorphie bezeugen einen gewissen Zusammenhang zwischen der chemischen Beschaffenheit der Körper- und ihrer Krystallform; allein man würde irren, wenn man meinen sollte, daß einer bestimmten chemischen Zusammensetzung immer die nämliche Krystallform, oder der nämlichen Krystallform dieselbe Zusammensetzung entspreche. Es gibt Stoffe, die beim Uebergange aus dem flüssigen Zustande in den starren keine Krystallformen annehmen, daher im starren Zustande sich nicht nach gewissen Richtungen spalten lassen, beim Zerbrechen gekrümmte Flächen oder wie man sagt, einen muscheligen Bruch zeigen, auch keine Verschiedenheit in der Elasticität nach verschiedenen Richtungen darbieten, wie es bei vielen Krystallen wahrgenommen worden ist. Man nennt solche Körper amorphe oder gestaltlose, wie z. B. Glas, Gummi, die meisten Harze, Leim. Diese Körper erscheinen vor dem Erstarren zähflüssig, lassen sich in Fäden ziehen und werden beim Festwerden meistens durchsichtig. — Andere Körper erscheinen beim Festwerden in manchen Fällen amorph, in andern als Krystalle; wird nämlich ein flüssiger Körper gezwungen, plötzlich in festen Zustand zu übergehen, so daß seine Molecüle nicht Zeit haben, sich in den Richtungen zu lagern, in denen die Cohäsionskräfte am stärksten wirken, so bilden sich keine Krystalle, und der entstandene feste Körper zeigt ganz andere physikalische Eigenschaften (wie Farbe, Härte, Durchsichtigkeit, Einfluß auf das durchgehende Licht, Ausdehnungsfähigkeit in der Wärme, Schmelzbarkeit) als in dem Falle, wo eine regelmäßige Lagerung der kleinsten Theilchen stattfindet.

Manche Körper krystallisiren in zweierlei einander ganz unähnlichen Gestalten, die zwei verschiedenen von einander nicht ableitbaren Grundgestalten angehören. Solche Körper heißen dimorph, und ihre Fähigkeit in zwei verschiedenen Gestalten zu krystallisiren, heißt Dimorphie. Ein Körper, der in mehr als zwei verschiedenen unvereinbaren Grundformen krystallisirt, heißt polymorph. Erhält ein Stoff eine andere Krystallgestalt, so ändern sich auch seine physikalischen Eigenschaften, was auch jedesmal geschieht, falls ein Körper aus dem amorphen Zustande in den krystallisirten übergeht.

Kohlenstoff erscheint amorph als Ruß, als Diamant in Krystallformen, die dem tessularischen Systeme, dessen Grundform ein Würfel ist, und als Graphit in andern, die dem rhomboedrischen Systeme angehören.

Der kohlensaure Kalk ist dimorph, er erscheint als Kalkspath (Doppelspath) und als Arragonit; ersterer ist rhomboedrisch, der andere prismatisch. Wird der kohlensaure Kalk aus seiner Lösung bei der gewöhnlichen Temperatur niedergeschlagen, so erscheint er als Kalkspath, dagegen in Form des Arragonits, wenn dieß bei der Temperatur des siedenden Wassers geschieht.

§. 29. Isomerie. Die Eigenschaften einer chemischen Verbindung sind abhängig:

a) von der Beschaffenheit der in ihr vorkommenden Grundstoffe, also von der qualitativen Zusammensetzung;
b) von dem Verhältnisse der Aequivalente der Grundstoffe in der Verbindung oder von der quantitativen Zusammensetzung; aber auch
c) von der Art der Gruppirung der Elemente in den näheren und in den entfernteren Bestandtheilen; denn es gibt Körper, welche ganz gleiche qualitative und quantitative Zusammensetzung besitzen, und dennoch verschiedenartige Substanzen sind, die in ihren physikalischen und chemischen Eigenschaften von einander abweichen. Körper von dieser Art nennt man isomere (von ἴσος gleich und μέρος Theil) und ein solches Verhalten der Körper heißt Isomerie. Man unterscheidet mehrere Modificationen der Isomerie.

1. Es gibt Körper, welche aus denselben Grundstoffen bestehen, dieselbe procentige Zusammensetzung besitzen, in denen daher das Verhältniß der Aequivalente der Grundstoffe, die in einem Aequivalente der Verbindung vorkommen, das nämliche ist, allein die absolute Anzahl dieser Aequivalente ist in jedem Körper eine andere, mithin sind auch die Aequivalente dieser Körper selbst verschieden groß. Man nennt solche Körper polymere Verbindungen.

Ein Aequivalent Cyan (C_2 N), das man mit Cy bezeichnet, bildet mit 1 Aequivalent Sauerstoff die Cyansäure, die nur als Hydrat (CyO . HO) bestehen kann; sie ist eine wasserhelle, sehr flüchtige Flüssigkeit von höchst durchdringendem Geruche, wirkt auf die Haut stark ätzend, so daß ein kleiner Tropfen schmerzhafte Brandblasen verursacht; sie geht mit Basen nur in der Art Verbindungen ein, daß das Aequivalent Wasser durch ein Aequivalent irgend einer Basis vertreten wird, weßhalb ihr Aequivalent durch Cy O ausgedrückt werden kann. — Aus dem Harnstoffe erzeugt man die Cyanursäure, deren Zusammensetzung, berechnet nach der Gewichtsmenge, in welcher sie mit Basen sich verbindet, durch die Formel

$$Cy_3\ O_3\ .\ 3\ O\ H$$

dargestellt wird; sie ist krystallisirbar, im Wasser löslich und geruchlos. Erhitzt man verwitterte und getrocknete Cyanursäure in einer zugeschmolzenen Glasröhre bis zum anfangenden Glühen, so übergeht sie in Cyansäurehydrat, und doch konnte nichts hinzukommen, noch etwas entweichen. Dieses Hydrat geht bei gewöhnlicher Temperatur von selbst in einen weißen porcellanartigen, im Wasser unlöslichen, geruch- und geschmacklosen indifferenten Körper über, den man Cyamelid nennt. Durch Erhitzung verwandelt man Cyamelid wieder in Cyansäurehydrat. Da Cyamelid keine Verbindungen eingeht, so läßt sich seine Zusammensetzungsweise nicht ermitteln. — Eine vierte Verbindung des Cyans mit Sauerstoff ist die Knallsäure ($Cy_2\ O_2\ .\ 2\ HO$). In allen diesen vier Körpern ist die procentige Zusammensetzung dieselbe, aber das Aequivalent der Knallsäure ist doppelt, das der Cyanursäure dreimal größer als das der Cyansäure. Das Hydratwasser wird immer durch gleich viel Aequivalente einer Basis ersetzt.

Alcohol ($C_4\ H_6\ O_2$) und Methyloxyd oder Holzgeistäther ($C_2\ H_3\ O$) sind auch polymere Körper; das Aequivalent des ersten ist noch einmal so groß als das des zweiten. Die Verschiedenheit der Eigenschaften bei polymeren Körpern wird begreiflich, wenn man berücksichtigt, daß die absolute Anzahl der einfachen Atome, die zu einem zusammengesetzten Atom sich vereinigen, in jedem von diesen Körpern eine andere ist, somit auch die Art der Gruppirung und die aus den Kräften der einfachen Atome hervorgehende Resultirende eine andere sein muß.

2. Eine zweite Klasse isomerer Stoffe bieten die Körper dar, welche dieselbe empirische Formel besitzen, bei denen also dieselben Grundstoffe und jeder in der nämlichen Anzahl von Aequivalenten vorkommen, aber die dennoch in ihren Eigenschaften verschieden sind, weil ihre näheren Bestandtheile verschiedenartig sind. So werden der Ameisen-

äther und der Methylessigäther durch dieselbe chemische Formel $C_6 H_6 O_4$ ausgedrückt; aber der erstere Stoff ist eine Verbindung von

Ameisensäure $C_2 H O_3$ und Aethyloxyd $C_4 H_5 O$

der zweite eine Verbindung von

Essigsäure $C_4 H_3 O_3$ und Methyloxyd $C_2 H_3 O$.

Isomere Körper dieser Art nennt man metamere.

Eine dritte Klasse, die man isomere im engeren Sinne nennt, werden durch dieselbe empirische Formel ausgedrückt, haben ganz gleiche Aequivalente und dennoch verschiedene Eigenschaften. So z. B. lassen sich die aus Kohlenstoff und Wasserstoff bestehenden, unter dem Namen Camphene bekannten ätherischen Oele durch die Formel $C_{20} H_{16}$ darstellen, wie Terpentinöl, Citronenöl, Copaivaöl, Wachholderbeeröl; allein ihre physikalischen und chemischen Eigenschaften sind verschieden. Zu dieser Klasse gehören auch die in den Weinbeeren befindlichen zwei Säuren: die Wein- und Traubensäure, welche die Formeln $C_8 H_4 O_{10}$ besitzen (Regnault's Chemie).

Das Cyan bildet sich, wenn man stickstoffhaltige thierische Stoffe, wie getrocknetes Blut, Fleisch, Horn oder thierische Kohle mit kohlensaurem Kali erhitzt; dabei wird zuerst Kali durch den Kohlenstoff reducirt und in Kalium verwandelt, das die Verbindung des Kohlenstoffes mit dem Stickstoffe zu Cyan veranlaßt, und sich mit diesem neuen Gebilde sogleich zu Cyankalium verbindet. Im Wasser löset sich das Cyankalium auf; vermischt man diese Auflösung mit schwefelsaurem Eisenoxydul und erwärmt die Mischung, so tritt das Cyan mit dem Eisen in Verbindung und wird als blaues Cyaneisen niedergeschlagen, das nach dem Abwaschen sich unverändert übertragen läßt, und in diesem Zustande als Pariserblau im Handel vorkommt; mit Thonerde gemengt heißt es Berlinerblau. Wird eine Auflösung von Cyaneisen mit Quecksilberoxyd gekocht, so entsteht Cyanquecksilber und Eisenoxyd; letzteres scheidet sich als unlöslich ab, während Cyanquecksilber aufgelöst bleibt, und durch Abdampfen in farblosen Krystallen erhalten werden kann. Das Cyanquecksilber braucht man nur in einer Glasröhre zu erhitzen, um eine Ausscheidung des Cyans zu bewirken. Das Cyan erscheint bei dem gewöhnlichen Luftdrucke als ein farbloses, höchst giftiges Gas von durchdringendem Geruche; es brennt mit rosenfarbig-violeter Flamme, und wird vom Wasser absorbirt; das Cyan verbindet sich direct mit den Metallen, unter Licht- und Wärme-Entwicklung, eben so mit dem Sauerstoff und Wasserstoff. Ein Aequivalent Cyan bildet mit einem Aequivalent Wasserstoff die Cyanwasserstoffsäure (Cy H) oder Blausäure, die zu den stärksten Giften gehört, und als eine farblose, äußerst flüchtige Flüssigkeit erscheint, die einen starken Geruch besitzt, der in der Verdünnung an bittere Mandeln erinnert. Da die Blausäure aus bittern Mandeln und aus den Körnern mehrerer Steinfrüchte durch Destillation mit Wasser gewonnen wird, so war man der Meinung, daß sie in diesen Körpern enthalten ist; allein sie ist eines der Zersetzungsprodukte, welche sich aus den Bestandtheilen dieser Körper bei Vorhandensein von Wasser und anderen Bedingungen der Zersetzung bilden.

Die Knallsäure bildet mit Quecksilberoxyd das als Zündmittel bei Percussionsgewehren dienende Knallquecksilber.

§. 30. Abhängigkeit der Eigenschaften der Körper von der Lagerungsweise der kleinsten Theilchen (Atome). Schon das bisher Gesagte macht ersichtlich, daß die Eigenschaften einer chemischen Verbindung nicht nur von der qualitativen und quantitativen Beschaffenheit der Bestandtheile, sondern auch von der Lagerungsweise ihrer kleinsten Theilchen abhängig sind; denn ändern die Theilchen ihre Lage, so ändert sich auch die Richtung und die Stärke der Kräfte, mit denen die Theilchen auf einander wirken. So finden wir, daß die Natur aus denselben Grundstoffen und denselben quantitativen Verhältnissen eine Menge von

Verbindungen bloß durch Veränderungen in der Lagerungsweise der Atome hervorbringt, wie sich dieß bei den oben besprochenen ätherischen Oelen recht auffallend zeigt. Wir können dieß aber noch durch viele andere Thatsachen bestätigen, unter denen wir nur einige besonders merkwürdige Fälle herausheben wollen.

Wird eine weiche Eisenstange eine längere Zeit hindurch schwachen, aber sich stets wiederholenden Hammerschlägen ausgesetzt, so kann durch diese Bewegung offenbar nichts anderes bewirkt werden, als eine andere Lagerung der kleinsten Theilchen; in der That findet man die Stange krystallinisch, und in Folge dieses neuen Zustandes wird sie brüchig wie Gußeisen, und der Bruch ist nicht mehr wie beim weichen Eisen fadenförmig, sondern glatt und glänzend. — Beim Härten des Stahls wird eine Veränderung in den Eigenschaften desselben einzig durch eine mittelst plötzlicher Abkühluug bewirkte Aenderung in der Lagerung der kleinsten Theilchen erzeugt. — Wie eine geringe durch mechanische Kräfte (z. B. durch schwache Reibung, Stoß, bloße Berührung mit einer Feder) bewirkte Veränderung in der Lagerung der Theilchen eine Zersetzung mancher Körper und eine neue Gruppirung der Elemente veranlassen kann, bezeuget das knallsaure Silberoxyd und mehrere andere Verbindungen des Stickstoffs, die sehr gefährlich sind.

Alcohol ($C_4 H_6 O_2$) übergeht an der atmosphärischen Luft bei einer Temperatur über 6° R. durch Aufnahme von Sauerstoff in eine sehr flüchtige Flüssigkeit, die man Aldechyd ($C_4 H_4 O_2$) nennt, und in Wasser, indem mit je 2 Aequivalenten Wasserstoff sich 2 Aequivalente Sauerstoff zu Wasser verbinden; durch eine weitere Aufnahme von 2 Aequivalenten Sauerstoff geht Aldechyd rasch in Essigsäure-Hydrat ($C_4 H_3 O_3 + HO$) über. Dieser Aldechyd verwandelt sich in verschlossenen Gefäßen bei der Temperatur von 0° in einen ganz andern Körper, dessen Dichte dreimal größer erscheint, und doch ist nichts hinzugekommen, und nichts entwichen. Bei der gewöhnlichen Temperatur erleidet der Aldechyd wieder eine andere Umwandlung, in deren Folge ein Körper entsteht, dessen Eigenschaften von dem des früheren sehr verschieden sind. Die Veränderung der Eigenschaften ist hier offenbar nur die Folge einer veränderten Anordnung der Atome.

Die Wärme, die doch nur eine Veränderung in der Lage der kleinsten Theilchen bewirkt, erzeugt auffallende Veränderungen in den Eigenschaften der Körper. Wenn z. B. das Kochsalz aus einer Auflösung in Wasser bei großer Kälte im Winter sich ausscheidet, so bildet es große wasserhelle Säulen, welche über 38 Procent chemisch gebundenes Wasser enthalten; die bei der gewöhnlichen Temperatur gebildeten würfeligen Kochsalzkrystalle sind wasserfrei. Berührt man die wasserhellen Säulen mit der Hand, so erscheinen sie alsogleich milchweiß und undurchsichtig; auf die Hand genommen, zerfallen sie in einen Brei von kleinen würfelförmigen wasserfreien Kochsalzkrystallen. Hieraus ist zu ersehen, daß bei niederer Temperatur das Wasser zu den Kochsalztheilchen eine Anziehung äußert, die schon beim Gefrierpunkte nicht mehr vorhanden ist; man sieht ferner, daß durch den bei geringer Erwärmung bewirkten Austritt des Wassers die Salztheilchen sogleich auf eine andere Weise

sich gruppiren, indem Krystalle von einer andern Form und andern physikalischen Eigenschaften zum Vorschein kommen.

Der Einfluß der Wärme auf die Lagerungsweise der kleinsten Theilchen zeigt sich recht auffallend bei einem Aragonitkrystalle, den man zum schwachen Glühen bringt, also einem höheren Wärmegrad aussetzt, als derjenige war, bei dem er entstanden ist; der Krystall bläht sich auf, ohne die mindeste Veränderung in seinem Gewichte zu erfahren, in Folge einer in seiner ganzen Masse bewirkten Bewegung der Theilchen, und verwandelt sich in einen Haufen von kleinen rhomboedrischen Kalkspathkrystallen. —

Ein anderes Beispiel bietet uns das Eiweiß (Albumin) im Hühner-Ei dar; dieses ist im Wasser in jedem Verhältnisse löslich und wasserhell; sobald es aber bis 75° R. erhitzt wird, verliert es die Löslichkeit und Durchsichtigkeit, indem es in eine weiße Masse übergeht, deren Theilchen alle Beweglichkeit verloren haben, und die nun gegen die Wärme einen Widerstand äußert, welcher dem Eiweiße ursprünglich fehlte. Diese Veränderung der Eigenschaften des Eiweißes ist vor sich gegangen, ohne daß etwas Materielles hinzugekommen ist, oder sich davon abgeschieden hat.

Da die Wärme in dem letzten, so wie in dem früheren Falle nichts weiter als eine Bewegung und damit eine andere Lagerung der kleinsten Theilchen bewirken konnte, so folgt, daß in der That durch eine Abänderung in der Lagerungsweise der kleinsten Theilchen eines Körpers, die offenbar mit einer Aenderung in der Aeußerung der Molecularkräfte verbunden ist, die Eigenschaften desselben abgeändert werden.

Die Wärme übt wohl in vielen Fällen auch einen direkten Einfluß auf die chemische Anziehung der ungleichartigen Stoffe aus, indem sie dieselbe bald steigert, bald schwächt, oder die Richtung in der Anziehung der Theilchen ändert, und dadurch eine andere Gruppirung derselben veranlaßt. Hiebei kommt es auf den Grad der Wärme an; bei einer niederen Temperatur ist die Anziehung der Theilchen eine andere als bei einer höheren, weßhalb auch die bei niederen Temperaturen entstandenen Verbindungen sich als ganz andere Körper charakterisiren, als die aus denselben Grundstoffen, aber bei höheren Wärmegraden gebildeten. Die Erfahrung lehrt, daß bei sehr niedrigen Temperaturen von — 80° C. selbst solche Stoffe, die sonst kräftig auf einander chemisch einwirken, gegen einander indifferent bleiben, wie z. B. Chlor und Antimon, die bei gewöhnlicher Temperatur unter einer Feuererscheinung sich verbinden.

Wegen der Eigenschaft des Eiweißes, in der Wärme zu gerinnen, benutzt man Eiweiß und Blut, worin auch Eiweiß enthalten ist, zum Klären der Flüssigkeiten, z. B. in Zuckersiedereien und in der Kochkunst, indem bei diesem Gerinnen alle in Suspension befindliche fremde Materien aufgenommen werden. Mit Kalk erhärtet das Eiweiß, weßhalb dieses Gemenge als Kitt gebraucht wird, wobei aber auch Blut verwendet werden kann.

Die Verschiedenartigkeit der Eigenschaften eines Körpers, die ohne Aenderung seiner materiellen Beschaffenheit eintreten, bezeichnete Berzelius mit dem Namen Allotropie (von αλλοτροπος ungleich beschaffen). Ein merkwürdiges Beispiel bietet der Sauerstoff dar. Schönbein fand, daß ein Theil des Sauerstoffes in der Luft durch Electricität in einen Zustand versetzt wird, in welchem er einen eigenthümlichen Geruch

und ein erhöhetes Oxydationsvermögen besitzt; dieser so modificirte Sauerstoff heißt Ozon oder ozonisirter auch positiver Sauerstoff (von ὄζω ich rieche). Hängt man bei 16° C. trockenen Phosphor in einer Flasche auf, die atmosphärische Luft und etwas Wasser enthält, so wird der Sauerstoff in kurzer Zeit in Ozon umgewandelt. Hat man einen Streifen Papier mit Jodkaliumstärkekleister befeuchtet, so verbindet sich das vorhandene Ozon rasch mit dem Kalium, und das ausgeschiedene Jod färbt die Stärke desto tiefer blau, je mehr ozonisirter Sauerstoff vorhanden ist. Bei der electrolitischen Zersetzung des Wassers, das mit Schwefelsäure leitender gemacht worden ist, erscheint stets ein Theil des an der positiven Electrode von Platin auftretenden Sauerstoffes ozonisirt, wie man schon an dem eigenthümlichen Geruche erkennen kann. — Die Luftelectricität verwandelt einen Theil der atmosphärischen Luft in Ozon, dessen Gehalt aus der Beschaffenheit der Färbung des mit Jodkaliumstärkekleister befeuchteten Papieres beurtheilt wird. — Nach Schönbein kann der Sauerstoff auch desoxydirende Eigenschaften annehmen und heißt dann negativer Sauerstoff.

§. 31. Organische Verbindungen. Die Verbindungen der Grundstoffe, die wir in der organischen Natur finden, sind unter dem mächtigen Einflusse der Lebenskraft aus den Elementen der Nahrungsmittel entstanden. Die Lebenskraft erscheint bei den Bildungen in der Natur als eine Kraft, welche ruhende Atome in Bewegung, und bewegte durch Widerstand in Ruhe zu versetzen vermag, wie dieß schon aus dem Umstande ersichtlich wird, daß sie den Zusammenhang, welcher zwischen den Elementen der Nahrungsmittel besteht, aufhebt und die Atome zu einer anderen Lagerungsweise nöthigt; sie besitzt, wie die Wärme und die Electricität die Fähigkeit, die Richtung und die Stärke der chemischen Anziehung, welche den Elementen der Nahrungsmittel eigenthümlich ist, mannigfaltig abzuändern, so daß die Anziehung gewisser Stoffe zu einander erhöhet, die der andern vermindert oder aufgehoben wird, oder daß ihre Richtung in eine entgegengesetzte übergeht. Auf diese Art bestimmt die Lebenskraft sowohl die Anzahl der einfachen Atome, die sich zu einem zusammengesetzten Atom vereinigen, als auch die Art und Weise ihrer Lagerung; sie bestimmt somit die Form und die besonderen Eigenthümlichkeiten der unter ihrem Einflusse entstandenen Verbindung. Unter dem Einflusse der Lebenskraft entstehen Verbindungen, welche außerhalb des Organismus durchaus nicht möglich sind, und daher auf künstlichem Wege nicht erzeugt werden können, weil hier ihre eigenthümlichen chemischen Kräfte durch Wärme, Electricität und durch Cohäsionskräfte zu einer ganz andern Wirkungsweise bestimmt werden, in Folge welcher Bildungen von einer ganz andern Beschaffenheit entstehen.

Die unter dem unmittelbaren Einflusse der Lebenskraft in den Organismen der Thiere und der Pflanzen gebildeten Verbindungen sind sehr zahlreich, und noch zahlreicher die, welche aus ihnen auf künstlichem Wege dargestellt werden. Beide Arten von Verbindungen, die in den organisirten Wesen vorkommen, so wie die aus ihnen künstlich erzeugten, heißen organische. Die Darstellung der letzteren beruht im Allgemeinen darauf, daß eine jede der ersteren Verbindungen aus vielen Aequivalenten besteht, und diese durch Wärme und andere künstliche Mittel in mehrere Gruppen zerlegt werden, weßhalb die künstlich gebildeten organischen Verbindungen eine einfachere Zusammensetzung besitzen, als die im Organismus unter der Mitwirkung der Lebenskraft entstandenen.

So z. B. gibt die Formel $C_{12} H_{12} O_{12}$ die Zusammensetzung des Traubenzuckers, der in manchen Pflanzen erzeugt wird; durch den Gährungsproceß zerfällt er in zwei Gruppen, in 2 Aequivalente Weingeist $2 C_4 H_6 O_2$ und in 4 Aequivalente Kohlensäure $4 CO_2$, die offenbar eine einfachere Zusammensetzung besitzen. Der Weingeist geht durch Aufnahme von Sauerstoff in Essigsäure $C_4 H_3 O_3$ und in Wasser über; durch eine weitere Oxydation zerfällt endlich die Essigsäure in Wasser und Kohlensäure, mithin in jene unorganische Verbindungen, aus denen der Traubenzucker sich in der Pflanze gebildet hat.

In den thierischen Organismen können keine anderen Grundstoffe vorkommen, als die in den Pflanzen, welche ihnen zur Nahrung dienen, enthalten sind. Nun gibt es nur 16 Grundstoffe, die in der Pflanzenwelt und somit auch in der Thierwelt zu finden sind; diese sind: Kohlenstoff, Wasserstoff, Sauerstoff, Stickstoff, Schwefel, Phosphor, dann die Haloide Chlor, Jod, Brom, und wiewohl selten auch Spuren von Fluor; dann Kiesel (Silicium), ferner die Metalle: Kalium, Natrium, Magnesium, Calcium und Eisen, jedoch in Verbindung mit Sauerstoff, als Kieselerde, Kali, Natrum, Bittererde (Talkerde), Kalk und Eisenoxyd. Die große Mannigfaltigkeit organischer Verbindungen bei der geringen Anzahl von Grundstoffen, aus denen sie bestehen, wird erreicht theils durch die Vielfältigkeit der Verhältnisse, in denen sich die wenigen Grundstoffe mit einander vereinigen, theils aber auch dadurch, daß dieselbe Anzahl von Aequivalenten einiger Grundstoffe auf eine verschiedene Art und Weise gruppirt wird, wie wir es bei den isomerischen Körpern gesehen haben. Auch machten scharfsinnige Chemiker die folgenreiche Entdeckung, daß es gewisse aus Grundstoffen zusammengesetzte Verbindungen gibt, welche in den organischen Verbindungen die Rolle von Grundstoffen spielen, und so wie diese mit verschiedenen Grundstoffen neue Verbindungen eingehen, mit Sauerstoff und Schwefel sogar Säuren und Basen erzeugen, die sich entweder mit einander oder mit unorganischen Basen und Säuren verbinden. Diese Stellvertreter von Grundstoffen heißen *zusammengesetzte Radicale*. So viele zusammengesetzte Radicale es also gibt, eben so viele Elemente zur Bildung organischer Körper sind vorhanden.

Durch die Entdeckung der zusammengesetzten Radicale hat man nicht nur eine Einsicht in die Zusammensetzungsweise vieler organischer Verbindungen und in die Umwandlung der einen in die andere gewonnen, sondern man hat auch die Zusammensetzung dieser Verbindungen mit denen der unorganischen in einen Einklang gebracht und eine größere Einfachheit in die Behandlung der organischen Körper eingeführt, welche die Auffassungsweise sehr erleichtert.

§. 32. Organische Radicale. Die in organischen Verbindungen vorkommenden zusammengesetzten Radicale sind *kohlenstoffhaltig* und heißen *organische* Radicale, zum Unterschiede von denen, die in den unorganischen Verbindungen gefunden wurden, wie z. B. das Ammonium NH_4. Einige, wie *Cyan* $= C_2 N$, Kohlenoxyd $= CO$, Aethyl $= C_4 H_5 = Ae$ hat man im isolirten Zustande dargestellt; andere kann man nur von einem Grundstoffe auf einen andern übertragen, wie z. B. Formyl $= C_2 H$, Acetyl $= C_4 H_3 = Ac$, Methyl $= C_2 H_3 = Me$, Glyceryl $= C_6 H_7$, Salicyl $= C_{14} H_5 O_2$. Die Verbindungen

der zusammengesetzten Radicale werden als binäre oder Verbindungen der ersten Ordnung betrachtet. Man kann durch Einwirkung verschiedener Stoffe auf die Verbindungen dieser Radicale noch andere Elemente in die organischen Radicale einführen, dies geschieht:

1. durch Substitution, d. i. dadurch, daß ein Stoff, den man dem organischen Radicale zusetzt, z. B. Chlor, Jod Brom, Amid $= NH_2$ den mit dem Kohlenstoffe verbundenen Grundstoff, gewöhnlich den Wasserstoff entweder ganz oder theilweise austreibt, und seine Stelle mit eben so viel Aequivalenten, als ausgetreten sind, ersetzt; das auf solche Art entstandene neue Radical heißt ein secundäres; man benennt es, indem man zu dem primitiven Namen noch den Namen und die Zahl der Aequivalente des substituirten Stoffes hinzusetzt.

Z. B. Benzoyl . . . $C_{14}H_5$

Chlorobenzoyl . $C_{14}\left.\begin{matrix}H_4\\Cl\end{matrix}\right\}$

Bichlorobenzoyl . $C_{14}\left.\begin{matrix}H_3\\Cl_2\end{matrix}\right\}$

2. Durch Paarung; das organische Radical vereinigt sich mit anderen Stoffen zu einem neuen Radical, welches sich wieder, wie das primäre mit Grundstoffen zu verbinden vermag; man betrachtet nur das primitive als chemisch wirksam und den neuen Stoff nur als ein Anhängsel, welches ihm in alle Verbindungen folge. Die zusammengesetzten Radicale dieser Art heißen Paarlinge. Cyan vereinigt sich mit Eisen und mit Schwefel zu Ferrocyan ($3\ Cy + Fe$) und zu Schwefelcyan (CyS_2), das auch Rhodan genannt wird; diese Verbindungen sind gepaarte Radicale, welche mit Grundstoffen sich verbinden, wie das Cyan selbst; so z. B. erhält man Ferrocyankalium (Blutlaugensalz) und Schwefelcyankalium.

Verbindungen von Schwefelcyan kommen in der Natur vor, wie z. B. im Speichel der Menschen und Schafe, dann im Senfsamen. (Regnault's — Strecker's Lehrbuch der Chemie.)

Kohlenoxyd ist ein zusammengesetztes Radical denn $2\ CO + O = C_2O_3$, d. i. Oxalsäure. Formyl bildet mit O_3 die Ameisen- oder Formylsäure; wird darin O_3 durch Cl_3 vertreten, so erhält man Chloroform (C_2HCl_3), das sehr angenehm riecht und beim längeren Einathmen Bewußtlosigkeit bewirkt.

Acetyl gibt O_3 die Essig- oder Acetylsäure und mit O_2 die acetylige Säure.

Aethyl bildet mit O Aethyloxyd (Aether), dessen Hydrat Alcohol heißt; bringt man $AeO + HO$ mit ClH zusammen, so entsteht $AeCl$, d. i. Aethylchlorür und Wasser; auf ähnliche Weise entsteht Aethyljodür, Aethylbromür. — Mit Essigsäure bildet das Aethyloxyd den Essigäther, und mit der bei der Gährung des Weins entstehenden Oenanthsäure (οἶνος Wein und ἄνθος Blume) den Oenanthsäure-Aether, von dessen Gegenwart der Weingeruch herrührt.

Glyceryl bildet mit O_5 und mit 1 Aequivalent Wasser das Glyceryloxydhydrat (Glycerin), das süß schmeckt und deßhalb früher Oelsüß hieß. Glycerin wird aus Fetten, durch Behandlung mit einem Alcali, ausgeschieden, während das Alcali mit den andern Bestandtheilen fette Seifen bildet, die im Wasser löslich sind. Behandelt man diese Seifen mit Schwefelsäure, so scheiden sich die an das Metalloxyd gebundenen Stoffe aus, und erscheinen als ein Gemenge von mehreren, in ihrer Zusammensetzung und Eigenschaften sehr verschiedenen fetten Säuren, die sämmtlich in Alcohol und Aether löslich sind. Die Zusammensetzung der am häufigsten

vorkommenden fetten Säuren im Hydratzustande wird durch die Formel $C_{2n} H_{2n} O_4$ dargestellt; bezeichnet man mit R das Radical CH, so ist:

die Buttersäure	$= 8 R + O_4$,	die Cocinsäure	$= 26 R + O_4$
„ Capronsäure	$= 12 R + O_4$	„ Palmitinsäure	$= 32 R + O_4$
„ Caprilsäure	$= 16 R + O_4$	„ Margarinsäure	$= 34 R + O_4$
„ Caprinsäure	$= 20 R + O_4$	„ Stearinsäure	$= 36 R + O_4$,

letztere betrachten einige Chemiker als isomer mit der Margarinsäure. Die ersten 4 Säuren sind flüchtig und kommen in der Butter vor. Zieht man bei jeder Formel HO ab, so erhält man die Zusammensetzung der fetten Säuren, wie sie in den Salzen, welche sie mit Metalloxyden bilden, vorkommen. — Zu den verbreitetsten fetten Säuren gehört die Oel- oder Oleinsäure $= C_{36} H_{33} O_3 + HO$; sie hat im Hydratzustande 2 Aequivalente Wasserstoff weniger als Kohlenstoff, ist bei der gewöhnlichen Temperatur flüssig, und krystallisirt in Blättchen bei — 4° C.; die Stearin- und die Margarinsäure dagegen sind bei der gewöhnlichen Luftwärme fest, schmelzen aber leicht, erstere bei 70° C., letztere bei 60° C. Die in der Natur vorkommenden Fette betrachtete man als Verbindungen des Glycerin mit Stearin-, Margarin- und Oleinsäure; sie sind unter den Namen Stearin, Margarin und Olein bekannt. Nähere Untersuchungen lehrten, daß mit den fetten Säuren nicht das Glycerin, sondern ein Körper (Lipyloxyd $= C_6 H_4 O_2$) verbunden ist, der durch Aufnahme von Wasser in Glycerin übergeht. Die verschiedenen Fette und Oele sind Mischungen von Stearin, Margarin und Olein in mannigfaltigen Verhältnissen; diejenigen, welche bei der gewöhnlichen Luftwärme fest sind, enthalten Stearin und Margarin in überwiegender Menge, und heißen Talgarten, wie z. B. der Hammel- und Ochsentalg; werden diese zwischen Tuch oder Papier gepreßt, so kann man einen großen Theil von Olein ausscheiden; der Talg wird dann härter, schwerer schmelzbar und liefert bessere Talglichter; viel vorzüglicher sind aber die aus Stearin- und Margarinsäure bestehenden. — Die fetten Stoffe, die bei gewöhnlicher Luftwärme flüssig erscheinen, nennt man fette Oele; salpetrige Säure bewirkt, daß das Olein in das isomere Elaidin übergeht, welches fest ist und erst bei 36° C. schmilzt.

§. 33. Stickstofffreie und stickstoffhaltige Verbindungen. Die in der Pflanzenwelt vorkommenden Verbindungen zerfallen zunächst in zwei Reihen, in solche, die keinen Stickstoff enthalten, und deßhalb stickstofffreie genannt werden, und in stickstoffhaltige Verbindungen. Unter den ersteren findet man eine Reihe, die im Organismus der Pflanzen aus Kohlensäure und Wasser durch einen Desoxydationsproceß gebildet werden, wobei entweder aller Sauerstoff ausgeschieden wird. und Verbindungen entstehen, die nur aus Kohlenstoff und Wasserstoff zusammengesetzt sind, wie z. B. die zahlreiche Reihe der Camphene, oder es bleibt noch ein geringer Theil des Sauerstoffes in der Verbindung zurück, so daß Producte entstehen, die an Sauerstoff arm sind, wie z. B. viele aromatische Oele und alle Fettarten, auch die geschmacklosen und bitteren Stoffe. Die Ausscheidung des Sauerstoffes erfolgt nur nach und nach; daher werden anfänglich sauerstoffreiche Producte als Säuren in den Pflanzen vorgefunden, die erst allmälig nach einer Reihe von Metamorphosen in die sauerstofffreien oder sauerstoffarmen Verbindungen übergehen. Jedoch entstehen diese letzteren nicht in allen Pflanzen; häufig geht die Ausscheidung des Sauerstoffes nur so weit, daß der Rest desselben mit dem vorhandenen Wasserstoffe Wasser zu bilden vermöchte; solche Verbindungen kann man durch die Formel $Cm Hn On = Cm + n HO$ ausdrücken; man nennt sie auch Kohlenhydrate.

Z. B. das Amylum oder Stärke $C_{12} H_{10} O_{10}$), Gummi ($C_{12} H_{10} O_{10}$), Dextrin ($C_{12} H_{10} O_{10}$), krystallisirter Rohrzucker ($C_{12} H_{11} O_{11}$), trockener Traubenzucker ($C_{12} H_{12} O_{12}$), die Zellensubstanz oder Cellulose $C_{12} H_{10} O_{10}$), Fruchtzucker oder

Glucose ($C_{12}H_{12}O_{12}$), Milchzucker ($C_{12}H_{12}O_{12}$). Sie sind theils vom süßen Geschmack, theils lassen sie sich in Substanzen von süßem Geschmack überführen.

Die Cellulose oder Pflanzenfaser wird durch eine Mischung von 1 Theil rauchender Salpetersäure und 1 Theil concentrirte Schwefelsäure in Pyroxylin oder Schießbaumwolle umgewandelt; dieser Stoff löset sich in Aether auf, und bleibt nach dem Verdunsten des Aethers als eine zusammenhängende durchsichtige Haut zurück. Die Lösung der Schießbaumwolle in Aether heißt Collodium, und wird zur Erzeugung des electrischen Papiers so wie auch als Mittel, um einen luftdichten Ueberzug zu gewinnen, verwendet.

Hieraus wird ersichtlich, daß die Pflanzen in ihren verschiedenen Entwickelungsstufen verschiedenartige Stoffe enthalten, weßhalb viele aus Pflanzen bereitete Arzneimittel nur in bestimmten Entwickelungsperioden bereitet werden können.

Die Ausscheidung des Sauerstoffes kann aber nur bei Gegenwart von Sonnenlicht stattfinden, daher wird der Uebergang der sauerstoffreichen Bildungen in solche, die an Sauerstoff ärmer sind, bei Abwesenheit des Sonnenlichtes, mithin zur Nachtzeit nicht vor sich gehen können; dagegen desto rascher fortschreiten, je intensiver das auffallende Sonnenlicht ist, und je länger seine Einwirkung dauert; deßhalb wird bei kurzen Tagen und langen Nächten nur eine geringe Menge von den an Sauerstoff armen Producten gebildet, aber sie werden selbst im hohen Norden während des kurzen Sommers bei der langen Dauer der Tage in Nadelhölzern und Birken in großer Menge erzeugt. — Das directe Sonnenlicht wirkt weit energischer als das zerstreute, d. i. das von der erleuchteten Atmosphäre oder andern erleuchteten Gegenständen zurückgeworfene oder durch die Wolken dringende Sonnenlicht, daher wird der Gehalt an manchen Stoffen, wie z. B. an den sauerstoffärmeren Verbindungen geringer sein, wenn während des Wachsthums der Pflanze der Himmel ganze Tage hindurch mit Wolken bedeckt war. Diese sauerstoffarmen Verbindungen wie fette und ätherische Oele sind das Endresultat der in den Pflanzen vor sich gehenden Metamorphosen, und erscheinen am reichlichsten im Samen abgelagert; da davon in nassen Jahren, in denen es am Sonnenlichte mangelt, nur wenig entstehen kann, so ist der Same in solchen Jahren nur unvollkommen ausgebildet, und ist zum Anbau nicht geeignet. Alle Culturpflanzen bedürfen zu ihrer vollkommenen Ausbildung des directen Sonnenlichtes; doch gibt es auch Pflanzen, wie Schwämme, Moose, Lichen, die nur an einem schattigen Orte, also im zerstreuten Lichte gedeihen. — Auch das Mondlicht, welches nur das von der Mondesoberfläche zurückgeworfene Sonnenlicht ist, muß auf den Stoffwechsel in den Pflanzen einen Einfluß ausüben, der jedoch noch geringer ist, als der des zerstreuten Lichtes.

Zur Nachtzeit kann die aufgenommene Kohlensäure aus Mangel an Licht nicht zersetzt werden; sie erhält sich daher in dem Safte der Pflanze unverändert, entweicht aber auch theilweise mit dem verdünstenden Wasser; hieraus wird die schon lange bei den Pflanzen beobachtete Anhäufung der Kohlensäure während der Nachtzeit erklärbar. Das Sonnenlicht verleiht den Pflanzen die Kraft, die Einwirkung des Sauerstoffs zu widerstehen; zur Nachtzeit geht ihnen diese Fähigkeit ab, weßhalb der Sauerstoff während der Nacht mit manchen Stoffen, wie z. B. mit den ätherischen Oelen, mit der Gerbesäure Verbindungen eingeht, mit denen er sich am Tage nicht verbindet. Je reichlicher ein Pflanzentheil an solchen Stoffen ist, die sich leicht mit dem Sauerstoffe verbinden, desto mehr Sauerstoff wird derselbe während der Nacht aufnehmen, wie z. B. die von einem flüchtigen Oele durchdrungenen Nadeln der Fichten, die gerbesäurehaltigen Blätter der Eiche, die balsamischen Blätter der Pappel. Da der Geruch

ätherischer Oele von einer Sauerstoffaufnahme herrührt, so wird uns erklärbar, warum manche Blumen erst nach Sonnenuntergang anfangen, einen Geruch zu verbreiten. Auch wird ersichtlich, wie es komme, daß die Blätter mancher Pflanze am Morgen sauer schmecken, gegen Mittag geschmacklos und am Abend bitter erscheinen. Bei dieser Oxydation zur Nachtzeit werden entweder höhere Oxyde gebildet, oder es wird nur der in den Pflanzenstoffen reichlich vorkommende Wasserstoff oxydirt.

Unter den stickstoffhaltigen organischen Verbindungen sind nebst den als organische Basen bekannten Alkaloiden besonders jene merkwürdig, die nebst Kohlenstoff, Wasserstoff, Sauerstoff und Stickstoff stets etwas Schwefel enthalten, und unter den Namen Fibrin, Albumin und Casein oder Käsestoff bekannt sind. Sie sind nicht krystallisirbar, lassen sich nicht unzersetzt verflüchtigen, und gehen leicht in Fäulniß über; sie haben nahezu dieselbe procentische Zusammensetzung, und die Verschiedenheit ihrer Eigenschaften ist größtentheils den unorganischen meistens phosphorsauren Salzen, die mit ihnen verbunden sind, zuzuschreiben. Diese Stoffe, die man Albuminoide nennt, sind die eigentlichen Nahrungsmittel der Menschen und Thiere, indem nur aus ihnen beim Vorhandensein gewisser Salze das Blut sich bildet, welches den Organen die zu ihrer Entwicklung oder zum Ersatz für verbrauchte Theile nothwendigen Elemente darbietet; weßhalb sie auch blutgebende Nahrungsstoffe genannt werden. Die stickstofffreien Nahrungsmittel der Thiere werden im Organismus zur Fettbildung und zur Entwicklung der nöthigen Wärme, wie wir es in der Wärmelehre erfahren werden, verwendet.

Man betrachtet diese Stoffe auch als Verbindungen eines eigenthümlichen Körpers, des Proteins ($N_6\ C_{48}\ H_{36}\ O_{14}$), mit Schwefel und Phosphor, und nennt sie deßhalb Proteinverbindungen.

Das Fibrin (Faserstoff) kommt in dem Samen der Getreidearten vor, verbunden mit einem leimartigen Stoffe, und heißt dann Kleber; es kommt im Blute und im Fleische reichlich vor. — Das Albumin erscheint häufig im ölgebenden Samen, im Safte der Gemüsepflanzen, insbesondere im Thier-Ei und im Blutwasser. — Das Casein erscheint reichlich in den Hülsenfrüchten, Erbsen, Bohnen, Linsen, dann in der Milch, welche die Hauptnahrung des jungen Thieres bildet.

§. 34. Statische Messung einer bewegenden Kraft; Leistung oder Arbeitsgröße derselben. Der Zweck der Statik ist, die Bedingungen festzustellen, unter welchen bewegende Kräfte, die auf einen materiellen Punkt, oder auf ein System von materiellen, mit einander zusammenhängenden Punkten einwirken, sich das Gleichgewicht halten.

Jede bewegende Kraft strebt den Angriffspunkt nach einer bestimmten Richtung und mit einer bestimmten Stärke in Bewegung zu setzen; wird diese Bewegung durch andere Kräfte gehemmt, so gibt sich die Bestrebung zur Bewegung entweder durch Druck oder durch Spannung zu erkennen. So z. B. übt ein Körper in Folge seines Bestrebens, der Schwerkraft zu folgen, einen Druck aus, falls er auf einer Unterlage ruht, und erzeugt eine Spannung an einer Schnur, an deren einem Ende er hängt, während das andere befestigt ist.

Die Größe einer Kraft wird statisch auf die Art bestimmt, daß man sie auf einen Punkt in einer gewissen Richtung wirken läßt, eine andere Kraft als Einheit wählt, und hierauf untersucht, wie oft man diese Krafteinheit und Bruchtheile derselben auf denselben Punkt in der

gerade entgegengesetzten Richtung wirken lassen muß, um Gleichgewicht zu erzeugen; da zwei auf einen Punkt in gerade entgegengesetzten Richtungen wirkende Kräfte sich nur dann das Gleichgewicht halten, wenn sie einander gleich sind, und die Wirkungen der Kräfte, die nach einerlei Richtung wirken, sich addiren, so ist die Größe der gegebenen Kraft durch die Anzahl der ihr Gleichgewicht haltenden Krafteinheiten und Bruchtheile derselben vollkommen bestimmt.

Wenn eine Kraft unmittelbar auf eine Last oder einen gleichmäßigen Widerstand wirkt, und mit unveränderter Stärke diese Last fortbewegt oder den Widerstand überwindet, so wird die Leistung oder die verrichtete Arbeit der Kraft nicht nur nach der Größe der Last, sondern auch nach der Größe des Weges, der dabei zurückgelegt wird, beurtheilt, da offenbar die Leistung der Kraft 2, 3 .. n mal größer ist, wenn die Last 2, 3 .. n mal weiter gebracht wird, oder der Weg, durch den die Ueberwindung des beständigen Widerstandes stattfand, 2, 3 .. n mal größer ist. Haben z. B. 2 Pferde eine Länge von 300 Klaftern gepflügt, so ist ihre Leistung 3mal größer, als wenn sie unter gleichen Umständen nur die Länge von 100 Klaftern gepflügt hätten. Die Größe der Last, oder des Widerstandes überhaupt, bestimmt die Größe der darauf unmittelbar einwirkenden Kraft, nach dem Satze: Wirkung und Gegenwirkung sind gleich. Als Einheit der Leistung einer Kraft wird die Bewegung einer Last von 1 Pfund durch einen Weg von 1 Fuß angenommen; man nennt diese Einheit Fußpfund. Bewegt eine constante Kraft 2, 3 .. n mal mehr Pfunde einen Fuß weit, so wird ihre Leistung durch die Zahl 2, 3 .. n ausgedrückt; wird aber die Last von n Pfunden 2, 3 .. m Fuß weit gebracht, so ist ihre Leistung = 2n, 3n ..., m n, d. h. die Leistung oder die Arbeitsgröße einer Kraft während einer bestimmten Zeit wird durch das Product aus der Kraft, welche einen ihr gleichen Widerstand überwindet, in den in dieser Zeit von ihr zurückgelegten Weg ausgedrückt. Wird z. B. eine Last von 10 Pfunden 4 Fuß weit gebracht, so ist die Leistung der dabei thätigen Kraft gleich 40 Fußpfund; eben so groß ist die Leistung einer Kraft, welche 8 Pfunde 5 Fuß weit bewegt. — Die Zeit ist dabei nur in so ferne zu berücksichtigen, als die Kraft größer sein muß, wenn dieselbe Arbeit in kürzerer Zeit verrichtet werden soll.

Wenn ein Pferd einen beladenen Wagen mit der Zugkraft von 100 Pfund 4 Fuß weit in jeder Secunde fortzieht, so ist die Arbeitsgröße des Pferdes in einer Secunde $100 \times 4 = 400$ Pfund. Diese Leistung, zu der ein mittelstarkes Pferd wirklich geeignet ist, wenn es täglich 8 Stunden lang arbeitet, heißt eine Pferdekraft. Im Maschinenwesen nimmt man die Pferdekraft mit 430 Fuß-Pfund an, und benützt sie als Arbeitseinheit bei Berechnung der Leistung der Dampfmaschinen, Wasserräder und anderer Maschinen; wenn z. B. die Leistung eines Wasserrades in 1 Sec. 4300 Fußpfund beträgt, so ist sie nach Pferdekraft ausgedrückt $= 4300 : 430 = 10$, d. h. gleich der Kraft von 10 Pferden. — Die Leistung einer Kraft, die den Widerstand von 1 Kilogramm auf die Länge von 1 Meter überwindet, heißt ein Kilogramm-Meter.

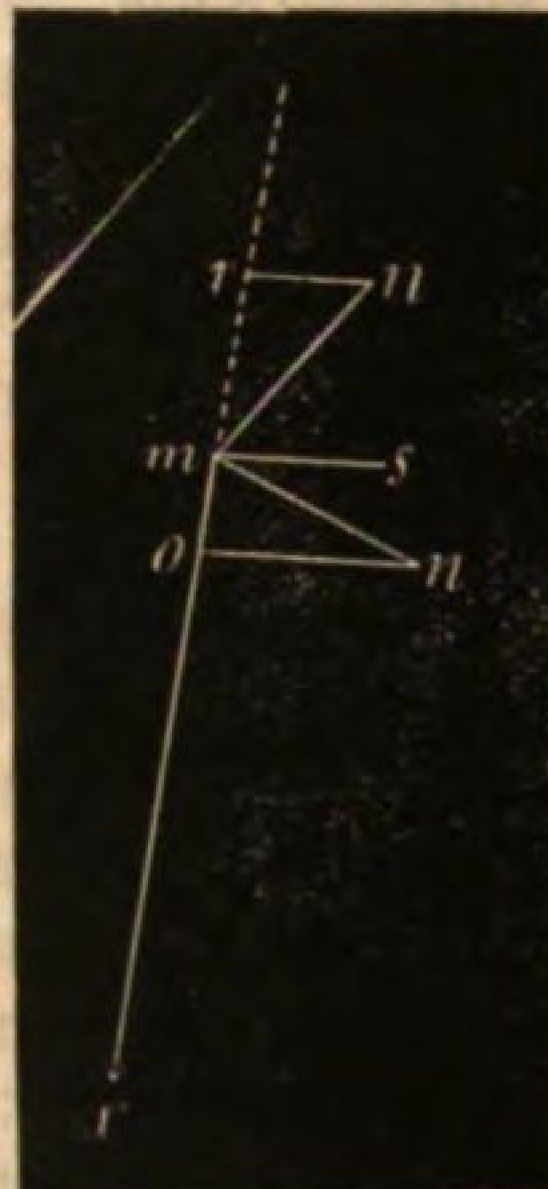
§. 35. Virtuelle Bewegung. Ein materieller Punkt, der nach allen denkbaren Richtungen beweglich ist, heißt ein freier Punkt; liegt ein beweglicher, materieller Punkt auf einer unbeweglichen festen Ebene oder auf einer festen Linie, so ist er nicht mehr frei, indem die Bewegung desselben nach gewissen Richtungen unmöglich ist. Sind zwei oder

mehrere materielle Punkte in einer solchen Verbindung, daß sich keiner für sich allein bewegen kann, sondern bei der Bewegung des einen auch eine Bewegung der andern stattfindet, so nennt man diese Verbindung ein System von materiellen Punkten. Die Verbindung eines materiellen Punktes mit andern solchen Punkten hat zur Folge, daß jeder einzelne Punkt nur nach gewissen Richtungen beweglich wird, ferner daß an dem ganzen Systeme selbst nur gewisse Bewegungen als möglich erscheinen, und daß bei diesen Bewegungen die materiellen Punkte nicht immer den Richtungen der auf sie wirkenden Kräfte folgen, sondern Wege beschreiben, die von diesen Richtungen abweichen. Man nennt jede willkürliche, sehr kleine Verschiebung, die ein materieller Punkt oder ein System von materiellen Punkten unter den obwaltenden Umständen gestattet, eine virtuelle Bewegung, zum Unterschiede von einer actuellen, die durch die Thätigkeit bewegender Kräfte nach bestimmten Richtungen hervorgebracht wird. Ein Kügelchen, das an dem Ende einer Schnur hängt, deren zweites Ende befestigt ist, kann nicht nur nach allen Seiten an der Oberfläche der Kugel, deren Mittelpunkt der Befestigungspunkt und deren Halbmesser die Länge der Schnur ist, bewegt werden, sondern auch nach allen Richtungen innerhalb des inneren Raumes dieser Kugel; aber es ist nicht möglich, ihr eine Bewegung zu geben, wobei sie weiter vom Aufhänge-Punkte der Schnur sich entfernen würde; es sind demnach bei diesem Kügelchen alle Bewegungen virtuell, bei welchen ihr Abstand vom Aufhängepunkte nicht vergrößert wird. — Ein doppelarmiger Hebel z. B. bietet uns eine Verbindung von materiellen Punkten dar, bei welcher sowohl der Angriffspunkt der Kraft, als der Angriffspunkt der Last nach zwei einander entgegengesetzten Richtungen bewegt werden kann, nämlich nach abwärts und nach aufwärts; allein nicht jede der zwei Bewegungen des einen Punktes ist mit beiden Bewegungen des andern Punktes verträglich, so daß an dem Hebel selbst nur zwei Bewegungen möglich bleiben, nämlich die eine, wo der Angriffspunkt der Kraft nach abwärts geht, während der andere nach aufwärts steigt, und dann die, wo das Gegentheil stattfindet; in beiden Fällen beschreiben die Angriffspunkte Kreisbögen, deren Lage von den geradlinigen Richtungen der Kräfte abweicht. Hieraus wird ersichtlich, daß man zwischen der virtuellen Bewegung der einzelnen Punkte und der virtuellen Bewegung des ganzen Systems unterscheiden müsse. — Nicht nur am Hebel, sondern an jeder anderen Maschine entspricht einer virtuellen Bewegung eine zweite, wobei die einzelnen Punkte sich in derselben Weise, aber nach entgegengesetzten Richtungen bewegen.

Die von den materiellen Punkten eines Systems, bei einer virtuellen Bewegung zurückgelegten kleinen Wege liegen in Folge der gegenseitigen Verbindung der Punkte nicht immer in den Richtungen der Kräfte; nehmen wir an, der Punkt m, Fig. 11, auf den eine Kraft in der Richtung m x wirkt, komme bei der virtuellen Bewegung entweder nach n oder nach n′, so fällt man von n oder n′ eine Senkrechte auf die Richtung der Kraft oder auf die nach rückwärts gehende Verlängerung dieser Richtung, und erhält das Stück m o oder m r, welches den Weg angibt, der bei der vorgenommenen Bewegung

im Sinne der Kraft beschrieben wurde, und nichts anderes ist, als die Projection des wirklich zurückgelegten Weges auf die Richtung der Kraft.

Fig. 11.



Man nennt m o oder m r die Projection der virtuellen Bewegung, oder auch die nach der Richtung der Kraft geschätzte virtuelle Geschwindigkeit; sie ist positiv, wenn sie in die Richtung fällt, in welcher die Kraft den Punkt zu bewegen strebt, dagegen negativ, wenn sie in die entgegengesetzte Richtung zu liegen kommt, wie z. B. m r. Ist die Projection gleich Null, d. h. geschieht die virtuelle Bewegung in einer auf die Richtung der Kraft senkrechten Richtung, z. B. nach m s, so wäre die Leistung der Kraft auch Null, mit anderen Worten, die Kraft kann an einer solchen Bewegung keinen Antheil nehmen, dabei weder fördernd noch hemmend wirksam sein.

Wenn die Kräfte, die auf die einzelnen Punkte eines Systems mit verschiedener Stärke und nach verschiedenen Richtungen einwirken, sich das Gleichgewicht halten, so muß an jedem Punkte die Bestrebung zur Bewegung die ihm die auf ihn einwirkende Kraft ertheilt, durch diejenige aufgehoben werden, welche er von den andern Kräften in Folge seiner Verbindung mit den andern Punkten des Systems in entgegengesetzter Richtung erhält, so daß keine von den virtuellen Bewegungen des Systems eintreten, d. i. actuell werden kann. Ertheilt man nun dem im Gleichgewichte befindlichen Systeme irgend eine virtuelle Bewegung, so daß dabei weder die Richtung, noch die Stärke, noch der gegenseitige Abstand der Angriffspunkte der Kräfte geändert wird, so muß das Gleichgewicht fortbestehen. Wir haben nun die Bedingung festzustellen, unter welcher die Kräfte, die auf ein System von materiellen Punkten einwirken, sich das Gleichgewicht halten.

§. 36. Princip der virtuellen Bewegung. Um diese Bedingung oder richtiger das Gesetz für das Gleichgewicht der auf ein System von materiellen Punkten einwirkenden Kräfte aufzufinden, wollen wir:

Fig. 12.



1. Zwei wohl polirte Ringe nehmen, den einen A Fig. 12. unbeweglich machen, an ihm oder an dem andern B das Ende eines vollkommen biegsamen, aber undehnbaren Fadens befestigen und diesem eine solche Länge geben, daß man ihn durch beide Ringe mehrere Male, und sein zweites Ende durch den fixen Ring durchziehen kann; an dieses letztere Ende wird eine Kraft P angebracht, die einer gewissen an dem beweglichen Ringe B hängenden Last Q das Gleichgewicht hält. Die Last wird von jedem zwischen den beiden Ringen befindlichen Theile der Schnur gleichmäßig getragen, daher wird jeder Theil gleichmäßig gespannt erscheinen; sind n Schnurtheile vorhanden, so wird jeder Schnurtheil mit dem nten Theile von Q abwärts

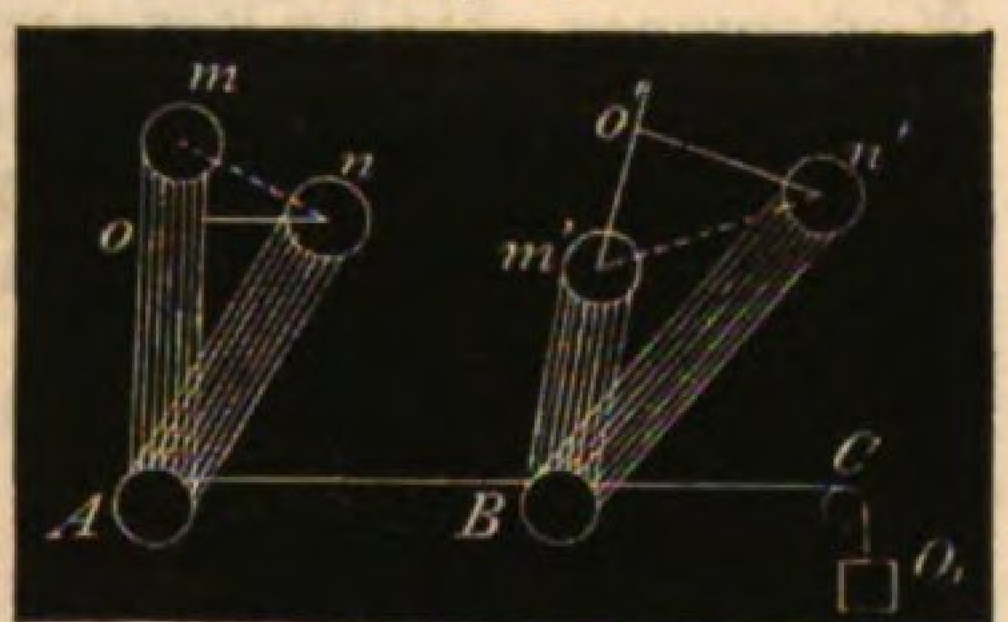
gezogen, und man muß, um das Gleichgewicht zu erhalten, an dem freien Schnurende eine Kraft P wirken lassen, die einen gleich starken Zug in der entgegengesetzten Richtung auszuüben vermag; daher muß auch

$$P = \frac{Q}{n}, \text{ und } n\,P = Q$$

sein, d. h. die Last Q wird von einer Kraft im Gleichgewichte erhalten, die nur den nten Theil ihrer Größe beträgt, oder mit andern Worten, die Kraft P übt mittelst der beschriebenen Maschine auf die Last einen Zug aus, dessen Stärke n mal größer, als die Stärke der Kraft selbst.

Wir haben nun eine Vorrichtung, die uns dazu dient, den Zug einer Kraft gegen irgend einen Widerstand beliebig zu verstärken; man hat nur nöthig, die Zahl der Schnurtheile gehörig zu vermehren. Da aber $n = \frac{Q}{P}$ eine ganze Zahl sein muß, so muß auch die Kraft P ein aliquoter Theil des Widerstandes Q sein. Ist die Anzahl der Schnurtheile eine gerade, so befestigt man das eine Ende der Schnur an dem fixen Ringe, hingegen an dem beweglichen, wenn diese Anzahl eine ungerade ist.

Fig. 13.



2. Es seien m und m′ (Fig. 13) zwei mit einander auf irgend eine Art verbundene bewegliche Massentheilchen, auf welche die Kräfte P und P′ in den Richtungen m A und m′ B wirken, aber einander das Gleichgewicht halten. Die Intensitäten dieser Kräfte können entweder durch ganze oder durch gebrochene Zahlen ausgedrückt werden; bringt man sie auf gleiche Benennung, und ist $\frac{1}{h}$ der Bruchtheil der r mal in P und r′ mal in P′ enthalten ist, so hat man

$$P = \frac{r}{h} = \frac{2r}{2h} \text{ und } P' = \frac{r'}{h} = \frac{2r'}{2h}$$

oder wenn man $\frac{1}{2h} = Q$ setzt,

$$P = 2rQ \text{ und } P' = 2r'Q.$$

Denken wir uns an die frei beweglichen Angriffspunkte m und m′ vollkommen glatte Ringe angebracht, dann irgendwo in der Richtung der Kraft P auch einen Ring A, und in der Richtung von P′ den Ring B so befestigt, daß A und B keine Annäherung zu einander gestatten; nun werde das eine Ende einer vollkommen biegsamen und unbehnbaren Schnur an dem fixen Ringe A festgemacht und diese zuerst 2 r mal zwischen A und m gezogen, hierauf führe man sie von dem fixen Ringe A zu dem Ringe B, durchziehe sie zwischen B und m′ 2 r′ mal, so endigt man abermals an dem fixen Ringe B, von wo man die Schnur über eine fixe Rolle C führt, und an ihrem Ende ein Gewicht Q anbringt. Letzteres Gewicht übt gegen m einen Zug aus von der Stärke 2 r . Q = P in der Richtung m A und gegen m′ einen Zug von der

Stärke $2r'.Q = P'$ in der Richtung m'B; mithin wirkt Q vermittelst der Ringe und der durchzogenen Schnur auf m und m' genau auf dieselbe Weise, wie die Kräfte P und P', und bringt daher an dem Systeme genau dieselbe Wirkung hervor, wie die letzteren zwei Kräfte; es wird also an dem Systeme auch dann noch Gleichgewicht herrschen, wenn die Kräfte P und P' durch das Gewicht Q ersetzt werden, ungeachtet dieses Gewicht beständig zu fallen und das Ende C der Schnur abwärts zu bewegen strebt.

Wählt man unter den virtuellen Bewegungen des Systems irgend eine heraus, und ertheilt sie dem Systeme in der Art, daß die Angriffspunkte der Kräfte, nämlich m und m' nur unendlich wenig, z. B. nach n und n' verschoben werden, so wird dadurch das Gleichgewicht nicht gestört; es frägt sich, was bei dieser kleinen Verschiebung mit dem Angriffspunkte C der Kraft Q geschehen werde. Hier sind 3 Fälle möglich: Der Punkt C bewegt sich dabei entweder in der Richtung der Kraft Q abwärts, indem das Gewicht fällt, oder er bewegt sich in der gerade entgegengesetzten Richtung gegen die Bestrebung der Kraft Q oder er bleibt in Ruhe. Der Weg von C wäre daher in Beziehung auf die Wirksamkeit der Kraft Q entweder positiv oder negativ, oder gleich Null, in jedem Falle aber gleich der algebraischen Summe der Aenderungen, die bei der vorgenommenen virtuellen Bewegung in der Länge der Schnurtheile zwischen den beweglichen und den fixen Punkten eintreten, wobei die Verkürzungen positiv, die Verlängerungen negativ zu nehmen sind. — Fällt man von n und n' die Senkrechten n o und n' o' auf die Richtungen der Kräfte, so gibt wegen der Kleinheit der Bögen m n und m' n', die Größe $m\,o = p$ die Aenderung eines Schnurtheils zwischen A und m und $m'o' = p'$, die Aenderung eines Schnurtheils zwischen B und m' somit ist die algebraische Summe der bei der Bewegung von C eingetretenen Aenderungen in den Schnurtheilen

$$2\,rp + 2\,r'p';$$

diese Summe ist nun entweder gleich Null, oder positiv oder negativ; mithin entweder gleich, oder größer oder kleiner als Null, daher ist auch

$$2\,rp.Q + 2\,r'p'.Q \overset{>}{\underset{<}{=}} 0, \text{ oder}$$

$$Pp + P'p' \overset{>}{\underset{<}{=}} 0;$$

wo p und p' die nach den Richtungen der Kräfte geschätzten virtuellen Bewegungen ausdrücken. Der erste Fall ist offenbar nicht möglich, wenn sich die Kräfte das Gleichgewicht halten; denn gäbe es irgend eine virtuelle Bewegung des Systems, welche dem Gewichte Q zu fallen gestatten würde, so müßte das Gewicht, da es ununterbrochen wirkt, auch wirklich fallen und das ganze System in Bewegung versetzen, somit wäre kein Gleichgewicht vorhanden. Demnach sind nur die beiden andern Fälle möglich. Hieraus folgt, daß in dem Falle, wo sich zwei Kräfte, deren Angriffspunkte in irgend einer Verbindung stehen, das Gleichgewicht halten, für jede virtuelle Bewegung die a l g e b r a i s c h e

Summe der Produkte aus den wirkenden Kräften in die auf ihre Richtungen projicirten zurückgelegten Wege entweder gleich Null oder negativ ist.

Wenn das System zwei einander gerade entgegengesetzte virtuelle Bewegungen zuläßt, wie es bei den Maschinen der Fall ist, so hat man für die eine dieser Bewegungen die Gleichung

$$P p + P' p' = 0 \text{ oder } = \text{ einer negativen Größe;}$$

für die andere bekommen die Größen p und p' entgegengesetzte Zeichen, und man hat

$$-P p - P' p' = 0 \text{ oder } = \text{ einer negativen Größe;}$$

multiplicirt man die letzte Gleichung mit -1, so erhält man

$$P p + P' p' = 0 \text{ oder } = \text{ einer positiven Größe;}$$

Da der letzte Fall nämlich

$$P p + P' p' = \text{ einer positiven Größe}$$

im Gleichgewichtszustande nicht eintreten kann, wie bereits oben gezeigt worden ist, so ist an einem solchen Systeme von Kräften auch nicht möglich, daß die Summe

$$\pm P p \pm P' p' = \text{ einer negativen Größe}$$

sei; demnach hat man für das Gleichgewicht eines solchen Systems bei jeder virtuellen Bewegung desselben nur die Gleichung:

$$P p + P' p' = 0.$$

Da das Produkt aus der Kraft in den Weg, der bei einer virtuellen Bewegung im Sinne der Kraft zurückgelegt wird, die Größe der Leistung dieser Kraft bei der stattgehabten Bewegung angibt, so drückt die letzte Gleichung aus, daß bei zwei Kräften, die an zwei miteinander verbundenen Punkten wirken, und sich das Gleichgewicht halten, für jede virtuelle Bewegung die allgebraische Summe ihrer Leistungen gleich Null ist, oder was gleich viel ist, daß die Leistung der einen gleich und entgegengesetzt der Leistung der andern Kraft ist.

3. Umgekehrt, findet bei zwei Kräften P und P', die an zwei miteinander verbundenen Punkten m und m' wirken, für jede virtuelle Bewegung die Gleichung Statt:

$$P p + P' p' \leqq 0,$$

so halten die Kräfte einander das Gleichgewicht; denn setzt man für P und P' die äquivalenten Größen, so ist

$$2 r p . Q + 2 r' p' . Q \leqq 0$$

$$\text{und } 2 r p + 2 r' p' \leqq 0,$$

folglich erleidet der Angriffspunkt C der Kraft Q entweder bei keiner virtuellen Bewegung eine Verschiebung, das Gewicht Q bleibt stets in Ruhe, oder es wird dabei das Gewicht gehoben.

Hieraus könnte man aber noch nicht schließen, daß die Angriffspunkte m und m' der Kräfte sich nicht bewegen, somit die Kräfte P und P' sich wirklich das Gleichgewicht halten; denn m und m' könnten sich ja entweder so bewegen, daß die Verlängerung, welche der Faden bei C in Folge der Bewegung des einen Punktes erfährt, durch eine gleichgroße Verkürzung, die in Folge der Bewegung des anderen Punktes

eintritt, aufgehoben wird, und daher der Endpunkt C des Fadens an der nämlichen Stelle verbleibt, oder m und m′ bewegen sich dergestalt, daß die Differenz der Verlängerungen und Verkürzungen negativ wird.

Allein würden die Kräfte P und P′, oder die äquivalente Kraft Q eine Bewegung der Punkte m und m′ erzeugen, so könnte sie vermöge der letzten Gleichung nur eine solche sein, wobei

$$2\,p\,r \leqq -2\,p'\,r',$$

d. h. die Verkürzung der Schnur, erzeugt durch die Bewegung von m, ist gleich der Verlängerung derselben, bewirkt durch die Bewegung von m′, oder sie ist kleiner als diese Verlängerung; aber auch eine solche, wobei

$$-2\,p\,r \leqq 2\,p'\,r'$$

d. h. wobei die Punkte m und m′ auf dieselbe Weise in entgegengesetzten Richtungen sich bewegen; allein es ist kein Grund vorhanden, warum die Kräfte von den zwei möglichen einander entgegengesetzten Bewegungen, bei welchen die Zeichen von p und p′ in entgegengesetzte übergehen, eher die eine als die andere hervorbringen sollten, und wir sind daher zu dem Schlusse genöthigt, daß in dem Falle, wo

$$P\,p + P'\,p' \leqq 0$$

in, die Kräfte keine Bewegung bewirken, sondern sich das Gleichgewicht halten.

4. Nehmen wir nun ein System von drei sich das Gleichgewicht haltenden Kräften P, P′, P″ an, bezeichnen mit p, p′, p″ die auf die Richtungen der Kräfte projicirten Wege, die bei einer virtuellen Bewegung von den Angriffspunkten zurückgelegt werden, so können wir nach Lagrange $P' = Q + Q'$ setzen, und uns denken, daß Q dem P und Q′ dem P″ das Gleichgewicht hält, und daher

$$P\,p + Q\,p' \leqq 0 \text{ und } Q'\,p' + P''\,p'' \leqq 0$$

mithin auch $P\,p + (Q + Q')\,p' + P''\,p'' \leqq 0$ und

$$P\,p + P'\,p' + P''\,p'' \leqq 0.$$

Gäbe es ein System von 4 Kräften P, P′, P″, P‴, die einander das Gleichgewicht halten, so setzt man $P' = Q + Q'$, und $P'' = R + R'$, und nimmt an, daß Q mit P, Q′ mit R, und R′ mit P‴ im Gleichgewichte steht, und bezeichnet die auf die Richtungen der Kräfte projicirten Wege der virtuellen Bewegung mit p, p′, p″, p‴, so hat man

$$P\,p + P'\,p' + R\,p'' \leqq 0$$

$$\text{und } R'\,p'' + P'''\,p''' \leqq 0,$$

$$\text{mithin } P\,p + P'\,p' + P''\,p'' + P'''\,p''' \leqq 0.$$

Wir erhalten auf dieselbe Art für das Gleichgewicht von Kräften, die in was immer für einer Anzahl auf ein beliebig gestaltetes

System von materiellen Punkten nach gewissen Richtungen wirken, immer die Gleichung:

$$Pp + P'p' + P''p'' + \ldots \overset{=}{<} 0.$$

Diese letzte Gleichung heißt das **Princip der virtuellen Bewegung** oder auch das **Princip der virtuellen Geschwindigkeit**; sie findet Statt, mögen die verbundenen Angriffspunkte in beliebigen Abständen sich befinden, mithin auch dann, wenn sie unendlich nahe an einander liegen oder **in einem Punkte zusammenfallen**.

Wir wollen nun von dem Princip der virtuellen Bewegung Gebrauch machen, um die statischen Verhältnisse der Kräfte bei einfachen Maschinen zu ermitteln.

Man kann das Princip der virtuellen Geschwindigkeit für eine beliebige Anzahl von Kräften, die an einem Systeme sich das Gleichgewicht halten, genau durch die nämliche Schlußfolge erweisen, durch die man zur Erkenntniß seiner Richtigkeit für zwei im Gleichgewichte stehende Kräfte gekommen ist. Sind $P_1 . P_2, P_3 \ldots$ diese Kräfte, die auf die mit einander verbundenen Angriffspunkte $m_1, m_2, m_3 \ldots$ nach den Richtungen $m_1 A, m_2 B, m_3 C \ldots$ wirken, und man bringt sie auf gleiche Benennung, so hat man

$$P_1 = \frac{r_1}{h} = \frac{2r_1}{2h},\ P_2 = \frac{r_2}{h} = \frac{2r_2}{2h},\ P_3 = \frac{r_3}{h} = \frac{2r_3}{2h}, \ldots$$

oder wenn $\frac{1}{2h} = Q$ gesetzt wird,

$$P_1 = 2r_1 Q,\ P_2 = 2r_2 Q,\ P_3 = 2r_3 Q, \ldots$$

Man denke sich an jedem Angriffspunkte einen Ring angebracht, und befestigt in der Richtung einer jeden Kraft einen anderen, diese seien A, B, C, bindet das Ende einer Schnur in A, führt sie $2r_1$ mal zwischen A und m_1, dann zu B und $2r_2$ mal zwischen B und m_2, hierauf zu C und $2r_3$ mal zwischen C und m_3 u. s. f., zuletzt werde die Schnur über eine fixe Rolle gezogen und am Ende M mit einem Gewichte Q versehen, welches nun auf die Angriffspunkte genau so wirkt, wie die gegebenen Kräfte, mithin auch den Zustand des Gleichgewichts erzeugt, und daher bei keiner virtuellen Bewegung, die man dem Systeme ertheilt, abwärts fallen und das Ende M im Sinne des Zuges, den es äußert, bewegen kann. Ertheilt man dem Systeme eine virtuelle Bewegung, wobei Wege zurückgelegt werden, deren Projectionen auf die Richtungen der Kräfte $p_1, p_2, p_3 \ldots$ sind, so werden dabei die Schnurtheile zwischen den beweglichen Angriffspunkten und den fixen Ringen theils verkürzt, theils verlängert, und zwar um $p_1, p_2, p_3 \ldots$; folglich wird die Aenderung in der Länge der Schnur zwischen A und $m_1 = 2r_1 p_1$, zwischen B und $m_2 = 2r_2 p_2$, zwischen C und $m_3 = 2r_3 p_3$ u. s. f.; somit ist die durch die virtuelle Bewegung erzeugte Aenderung in der Länge der ganzen Schnur gleich der abgeb. Summe.

$$2r_1 p_1, + 2r_2 p_2 + 2r_3 p_3 \ldots$$

wobei einige von den Größen p auch negativ sein können.

Diese Summe kann für keine virtuelle Bewegung positiv sein, weil das Ende M der Schnur bei keiner nach abwärts sich bewegen kann; sie ist also entweder gleich Null, wo dann M in Ruhe bleibt, oder sie ist negativ, wobei M sich aufwärts bewegt; mithin ist

$$2r_1 p_1 + 2r_2 p_2 + 2r_3 p_3 \ldots \overset{=}{<} 0, \text{ und auch}$$

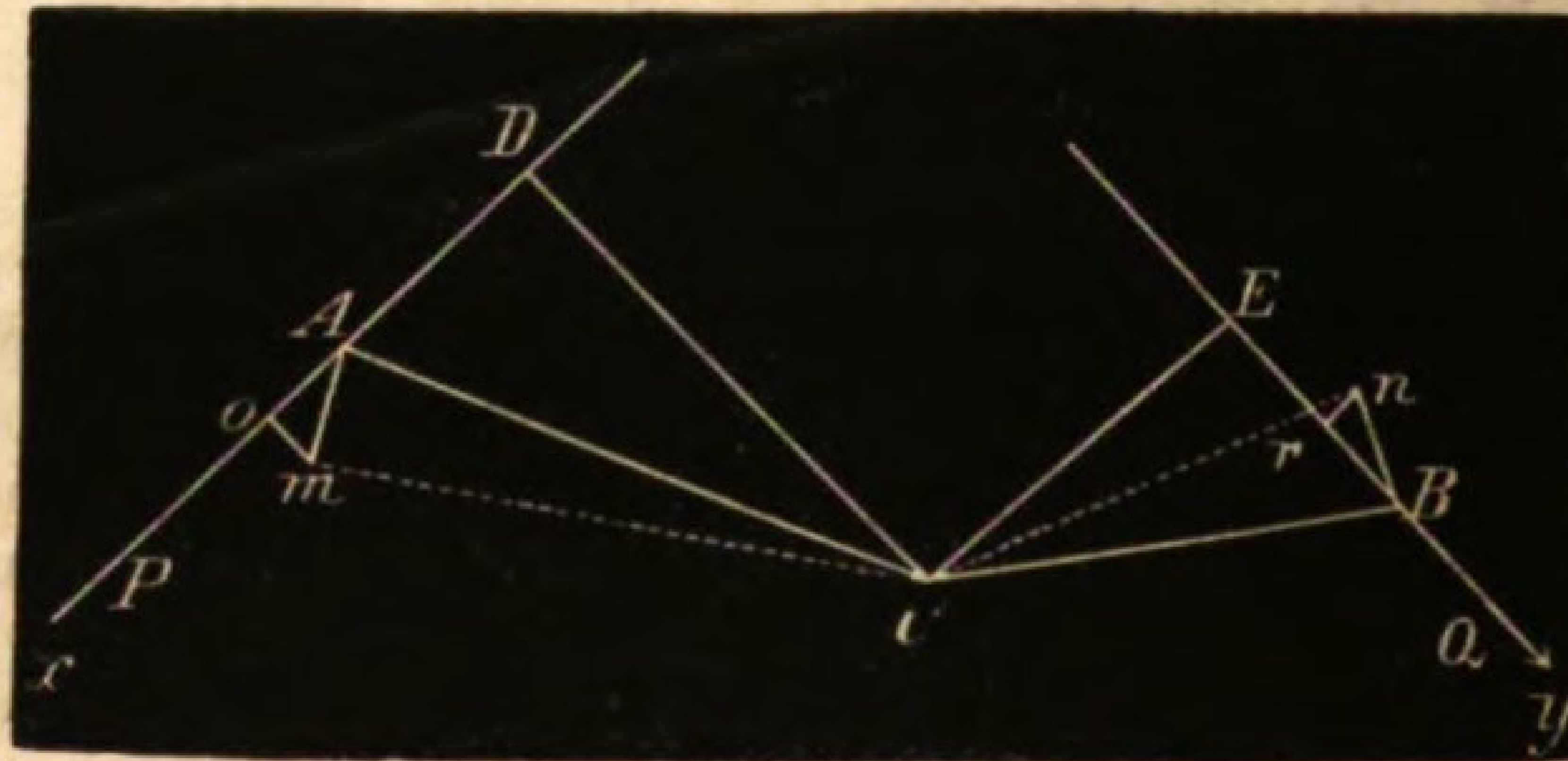
$$2r_1 p_1 Q + 2r_2 p_2 Q + 2r_3 p_3 Q \ldots \overset{=}{<} 0, \text{ somit}$$

$$P_1 p_1 + P_2 p_2 + P_3 p_3 + \ldots \overset{=}{<} 0.$$

§. 37. Gleichgewicht der Kräfte an einem mathematischen Hebel. Es sei ein doppelarmiger Hebel, AB, Fig. 14, der sich um die Axe C drehen läßt, und an dem die Kraft P, die auf A in der Richtung A x

wirkt, der Last Q, die in B nach der in der Ebene xABC liegenden Richtung By thätig ist, das Gleichgewicht hält. Ertheilt man nun dem Hebel eine virtuelle Bewegung, wobei die Angriffspunkte A und B die unendlich kleinen Bögen Am und Bn beschreiben, so sind Ao und Br die Projectionen dieser Bögen auf die Richtungen der Kräfte, und wir haben dem Prinzip der virtuellen Bewegung gemäß für das Gleichgewicht die Gleichung

Fig. 14.



$$P.Ao - Q.Br = 0, \text{ oder } P.Ao = Q.Br$$

woraus sich ergibt $P:Q = Br:Ao$.

Fällt man von C auf die Richtungen der Kräfte die Senkrechten CD und CE, und berücksichtigt, daß Am und Bn unendlich kleine Kreisbögen sind, die auf ihren Halbmessern AC und BC senkrecht stehen, so ersieht man, daß der Winkel

mAo = dem Winkel ACD, und der Winkel nBr = dem Winkel BCE;

und da die Dreiecke Amo, ACD, Bnr, BCE auch rechtwinkelig sind, so ist Amo ∽ ACD und Bnr ∽ BCE, mithin

$$Ao:Am = CD:AC, \text{ und } Br:Bn = CE:BC;$$

allein die Kreisbögen Am und Bn sind ähnliche Bögen, somit

$$Am:Bn = AC:BC$$

folglich auch $Br:Ao = CE:CD$

und $P:Q = CE:CD$

d. h. die Kräfte verhalten sich im Zustande des Gleichgewichts zu einander, wie umgekehrt **die Senkrechten, die von der Drehungsaxe auf die Richtungen der Kräfte gefällt werden.**

Ist der Hebel ein einarmiger, so läßt sich genau auf die nämliche Art beweisen, daß die Kräfte, die an ihm sich das Gleichgewicht halten, in dem nämlichen Verhältnisse stehen, wie an einem doppelarmigen Hebel.

2. Aus der Proportion

$$P:Q = CE:CD \text{ folgt}$$
$$P:CD = Q.CE$$

d. h. im Zustande des Gleichgewichts sind die statischen Momente der Kräfte einander gleich.

3. Umgekehrt: sind an einem Hebel die statischen Momente der Kräfte einander gleich, so ist der Hebel im Gleichgewichte; denn ist

$$P.CD = Q.CE, \text{ so ist } P:Q = CE:CD;$$

da nun $CD:AC = Ao:Am$, somit $CD = \frac{AC}{Am}.Ao$

$$\text{und } CE:BC = Br:Bn, \text{ somit } CE = \frac{BC}{Bn}.Br$$

$$\text{so ist } P:Q = \frac{BC}{Bn}.Br : \frac{AC}{Am}.Ao, \text{ oder weil } \frac{AC}{Am} = \frac{BC}{Bn}$$

$$P:Q = Br:Ao \text{ und } P.Ao = Q.Br;$$

$$\text{folglich } P:Ao - Q.Br = 0$$

d. h. die algebraische Summe der Producte der Kräfte in die nach ihren Richtungen geschätzten Wege der virtuellen Bewegung ist gleich Null; wenn aber dieß, so stehen die Kräfte im Gleichgewichte.

4. Eine Kraft P', die am Hebel so angebracht ist, daß sie der Last Q eben so wie die Kraft P das Gleichgewicht hält, muß so beschaffen sein, daß ihr statisches Moment $P'p' = Q.CE$ wird, wo p' die vom Drehungspunkte auf die Richtung von P' gefällte Senkrechte ist; mithin ist auch $P'p' = P \times CD$, woraus folgt, daß man an einem Hebel ohne Störung des Gleichgewichts für eine Kraft eine andere setzen kann, wenn das statische Moment der zweiten Kraft gleich ist dem statischen Momente der ersten. Solche Kräfte heißt man äquivalente Kräfte.

5. Wirken an einem Hebel mehrere Kräfte, wovon die an einem Hebelarme wirkenden $P, P', P'', \ldots$ den Hebel in einem, die am andern thätigen $Q, Q', Q''' \ldots$ im entgegengesetzten Sinne zu drehen streben, und liegen die Richtungen aller Kräfte in derselben Ebene; so ist im Gleichgewichtszustande die Summe der statischen Momente der Kräfte an einem Hebelarme gleich der Summe der statischen Momente der Kräfte am andern. Denn ziehen wir in der Ebene, in welcher die Richtungen der Kräfte liegen, durch irgend einen Punkt des einen Hebelarmes eine, und durch irgend einen Punkt des zweiten Hebelarmes eine zweite gerade Linie; es seien r und s die Senkrechten, die von der Drehungsaxe auf diese gerade Linien gefällt werden; ferner seien $p', p'', p''' \ldots$ die Senkrechten, die man von der Drehungsaxe auf die Richtungen der Kräfte $P', P'', P''' \ldots$, und $q', q'', q''' \ldots$ diejenigen, die man auf die Richtungen von $Q', Q'', Q''' \ldots$ fällt; man lasse nun längs der ersten Graden die Kräfte $R', R'', R''' \ldots$ und längs der zweiten die Kräfte $S', S'', S''' \ldots$ wirken, und nehme diese Kräfte so, daß die ersteren die Kräfte $P', P'', P''' \ldots$, die anderen die Kräfte $Q', Q'', Q''' \ldots$ ersetzen, so ist

$$R'r = P'p',\ R''r = P''p'',\ R'''r = P'''p''', \ldots \text{ und}$$

$$S's = Q'q',\ S''s = Q''q'',\ S'''s = Q'''q''', \ldots \text{ somit ist}$$

$$(R' + R'' + R''' + ..)\,r = P'p' + P''p'' + P'''p''' + \ldots \text{ und}$$

$$(S' + S'' + S''' + ..)\,s = Q'q' + Q''q'' + Q'''q''' + \ldots.$$

Die an einem Punkte nach derselben Richtung wirkenden Kräfte lassen sich durch eine einzige Kraft, die ihrer Summe gleich ist, ersetzen; es sei

$$R' + R'' + R''' + .. = P \text{ und}$$

$$S + S' + S'' + .. = Q, \text{ so ist}$$

$$Pr = P'p' + P''p'' + P'''p''' + .. \text{ und}$$

$$Qs = Q'q' + Q''q'' + Q'''q''' + \ldots$$

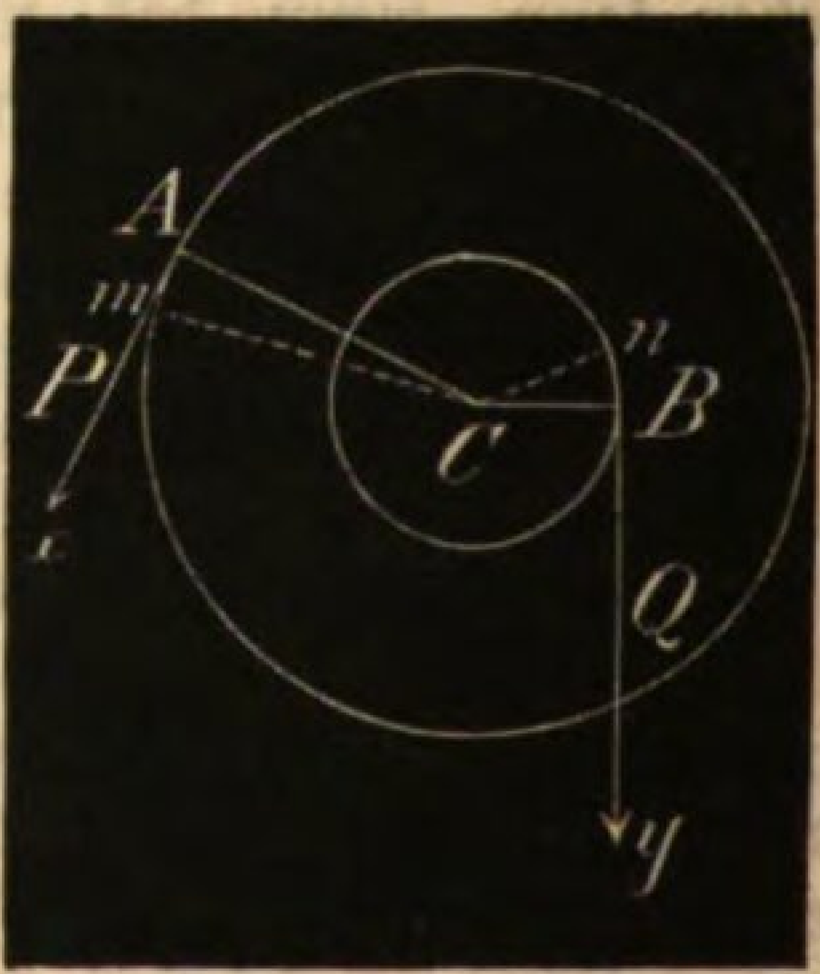
Wir haben demnach an einem Hebelarme nur eine Kraft P, am anderen die Kraft Q, und diese zwei Kräfte halten sich wieder das Gleichgewicht, da sie den gegebenen vollkommen äquivalent sind; mithin ist
$$Pr = Qs,$$ und folglich auch
$$P'p' + P''p'' + P'''p''' + \ldots = Q'q' + Q''q'' + Q'''q''' + \ldots$$
was zu beweisen war. (Siehe p. 26.)

Wirken einige von den an einem Hebelarme angebrachten Kräften in entgegengesetzten Richtungen, so sind sie negativ zu nehmen.

Auf diesem letzten Satze gründet sich das Gleichgewichtsgesetz für den physischen Hebel, den man als einen mathematischen betrachten kann, wenn man in seinem Schwerpunkte eine Kraft annimmt, die dem Gewichte des Hebels gleich ist und vertical abwärts wirkt.

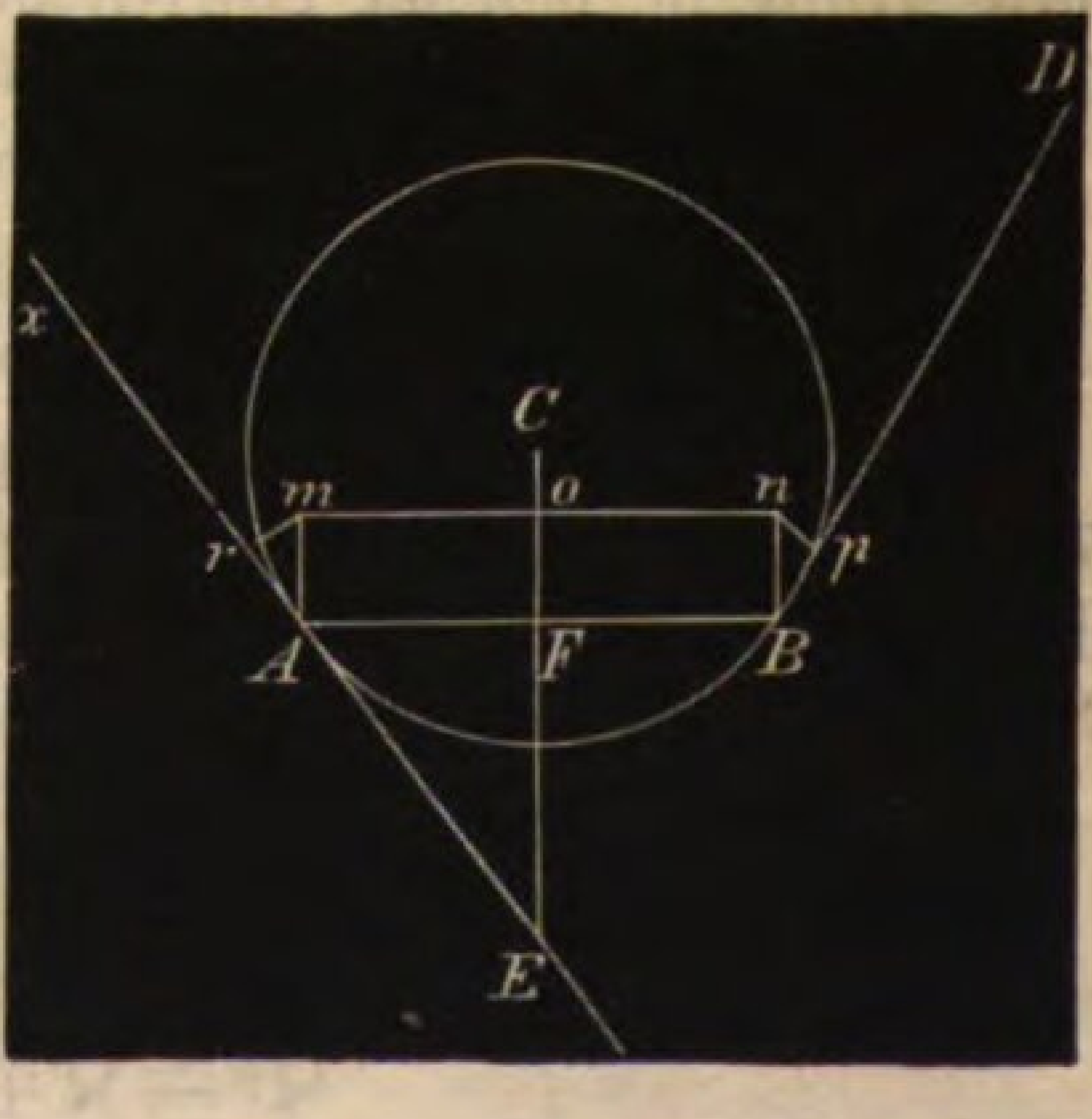
§. 38. Statisches Verhältniß am Wellrade. Es sei P die Kraft, die am Wellrade, Fig. 15, einer an der Welle hängenden Last Q das Gleichgewicht hält; ertheilt man dem Wellrade eine virtuelle Bewegung, wobei die Angriffspunkte der Kräfte die unendlich kleinen, mit den Tangenten der Kreise, folglich auch mit den Richtungen der Kräfte zusammenfallenden Kreisbögen Am und Bn beschreiben, so ist wieder
$P.Am - Q.Bn = 0$ oder $P.Am = Q.Bn$,
mithin auch $P:Q = Bn:Am$.
Da nun Am und Bn gleichen Centriwinkeln entsprechen, somit ähnliche Bögen sind, so ist
$$Bn:Am = BC:AC,$$
folglich auch $P:Q = BC:AC$,
d. h. die Kraft verhält sich zur Last, wie der Halbmesser der Welle zum Halbmesser des Rades; oder weil
$$P:Q = 2\pi BC : 2\pi AC$$
so kann man auch sagen, die Kraft verhält sich zur Last, wie der Umfang der Welle zum Umfange des Rades; folglich stehen beide Kräfte im umgekehrten Verhältnisse der Wege, die sie in derselben Zeit durchlaufen.

Fig. 15.



§. 39. Statisches Verhältniß der Kräfte an der Rolle. Es sei ACB, Fig. 16, eine bewegliche, um die Axe C drehbare Rolle, AGB der von einer Schnur umspannte Bogen und AB dessen Sehne; bei D sei ein Ende der Schnur befestigt, am anderen Ende wirke die Kraft P in der Richtung Ax, die in A die kreisförmige Rolle tangirt; die Kraft P halte der an der Axe hängenden und in der auf AB senkrecht stehenden Richtung CE wirkenden Last Q

Fig. 16.



das Gleichgewicht. Man denke sich dem Systeme eine virtuelle Bewegung nach aufwärts ertheilt, wobei die Sehne AB in die parallele Lage mn zu liegen kommt, und die Last Q um Fo = Am gehoben wird; fällt man von m auf Ax die Senkrechte mr, so ist Ar die Projection des von A zurückgelegten Weges auf die Richtung der Kraft; da bei dieser Bewegung auch der Schnurtheil DB um Bp = Ar verkürzt wird, so gibt 2Ar die vom Angriffspunkte der Kraft P in der Richtung dieser Kraft vollbrachte virtuelle Bewegung; wir erhalten nun folgende Gleichung:

$$P.2Ar - Q.Am = 0, \text{ mithin } P.2Ar = Q.Am;$$

und

$$P:Q = Am:2Ar.$$

In den rechtwinkeligen Dreiecken Amr und ACF ist der Winkel mAr = CAF, weil die Schenkel gegenseitig auf einander senkrecht stehen, mithin sind diese Dreiecke ähnlich, und es ist

$$Am:Ar = AC:AF \text{ und } Am:2Ar = AC:2AF,$$

da $2AF = AB$, weil CF die Sehne AB halbirt, so ist

$$P:Q = AC:AB$$

d. h. an einer beweglichen Rolle **verhält sich im Zustande des Gleichgewichts die Kraft zur Last, wie der Halbmesser der Rolle zu der Sehne des von der Schnur umspannten Bogens.**

Ist der umspannte Bogen gleich dem Halbkreise, mithin Ax parallel zu BD, so ist die Sehne gleich dem Durchmesser, mithin

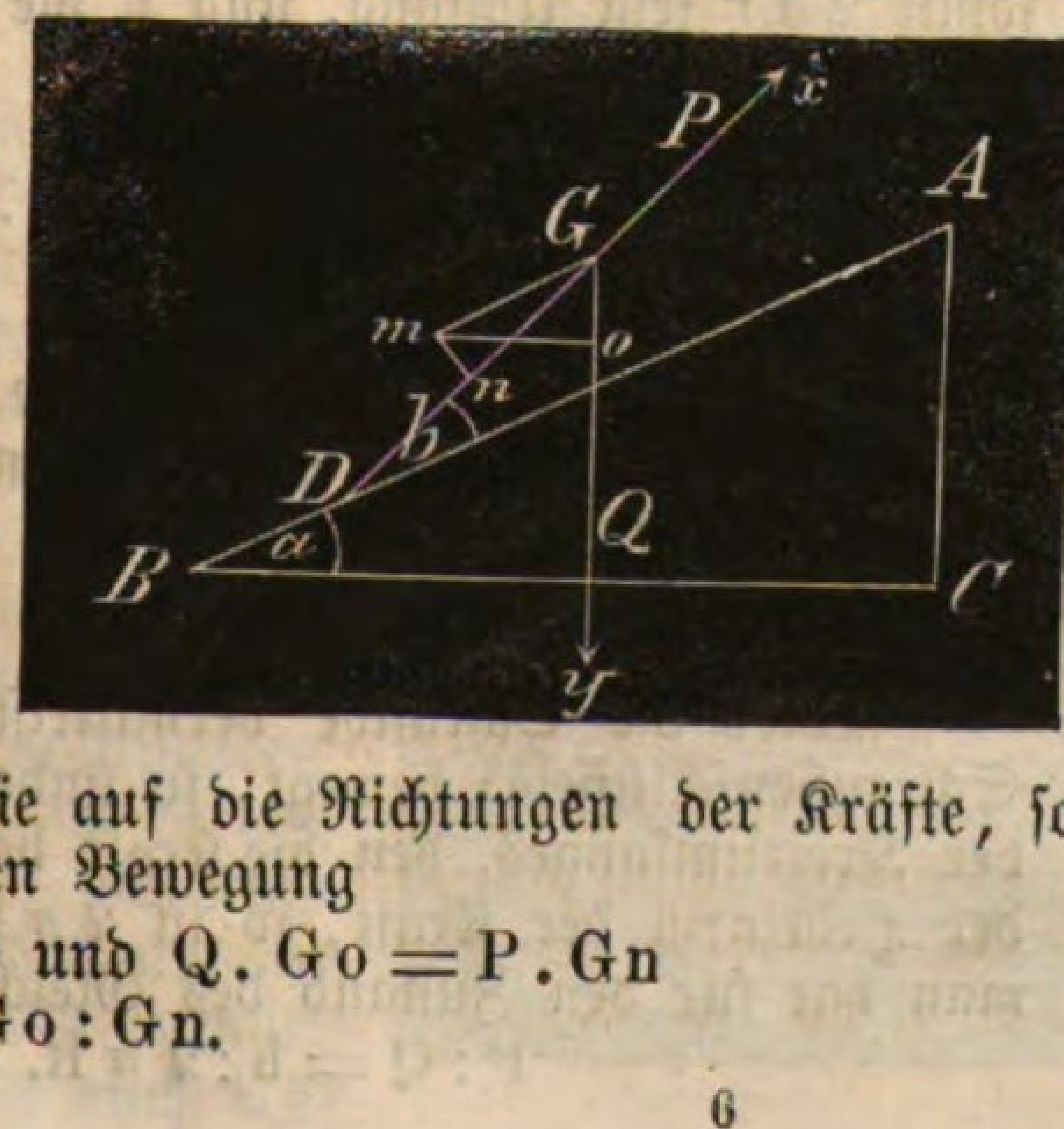
$$P:Q = 1:2$$

d. i. die Kraft ist halb so groß als die Last. Beträgt der umspannte Bogen 60°, so ist die Sehne gleich dem Halbmesser, mithin die Kraft gleich der Last; ist der Bogen > 60°, so ist die Sehne größer als der Halbmesser und daher die Kraft kleiner als die Last. Das Gegentheil findet Statt, wenn der umspannte Bogen < 60° ist.

§. 40. Statisches Verhältniß der Kräfte auf einer schiefen Ebene.

Es sei ABC, Fig. 17, der Durchschnitt einer schiefen Ebene mit einer verticalen, die durch den Schwerpunkt G einer auf der schiefen Ebene liegenden Last Q geht; diese Last, die vertical abwärts in der Richtung Gy wirkt, wird durch eine in der Richtung Gx wirkende Kraft P im Gleichgewicht erhalten; die Kraft verhindert die Bewegung des Schwerpunktes längs der schiefen Ebene. Ertheilen wir der Last eine kleine Verschiebung Gm parallel zu AB, und projiciren sie auf die Richtungen der Kräfte, so ist nach dem Princip der virtuellen Bewegung

Fig. 17.



$$Q.Go - P.Gn = 0 \text{ und } Q.Go = P.Gn$$

$$\text{mithin } P : Q = Go:Gn.$$

Nun ist der Winkel mGo = dem Winkel BAC und
" " $mGD = GDA = b$; ferner

$Go = mG . \cos. mGo = mG \sin. a$, wo a die Größe des Neigungswinkels der schiefen Ebene ausdrückt;

$$Gn = mG . \cos. b, \text{ mithin}$$
$$P:Q = \sin. a : \cos. b,$$

d. h. wenn auf der schiefen Ebene eine Last durch eine Kraft im Gleichgewichte erhalten wird, so verhält sich die Kraft zur Last, wie der Sinus des Neigungswinkels der schiefen Ebene zum Cosinus des Winkels, den die Richtung der Kraft mit der Länge der schiefen Ebene einschließt.

Nehmen wir an, die Richtung der Kraft P sei parallel zur Länge der schiefen Ebene, so ist der Winkel $b = o$, und $\cos. b = 1$, mithin

$$P:Q = \sin. a : 1 = AC:AB$$

d. h. die Kraft zur Last, wie an der schiefen Ebene die Höhe zur Länge.

Wirkt die Kraft P parallel zur Basis, so ist $b = a$, mithin

$$P : Q = \sin. a : \cos. a = \tang. a : 1 = AC:BC$$

d. h. die Kraft zur Last, wie die Höhe zur Basis.

§. 41. Statisches Verhältniß der Kräfte an einer Schraube. Die Kraft, die am Umfange der Schraube wirkt, dreht die Schraubenspindel oder die Schraubenmutter, wodurch die am andern Theil der Schraube in der Richtung der Axe wirkende Last gehoben, oder der in dieser Richtung wirkende Widerstand überwunden wird, und zwar bei einer vollen Umdrehung um die Höhe eines Schraubengangs. An der Schraube ist aber auch die entgegengesetzte Bewegung möglich. — Nehmen wir an, die Kraft P halte der Last Q das Gleichgewicht, und man ertheile der Maschine eine virtuelle Bewegung, so beschreibt die Kraft einen kleinen mit ihrer Richtung zusammenfallenden Bogen, welcher ein aliquoter Theil, z. B. der n te Theil des Schraubenumfanges ist, während die Last in ihrer Richtung einen Weg zurücklegt, welcher der n te Theil der Höhe eines Schraubenganges ist. Ist r der Halbmesser des Schraubencylinders, somit $2\pi r$ sein Umfang, und h die Höhe eines Schraubengangs, so ist für das Gleichgewicht

$$P . \frac{2\pi r}{n} = Q . \frac{h}{n}, \text{ und } P . 2\pi r = Q h,$$

$$\text{mithin } P:Q = h:2\pi r$$

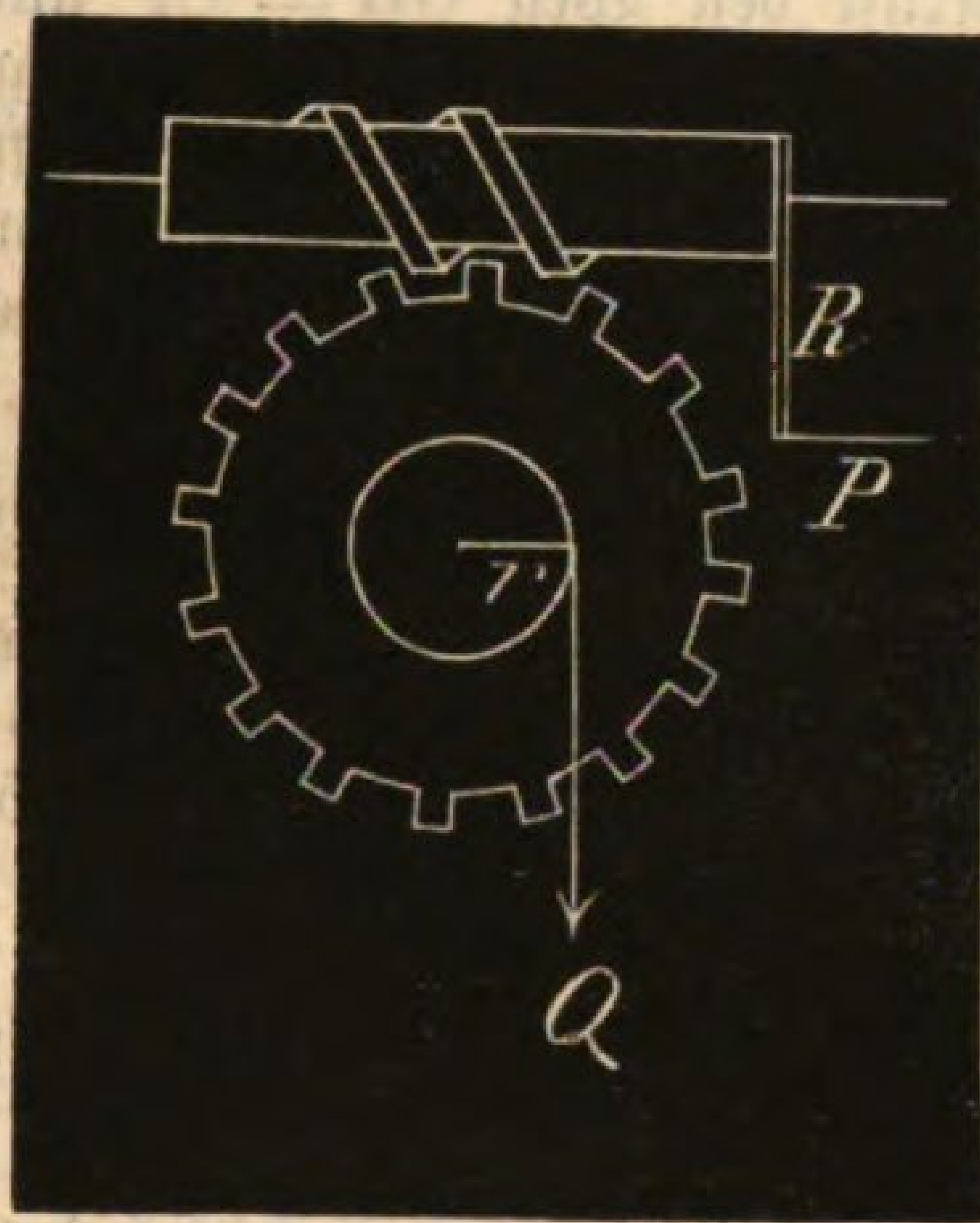
d. h. die Kraft zur Last wie die Höhe eines Schraubengangs zum Umfange des Schraubencylinders, oder wie umgekehrt die Wege, welche die beiden Kräfte in derselben Zeit zurücklegen.

Wird die Schraube vermittelst eines Hebels (eines sogenannten Schraubenschlüssels) bewegt, so ändert sich nichts weiter, als die Größe des Kreisumfanges, den die Kraft bei einer Umdrehung beschreibt; ist R der Hebelarm der Kraft, so ist $2\pi R$ der Umfang dieses Kreises, und man hat für den Zustand des Gleichgewichtes die Proportion:

$$P:Q = h:2\pi R.$$

Schraube ohne Ende. Diese Maschine, Fig. 18, besteht aus einer mit einer Kurbel versehenen Schraube, bei deren Umdrehung die Zähne eines Rades, die in das Schraubengewinde eingreifen, fortgeschoben werden, wobei die an der Welle hängende Last Q in der nämlichen Richtung, in welcher sie zieht, bewegt wird, dieß ohne Unterbrechung, weil für jeden fortgeschobenen Zahn immer wieder ein neuer zwischen die Windung der Schraube kommt; daher der Name Schraube ohne Ende.

Fig. 18.

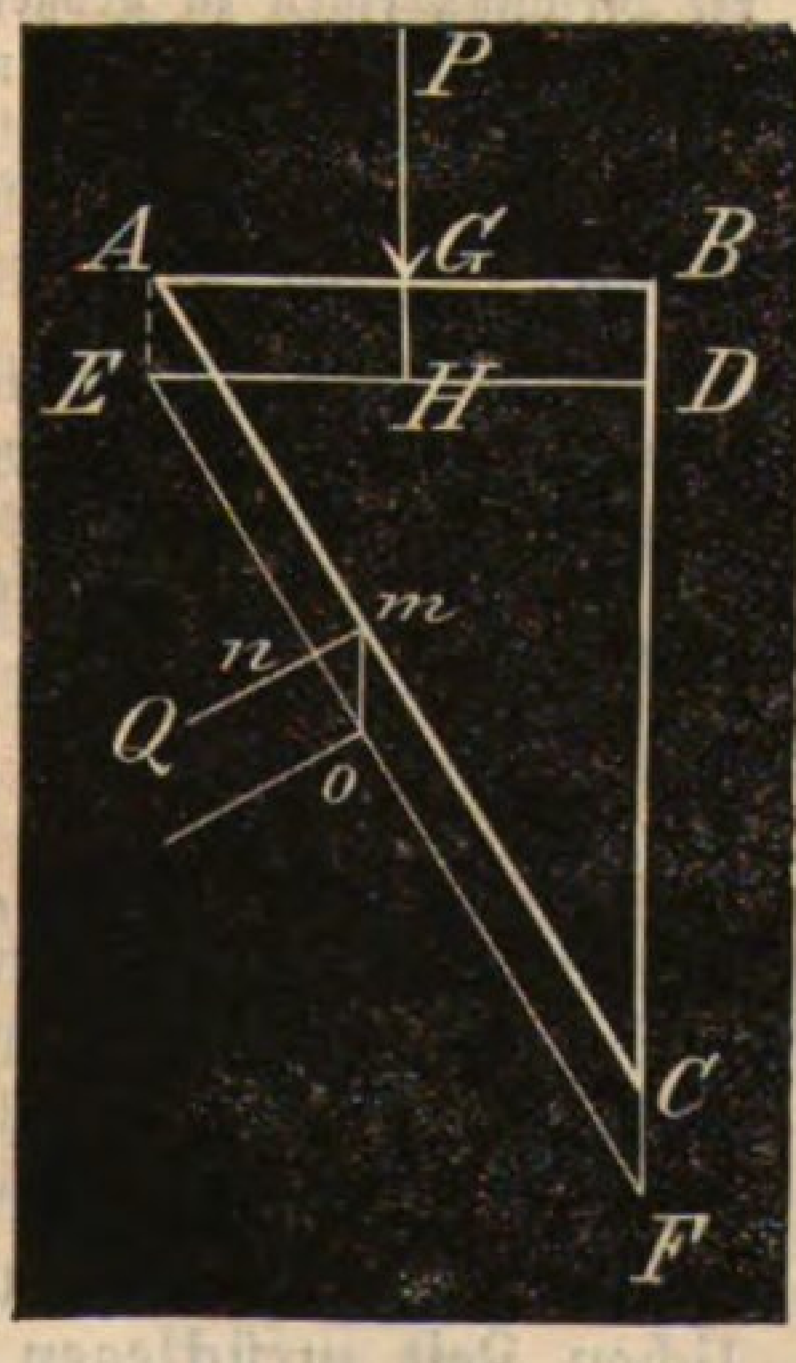


Es sei $2\pi R$ der Umfang des Kreises, den der Angriffspunkt der an der Kurbel wirkenden Kraft bei einer vollen Umdrehung beschreibt; m die Anzahl der Zähne des Rades und $2\pi r$ der Umfang der Welle; die Entfernung zweier Zähne des Wellrades ist der Höhe h eines Schraubenganges gleich, weßhalb jede volle Umdrehung der Kurbel das Rad um einen Zahn weiter bringt, die Last aber nur um $\frac{2\pi r}{m}$, d. i. um den m ten Theil des Wellenumfangs hebt; die Kraft stehe mit der Last im Gleichgewichte, und die Maschine bekomme eine virtuelle Bewegung, wobei der Angriffspunkt der Kraft den n ten Theil von $2\pi R$ zurückgelegt, so wird das Rad um den n ten Theil von h weiter bewegt, und der Weg, welchen dabei die Last zurückgelegt, ist gleich $\frac{2\pi r}{mn}$. Wir erhalten demnach für das Gleichgewicht an der Schraube ohne Ende die Gleichung

$$P \,.\, \frac{2\pi R}{n} = Q \,.\, \frac{2\pi r}{mn} \quad \text{oder} \quad PR = Q \,.\, \frac{r}{m}$$

daher $P : Q = r : mR$.

Fig. 19.



§. 42. Statisches Verhältniß der an einem Keile wirkenden Kräfte. Der Keil ist einfach oder doppelt; der einfache ist nichts als eine schiefe Ebene, deren Höhenfläche AB Fig. 19, den Rücken bildet, gegen den die Kraft P senkrecht wirkt, während die Längenfläche einen Druck Q von den Theilen eines Körpers in senkrechter Richtung erleidet, welche der Keil beim Vordringen in diesen Körper in Bewegung setzt. Die an BC anliegenden Theile des Körpers kommen nicht in Bewegung. Denken wir uns den Keil in der Richtung der Kraft ein wenig verschoben und in die Lage EDF gebracht, so daß ED parallel zu AB, BD = AE = CF, mithin auch EF

parallel zu AC zu liegen kommt, so hat offenbar der Angriffspunkt der Kraft den Weg GH = CF und der Angriffspunkt m des Widerstandes Q den Weg mo = CF zurückgelegt; die Projection des letzteren Weges auf die Richtung von Q ist offenbar mn, da mn auf AC, und somit auch auf EF senkrecht steht; man hat, da mn negativ ist, für das Gleichgewicht der Kräfte am Keil die Gleichung:

$$P . CF = Q . mn, \text{ oder } P . mo = Q . mn$$

$$\text{und } P : Q = mn : mo.$$

Da nun das Dreieck mno ähnlich dem Dreiecke ABC, indem die Schenkel der Winkel nmo und BAC stückweise auf einander senkrecht stehen, und die Winkel bei n und B rechte sind, so ist

$$mn : mo = AB : AC, \text{ daher } P : Q = AB : AC$$

d. h. die Kraft zum Widerstande wie die Länge des Rückens zu der gedrückten Seite des Keils.

Ein doppelter Keil besteht aus zwei schiefen Ebenen, die mit ihren Grundflächen zusammenhängen, und deren Längenflächen die Seiten des Keils bilden.

Bei einem solchen Keil hat die Kraft P einen doppelten Widerstand von der einen und von der andern Seite zu überwältigen; sind diese Widerstände an beiden Seiten gleich, wie es gewöhnlich der Fall ist, so wird die eine Hälfte der Kraft P zur Ueberwindung des einen, und die andern zur Ueberwindung des andern verwendet; und es ist im Zustande des Gleichgewichtes

$$\frac{P}{2} : Q = AB : AC, \text{ oder } P : Q = 2\,AB : AC$$

d. h. die Kraft zur Last an einer Seite wie der ganze Rücken zur Seite des Doppelkeils.

Die theoretische Schätzung des Keils kann jedoch nicht benutzt werden, weil die Reibung einen zu großen Theil der Kraft in Anspruch nimmt; ferner auch deßhalb, weil die Kraft, die meistens aus Schlägen besteht, mit dem stetig wirkenden Widerstande in keine numerische Vergleichung gebracht werden kann; es läßt sich daher nur im Allgemeinen bestimmen, daß der Keil desto wirksamer ist, je spitziger der Winkel, den seine Seiten einschließen.

Das Princip der virtuellen Bewegung hatte schon Galiläi als eine allgemeine Eigenschaft der Körper betrachtet, Johann Bernoulli auf jedes beliebige System von Körpern ausgedehnt; aber es war erst Lagrange, der die ganze Fruchtbarkeit desselben uns kennen lehrte, und seiner analytischen Mechanik zu Grunde legte.

§. 43. Leistung der Kräfte bei Maschinen. Wird eine Last Q durch eine unmittelbar, ohne eine Maschine darauf einwirkende Kraft bewegt, und sie legt während einer gewissen Zeit den Weg s zurück, so ist die Leistung oder die Wirkung der Kraft W = Qs, da in diesem Falle die Kraft der Last gleich sein muß. Wirkt jedoch die Kraft P mittelst einer Maschine auf die Last Q, und sind S und s die Wege, welche die Angriffspunkte der Kräfte bei der Bewegung in der nämlichen Zeit zurücklegen, so haben wir zu berücksichtigen, daß sich bei

allen Maschinen diese Wege zu einander verhalten, wie umgekehrt die Kräfte, die an der Maschine sich das Gleichgewicht halten. Ist nun

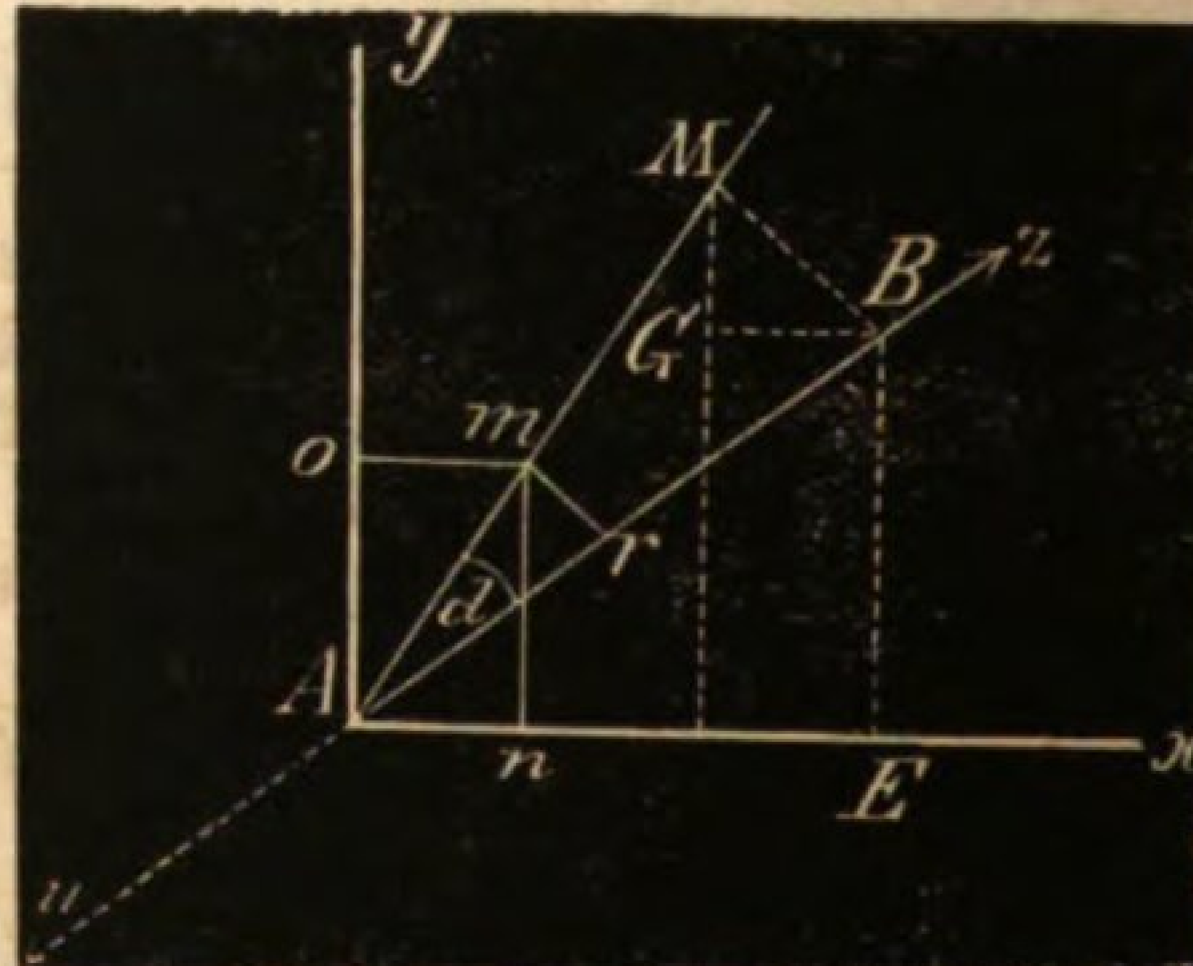
$$P : Q = s : S, \text{ so ist auch } PS = Qs = W;$$

aber das Produkt PS ist nichts anderes, als die verrichtete Arbeit der Kraft vermittelst der gebrauchten Maschine; somit ist diese Leistung der Kraft um nichts größer, als ohne Maschine. Nehmen wir z. B. an, ein Mensch vermöchte eine Last von 500 Pfund in 1 Secunde 1 Fuß hoch zu heben: so wäre seine Leistung in dieser Zeit gleich 500 Fußpfund: bedient er sich eines Hebels, bei dem die Richtungen der Kräfte zu einander parallel sind, und der Hebelarm der Kraft 5mal größer ist, als der Hebelarm der Last, so wird es möglich, mit einer Kraft von 100 Pfund, mithin mit einer 5mal kleineren Kraft die gegebene Last zu überwinden, allein bei der Bewegung wird der Weg, den der Angriffspunkt der Kraft zurücklegt, 5mal größer sein, als der, welchen der Angriffspunkt der Last in der nämlichen Zeit beschreibt, somit schon 5 Fuß betragen, wenn die Last um einen Fuß bewegt wird; demnach beträgt die Leistung der Kraft, die vermittelst des Hebels die Last hebt, abermals 500 Fußpfund; sie ist sonach nicht größer als die eines Menschen, der ohne Hebel auf die Last wirkt. Der Vortheil der Maschine besteht darin, daß es dem Menschen möglich wird, Lasten zu bewegen, Widerstände zu überwinden, überhaupt gewisse Arbeiten zu verrichten, die er ohne Maschine durchaus nicht zu verrichten im Stande wäre; aber die Leistung eines Menschen, eines Thieres oder einer anderen Kraft wird durch Anwendung von Maschinen nicht vergrößert, ja im Gegentheil, ein gewißer Theil der Arbeitsgröße muß zur Ueberwindung der bei jeder Maschine vorkommenden Bewegungshindernisse und zur Bewegung der Maschine selbst verwendet werden, so daß der eigentliche Nutzeffect immer kleiner ausfällt, als die wirkliche Leistung der bewegenden Kräfte, oder der sogenannten Motoren, wozu nicht nur die durch ihre Muskelkräfte wirkenden Menschen und Thiere, sondern auch die durch Wasser, Luft, Dampf bewegten Wasserräder, Windflügel, Dampfmaschinen, welche andere Maschinen in Bewegung setzen, gerechnet werden. Hebt z. B. ein Wasserrad mittelst eines um seine Welle aufgewickelten Seils eine Last von 800 Pfund 5 Fuß hoch in 1 Secunde, so ist die Leistung desselben gleich 4000 Fußpfund; wirkt jedoch dieser Motor auf die Last vermittelst einer Aufzugsmaschine, und es zeigt sich, daß nur 1000 Pfund 3 Fuß hoch in 1 Secunde gehoben werden; so ist die wirkliche Arbeit oder der Nutzeffect = 3000 Fußpfund, folglich verhält sich die Leistung des Motores zum Nutzeffect wie 4 : 3 oder wie 100 : 75, und man sagt, daß diese Maschine einen Nutzeffect von 75 Procent besitze. Die fehlenden 25 Procent werden zur Bewegung der Aufzugsmaschine und zur Bekämpfung der Hindernisse verwendet. Diesen Verlust muß man sich gefallen lassen, so lang man keine vortheilhafteren Mittel kennt, die betreffende Arbeit auszuführen.

§. 44. Resultirende zweier unter einem rechten Winkel auf einem Punkt wirkenden Kräfte. Wenn zwei Kräfte P und Q auf einen freien Punkt A wirken und einen Winkel xAy, Fig. 20, einschließen,

so können sie sich das Gleichgewicht nicht halten, sondern der Punkt A wird sich in einer gewissen in der Ebene des Winkels xAy liegenden Richtung Az bewegen, so, als wenn nur eine Kraft R, die man die Resultirende von P und Q nennt, auf ihn wirken würde, allein wenn wir am Punkte A eine dritte Kraft S anbringen, die der Resultirenden R gleich und gerade entgegengesetzt ist, also in der rückwärts verlängerten Az d. i. in der Richtung Au wirkt, so wird die Wirkung von P und Q aufgehoben und es entsteht ein Gleichgewicht.

Fig. 20.



Nehmen wir an, der Winkel xAy, den die Kräfte P und Q einschließen, sei ein rechter; ertheilen wir dem Punkte A eine kleine Verschiebung Am in der Ebene xAy, in welcher allein die actuelle Bewegung desselben stattfinden kann, so sind An, Ao, Ar die Projectionen der Verschiebung auf die Richtungen der Kräfte P, Q und S = R, und man erhält dem Prinzip der virtuellen Bewegung gemäß

$$P\,An + Q.Ao - R.Ar = 0 \text{ oder}$$
$$P\,An + Q.Ao = R.Ar.$$

Setzen wir $Am = \varrho$, den Winkel $mAx = \alpha$, und $mAy = \beta$, $rAx = a$ $rAy = b$, und $mAr = \delta$, so ist

$$An = \varrho \cos. \alpha,\ Ao = \varrho \cos. \beta,\ Ar = \varrho \cos. \delta, \text{ daher}$$
$$P \cos. \alpha + Q \cos. \beta = R \cos. \delta.$$

Aber $\cos. \delta = \cos. \alpha \cos. a + \cos. \beta \cos. b$*)

somit $P \cos. \alpha + Q \cos. \beta = R (\cos. \alpha \cos a + \cos. \beta \cos. b)$ und

$$(P - R \cos. a) \cos \alpha + (Q - R \cos. b) \cos. \beta = 0 \text{ oder}$$

da $\cos. \beta = \sin. \alpha$, so ist $(P - R \cos. a) + (Q - R \cos. b) \text{ tang. } \alpha = 0$ (1)

Die Größen P, Q, R, a, b behalten immer denselben Werth, mag die Verschiebung nach was immer für einer Richtung in der Ebene xAy erfolgen, und daher der Winkel α wie immer groß, oder auch = 0 sein; für diesen letzteren Fall ist tang. $\alpha = 0$. mithin ist stets

$$P - R \cos. a = 0, \text{ und } P = R \cos. a;$$

folglich auch stets

$$(Q - R \cos. b) \text{ tang. } \alpha = 0,$$

---

*) Der Winkel δ, den die zwei Geraden AM und AB einschließen, läßt sich leicht ermitteln, wenn wir AM = AB = einer Längeneinheit nehmen, und von den Punkten M, B auf Ax und Ay Senkrechte fällen. Es ist

$$MB^2 = 1 + 1 - 2 \cos. \delta \text{ oder } MB^2 = 2 - 2 \cos. \delta, \text{ aber}$$
$$MB^2 = MG^2 + GB^2 = (MF - BE)^2 + (AE - AF)^2, \text{ mithin}$$
$$2 - 2 \cos. \delta = (MF - BE)^2 + (AE - AF)^2 = (\sin. \alpha - \sin. a)^2$$
$$+ (\cos. a - \cos. \alpha)^2$$
$$= 2 - 2 \sin. \alpha \sin. a - 2 \cos. \alpha \cos. a = 2 - 2 \cos. \alpha \cos. a - 2 \cos. \beta \cos. b$$
oder $\cos. \delta = \cos. \alpha \cos. a + \cos. \beta \cos. b.$

mag α was immer für einen Werth haben, was nur möglich wird, wenn stets

$$Q - R \cos. b = 0 \text{ und } Q = R \cos. b \text{ ist.}$$

Wir haben demnach für die Kräfte P und Q, welche Componenten der Kraft R genannt werden, die Werthe

$$P = R \cos. a, \text{ und } Q = R \cos. b,$$

wo a und b die Winkel sind, welche die Richtung der Resultirenden mit den Componenten einschließt.

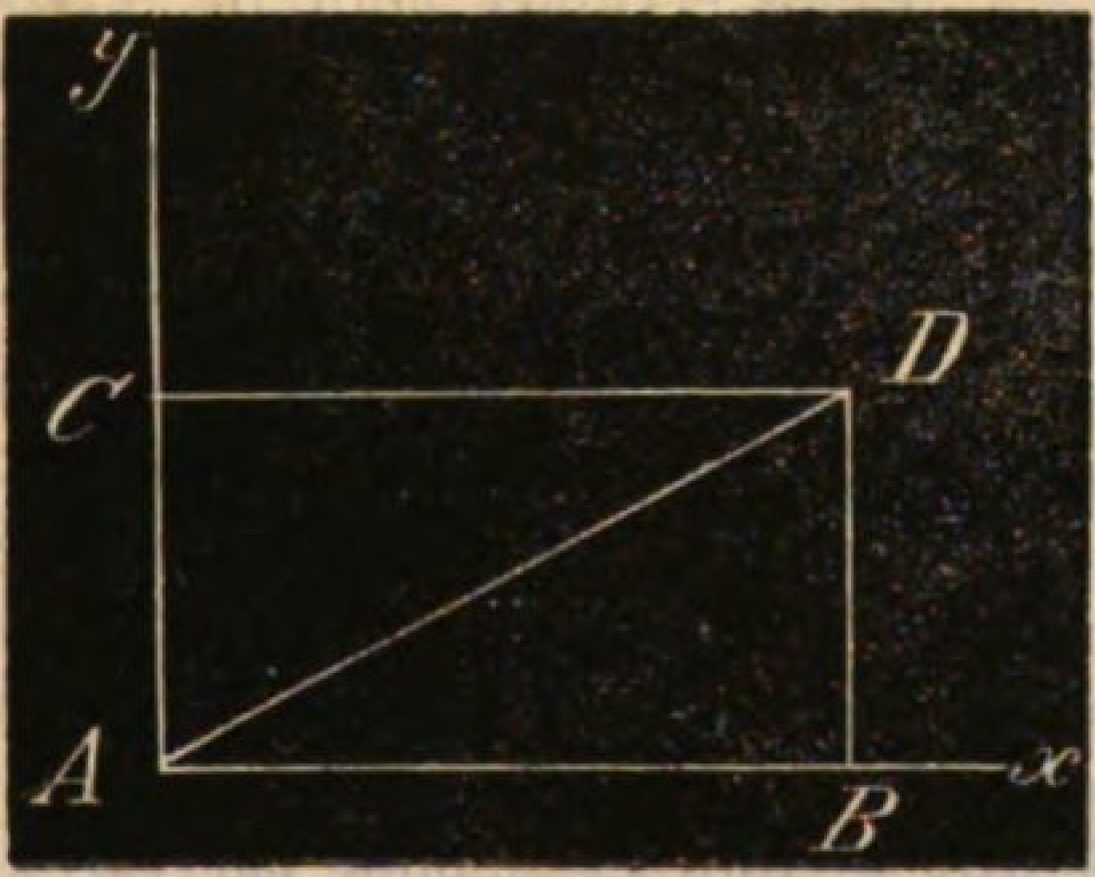
Da nun $P^2 = R^2 \cos.^2 a$, $Q^2 = R^2 \cos.^2 b$, und $\cos. b = \sin. a$, so ist $\cos.^2 a + \cos.^2 b = 1$ und

$$P^2 + Q^2 = R^2, \text{ daher } R = \sqrt{P^2 + Q^2}.$$

Hat man die Größe der Resultirenden, so läßt sich auch ihre Richtung durch die Gleichungen $\cos a = \frac{P}{R}$ und $\cos. b = \frac{Q}{R} = \sin. a$ bestimmen.

Schneidet man von den Richtungen Ax und Ay der Kräfte P und Q die Geraden AB und AC Fig. 21, ab, die eben so viele Längeneinheiten als die Kräfte Krafteinheiten enthalten, so daß P = AB. Q = AC wird, verzeichnet hierauf das Rechteck ABCD, so ist

Fig. 21.



$$AD^2 = AB^2 + AC^2, \text{ aber}$$
$$R^2 = AB^2 + AC^2, \text{ mithin}$$
$$R = AD$$

d. i. die Diagonale des Rechteckes dessen Seiten den Kräften proportional sind, enthält genau so viele Längeneinheiten, als die Resultirende Krafteinheiten zählt.

Da $\cos. DAB = \frac{AB}{AD} = \frac{P}{R}$ und $\cos. DAC = \frac{AC}{AD} = \frac{Q}{R}$,

so ist $\cos. DAB = \cos. a$, und $\cos, DAC = \cos, b$; mithin, da die Winkel spitzig sind, auch

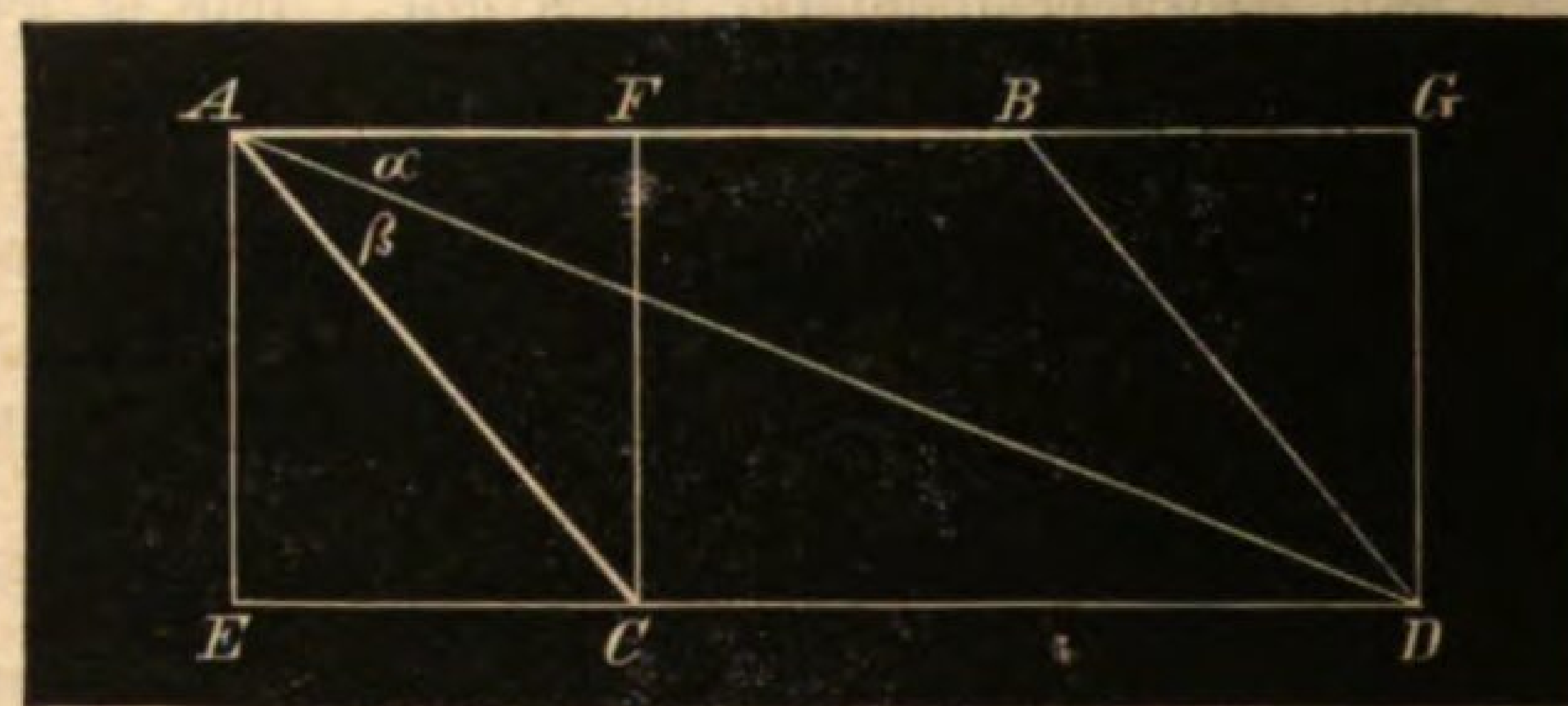
$$DAB = a \text{ und } DAC = b,$$

d. h. die Diagonale des Rechteckes ABCD gibt auch die Richtung der Resultirenden R an.

Ist nun eine Kraft gegeben, deren Richtung und Größe die Gerade AD vorstellt, so kann man sie als die Resultirende von zwei einen rechten Winkel einschließenden Componenten betrachten, die man erhält, wenn man durch A zwei auf einander senkrechte Gerade Ax und Ay zieht, dann von D auf diese Linien die Senkrechten DB und DC fällt und auf diese Art ein Rechteck verzeichnet, dessen Diagonale die Größe und Richtung der gegebenen Kraft, mithin die Seiten AB und AC die Größen und Richtungen ihrer Componenten angeben.

§. 45. Resultirende zweier Kräfte, die auf einen freien Punkt wirken und deren Richtungen keinen rechten Winkel einschließen. Schließen die Richtungen AB und AC Fig. 22. zweier Kräfte P und Q einen Winkel BAC $= \gamma$ ein, der vom Rechten abweicht, so findet man ihre Resultirende, wenn man von den Richtungen der Kräfte die Stücke AB und AC abschneidet, die diesen Kräften proportionirt sind, und nun das Parallelogramm ABCD verzeichnet; die Diagonale dieses Parallelogramms, das man Kräftenparallelogramm nennt, gibt die Größe und die Richtung der Resultirenden von P und Q an.

Fig. 22.



Denn errichtet man in A eine auf der AB senkrecht stehende Linie, und zerlegt die Kraft Q = AC in die zwei Componenten AF = q und AE = q′, so wirkt AF mit der Kraft P = AB in einerlei Richtung, und man kann beide Kräfte durch eine einzige Kraft P + q = AB + AF ersetzen. Fällt man von D die Senkrechte DG auf AB, so ist, wie sich aus der Congruenz der Dreiecke BDG und ACF ergibt, BG = AF, mithin ist AB + AF = AB + BG = AG. Wir haben demnach zwei einen rechten Winkel einschließende Kräfte AG und AE, welche dieselbe Wirkung erzeugen, wie die gegebenen AB und AC, und da deren Resultirende die Diagonale AD des Rechteckes AGED ist, so gibt AD auch die Resultirende der Kräfte AB und AC. d. i. der Kräfte P und Q sowohl der Größe als der Richtung nach; nun ist aber AD auch die Diagonale des Kräftenparallelogramms ABCD, somit ist obiger Satz bewiesen.

Für die Größe der Resultirenden laßt sich ein mathematischer Ausdruck leicht finden. Es ist nämlich

$$q = Q \cos. \gamma \text{ und } q' = Q \sin. \gamma$$

mithin die Kraft $AG = P + Q \cos. \gamma,$

„ „ $AE = Q \sin. \gamma$ und

$$R^2 = \widehat{AG}^2 + \widehat{AE}^2 = P^2 + 2PQ \cos. \gamma + Q^2 \cos.^2 \gamma + Q^2 \sin.^2 \gamma,$$

somit $$R^2 = P^2 + Q^2 + 2PQ \cos. \gamma.$$

a) Ist also nebst den zwei Kräften P und Q auch ihr Richtungswinkel γ gegeben, so läßt sich die Resultirende nach dem letzten Ausdrucke leicht berechnen. Man ersieht, daß bei denselben Kräften die Resultirende am größten ist, wenn $\gamma = 0$, mithin $\cos. \gamma = 1$ ist; in diesem Falle ist $R = P + Q$, also gleich der Summe der Kräfte. So lange der Winkel γ ein spitziger ist, bleibt sein Cosinus positiv, daher $R > \sqrt{P^2 + Q^2}$; allein die Resultirende nimmt ab, wenn der Winkel γ wächst, wird nun $\gamma = 90^\circ$, mithin $\cos. \gamma = 0$, so ist $R = \sqrt{P^2 + Q^2}$. Geht der Winkel in einen stumpfen über, so ist sein Cosinus negativ, und

$$R^2 = P^2 + Q^2 - 2PQ \cos. \gamma$$

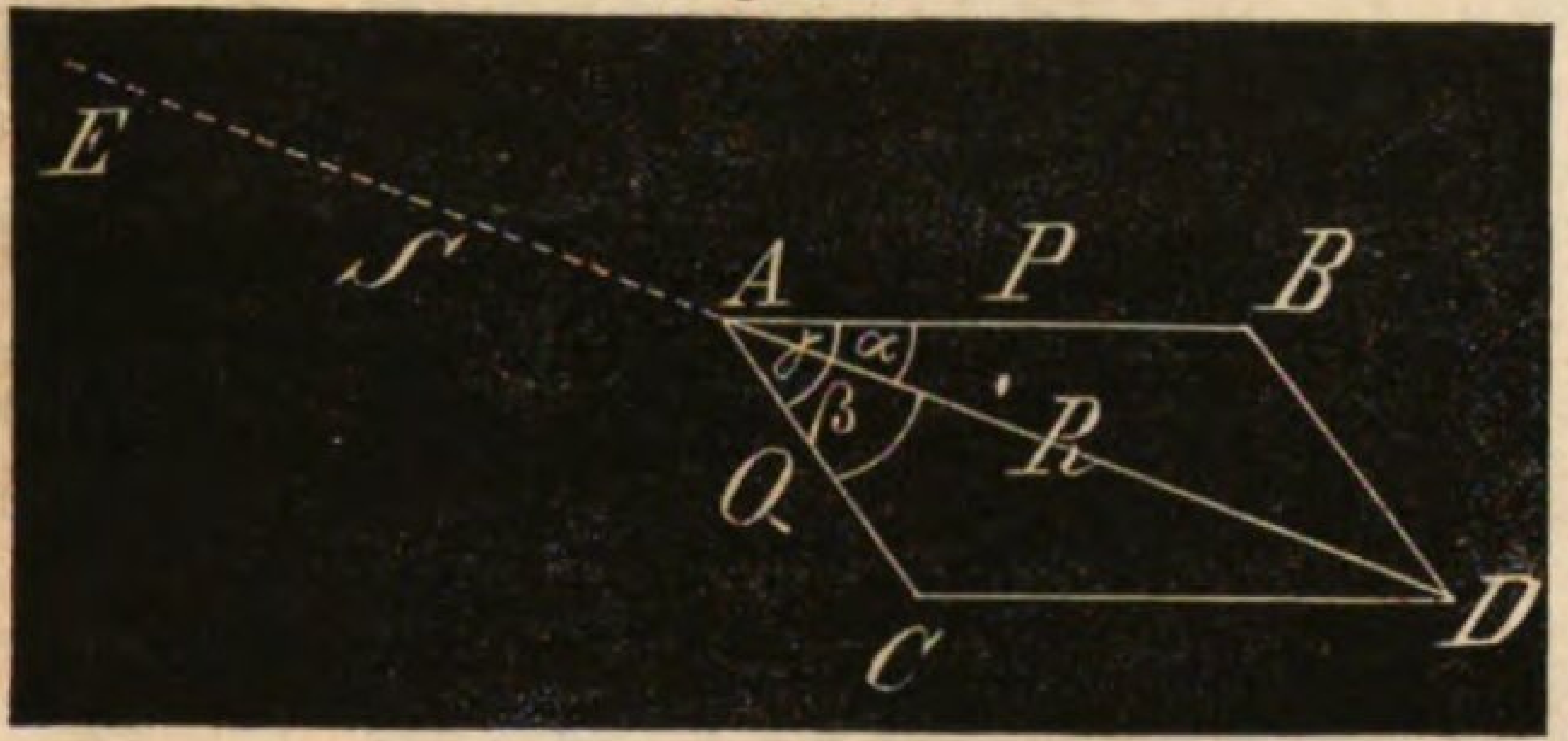
mithin $R < \sqrt{P^2 + Q^2}$; wird $\gamma = 180^\circ$, d. h. sind die Kräfte einander gerade entgegengesetzt, so wird

$$R = P - Q.$$

also gleich der Differenz der beiden auf denselben Angriffspunkt wirkenden Kräfte. Hieraus ist zu ersehen, daß die Resultirende zweier unter einem Winkel wirkenden Kräfte stets kleiner ist als ihre Summe, aber größer als ihre Differenz.

b) Bezeichnet man mit α und β, Fig. 23, die Winkel, welche die Richtung der Resultirenden mit den Richtungen der Seitenkräfte bildet, und berücksichtigt, daß $\gamma + ABD = 180^\circ$ mithin $\sin. ABD = \sin. \gamma$, so erhält man aus dem Kräftenparallelogramm:

Fig. 23.



1) $P : Q = \sin. \beta : \sin. \alpha$; 2) $P : R = \sin. \beta : \sin. \gamma$; 3) $Q : R = \sin. \alpha : \sin. \gamma$.

Vermittelst dieser Proportionen ist es möglich, wenn eine der drei Kräfte und zwei Richtungswinkel gegeben sind, die beiden andern Kräfte und den dritten Richtungswinkel zu finden.

c) Läßt man auf den freien Punkt A eine Kraft S wirken, die der Resultirenden vom P und Q gleich und gerade entgegengesetzt ist, so entsteht Gleichgewicht; da nun

$$P : Q : R = \sin. \beta : \sin. \alpha : \sin. \gamma$$

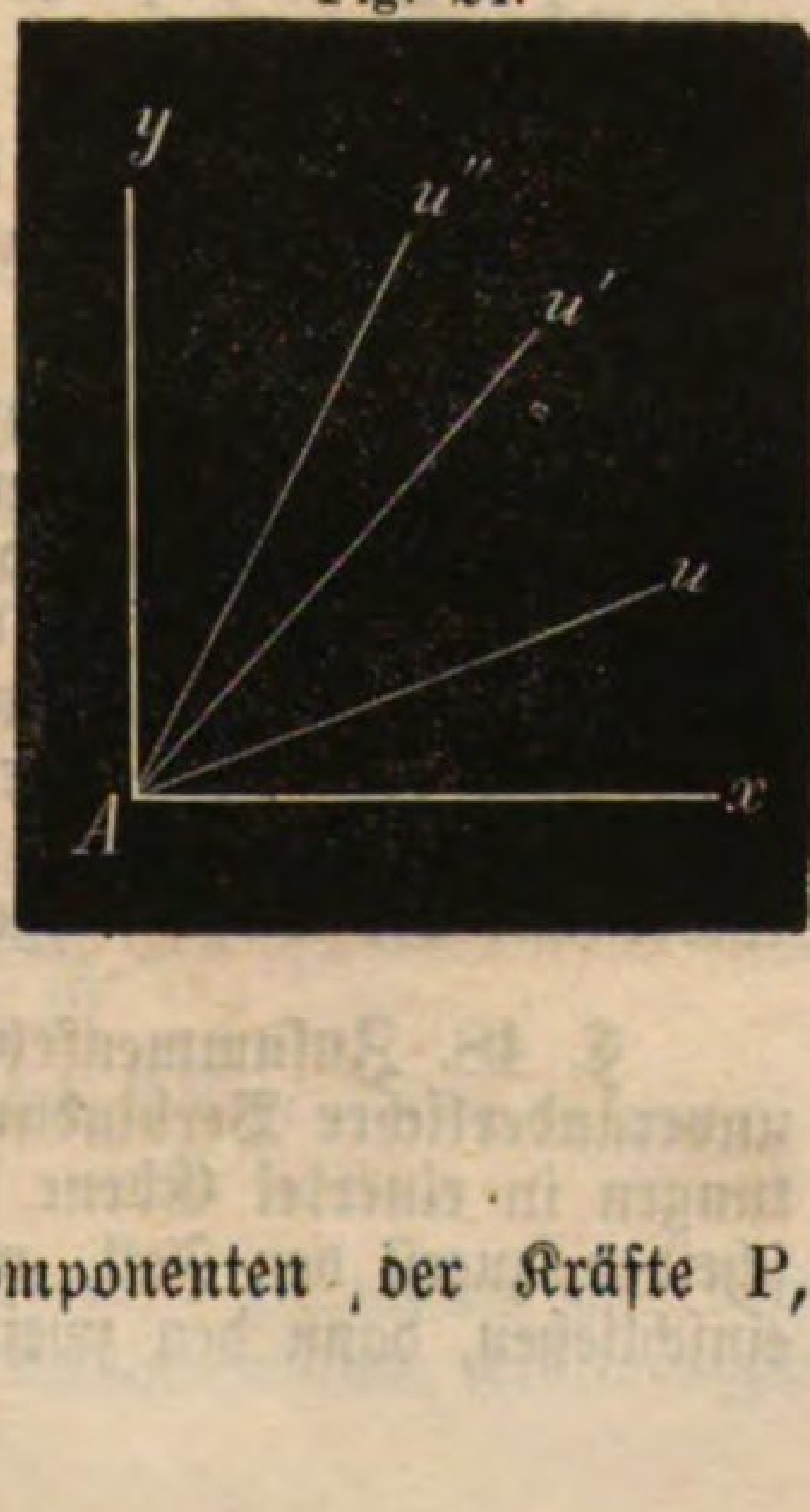
ist, und $R = S$, $\sin. \beta = \sin. CAE$, $\sin. \alpha = \sin. EAB$, $\sin. \gamma = \sin. BAC$, so hat man

$$P : Q : S = \sin. EAC : \sin. EAB : \sin. BAC.$$

Wenn daher drei Kräfte, deren Richtungen in einer Ebene liegen, an einem freien Punkte sich das Gleichgewicht halten, so ist jede derselben dem Sinus des Winkels, den die beiden andern einschließen, proportional.

§. 46. Zusammensetzung mehrerer auf einen Punkt wirkenden Kräfte, deren Richtungen in der nämlichen Ebene liegen. Es seien die Kräfte P, P′, P″ . . . Fig. 24, die auf den Punkt A in den Richtungen Au, Au′, Au″ . . wirken; ziehen wir durch A in der Ebene, in welcher die Richtungen der Kräfte sich befinden, zwei rechtwinkelige Coordinatenaxen Ax und Ay, und bestimmen die Lage der Richtungen der Kräfte durch die Winkel, die jede mit den beiden Axen einschließt; es seien α, β die Winkel, welche die Richtung der Kraft P, α' β' diejenigen, die P′, und α'' β'' die, welche P″ mit Ax und Ay einschließt, u. s. f. Man zerlegt nun jede Kraft in zwei Componenten, wovon die eine in der Richtung Ax, die andere rechtwinkelig in der Richtung Ay wirkt, so sind

Fig. 24.



$$P \cos. \alpha,\ P' \cos. \alpha',\ P'' \cos. \alpha \ldots\ldots$$

die nach der Richtung Ax, und

$$P \cos. \beta,\ P' \cos. \beta',\ P'' \cos. \beta'' \ldots\ldots$$

die nach der Richtung Ay wirkenden Componenten der Kräfte P, P′, P″ . . . . .

Die nach einerlei Richtung auf einen Punkt wirkenden Componenten lassen sich durch eine Kraft ersetzen, die ihrer Summe gleich ist; es sei

$$X = P \cos. \alpha + P' \cos. \alpha' + P'' \cos. \beta'' + \ldots$$
$$Y = P \cos. \beta + P' \cos. \beta' + P'' \cos. \beta'' + \ldots$$

wo die Cosinusse der stumpfen Winkel negativ zu nehmen sind.

Heißt R die Resultirende von den zwei einen rechten Winkel einschließenden Kräften X und Y, mithin auch die Resultirende der Kräfte P, P′, P″ ...., sind a und b die Winkel, welche ihre Richtung mit den Coordinatenaxen bildet, so ist

$$R = \sqrt{X^2 + Y^2},$$
$$X = R \cos. a \text{ und } Y = R \cos. b; \text{ mithin}$$
$$\cos. a = \frac{X}{R}, \quad \cos. b = \frac{Y}{R}.$$

§. 47. Bedingung des Gleichgewichtes von Kräften, die auf einen Punkt wirken, und deren Richtungen in einerlei Ebene liegen. Ist der Punkt A, auf den mehrere Kräfte wirken, ein freier, so kann das Gleichgewicht nur dann eintreten, wenn die Resultirende gleich Null ist; aus

$$R^2 = X^2 + Y^2$$

folgt, daß für $R = 0$, auch $X = 0$ und $Y = 0$ sein muß, da eine Summe von positiven Größen niemals Null sein kann, wofern nicht jede für sich Null ist; mithin ist auch

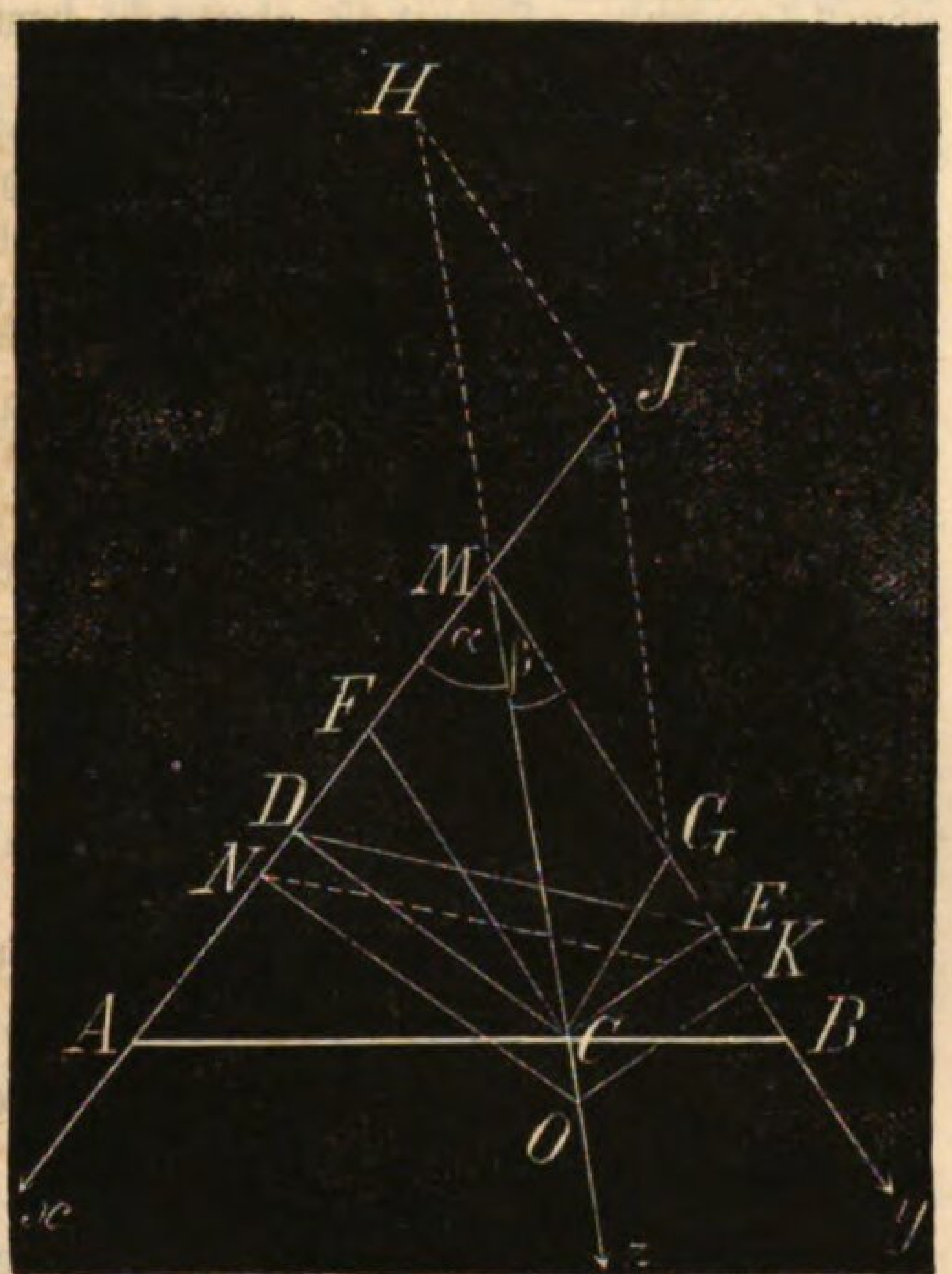
$$P \cos. \alpha + P' \cos. \alpha' + P'' \cos. \alpha'' + \ldots = 0$$
$$P \cos. \beta + P' \cos. \alpha' + P'' \cos. \alpha'' + \ldots = 0$$

d. h. die Kräfte halten sich das Gleichgewicht, wenn sowohl die Summe der nach der Axe Ax, als die der nach der Ay wirkenden Kräfte gleich Null ist. Es ergibt sich in diesem Falle, daß jede Kraft der Resultirenden aller übrigen gleich und gerade entgegengesetzt ist.

Wenn der Angriffspunkt der Kräfte beweglich, aber nicht frei ist, sondern genöthigt, auf einer Fläche oder einer Linie zu bleiben, die geeignet ist, einen Widerstand zu leisten, so ist zum Bestehen des Gleichgewichts nothwendig, daß die Resultirende aller Kräfte eine Richtung habe, die auf der Tangirenden, welche die Fläche oder Linie in Angriffspunkte berührt, senkrecht steht und auf die Bahn drückend wirkt, weil nur in diesem Falle die Wirkung der Resultirenden durch den Widerstand der Bahn aufgehoben wird.

§. 48. Zusammensetzung zweier Kräfte, die auf verschiedene in unveränderlicher Verbindung stehende Punkte wirken, und deren Richtungen in einerlei Ebene liegen. Wir haben hier zwei Fälle zu unterscheiden, zuerst den Fall, wo die Richtungen der Kräfte einen Winkel einschließen, dann den zweiten, wo diese Richtungen parallel sind.

Fig. 25.



1. Nehmen wir an, die Kräfte P und Q wirken auf die in unveränderlicher Verbindung stehenden Angriffspunkte A und B in den nicht parallelen Richtungen Ax und By, die in derselben Ebene liegen, daher verlängert im Punkte M zusammentreffen und den Winkel AMB einschließen; denken wir uns den Punkt M mit A und B in fester Verbindung, so lassen sich ohne Störung der Wirkung die Kräfte P und Q dahin versetzen. Diese Kräfte können sich nicht das Gleichgewicht halten, sondern sie müssen eine Bewegung des Punktes M und der festen Linie AB bewirken, die man auch durch eine einzige Kraft, die ihre Resultirende ist, hervorbringen könnte. Die Richtung Mz dieser Resultirenden, die innerhalb des Winkels AMB liegen muß, schneidet die AB in einem Punkte, z. B. in C; bringen wir nun in C eine Stütze an, um welche sich die feste Linie AB drehen läßt, und die durch ihren Widerstand geeignet ist, den Zug der Resultirenden aufzuheben, so entsteht der Zustand des Gleichgewichtes, und wir haben dann einen Hebel, an dem sich die Kräfte P und Q das Gleichgewicht halten; die Größe der Resultirenden von P und Q deren Richtung die Gerade MC angibt, bestimmt die Stärke des Druckes, den die Stütze oder die Drehungsaxe des Hebels erleidet. Fällen wir von C die Senkrechten CD und CE auf die Richtungen der Kräfte, so ist

$$P : Q = CE : CD.$$

Setzen wir den Winkel $AMC = \alpha$, und den Winkel $BMC = \beta$, so ist $CE = MC \sin. \beta$, und $CD = MC \sin. \alpha$, daher

$$P : Q = \sin. \beta : \sin. \alpha.$$

Zieht man von C die Gerade CF parallel zu BM, und CG parallel zu AM, so erhält man ein Parallelogramm, bei dem die den Winkel M einschließenden Seiten in den Richtungen der Kräfte P und Q liegen, und dessen Diagonale die Richtung der Resultirenden dieser Kräfte angibt. In diesem Parallelogramm ist

$$MF : CF = \sin. \beta : \sin. \alpha, \text{ und } CF = MG,$$

$$\text{mithin } P : Q = MF : MG,$$

d. h. die Seiten dieses Parallelogramms, dessen Diagonale die Richtung der Resultirenden der den Winkel M einschließenden Kräfte angibt,

verhalten sich zu einander, wie diese Kräfte; somit ist es ein Kräftenparallelogramm. Damit ist abermals bewiesen, daß die Diagonale eines Kräftenparallelogramms die Richtung der Resultirenden der beiden Seitenkräfte anzeigt; um auch die Größe dieser Resultirenden zu finden, lassen wir auf M in der Verlängerung von MC eine Kraft S wirken, die der Resultirenden R von P und Q gleich ist, so hebt sie die Wirkung von R auf und S hält den Componenten P und Q das Gleichgewicht. Wenn sich aber drei auf einen Punkt wirkende Kräfte, deren Richtungen in derselben Ebene liegen, das Gleichgewicht halten, so ist jede der Resultirenden der beiden andern gleich und gerade entgegengesetzt; daher ist die Resultirende von S und Q der Kraft P gleich, und wirkt in der rückwärts verlängerten Richtung von P. Schneide man von dieser Verlängerung ein Stück MJ = MF ab, verbinde J mit G, so ist das Dreieck MJG congruent mit MFC, daher sind die Winkel MJG und FMC einander gleich, somit die Gerade JG parallel zu MC. Zieht man von J die JH parallel zu MG, so erhält man das Parallelogramm MHJG, dessen Diagonale MJ die Richtung und Größe der Resultirenden der nach den Seiten desselben wirkenden Kräfte Q und S angibt, und das somit ein Kräftenparallelogramm ist, weßhalb

$$Q : S = MG : MH$$

oder da $S = R$, und $MH = MC$,

$$Q : R = MG : MC$$

d. h. die Diagonale des Kräftenparallelogramms ist auch der Größe der Resultirenden der beiden Seitenkräfte proportional.

Wir haben hiemit, unabhängig von der früheren Lehre vom Kräftenparallelogramm bewiesen, daß die Diagonale eines Kräftenparallelogramms überhaupt sowohl die Richtung als die Größe der Resultirenden der auf einen Punkt wirkenden Kräfte bestimmt, und ersehen zugleich, daß man die Resultirende der auf A und B wirkenden Kräfte findet, wenn man ihre Richtungen bis zum Zusammentreffen in einem Punkte M verlängert, von ihnen Stücke, die den Kräften proportionirt sind, abschneidet, und das Parallelogramm verzeichnet; die Diagonale desselben gibt die gesuchte Richtung und Größe der Resultirenden der beiden Componenten an. Der Punkt C, in dem diese Resultirende die feste Linie AB schneidet, und durch dessen Befestigung das Gleichgewicht erzeugt wird, ist als ihr Angriffspunkt zu betrachten; ihre Größe findet man, wenn der Winkel $AMB = \gamma$ gegeben ist, aus der Gleichung

$$R^2 = P^2 + Q^2 + 2PQ \cos. \gamma \quad (1)$$

2. Es war ferner auch

$$P : Q = CE : CD \quad (2)$$

Werden von einem anderen in der Richtung der Resultirenden liegenden Punkte, z. B. von O Senkrechte ON und OK auf die Richtungen der Kräfte gefällt, so sind diese offenbar den Senkrechten CD und CE proportionirt, so daß man hat

$$CE : CD = OK : ON \text{ daher auch}$$

$$P : Q = OK : ON$$

d. h. die zwei einen Winkel einschließenden Kräfte verhalten sich zu einander, wie umgekehrt die Senkrechten die von irgend einem in der Richtung der Resultirenden befindlichen Punkte auf die Richtungen der Kräfte gefällt werden.

3. In der vierseitigen Figur CDME bildet der Winkel DCE mit dem Winkel $\alpha + \beta$ zwei rechte, und im Dreiecke CMF sind die Winkel MFC $+ \alpha + \beta$ auch zwei rechten gleich, mithin sind die Winkel DCE und MFC einander gleich, und da die Verhältnisse der Seiten, die diese gleichen Winkel einschließen, auch einander gleich sind, indem jedes derselben dem Verhältnisse P : Q gleich ist, so sind die Dreiecke DCE und MFC einander ähnlich, und es ist

$$MF : MG : MC = CE : CD : ED \text{ oder}$$
$$P : Q : R = CE : CD : ED.$$

Demnach ist die Gerade ED, welche die Fußpunkte der Senkrechten CE und ED verbindet, auch der Resultirenden von P und Q proportionirt, und wir erhalten für die Größe dieser Resultirenden auch den Ausdruck:

$$R^2 = CE^2 + CD^2 - 2\ CE\ .\ CD \cos.\ DCE \quad (3)$$

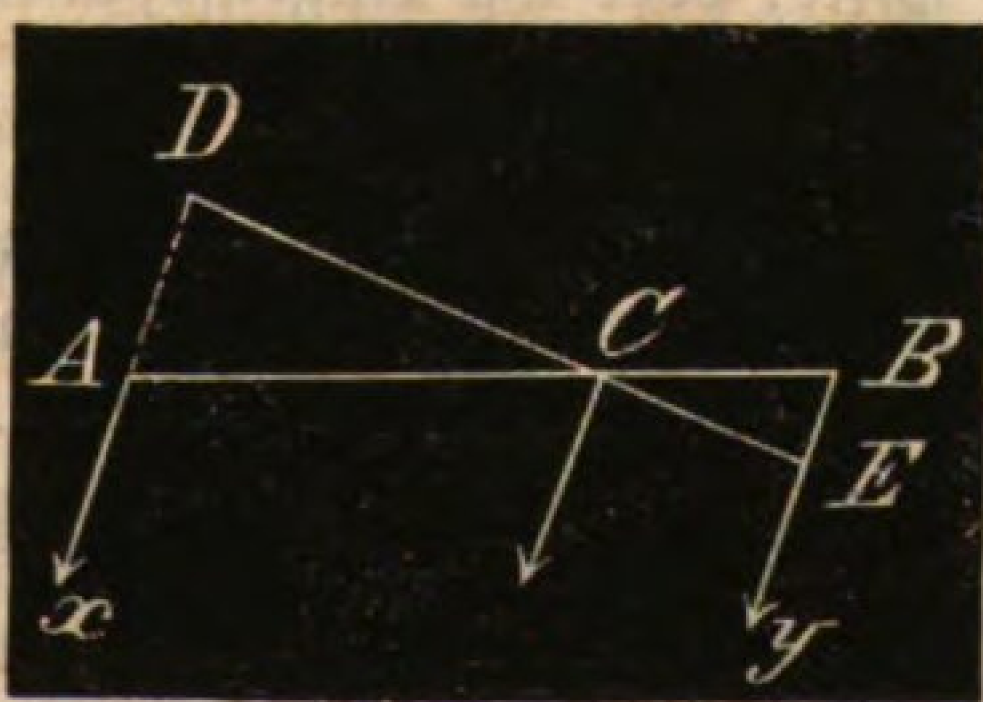
Es ist für sich einleuchtend, daß die Richtung der Resultirenden von P und Q in der Ebene dieser Kräfte liegt; zu ihrer Bestimmung dient die Proportion:

$$P : R = \sin.\ \beta : \sin.\ (\alpha + \beta) = \sin.\ \beta : \sin.\ DCE \quad (4)$$

aus welcher der Winkel β, den die Resultirende mit der Richtung der Kraft Q einschließt, sich leicht berechnen läßt.

4. Aus der zur Bestimmung der Größe und Richtung der Resultirenden der Kräfte P und Q gefundenen Ausdrücken ist zu ersehen, daß mit der Abnahme des Winkels AMB, mithin mit dem Wachsen des suplementären Winkels DCE die Größe der Resultirenden wächst, der spitzige Winkel β aber abnimmt; werden die Richtungen der beiden Kräfte P und Q parallel, Fig. 26, so ist der Winkel AMB $= 0$, und DCE $= 180^0$, also cos. M $= 1$, cos. DCE $= -1$ und sin. DCE $= 0$. Aus den Gleichungen (1) und (3) ergibt sich nun

Fig. 26.



a) $R = P + Q$ und $R = CD + CE$ d. h. die Resultirende zweier an zwei verschiedenen Punkten einer unbiegsamen Linie wirkenden parallelen Kräfte ist gleich der Summe dieser Kräfte, und proportional der Summe der Senkrechten, die von einem in ihrer Richtung liegenden Punkte auf die Richtungen der Kräfte gefällt werden und die eine gerade Linie bilden.

b) Aus der Proportion (4) folgt, daß sin. $\beta = 0$, mithin auch $\beta = 0$ ist, d. h. daß die Richtung der Resultirenden zu den Richtungen der Kräfte parallel ist.

c) Aus (2) ergibt sich, daß

$$P : Q = CE : CD$$

Da nun die Dreiecke ACD und BCE, Fig. 26, einander ähnlich sind, so ist

$$CE : CD = CB : CA, \text{ mithin } P : Q = CB : CA$$

d. h. die Resultirende theilt die gerade Linie, welche die Angriffspunkte der parallelen Kräfte unveränderlich verbindet, in zwei Abschnitte, die sich zu einander verhalten, wie umgekehrt die Kräfte

d) Aus $P : Q = CB : CA$ folgt

$$P + Q : P = AB : CB \text{ und}$$

$$CB = \frac{P.AB}{P+Q};$$

aus diesem letzten Ausdrucke ergibt sich, daß die Lage des Angriffspunktes C der Resultirenden unabhängig ist von dem Winkel, den die Richtungen der Kräfte mit der unbiegsamen Linie, die ihre Angriffspunkte verbindet, einschließen; er bleibt also an derselben Stelle, so lange die Werthe von AB, P, Q sich nicht ändern. Der Punkt C heißt deßhalb der Mittelpunkt paralleler Kräfte.

Aufgabe. Man soll eine gegebene Kraft R in zwei ihr parallele Componenten zerlegen, die an gegebenen Angriffspunkten A und B, Fig. 27, angreifen.

Bezeichnen wir mit X und Y die Werthe der parallelen Componenten von R, deren Angriffspunkt C ist, so hat man

$$X + Y = R, \text{ und } X : Y = CB : AG; \text{ daraus folgt:}$$

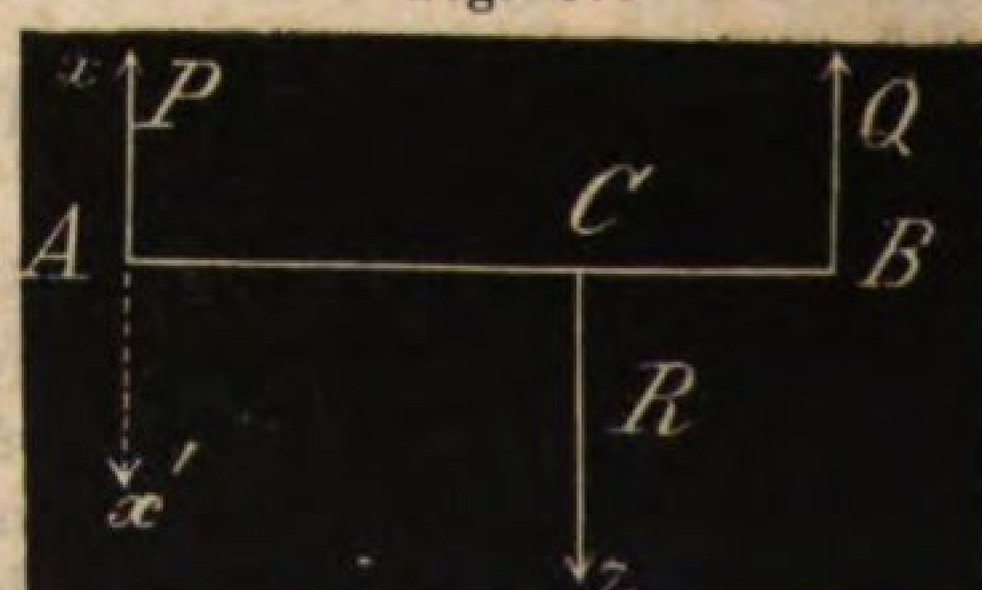
$$X + Y : X = AB : CB \text{ und } X = \frac{R.BC}{AB},$$

$$X + Y : Y = AB : CA \quad " \quad Y = \frac{R.CA}{AB}.$$

Dieser Fall kommt vor z. B. bei Ermittlung des Druckes der Zapfen auf die Lager oder andere Supporte.

5. Will man bei der Einwirkung zweier auf zwei verschiedene Punkte einer unbiegsamen Linie wirkenden Kräfte Gleichgewicht erzeugen, so ist klar, daß man nur nöthig hat, entweder eine Kraft hinzuzusetzen, welche mit der Resultirenden gleich, aber gerade entgegengesetzt wirkt, oder am Angriffspunkte der Resultirenden eine Stütze anzubringen, die stark genug ist, um durch den Widerstand den Zug der Resultirenden aufzuheben.

Fig. 27.



Man kann aber auch eine Kraft R. Fig. 27, die an irgend einem Punkte C einer unbiegsamen Linie AB wirkt, durch zwei parallele an den Endpunkten A und B thätige Kräfte P und Q im Gleichgewichte erhalten, wenn diese Kräfte in Richtungen wirken, die der Richtung der Kraft R parallel, aber entgegengesetzt sind, ferner wenn

$$P + Q = R, \text{ und } P : Q = CB : CA \text{ oder}$$

$$P + Q : P = AB : CB \text{ und } P = \frac{R.CB}{AB} \text{ ist.}$$

6. Stehen die drei Kräfte P, Q, R, deren Richtungen zu einander parallel sind, aber so, daß die von P und Q nach einerlei, dagegen

die von R nach entgegengesetzter Seite geht, im Gleichgewichte, so ist jede davon der Resultirenden der beiden andern gleich, aber der Richtung nach gerade entgegengesetzt. Es sei S die Resultirende von R und Q, so ist S der Kraft P gleich und wirkt auf den Punkt A in der Richtung Ax′, welche in der Verlängerung von Ax fällt. Da nun

$$R = P + Q, \text{ so ist } S = P = R - Q$$

d. h. die Resultirende von zwei ungleichen parallelen, aber nach entgegengesetzten Seiten wirkenden Kräften ist gleich der Differenz dieser Kräfte und hat die Richtung der größeren Kraft. Den Angriffspunkt A dieser Resultirenden S findet man aus der Proportion

$$P:Q = CB:CA, \text{ daher } AC = \frac{Q.CB}{R-Q},$$

woraus zu ersehen ist, daß CA desto größer wird, je kleiner der Unterschied der Kräfte R und Q ist. Sind diese Kräfte gleich, so ist die Resultirende = 0, und AC unendlich groß; es ist also in diesem Falle nicht mehr möglich, durch Hinzusetzung einer Kraft das Gleichgewicht herzustellen, folglich auch nicht möglich, mittelst einer einzigen Kraft dieselbe Wirkung zu erzeugen, wie sie durch zwei gleiche parallele, aber nach entgegengesetzten Seiten auf zwei verschiedene Punkte einer unbiegsamen Linie wirkende Kräfte erzeugt wird. Man nennt zwei solche Kräfte ein Kräftenpaar (couple) und es ist leicht, sich zu überzeugen, daß ein Kräftenpaar eine drehende Bewegung bewirkt.

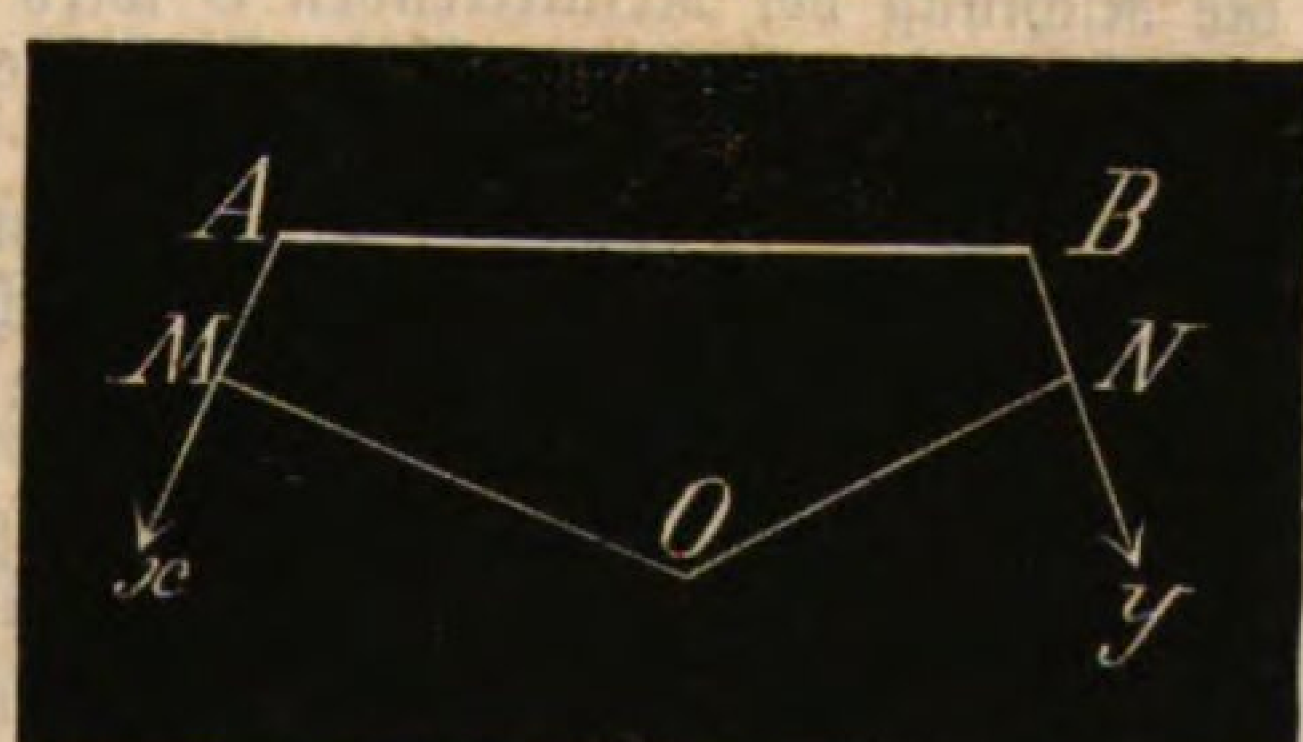
Zwei gleiche und parallele Kräfte, die auf zwei verschiedene unveränderlich verbundene Punkte nach entgegengesetzten Richtungen wirken, können keine Resultirende haben; denn hätten sie eine, so müßte sie entweder nach der Richtung der einen oder der andern Kraft wirken, aber der Grund, der sich für die eine Richtung anführen ließe, gilt auch für die entgegengesetzte; es ist daher nicht möglich, die gegebenen Kräfte durch eine einzige Kraft zu ersetzen.

7. Aus der Proportion

$$P:Q = CE:CD \text{ folgt } P.CD = Q.CE$$

d. h. die Momente zweier Kräfte, sie mögen auf einen oder auf zwei verschiedene fest verbundene Punkte wirken, ihre Richtungen mögen parallel oder nicht parallel sein, sind bezüglich eines in der Richtung der Resultirenden liegenden Punktes einander gleich. Es läßt sich aber auch leicht erweisen, daß in dem Falle, wo die Momente zweier Kräfte P und Q Fig. 28, bezüglich eines Punktes O einander gleich sind, dieser Punkt in der Richtung der Resultirenden liegen müsse. Denn es sei

Fig. 28.



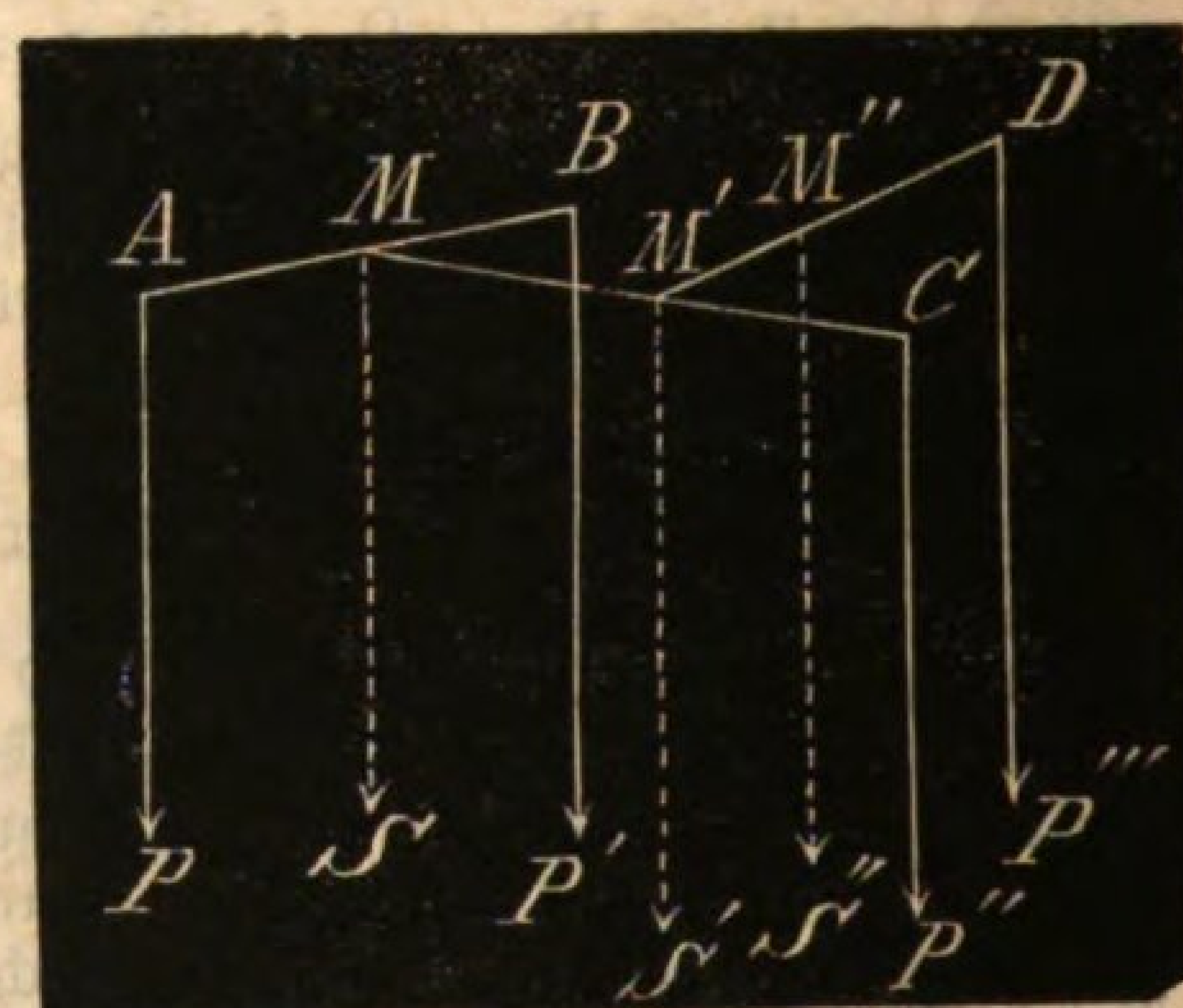
$$P.MO = Q.ON,$$

und man bringe O mit A und B in feste Verbindung, so ist klar, daß man durch Befestigung des Punktes O einen Hebel erhält, an dem sich die Kräfte P und Q das Gleichgewicht halten; dieß ist jedoch nur möglich,

wenn sich der Punkt O in der Richtung der Resultirenden von P und Q befindet.

§. 49. Zusammensetzung mehrerer parallelen auf ein System von materiellen Punkten wirkenden Kräfte. Es seien die parallelen Kräfte P, P′, P″, P‴ . . . , Fig. 29. die nach derselben Seite hin auf die materiellen, unveränderlich mit einander verbundenen Punkte A B C D . . . wirken und deren Richtungen nicht in derselben Ebene liegen; man suche zuerst die Resultirende von P und P′, diese sei = S und habe M zum Angriffspunkte, so ist die Resultirende

Fig. 29.



$$S = P + P'$$

und ihre Richtung parallel zu den Richtungen ihrer Componenten. Nun bestimmt man die Resultirende S′ der Kräfte S und P″, so erhält man

$$S' = S + P'' = P + P' + P'';$$

ihr Angriffspunkt liegt zwischen M und C, z. B. in M′, und ihre Richtung ist wieder parallel zu den Richtungen der gegebenen Kräfte. Auf gleiche Art findet man die Resultirende von S′ und P‴, nämlich

$$S'' = S' + P''' = P + P' + P'' + P''';$$

die Richtung ist abermals parallel zu der der Kräfte und ihr Angriffspunkt liegt zwischen M′ und D, z. B. in M″. Hieraus wird ersichtlich, daß die Resultirende R von einer beliebigen Anzahl paralleler Kräfte gleich ist der Summe derselben, also

$$R = P + P' = P'' + \ldots.$$

2. Der Angriffspunkt M der Kraft S, dessen Lage in der Linie AB aus dem Ausdrucke $MB = \frac{P \cdot AB}{P + P'}$ leicht zu bestimmen ist, bleibt an derselben Stelle, wenn sich die parallelen Kräfte P und P′ wie immer um ihre Angriffspunkte drehen, aber die Richtung der Resultirenden S wird sich um M ebenfalls drehen, so daß sie zu der Richtung ihrer Componenten stets parallel bleibt. Auf dieselbe Art läßt sich zeigen, daß auch die Angriffspunkte M′, M″ . . . . der Resultirenden von P, P′, P″, und von P, P′, P″, P‴ an derselben Stelle bleiben, mithin wird auch der Angriffspunkt der Resultirenden R aller parallelen Kräfte seine Lage nicht ändern, wenn die Richtungen sämmtlicher Kräfte sich um ihre in unveränderlicher Verbindung stehenden Angriffspunkte dergestalt drehen, daß sie stets zu einander parallel bleiben, und dieselben Intensitäten behalten. Man nennt diesen Angriffspunkt der Resultirenden aller parallelen Kräfte, dessen Lage von der Lage der Richtungen der Compenenten gegen das System unabhängig ist, den **Mittelpunkt** oder **Centralpunkt der parallelen Kräfte**.

3. Wenn einige der parallelen Kräfte in Richtungen wirken, die denen der andern entgegengesetzt sind, so bestimmt man zuerst die Resultirende R′ der nach einerlei Richtung wirkenden Kräfte P, P′, P″ ..., und man hat

$$R' = P + P' + P'' + \ldots;$$

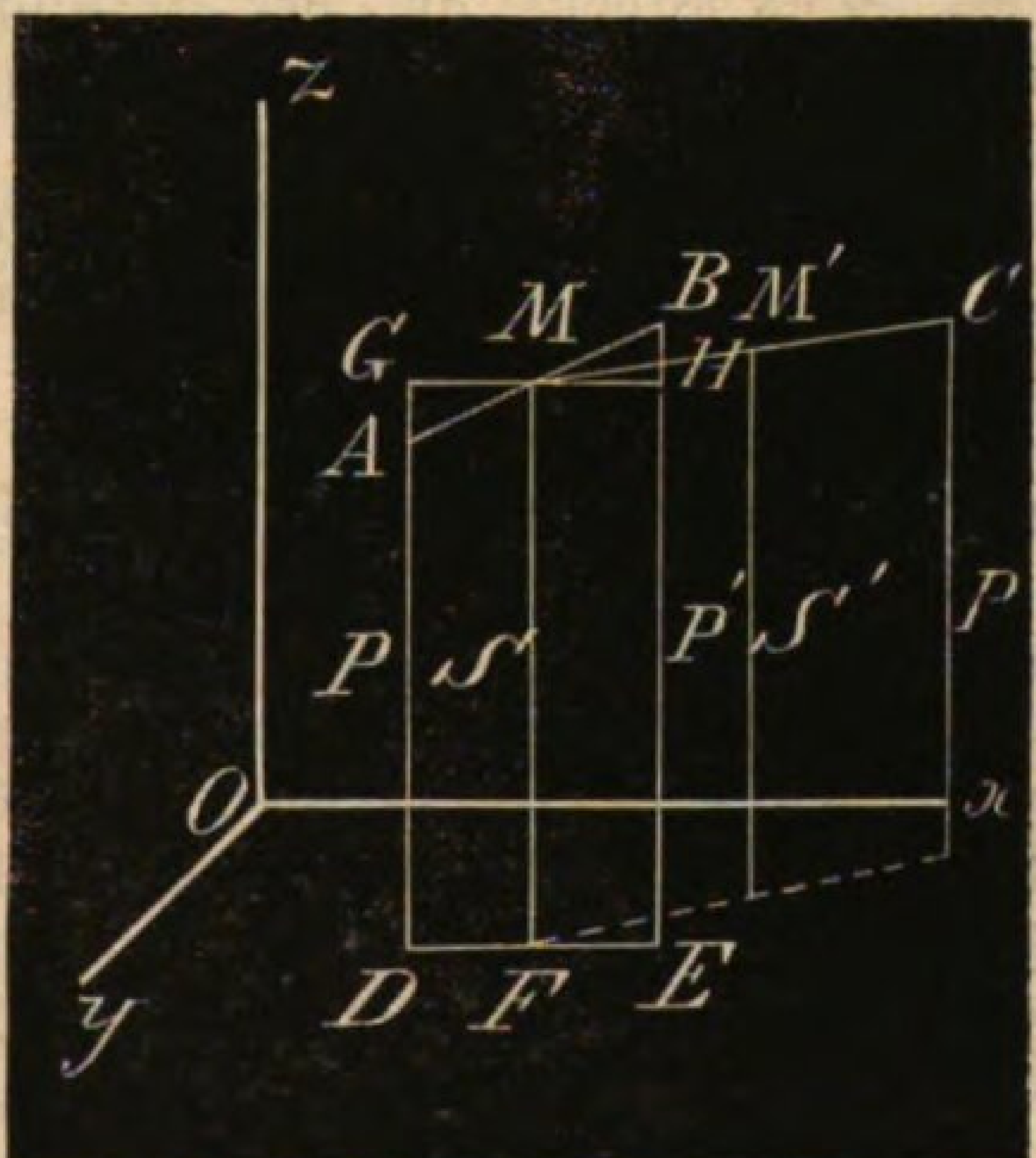
hierauf sucht man die Resultirende R″ der nach entgegengesetzter Richtung thätigen Kräfte Q, Q′, Q″ ...; es ist

$$R'' = Q + Q' + Q'' \ldots$$

Auf diese Art wird das System paralleler Kräfte auf zwei parallele, aber nach entgegengesetzten Seiten wirkende Kräfte reducirt, die, wenn sie ungleich sind, sich zu einer Resultirenden zusammensetzen lassen; wenn sie aber gleich sind, niemals durch eine äquivalente Kraft ersetzt werden können.

4. Die Lage des Mittelpunktes paralleler Kräfte wird bestimmt durch drei rechtwinklige Coordinaten x_1, y_1, z_1, d. i. durch seine Abstände von drei auf einander senkrecht stehenden Ebenen, deren Durchschnittslinien Ox, Oy, Oz, Fig. 30. Coordinatenaxen genannt werden; es muß aber auch die Lage der Angriffspunkte der Kräfte bezüglich dieser drei Ebenen gegeben sein.

Fig. 30.



Fällen wir von den Angriffspunkten A und B der Kräfte P und P′, dann von dem Angriffspunkte M ihrer Resultirenden S Senkrechte auf die Ebene xOy, und setzen AD = z, BE = z′, MF = u, ziehen durch M die Gerade GH parallel zu der DE, welche die Fußpunkte der in einer Ebene liegenden Senkrechten verbindet, so hat man

$$P : P' = BM : AM \text{ und}$$
$$BM : AM = BH : AG$$

mithin

$$P : P' = BH : AG \text{ und } P \,.\, AG = P' \,.\, BH.$$

Nun ist $AG = u - z$, $BH = z' - u$,

folglich $$Pu - Pz = - P'u + P'z' \text{ und}$$
$$(P + P')\, u = Pz + P'\, z', \text{ oder}$$
$$Su = Pz + P'\, z'.$$

Verbindet man M mit dem Angriffspunkte C der Kraft P″ durch die Gerade MC, so findet man auf dieser Geraden den Angriffspunkt M′ der Kraft S′, welche die Resultante von S und P″ ist, wenn man die von M′ auf die Ebene xOy gefällte Senkrechte mit u′ bezeichnet, aus der Gleichung

$$S'\, u' = Su + P''\, z'' = Pz + P'z' + P''z''.$$

Setzt man in dieser Weise die Operation fort, so ist ersichtlich, daß man, wenn mit R die Resultante aller parallelen Kräfte, und mit z_1 der Abstand des Mittelpunktes derselben von der Ebene xOy bezeichnet wird, im Allgemeinen erhält:

$$Rz_1 = Pz + P'z' + P''z'' + \ldots \quad (1)$$

Bezeichnet man die Senkrechten, welche von den Angriffspunkten auf die Ebene yOz gefällt werden, mit x, x' x''.., und mit y, y', y''.. diejenigen, die man von denselben Punkten auf die Ebene xOz fällt, dann mit x_1 und y_1 die Abstände des Mittelpunktes der parallelen Kräfte von diesen Ebenen yOz und xOz, so findet man ganz auf die selbe Weise, wie die Gleichung (1) noch folgende zwei andere:

$$Rx_1 = Px + P'x' + P''z'' + \ldots$$
$$Ry_1 = Py + P'y' + P''y'' + \ldots$$

Da nun $R = P + P' + P'' + \ldots$ mithin bekannt ist, so lassen sich aus den drei Gleichungen die Werthe von x_1, y_1, z_1 leicht berechnen, wodurch die Lage des Mittelpunktes aller parallelen Kräfte rücksichtlich der drei rechtwinkligen Coordinatenebenen vollkommen bestimmt ist.

Das Produkt aus der Intensität einer Kraft in die Entfernung ihres Angriffpunktes von irgend einer Ebene nennt man das **Moment der Kraft in Beziehung auf diese Ebene**; demnach drücken die drei Gleichungen aus, daß das Moment der Resultirenden paralleler Kräfte bezüglich einer Ebene gleich ist der Summe der Momente dieser Kräfte rücksichtlich derselben Ebene.

Würden einige dieser Kräfte nach entgegengesetzten Richtungen wirken, so sind sie negativ zu nehmen. Gibt es Angriffspunkte, die auf der entgegengesetzten Seite der Ebene, bezüglich welcher die Momente genommen werden, liegen, so sind die auf diese Ebene gefällten Senkrechten negativ zu nehmen. Liegen die Angriffspnnkte sämmtlicher parallelen Kräfte in der nämlichen Ebene, so liegt auch ihr Mittelpunkt in dieser Ebene; wir können diese Ebene für eine der Coordinatenebenen, z. B. für die xOy nehmen, wo dann $z = z' = z'' = \ldots = 0$, auch $z_1 = 0$ ist, und zur Bestimmung der Lage des Mittelpunktes die zwei Gleichungen

$$Rx_1 = Px + P'x' + P''x'' + \ldots$$
$$Py_1 = Py + P'y' + P''y'' + \ldots$$

hinreichen.

Wenn die Angriffspunkte aller parallelen Kräfte in einer geraden Linie sich befinden, so ist auch ihr Mittelpunkt in dieser Linie, und seine Lage wird bestimmt, sobald seine Entfernung von einem fixen Punkte auf dieser Linie ermittelt ist. Man nehme die gerade Linie, auf welcher der Mittelpunkt liegt, zur Durchschnittslinie Ox der Coordinatenebenen xOy und xOz, so ist

$z = z' = z'' = \ldots = 0$ und $y = y' = y'' = \ldots = 0$, ferner $z_1 = 0$ und $y_1 = 0$.

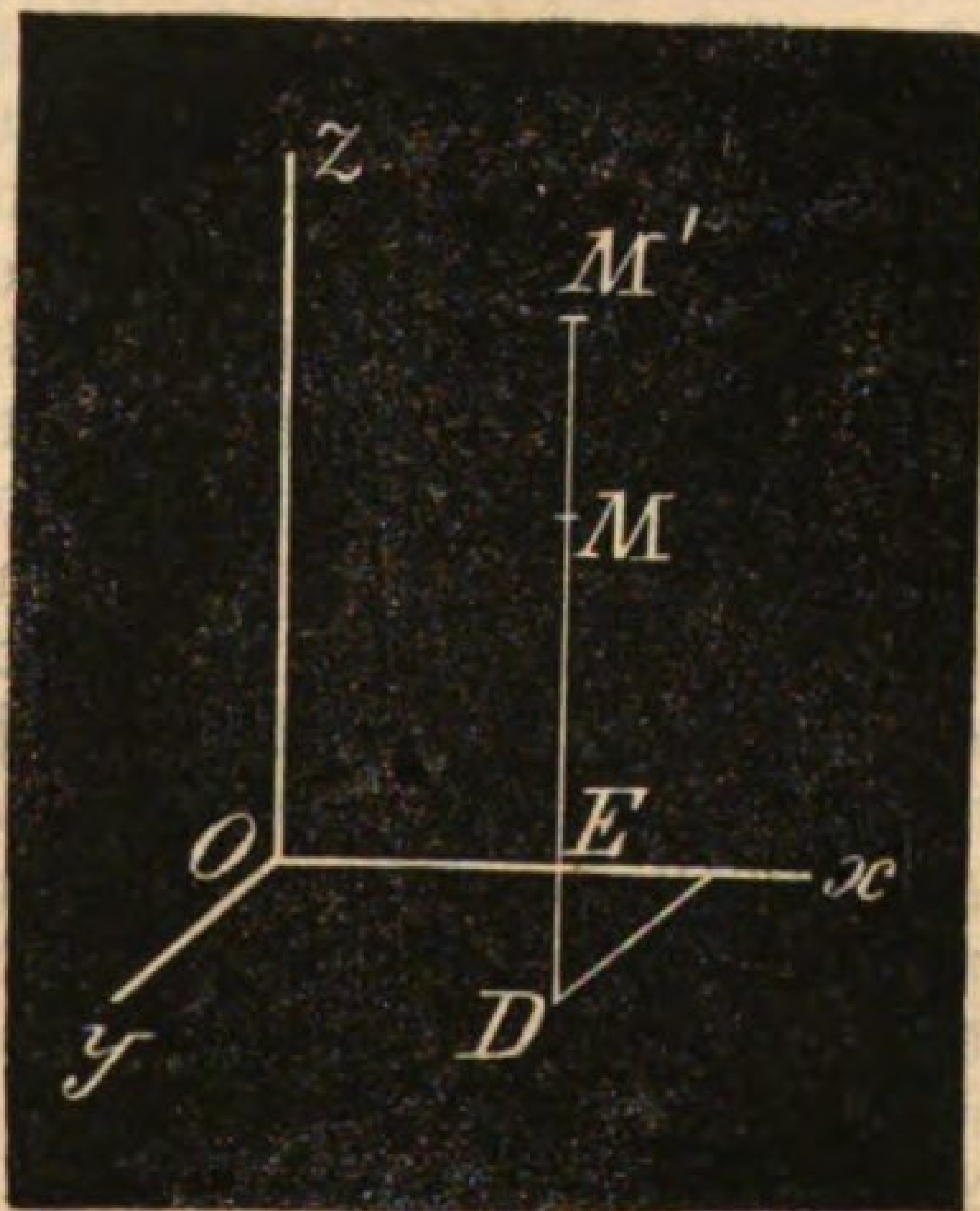
Die Entfernung des fraglichen Mittelpunktes von O, nämlich x_1, wird nun durch die Gleichung

$$Rx_1 = Px + P'x' + P''x'' + \ldots$$

bestimmt.

§. 50. Gleichgewicht bei parallelen Kräften. Theilen sich die parallelen Kräfte in zwei Partien, wovon die der einen Partie nach einerlei und die der andern nach der entgegengesetzten Seite hin wirken, so bestimmt man zuerst die Resultirende R′ der nach einer Richtung wirkenden Kräfte und reducirt die nach der entgegengesetzten Richtung thätigen, auf eine zweite Resultirende R″; dadurch erhält man zwei der Richtung nach entgegengesetzte Kräfte R′ und R″, die den gegebenen äquivalent sind, und sich nur dann das Gleichgewicht halten können, wenn sie einander gleich und gerade entgegengesetzt sind. Legen wir die Coordinatenebenen so, daß Oz, Fig. 31, parallel ist zu den Richtungen der Kräfte, so werden auch die Richtungen von R′ und R″ zu Oz parallel sein; da sie nun einander gerade entgegengesetzt sind, so müssen auch ihre Angriffspunkte M und M′ in einer zu Oz parallelen Linie sich befinden, folglich ihre Abstände von den zwei Ebenen xOz und yOz einander gleich sein. Sind x_1 und y_1 diese Abstände für den Punkt M, und x_1', y_1' für den Punkt M′, so hat man für das Gleichgewicht

Fig. 31.



$$R' = -R'', x_1 = x_1', y_1 = y_1';$$
ist $R' = P + P' + P'' + \ldots$
$$R'' = Q + Q' + Q'' \ldots$$
so ist $R' + R'' = P + P' + P'' + \ldots + Q + Q' + Q'' + \ldots = 0$

d. h. die Summe aller parallelen Kräfte ist gleich Null; ferner

$$R'x_1 = -R''x_1',\ R'y_1 = -R''y_1',$$
mithin $R'x_1 + R''x_1' = 0,\ R'y_1 + R''y_1' = 0$

d. h. auch die Summe der Momente aller parallelen Kräfte bezüglich zweier rechtwinkeligen Ebenen, die zu den Richtungen der Kräfte parallel sind, muß ebenfalls gleich Null sein.

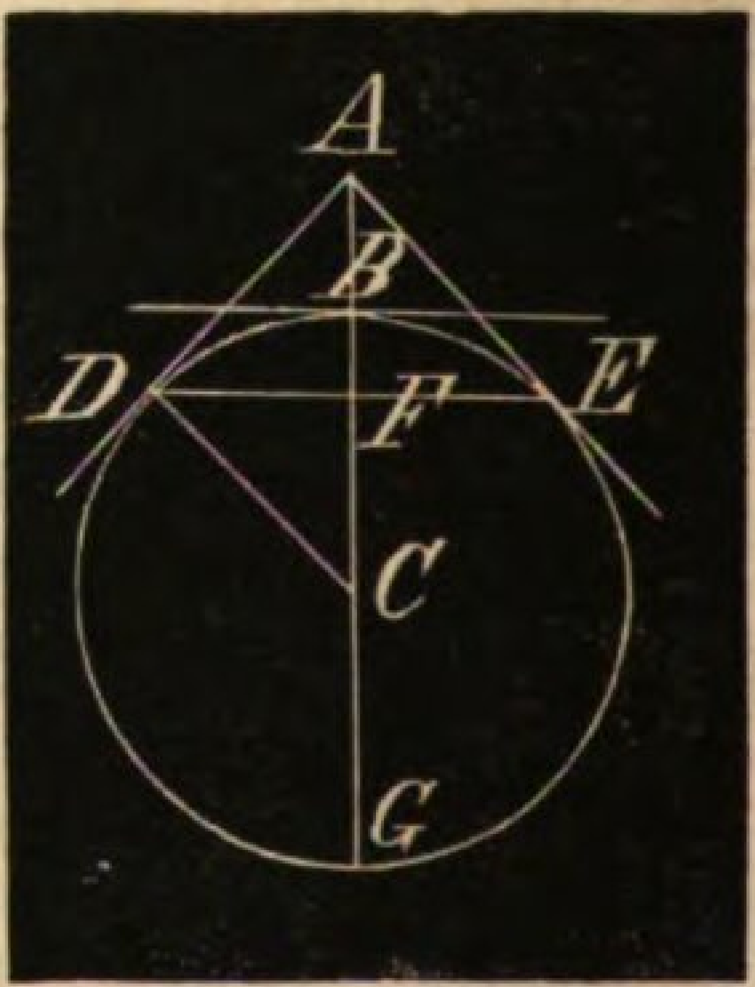
Lassen sich die parallelen Kräfte auf eine einzige Resultirende reduciren, so kann das Gleichgewicht nur dadurch bewirkt werden, daß man an dem Systeme eine neue Kraft anbringt, die der Resultirenden gleich und gerade entgegengesetzt ist, was man auch dadurch erreichen kann, daß man den Angriffspunkt der Resultirenden oder einen andern in ihrer Richtung liegenden und mit ihrem Angriffspunkte unveränderlich verbundenen Punkt fest macht.

§. 51. Gestalt der Himmelskörper und die der Erde insbesondere. Bei der Bestimmung der Größe und Richtung der Anziehung, mit der ein Körper auf einen fernstehenden wirkt, kommt es, wie leicht einzusehen ist, auf die Gestalt der anziehenden Masse an. In Betreff der Himmelskörper unseres Planetensystems lehren die Beobachtungen, daß sie, durch ein stark vergrößerndes Fernrohr angesehen, sich jederzeit als kreisförmige im Weltraume schwebende Scheiben darstellen, woraus folgt,

daß sie kugelförmig gestaltet sind. Aber auch die Erde ist ein im Weltraume schwebender Körper, denn die vielen unternommenen Erdumsegelungen beweisen, daß das Himmelsgewölbe nirgends auf der Erdoberfläche ruht, wie es den Anschein hat; dieß bezeugt auch die Thatsache, daß die unzählbaren Gestirne, die täglich am westlichen Horizonte untergehen, nach einiger Zeit wieder am östlichen aufgehen, und daher die Bahnen, die sie über der Erde beschreiben, auch unter der Erde fortsetzen, was nur möglich ist, wenn die Erde ein Körper ist, der wie die Sonne und der Mond im Weltraume frei schwebt.

Die Thatsache, daß sich die Erdoberfläche einem Beobachter, dessen Blick nach keiner Seite hin durch emporragende Gegenstände gehemmt ist, an allen Orten der Erde als eine kreisförmige Ebene darstellt, die bis an das Himmelsgewölbe erweitert, Horizont oder Gesichtskreis heißt, liefert den Beweis für die Kugelgestalt der Erde. Denn es sei in A, Fig. 32, das Auge eines Beobachters, der auf eine unter ihm befindliche Kugel hinsieht, so erblickt er den Punkt B an der Oberfläche, der in dem Halbmesser liegt, dessen Verlängerung durch das Auge geht, vermittelst des Strahls BA, der auf der Kugeloberfläche senkrecht steht; je weiter aber ein Punkt von der Verticalen AC entfernt ist, desto kleiner wird der Winkel, den der von ihm in's Auge kommende Lichtstrahl mit der Oberfläche bildet; die Grenzpunkte des von A sichtbaren Theils sind diejenigen Punkte, von denen nur die Lichtstrahlen in's Auge kommen, welche an die Kugeloberfläche streifen (tangiren); von den noch weiter entfernten Punkten können keine Lichtstrahlen mehr nach A gelangen, daher kann auch keiner dem Auge sichtbar werden. Demnach bilden die Berührungspunkte der von A aus an die Kugel gezogenen Tangenten, wie D, E.. die letzten sichtbaren Punkte der Kugeloberfläche für das Auge in A; da eine Kugel nach allen Seiten dieselbe Krümmung hat, so sind diese Berührungspunkte sämmtlich von A gleich weit entfernt, und liegen daher in der Peripherie eines Kreises, dessen Mittelpunkt in der Verticalen AC sich befindet, und dessen Halbmesser die Senkrechte DF ist, welche von einem Berührungspunkte auf die AC gefällt wird. Hieraus ist ersichtlich, daß der Theil einer Kugeloberfläche, welcher für das über ihr befindliche Auge sichtbar ist, stets kreisförmig begränzt erscheint. Da dieß nur bei einer Kugel, und niemals bei einem Körper, dessen Oberfläche nicht überall dieselbe Krümmung hat, vorkommen kann, auf der Erdoberfläche aber überall beobachtet wird, so schließen wir mit Recht, daß die Erde die Gestalt einer Kugel hat. — Dieß bestätigt auch die Thatsache, daß bei Mondesfinsternissen, wo der Mond in den Erdschatten tritt, der Durchschnitt dieses Schattens an der Oberfläche des Mondes stets kreisförmig begrenzt erscheint, was nur möglich ist, wenn der Erdschatten die Gestalt eines Kegels, folglich die Erde die Gestalt einer Kugel hat.

Fig. 32.



Die an der Erdoberfläche vorkommenden Berge und Thäler ändern diese Gestalt eben so wenig, wie Sandkörner, mit denen man die Oberfläche einer Kugel von 29 Zoll im Durchmesser bestreut, indem ein Sandkorn zu dieser Kugel sich gerade so verhält, wie der höchste Berg von 1 Meile Höhe zu dem Durchmesser der Erde von 1720 geogr. Meilen.

Der sichtbare kreisförmige Theil der Erdoberfläche beträgt nur wenige Quadratmeilen; selbst in dem Falle, wo das Auge 3 Meilen weit nach allen Seiten zu sehen vermag, beträgt derselbe nicht mehr als 28 Quadratmeilen, und ist rücksichtlich der ganzen Erdoberfläche von 9 Millionen Quadratmeilen beinahe so viel wie $\frac{1}{4}$ einer Quadratlinie an einer Kugel von einem Fuß im Durchmesser; aber ein so kleines Stück dieser Kugeloberfläche kann man immerhin als eine Ebene betrachten, die mit der Ebene, welche im Centrum dieses kreisförmigen Stückes die Kugel berührt, zusammenfällt; weßhalb als Horizont eines Ortes B die Ebene angenommen wird, welche durch B tangirend gezogen und bis an das Himmelsgewölbe erweitert gedacht wird. Die Oberfläche des Meeres wird als die Oberfläche der Erde betrachtet.

Die Entfernung AD, bis zu welcher die Erdoberfläche von einem Orte A überblickt werden kann, läßt sich leicht finden, da bekanntlich

$$AB : AD = AD : AG.$$

Setzt man den Durchmesser $BG = 2\,R$ und die Erhebung des Ortes A über der Meeresfläche, oder die Höhe des Ortes A, nämlich $AB = h$, so ist

$$AD = \sqrt{(2\,R + h)\,h} \text{ oder}$$

wenn man h rücksichtlich 2 R vernachläßigt

$$AD = \sqrt{2\,R\,h}$$

woraus zu ersehen ist, daß mit der Erhebung über die Meeresfläche, d. i. mit der Zunahme des Werthes von h, auch die Weite der Aussicht zunimmt. So übersieht man auf dem Meere in einer Höhe von 13.4 Fuß einen Kreis, dessen Halbmesser eine Meile beträgt; in der Höhe von 100 Fuß sieht man 2·7 Meilen weit
" " " 1000 " " " 8·6 "
vom Kahlenberge bei Wien (1356 Fuß) beinahe 10 Meilen weit; vom Pic auf Teneriffa (10,000 Fuß) 27 Meilen; vom Großglockner (10,392) 27.3 Meilen.

Aus der Kugelgestalt der Erde erklärt sich, warum ein am Meeresufer stehender Beobachter von einem Schiffe, das sich von der Ferne nähert, zuerst nur die Spitzen der Mastbäume, dann bei größerer Annäherung die Masten mit den Segeln, und zuletzt auch die untersten Theile wahrnimmt. Entfernt sich ein Schiff vom Gestade, so werden zuerst die untersten Theile, dann auch die Segel, und zuletzt die Gipfel der Mastbäume unsichtbar; besteigt man aber eine Anhöhe, so kann noch immer ein Theil des Schiffes oder auch das ganze Schiff gesehen werden, wenn am Meeresufer nichts mehr davon wahrzunehmen ist.

Der Horizont eines Beobachters, der von Westen nach Osten reiset, senkt sich beständig in Osten; und erhebt sich im Westen, weßhalb ihm die Sonne Tag für Tag früher aufgeht, aber auch früher untergeht; bei einer Reise in der entgegengesetzten Richtung geschieht das Gegentheil.

Ein Beobachter, der eine Reise von Süden nach Norden unternimmt, sieht den Polarstern desto mehr über dem Horizonte sich erheben, je weiter er gegen Norden vorrückt, weil sich die Lage seines Horizontes wegen der Krümmung der Erde beständig dergestalt ändert, daß der nördliche Theil sich senkt und der südliche emporsteigt.

Ist α die Länge eines Grades von einem größten Kreise der kugelförmigen Erdoberfläche in Klaftern oder Meilen ausgedrückt, so ist

$$180\,\alpha = \pi R \text{ und } R = \frac{180\,\alpha}{\pi}.$$

Man hat die Länge eines Meridiangrades in verschiedenen Breiten gemessen und gefunden, daß sie und mit ihr auch der Krümmungshalbmesser R mit der Entfernung

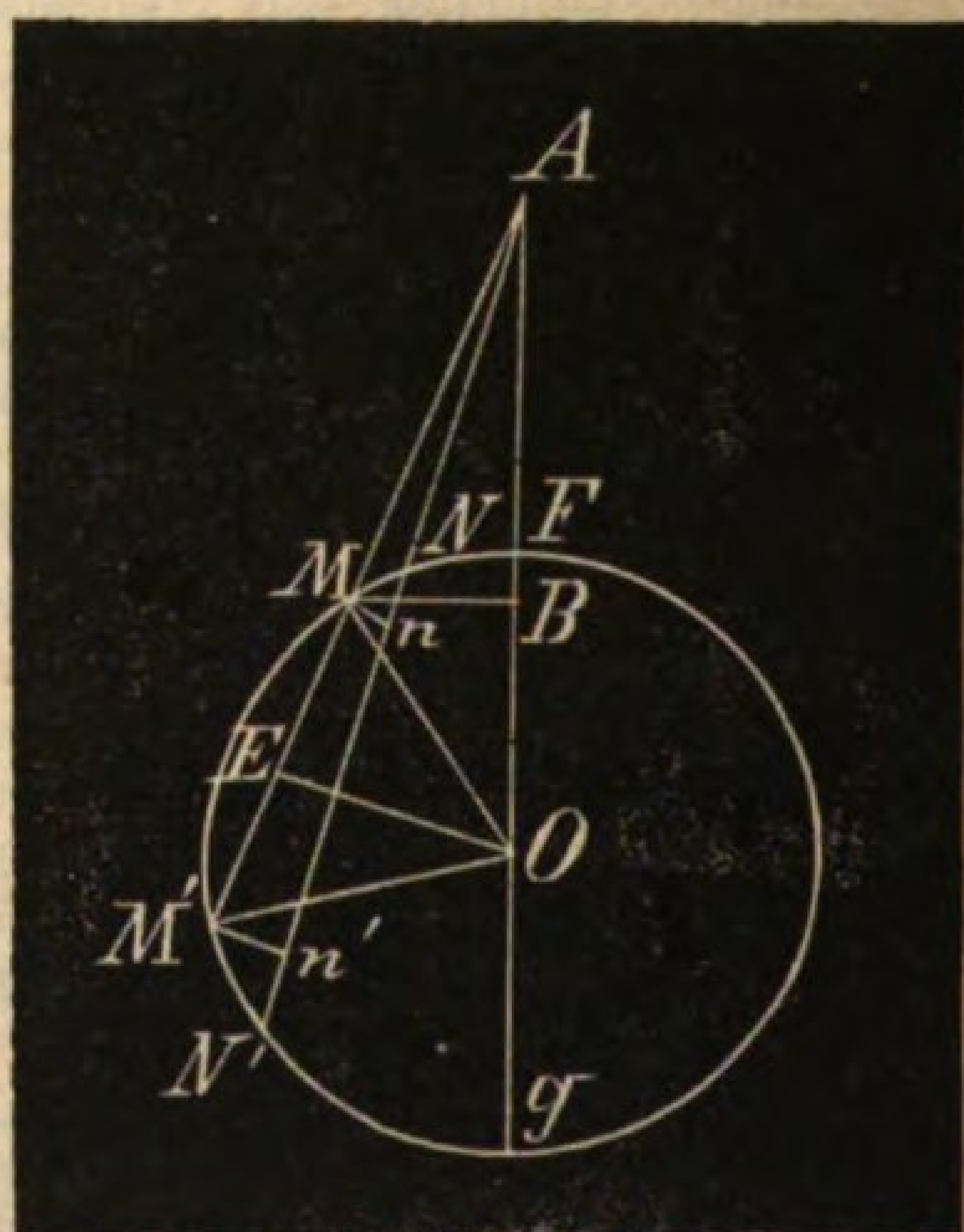
vom Aequator zunimmt, jedoch nur unbedeutend; daraus folgt, daß die Krümmung des Meridians vom Aequator gegen die Pole zu beständig abnimmt somit der Meridian kein vollkommener Kreis und die Erdmasse keine vollkommene Kugel, sondern an den Polen etwas eingedrückt, abgeplattet ist.

Der Halbmesser des Aequators ist = 859,4367 geogr. Meilen,
die halbe Erdaxe ist = 856.5637 „ „

mithin beträgt der Unterschied nur 2.8 geogr. Meilen. Der Quotient, den man erhält, wenn man diesen Unterschied mit dem Halbmesser des Aequators dividirt, heißt die Abplattung der Erde. Die geringe Abplattung der Erde kann nur eine unmerkliche Abweichung in der Kugelgestalt erzeugen, gerade so wie an einer Kugel von einem Schuh im Durchmesser, die man dergestalt abplattet, daß der durch die Pole gehende Durchmesser um $\frac{1}{2}$ Linie kleiner wird, als der des Aequators.

§. 52. Anziehung einer gleichförmig dichten Hohlkugel oder einer aus gleichförmig dichten kugelförmigen Schichten bestehenden massiven Kugel auf einen außer ihr befindlichen Punkt nach dem Gravitationsgesetze. Eine genaue Kenntniß der Action einer Kugel gegen einen äußern Punkt ist nothwendig, um eine richtige Einsicht in die Erscheinungen zu gewinnen, die sich als Wirkungen der nach dem Gravitationsgesetze wirksamen Anziehungskräfte darbieten, welche die Himmelskörper gegen einander und gegen die an oder über ihren Oberflächen befindlichen Körper äußern. Wir werden zu dieser Kenntniß auf einem ganz elementaren, vom Herrn Regierungsrathe von Ettingshausen angegebenen Wege gelangen, wenn wir O, Fig. 33, als den Mittelpunkt einer hohlen Kugel annehmen, deren Oberfläche überall die Dichte μ hat; A sei der materielle Punkt, den ein jedes Massentheilchen nach dem Gravitationsgesetze anzieht; in M sei ein Theilchen, dessen Masse = m so klein gedacht wird, daß sämmtliche Molecüle derselben von A in dem nämlichen Abstande = u angenommen werden können, so ist die Stärke der Anziehung, die m auf A äußert,

Fig. 33.



$$= \frac{m}{u^2}\varrho$$

1. Denken wir uns durch M, A, G eine Ebene gelegt, welche die Kugelfläche in einem größten Kreise FMG schneidet, und zerlegen die Anziehungskraft von M in zwei Componenten, wovon die eine in der Richtung AO und die andere senkrecht darauf wirkt; fällen dann von M auf AO die Senkrechte MB, und verlängern sie, bis sie die Kugelfläche in C trifft. Da das Massentheilchen C von A eben so weit entfernt ist, wie M, so wirkt es mit derselben Stärke auf A, und die Componenten nach AO und nach einer darauf senkrechten Richtung besitzen dieselben Intensitäten, wie die des Massentheilchens in M; allein die Componenten der von M und C ausgehenden Kräfte, deren Richtungen auf AO senkrecht stehen sind nicht nur einander gleich, sondern auch

entgegengesetzt, und heben sich somit auf. Dieß ist der Fall bei je zwei einander gegenüberliegenden Massentheilchen der Kugelfläche, so daß wir nur die in der Richtung AO wirkenden Componenten zu berücksichtigen haben. Bezeichnen wir mit z die dem Massentheilchen in M zugehörige nach AO wirkende Componente, so ist

$$z = \frac{m\varrho}{u^2} \cos. MAB, \text{ oder da } \cos. MAB = \frac{AB}{u},$$

$$z = \frac{m\varrho}{u^3} . AB.$$

Man verlängere AM bis M′ und ziehe von A eine zweite Gerade ANN′ unendlich nahe an AM′, doch so, daß dadurch ein unendlich kleiner Bogen MN von dem durch M gehenden größten Kreise abgeschnitten wird; dreht sich dieser Kreis um AG, so beschreibt der Bogen MN eine schmale Zone vom Halbmesser MB, und von der Breite MN; man suche nun die Anziehung Z, welche diese kreisförmige Zone auf A äußert.

Da alle Punkte dieser Zone mit gleicher Stärke auf A in der Richtung AO wirken, so erhält man die Gesammtanziehung Z, wenn man die eines Theilchens mit der Anzahl n aller Massentheilchen multiplicirt, und man hat

$$Z = \frac{mn\varrho}{u^3} . AB;$$

allein die Masse mn der ganzen Zone ist gleich ihrer Fläche $2\pi . MB . MN$ multiplicirt mit ihrer Dichte μ; daher ist

$$Z = \frac{2\pi\varrho\mu}{u^3} . MB . AB . MN.$$

Nun ziehe man von O die OE senkrecht auf MM′, wodurch MM′ halbirt wird; beschreibe aus A mit den Halbmessern AM und AM′ die kleinen Kreisbögen Mn und M′n′, die auf der AE senkrecht stehen, so ergibt sich aus der Aehnlichkeit der Dreiecke MAB und AOE, dann der Dreiecke MNn und MOE, wenn man sogleich AO = a, und MO = r setzt:

$$MB : u = OE : a$$
$$AB : u = AE : a$$
$$MN : Nn = r : OE, \text{ daher}$$
$$MB.AB.MN : u^2 Nn = r.AE : a^2 \text{ und}$$
$$\frac{MB.AB.MN}{u^2} = \frac{r}{a^2} . Nn\, AE,$$
$$\text{mithin } Z = \frac{2\pi\mu\varrho r}{a^2} . \frac{Nn . AE}{u}$$

Weil $Mn : M'n' = AM : AM'$

und wegen der Aehnlichkeit der Dreiecke MNn und M′N′n′ auch

$$Mn : M'n' = Nn : N'n'; \text{ so ist}$$
$$Nn : N'n' = AM : AM', \text{ und}$$
$$Nn + N'n' : Nn = AM + AM' : AM;$$

ferner $AM = AE - ME$, und

$AM' = AE + ME$, mithin

$AM + AM = 2AE$, und

$$Nn + Nn' = 2\,\frac{Nn \,.\, AE}{u}\text{, folglich}$$

$$Z = \frac{\pi r \mu \varrho}{a^2}\,(Nn + N'n').$$

Auf ganz gleiche Weise findet man die Anziehung Z' der unendlich schmalen Zone, welche von dem Bogen M'N' bei der Umdrehung des Kreises um den Durchmesser FG beschrieben wird, nämlich

$$Z' = \frac{\pi r \mu \varrho}{a^2}\,(Nn + N'n'),$$

somit wirken beide Zonen auf A in der Richtung AO mit der Kraft

$$Z + Z' = \frac{2\pi r \mu \varrho}{a^2}\,Nn + N'n');$$

wenn man $Nn + N'n' = s$ setzt,

$$Z + Z' = \frac{2\pi r \mu \varrho}{a^2}\,.\,s.$$

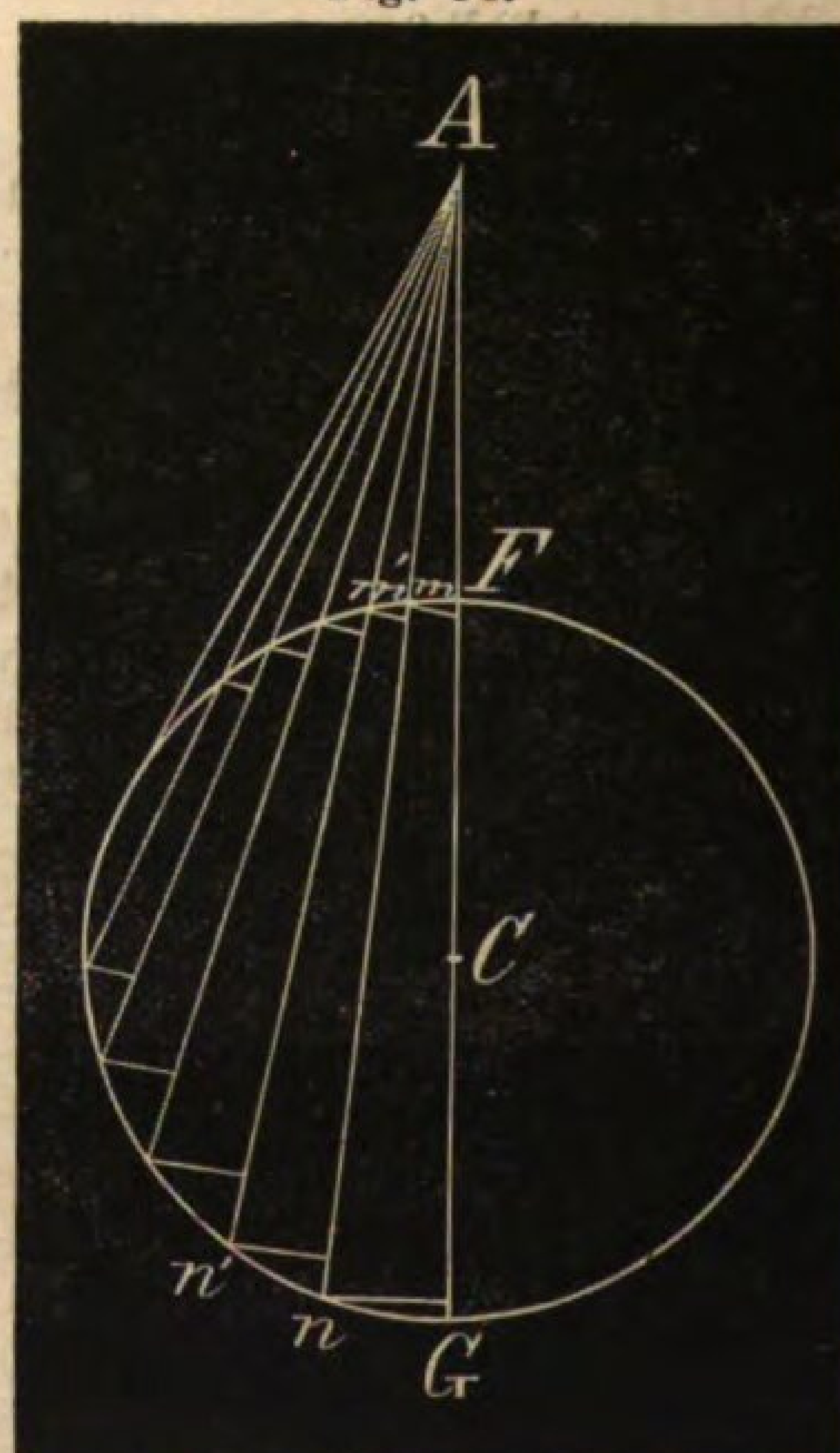
2. Ziehen wir von A Secanten unendlich nahe an einander, so daß die ganze halbe Peripherie des größten Kreises MFG in lauter kleine Bögen getheilt wird; setzen den Durchmesser $FG = d$, bezeichnen mit d', d'', d''', ... die aufeinander folgenden immer kleiner werdenden Sehnen, von denen die letzte gleich Null ist, und benennen die Unterschiede zwischen je zwei nächsten Sehnen mit s, s', s''.... so ist

$$d - d' = s$$
$$d' - d'' = s'$$
$$d'' - d''' + s''$$
$$\cdots\cdots\cdots$$
$$\cdots\cdots\cdots$$

mithin $d - 0 = s + s' + s''$ ...

d. h. die Summe der Unterschiede $s + s' + s''$.. ist gleich dem Durchmesser.

Fig. 34.



Bezeichnen wir die Anziehungen je zweier von den kleinen Bögen bei der Umdrehung des Kreises um FG beschriebenen schmalen Zonen, wie die von mF und nG, von m'm und n'n . . . u. s. f. beschriebenen mit k, k', k'' . . . , so ist

$$k = \frac{2\pi r \mu \varrho s}{a^2}$$

$$k' = \frac{2\pi r \mu \varrho s'}{a^2}$$

$$k'' = \frac{2\pi r \mu \varrho s''}{a^2}$$

. . . .

mithin die Anziehung der ganzen Hohlkugel

$$K = \frac{2\pi r \mu \varrho}{a^2} (s + s' + s'' \ldots)$$

$$K = \frac{4\pi r^2 \mu \varrho}{a^2}$$

Da $4\pi r^2$ die Größe und μ die Dichte der Kugelfläche bedeutet, so ist $4\pi r^2 \mu$ gleich der Masse dieser Kugelfläche, die wir mit S bezeichnen wollen, somit ist

$$K = \frac{S \cdot \varrho}{a^2}$$

d. h. die Kugelfläche wirkt auf den äußeren Punkt gerade so, als wenn alle Massentheilchen im Mittelpunkte ihren Sitz hätten, oder mit andern Worten, als wenn die ganze Masse im Mittelpunkte concentrirt wäre.

3. Um die Anziehung einer massiven Kugel auf einen äußern Punkt unter der Voraussetzung zu finden, daß sie durchgehends von gleichförmiger Dichte sei, oder aus concentrischen Kugelschichten bestehe, deren jede gleichförmig dicht ist, theile man die ganze Kugel durch concentrische Kugelflächen in unendlich dünne Kugelschichten, deren Massen wir mit S, S′, S″,... und deren Anziehungskräfte gegen A mit K, K′, K″... bezeichnen wollen, so ist

$$K = \frac{S\varrho}{a^2},\ K' = \frac{S'\varrho}{a^2},\ K'' = \frac{S''\varrho}{a^2} \ldots.$$

Ist P die Gesammtziehung und M die Masse der massiven Kugel, so ist

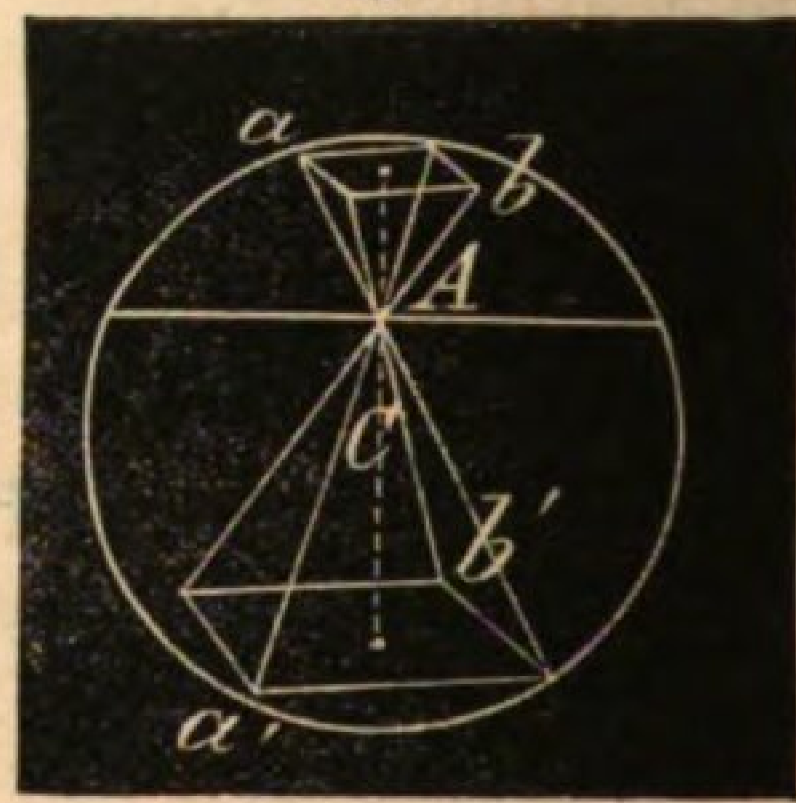
$$P = (S + S' + S'' + \ldots) \frac{\varrho}{a^2} = \frac{M\varrho}{a^2}.$$

Demnach ist die Anziehung der massiven Kugel gerade so groß, wie wenn die ganze Masse im Mittelpunkte vereinigt wäre.

4. Würden die Massentheilchen der Kugel auf A abstoßend wirken, so kommen wir durch dieselbe Beweisführung, deren wir uns zur Ermittelung der Größe der Anziehung bedienten, zu dem Resultate, daß die Abstoßung der ganzen Kugel gegen den äußeren Punkt A genau so erfolgt, wie wenn alle Massentheilchen vom Mittelpunkte aus auf A wirken würden.

§. 53. Anziehung einer gleichförmig dichten Kugel gegen einen innerhalb derselben liegenden Punkt. Nehmen wir zuerst eine gleichförmig dichte Kugelfläche an, innerhalb welcher der Punkt A, Fig. 35, sich befindet, auf den jedes Massentheilchen nach dem Newton'schen

Fig. 35.



Gesetze einwirkt; legen durch A eine Ebene und theilen dadurch die Kugelfläche in zwei Theile; die Massentheilchen des oberen Theils ziehen den Punkt A aufwärts, die des unteren abwärts. Theilen wir nun den oberen Theil der Kugelfläche in unendlich kleine Stückchen, wie z. B. ab, und legen durch die Seiten eines jeden und durch A Ebenen, so schneiden diese den unteren Theil der Kugelfläche in eben so viele kleine Stückchen, deren jedes, wie z. B. a'b', dem gegenüberliegenden Stückchen ab des oberen Theils ähnlich ist. Man kann diese ähnlichen Stückchen als die Grundflächen zweier ähnlichen Pyramiden, wie z. B. abA und a'b'A betrachten; bezeichnen wir die Flächen der ähnlichen Stückchen mit f und f', die Entfernungen derselben von A oder die Höhen der Pyramiden mit d und d',

so ist die Anziehung von $ab = \frac{f \mu \varrho}{d^2}$ und

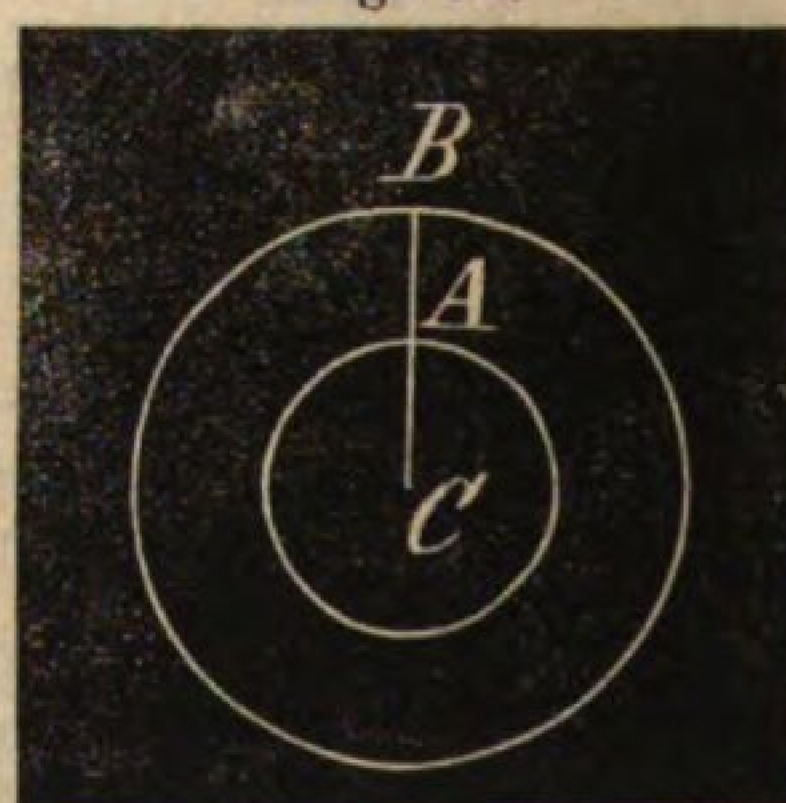
" " " $a'b' = \frac{f' \mu \varrho}{d'^2}$

wo μ die Dichte der Kugelfläche angibt. Nun ist wegen der Aehnlichkeit der Pyramiden

$$f : f' = d^2 : d'^2 \text{ oder } \frac{f}{d^2} = \frac{f'}{d'^2};$$

folglich sind beide Anziehungen einander gleich, und müssen, da sie auch entgegengesetzt sind, sich gegenseitig aufheben. Wenn sich nun die Anziehungen von je zwei ähnlichen Stückchen der beiden Kugelpartien gegenseitig tilgen, so ist die Anziehung der gesammten Kugelfläche auf den Punkt A gleich Null.

Fig. 36.



2. Ist die Kugel massiv, so ziehe man durch A und den Mittelpunkt C, Fig. 36, eine Kugelfläche, diese theilt die massive Kugel in zwei Theile; untersucht man die Anziehung der Kugelschale, die übrig bleibt, wenn man die Kugel vom Halbmesser AC herausgenommen denkt, und theilt zu diesem Behufe diese Kugelschale durch concentrische Kugelflächen in unendlich dünne Kugelschichten, so wird ersichtlich, daß die Anziehung einer jeden auf A gleich Null, und somit auch die der ganzen Kugelschale gleich Null ist. Demnach wird der Punkt A nur von der kleinen unter ihm befindlichen Kugel angezogen; heißt diese Anziehung P, so ist

$$P = \frac{4 \pi AC^3 . \mu \varrho}{3 \ AC^2} = \frac{4}{3} \pi \mu \varrho . AC$$

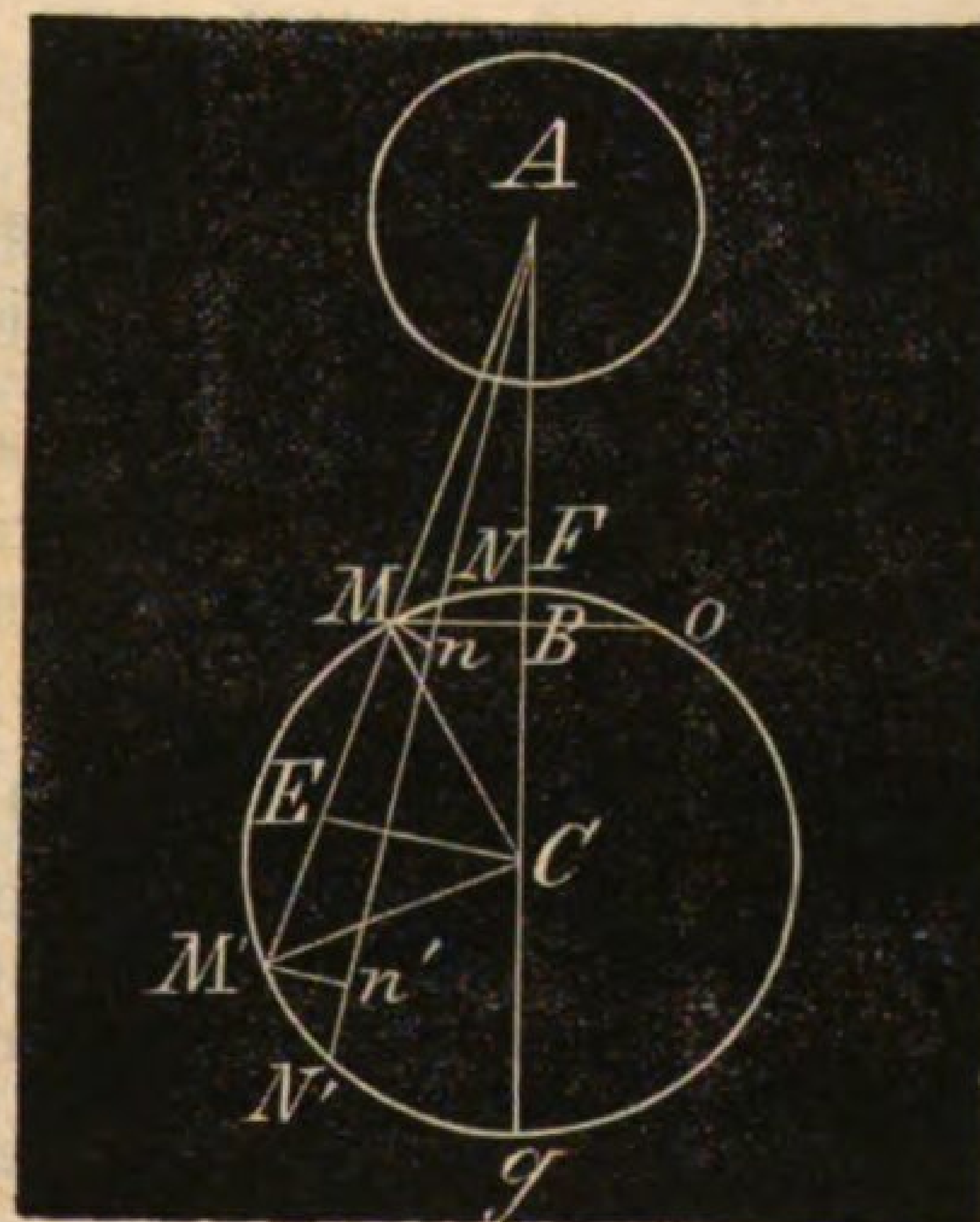
d. h. die Anziehung ist der Entfernung des angezogenen Punktes vom Mittelpunkte direct proportionirt; sie nimmt desto mehr ab, je näher

der Punkt dem Mittelpunkte liegt, und wird gleich Null, wenn derselbe im Mittelpunkte selbst sich befindet.

§. 54. Anziehung einer gleichförmig dichten Kugel gegen eine andere, deren Dichte auch durchgehends dieselbe ist, nach dem Gravitationsgesetze. Wenn eine Kugel, deren Masse = M ist, und die A zum Mittelpunkte hat, auf eine unendlich kleine Masse m in der Entfernung u anziehend wirkt, so wird jedes Theilchen von m mit gleicher Stärke und in gleicher Richtung angezogen, und somit ist die Kraft, mit der die Masse M das Massentheilchen m zu bewegen strebet, offenbar gleich $\frac{M m \varrho}{u^2}$.

Wenn aber eine Kugel auf eine andere, deren Mittelpunkt C und deren feste Masse M′ ist, anziehend wirkt, so findet man die Größe der Kraft, mit der die ganze zweite Kugel M′ von der ersten angezogen wird, wenn man zuerst die Kraft bestimmt, mit welcher eine unendlich dünne Kugelschichte der Masse M′, Fig. 37, von der Masse M angezogen wird; dieß geschieht auf ähnliche Weise, wie bei der Ermittlung der Anziehung einer Kugelfläche gegen einen Punkt. In der Ebene, die durch A, M, C gelegt wird, und deren Durchschnitt mit der Kugelfläche ein größter Kreis ist, zieht man unendlich nahe an einander die Secanten AM′ und AN′, fällt von M auf AC die Senkrechte MBO, und zerlegt jede der Anziehungskräfte

Fig. 37.



$$\frac{M m \varrho}{u^2}$$

welcher die Kugelmasse M gegen die gleichweit von A entfernten und einander gegenüberliegenden Theilchen in M und O äußert, in zwei Componenten, wovon die eine zu AC parallel, und die andere darauf senkrecht wirkt, so ist klar, daß sich die auf AC senkrecht stehenden Componenten, da sie gleich und einander entgegengesetzt, aber auch die Angriffspunkte M und O in fester Verbindung sind, aufheben, und nur die zu AC parallelen, die sich auf eine mit AC zusammenfallende Resultirende reduciren, wirksam bleiben. Die Größe z der wirksamen Componenten ist

$$z = \frac{M m \varrho A B}{u^3}$$

Die Anziehung z, welche die Kugel M gegen die schmale Kugelzone von der Breite MN äußert, ergibt sich, wenn man die Kraft z so oftmal nimmt, als diese Zone Theilchen hat, also mit der Anzahl der Massentheilchen multiplicirt, dieß gibt

$$Z = M \frac{m n \varrho.}{u^3} AB \text{ oder}$$

$$Z = M \frac{2\pi \mu' \varrho.}{u^3} MB.AB.MN,$$

wo μ' die Dichte der Kugel M' ist. Hieraus ist ersichtlich, daß die Kraft k, welche die Kugel M gegen die beiden schmalen Zonen von der Breite MN und M'N' äußert, sich ergibt aus

$$k = M. \frac{2\pi r \varrho \mu'}{a^2}. s$$

und daß die, mit welcher die ganze Kugelschichte S angezogen wird nämlich

$$K = M \frac{S\varrho}{a^2};$$

mithin ist die Kraft P, mit welcher die Kugel M auf die Kugel M', wenn diese massiv ist, einwirkt, gegeben durch die Gleichung

$$K = \frac{M M' \varrho}{a^2},$$

woraus zu ersehen ist, daß eine Kugel auf eine zweite feste Kugel so wirkt, als wenn die Masse einer jeden im Mittelpunkte vereinigt wäre. Da die Anziehung zweier Massen gegenseitig ist, so wirken die Theilchen der oberen Kugel auf die Theilchen der unteren auf dieselbe Weise und mit derselben Stärke, wie die unteren auf die oberen, und somit ist die Anziehungskraft der unteren gegen die obere auch gleich

$$\frac{M M'}{a^2}. \varrho$$

Ist r der Abstand des Mittelpunkts zweier sich anziehenden Massen M und m, z. B. der Sonne und eines Planeten oder der Erde und des Mondes, oder eines andern ihr angehörenden Körpers, so ist die Anziehung der ersten gegen jede Masseneinheit der zweiten $= \frac{M}{a^2} \varrho$, und die Kraft, mit welcher jede Masseneinheit der Masse M von m angezogen wird, ist $= \frac{m}{r^2} \varrho$; die durch diese Anziehungskräfte erzeugten Bewegungen erfolgen mit Geschwindigkeiten v und v', die diesen Kräften proportional sind. Wenn einem Systeme von Körpern, die sich bereits bewegen, eine gemeinschaftliche Bewegung nach irgend einer Richtung ertheilt wird, so werden dadurch die relativen Bewegungen der Körper nicht geändert; so z. B. gehen die Bewegungen, in welche die auf einem ruhenden Schiffe befindlichen Körper versetzt werden, auch dann noch in ganz gleicher Weise vor sich, wenn das Schiff in Bewegung gebracht und somit allen darauf vorhandenen Körpern eine gemeinschaftliche Bewegung ertheilt wird. Denkt man sich nun den beiden Massen M und m eine gemeinschaftliche Bewegung ertheilt, die mit der Geschwindigkeit v' in einer Richtung erfolgt, welche gerade entgegengesetzt

ist derjenigen, in welche M durch die Masse m versetzt wird, so erscheint die Bewegung von M aufgehoben und die Geschwindigkeit v der Masse m um v' vermehrt; mithin geht die Bewegung der Masse m wirklich so vor sich, als wenn die Masse M ruhte, und jede Masseneinheit der Masse m mit der Kraft

$$\frac{M}{r^2} \cdot \varrho + \frac{m}{r^2} \cdot \varrho = \frac{(M+m)}{r^2} \varrho$$

zu sich zöge. Ist nun die Masse m rücksichtlich der Masse M sehr klein, so kann man sie in der Addition zu M vernachläßigen, wo dann die Bewegung so vor sich geht, als wenn nur M auf m anziehend wirken würde.

§. 55. Ebbe und Fluth des Meeres. Untersuchen wir das Ergebniß der Anziehung, welche die Mondeskugel A gegen die Erde äußert, für den Fall, wenn die Oberfläche der Erde mit Wasser bedeckt ist. Da die Wassertheilchen in keiner festen unveränderlichen Verbindung stehen, sondern äußerst leicht beweglich sind, so lassen sich die vom Mittelpunkte des Mondes ausgehenden Anziehungskräfte nicht in der Art zusammensetzen, wie bei einer Kugel, deren Theilchen fest miteinander verbunden sind; auch ist die Entfernung des Mondes nicht so groß und der Erdkörper nicht so klein, daß die Unterschiede in der Stärke der Anziehungen, die der Mond gegen die ihm nächsten und die von ihm entferntesten Erdtheile ausübet, vernachlässigt werden könnten, sondern die Anziehung, mit welcher der Mond auf eine im Mittelpunkte befindliche Masseneinheit des festen Erdkerns wirkt, ist schwächer als die, welche die dem Monde zugewendete, um den Erdhalbmesser näher liegende Masseneinheit in B erfährt, dagegen stärker als die um den Erdhalbmesser weiter entfernte bei D.

Bezeichnet man mit m die Masse des Mondes, den Abstand seines Centrums vom Erdmittelpunkte mit d, den Erdhalbmesser mit r, und den Unterschied in der Stärke der Anziehung, welche der Mond auf eine Masseneinheit in C und B äußert, mit U, so ist

$$U = \frac{m}{(d-r)^2} \cdot \varrho - \frac{m}{d^2} \varrho = m \varrho \left(\frac{1}{(d-r)^2} - \frac{1}{d^2} \right)$$

und

$$\frac{1}{(d-r)^2} = (d-r)^{-2} = \frac{1}{d^2} \left(1 - \frac{r}{d} \right)^{-2} = \frac{1}{d^2} + \frac{2r}{d^3} + \frac{3r^2}{d^4} + \ldots$$

Der Bruch $\frac{r^2}{d^4}$ und die noch höheren Potenzen desselben können, da sie sehr klein sind, vernachläßigt werden, und wir erhalten

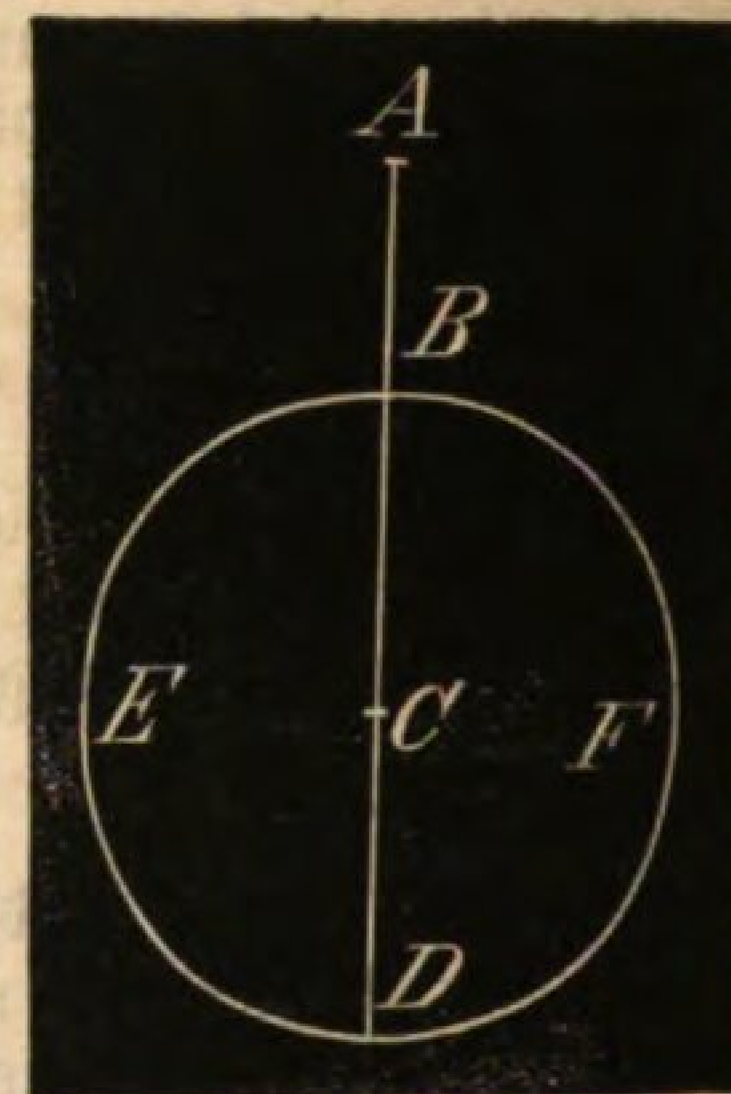
$$U = \frac{2mr}{d^3} \cdot \varrho = \frac{m}{d^2} \varrho \cdot \frac{2r}{d}.$$

Da d nahe $= 60r$ ist, so ist ersichtlich, daß U beinahe ein Dreißigstel von der Anziehung beträgt, mit welcher der Mond auf eine Masseneinheit am Erdmittelpunkte wirkt.

Die leicht beweglichen Wassertheilchen bei B, Fig. 38, werden dem Zuge der Anziehungskräfte folgen und dem Monde um eine gewisse Strecke näher zu liegen kommen, als der Mittelpunkt C; dagegen

werden die am schwächsten angezogenen Theile um eben so viel hinter C zurückbleiben, so daß die Meeresfläche in B und D, d. i. an den Endpunkten des gegen den Mond gerichteten Erddurchmessers am weitesten vom Erdmittelpunkte entfernt, mithin erhoben erscheint; wenn aber die Gewässer in B und D sich anhäufen, so muß das Meer an den dazwischen liegenden Orten tiefer sinken, und an den von B und D um 90° entfernten, nämlich in E und F am tiefsten stehen. — Diese Orte B und D, wo das Meer am stärksten erhoben ist, sind offenbar diejenigen, in deren Meridiane der Mond sich befindet, für die er, wie man sagt, entweder in der oberen oder in der unteren Culmination steht; die Orte des tiefsten Wasserstandes E und F sind 90° westlich und östlich entfernt, somit solche, wo der Mond im Aufgehen oder im Untergehen begriffen ist.

Fig. 38.



Da sich die Erdkugel in der Richtung von West nach Ost um ihre Axe dreht, so rückt jeder Ort mit seinem Meridian in 6 Stunden gegen Osten, daher der Mond scheinbar gegen Westen um 90° vor; während dieser Zeit muß das Meer an den Orten E und F, die sich den früher von B und D eingenommenen Stellen nähern, mehr und mehr sich erheben und den höchsten Stand erreichen, wenn sie an diesen Stellen angelangt sind; das Gegentheil ergibt sich an den Orten B und D, denn hier wird die Meeresfläche sinken und den tiefsten Stand einnehmen, wenn diese Orte B und D an die Stellen von F und E zu liegen kommen. Während des folgenden Zeitraumes von 6 Stunden wird das Wasser in E und F bis zum tiefsten Stande sinken, dagegen in B und D bis zum höchsten sich erheben, und in dieser Art findet ein regelmäßiges Auf- und Niederwogen des Meeres statt, ein 6stündliches Steigen desselben, das man Fluth nennt, und ein nachfolgendes 6stündliches Sinken, welches Ebbe heißt. Diese Erscheinung wird in der That überall auf dem Meere beobachtet, das vorhandene feste Land bringt keine andere Veränderung in der Erscheinung der Ebbe und Fluth hervor, als daß es den regelmäßigen Lauf etwas stört, dann den Zeitpunkt und selbst die Größe des höchsten Wasserstandes oft bedeutend modificirt. Während der Fluth überschwemmen die Gewässer des Meeres die flachen Gestade, dringen in die Mündungen der Flüsse ein und schwellen diese meilenweit auf; hat das Wasser die größte Höhe erreicht oder ist es, wie man sagt, ein Hochmeer geworden, so verweilt es einige Zeit in diesem Zustande, und eben so bleibt es einige Zeit in seiner größten Tiefe. An allen Orten, die in denselben Meridian liegen, treten die Fluthen zu gleicher Zeit ein, allein sie sind nicht von der nämlichen Größe, sondern an den Orten, in deren Zenithe oder Nadir der Mond culminirt, erscheinen sie am stärksten, und werden bei übrigens gleichen Umständen immer kleiner, je weiter man sich den Polen nähert; an der nördlichen Küste von Norwegen ist die Fluthhöhe sehr klein.

Daß die Ebbe und Fluth eine Wirkung der Anziehung ist, welche der Mond gegen die Erde ausübt, wird durch folgende Thatsache auffallend bestätigt. Der Mond bewegt sich bekanntlich um die Erde, und legt in seiner Bahn am Himmelsgewölbe täglich beinahe 12° in der Richtung von West nach Ost zurück, so daß er beständig gegen die östlich liegenden Sterne vorrückt, und deßhalb an jedem Orte täglich nahe um 50 Minuten später culminirt, so daß die Zeit zwischen zwei nächsten Culminationen des Mondes im Mittel 24 Stunden, 50 Minuten und 28 Secunden beträgt; und in der That ist die zweimalige Fluth und Ebbe an die Periode von 24 Stunden, 50 Minuten und 28 Secunden gebunden, indem der Zeitraum von einem Hochmeere bis zum nächsten 12 Stunden, 25 Minuten und 14 Secunden zählt.

Die Mondesbahn ist eine Ellipse, in deren einem Brennpunkte die Erde steht; daher ist der Mond in einem Endpunkte der großen Axe der Erde am nächsten, am andern hingegen von ihr am entferntesten; im ersten Falle sagt man, der Mond sei in der Erdnähe, im zweiten, er sei in der Erdferne. Da nun die Anziehungskraft des Mondes gegen die Erde von der Distanz der beiden Körper abhängt, so ist diese Anziehung in der Erdnähe am stärksten und in der Erdferne am schwächsten, mithin müssen auch die Fluthen, insoferne sie von der Anziehung des Mondes abhängen, zur Zeit der Erdnähe am höchsten, und zur Zeit der Erdferne am schwächsten erscheinen, was die Beobachtungen vollkommen bestätigen.

Der Zeitpunkt, in welchem das Maximum der Fluth (die Hafenzeit) eintritt, fällt wohl nicht genau mit dem Eintritte der Culmination des Mondes zusammen, sondern das Hochmeer stellt sich $1\frac{1}{2}$ bis 2 Stunden später ein, und ist von örtlichen Umständen abhängig, weil das Wasser bei der Bewegung, in die es gesetzt wird, mancherlei Hindernisse zu überwinden hat, und es immer eine gewisse Zeit braucht, um dem Zuge des Mondes zu folgen und sich bis zur größten Höhe anzuhäufen.

Ebbe und Fluth werden nicht allein durch die Anziehung des Mondes, sondern auch durch die der Sonne hervorgebracht, so daß die in der Wirklichkeit vorkommenden Fluthen das Ergebniß des Zusammenwirkens beider Himmelskörper sind. Steht die Sonne in S und der Mond in A, so daß beide gleichzeitig in demselben Meridiane sich befinden, also gleichzeitig culminiren, so sagt man, der Mond stehe mit der Sonne in Conjunction; man nennt diese Mondesphase den Neumond; befindet sich die Sonne in S′, dem Theile D der Erdoberfläche gegenüber, während dem Monde der entgegengesetzt liegende Theil B zugewendet wird, so ist der Mond mit der Sonne in Opposition, und es ist Vollmond. Steht die Sonne den Orten E und F gegenüber und der Mond in A, so ist der Mond mit der Sonne in der Quadratur, er steht im ersten oder letzten Viertel. Man übersieht leicht, daß zur Zeit des Neu- und Vollmondes (zur Zeit der Syzygien) die Sonne mit dem Monde vollkommen übereinstimmend auf die Erde einwirkt; beide erzeugen Fluthen in B und D, dagegen Ebbe in E und F, deßhalb sind zu diesen Zeiten die Fluthen am stärksten; man nennt sie Springfluthen. In den beiden Vierteln bewirkt die

Sonne in E und F Fluthen, der Mond dagegen die Ebbe; die Wirkungen der beiden Himmelskörper erscheinen einander entgegengesetzt, weßhalb zur Zeit dieser Mondesphasen die Fluthen am kleinsten sind, und Nippfluthen heißen. — Die größten Fluthen stellen sich ein, wenn sich der Mond zur Zeit des Neu- oder Vollmondes in der Erdnähe befindet, und erreichen an den Orten die größte Höhe, an denen der Mond und die Sonne gleichzeitig im Zenithe gesehen werden.

Heißt M die Masse der Sonne, D der Abstand derselben vom Erdmittelpunkte, und U' der Unterschied in der Stärke der Anziehungen, welche M gegen eine Masseneinheit am Erdmittelpunkte und gegen eine an der näher liegenden Seite der Oberfläche der Erde äußert, so ist

$$U' = \frac{2Mr}{D^3} \cdot \varrho$$

$$\text{mithin } U : U' = \frac{m}{d^3} : \frac{M}{D^3}$$

Heißt m' die Erdmasse, so ist

$$M = 355000\ m', \quad m = \frac{m'}{81} \cdot D = 400\ d,$$

$$\text{mithin } U : U' = 1 : \frac{355000 \times 81}{64 \cdot 10^6} = 1 : 0{\cdot}449$$

$$\text{und } U' = 0{\cdot}449\ U;$$

daher ist die Höhe der Sonnenfluthen nicht einmal halb so groß, als die der Mondfluthen.

Die Mondmasse ist nach Laplace $= \frac{1}{68}$, nach Lindenau $= \frac{1}{88}$ und nach der neuen Bestimmung von Peters $= \frac{1}{81}$ der Erdmasse.

Die localen Umstände bewirken bedeutende Aenderungen sowohl in dem Zeitpunkte des Maximums als auch in der Höhe der Fluth. Im mittelländischen Meere ist die Ebbe und Fluth unmerklich, dagegen sehr bedeutend an den Küsten von England und Frankreich. Die mittlere Fluthhöhe zur Zeit der Syzygien beträgt in Bayonne 9 Fuß, in London 18 Fuß, in St. Malo sogar 56 Fuß.

§. 56. Schwere der Körper gegen die Erde; Schwerpunkt der festen Körper. Das Bestreben aller der Erde angehörigen Körper, sich abwärts gegen die Erdoberfläche zu bewegen, ist nur eine Wirkung der allgemeinen Schwere, nämlich der Anziehungskraft, welche die Erdmasse gegen jedes Massentheilchen äußert und die man Schwerkraft nennt. Da die Erde nahe kugelförmig und die Anziehungskraft nach dem Gravitationsgesetze wirksam ist, so erfolgt die Anziehung genau so, als wenn die Erdmasse im Mittelpunkte vereinigt wäre, weßhalb jedes Massentheilchen zum Erdmittelpunkte gezogen wird, und dieß mit einer Stärke, die mit der Entfernung von diesem Mittelpunkte im quadratischen Verhältnisse abnimmt. Bekanntlich heißen die geraden Linien, die von zwei außerhalb der Erde befindlichen Massentheilchen zum Centrum der Erdkugel gezogen werden, verticale Linien; sie sind nicht parallel, man kann sie jedoch ohne merklichen Fehler als parallel betrachten, wenn sie nicht weit von einander abstehen. Die Intensität

der Schwerkraft ändert sich wohl, wenn der Abstand eines Massentheilchens vom Erdmittelpunkte oder die geographische Breite desselben sich ändert; allein so lange diese Aenderungen nur klein sind, so sind auch die Unterschiede in den Intensitäten der Schwerkraft bei übrigens gleichen Umständen verschwindend kleine Größen. Diesem nach können bei einem Körper, dessen Ausdehnung nicht beträchtlich ist, die Schwerkräfte der einzelnen Massentheilchen als gleich groß, und ihre Richtungen als parallel angenommen werden. Bei einem jeden festen Körper haben wir also ein System von parallelen nach derselben Richtung einwirkenden Kräften, deren Angriffspunkte in unveränderlicher Verbindung stehen und die daher eine Resultirende haben, welche der Summe der parallelen Schwerkräfte gleich und deren Richtung eben so wie die der Componenten vertical ist. Der Angriffspunkt dieser Resultirenden heißt der **Schwerpunkt** des Körpers; somit hat jeder feste Körper einen Schwerpunkt, welcher als Mittelpunkt paralleler Kräfte stets an derselben Stelle im Körper bleibt, mag dieser beliebig gedreht werden, indem bei jeder Aenderung der Lage des Körpers nur die Richtungen der parallelen Kräfte um ihre Angriffspunkte sich drehen, aber ihre Intensitäten, so wie die gegenseitigen Abstände ihrer Angriffspunkte und ihr Parallelismus ungeändert bleibt.

Die Wirkung, die ein fester Körper in Folge seiner Schwere hervorbringt, z. B. der Druck gegen eine Unterlage oder der Zug gegen den Widerstand, an dem er hängt, ist dieselbe, mag man die Schwerkräfte der einzelnen Massentheilchen, oder nur ihre Resultirende in Rechnung ziehen. Heißt g die Schwerkraft einer Masseneinheit an irgend einem Orte auf oder über der Erde, ist m die Masse eines festen Körpers, und P die Resultirende aller Schwerkräfte, so ist

$$P = mg.$$

Das absolute Gewicht eines Körpers ist offenbar gleich der Resultirenden aller seiner Schwerkräfte, mithin gleich mg, und nimmt somit im geraden Verhältnisse mit der Masse des Körpers und mit der Größe der Schwerkraft des Ortes zu. — Ist d die Dichte des Körpers d. h. die Größe der Masse einer Volumseinheit, und v das Volumen desselben, so ist

$$m = vd, \text{ mithin } P = vdg.$$

Befindet sich ein Körper von der Masse m auf der Oberfläche der Erdkugel, deren Halbmesser = r, und die Masse M ist, so ist die Anziehungskraft, mit welcher der ganze Körper gegen den Erdmittelpunkt gezogen wird, $= \frac{Mm}{r^2} \cdot \varrho$, und die mit welcher der Körper auf die ganze Erdkugel wirkt, eben so groß; die Kraft, mit welcher jede Masseneinheit des Körpers durch die Schwere bewegt wird, ist

$$\frac{(M + m)}{r^2} \varrho, \text{ oder}$$

da m rücksichtlich M vernachläßigt werden kann, gleich

$$\frac{M}{r^2} \varrho = g.$$

Ein Körper wird der Wirkung der Schwere nicht folgen, wenn eine Kraft auf ihn wirkt, die der Resultirenden gleich und gerade entgegengesetzt ist, deren Richtung also vertical aufwärts durch den Schwerpunkt geht; der Angriffspunkt dieser äquilibrirenden Kraft kann wo immer in ihrer Richtung liegen, muß aber mit dem Schwerpunkt in fester Verbindung stehen. Der feste Körper wird sich daher nicht bewegen,

wenn man entweder den Schwerpunkt gehörig fest macht, oder den Körper in der durch den Schwerpunkt gehenden Verticalen (der Directionslinie) **unterstützt**, oder **aufhängt**. Wird ein Körper an einer Schnur aufgehängt, so nimmt er offenbar stets eine solche Lage an, daß der Schwerpunkt in die Verlängerung der Schnur zu liegen kommt, indem er nur in dieser Lage ruhen kann, weil nur in dieser die Festigkeit der Schnur der Resultirenden aller Schwerkräfte gerade entgegengesetzt wirkt. Wird der Schwerpunkt eines Körpers festgemacht, so bleibt der Körper in allen Stellungen, die man ihm gibt, im Gleichgewichte. Der unterstützte Körper kann nur dann im Gleichgewichte sein, wenn die Directionslinie die Unterstützungsfläche trifft.

§. 57. Bestimmung der Lage des Schwerpunktes eines Körpers. Hat man an verschiedenen, auf eine unveränderliche Weise unter sich verbundenen Punkten, deren Lage rücksichtlich drei rechtwinkligen Ebenen durch die Coordinate $x, y, z; x', y', z'; x'', y'', z'' \ldots$ bestimmt ist, die Gewichte $P, P', P'' \ldots$ angebracht, so ist ihre Resultirende

$$R = P + P' + P'' + \ldots$$

und die Lage ihres Angriffspunktes ist durch folgende Gleichungen bestimmt:

$$x_1 = \frac{Px + P'x' + P''x'' + .}{P + P' + P'' + \ldots}$$

$$y_1 = \frac{Py + P'y' + P''y'' + .}{P + P' + P'' + ..}$$

$$z_1 = \frac{Pz + P'z' + P''z'' + .}{P + P' + P'' + \ldots}$$

Sind $m, m', m'', \ldots$ die Massen dieser Gewichte, so hat man, wenn sogleich mit g dividirt wird:

$$x_1 = \frac{mx + m'x + m''x'' + .}{m + m' + m'' + .}$$

$$y_1 = \frac{my + m'y' + m''y'' +}{m + m' + m'' + .}$$

$$z_1 = \frac{mz + m'z' + m''z'' + .}{m + m' + m''}$$

woraus zu ersehen ist, daß die Lage des Schwerpunktes von der Schwere unabhängig ist, und daß der Schwerpunkt des Körpers zugleich der **Mittelpunkt der Masse** ist. Sind ferner $v, v', v'' \ldots$ die Volumen der einzelnen Massentheile, V das Volumen aller Massen, deren jede die Dichte d hat, so ist $m = vd$, $m' = v'd \ldots$; daher

$$\left.\begin{aligned} x_1 &= \frac{vx + v'x' + v''x'' + \ldots}{V} \\ y_1 &= \frac{vy + v'y' + v''y'' + \ldots}{V} \\ z_1 &= \frac{vz + v'z' + v''z'' + \ldots}{V} \end{aligned}\right\} (1)$$

Diese drei letzten Gleichungen bilden die Grundlage zur Ableitung der Regeln für die Bestimmung des Schwerpunktes eines nach einem gewissen Gesetze gestalteten Körpers, deren Entwicklung jedoch Kenntniß der höheren Analysis erfordert; indessen läßt sich für viele einfache, aber im praktischen Leben häufig vorkommende Fälle die Lage des Schwer-

punktes auf elementarem Wege mathematisch bestimmen, wie wir es an einigen Beispielen sehen wollen.

1. Der Schwerpunkt einer geraden, aus schweren Theilchen bestehenden, gleichmäßig dichten Linie liegt offenbar in ihrer Mitte; denn dieser Punkt ist ja der Angriffspunkt der Resultirenden von je zwei gleichweit von ihm abstehenden gleichen Schwerkräften, mithin auch der Angriffspunkt der Resultirenden aller Schwerkräfte.

2. Wenn ein Körper so beschaffen ist, daß er durch eine Ebene in zwei vollkommen symmetrische Theile sich schneiden läßt, so liegt sein Schwerpunkt in dieser Ebene. Denn in diesem Falle sind die materiellen Punkte so vertheilt, daß einem jeden Punkte auf einer Seite der Ebene, ein anderer auf der anderen Seite in der Art entspricht, daß beide von der Ebene gleich weit abstehen und der Lage nach einander gerade entgegengesetzt sind, weßhalb die Werthe der von diesen Punkten auf die Ebene gefällten Senkrechten einander gleich, aber entgegengesetzt bezeichnet sind; mithin ist die algebraische Summe der Momente der Schwerkräfte in Beziehung auf diese Ebene gleich Null, folglich auch das Moment der Resultirenden rücksichtlich dieser Ebene gleich Null, was nur stattfinden kann, wenn der Abstand ihres Angriffspunktes von dieser Ebene Null ist, d. h. wenn der Schwerpunkt des Körpers in dieser Ebene selbst liegt.

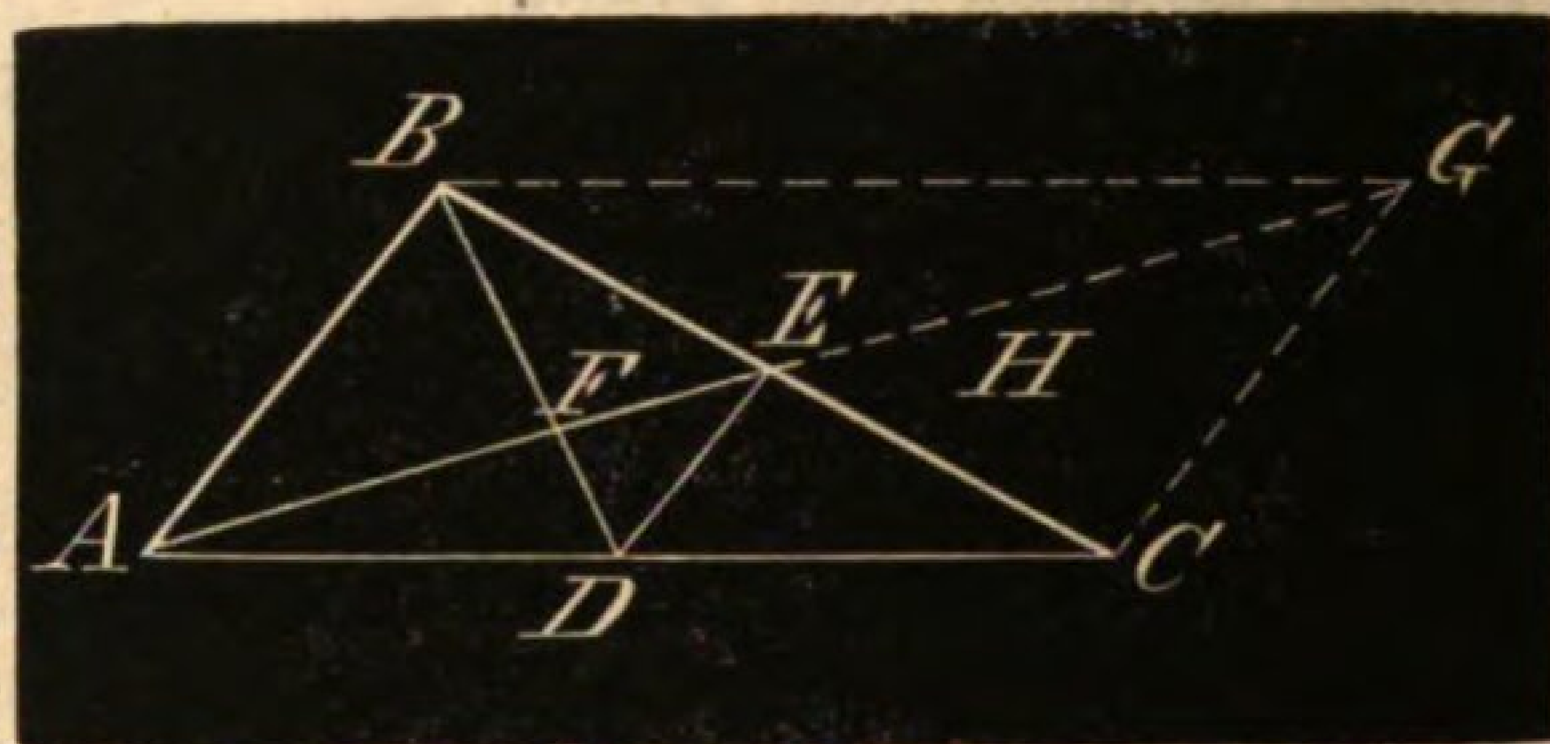
3. Gibt es in einem Körper eine Linie, um welche die Massentheilchen symmetrisch herum geordnet sind, so findet man zu jedem Theilchen in der Senkrechten, die von ihm auf die Symmetrielinie gefällt wird, auf der andern Seite ein gleichweit abstehendes und gleich dichtes Theilchen, so daß der Angriffspunkt der Resultirenden der Schwerkräfte von je zwei solchen Massentheilchen in die Symmetrielinie zu liegen kommt. Wenn nun die Angriffspunkte von je zwei Schwerkräften in der Symmetrielinie sich befinden, so liegt darin auch der Angriffspunkt aller Schwerkräfte, d. i. der Schwerpunkt des Körpers. Es ist nun leicht einzusehen, daß bei einem Körper, bei welchem die Massentheilchen um einen einzigen Punkt symmetrisch gelagert sind, dieser Punkt der Schwerpunkt des Körpers ist.

Hieraus folgt, daß der Schwerpunkt eines kreisförmigen Ringes, einer kreisförmigen, unendlich dünnen Scheibe, einer hohlen und einer massiven Kugel am Centrum sich befindet. Der Schwerpunkt eines regelmäßigen Vielecks liegt in seinem Mittelpunkte; der eines hohlen, so wie der eines massiven, aber gleichförmig dichten Cylinders liegt in der Mitte der Axe. Der Schwerpunkt kann auch, wie es bei einem Ringe, hohlen Cylinder und bei einer Hohlkugel der Fall ist, außer der Masse des Körpers liegen.

4. Schwerpunkt eines Dreiecks. Ist die Fläche des Dreiecks ABC, Fig. 39, gleichförmig dicht, und man denkt sich dieselbe durch gerade Linien, die parallel zu einer Seite, z. B. zu AC unendlich nahe an einander gezogen werden, in unendlich dünne Streifen, d. i. physische Linien getheilt, so liegt der Schwerpunkt eines jeden Streifens genau in der Mitte desselben. Verbindet man B mit dem Mittelpunkte von AC, nämlich mit D, so halbirt BD alle zu AC parallelen Linien, und enthält somit die Schwerpunkte aller Streifen, folglich auch den Schwerpunkt des ganzen Dreiecks. Denkt man sich das

Dreieck durch Schnitte, die parallel zu BC geführt werden, in unendlich dünne Streifen getheilt, dann BC in E halbirt, und E mit A verbunden, so liegen die Schwerpunkte aller Streifen, folglich auch der Schwerpunkt des ganzen Dreiecks in der AE, welche alle parallen Streifen halbirt.

Fig. 39.



Wenn nun der Schwerpunkt des ganzen Dreiecks sowohl in den Geraden BD, als in der AE liegt, so ist der Durchschnittspunkt dieser zwei Geraden der Schwerpunkt des Dreiecks. Die Gerade ED, welche die Halbirungspunkte zweier Seiten verbindet, ist parallel zu AB, somit sind die Dreiecke ABF und EFD einander ähnlich, und

$$BF : DF = AB : ED = 2 : 1,$$
$$\text{oder } BF + DF : DF = 3 : 1 \text{ und}$$
$$DF = \frac{BD}{3}.$$

Theilt man also die gerade Linie BD, welche den Halbirungspunkt einer Seite mit dem gegenüberliegenden Eckpunkte verbindet, in drei gleiche Theile, so ist der dem Halbirungspunkte D zunächst liegende Theilungspunkt der Schwerpunkt des Dreiecks.

5. Schwerpunkt eines Parallelogramms. Da sich die Diagonalen halbiren, und jede das Parallelogramm in zwei congruente Dreiecke theilt, so ist, wenn $FE = \frac{AE}{3}$ und $EH = \frac{EG}{3}$ der Punkt F der Schwerpunkt des Dreieckes ABC, und H der Schwerpunkt des congruenten Dreiecks BCG; demnach sind alle den Massentheilchen des Parallelogramms zukommenden Schwerkräfte auf zwei gleiche und parallele, an den Punkten F und H wirkende Kräfte reducirt, deren Resultirende die Mitte von FH, das ist der Punkt E zum Angriffspunkte hat, somit ist der Durchschnittspunkt der beiden Diagonallinien der Schwerpunkt des Parallelogramms.

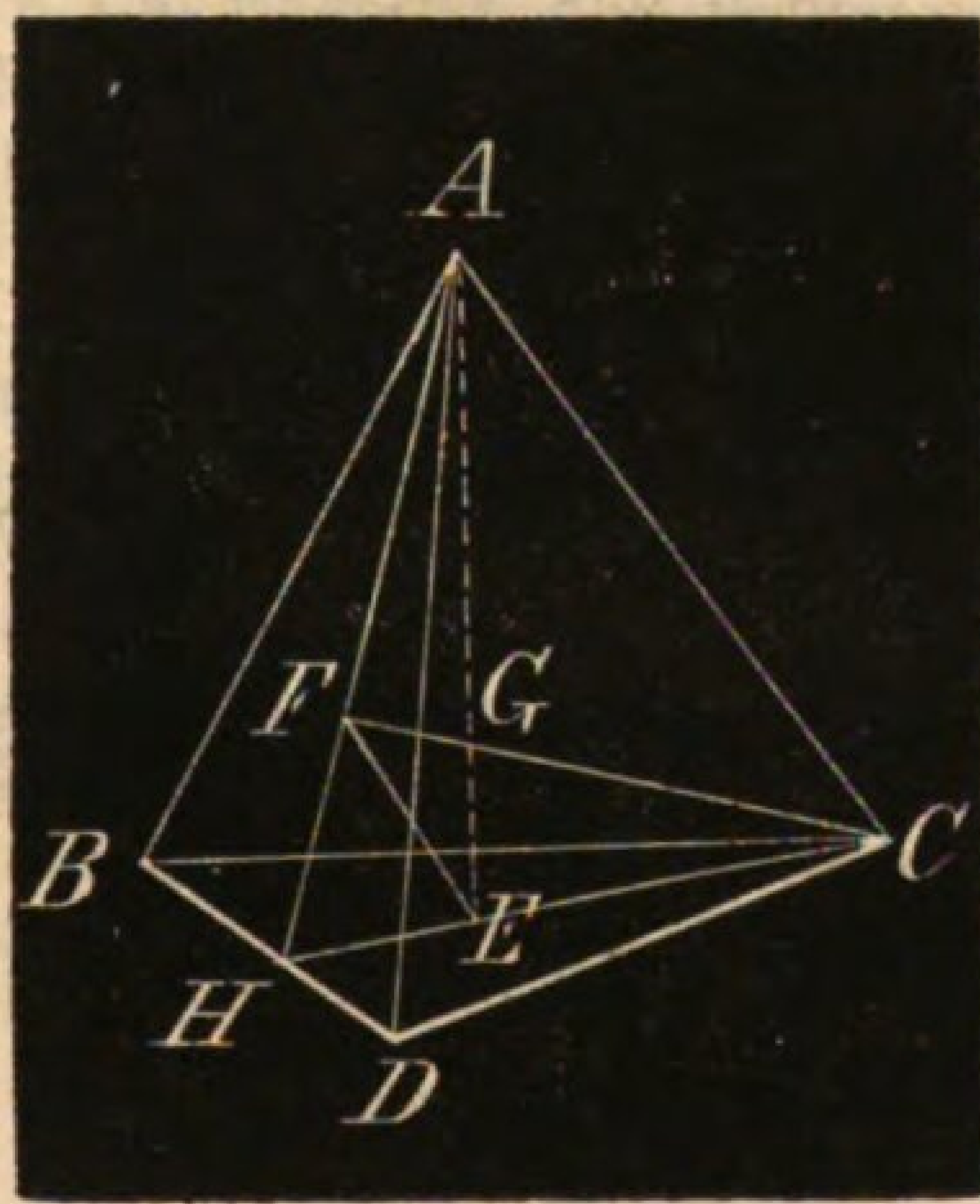
6. Schwerpunkt eines unregelmäßigen Vielecks. Man theile das Vieleck durch Diagonallinien in Dreiecke, suche den Schwerpunkt eines jeden und bestimme dessen Lage in Beziehung auf zwei rechtwinklige Coordinatenaxen, da die Schwerpunkte der einzelnen Dreiecke die Angriffspunkte paralleler, den Flächen dieser Dreiecke proportionaler Kräfte sind, so kann man die Lage des Angriffspunktes ihrer Resultirenden in der Ebene des Vielecks, also die Werthe x_1, y_1 mittelst der Gleichungen (1) berechnen, wo v, v′, v″ ... die Flächen der einzelnen Dreiecke, und V die Fläche des ganzen Vielecks bedeutet.

7. Schwerpunkt eines Parallelopipeds. Denkt man sich das Parallelopiped durch Schnitte parallel zur Grundfläche in unendlich

dünne Parallelogramme getheilt, und die Durchschnittspunkte der Diagonalen an den beiden Grundflächen durch eine Gerade mit einander verbunden, so geht diese Gerade durch die Schwerpunkte aller Schnitte. Da diese Schwerpunkte Angriffspunkte von gleichen und parallelen Schwerkräften sind, so ist der Mittelpunkt dieser Geraden der Angriffspunkt aller im Parallelopiped vorkommenden Schwerkräfte, mithin der Schwerpunkt desselben. Auf gleiche Weise ist zu ersehen, daß der Schwerpunkt eines geraden Prisma's, dessen Grundflächen regelmäßige Vielecke sind, in der Mitte der geraden Linie liegt, welche die Mittelpunkte der Grundflächen verbindet.

8. Schwerpunkt einer dreiseitigen geraden Pyramide (Fig. 40). Halbirt man die Seite BD, und nimmt $HE = \frac{CH}{3}$, so ist E der Schwerpunkt der Seitenfläche BDC; und nimmt man $HF = \frac{AH}{3}$, so ist F der Schwerpunkt der Seitenfläche ABD. Denkt man sich durch Schnitte, die unendlich nahe an einander, einmal parallel zur Seitenfläche BCD, das andere Mal parallel zur Seitenfläche ABD geführt werden, die Pyramide einmal in physische Dreiecke, die dem Dreiecke BDC, das andere Mal in solche, die dem Dreiecke ABD ähnlich sind, zerschnitten, und nun den Punkt E mit A, den Punkt F mit C verbunden, so geht AE durch die Schwerpunkte der ersten, und FC durch die Schwerpunkte der zweiten Schnitte, mithin liegt auch der Schwerpunkt der ganzen Pyramide sowohl in der AE als in der FC, folglich, da beide Linien in derselben Ebene liegen und sich schneiden müssen, in dem Durchschnittspunkte G derselben. Da FE sowohl von der AH als von der HC ein Drittel abschneidet, so ist FE parallel zu AC, daher

Fig 40.



$$FE : AC = 1 : 3,$$

und das Dreieck FEG ähnlich dem Dreiecke AGC, folglich

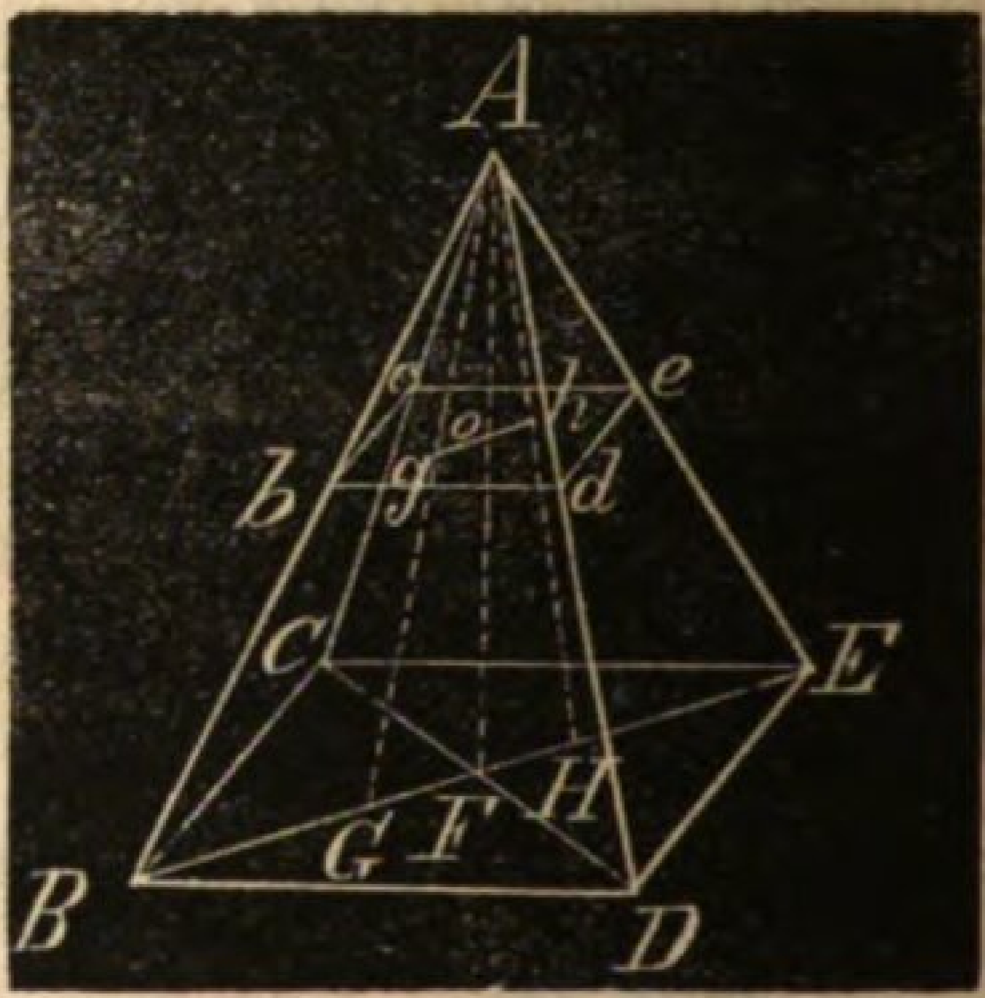
$$EG : AG = EF : AC = 1 : 3 \text{ oder}$$
$$EG + AG : EG = 4 : 1, \text{ und}$$
$$EG = \frac{AE}{4},$$

d. h. der Schwerpunkt der dreiseitigen Pyramide liegt in der geraden Linie, die den Schwerpunkt der Grundfläche mit dem Scheitel verbindet, und zwar in dem Punkte, dessen Entfernung vom Schwerpunkte der Grundfläche dem vierten Theile dieser Linie gleich ist.

9. Schwerpunkt einer vielseitigen geraden Pyramide (Fig. 41). Die Grundfläche einer solchen Pyramide ist ein regelmäßiges

Vieleck, dessen Schwerpunkt in seinem Mittelpunkte F liegt; denken wir uns, daß die Pyramide aus einer unendlich großen Anzahl zu der Basis paralleler Schnitte besteht, und daß F mit dem Scheitel verbunden wird, so geht die Linie AF durch die Schwerpunkte aller Schnitte, weßhalb in ihr auch der Schwerpunkt der ganzen Pyramide liegt.

Fig. 41.



Theilt man die Grundfläche durch Diagonallinien in Dreiecke, hierauf die Pyramide in lauter dreiseitige Pyramiden und verbindet die Schwerpunkte G und H von deren Grundflächen mit dem Scheitel durch die Linie AG, AH..., so liegen in ihnen in der Entfernung des vierten Theils ihrer Länge von der Grundfläche die Schwerpunkte der einzelnen dreiseitigen Pyramiden. Ist $Gg = \frac{AG}{4}$, so ist g der Schwerpunkt der Pyramide ABCD; legt man durch g eine Ebene bced parallel zur Basis, so schneidet diese alle von der Spitze zur Basis gezogenen geraden Linien in proportionale Theile. Ist nun h der Durchschnittspunkt der Ebene bced mit der Geraden AH, so ist

$$Hh : AH = Gg : AG = 1 : 4,$$

$$Hh = \frac{AH}{4};$$

mithin liegt auch der Schwerpuukt der zweiten dreiseitigen Pyramide in der Ebene bced. Auf gleiche Art läßt sich zeigen, daß sämmtliche Schwerpunkte der dreiseitigen Pyramiden, aus denen die vielseitige besteht, in der Ebene bced sich befinden, mithin liegt auch der Schwerpunkt der ganzen Pyramide in dieser Ebene; da er aber auch in den Geraden AF sich befindet, so ist es der Durchschnittspunkt o dieser Geraden mit der Ebene bced. Nun ist auch

$$oF : AF = Gg : AG = 1 : 4, \text{ also}$$

$$oF = \frac{AF}{4}.$$

Die Linie AF ist die Höhe der geraden Pyramide, also ist der Abstand des Schwerpunktes einer geraden Pyramide von der Basis dem vierten Theile ihrer Höhe gleich.

Ist die vielseitige Pyramide keine gerade, so sucht man den Schwerpunkt der vielseitigen Basis, verbindet ihn mit dem Scheitelpunkte durch eine Gerade, und kann auf dieselbe Art beweisen, daß in dieser Geraden der Schwerpunkt der ganzen Pyramide liegt, und zwar in einer Ebene, deren Abstand von der Basis gleich ist dem vierten Theile der Höhe.

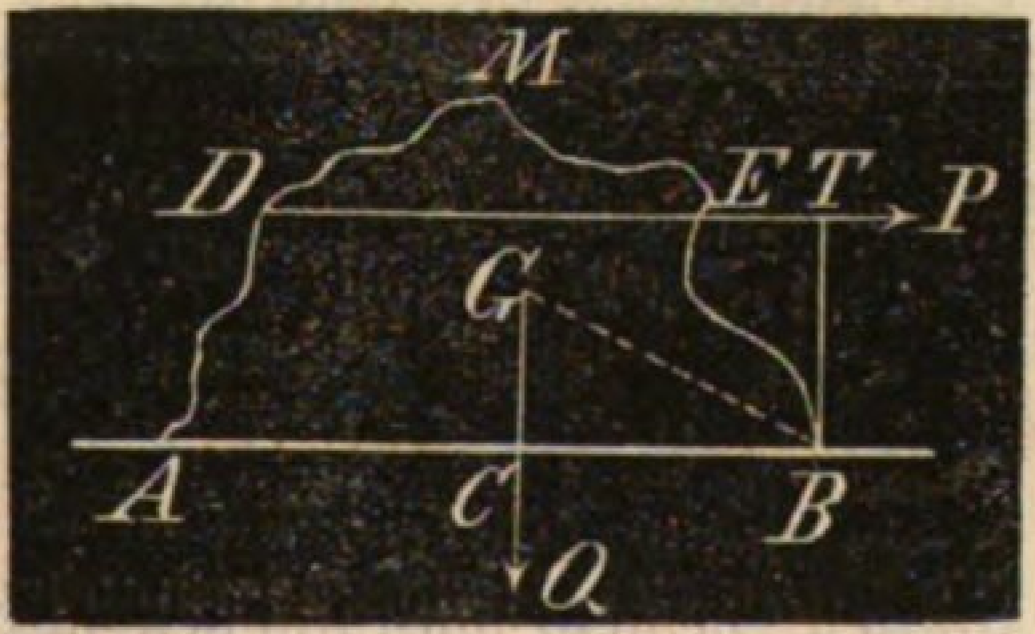
10. Da der Kegel als eine Pyramide betrachtet werden kann, deren Basis ein Polygon von unendlich vielen Seiten ist, so liegt der

Schwerpunkt eines geraden Kegels auf der geraden Linie, welche die Spitze mit dem Mittelpunkte der Basis verbindet, und zwar in dem Punkte, dessen Abstand von der Basis $1/4$ dieser Linie beträgt.

Ist ein schwerer Körper aufgehängt oder unterstützt, mithin im Gleichgewichte, so befindet er sich stets in einer Lage, bei welcher sein Schwerpunkt so hoch oder so tief als möglich zu liegen kommt, so daß er bei jeder noch so kleinen Drehung entweder tiefer oder höher zu liegen kommt, und daher im ersten Falle sein Gleichgewicht labil (unsicher), im zweiten hingegen stabil oder sicher ist. (Siehe Kunzek's Studien aus der höheren Physik p. 136.)

§. 58. Standfähigkeit eines Körpers. Der Baumeister und der Künstler hat oft die Aufgabe, einem Körper eine feste Stellung zu geben, bei welcher dieser fähig wird, den Stößen, denen er ausgesetzt ist, und die seine Stellung auf eine für ihn nachtheilige Weise zu verändern streben, einen hinreichend starken Widerstand entgegenzusetzen, und bei einer stattgehabten Verrückung seiner Stellung in dieselbe sogleich zurückkehren, sobald die ihn drückende Kraft aufgehört hat, zu wirken. Die Stellung des Körpers muß demnach die eines stabilen Gleichgewichts sein. Der Widerstand, welchen ein Körper einer jeden Kraft, die ihm um eine der Kanten der auf eine ebene Unterlage sich stützenden Grundfläche zu drehen strebt, entgegengesetzt und der als das Maß seiner Standfähigkeit betrachtet werden kann, ist das Moment des Körpers rücksichtlich der Kante, um welche die Drehung geschieht, mithin das Produkt aus dem Gewichte des Körpers in den Abstand seiner Directionslinie von dieser Kante; denn es sei AMB Fig. 42, der Durchschnitt eines Körpers mit einer verticalen, durch den Schwerpunkt G desselben geführten Ebene, AB sei die horizontale auf einer festen Unterlage ruhende Grundfläche, GC die Directionslinie und Q das absolute Gewicht des Körpers; wirkt nun auf eine Seitenfläche die Kraft P in horizontaler Richtung, so wird der Körper um die Kante B gedreht, dabei die Grundfläche und der Schwerpunkt

Fig. 42.



gehoben, und die Kraft Q , die jetzt nicht mehr durch den Widerstand der Unterlage aufgehoben wird, leistet einen Widerstand, indem sie den Körper in der entgegengesetzten Richtung zu drehen strebt. Ist P so stark, daß die Resultirende von P und Q durch die Kante B geht, so besteht zwischen den beiden Kräften Gleichgewicht, dieß selbst dann, wenn die Unterlage unter der Grundfläche weggenommen wird, und nur die Kante B gestützt bleibt; demnach erscheint die Wirkung der Kraft Q durch die der Kraft P aufgehoben, und die Momente der Kräfte bezüglich des Punktes B sind einander gleich, nämlich

$$P \,.\, BT = Q \,.\, BC.$$

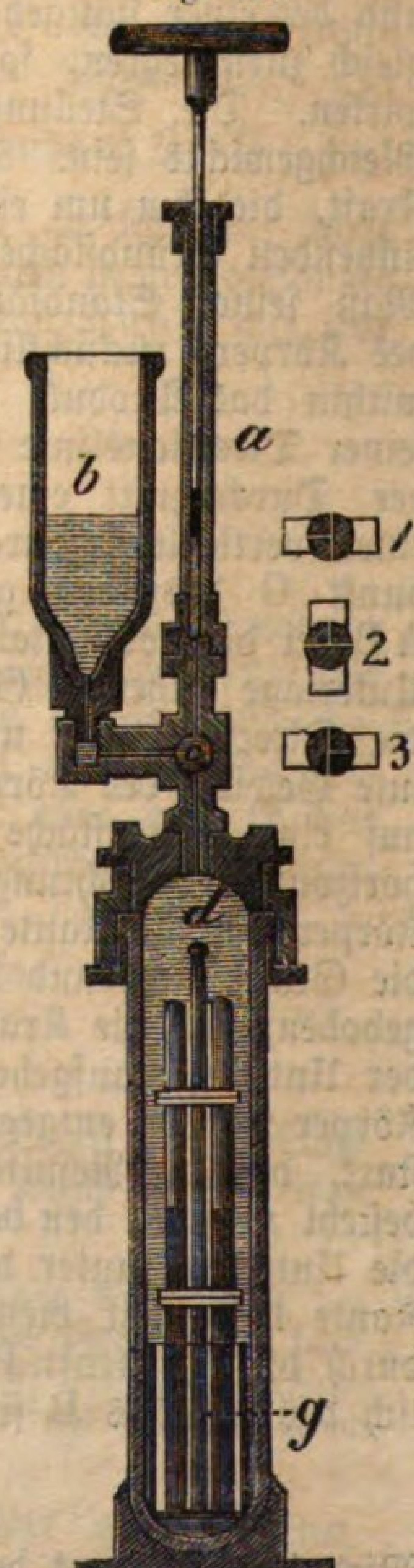
Wird das Moment der Kraft P größer als Q . BC, so wird der Körper umgeworfen, folglich kann das Moment Q . BC als das Maß des

Widerstandes oder der Standfähigkeit betrachtet werden; diese ist somit direct proportional dem Gewichte des Körpers und dem Abstande der Directionslinie von der Kante, um welche die Drehung geschieht.

Hydrostatik.

§. 59. Gegenstand der Hydrostatik. — Die Eigenschaft, welche die flüssigen Körper charakterisirt, ist die äußerst leichte Beweglichkeit und Verschiebbarkeit ihrer Theilchen, die den geringsten Kräften die wir wahrzunehmen vermögen, weichen, sobald keine Hindernisse die Ausweichung hindern; bei den tropfbar flüssigen besteht aber noch eine schwache Cohäsion. Die kleinste Kraft, mit welcher eine Platte, die mit der Oberfläche einer ihr adhärirenden tropfbaren Flüssigkeit in Berührung steht, von der Flüssigkeit abgerissen wird, gibt daß Maß der Cohäsion dieser Flüssigkeit an, indem dabei nur eine an der Platte hängende flüssige Schichte von einer andern getrennt wird.

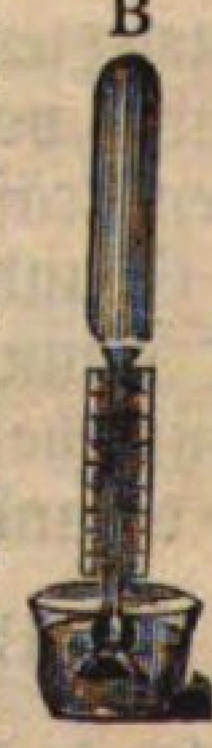
Fig. 43.



Die Hydrostatik hat die Bedingungen festzustellen, unter welchen die auf eine tropfbare Flüssigkeit einwirkenden Kräfte sich das Gleichgewicht halten; wir werden zuerst die allgemeine Bedingung des Gleichgewichtes einer Flüssigkeit feststellen, dann die Erscheinungen untersuchen, die sich bei tropfbaren Flüssigkeiten für den Zustand des Gleichgewichtes ergeben, wenn sie nur der Einwirkung der Schwerkräfte ausgesetzt werden, und die Molecularkräfte unbeachtet bleiben können; hierauf wollen wir die Bedingungen des Gleichgewichts für feste in eine tropfbare Flüssigkeit eingetauchte Körper feststellen, und zuletzt die Erscheinungen prüfen, die als Wirkungen der Schwere und der Molecularkräfte sich ergeben.

§. 60. Zusammendrückbarkeit (Compressibilität) tropfbarer Flüssigkeiten. Um die Zusammendrückbarkeit nachzuweisen, und genau messen zu können, bedient man sich heutzutage des in Fig. 43 abgebildeten Apparates. Ein Glascylinder d von sehr dickem Glase wird auf einem messingenen Fuße, und am oberen Theile mit einer eben solchen Fassung versehen; an diese Fassung wird ein Aufsatz angeschraubt, der aus einer Druckpumpe a und einem Wasserbehälter b besteht. Bevor dieß jedoch geschieht, stellt man in den Glascylinder ein Gefäß g von Eisenblech ein, welches in der Mitte mit einem Stabe versehen ist, mittelst dessen es in den Cylinder eingesetzt und wieder herausgenommen werden kann.

B



Das Gefäß g ist mit Quecksilber gefüllt,

und in dieses ein mit atmosphärischer Luft gefülltes und nach Atmosphären graduirtes Röhrchen, das oben geschlossen und unten offen ist, und mit ihm noch ein anderes mit Wasser gefülltes Glasgefäß B eingesetzt; letzteres, das man Piezometer (von πιέζω drücken) nennt, besteht aus einem größeren Behälter und einer damit verbundenen sehr engen Röhre, die in gleiche Volumtheile getheilt ist, deren jeder einen bekannten aliquoten Theil, z. B. ein Milliontel von der ganzen Capacität des Gefäßes B beträgt.

Hat man g sammt der Luftröhre und dem Piezometer in den Cylinder gestellt, so füllt man ihn voll mit Wasser, schraubt das Pumpenstück an, und füllt auch das Gefäß b mit Wasser an. Der Hahn c, der zwei, aus den Figuren 1, 2, 3 ersichtliche Bohrungen hat, wird nun so gestellt, daß das Wassergefäß b mit der Pumpe communicirt, wie die Stellung 2 zeigt, worauf sich beim Aufziehen des Kolbens der Pumpenstiefel mit Wasser füllt. Dreht man den Hahn rechts um 90°, und bringt ihn in die Stellung 3, so steht der Pumpenstiefel nur mit dem Cylinder in Verbindung, weßhalb beim Niederdrücken des Kolbens, welches nur langsam und vorsichtig zu geschehen hat, das vorhin eingesaugte Wasser in den Cylinder gepreßt, und das Quecksilber durch den sich allseits fortpflanzenden Druck mit Gewalt in die Glasröhren getrieben wird. Hierauf bringt man den Hahn wieder in die zweite Stellung, zieht den Kolben in die Höhe, und treibt, nachdem man den Hahn in die dritte Stellung versetzt hat, das in den Stiefel eingedrungene Wasser abermals langsam in den Cylinder hinein.

Die Versuche lehren, daß das Quecksilber auch in der engen Röhre des Piezometers sich erhebt, was nicht etwa in Folge einer durch den Druck erzeugten Erweiterung des innern Raumes von B geschehen kann, weil diese Erweiterung nicht möglich ist, indem auf die Wandungen von B nicht nur von Innen nach Außen vermittelst des Quecksilbers und des darin befindlichen Wassers, sondern auch von Außen nach Innen vermittelst des äußern Wassers vollkommen gleiche Pressungen ausgeübt werden, welche Gleichheit auch die Ursache ist, daß das Glasgefäß, ungeachtet seine Wände dünn sind, fähig ist, einen sehr bedeutenden Druck zu ertragen. Das Aufsteigen des Quecksilbers im Gefäße B erfolgt demnach nur in Folge einer durch den Druck erzeugten Volumsverminderung des Wassers, und beweiset unwiderlegbar die Zusammendrückbarkeit desselben, und auch die anderer tropfbaren Flüssigkeiten, mit denen man das Gefäß B füllt. An der Scala des Piezometers erkennt man die Größe der stattgehabten Volumsverminderung, und an der mit Luft gefüllten Röhre die Größe des dabei angewendeten Druckes, der 2, 4, 10 Atmosphären beträgt, wenn die Luft auf $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{10}$ des ursprünglichen Volumens comprimirt erscheint.

Bringt man den Hahn c in die Stellung (1), bei welcher b mit dem Cylinder communicirt, so tritt das vorhin eingepumpte Wasser in den Behälter b heraus, und das Quecksilber sinkt in den beiden Röhrchen, bis das Wasser in B und die Luft in dem andern Röhrchen genau das ursprüngliche Volumen, welches sie vor der Compression hatten,

angenommen haben. Hieraus folgt, daß das zusammengedrückte Wasser auch die Eigenschaft besitzt, alsogleich, wenn die Wirksamkeit der Druckkraft aufgehört hat, sein ursprüngliches Volumen wieder anzunehmen. Versuche mit verschiedenen tropfbaren Flüssigkeiten führten zu folgenden Ergebnissen:

a) Daß alle zusammendrückbar sind, und die Verminderung des Volumens der Druckkraft proportional erscheint;

b) daß sie sämmtlich, wenn der Druck aufhört, ihr ursprüngliches Volumen wieder gewinnen, und in so fern als vollkommen elastisch zu betrachten sind, jedoch ist

c) die Volumverminderung selbst bei Anwendung großer Druckkräfte stets sehr gering, weßhalb man tropfbare Flüssigkeiten für die gewöhnlich vorkommenden Kräfte als unzusammendrückbar betrachten kann.

d) Das Quecksilber besitzt unter allen Flüssigkeiten die geringste, der Aether die größte Compressibilität. Oersted, Colladon, Sturm und Magnus, denen wir die Vervollkommnung des Apparates und die Kenntniß der eben angeführten Gesetze verdanken, bemerkten, daß die Capacität des Gefäßes B während des Druckes eine unbedeutende Verminderung erfährt; indem sie auch diese in Rechnung brachten, ergab sich, daß bei dem Drucke von 1 Atmosphäre die Verminderung des Volumens bei Quecksilber beinahe 4, bei Wasser 50, bei Aether 133 Milliontel des anfänglichen Volumens beträgt.

Da der Druck einer Atmosphäre dem Drucke einer Wassersäule von nahe 32 Fuß Höhe gleich ist, so erleidet eine Schichte des Meerwassers in einer Tiefe von beinahe 5400 Klaftern einen Druck von 1000 Atmosphären, aber das Volumen derselben wird nur um $\frac{1}{20}$ des Volumens bei 1 Atmosphäre vermindert. Die Elasticität des Wassers, so gering sie ist, begründet die Fähigkeit desselben, den Schall fortzupflanzen und selbst als schallender Körper zu erscheinen.

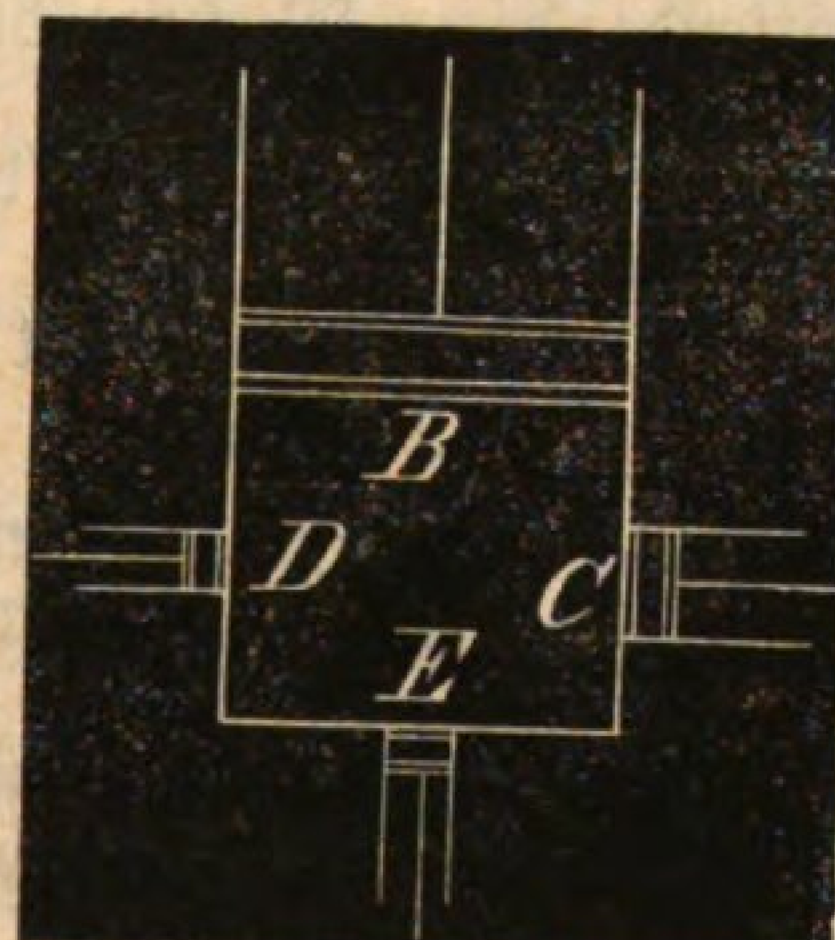
Der in der Fig. 43 dargestellte Apparat wird auch zur Compression der Gase gebraucht, um sowohl das Gesetz der Abhängigkeit der Dichte von der Stärke der drückenden Kraft nachzuweisen, als auch die Größe des Druckes zu ermitteln, bei dem ein Gas tropfbar wird. Taucht man in das mit Quecksilber gefüllte Gefäß g z. B. vier Glasröhrchen, von denen das eine nach Atmosphären graduirte mit Luft, das zweite mit schwefligsaurem Gas, das dritte mit Cyangas, und das vierte mit Ammoniakgas gefüllt ist, sorgt dafür, daß das Quecksilber, das die Gase absperrt, in allen Röhrchen gleich hoch steht, und beginnt dann die Compression, so beobachtet man, daß Anfangs das Quecksilber in allen gleichmäßig steigt, also die Dichte bei allen im gleichen Verhältnisse mit dem Drucke zunimmt. Bei gewöhnlicher Temperatur und dem Drucke von 4 Atmosphären geht das schwefligsaure Gas, bei einem etwas größeren auch das Cyangas und bei dem Drucke von 7 Atmosphären das Ammoniakgas in den tropfbaren Zustand über. Hat ein Gas diejenige Dichte erlangt, deren kleinste Vermehrung den Uebergang des Gases in den tropfbaren Zustand zur Folge hat, so bemerkt man bei weiterer Compression eine rasche Abnahme seines Volumens und nur ein Aufsteigen des Quecksilbers in der Röhre, wo das Gas tropfbar wird, bis alles vollständig in eine tropfbare Flüssigkeit verwandelt worden ist.

Bringt man, nachdem alle Gase tropfbar geworden sind, den Hahn c allmälig in die Stellung (1), so geht das eingepumpte Wasser nach b zurück, und damit nimmt der Druck im Cylinder ab, was die Folge hat, daß Anfangs nur die Luft sich ausdehnt, das Quecksilber in den andern Röhren aber noch nicht sinkt, bis der Druck

den Ammoniakdämpfen Gleichgewicht hält, wo dann bei der mindesten Verminderung dieses Druckes alles Ammoniak rasch den Gaszustand annimmt und das Quecksilber niederdrückt, so daß dieses mit dem in der Luftröhre gleich hoch zu stehen kommt. Bei weiterer Abnahme des Druckes werden auch die beiden andern Flüssigkeiten gasförmig, und jedesmal wird das Quecksilber rasch bis zu der Höhe, welche es in andern Röhrchen hat, niedergedrückt.

§. 61. Princip der Gleichheit des Druckes. Wir haben bei den Versuchen mit dem im vorigen §. beschriebenen Compressionsapparate bereits angenommen, daß der Druck, mit dem man bei dem Einpumpen des Wassers auf einen Theil desselben wirkt, sich durch die ganze Masse gleichförmig, d. h. dergestalt fortpflanzt, daß jede Flächeneinheit genau denselben Druck erleidet; dieß ist es, was man unter dem Princip der Gleichheit des Druckes versteht. Um diese gleichmäßige Fortpflanzung des Druckes nachzuweisen, wollen wir annehmen, daß auf eine in einem Gefäße eingeschlossene Flüssigkeit, sie mag tropfbar oder ausdehnsam sein, vermittelst eines Stempels, Fig. 44, ein Druck von einer ununterbrochen wirkenden Kraft P ausgeübt werde; die Flüssigkeit wollen wir uns schwerlos denken, um allein die von dieser Kraft abhängige Wirkung zu erkennen; offenbar wird zunächst die unter dem Stempel unmittelbar befindliche Schichte zusammengepreßt, und dabei, wie wenig es auch sein mag, verdichtet; indem nun die verdichtete Schichte strebt, ihr früheres Volumen zu gewinnen, und die Theilchen derselben äußerst leicht beweglich sind, übt sie denselben Druck, den sie selbst ununterbrochen erleidet, gegen den inneren Raum nach allen Seiten nicht nur abwärts, sondern auch seitwärts und aufwärts aus, so daß sich dieser Druck in der ganzen Masse nach allen Richtungen hin mit unveränderlicher Stärke fortpflanzt, und die ganze Masse die vermehrte Dichtigkeit der unmittelbar gepreßten Schichte annimmt; deßhalb wird jede Flächeneinheit an den Wandungen des Gefäßes oder einer, wo immer in der Flüssigkeit befindlichen ebenen Fläche in einer auf ihr senkrechten (normalen) Richtung mit der nämlichen Stärke gedrückt, wie eine Einheit derjenigen Fläche, auf welche die Kraft P vermittelst des Stempels einwirkt; heißt a diese Fläche, so ist $\frac{P}{a}$ der Druck gegen eine Einheit derselben, und somit $\frac{P}{a}$ A der Druck gegen eine Fläche, die A Einheiten zählt.

Fig. 44.



Nehmen wir an, die Grundfläche des Stempels B habe 100, die des Stempels C 20, die von D oder E 10 Quadratzolle, und es wirke B mit dem Drucke von 10 Pfund, so ist der Druck gegen 1 Quadratzoll $= \frac{1}{10}$ Pf., folglich wird C mit der Kraft von 2 Pf. und jener der beiden andern Stempel mit der Kraft von 1 Pf. nach Außen gedrückt, und man muß, um die Bewegung der Stempel zu hindern,

mit gleichen Kräften von Außen nach Innen entgegenwirken. — Würde der Stempel C mit der Kraft von 10 Pf., mithin jede Flächeneinheit mit der Kraft von $\frac{1}{2}$ Pf. in horizontaler Richtung gedrückt, so wird B mit der Kraft von 50 Pf. in die Höhe, und E mit 5 Pf. nach abwärts getrieben. Dieß alles bestätigen die Versuche.

§. 62. Allgemeine Bedingungen des Gleichgewichts einer Flüssigkeit, die der Einwirkung von Kräften ausgesetzt ist. Das Gleichgewicht kann in einer flüssigen Masse wegen der äußerst leichten Verschiebbarkeit ihrer Theilchen nur dann bestehen, wenn die Kräfte, die auf irgend ein Theilchen im Innern der Masse wirken, sich gegenseitig aufheben, und die Resultirende der Kräfte, die auf einen Punkt der freien, d. i. nicht durch eine feste Wand gestützten Oberfläche ihre Wirsamkeit äußern, normal und einwärts gegen diese Oberfläche gerichtet ist, weil die Flüssigkeit nur in dieser Richtung einen Widerstand zu leisten vermag, durch den die Wirkung der Resultirenden aufgehoben werden kann. Eine schief gegen die freie Oberfläche wirkende Kraft könnte in zwei Componenten zerlegt werden, in eine in normaler Richtung wirkende, deren Wirkung der Widerstand der gedrückten Flüssigkeit aufheben würde, und in eine nach der Tangente thätige, die eine Bewegung erzeugen und somit das Gleichgewicht stören müßte.

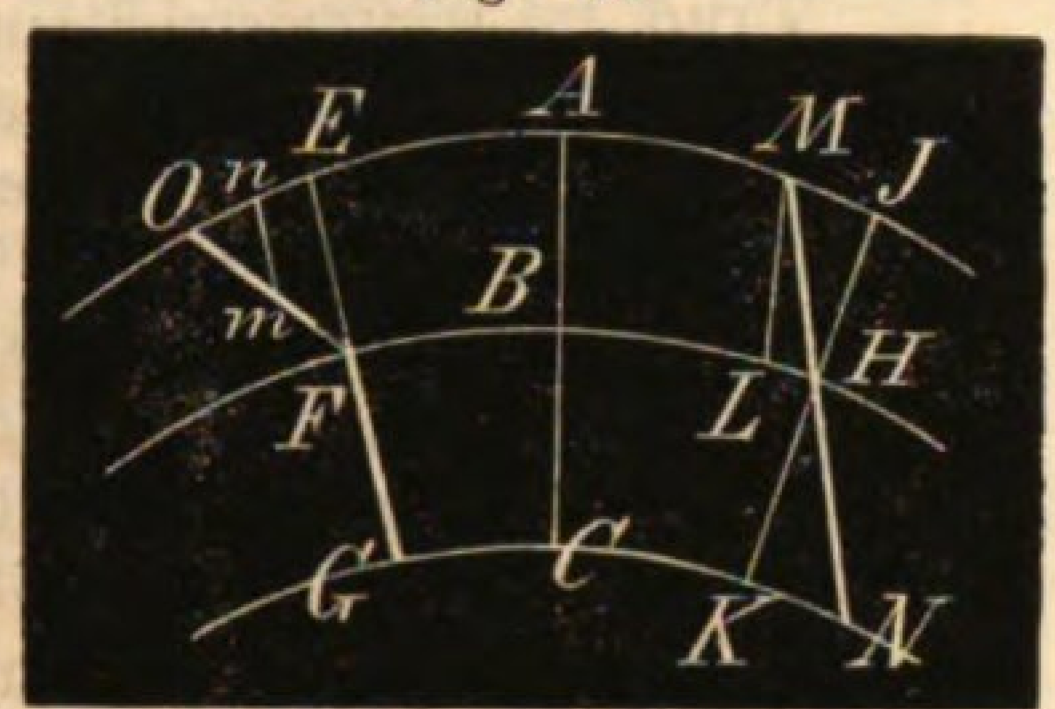
§. 63. Gleichgewicht einer tropfbaren gleichartigen Flüssigkeit auf die nur die Schwere und keine andere Kraft wirkt.

a) Da die Massentheilchen an der freien Oberfläche von den Schwerkräften gegen den Erdmittelpunkt gezogen werden und die Richtungen dieser Kräfte bei einer ruhigen Flüssigkeit auf der Oberfläche normal sein müssen, so kann die freie Oberfläche keine andere Gestalt, als die einer Kugel haben, deren Halbmesser dem Erdhalbmesser gleich ist; sie kann aber, wenn ihre Ausdehnung gering ist, als eine Ebene betrachtet werden, die eine horizontale Lage hat, da sie mit den verticalen Richtungen der Schwerkräfte rechte Winkel bildet; daher sind die Ausdrücke horizontal und wasserrecht gleich bedeutend.

b) Die freie Oberfläche heißt man das Niveau oder den Spiegel der Flüssigkeit, und jede zum Niveau parallele Schichte heißt eine Niveaufläche. Jede Niveaufläche steht auf den Richtungen der Schwerkräfte senkrecht, und ist kugelförmig, wenn die freie Oberfläche es ist, dagegen eine horizontale Ebene, wenn die freie Oberfläche als solche angenommen werden darf. Im Gleichgewichtszustande werden sämmtliche Theilchen einer Niveaufläche von den darüber stehenden gleichförmig dichten Schichten mit gleicher Stärke vertical abwärts und aufwärts, und durch Reaction der benachbarten Theilchen auch seitwärts gedrückt. Betrachten wir z. B. das Theilchen B, Fig. 45, der Niveauschichte FBH, und ziehen durch B die Verticale AC, so hat B offenbar den Druck der in der Verticalen AB befindlichen schweren Flüssigkeitstheilchen zu erleiden, und dieser Druck ist dem Gewichte von AB gleich. Setzen wir $AB = h$, bezeichnen mit p den Druck auf eine horizontale Flächeneinheit, wenn jeder Punkt derselben eben

so gedrückt würde, wie B, und berücksichtigen, daß eine horizontale Fläche, die nur $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{10} \cdot\cdot$ so groß ist, nur den Druck $\frac{p}{2}, \frac{p}{4}, \frac{p}{10}$ erleiden kann, und daß daher der Druck der gedrückten Fläche direct proportionirt ist, so hat man, wenn ein unendlich kleines Stückchen der durch B gehenden Niveaufläche mit w und der darauf ausgeübte Druck mit q bezeichnet wird,

Fig. 45.



$$p : q = 1 : w, \text{ mithin } q = p\,w.$$

Steht über jedem Theilchen w einer horizontalen Flächeneinheit eine verticale gleichförmig dichte Säule von der Höhe h, so ist der Gesammtdruck, den sie durch die Schwere aller darüber stehenden Theilchen zu erleiden hat, gleich dem absoluten Gewichte dieser Säule von der Höhe = h und der Basis = 1. Heißt s das specifische Gewicht und d die Dichte der Flüssigkeit, so ist

$$p = h\,s \;=\; h\,d\,g,$$
$$\text{daher } q = h\,s\,w = h\,d\,g\,w.$$

Steht über jedem Theilchen einer Niveaufläche eine verticale bis an das Niveau sich erstreckende Säule, und ist auch die Dichte der ganzen zwischen dieser Niveaufläche und dem Niveau befindlichen Flüssigkeit dieselbe, so ist der Werth von q, d. i. der verticale Druck nach abwärts für alle Theilchen derselben Niveaufläche gleich groß. Dieß ist selbst dann der Fall, wenn wegen einer in der Flüssigkeit stehenden oder sie begrenzenden festen Wand, wie z. B. MN, die über einem Theilchen stehende verticale Säule sich nicht bis an das Niveau erstreckt. Ziehen wir z. B. durch das Theilchen K der Niveaufläche GN eine Verticale KHJ parallel zu AC, so sehen wir, daß über K nur die verticale Säule KH steht, und doch erleidet K denselben Druck, wie andere Theilchen der nämlichen Niveaufläche, so, als wenn darüber die verticale, Säule KJ stände; denn ziehen wir durch M eine Verticale, so wird das in ihr befindliche Theilchen L der Niveaufläche FH von der Säule ML gedrückt; dieses gedrückte Theilchen pflanzt aber den Druck nach allen Seiten, also auch seitwärts zu den in derselben Niveaufläche befindlichen Theilchen, die ihn bis zu dem an der Wand MN liegenden Theilchen H führen; indem nun H mit dem Gewichte der Säule ML = HJ horizontal gedrückt wird, strebt es nach allen Seiten auszuweichen, und pflanzt diesen Druck nach allen Seiten hin, mithin auch vertical abwärts, weßhalb das Theilchen K nicht bloß den Druck von der Säule KH, sondern auch den einer Säule = HJ, mithin den Druck einer Säule KJ zu erleiden hat.

Da der gegen jede Niveaufläche vertical abwärts ausgeübte Druck im Gleichgewichtszustande aufgehoben erscheint, so wird jede Flächeneinheit einer Niveaufläche durch die unterhalb befindliche Flüssigkeit eben so stark aufwärts als abwärts gedrückt.

Das in Folge des Druckes entstehende Bestreben eines jeden Theilchens, seitwärts auszuweichen, wird durch das gleiche Bestreben der mit gleicher Stärke gedrückten benachbarten Theilchen, an den Wänden aber durch den Widerstand, den diese vermöge ihrer Festigkeit leisten, aufgehoben.

c) Will man den Gesammtdruck kennen, den eine Niveaufläche, z. B. EH, in verticaler Richtung erleidet, und es wäre in F die feste Wand OF, welche mit der durch F gehenden Verticalen FE nach oben zu divergirt, so hat man zu berücksichtigen, daß die zwischen OF und FE befindliche Flüssigkeit auf FH keinen Druck auszuüben vermag; denn der Druck, welchen z. B. die über dem Theilchen m befindliche Säule mn abwärts äußert, wird durch den Widerstand der Wand, und der Druck, welchen m in Folge dieses Druckes seitwärts gegen das Innere der Masse fortzupflanzen strebt, durch die Gegenwirkung der in derselben Niveauschichte befindlichen Theilchen aufgehoben. Eben so wenig als die Säule mn vermag eine andere innerhalb des Raumes OFE befindliche zur Vermehrung des Druckes gegen die Niveaufläche FH beizutragen, so daß der Druck, den FH von der Schwere der darüber befindlichen Flüssigkeit vertical abwärts und aufwärts erleidet, genau derselbe ist, wie wenn über jedem Theilchen der Niveaufläche eine verticale Säule von der nämlichen Höhe h sich befände; mithin ist dieser Druck gleich dem Gewichte einer flüssigen Säule von der Basis der Niveaufläche und der Höhe h, die den Abstand derselben vom Niveau angibt und Druckhöhe heißt. Heißt P der Gesammtdruck, und b die Größe der Niveaufläche, so ist

$$P = bhs = bhdg.$$

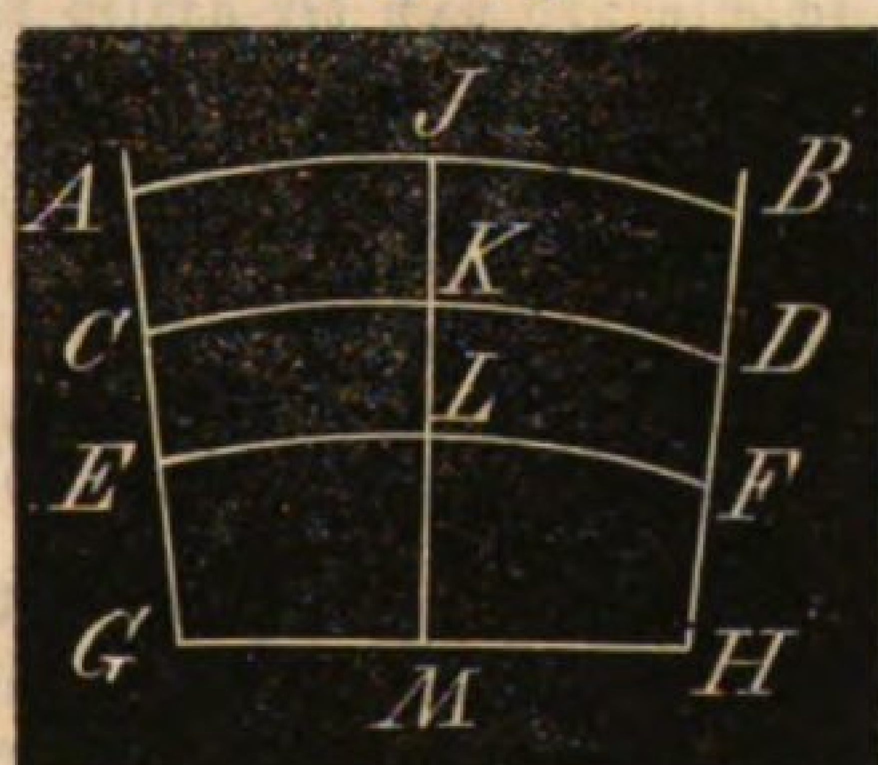
d) Sind die verticalen Pressungen, welche eine Niveaufläche durch die Schwere der darüber befindlichen Flüssigkeit erleidet, an allen Stellen derselben vollkommen gleich, so herrscht in der ganzen tropfbar flüssigen Masse der Zustand des Gleichgewichts; denn die drückenden Kräfte werden, da sie auf den Niveauflächen senkrecht stehen, durch die widerstehenden Kräfte der flüssigen Masse, und die Bestrebungen der Theilchen, dem Drucke seitwärts auszuweichen, durch die Reaction der nächsten gleich stark gedrückten Theilchen vernichtet; folglich erscheinen die Theilchen einer jeden Niveaufläche, somit die ganze Masse in Ruhe.

e) Der Druck auf eine Flächeneinheit einer Niveaufläche, nämlich $p = hdg$ und mithin auch die von ihm abhängige Dichte nimmt mit der Tiefe der Niveaufläche zu; allein wegen der geringen Zusammendrückbarkeit der tropfbaren Flüssigkeiten kann man die unbedeutenden Aenderungen in der Dichte der tiefer liegenden Schichten unbeachtet lassen, somit die Dichte in allen Tiefen als gleich groß annehmen, wo dann der Druck p in demselben Verhältnisse wächst, wie die Tiefe der Niveaufläche zunimmt.

Da das Wasser in einer Tiefe von 32, 64, 96 .... Fuß einen Druck von 1, 2, 3 .., Atmosphären, und in einer Tiefe von 1000 Fuß den von 31 Atmosphären (387 Pfund gegen ein Quadratzoll) erleidet, daher auch die Luft in einer Taucherglocke mit dem Drucke zusammenpreßt, der an der Niveaufläche, welche die Luft in der Glocke berührt, stattfindet, so wird die Dichte dieser Luft in der Tiefe von 32 Fuß verdoppelt, und in der Tiefe von 320 Fuß schon um das Eilffache vermehrt; und deßhalb den Tauchern höchst beschwerlich — Die Taucher füllen zum Scherz ihre leeren Branntweinflaschen mit der dichten Luft der Taucherglocke an, diese übt auf den Stöpsel einen starken Druck aus, so daß er, sobald die Flasche an die Meeresoberfläche gebracht wird, mit einem Knalle herausspringt, wie beim Oeffnen einer Champagnerflasche.

§. 64. Gleichgewicht zwischen ungleichartigen in einem Gefäße befindlichen tropfbaren Flüssigkeiten, die sich nicht mischen. Da die verticale Pressung gegen ein Flächentheilchen w gleich ist h d g w, so kann sie nur dann an allen Stellen einer Niveaufläche gleich stark sein, und daher nur dann das Gleichgewicht bestehen, wenn für alle Stellen d denselben Werth hat, d. h. wenn die über der betrachteten Niveaufläche befindliche Flüssigkeit durchaus gleichartig ist, daher überall die nämliche Dichte besitzt. Ist die Flüssigkeit ein Gemenge von mehreren nicht mischbaren Flüssigkeiten, deren jede eine andere Dichte hat, so kann das Gleichgewicht erst dann eintreten, wenn sie sich von einander dergestalt absondern, daß die Trennungsflächen als Niveauflächen erscheinen. Denn nehmen wir an, in dem Gefäße ABGH, Fig. 46, wären mehrere nicht mischbare Flüssigkeiten von der Dichte d, d′, d″....., durch die Niveauflächen CD, EF, GH von einander getrennt; ziehen wir eine Verticale JM und bezeichnen die Abstände der Nieveauflächen, nämlich JK KL, LM mit h, h′, h″, so ist der Druck gegen ein Element w

Fig. 46.



in $K = h d g w$,

„ $L = (h d + h' d') g w$,

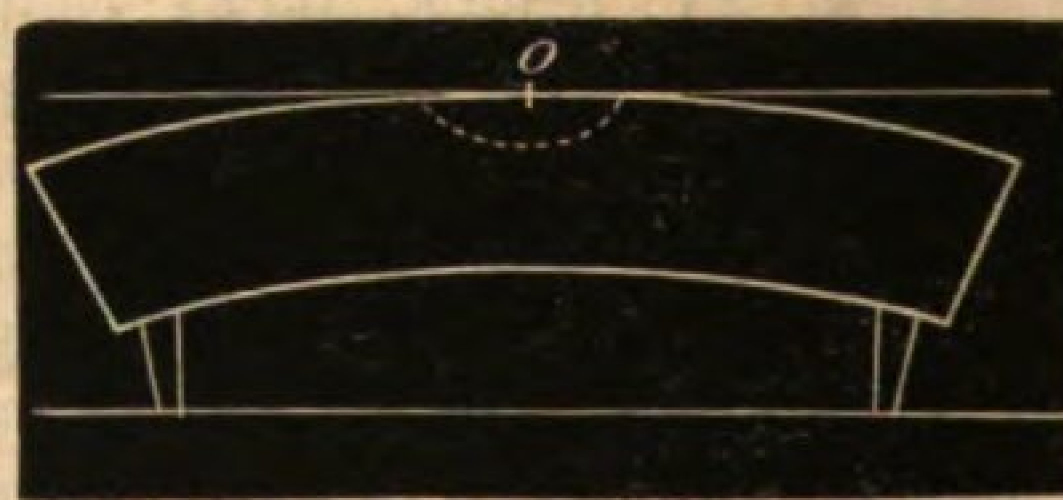
„ $M = (h d + h' d' + h'' d'') g w$.

Da nun die Werthe von h, h′, h″ für alle Elemente der nämlichen Niveaufläche gleich sind, und die zwischen je zwei Nieveauflächen befindliche Flüssigkeit dieselbe Dichte hat, so sind die Pressungen an allen Stellen einer und derselben Niveaufläche einander gleich, somit sind diese ungleichartigen Flüssigkeiten wirklich im Zustande des Gleichgewichts, mögen sie übrigens beliebig über einander geschichtet sein, z. B. die dichteste oben, und die von der geringsten Dichtigkeit ganz unten. Allein ein stabiles Gleichgewicht kann in dieser Masse nur dann eintreten, wenn die von der größten Dichtigkeit den untersten Raum einnimmt, und hierauf die andern in der Art über einander gelagert erscheinen, daß immer die weniger dichte über der dichteren sich befindet, weil erst bei dieser Anordnung der Schwerpunkt der ganzen Masse die möglich tiefste Lage erhält, bei der bekanntlich das Gleichgewicht ein stabiles ist.

Auf den vorstehenden Gesetzen beruht die Einrichtung der Wasserwage oder Libelle, deren man sich bedient, um eine Ebene, oder die Drehungsare eines

Instruments horizontal zu stellen. Füllt man nämlich einen Glascylinder von 4 bis 6 Zoll Länge, der an einem Ende zugeschmolzen ist, mit Weingeist, aber nicht ganz voll, so daß ein kleiner Raum noch mit Luft gefüllt bleibt, und schmilzt dann auch das offene Ende zu, so erscheint bei horizontaler Stellung des Cylinders die Luft über dem Weingeiste, und bildet eine längs der ganzen Länge des Cylinders sich ziehende Schichte; gibt man jedoch dem Cylinder eine sehr geringe kreisförmige Krümmung, wobei die oberste Seite abwärts gebogen wird, so nimmt die Luft die Gestalt einer Blase an, deren Mitte stets an demjenigen Punkte der Röhre sich befindet, der bezüglich einer horizontalen Ebene als der höchste erscheint, der daher eine solche Lage hat, daß die durch ihn gezogene Tangente horizontal liegt. Befindet sich die Mitte der Blase in der Mitte der Röhre, d. i. am Punkte 0, Fig. 47, so ist dieser Punkt der höchste und die durch ihn gezogene Tangente ist horizontal. Versieht man die Röhre an den Enden mit zwei vollkommen gleich hohen Fußgestellen, und stellt sie auf eine Ebene, so erscheint diese Ebene parallel zu der durch 0 gehenden Tangente, und nun wird es möglich, dieser Ebene eine horizontale Lage zu geben, indem man die Seite, gegen welche sich die Luftblase hingezogen hat, so lange erniedrigt, bis ihre Mitte genau am Punkte 0 erscheint. Hierauf stellt man die Libelle auf die Ebene in einer Richtung, die auf der ersten senkrecht steht; zeigt sich, daß auch dann die Mitte der Blase bei 0° steht, so ist die Lage der Ebene horizontal. Man kann die Libelle an den Enden mit zwei gleich hohen Haken versehen, um sie dadurch an die Axe eines Instruments zu hängen, der man eine horizontale Lage geben will.

Fig. 47.



Soll die Libelle sehr geringe Abweichungen von der horizontalen Lage angeben, d. h. sehr empfindlich sein, so muß der Krümmungshalbmesser sehr groß, mithin die Krümmung sehr gering, der innere cylindrische Raum der Röhre glatt ausgeschliffen und nach der ganzen Länge gleich weit sein. Man versieht die Glasröhre mit einer messingenen oben ausgeschnittenen Fassung, an welcher der Punkt mit Null bezeichnet ist, bei welchem sich die Mitte der Blase befinden muß, wenn die Ebene, auf der die Libelle ruht, oder die Axe an der sie hängt, horizontal ist; rechts und links von diesem Punkte sind noch einige gleich weit abstehende Theilstriche angebracht, um die Lage der Luftblase richtiger beurtheilen zu können. Häufig ist die metallene Röhre unten mit einer ebenen Fläche versehen, und so eingerichtet, daß bei horizontaler Stellung dieser Ebene die Blase die richtige Lage in der Mitte annimmt.

§. 65. Der von der Schwere abhängige Normaldruck einer Flüssigkeit auf eine ebene Fläche in dem Umfange des Gefäßes ist dem Gewichte einer Säule dieser Flüssigkeit gleich, welche die gedrückte Fläche zur Basis und die Tiefe des Schwerpunktes derselben unter dem Niveau zur Höhe hat. Der Druck, den eine Flüssigkeit im Gleichgewichtszustande gegen ein kleines Flächentheilchen im Umfange des Gefäßes ausübt, kann nur in einer auf diesem Theilchen senkrechten Richtung erfolgen, weil der Widerstand, den die Wand leistet, nur in normaler Richtung sich äußern kann. Wir können also, wenn wir von dem Drucke sprechen, welchen eine Flüssigkeit auf den Boden oder die Seitenwände des Gefäßes äußert, nur diesen Normaldruck verstehen.

a) Hat der Boden des Gefäßes AB, Fig. 45, eine horizontale Lage, so erleidet er durch die Schwere der Flüssigkeit den nämlichen Druck, wie die Niveaufläche, deren Stelle der Boden einnimmt; nennen wir diesen Druck P, so ist

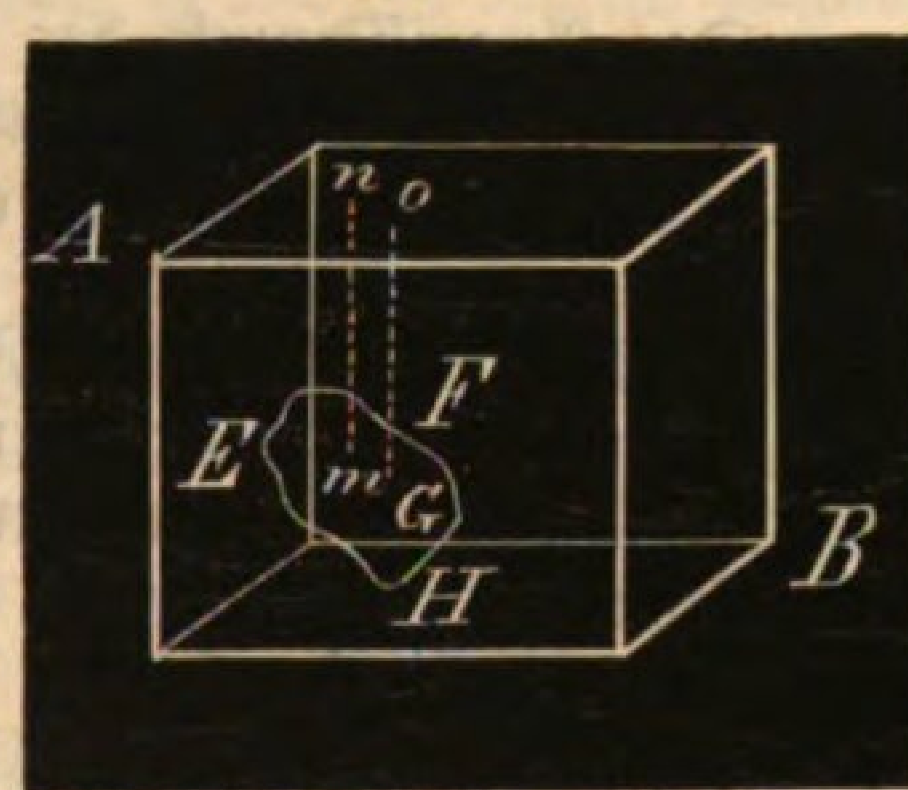
$$P = bhs,$$

d. h. man erhält die Größe des Druckes, wenn man den Flächeninhalt des Bodens mit dessen Abstande vom Niveau und dem

specifischen Gewichte der Flüssigkeit multiplicirt; dieser Druck ist somit unabhängig von der Form des Gefäßes und der Menge der darin befindlichen Flüssigkeit.

b) Ist der Boden schief, und ω ein unendlich kleines Theilchen ein Element desselben, so wird der Druck q. Fig. 48, den dieses Element erleidet, offenbar bestimmt durch die Gleichung

Fig. 48.



$$q = h s \omega;$$

da nun für jedes andere Element der schiefen Bodenfläche der Werth von h ein anderer ist, so ist der Druck auf diese Bodenfläche sehr ungleich. Dieß ist auch der Fall an den verschiedenen Stellen der Seitenwände; jedes an einer Seitenwand liegende Flüssigkeitstheilchen übt gegen diese Wand einen Druck mit der nämlichen Stärke aus, welchen es selbst in der Niveaufläche, der es angehört, erfährt; heißt wieder ω ein unendlich kleines Theilchen der Seitenwand, so ist $q = h s \omega$ der Druck, den es erleidet, und der mit dem Abstande vom Niveau im geraden Verhältniß wächst.

Um den Druck gegen den schiefen Boden, und den gegen eine Seitenwand, diese mag vertical oder schief gestellt sein, zu ermitteln, sei EFH die gedrückte ebene Fläche, die wir uns in lauter gleiche, aber unendlich kleine Theilchen von der Größe ω getheilt denken, die Abstände dieser Theilchen vom Niveau seien $h, h', h'' \ldots\ldots$ und die senkrechten Pressungen, die sie erleiden, seien $q, q', q'' \ldots\ldots$ wir haben nun ein System von parallelen Kräften, deren Angriffspunkte in fester Verbindung stehen, somit ist ihre Resultirende R gleich ihrer Summe, d. i.

$$R = (h + h' + h'' + \ldots) s \omega.$$

Ist G der Schwerpunkt der Fläche EFH, und sein Abstand vom Niveau $= H$, der Flächeninhalt von $EFH = b$, so erhält man, wenn die einzelnen Elemente des Bodens als gleich dicht betrachtet und die Momente bezüglich des Niveaus genommen werden.

$$Hb = \omega h + \omega h' + \omega h'' + \ldots\ldots \text{ oder}$$
$$Hb = \omega(h + h' + h'' + \ldots); \text{ folglich ist}$$
$$R = b \, . \, H \, . \, s.$$

Da R nichts anderes als den Gesammtdruck bedeutet, den die betrachtete Fläche EHF durch die Schwere der anliegenden Flüssigkeit erfährt, so ist ersichtlich, daß dieser Druck durch denselben Ausdruck gegeben ist, wie der gegen einen horizontalen Boden, nur ist allgemein unter H der Abstand des Schwerpunktes der gedrückten Fläche vom Spiegel der Flüssigkeit zu verstehen.

Ist z. B. die Seitenwand ein Rechteck von der Höhe a und der Breite b, und steht sie vertical, so ist ab ihr Flächeninhalt.

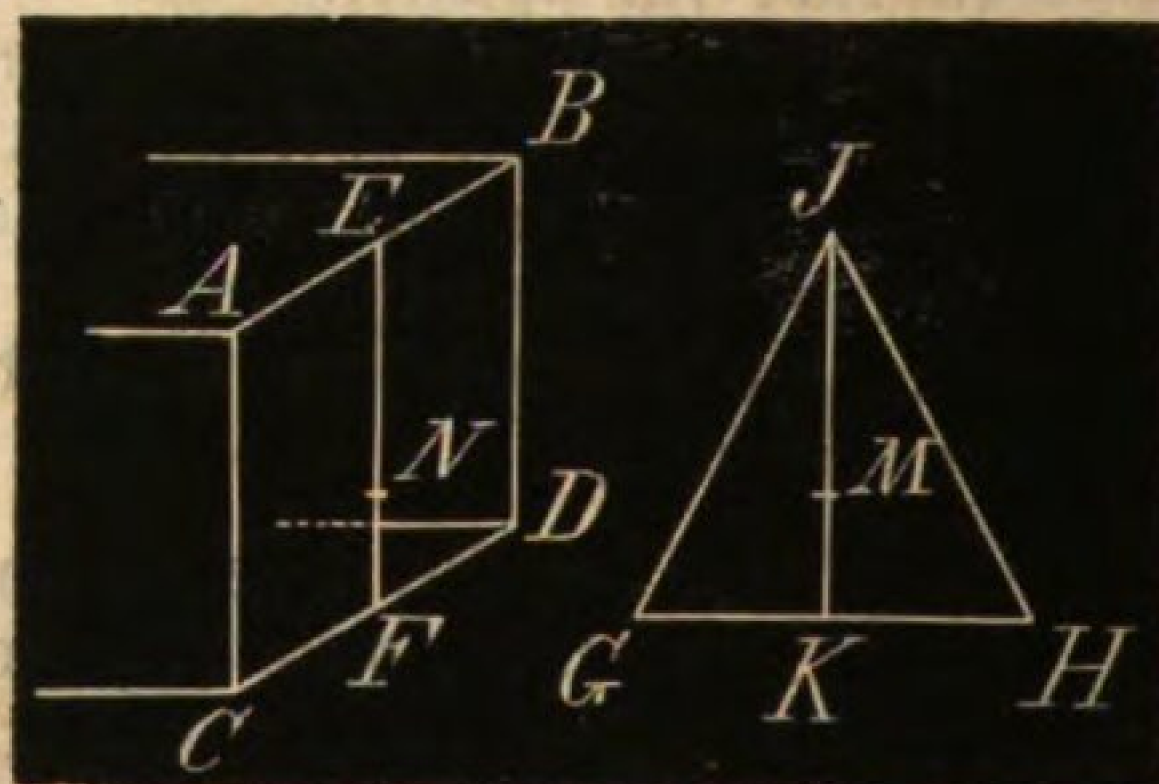
und $\frac{a}{2}$ die Tiefe ihres Schwerpunktes unter dem Nieveau, mithin der horizontale Druck gegen die ganze Seitenwand

$$R = ab \, . \, \frac{a}{2} s = \frac{a^2 b}{2} s.$$

c) Der Angriffspunkt der Resultirenden der gegen eine Fläche wirkenden Druckkräfte heißt der **Mittelpunkt des Druckes**; er kann bei einem schiefen Boden, so wie bei einer Seitenwand, wegen der Ungleichheit der Druckkräfte, nicht mit dem Schwerpunkte der gedrückten Fläche zusammenfallen, und muß für jeden besonderen Fall erst ermittelt werden.

Ist die Seitenwand ein vertical stehendes Rechteck, in welchem AC = a, CD = b, EF eine Verticale, Fig. 49, die das Rechteck halbirt, und AB im Niveau der Flüssigkeit, so läßt sich der Mittelpunkt des Druckes auf eine leichte Art finden; man denke sich nämlich das Rechteck in lauter horizontale Streifen von der Breite ω getheilt; ω sei so klein, daß man die auf einen Streifen wirkenden horizontalen Druckkräfte als gleich groß, daher den Angriffspunkt ihrer Resultirenden in der EF annehmen kann; $r, r', r'' \ldots$ seien die Resultirenden, auf die wir die Druckkräfte eines jeden Streifens reduciren, und deren Angriffspunkte in der EF liegen; sind $a, a', a'' \ldots$ die Abstände dieser Angriffspunkte vom Niveau, so ist

Fig. 49.



$$r = a b s \omega, \; r' = a' b s \omega, \; r'' = a'' b s \omega, \ldots.$$

Bilden wir eine aus schweren Theilchen von gleichförmiger Dichtigkeit = bs bestehende Dreieckfläche JGH, deren Grundlinie = a und auch die Höhe JK = a ist, denken uns diese Fläche durch Schnitte parallel zu GH in lauter schmale Streifen von der Breite ω getheilt, und die Schwerkräfte eines jeden auf eine Resultirende reducirt, so liegen die Angriffspunkte dieser Resultirenden, die wir mit $p, p', p'', \ldots$ bezeichnen wollen, in der Geraden JK, welche sämmtliche Streifen halbirt. Die Zahl dieser Streifen ist eben so groß, als die des Rechteckes ABCD, und ihre Längen nehmen genau in dem Verhältnisse ab, wie ihre Abstände vom Scheitel J; es ist daher die Länge des ersten = a, die des zweiten = a', die des dritten = a'' u. s. f., und folglich

$$p = a b s \omega, \; p' = a' b s \omega, \; p'' = a'' b s \omega, \ldots$$

Hieraus folgt, daß

$$p = r, \; p' = r', \; p'' = r'' \ldots.$$

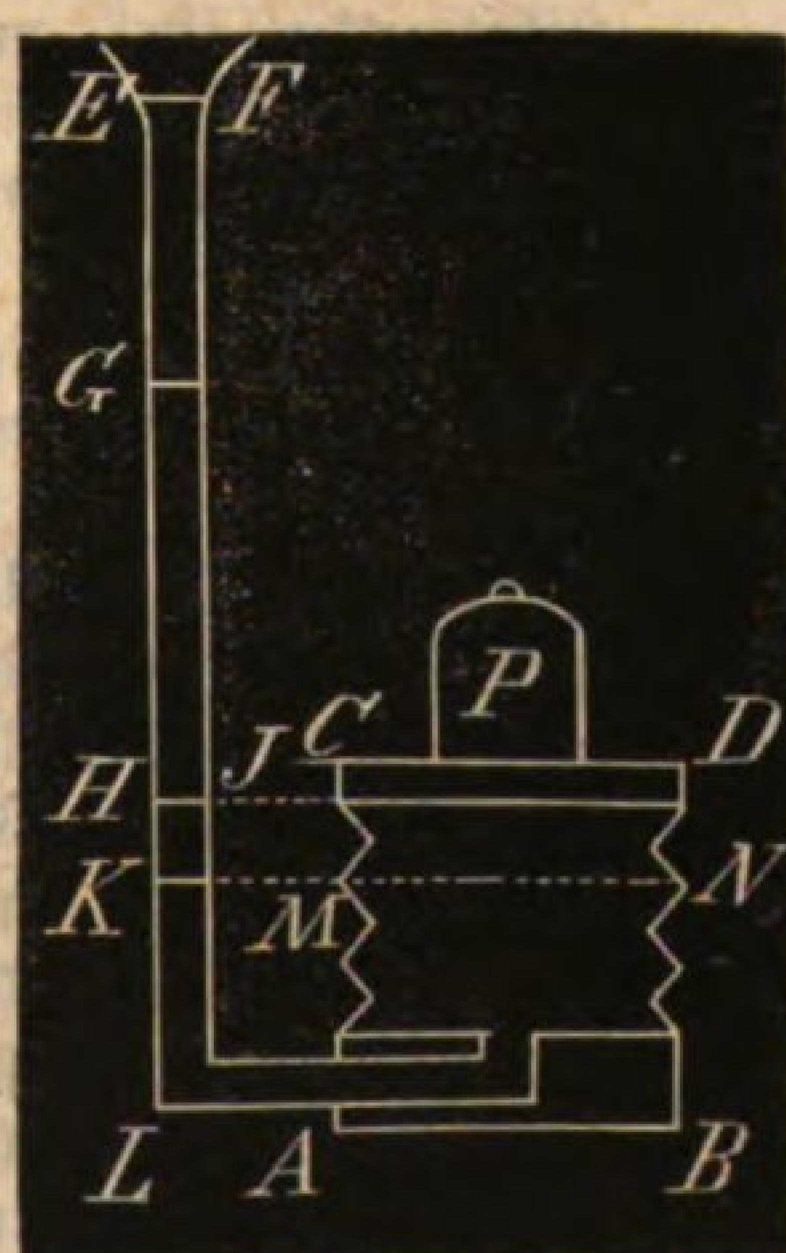
d. h. die an den gleich liegenden Punkten der gleich langen Geraden JK und EF wirkenden unter sich parallelen Kräfte sind einander gleich; daher werden auch die Angriffspunkte ihrer Resultirenden in denselben Abständen von J und E sich befinden müssen; nun ist der Angriffspunkt der Resultirenden aller Schwerkräfte, d. i. der Schwerpunkt des Dreiecks, in einem Punkte M der Geraden JK, dessen Abstand von J $= \frac{2}{3}$ JK ist, folglich ist auch der Mittelpunkt des Druckes in einem Punkte N der Geraden EF, dessen Abstand von E $= \frac{2}{3}$ EF ist.

Wäre z. B. in der Wand ABCD eine viereckige Oeffnung, die durch eine Thür verschlossen ist, welche um eine in der Ebene der Wand befindliche, und durch den Mittelpunkt des Druckes N gehende Axe sich drehen läßt, so erscheint, so lange das Niveau des Wassers durch AB geht, die Thür verschlossen, weil die Wirkung der Resultirenden durch den Widerstand der Axe aufgehoben wird, ist jedoch der Wasserstand höher, so steigt N über die Axe und es öffnet sich die Thür oben, sinkt hingegen der Wasserstand unter AB, so fällt N unter die Axe und es öffnet sich die Thür unten.

Das Gesetz bezüglich des Druckes auf den horizontalen Boden eines Gefäßes nannte man das hydrostatische Paradoxon, weil man diesen Druck mit dem Drucke verwechselte, den das Gefäß sammt seinem Inhalte auf die Unterlage, die es trägt, äußert; letzterer Druck ist immer gleich dem Gewichte des Gefäßes und der darin befindlichen Flüssigkeit, während ersterer bald größer bald kleiner ist, als dieses Gewicht; er ist kleiner, wenn die Seitenwände nach oben divergiren, weil in diesem Falle die Wände einen Theil des Druckes tragen, dagegen größer, wenn die Seitenwände theilweise über die Flüssigkeit in horizontaler oder schiefer Richtung gehen, wo dann die Flüssigkeit, indem sie diese Wände auch von unten nach oben drückt, das Gefäß in die Höhe zu heben strebt, und dadurch den Druck auf die Unterlage vermindert.

Hydrostatischer Blasebalg. Dieser besteht, wie Fig. 50 zeigt, aus zwei kreisförmigen hölzernen Scheiben AB und CD, die vermittelst starken wasserdichten Leders mit einander verbunden sind, so daß das Ganze die Form eines starken Blasebalgs erhält, wobei die obere Scheibe emporgehoben und gesenkt werden kann, mit dem inneren Raume zwischen den beiden Scheiben steht eine enge Röhre LE in Verbindung, die sich trichterförmig mündet, um sie bequem mit Wasser füllen zu können. Das Wasser, welches in den Raum ABCD eindringt, strebet hier zu der Höhe EF, in der es in LE steht, emporzusteigen, und übt deßhalb gegen die obere Platte CD einen Druck, welcher der Druckhöhe HE entspricht und sich leicht berechnen läßt.

Fig. 50.



Ist HE $=$ h, der Flächeninhalt der Platte CD $=$ b, s das specifische Gewicht des Wassers, so ist hs der Druck auf eine Einheit der Niveaufläche HJ; dieser Druck pflanzt sich gleichförmig fort und wirkt auf CD vertical aufwärts mit der Stärke Q $=$ bhs.

Ist die Röhre LE nicht voll und man bringt auf die Platte CD ein Gewicht P, so senkt sich CD und das Wasser in der Röhre steigt in die Höhe, bis die Druckhöhe h eine Größe erlangt, bei welcher Q $=$ P wird. Da sich die Druckhöhe leicht bemessen läßt, so kann man den Werth von Q leicht berechnen, und dadurch die Größe des Gewichtes P bestimmen, weßhalb dieser Apparat auch als Wage zu brauchen ist, nur wird er für diesen Zweck dahin

abgeändert, daß ABCD ein starkes cylindrisches Gefäß ist, in welchem ein Kolben wasserdicht auf und ab sich bewegen läßt; an der starken Kolbenstange befindet sich ein Bret, auf das der abzuwägende Körper gelegt wird. Ist p das Gewicht des unbelasteten Kolbens und GH = h die ihm entsprechende Druckhöhe, so ist

$$p = bhs.$$

Wird nun das Gewicht P aufgesetzt, wodurch eine Senkung des Kolbens bis MN und ein Steigen des Wassers in der Röhre bis E bewirkt wird, so ist, wenn man die neue Druckhöhe KE = H setzt:

$$P + p = bHs, \text{ mithin}$$
$$P = bs\,(H - h).$$

Setzt man HK = a, und GE = x, so ist $H = a + x + h$,

$$\text{mithin } P = bs\,(a + x).$$

Das cylindrische Volumen CDMN ist gleich dem ebenfalls cylindrischen Volumen GE, um das die Wassermenge in der Röhre vergrößert wurde; bezeichnen wir mit R und r die Halbmesser dieser beiden Cylinder, und berücksichtigen, daß CM = HK = a, so ist

$$\pi a R^2 = \pi r^2 x, \text{ und } a = \frac{r^2 x}{R^2},$$

$$\text{mithin } P = bs\left(\frac{r^2}{R^2} + 1\right)x.$$

Setzt man die constante Größe $bs\left(\frac{r^2}{R^2} + 1\right) = M$, so ist

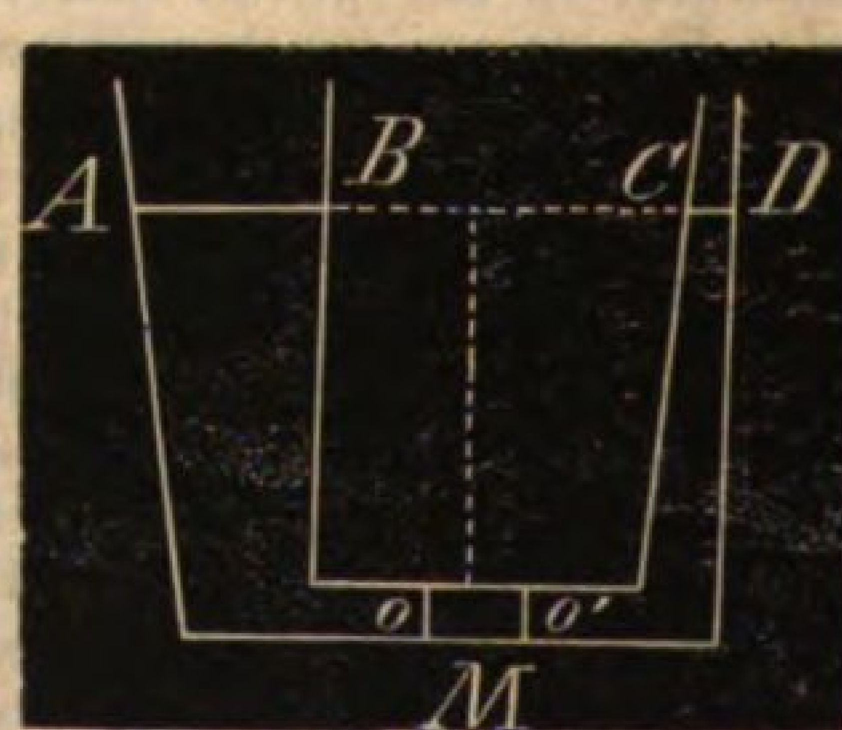
$$P = Mx,$$

wo M der Werth der den Kolben drückenden Belastung ist, wenn x = 1 Zoll, d. h. wenn das Wasser in der Röhre um 1 Zoll über G sich erhebt. Man kann daher den Werth von M auf dem Erfahrungswege ermitteln, und hat dann nur zu beobachten, um wie viele Zolle das Wasser sich über G bei einer anderen Belastung des Kolbens erhoben hat; wird M mit der Erhebung des Wassers über G multiplizirt, so hat man das Gewicht dieser Belastung gefunden.

§. 66. Gesetz für communicirende Gefäße.

a) **Wenn beide Arme mit der nämlichen Flüssigkeit gefüllt sind.** Denken wir uns zwei Arme, Fig. 51, eines Communikationsgefäßes von beliebiger Form jedoch nicht zu enge, durch einen engen Canal verbunden, in welchem ein kleiner leicht beweglicher, aber den Canal verschließender kurzer Cylinder M vorkommt, und es sei in beiden Armen die nämliche tropfbare Flüssigkeit bei gleicher Temperatur und im Zustande der Ruhe, so muß der Druck, mit welchem die in einem Arme befindliche Flüssigkeit auf das Cylinderchen M wirkt, dem Gegendrucke gleich sein, den die im andern Arme vorhandene Flüssigkeit darauf äußert. Bezeichnen wir mit h und h′ die Abstände der Schwerpunkte o und o′ der beiden Grundflächen des kleinen Cylinders vom Niveau, mit b die Größe einer Grundfläche, mit s das spezifische Gewicht der Flüssigkeit, so ist der Druck

Fig. 51.



auf einer Seite = bhs, auf der entgegengesetzten = bh′s; mithin ist, da bhs = bh′s,

$$h = h'$$

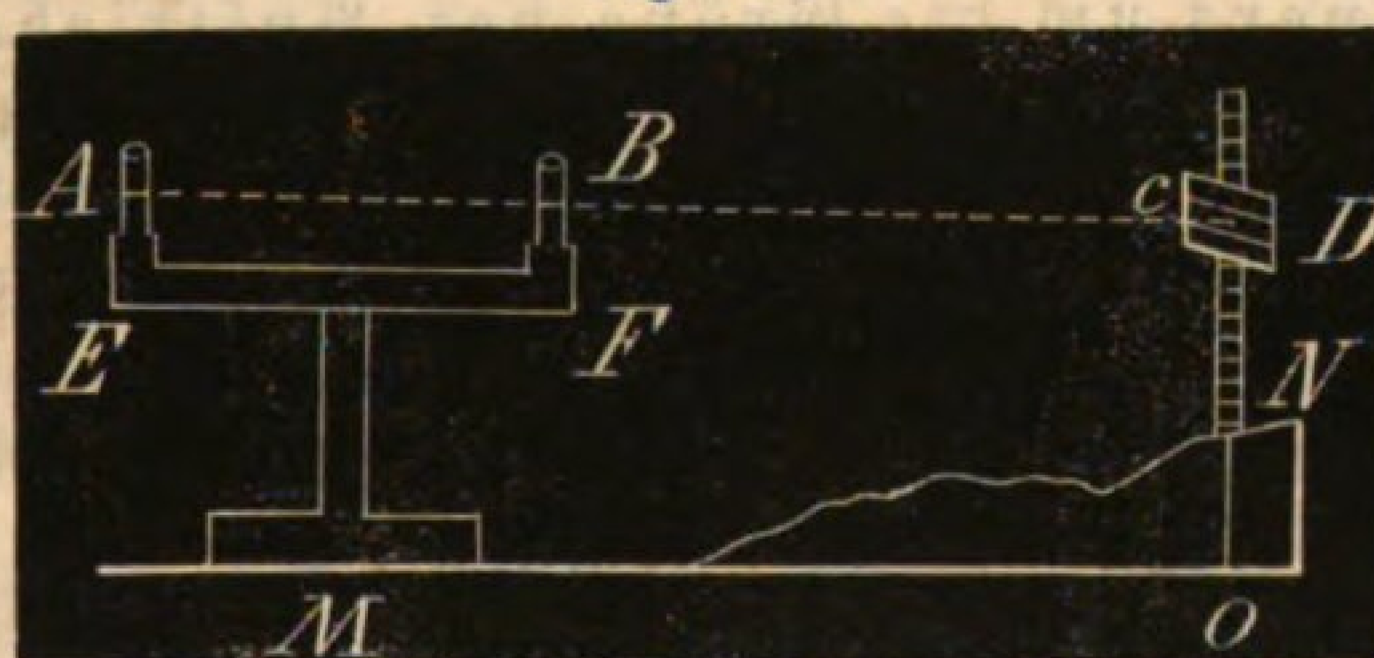
d. h. die Flüssigkeit steht in beiden Armen gleich hoch, und die freien Oberflächen liegen in derselben horizontalen Ebene, mögen übrigens die Arme des Communicationsgefäßes wie immer gestaltet, vertical oder schief gestellt, gerade oder gekrümmt sein; dieß findet auch dann statt, wenn M nicht da ist, sondern die Flüssigkeiten sich unmittelbar berühren.

b) **Wenn die in den Armen eines nicht engen Communicationsgefäßes befindlichen Flüssigkeiten ungleichartig, aber nicht mischbar sind**, so verhalten sich im Gleichgewichtszustande die Höhen der freien Oberflächen über der Berührungsfläche beider Flüssigkeiten umgekehrt, wie die specifischen Gewichte; denn sind s und s′ die specifischen Gewichte, so ist für das Gleichgewicht

$$b h s = b h' s', \text{ somit } h s = h' s' \text{ und}$$
$$h' : h' = s' : s'.$$

Auf dem Gesetze für communicirende Gefäße beruht die Einrichtung der sogenannten **Canalwage**, deren man sich bedient, um eine horizontale Ebene zu gewinnen, und darnach zu beurtheilen, um wie viel ein Ort höher liegt als ein anderer. Sie besteht aus einer geraden blechernen Röhre EF, Fig. 52, die auf einem Gestell M ruht und in deren aufwärts gebogenen Röhren gläserne Cylinder A und B eingekittet sind. Werden diese Röhren mit Wasser oder noch besser mit gefärbtem Weingeiste gefüllt, so liegen dessen Oberflächen A und B in beiden Armen in der nämlichen horizontalen Ebene AB. Stellt sich nun ein Beobachter in A auf und sieht längst der Ebene AB vorwärts nach einer an einem andern Orte N aufgestellten, in Zolle getheilten Latte, an der ein verschiebbares Bret so lange hinauf oder abwärts bewegt wird, bis ein horizontaler Strich CD, der an demselben so gezogen ist, daß er in der Ferne sichtbar wird, in die Ebene AB zu liegen kommt, so läßt sich dann leicht angeben, um wie viel Zolle die Orte M und N unter der horizontalen Ebene AB sich befinden, wodurch auch ihr Gefälle, d. i. der verticale Abstand NO beider Orte bekannt wird.

Fig. 52.



§. 67. Das Archimed'sche Prinzip. Es sei AB, Fig. 53, das Niveau einer tropfbaren Flüssigkeit, die in einem Gefäße eingeschlossen im Zustande des Gleichgewichts sich befindet; abc sei ein beliebig begränzter Theil derselben, von dem wir annehmen wollen, daß er ohne Veränderung seines Volumens fest werde. Da beim Festwerden die Schwerkräfte keine Aenderung erleiden und auch keine neue bewegende Kraft zuwächst, so kann dadurch der Zustand des Gleichgewichts in der Flüssigkeit nicht aufgehoben werden, sondern er muß fortbestehen; besteht aber das Gleichgewicht, so muß das Gewicht dieser Masse, das bekanntlich als eine im Schwerpunkte g derselben angebrachte Kraft vertical abwärts zieht, durch die Resultirende der Druckkräfte, mit welchen die Umgebung auf abc vermöge ihrer Schwere wirkt,

Fig. 53.



aufgehoben werden; was nur dann möglich ist, wenn letztere Resultirende dem Gewichte Q der Masse abc gleich und gerade entgegengesetzt ist, mithin wenn ihre Richtung vertical aufwärts durch den Schwerpunkt g der Masse abc geht. Man nennt diese Resultirende den **Auftrieb** oder die **Tragkraft** der Flüssigkeit.

Erscheint nun die Resultirende der auf abc wirkenden Druckkräfte als eine vertical aufwärts wirkende Kraft, so folgt, daß sich alle auf die Masse abc wirkenden horizontalen Druckkräfte gegenseitig aufheben, und von den vertical wirkenden diejenigen, welche die Masse abc an der untern Fläche aufwärts heben, stärker sind, als die, welche sie an der oberen Fläche nach abwärts drücken, wie leicht begreiflich wird, wenn man beachtet, daß z. B. von den beiden Theilchen o und n, die in derselben Verticalen om liegen, o mit einer Kraft, die der Druckhöhe om entspricht, vertical aufwärts gehoben, n hingegen nur mit einer der kleineren Druckhöhe mn entsprechenden Kraft nach abwärts gedrückt wird.

Dieselbe Einwirkung, welche die Masse abc von der Schwere der Umgebung erfährt, stellt sich bei jedem andern Körper ein, der an die Stelle von abc gesetzt wird; auf einen jeden in die Flüssigkeit eingetauchten Körper wirkt der Auftrieb so, daß das **Gewicht des Körpers um die Größe des Auftriebes, d. i. um das Gewicht der Flüssigkeit, die der eingetauchte Körper aus ihrer Stelle verdrängt, vermindert erscheint.**

Heißt P das absolute, S das specifische Gewicht, D die Dichte und V das Volumen eines eingetauchten frei beweglichen Körpers, s das specifische Gewicht, d die Dichte und v das Volumen der durch den Körper verdrängten Flüssigkeit, so ist

$$P = VS = VDg$$

die Kraft, welche den eingetauchten Körper vertical abwärts zieht, und

$$Q = vs = vdg$$

die Größe des Auftriebes, der den Körper vertical aufwärts hebt; erstere Kraft geht durch den Schwerpunkt des eingetauchten Körpers, letztere durch den der verdrängten Flüssigkeit, diese als starrer Körper gedacht. Diese beiden Kräfte werden

1. den eingetauchten Körper drehen, bis die beiden Schwerpunkte in dieselbe verticale Linie zu liegen kommen, wo dann die Richtungen der Kräfte einander gerade entgegengesetzt erscheinen.

2. Ist der Körper ganz eingetaucht, so ist $V = v$, mithin $Q = Vs = Vdg$; und nun kommt es darauf an, ob $D > d$, oder $D < d$ oder $D = d$; im ersten Falle ist
$P > Q$, im zweiten
$P < Q$, und im dritten
$P = Q$; demnach wird der eingetauchte Körper in der Flüssigkeit sinken, wenn seine Dichte größer, als die der Flüssigkeit ist; er wird in die Höhe steigen, wenn das Gegentheil stattfindet, und er wird an jeder Stelle in der Flüssigkeit sich ganz ruhig verhalten, wenn seine Dichte eben so groß ist, wie die der Flüssigkeit.

3. Steigt der ganz eingetauchte Körper in die Höhe, weil $Q > P$ ist, so kann dieß nur so lange stattfinden, bis er sich mit einem Theile seines Volumens über die freie Oberfläche erhoben hat, und nur so viel eingetaucht bleibt, daß der Auftrieb dem absoluten Gewichte des Körpers gleich, also

$$P = vs \text{ oder } VS = vs$$

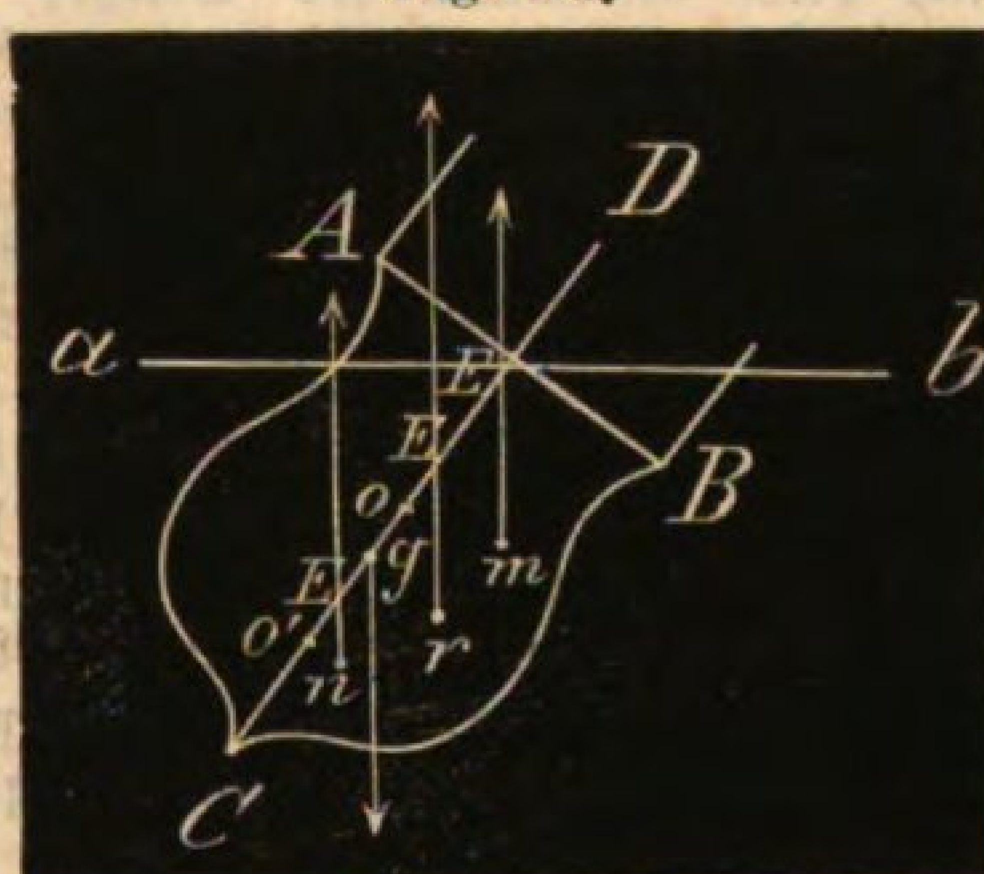
wird; demnach hat man für das Gleichgewicht eines schwimmenden nur zum Theile eingetauchten Körpers die Proportion:

$$V : v = s : S = d : D$$

d. h. das ganze Volumen des Körpers verhält sich zu dem Volumen des eingetauchten Theiles, wie die Dichte der Flüssigkeit zu der Dichte des Körpers.

4. Es sei ABC der verticale durch den Schwerpunkt gehende Durchschnitt eines ruhig schwimmenden Körpers, DC sei die verticale Linie, in welcher sowohl der Schwerpunkt g des Körpers als der Schwerpunkt o oder o′ der durch ihn verdrängten Flüssigkeit liegt; wird der Körper durch eine äußere Einwirkung in eine etwas geneigte Stellung versetzt, so kommt die Verticale DC Fig. 54, in eine schiefe Lage; das Volumen der verdrängten Flüssigkeit ändert sich nicht, da die Größe des Auftriebes dieselbe bleibt, allein die Gestalt desselben wird anders, indem die eine Hälfte der verdrängten Flüssigkeit vermindert, die andere dagegen in dem nämlichen Maße vergrößert erscheint; daher wird der Schwerpunkt dieser verdrängten Flüssigkeit gegen die vergrößerte Hälfte, z. B. nach m oder von o′ nach n oder r rücken, und die Richtungen der beiden gleichen Kräfte, die auf den schwimmenden Körper wirken, sind nicht mehr einander gerade entgegengesetzt, obwohl noch immer parallel; weßhalb diese Kräfte sich nicht mehr aufheben können, sondern eine drehende Bewegung hervorbringen, bei welcher entweder der obere Theil des schwimmenden Körpers durch den Auftrieb gehoben, während der untere durch die zweite Kraft nach unten gezogen und daher der Körper in die frühere verticale Lage zurückgeführt wird; oder es findet das Gegentheil Statt. Im ersten Falle ist das Gleichgewicht des schwimmenden Körpers stabil, im zweiten nur labil. Die verticale Linie, welche durch den Schwerpunkt der bei der geneigten Stellung durch den Körper verdrängten Flüssigkeit aufwärts gezogen wird, und die Richtung des Auftriebes bezeichnet, schneidet die CD in einem Punkte E, den man das **Metacentrum** zu nennen pflegt; es ist leicht einzusehen, daß in dem Falle, wo das Metacentrum über den Schwerpunkt des schwimmenden Körpers fällt, der Körper mit Stabilität schwimmt, dagegen sein Gleichgewicht nur ein labiles ist, wenn das Metacentrum unter dem Schwerpunkte g sich befindet. Der erste Fall findet Statt, wenn der Schwerpunkt g unter dem Schwerpunkte o

Fig. 54.



liegt; ist hingegen g über o, so kann das Gleichgewicht bald labil, bald stabil sein, wie aus der Figur ersichtlich ist.

König Hiero von Syracus trug dem berühmten Archimedes auf, zu untersuchen, ob die Krone, die er von einem Künstler verfertigen ließ, aus reinem Golde bestehe, oder mit einem noch schlechteren Metalle gemischt sei. Archimedes konnte lange kein Mittel finden, die ihm vorgelegte Aufgabe zu lösen, bis er einmal im Bade die Beobachtung machte, daß das Wasser in dem marmornen Becken, in dem er stand, sich genau in dem Maße erhob, in welchem er seinen Körper in das Wasser eintauchte. Plötzlich kam ihm der Gedanke, daß ein jeder feste Körper ein gleiches Volumen dieser Flüssigkeit verdrängen müsse. In dieser Ueberzeugung, das richtige Mittel zur Lösung der ihm vorgelegten Aufgabe gefunden zu haben, soll Archimedes aus dem Bade gesprungen und durch die Straßen von Syracus gerannt sein und dabei gerufen haben: ευρηκα ευρηκα (ich habe gefunden). Er verschaffte sich eine Masse Gold und eine Masse Silber, deren jede so viel wog, wie die Krone, und fand, daß das Gewicht des Wassers, das die Krone beim Eintauchen aus seiner Stelle verschob, größer war, als das durch die Goldmasse verdrängte, und kleiner als jenes, das durch die eingetauchte Silbermasse verdrängt wurde; dadurch war der Beweis geliefert, daß die Krone nicht aus reinem Golde bestand. — Dieß führte den großen Denker zur Entdeckung des nach ihm benannten Princips; auch war es Archimedes, der zuerst das Princip der gleichförmigen Fortpflanzung des auf einen Theil einer Flüssigkeit ausgeübten Druckes aufstellte, das aber bis zum Ende des Mittelalters unbenutzt geblieben, und als man es wieder aufgenommen hatte, lange nicht richtig aufgefaßt worden ist.

Die Schiffe sind oft mit Gegenständen beladen, z. B. mit Steinkohlen, die sich beim Ankommen des Schiffes nicht wohl abwägen lassen, deren Gewicht aber ermittelt werden muß; dieß wird möglich, wenn man den Rauminhalt kennt, zwischen der Grenze, bis zu der sich das leere Schiff im Wasser eintaucht, und dem durch eingebrannte Merkmale bezeichneten Querschnitte, bis zu welchem sich das beladene Schiff einsenken darf. Denn ist P das Gewicht und v der eingetauchte Volumtheil des leeren Schiffes, Q das Gewicht der Ladung und v' der eingesenkte Volumtheil des beladenen Schiffes, s das specifische Gewicht des Wassers, so hat man

$$P = vs \text{ und } P + Q = v's, \text{ mithin}$$
$$Q = (v' - v)\,s$$

d. h. man findet die Größe der Ladung, wenn man den erwähnten Rauminhalt mit dem Gewichte von einem Kubikfuß Wassers multiplicirt.

Um v' — v einmal für allemal zu bestimmen, belastet man das leere Schiff mit einem bekannten Gewichte q, bei dem es sich bis zur eingebrannten Marke einsenkt; dann ist

$$q = (v' - v)\,s, \text{ mithin } v' - v = \frac{q}{s}.$$

Man findet also den Rauminhalt v' — v, wenn man das bekannte Gewicht q mit dem Gewichte eines Kubikfußes Wasser dividirt.

Vermag ein Körper, dessen Gewicht = P ist, in zwei Flüssigkeiten von der Dichte d und d' zu schwimmen, und sind v und v' die Volumtheile desselben, die in der einen und der andern eingetaucht erscheinen, so hat man für den Gleichgewichtszustand

in der ersten Flüssigkeit $P = vdg$,
„ „ zweiten „ $P = v'd'g$,
mithin $vd = v'd'$ und $v : v' = d' : d$

d. h. die eingetauchten Volumtheile verhalten sich zu einander umgekehrt, wie die Dichten der Flüssigkeiten.

Wird ein Körper aus einer specifisch leichtern Flüssigkeit in eine specifisch schwerere versetzt, und er soll in der letzteren eben so tief einsinken, wie in der ersteren, so muß offenbar sein absolutes Gewicht vermehrt werden. Heißt P das absolute Gewicht des Körpers, wenn sein Volumtheil v in einer Flüssigkeit von der Dichte d eingetaucht ist, und P' jenes Gewicht, welches er haben muß, damit derselbe Volumtheil v in einer andern Flüssigkeit von der Dichte d' eingetaucht erscheine so ist, wenn der Körper in der ersten Flüssigkeit ruhig schwimmt, $P = vdg'$,
„ „ zweiten $P' = vd'g$,
mithin $P : P' = d : d'$

d. h. das Gewicht des schwimmenden Körpers muß in dem Maße vermehrt werden, in welchem die Dichte der Flüssigkeit, in die man ihn bringt, größer wird.

§. 68. Schwimmen der Körper in Flüssigkeiten von kleinerer Dichtigkeit. Bekanntlich kann man bewirken, daß ein Körper in einer Flüssigkeit schwimmt, obgleich seine Dichte die der Flüssigkeit übertrifft. und zwar dadurch, daß man ihn mit einem zweiten verbindet, dessen Dichte kleiner ist, als die der Flüssigkeit, oder daß man den Körper aushöhlt und dadurch bewirkt, daß er bei einem großen Volumen ein kleines absolutes Gewicht besitzt. Im ersten Falle hat man das Gewicht des minder dichten Körpers B zu ermitteln, dessen man bedarf, um durch Verbindung desselben mit dem Körper A, der dichter ist als die Flüssigkeit, zu bewirken, daß sich zwar beide ganz in der Flüssigkeit eintauchen, aber darin schweben bleiben. Es sei p das absolute, s das specifische Gewicht und v das Volumen des ersten Körpers. P, S, V seien dieselben Größen für den zweiten Körper, und σ das specifische Gewicht der Flüssigkeit, so hat man für das Gleichgewicht die Gleichung:

$$P + p = (V + v)\,\sigma$$

Da nun $V = \frac{P}{S}$ und $v = \frac{p}{s}$, so ist

$$P + p = \left(\frac{P}{S} + \frac{p}{s}\right)\sigma,$$

woraus man findet

$$P = \frac{Ps\,(S - \sigma)}{S\,(\sigma - s)} \quad (1)$$

Wird p größer genommen, als es sich aus der letzten Gleichung ergibt, so wird ein Volumtheil des Körpers A aus der Flüssigkeit hervorragen.

Im zweiten Falle kann z. B die Aufgabe zu lösen sein: Wenn aus einem Materiale von specifischem Gewichte s und der Dichte d eine hohle Kugel zu verfertigen ist, die sich in einer Flüssigkeit von specifischem Gewichte $= \sigma$ nur zur Hälfte eintaucht, wie muß sich der äußere Halbmesser R zum inneren Halbmesser r der Kugel verhalten?

Das Gewicht der hohlen Kugel ist $= \frac{4}{3}\pi\, s\,(R^3 - r^3)$, das Gewicht der durch die halbe Hohlkugel verdrängten Flüssigkeit ist $= \frac{2}{3}\pi R^3\sigma$; man hat also für den Gleichgewichtszustand

$$\frac{4}{3}\pi\, s\,(R^3 - r^3) = \frac{2}{3}\pi R^3\sigma,$$

woraus sich ergibt:

$$r = R\sqrt[3]{\frac{2s - \sigma}{2s}};$$

z. B. soll die Kugel aus Messingblech von der Dicke a, und dem specifischen Gewichte = 8σ verfertigt werden, so ist

$$r = (r + a) \sqrt[3]{\frac{15}{16}}$$

Nach wohl begründeten Schätzungen kann die mittlere Dichte gesunder erwachsener Männer (nach Valentin) gleich 1.066 angenommen werden, also nahe der Dichte des Blutes und der Muskel; da die Dichte des Fetts gleich 0.932 ist, so kann durch starke Fettablagerungen die Dichte eines Mannes vermindert und endlich der Dichte des Wassers = 1 gleich werden. Nach der Gleichung (1) läßt sich berechnen, daß der letzte Fall eintritt, wenn die abgelagerte Fettmenge 0.84 des ursprünglichen Körpergewichts beträgt.

Aus der Gleichung (1) berechnet man das Gewicht einer Korkschürze, deren ein Mensch von einem bestimmten Gewichte zum Schwimmen bedarf. Die Dichte des Korkholzes ist gleich 0.24.

§. 69. Bestimmung des specifischen Gewichts und der Dichte eines festen oder eines tropfbaren Körpers mittelst der hydrostatischen Wage. Das Verfahren beruht auf dem Archimedischen Princip, vermöge welchem ein in eine Flüssigkeit eingetauchter Körper einen scheinbaren Gewichtsverlust erleidet, der genau so viel beträgt, wie viel die Flüssigkeit wiegt, welche mit ihm dasselbe Volumen hat. Um diesen Gewichtsverlust irgend eines Körpers zu finden, wird dieser vermittelst eines feinen Platindrahtes oder eines Pferdhaares an das Häkchen der an kürzeren Fäden hängenden Wagschale einer hydrostatischen Wage aufgehängt; in die andere Wagschale legt man so viele Gewichte, als nöthig ist, damit die Zunge gehörig einspiele, und versenkt hierauf den ganzen Körper in die Flüssigkeit; letzteres geschieht durch Annäherung eines mit dieser Flüssigkeit gefüllten Gefäßes, das auf einem Träger steht, der sich heben und senken läßt. Die Wagschale, an welcher der eingetauchte Körper hängt, steigt wegen des eingetretenen Gewichtsverlustes sogleich in die Höhe; legt man nun in diese Wagschale Gewichte, bis die Zunge wieder gehörig einspielt, so geben diese den Gewichtsverlust an, den der Körper beim Eintauchen in die Flüssigkeit erlitten hat. — Hiebei darf man nicht unbemerkt lassen, daß auch der Gewichtsverlust, den das eingetauchte Stück des Drahtes erleidet, zu berücksichtigen, daher früher zu ermitteln und von dem vorhin bestimmten Gewichtsverluste abzuziehen ist. Um sich jedoch diese letztere Mühe zu ersparen, läßt man öfters von der kürzeren Wagschale ein Schälchen so tief herabhängen, daß es sich ganz in die Flüssigkeit eintaucht; der Körper wird nun einmal in die Wagschale, dann in das untere Schälchen gebracht, die Wage in beiden Fällen in das gehörige Gleichgewicht gesetzt, und der erlittene Gewichtsverlust auf die frühere Art bestimmt. — Das Schälchen muß aus einem Stoffe bestehen, der dichter ist als die Flüssigkeit, in die es eingetaucht wird; man bedient sich desselben insbesondere in den Fällen, wo der Gewichtsverlust eines Körpers zu ermitteln ist, der nur in Pulverform erscheint. Ist der Körper minder dicht als die Flüssigkeit, in die man ihn einsenkt, so bedient man sich einer federnden Klemme oder Zange von Metall, die den Körper festhält.

Der Körper dessen Gewichtsverlust in einer Flüssigkeit zu ermitteln ist, soll an der Oberfläche rein und nicht von einer andern Flüssigkeit benetzt sein; Luftbläschen,

die etwa daran hängen, müssen mittelst eines Glasstäbchens entfernt werden, weil sie das Gewicht vermindern; das starke Schwanken der Wage soll vermieden werden, damit sich nicht ein längeres Stück vom Drahte oder vom Haare eintauche und mit der Flüssigkeit benetzt erscheine.

1. **Um das specifische Gewicht einer tropfbaren Flüssigkeit zu finden**, gibt man einem festen Körper, der sich in dieser Flüssigkeit nicht auflöset, gewöhnlich einen Glaskörper eine vollkommen regelmäßige Form, bei welcher sein Volumen v sich genau angeben läßt, z. B. die Form eines Cylinders oder eines Würfels, und bestimmt hierauf den Gewichtsverlust $= q$, den er erleidet, wenn er in die Flüssigkeit, deren specifisches Gewicht man wissen will, ganz untergetaucht wird. Da der Gewichtsverlust

$$q = vs \text{ ist, so hat man } s = \frac{q}{v}$$

d. h. man findet das specifische Gewicht, wenn man den Gewichtsverlust durch das Volumen des eingetauchten Körpers dividirt. Ist $v = 1$, z. B. gleich einem Kubikzolle, so gibt der Gewichtsverlust unmittelbar das specifische Gewicht an.

Mittelst eines Würfels von der Größe eines Kubikzolls bestimmte Stampfer das specifische Gewicht des reinen destillirten Wassers für verschiedene Temperaturen, und erfuhr, daß es bei $+ 3^0$ R. am größten, mithin das Wasser am dichtesten ist. Nach Kopp hat das Wasser die größte Dichte bei $+ 3^0.28$ R.; Joule und Playfair fanden sie nach einem neuen Verfahren bei $+ 3^0.16$ R. $= 3.95$ C.

2. Wird die Dichte des Wassers bei 3^0 R. als Einheit angenommen, so bestimmt man die Dichte desselben für eine andere Temperatur von t^0 aus dem Verhältnisse der specifischen Gewichte, die das Wasser bei 3^0 und bei t^0 R. besitzt, weil bekanntlich die Dichtigkeiten sich genau so verhalten, wie die specifischen Gewichte. Da ein vollkommen genau gearbeiteter Cylinder oder Würfel uns nicht leicht zu Gebote steht, so bestimmt man die Dichte einer Flüssigkeit, die wir mit M bezeichnen wollen, auf folgende Weise: An das Häkchen der kürzeren Wagschale wird vermittelst eines feinen Platindrahtes ein kleiner Glaskörper von beliebiger Gestalt und von beliebigem Volumen v aufgehängt, und sein Gewichtsverlust bei 3^0 R. zuerst im Wasser, dann in der Flüssigkeit M genau bestimmt; heißt ersterer p und letzterer q, ist das specifische Gewicht des Wassers $= \sigma$, das der Flüssigkeit $= s$ und die Dichte derselben $= d$, so ist:

$$p = v\sigma, \text{ und } q = vs, \text{ mithin}$$

$$p : q = \sigma : s = 1 : d, \text{ und}$$

$$d = \frac{q}{p}$$

d. h. die Dichte einer Flüssigkeit bei 3^0 R. findet man, wenn man den Gewichtsverlust des Glaskörpers in dieser Flüssigkeit durch den im Wasser dividirt.

Wird die Bestimmung der Größen p und q bei einer Temperatur von t^0 vorgenommen, und sind d und δ die dieser Temperatur entsprechenden Dichtigkeiten der Flüssigkeit M und des Wassers, so hat man:

$$p : q = \delta : d, \text{ mithin } d = \frac{q}{p} . \delta.$$

Man muß also den Quotienten $\frac{q}{p}$ noch mit der Dichte des Wassers bei t^0 R. multipliciren. Deßhalb ist die Kenntniß der Dichte des Wassers für Temperaturen über 0^0 R. nothwendig. Professor Stampfer bestimmte die Dichte des Wassers mit großer Genauigkeit von — 3^0 bis + 32^0 R.

In einer Flüssigkeit, die dichter ist als das Glas, wie z. B. Quecksilber, wird sich der Glaskörper nicht eintauchen, weßhalb man einen andern nehmen muß, der darin einsinken kann. — Würde die Flüssigkeit M den Glaskörper angreifen, wie z. B. die Flußspathsäure, so nimmt man statt seiner einen andern, bei dem dieser Fall nicht eintritt; man nimmt z. B. eine Bleimasse.

3. Das specifische Gewicht eines festen Körpers N wird gefunden, wenn man zuerst sein absolutes Gewicht = p, und hierauf seinen Gewichtsverlust q in irgend einer Flüssigkeit, die ihn nicht aufzulösen vermag, mit aller Sorgfalt bestimmt. Heißt v das Volumen, s das specifische Gewicht, d die Dichte des Körpers N, s' das specifische Gewicht, und d' die Dichte der Flüssigkeit, in die man den Körper N ganz untertaucht, so ist

$$p = vs \text{ und } q = vs'$$

mithin $$p : q = s : s' \text{ und } s = \frac{p}{q} . s';$$

ferner, da $s : s' = d : d'$, so ist

auch $$d = \frac{p}{q} . d'.$$

Bestimmt man den Gewichtsverlust q wie gewöhnlich im Wasser bei 3^0 R., so ist $d' = 1$, und

$$d = \frac{p}{q}$$

d. h. man bestimmt die Dichte des festen Körpers, wenn man sein absolutes Gewicht durch seinen Gewichtsverlust im Wasser bei 3^0 R. dividirt: Man hat dann

$$s = ds'$$

d. h. das specifische Gewicht dieses Körpers, oder das Gewicht einer Volumseinheit desselben ergibt sich, wenn man die Dichte desselben mit dem specifischem Gewichte des Wassers bei 3^0 R. multiplicirt.

Wäre der Körper N im Wasser löslich, wie z. B. Glaubersalz, so muß man den Gewichtsverlust q in einer Flüssigkeit z. B. Alkohol oder Oel, von bekannter Dichte d' bestimmen, in welcher er sich nicht auflösen kann, und dann die Dichte nach der Formel $d = \frac{p}{q} . d'$ berechnen.

Das specifische Gewicht der pulverförmigen und der stark porösen Körper wird am genauesten mittelst Apparate bestimmt, deren Anwendung auf dem Mariottischen Gesetze beruht, und die wir später kennen lernen werden.

Nach Raimondi wird die Dichte eines festen Körpers vom Gewichte P bestimmt, wenn man ein Gefäß, gefüllt mit einer Flüssigkeit von kleinerer Dichtigkeit, auf eine Wagschale A stellt, es durch ein Taragewicht in der andern Wagschale B

äquilibrirt, hierauf den Körper in die Flüssigkeit einsenkt und in die Wagschale B das Gewicht P legt; das Gleichgewicht erscheint gestört, da der eingetauchte Körper einen Gewichtsverlust erleidet; hat man letzteren $=$ p gefunden, so ist, falls das Gefäß mit Wasser gefüllt war, die Dichte $= \frac{P}{p}$.

§. 70. Bestimmung der Dichtigkeit flüssiger Körper mittelst der Aräometer; Scalenaräometer. Die Möglichkeit, die Dichtigkeit einer Flüssigkeit mittelst der Scalenaräometer zu bestimmen, beruht auf dem früher bewiesenen Gesetze der schwimmenden Körper, daß das Verhältniß der Volumen V und V′ der untergetauchten Theile eines schwimmenden Körpers, der in verschiedene Flüssigkeiten gebracht wird, dem umgekehrten Verhältnisse der Dichtigkeiten dieser Flüssigkeiten proportional ist. Ist d die Dichte einer Flüssigkeit im Verhältnisse zur Dichte des Wassers bei der Temperatur von $+ 12^0$ oder $+ 14^0$ R., bei welcher die Aräometer gewöhnlich gebraucht werden, so hat man

$$V' : V = 1 : d, \text{ und } d = \frac{V}{V'} \;(1)\quad V' = \frac{V}{d} \;(2)$$

ferner $V' - V : V = 1 - d : d$ und

$$V' - V = V\,\frac{(1-d)}{d} \;(3)$$

1. Das einfachste Scalenaräometer ist das **Volumeter von Gay-Lussac**, eines für Flüssigkeiten, deren Dichte kleiner ist als die des Wassers, und ein anderes für solche, deren Dichte die des Wassers übertrifft. Die Scala des ersten wird auf die Art verfertigt, daß man in die cylindrische Spindel ab, Fig. 55, einen Papierstreifen hineinstellt, dessen Gewicht demjenigen, auf dem die Scala verzeichnet wird, vollkommen gleich ist; man bringt dann das Instrument in's reine Wasser von $+ 12^0$ R. (oder $+ 14^0$ R.) und läßt so viel Bleischrott in den untersten Raum fallen, daß die Einsenkung bis zum Punkte a geschieht, der nun den untersten Theilstrich der Scala bildet. Man denkt sich das eingetauchte Volumen aB in 100 gleiche Theile getheilt, deren jeder $=$ v ist, und stellt nun das Instrument in eine Flüssigkeit von bekannter Dichte, z. B. in eine Mischung von Weingeist und Wasser von der Dichte $= 0.8$, und markirt den Punkt c, bis zu dem das Instrument in dieser Flüssigkeit einsinkt; aus der Gleichung (2) findet man das eingetauchte Volumen.

Fig. 55.



$$Bc = \frac{100\ v}{0{\cdot}8} = 125\ v,$$

mithin beträgt das cylindrische Volumen ac 25 Volumtheile von der Größe v. Man theilt nun ac in 25 gleiche Theile, setzt die Theilung fort, so lange es die Spindel gestattet, schreibt beim Wasserpunkte a die Zahl 100 und zählt von da aufwärts, so hat man ein Volumeter, mittelst welchem man die Dichte einer Flüssigkeit bestimmt, wenn man untersucht, bis zum wievielten Theilstriche das Instrument in dieser Flüssigkeit einsinkt, und dann die Dichte

nach der Gleichung (1) berechnet. Sinkt es z. B. bis 120, so ist die Dichte

$$d = \frac{100\ v}{120\ v} = \frac{100}{120} = 0.833.$$

Das Volumeter für Flüssigkeiten, die dichter sind als das Wasser, wird graduirt, wenn man soviel Schrottkörner hineinbringt, daß der Wasserpunkt b der höchste Punkt der Scala wird, worauf man das Instrument in eine Flüssigkeit von bekannter Dichte, z. B. eine Mischung von Wasser und Schwefelsäure von der Dichte 1.25 einstellt, und den Punkt anmerkt, bis zu dem sich das Instrument darin eintaucht, z. B. bis m; dann ist, wenn Bb gleich 100 v gesetzt wird, nach (2)

$$B m = \frac{100\ v}{1.25} = 80\ v,$$

mithin ist b m = 20 v; b m wird daher in 20 gleiche Theile getheilt, und die Theilung nach abwärts fortgesetzt. Bei b schreibt man 100 und zählt in abnehmender Ordnung abwärts, soweit die Theilstriche gehen. Die Berechnung der Dichte einer Flüssigkeit geschieht wieder wie vorhin nach der Gleichung (1).

2. Ein Aräometer soll auch empfindlich, d. h. so beschaffen sein daß selbst geringe Unterschiede in der Dichtigkeit bemerkbar werden, was offenbar nur dann möglich ist, wenn der Abstand zweier Theilstriche, er sei = l, hinreichend groß ist. Es sei V′ das untergetauchte Volumen des Aräometers in einer Flüssigkeit von der Dichte d, und V″ dasjenige, das in der Flüssigkeit von der Dichte d′ untergetaucht erscheint, so ist nach der Gleichung (3).

$$V' - V = V\,\frac{(1-d)}{d} \text{ und } V'' - V = V\,\frac{(1-d')}{d'}$$

mithin
$$V' - V'' = V\left(\frac{1-d}{d} - \frac{(1-d')}{d'}\right) \text{ oder}$$

$$V' - V'' = V\left(\frac{d' - d}{d\,d'}\right)$$

Bezeichnet nun (V′ — V″) das zwischen zwei Theilstrichen der Scala befindliche Volumen, das ein Cylinder ist, dessen Halbmesser r dem der Spindel gleich ist, so hat man

$$V' - V'' = \pi r^2 l, \text{ mithin}$$

$$l = \frac{V}{\pi r^2}\left(\frac{d' - d}{d\,d'}\right)$$

woraus ersichtlich wird, daß das Instrument für dieselbe Aenderung in der Dichte desto empfindlicher wird, je größer das Volumen des im Wasser untergetauchten Theils des Instrumentes, je kleiner der Durchmesser der Spindel und je kleiner die Dichte der Flüssigkeiten ist, für die man es bestimmt; indem das Product d d′ desto kleiner wird, je kleiner d und d′ ist. Daher ist ein Aräometer für geringere Dichten empfindlicher, als für größere.

Beträgt z. B. $d' - d = \frac{1}{10}$, und es ist $d = 0{\cdot}9$, $d' = 0.8$, so ist $dd' = 0.72$; hingegen, wenn $d = 0.8$ und $d' = 0.7$, so ist $dd' = 0.56$, also kleiner als früher.

3. Die Verfertigung der Scala, welche unmittelbar die Dichtigkeit der Flüssigkeit, in die das Instrument gebracht wird, angibt, beruht bei der Methode von Brisson auf dem Lehrsatze, daß bei einem Körper, der in zwei verschiedenen Flüssigkeiten von der Dichte d und d′ gleich tief einsinken soll, das Gewicht dergestalt geändert werden muß, daß es stets eben so zunimmt, wie die Dichte der Flüssigkeit; sind p und p′ die Gewichte des Körpers, wenn das Volumen des eingetauchten Theils in beiden Flüssigkeiten gleich v ist, so ist

$$p : p' = d : d'$$

Man zieht auf einem feinen rechteckigen Papierstreifen, der so lang ist als die künftige Scala, recht nahe bei einander parallele Linien, bezeichnet den untersten mit 0, den fünften mit 5, den zehnten mit 10 u. s. f., rollt den Streifen zusammen, schiebt ihn in die Röhre des Aräometers ein, und befestigt ihn darin am oberen Ende mittelst eines kleinen Tropfen Siegellack, worauf man das Instrument in's reine Wasser bringt, und es, nachdem man den Wasserpunkt so wie bei dem Volumeter festgesetzt hat, an die Wagschale der hydrostatischen Wage, die an kürzeren Drähten hängt, befestigt; man bestimmt nun sein Gewicht = p, welches man sein Normalgewicht nennt, und hebt das darunter gestellte Gefäß mit Wasser in die Höhe, bis das Instrument zum Wasserpunkte eingesenkt erscheint, wo sein Gewicht vom Wasser getragen wird, und daher die Lage des Wagbalkens horizontal bleibt, wenn man von der anderen Wagschale das Gewicht p, wegnimmt. Man berechnet nun das Gewicht q, welches das Instrument haben müßte, damit es im Wasser eben so tief, als bei seinem Normalgewichte in einer Flüssigkeit von der Dichte d einsinke, und zwar aus folgender Proportion:

$$p : q = d : 1, \text{ und}$$

$$q - p : p = 1 - d : d, \text{ mithin}$$

$$q - p = p\left(\frac{1 - d}{d}\right) \quad (4)$$

Für eine zweite Flüssigkeit von der Dichte d′ findet man

$$q' - p = p\left(\frac{1 - d'}{d'}\right) \quad (5)$$

$$\text{mithin } q' - q = p\left(\frac{d - d'}{dd'}\right) \quad (6)$$

Die Gleichung (4) gibt die Größe der Gewichtsänderung an, und macht ersichtlich, daß wenn $1 > d$, auch $q > p$, dagegen $q < p$, sobald $1 < d$ ist, d. h. für Flüssigkeiten, die weniger dicht sind als das Wasser, muß das Gewicht des Instruments vermehrt, für solche, deren Dichte größer ist, als die des Wassers, muß es vermindert werden.

Die Gleichung (6) gibt die Größe der Gewichtsänderung für eine bestimmte Differenz der Dichte zweier Flüssigkeiten an. Hat man die Größe der nöthigen Gewichtsänderung berechnet, so wird ein ihr

gleiches Gewicht in dem Falle, wo das Normalgewicht des Aräometers vermehrt werden muß, in die Wagschale, an der es hängt, gelegt, in dem andern aber, wo eine Verminderung des Normalgewichts erforderlich ist, in die andere Wagschale gebracht; in beiden Fällen aber das Gefäß mit Wasser gehoben oder gesenkt, bis der Wagbalken genau seine horizontale Stellung angenommen hat, und daher die Zunge gehörig einspielt.

Gewöhnlich berechnet man die Gewichtsänderung für den Unterschied in der Dichtigkeit = 0.1 nach der Formel (6), indem man $d = 1$, $d' = 0.9$, dann $d = 0.9$ und $d' = 0.8$ annimmt; hierauf setzt man $d = 0.8$ und $d' = 0.7$ u. s. f., so findet man die parallelen Linien an der vorläufigen Scala des Aräometers, bis zu denen es sich bei seinem Normalgewichte in den Flüssigkeiten eintaucht, deren Dichtigkeiten

1 , 0.9 , 0.8 , 0.7 ...

sind. Man muß bei Bestimmung dieser Scalenpunkte die Schwankungen des Instruments, so wie eine zu große Annäherung desselben an die Gefäßwände vermeiden, die Luftblasen, die sich anhängen, entfernen, und Sorge tragen, daß sich das Instrument nicht tiefer eintauche, als es sein jedesmaliges Gewicht erheischt.

Auf gleiche Weise lassen sich die Einsenkungspunkte für Flüssigkeiten, deren Dichte z. B. gleich ist

1 , 1.1 , 1.2 , 1.3 , 1.4 ....

ermitteln. In diesem Falle bildet der Wasserpunkt den obersten Theilstrich.

Der Abstand zwischen je zwei auf die angegebene Weise bestimmten Scalapunkten wird nach der Methode von Schmid in 10 Theile getheilt, wodurch man zwischen 1 und 0.9 die Punkte der Scala für die Dichten

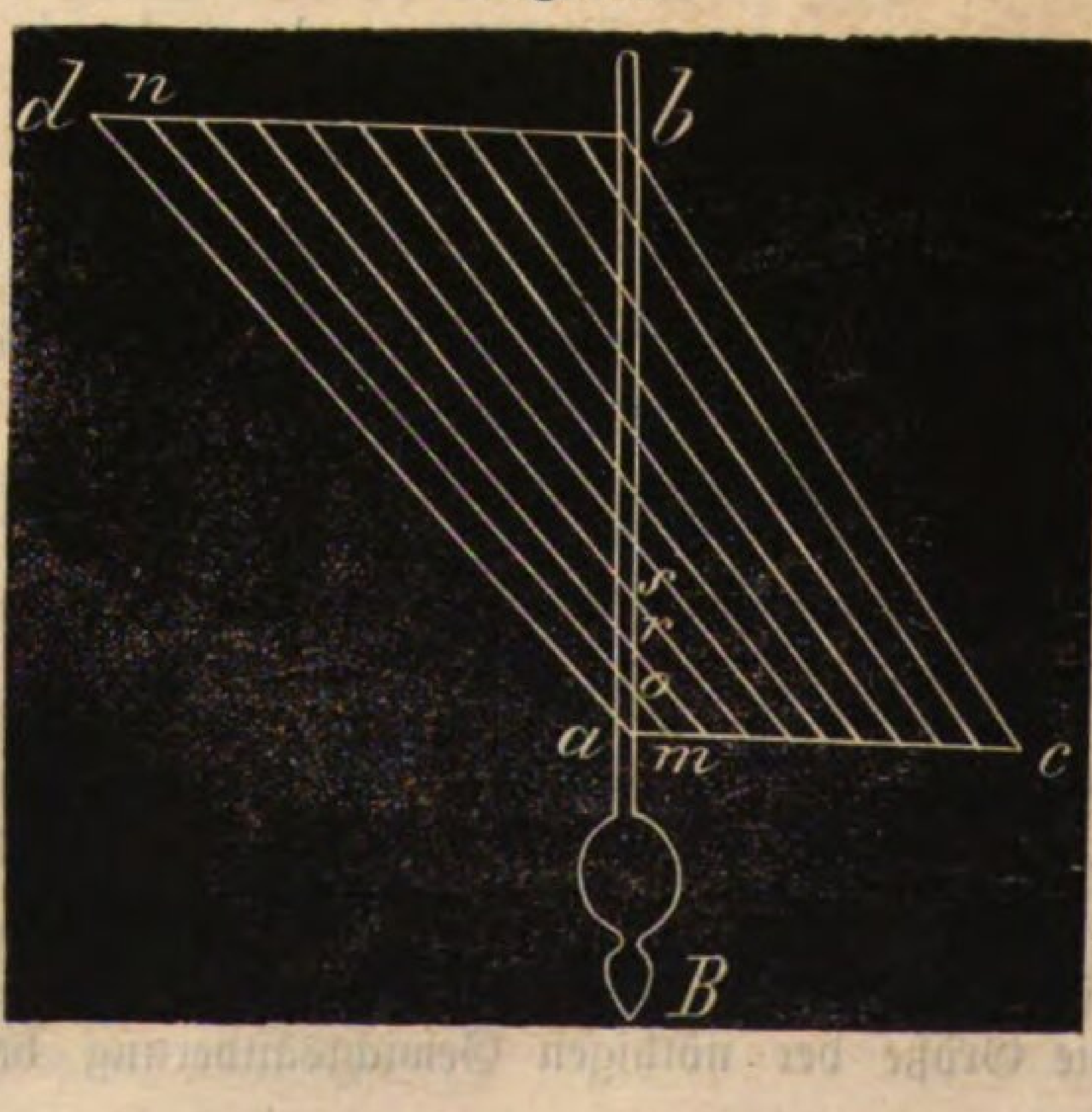
1 , 0.99 , 0.98 , 0.97 ..... bis 0.90

und zwischen 0.9 und 0.8 für die Dichten

0.90 , 0.89 , 0.88 , 0.87 ... bis 0.80

bestimmt u. s. f.

Fig. 56.



Das Schmid'sche Verfahren besteht in Folgendem: Man trägt auf eine verticale Linie die Abstände der bereits nach Brisson's Methode ermittelten Scalenpunkte auf; es sei z. B. a, Fig. 56, der Wasserpunkt, und b der für die Dichte 0.9; man errichte in a und b die Senkrechten a c und b d, eine rechts, die andere links, und nehme ihre Längen so, daß sie sich zu einander eben so verhalten, wie die Gewichte p und q des Aräometers, wenn es sich

im Wasser bis zu den Punkten a und b eintaucht, mithin umgekehrt wie die Dichten; es ist also ac : bd = 0·9 : 1. Man theilt beide Senkrechten in 10 gleiche Theile und verbinde die Theilungspunkte in der Art, wie die Figur anzeigt, so wird ab durch die Verbindungslinien auch in 10 Punkten durchgeschnitten, und die Durchschnittspunkte sind die gesuchten Scalenpunkte.

Denn sind d und d' die Dichten, welche den Scalenpunkten a und b angehören, und man macht

$$ac : bd = d' : d, \text{ daher } ac = \frac{d'}{d}\, bd,$$

setzt allgemein $am = \frac{ac}{10} \cdot x$, worin x angibt, wie viel Zehntel von ac zwischen a und m enthalten sind, so ist auch $da = \frac{bd}{10}\, x$,

$$\text{mithin} \quad bn = \frac{bd}{10}\,(10 - x)$$

und $ao : bo = am : bn = ac \cdot x : bd\,(10 - x)$,

oder $ao : bo = d'x : d\,(10 - x)$, mithin

$ao + bo : ao = 10d - (d - d')\,x : d'x$, daher

$$ao = \frac{d'x \cdot ab}{10\,d - (d - d')\,x}.$$

Ferner da

$$Bb : Ba = d : d', \text{ daher } ab : Ba = d - d' : d'$$

und $d' \cdot ab = (d - d')\,Ba$,

so ist $ao = \frac{(d - d')\,x.\,Ba}{10d - (d - d')\,x}$, woraus folgt:

$$ao : Ba = (d - d')\,x : 10\,d - (d - d')\,x, \text{ und}$$

$$Ba + ao : Ba = 10d : 10\,d - (d - d')\,x, \text{ mithin}$$

wenn $d - d' = 0.1$ angenommen wird,

$$Bo : Ba = d : \frac{100\,d - x}{100}.$$

Wäre $d = 1$, so hat man

$$Bo : Ba = 1 : \frac{100 - x}{100};$$

ist nun $x = 1, 2, 3 \ldots.$, so wird

$$\frac{100 - x}{100} = 0.99,\ 0.98,\ 0.97 \ldots..$$

das heißt, zählt man die zwischen a und b fallenden Theilungspunkte von a nach b, so entspricht dem ersten die Dichte 0.99, dem zweiten die Dichte 0.98 u. s. f.

Zuletzt nimmt man die vorläufige Scala heraus, und verzeichnet auf einem andern Papierstreifen von ganz gleicher Länge, Breite, gleichem Gewicht zuerst die nach Brisson's Methode ermittelten Punkte und dann die nach der zweiten Methode gefundenen Unterabtheilungen genau in den Abständen, in welchen sie sich befinden müssen: setzt bei jedem Punkte die zugehörige Dichtigkeit an, rollt den Streifen zusammen, und befestigt ihn an der Röhre des Aräometers genau an derselben Stelle, wo sich der frühere vorfand, mittelst des zurückgebliebenen Siegellackstückchens, worauf die Röhre zugeschmolzen wird.

Die Dichtigkeiten, welche den einzelnen Graden einer Beaumé'schen Scala entsprechen lassen sich leicht finden, wenn man das Gewicht q des Aräometers ermittelt,

welches es haben muß, damit es im reinen Wasser bis zu einem bestimmten Beaumé'schen Grade einsinke; ist p das Normalgewicht, bei dem es sich in einer Flüssigkeit von der Dichte d bis zu demselben Punkte eintauchen würde, so hat man

$$p : q = d : 1, \text{ und } d = \frac{p}{q}.$$

Procent-Aräometer geben den in einer Flüssigkeit vorkommenden Procentgehalt an einer bestimmten Substanz an; doch muß stets beachtet werden, ob sie Volums- oder Gewichtsprocente angeben. Dazu gehören das Alcoholometer von Tralles, welches in Deutschland und in Oesterreich gesetzlich eingeführt ist, und das von Gay-Lussac, welches in Frankreich gebraucht wird; beide geben an, wie viel Maß Alcohol in 100 Maß einer Mischung von Alcohol und Wasser enthalten sind, aber bei dem ersten wird die Dichte des reinen Alcohols = 0.7939 und beim zweiten = 0.7947 angenommen; ferner ist die Scala bei dem von Tralles für die Temperatur von + 60° F. = + 12°.44 R., bei dem anderen für die von 12° R. eingerichtet. Die Scala eines Procent-Aräometers wird gebildet, indem man seine Einsenkung in bekannten Mischungen beobachtet und anmerkt; sie läßt sich nicht durch Rechnung finden, weil die Vereinigung zweier Stoffe oft von einer Concentration begleitet ist, vermöge welcher das Volumen der Mischung kleiner ist als die Summe der Volumen der Bestandtheile. — An den Alcoholometern von Greiner gibt ein Thermometer die Temperatur an, und ist so eingerichtet, daß es bei der Normaltemperatur des Instruments auf Null steht, und die von den Theilstrichen befindlichen Zahlen über und unter Null geben an wie viel Procent von der Angabe des Instruments abzuziehen oder derselben hinzufügen sind, wenn das Thermometer eine höhere oder niedere Temperatur anzeigt.

Ein von Richter construirtes Alcoholometer gibt Gewichtsprocente bei 14°.4 R. Die Güte von Flüssigkeiten, die aus mehreren Stoffen zusammengesetzt sind, wie die von Wein, Bier, Milch, läßt sich nach den Angaben der Aräometer nicht richtig beurtheilen. Die Güte des Biers wird nach Steinheil erkannt, indem man den Alcoholgehalt aus dem Brechungsvermögen des Biers bestimmt, und den Extractgehalt (Zucker, Caramel, Dextrin und Gährungsextractivstoff) aus dem specifischen Gewichte bestimmt.

Hieher gehört auch ein Densimeter von Rousseau zur Abwägung kleiner Mengen von Flüssigkeiten, insbesondere bei physiologischen Untersuchungen; es hat die Form eines Volumeters, ist jedoch am oberen Ende der cylindrischen Spindel mit einem kleinen Gefäße versehen zur Aufnahme der Flüssigkeit, die man abwägen will. An diesem Gefäße ist mit einem Striche b die Höhe bezeichnet, bis zu der darin ein Cubikcentimeter einer Flüssigkeit reicht. Man sorgt dafür, daß sich das Instrument im reinen Wasser bis zum Punkte a eintaucht, belastet es dann mit dem Gewichte eines Gramms oder gießt in das Gefäß so viel Wasser, daß es bis b reicht; den Punkt m, bis zu dem es sich nun einsenkt, bezeichnet man mit 20, theilt am in 20 gleiche Theile, und setzt die Theilung fort, so weit es die Spindel gestattet. Jeder Strich entspricht einer Belastung von $\frac{1}{20}$ Gramm. Will man die Dichtigkeit einer Flüssigkeit erfahren, so füllt man damit das obere Gefäß bis b, und sieht, bis zu welchem Theilstriche das Instrument im Wasser einsinkt; ist es der 21ste, so ist das Gewicht von einem Cubikcentimeter der Flüssigkeit $= 21 \times \frac{1}{20} = 1{\cdot}05$ Gramm; also auch die Dichte = 1·05, wenn die des Wassers = 1 gesetzt wird.

Fig. 57.



Bei den Gewichtsaräometern von Nicholson und Mohs deren Einrichtung aus der Experimentalphysik bekannt ist, kommt alles auf eine genaue Bestimmung der Gewichte an, bei denen sich das Instrument bis zu einer bestimmten Marke eintaucht; die Dichte kann dann mit Genauigkeit ermittelt werden, jedoch ist das Verfahren zu umständlich, und wird nur in Ermangelung einer genauen Wage angewendet.

Ein geringes Uebergewicht bewirkt, daß der Hals des Instruments tiefer einsinkt, und zwar bei derselben Größe des Uebergewichts desto tiefer und folglich desto bemerkbarer, je dünner der Hals ist, wie es sich genauer aus Folgendem ergibt. Sinkt das Instrument im Wasser bei dem Gewichte P + p bis zur Marke a, und bis zum Punke b, wenn das Gewicht P + p + q wird, so ist offenbar das Zuleggewichtchen q gleich dem Gewichte des Wassers, welches durch das cylindrische Halsstück ab von der Länge l und der Dicke d verdrängt wird; mithin ist

$$q = \frac{\pi d^2}{4} ls \text{ und } l = \frac{4q}{\pi d^2 s}$$

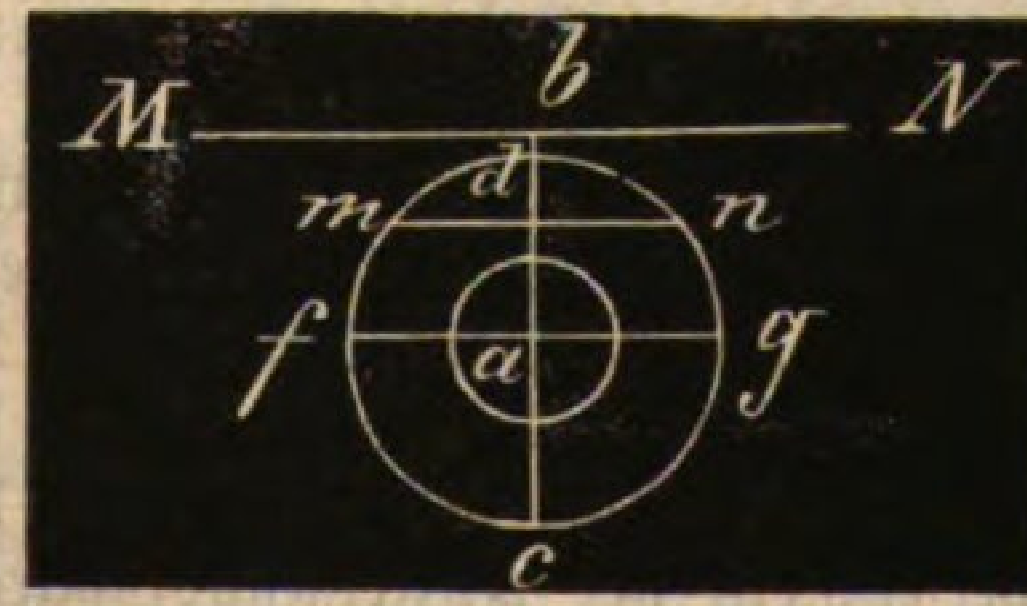
woraus ersichtlich wird, daß bei demselben Werthe von q die Größe l desto größer wird, je kleiner d, also je dünner der Hals ist. Hat das Instrument einen dicken Hals, so ist der Einfluß eines geringen Uebergewichts nicht bemerkbar, und daher eine genaue Berechnung der Dichte nicht möglich; demnach sind nur Gewichtsaräometer mit sehr dünnem Halse brauchbar.

Metallene Gewichtsaräometer darf man nicht mit fetten Händen anfassen, und soll sehen ob nicht Löcher an Löthstellen vorkommen, durch welche das Wasser eindringen und das Gewicht des Instruments vermehren würde. Von letzterem Umstande überzeugt man sich leicht, wenn man das Instrument in's Wasser stellt, und sieht, ob es darin tiefer sinkt oder nicht.

§. 71. Wirkungen, erzeugt in einer tropfbaren Flüssigkeit durch die ihr eigenthümlichen Molecularkräfte. Die Molecüle einer Flüssigkeit stehen so weit von einander ab, daß die Verschiedenheit in der Stärke der Anziehung, die sie im Inneren auf einander in verschiedenen Richtungen äußern, gänzlich aufhört. Der ganze um ein Molecül befindliche Raum, in welchem die ihm zukommenden Molecülarkräfte ihre Wirksamkeit äußern, stellt sich, da die Stärke derselben gleichmäßig nach allen Richtungen bis zu einem gewissen Abstande abnimmt, als eine Kugel dar, deren Mittelpunkt das wirksame Molecül (Centralmolecül) bildet, und die man seine Wirkungssphäre nennt. Da die Wirksamkeit der abstoßenden Kraft rascher abnimmt, und daher früher verschwindet, als die der anziehenden, so ist für jedes Molecül die Wirkungssphäre der abstoßenden Kraft kleiner, als die der anziehenden; erstere nennt man kurzweg Abstoßungs-, letztere Anziehungssphäre. Zwischen den Kräften, die den Molecülen einer und derselben Flüssigkeit eigenthümlich sind, besteht kein Unterschied, daher nimmt man sämmtliche Wirkungssphären gleich groß an.

Nehmen wir zuerst ein Molecül a, Fig. 58, an, dessen Abstand ab von dem Niveau MN größer ist als ad, d. i. der Halbmesser der Anziehungssphäre, die wir durch eine zu MN parallele Ebene fg in zwei gleiche Hälften wollen getheilt denken; das Molecül a kann nur von den Molecülen, die innerhalb der Anziehungssphäre liegen, angezogen werden; die außerhalb dieser Sphäre liegenden sind rücksichtlich des Molecüls a als unwirksam zu betrachten, da ihr Ab-

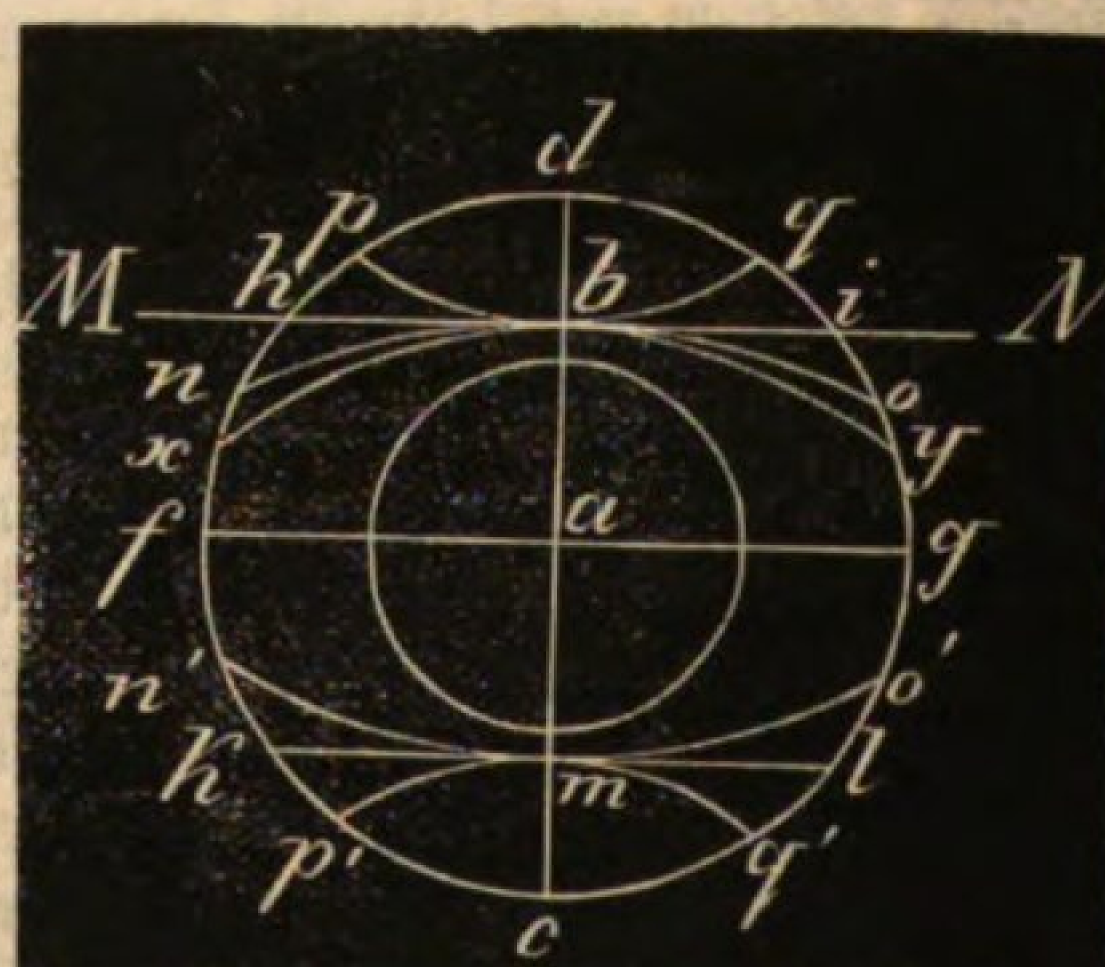
Fig. 58.



stand von a den Halbmesser ihrer Wirkungssphäre übersteigt. Die Anziehungen, welche die Molecüle der unteren Hälfte der Anziehungssphäre auf a äußern, lassen sich offenbar auf eine Resultirende R reduciren, deren Richtung mit dem auf der Ebene fg senkrecht stehenden Halbmesser ac zusammenfällt, da dieser die Linie bildet, um welche herum die Molecüle vollkommen symmetrisch gelagert sind. Eben so lassen sich die Anziehungskräfte, mit welchen die Molecüle der oberen Hälfte der Anziehungssphäre auf a wirken, auf eine Resultirende R′ bringen, die das Molecül a nach aufwärts in einer Richtung zieht, die in die Verlängerung von ac, nämlich in die Gerade ab fällt; da wegen der gleichförmigen Dichte der Flüssigkeit die obere Halbkugel eben so viele Molecüle enthält, wie die untere, so sind R und R′ nicht bloß einander gerade entgegengesetzt, sondern auch der Stärke nach einander gleich, und heben sich gegenseitig auf. Hieraus wird ersichtlich, daß das Molecül a und so jedes andere, dessen Abstand von der Oberfläche größer ist, als der Halbmesser der Anziehungssphäre sich so verhält, als wenn es von den benachbarten Molecülen gar nicht angezogen würde. — Auf dieselbe Art läßt sich zeigen, daß die Resultirende der abstoßenden Kräfte, welche die Molecüle der untern Hälfte der Abstoßungssphäre auf a äußern, durch die Resultirende der von den Molecülen der oberen Hälfte ausgehenden Abstoßungskräfte aufgehoben wird.

Würde ein symmetrischer Theil der oberen Hälfte fdg Fig. 59, der für sich allein das Molecül a mit einer Kraft = S nach aufwärts, in der Richtung ad zu ziehen vermöchte, unwirksam gemacht, so kann die Wirkung von R durch die von R′ nicht mehr aufgehoben werden, sondern es erscheint von der unteren Hälfte fcg ein eben so großer Theil als wirksam, und übt auf a eine Anziehung vertical abwärts aus, deren Stärke der Kraft S gleich sein muß. Dieser Fall tritt ein, wenn der Abstand ab des Molecüls a von der Oberfläche kleiner ist, als der Halbmesser ad der Anziehungssphäre, aber doch größer als der Halbmesser der Abstoßungssphäre; in diesem Falle tritt, wie die Figur zeigt, ein Kugelsegment von der oberen Hälfte der Anziehungssphäre, nämlich hbid über das Niveau MN der Flüssigkeit, und hört auf, da es keine Flüssigkeitstheilchen enthält, auf das Molecül a einzuwirken; daher bleibt von der unteren Hälfte der Anziehungssphäre ein eben so großes Kugelsegment kcl wirksam; dieses erhalten wir, wenn wir von ac ein Stück am = ab abschneiden und durch m eine Ebene parallel zu hi ziehen. Die Resultirende des wirksam bleibenden Kugelsegments kcl erscheint nun als eine Kraft, die das Molecül a in der Richtung der Symmetrielinie ac, also vertical abwärts zieht, und die desto stärker ist, ein je größeres Kugelsegment der Anziehungssphäre über das Niveau tritt, mithin je weniger das Theilchen a vom Niveau entfernt ist, wenn nur die Entfernung desselben größer ist, als der Halbmesser der Abstoßungssphäre. —

Fig. 59.



Die Kraft, mit welcher bei einer ebenen Oberfläche ein jedes in ihrer Nähe befindliche Molecül nach innen gezogen wird, wollen wir mit p bezeichnen. — Ist die freie Oberfläche der Flüssigkeit nicht die Ebene hbi, sondern die convexe Fläche nbo, so wird die Anziehung von der oberen Hälfte der Anziehungssphäre nicht bloß um die Anziehung des Kugelsegments hdi, sondern auch um die des Meniscus nhbio vermindert; wäre letzterer Meniscus für sich allein im Stande, in der Richtung der Symmetrielinie ad mit der Kraft q zu wirken, so ist die Kraft, mit welcher a aufwärts in der Richtung ad gezogen wird, gleich

$$R - p - q;$$

da nun die Anziehung auf a nach einwärts in der gerade entgegengesetzten Richtung ac immerfort gleich R ist, so bleibt von letzterer die Größe $p + q$ übrig, mithin bleibt eine Kraft $p + q$, die auf a einen nach einwärts gehenden, und senkrecht gegen die Oberfläche gerichteten Zug äußert. — Die Größe des Meniscus, mithin die Stärke von q erscheint offenbar beträchtlicher, wenn die Oberfläche eine stärkere Krümmung, z. B. xby hat.

In dem Falle, wo die freie Oberfläche eine concave Gestalt pbq hat, wird die Anziehung $R - p$, welche bei einer ebenen Oberfläche die obere Hälfte der Anziehungssphäre gegen a äußert, um die des Menicus phiq, die wir mit q bezeichnen, vergrößert, und ist somit gleich

$$R - p + q;$$

wird diese von der Anziehung R der unteren Hälfte abgezogen, so erhalten wir $p - q$ als diejenige Kraft, mit welcher a und jedes andere Molecül das in demselben Abstande von der concaven Oberfläche sich befindet, in einer auf der Oberfläche normalen Richtung einwärts gezogen wird. Auch hier wächst die Größe von q mit der Größe der Krümmung der freien Oberfläche.

Ist der Abstand des Molecüls a von der freien Oberfläche kleiner als der Halbmesser der Abstoßungssphäre, so erhebt sich ein Theil von der oberen Hälfte derselben über das Niveau, und nun vermag diese nicht mehr die Wirkung der Abstoßungskräfte, welche die Molecüle der unteren Hälfte auf a äußern, aufzuheben, sondern es bleibt von letzterer ein desto bedeutenderer Theil übrig, je näher a der Oberfläche steht. Wir haben also in diesem Falle bei dem Molecüle a eine Abstoßung in der Richtung ad und eine Anziehung in der Richtung ac zu unterscheiden; das Kugelsegment, dessen Molecüle die Anziehung bewirken, ist wohl größer als das, dessen Molecüle die Abstoßung erzeugen; auch wachsen beide Kugelsegmente, mithin auch die Stärke ihrer Einwirkungen mit der Annäherung des Molecüls a an die Oberfläche; allein wegen des geringeren Abstandes der abstoßend wirkenden Theilchen wächst die Abstoßung im stärkeren Verhältnisse als die Anziehung, so daß erstere bei Molecülen, die an der Oberfläche und zunächst an ihr liegen, das Uebergewicht erhalten kann.

Die vorstehenden Betrachtungen über die Wirksamkeit der Molecülarkräfte führen zu dem Schlusse, daß wir bei einer tropfbaren Flüssigkeit, die freie Oberfläche derselben mag wie immer gestaltet sein, drei Schichten zu unterscheiden haben:

a) Die oberste äußerst dünne Schichte, in welcher die von der Temperatur abhängige Abstoßungskraft das Uebergewicht über die Anziehung gewinnen kann; geschieht dieß wirklich, so geht eine beständige Umwandlung dieser obersten Flüssigkeitsschichte in den ausdehnsamen Zustand vor sich, wenn nicht etwa ein Hinderniß vorhanden ist, das dieser Umwandlung entgegenwirkt, z. B. die Ausdehnsamkeit eines über der Flüssigkeitsoberfläche befindlichen, und aus einer gleichartigen Flüssigkeit stammenden Dunstes.

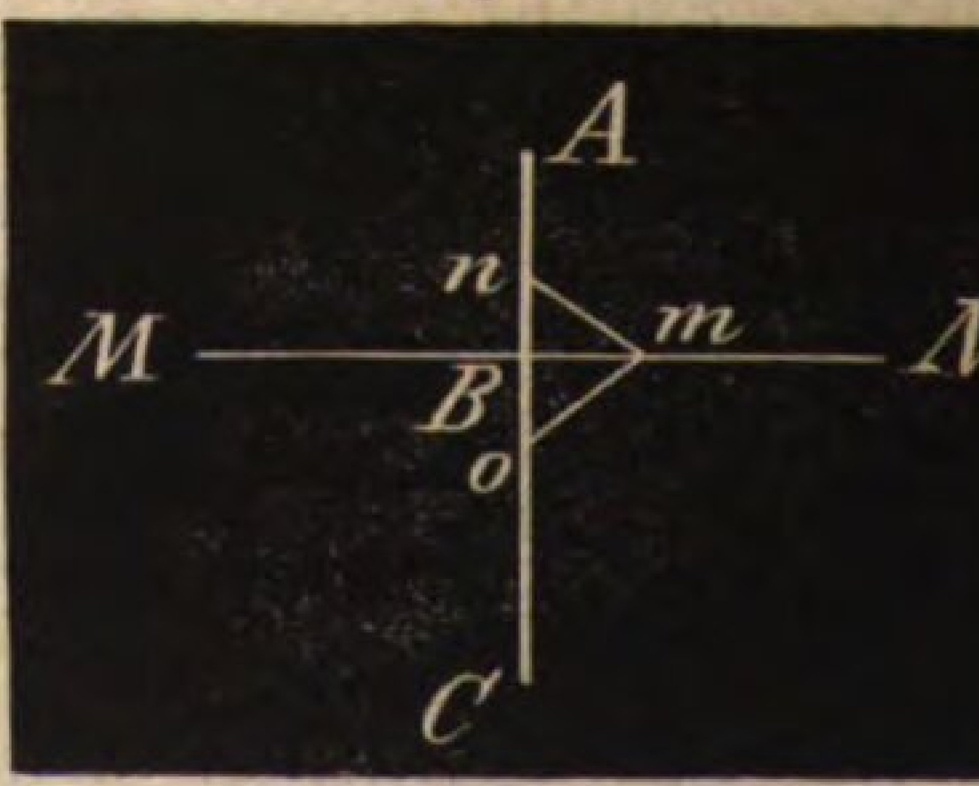
b) Das Uebergewicht der Abstoßung nimmt mit dem Abstande der Molecüle vom Niveau rasch ab, und verschwindet, indem in einem gewissen Abstande die Anziehung der Abstoßung das Gleichgewicht hält; von da an beginnt die zweite Schichte, die sich bis zu einer dem Halbmesser der Abstoßungssphäre gleichen Entfernung erstreckt, und in welcher sämmtliche Molecüle durch andere tiefer liegende einen nach Innen gerichteten, gegen die Oberfläche normalen Zug, mithin gleichsam einen Druck erleiden, wodurch eine kleine Vergrößerung in der Dichte bewirkt, und der innigere Zusammenhang (die Cohäsion) der Theilchen an der Oberfläche, die wir bei tropfbaren Flüssigkeiten wahrnehmen, erklärt wird.

c) Unterhalb der zweiten Schichte heben sich die Einwirkungen der Molecüle, die sie gegenseitig auf einander äußern, vollkommen auf, und es herrscht überall dieselbe Dichte.

Eine Wirkung der Zugkräfte, welche an allen Punkten der freien Oberfläche die Molecüle nach innen zu führen streben, ist die größere Cohäsion der Flüssigkeit an der Oberfläche und die kugelförmige Gestaltung einer flüssigen Masse, deren Oberfläche von allen Seiten frei ist und deren Theilchen entweder nur den Molecülarkräften unterworfen sind, oder auch noch eine gemeinschaftliche Bewegung besitzen, welche die relative Lage der Molecüle unter einander nicht ändert. (Siehe Kunzek's Experimentalphysik pag. 143, 7. Aufl.) Plateau hat gezeigt, daß in Folge der Cohäsion der Flüssigkeitstheilchen und deren Adhäsion an feste Körper sich regelmäßig gebildete Flächen der Flüssigkeit (Flüssigkeitshäutchen) zu gewissen Figuren vereinigen, die er Gleichgewichtsfiguren nennt.

§. 72. Erscheinungen, hervorgebracht durch das Zusammenwirken der Molecularkräfte der Flüssigkeit und der Gefäßwände. Die Anziehungskräfte welche die Molecüle der Gefäßwände auf die Flüssigkeitstheilchen äußern (d. i. die Adhäsion), und deren Wirksamkeit sich bekanntlich nur auf unmeßbar kleine Entfernungen erstreckt, bewirken eine Veränderung in der Gestalt der freien horizontalen Oberfläche der Flüssigkeit, welche Veränderung auch eine Aenderung in der Wirkung der Flüssigkeit auf sich selbst zur Folge hat. Um dieß zu begreifen, wollen wir:

Fig. 60.



1. ein Molecül m an der horizontalen Oberfläche MN, Fig. 60 einer Flüssigkeit annehmen, dessen Abstand mB von einer verticalen und ebenen Wand AC kleiner ist als der Halbmesser a der Anziehungssphäre eines Molecüls dieser Wand; man denke sich von m aus die Gerade mn = a gezogen, und lasse sie um mB sich so drehen, daß sie mit dieser mB immer denselben Winkel bildet;

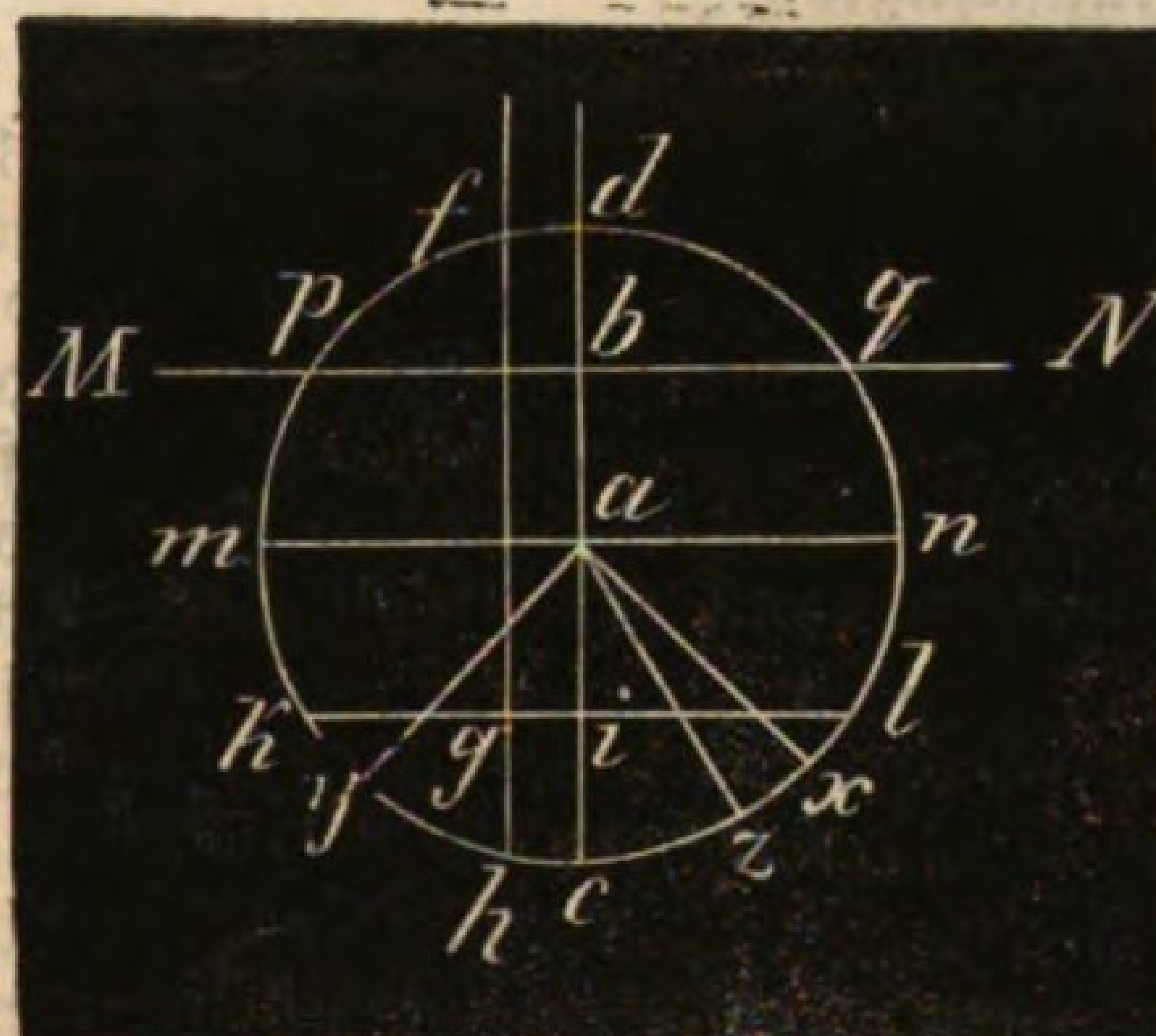
so beschreibt sie eine Kegelfläche und ihr Fußpunkt n an der Wand einen Kreis, der sämmtliche Molecüle der Wand einschließt, die auf m anziehend zu wirken vermögen; die Resultirende dieser Anziehungskräfte, die wir S nennen wollen, fällt mit der Geraden mB zusammen, und wirkt somit normal auf AC; sie wächst und nimmt ab mit der Größe der wirksamen Kreisfläche an der Wand. Da nun nB der Halbmesser dieser Kreisfläche durch den Ausdruck

$$nB = \sqrt{a^2 - Bm^2}$$

gegeben ist, so ist zu ersehen, daß die Größe nB, mithin auch die Stärke der Anziehung S, welche die Wand gegen ein Molecül m äußert, mit dem Werthe von Bm, d. i. mit dem Abstande des Molecüls m von der Wand abnimmt. am stärksten erscheint bei den an der Wand liegenden Molecülen, für welche $Bm = o$ wird, und ganz verschwindet, sobald dieser Abstand dem Halbmesser a gleich ist.

2. Die Kraft p, mit welcher bei einer ebenen Oberfläche MN, Fig. 61, ein Molecül a vertical abwärts nach ac gezogen wird, und welche die Stärke der Anziehung des wirksam bleibenden Kugelsegments Klc ausdrückt, können wir in zwei Componenten r und r′ zerlegen, wovon die eine den rechten Winkel can, die andere den rechten Winkel mac halbirt, und die daher einander gleich sind. Es seien ax und ay die Richtungen dieser Componenten. Stellt man in die Flüssigkeit an den verticalen Durchmesser dc der Anziehungssphäre von a eine feste Wand, so wirkt auf a nur noch die eine Componente r in der Richtung ax; wird jedoch die feste Wand weiter von dc, z. B. in die Lage fh gebracht, so tritt zu der Kraft r noch die Anziehung der zwischen ic und gh befindlichen Molecüle hinzu, wodurch nicht nur die Anziehung, die a erleidet, verstärkt, sondern auch die Richtung derselben nach az gebracht, mithin der verticalen ac mehr genähert wird. Je mehr man die feste Wand von a entfernt, desto stärker erscheint die Anziehung, die a von den tiefer liegenden Molecülen erleidet, und desto mehr nähert sich die Richtung derselben der Verticalen ac, so daß sie mit dieser zusammenfällt und die Stärke p gewinnt, wenn der Abstand der festen Wand von a dem Halbmesser der Anziehungssphäre eines flüssigen Molecüls gleich wird.

Fig. 61.

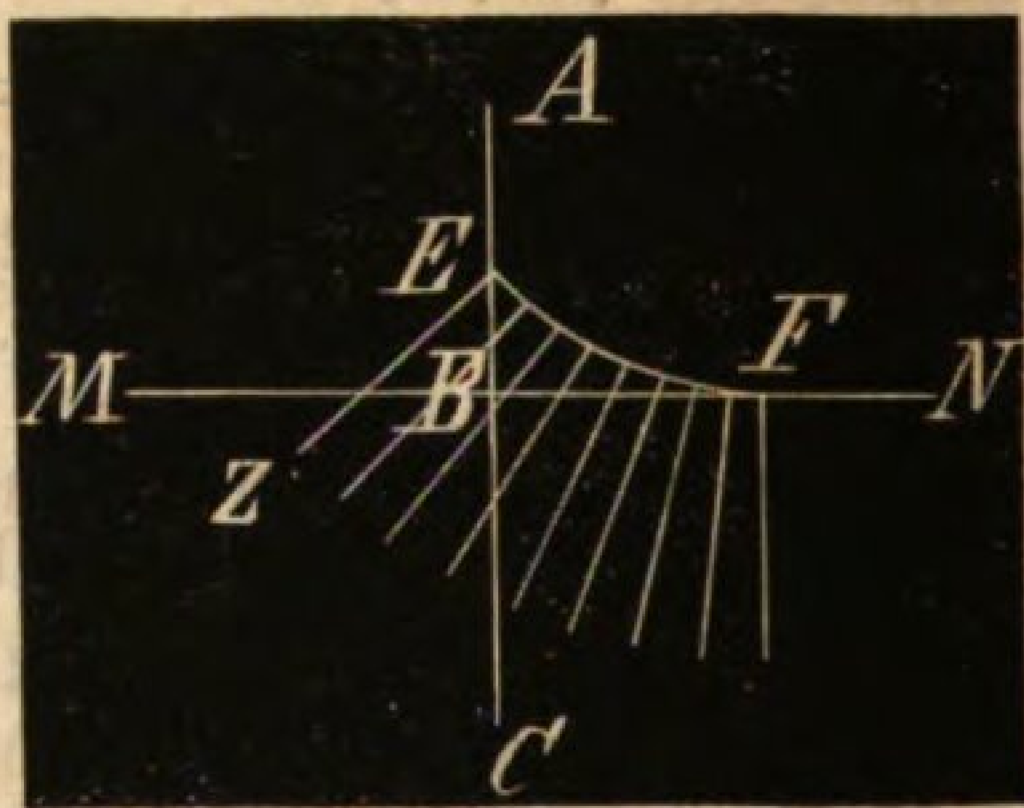


Bezeichnen wir mit α und β die Winkel, welche az mit der Verticalen ac und mit der horizontalen an bildet, ferner mit U die Anziehung, die das Molecül a in der Richtung az erfährt, und zerlegen U in eine horizontale und eine verticale Componente, nämlich in $U \cos. \beta$ und $U \cos. \alpha$, so folgt aus dem früher Gesagten, daß für ein an der Wand liegendes Molecül $\alpha = \beta$ und $U = r$, mithin $U \cos. \beta = r \cos. 45^0$ ist, daß jedoch mit der Größe des Abstandes der Wand

von dem Molecüle a der Werth von U sich der Größe p nähert, α beständig kleiner und β beständig größer wird, mithin die horizontale Componente bis zur Null abnimmt, die verticale aber bis zur Größe p wächst.

3. Die Kräfte, die wir bei den in der Wirkungssphäre der Wand liegenden Molecülen innerhalb des Raumes NBC, Fig. 62, zu unterscheiden haben, sind dem Gesagten zu Folge die horizontal zur Wand ziehende Kraft S und die Kraft U; und wenn wir anstatt der letzteren ihre Componenten U cos. β und U cos. α setzen, wovon erstere in der Richtung BN, letztere aber vertical wirkt, so haben wir bei jedem Molecül zwei horizontale einander entgegengesetzte Kräfte S und U cos. β dann die Verticale U cos. α zu berücksichtigen.

Fig. 62.



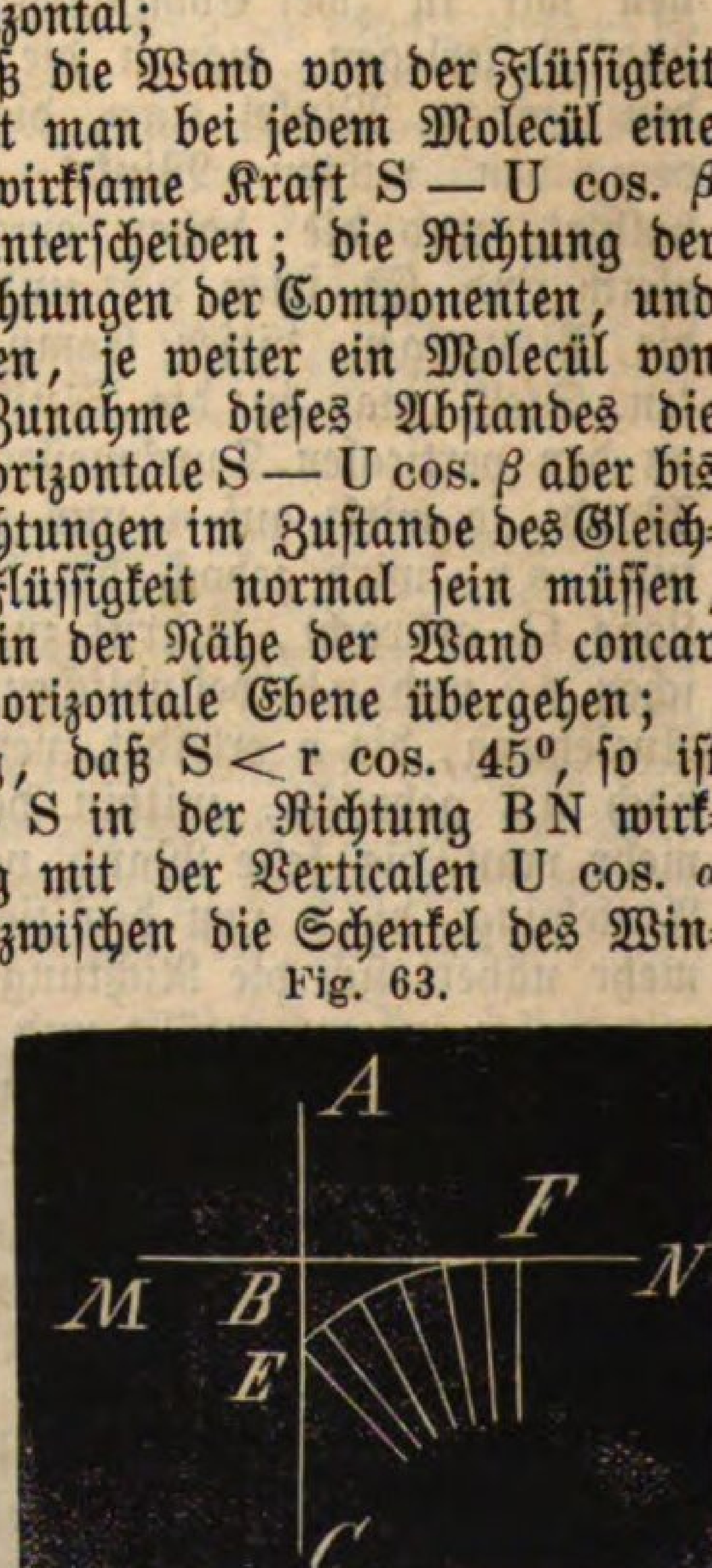
Hiebei ergeben sich drei Fälle:

a) wenn die Adhäsion nur so groß ist, daß rücksichtlich der an der Wand liegenden Theilchen $S = U \cos. \beta = r \cos. 45^0$ wird, in welchem Falle die Wand noch nicht benetzt erscheint, so wird ein jedes Molecül nur vertical abwärts gezogen, und die Oberfläche der Flüssigkeit bleibt selbst in der Nähe der Wand eben und horizontal;

b) ist jedoch die Adhäsion so stark, daß die Wand von der Flüssigkeit benetzt und $S > r \cos. 45^0$, so hat man bei jedem Molecül eine horizontale in der Richtung BM wirksame Kraft S — U cos. β und eine Verticale U cos. α zu unterscheiden; die Richtung der Resultirenden fällt zwischen die Richtungen der Componenten, und nähert sich desto mehr der Verticalen, je weiter ein Molecül von der Wand absteht, weil mit der Zunahme dieses Abstandes die verticale Componente wächst, die horizontale S — U cos. β aber bis zur Null abnimmt. Da nun diese Richtungen im Zustande des Gleichgewichtes auf der Oberfläche der Flüssigkeit normal sein müssen, so muß sich diese Oberfläche EF in der Nähe der Wand concav gestalten, und allmälig in eine horizontale Ebene übergehen;

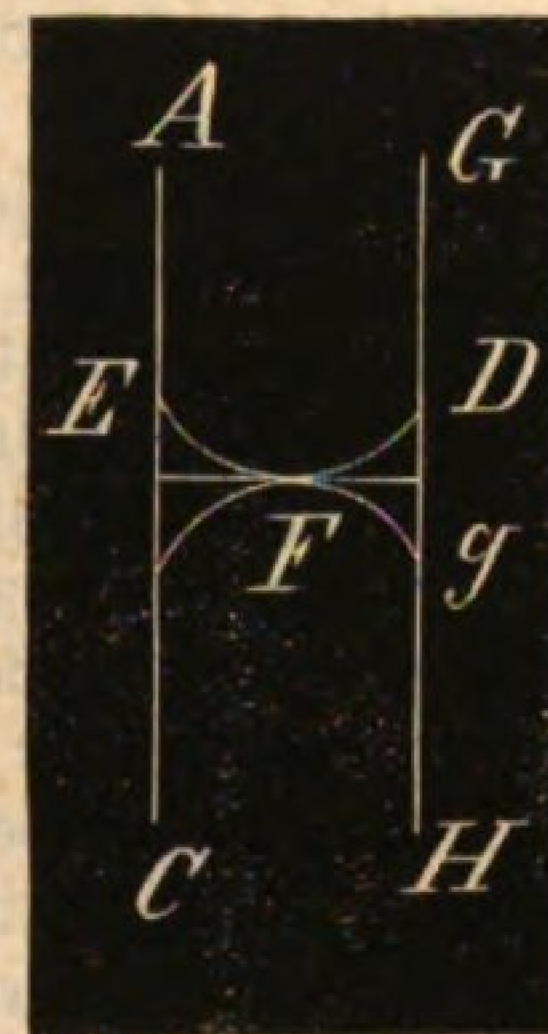
c) ist endlich die Adhäsion sehr gering, daß $S < r \cos. 45^0$, so ist die horizontale Kraft U cos. β — S in der Richtung BN wirksam, und sie gibt in Verbindung mit der Verticalen U cos. α eine Resultirende, deren Richtung zwischen die Schenkel des Winkels CBN, Fig. 63, fallen, und der verticalen Richtung sich desto mehr nähern wird, je weiter ein Molecül von der Wand entfernt ist; die Oberfläche der Flüssigkeit in der Nähe der festen Wand muß sich nun so gestalten, daß im Gleichgewichtzustande diese Richtungen auf ihr senkrecht zu stehen kommen, was nur bei einer convexen Gestalt EF möglich ist.

Fig. 63.



4. Stellt man in die Flüssigkeit eine zweite ebene Wand GH, Fig. 64, parallel zu AC, an der die Flüssigkeit sich entweder concav erhebt oder convex herabsinkt, und bringt sie in einen solchen Abstand von AC, daß ihr Einfluß bei dem Molecüle F beginnt, bei welchem der von AC herkommende aufhört, so nimmt die ganze zwischen den beiden Platten befindliche freie Oberfläche der Flüssigkeit entweder eine concave oder eine convexe Gestalt an, je nachdem sie die Wände zu benetzen vermag oder nicht. Ist die Wand gekrümmt, z. B. cylindrisch, so denkt man sich dieselbe in lauter sehr schmale ebene Streifen getheilt, an deren jedem die Flüssigkeit emporsteigt, oder sich nach abwärts krümmt; in einem engen Röhrchen werden sich diese von den Wänden ausgehenden concaven oder convexen Krümmungen bis in die Mitte der Flüssigkeit erstrecken, wo dann die ganze Flüssigkeitsoberfläche eine concave oder eine convexe Gestalt erhält. In einem engen Glasröhrchen erscheint die Oberfläche des Wassers, des Weingeistes, des Aethers concav, die des Quecksilbers convex.

Fig. 64.



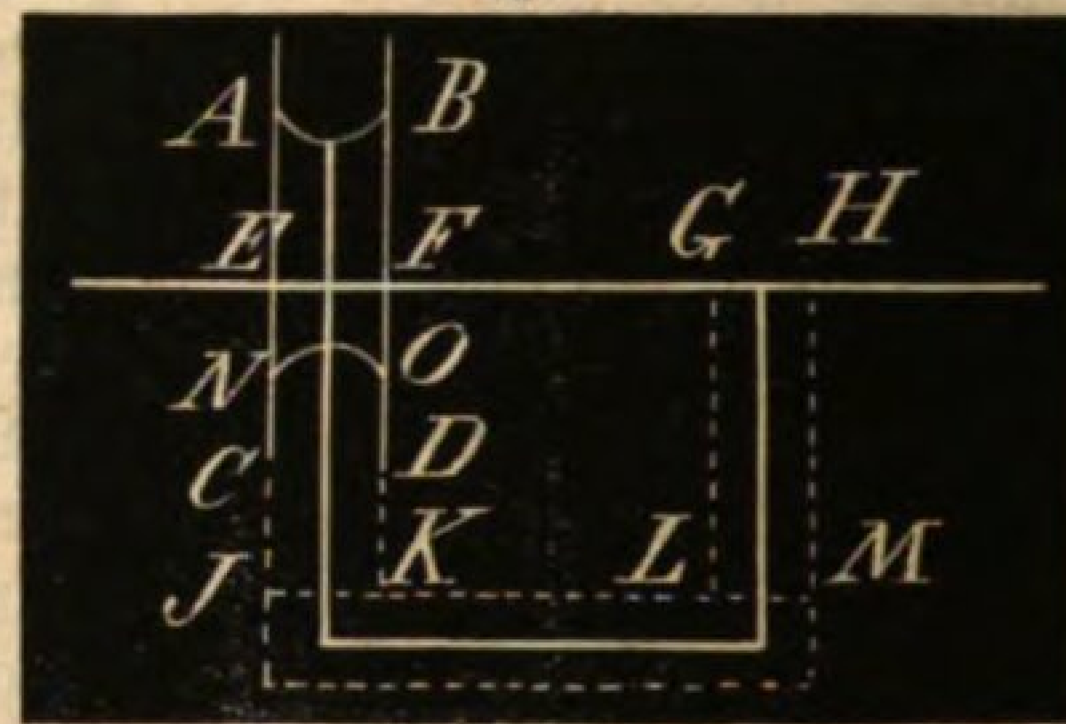
5. Die durch den Einfluß der Wände erzeugte Veränderung in der Gestalt der freien Oberfläche einer Flüssigkeit hat die nächste Folge, daß die Kraft, mit welcher ein Molecül in der Nähe der freien Oberfläche von den tiefer liegenden Theilchen nach einwärts gezogen wird, nicht mehr $= p$ ist, sondern bei der concaven Oberfläche $= p - q$, bei der convexen $= p + q$ wird; mithin ist q die durch den Einfluß der Wände bei jedem Molecül erzeugte Aenderung in der Einwirkung, welche es von andern Flüssigkeitstheilchen erfährt. Ist Q die Aenderung, welche in der Totalaction der Flüssigkeit auf sich selbst in Folge der geänderten Gestalt ihrer Oberfläche eintritt, so kann Q als das Maß der Einwirkung der Gefäßwände auf die Flüssigkeit betrachtet werden.

Wird der Durchmesser des Röhrchens kleiner, so erscheint sowohl die concave als die convexe Krümmung stärker, wie man leicht einsieht, wenn man berücksichtigt, daß bei geringerem Abstande der gegenüberstehenden Wände die ihnen nahe liegenden, stärker gekrümmten Theile der Oberfläche einander näher rücken und die neue Oberfläche bilden, bei welcher der mittlere Theil, dessen Molecüle in die Wirkungssphäre beider Wände fallen, etwas flacher wird, weil sich die horizontalen Kräfte schwächen, die verticalen aber verstärken, und daher die Richtung der Resultirenden sich rascher der Verticalen nähert; dadurch rundet sich die Oberfläche in der Art ab, daß sie einer desto kleineren Kugel anzugehören scheint, je geringer der Durchmesser des Röhrchens wird.

§. 73. Erklärung der Capillarphänomene.

1. Denkt man sich die Wände des cyllindrischen Haarröhrchens ABCD Fig. 65, in der Flüssigkeit zuerst vertical abwärts, dann horizontal und hierauf vertical aufwärts mit immer gleichem Querschnitt fortgesetzt, wie es durch die punktirten Linien in der Figur angedeutet ist, und nimmt man an, daß die Flüssigkeitstheilchen, die diese

Fig. 65.



Fortsetzungen der Wände bilden, erstarren, so wird dadurch der Zustand des Gleichgewichts nicht im mindesten geändert, weil dadurch keine neuen Kräfte, die das Gleichgewicht stören könnten, zuwachsen, und die Festigkeit der starren Flächen nur den Widerstand ersetzt, den die Flüssigkeit, welche die Säule CDLMGH umgibt, früher geleistet hat. Wir haben nun ein Communicationsgefäß mit einer in Ruhe befindlichen Flüssigkeit, in deren jedem Querschnitte, also auch in JK der Druck nach abwärts durch einen Gegendruck nach aufwärts aufgehoben wird. Bezeichnen wir mit B die Größe des Querschnittes JK, mit H die Höhe der darüber stehenden Flüssigkeitssäule, H' sei gleich der Höhe LG, s das specifische Gewicht der Flüssigkeit und P die Totalaction der Flüssigkeit auf sich selbst bei einer ebenen, P — Q bei einer concaven und P + Q bei einer convexen Oberfläche, so ist der Druck, den der Querschnitt JK vertical abwärts erleidet, gleich

$$BHs + P \mp Q$$

wo BHs den hydrostatischen Druck der Flüssigkeitssäule, und der zweite Ausdruck den Druck angibt, den die Oberfläche in Folge der nach innen gerichteten Zugkräfte der unterhalb befindlichen Molecüle erleidet, und der sich bekanntlich nach allen Seiten fortpflanzt; das obere Zeichen bezieht sich auf die concave, das untere auf die convexe Oberfläche. Der Druck, den der Querschnitt JK nach aufwärts erfährt, rührt her von dem hydrostatischen Drucke der Flüssigkeitssäule LMGH und von der Molecülaraction P an der ebenen Oberfläche GH; er ist somit gleich

$$BH's + P;$$

da diese zwei Pressungen einander gleich sind, so haben wir

$$BHs + P \mp Q = BH's + P,$$

und hieraus $\mp Q = B(H' - H)s$

Ist nun die Oberfläche der Flüssigkeit im Röhrchen concav, also Q negativ, so ist offenbar

$$H > H'$$

d. h. die Höhe der Flüssigkeitssäule im Röhrchen erscheint größer als die der Flüssigkeit außerhalb des Röhrchens. Ist dagegen die Oberfläche der Flüssigkeit im Röhrchen convex, also Q positiv, so ist

$$H < H'$$

d. h. die Flüssigkeit steht im Röhrchen niedriger als außerhalb desselben. Der Unterschied $H' - H = h$ drückt die Größe der Elevation oder die Größe der Senkung (Depression) der Flüssigkeit aus; und da in einem cylindrischen Röhrchen Bh das Volumen der Säule ABEF oder der Säule EFNO angibt, so drückt die Größe Bhs, folglich auch die ihr gleiche Größe Q das Gewicht der einen oder der andern Säule aus. Das Verhältniß der Höhen dieser Säulen in cylindrischen Röhrchen findet man, wenn man in Erwägung zieht, daß die Erhebung

so wie die Depression der Flüssigkeit in Haarröhrchen eine Folge der Aenderung ist, welche die Molecularaction der Flüssigkeit auf sich selbst durch die Einwirkung der Wände des Gefäßes erleidet, und daß daher in cylindrischen Röhrchen, deren Durchmesser d und d′ sind,

$$Q : Q' = B h s : B' h' s = d^2 h : d'^2 h'.$$

Allein die Größen Q und Q′ sind zugleich Maße für die Stärke der Einwirkungen der festen Wände auf die Flüssigkeit; wir können diese Maße bei übrigens gleichen Umständen den Längen der Linien, in welchen die freien Flüssigkeitsoberflächen die inneren Wände der Röhrchen berühren; proportional annehmen; in den cylindrischen Röhrchen sind diese Berührungslinien ganze Kreislinien, deren Durchmesser d und d′ sind; somit ist

$$Q : Q' = \pi d : \pi d' = d : d'; \text{ und}$$
$$d^2 h : d'^2 h' = d : d', \text{ daher}$$
$$d h = d' h' \text{ und}$$
$$h : h' = d' : d$$

d. h. die Größe der Elevation so wie die der Depression einer Flüssigkeit ist in einem cylindrischen Röhrchen dem Durchmesser desselben umgekehrt proportionirt, wie es die Versuche bestätigen. Die Versuche lehren auch, daß die Wirkung der Capillarität mit der Erhöhung der Temperatur der Flüssigkeit kleiner wird.

Den Durchmesser eines Haarröhrchens bestimmt man, indem man das Gewicht p des Quecksilbers ermittelt, welches ein Stück dieses Röhrchens von gemessener Länge = l enthält. Ist s das specifische Gewicht des Quecksilbers, so ist offenbar

$$p = \frac{\pi d^2}{4} l s, \text{ mithin } d = 2 \sqrt{\frac{p}{\pi l s}}.$$

2. Zwischen zwei Platten, die parallel und sehr nahe an einander in eine Flüssigkeit, welche sie zu benetzen vermag, eingetaucht werden, erhebt sich die Flüssigkeit zu einer Höhe, die nach Laplace nur halb so groß ist, als diejenige, zu der dieselbe Flüssigkeit in einem cylindrischen Haarröhrchen emporsteigt, dessen Durchmesser = d dem Abstande der beiden Platten gleich ist. Denn ist l die Länge der geraden Linie, längs welcher die freie Oberfläche der Flüssigkeit eine Platte berührt, und Q′ die Kraft, welche die Aenderung in der Gestaltung der Oberfläche bewirkt, so ist

$$Q : Q' = \pi d : 2 l.$$

Da das Volumen der zwischen den Platten erhobenen Säule nahe die Gestalt eines Parallelopipeds hat, dessen Basis das Rechteck $d l$ und dessen Höhe x ist, so ist $d l x$ das Volumen und $d l s x$ das Gewicht dieser Säule, und man hat:

$$Q : Q' = \frac{\pi d^2}{4} h s : d l s x,$$
$$\text{daher } \pi d h : 4 l x = \pi d : 2 l, \text{ und}$$
$$x = \frac{h}{2}$$

was zu beweisen war, und von Dessains für Wasser neuestens experimental bestätigt worden ist. Pogg. Ann. Band CII, pag. 601.

3. Sind die beiden Platten beweglich und so nahe an einander, daß die freie Oberfläche eine concave oder eine convexe Gestalt annimmt, so nähern sie sich einander bis zur Berührung, die so innig wird, daß sie stark an einander haften bleiben; dieß geschieht, mag die Flüssigkeit zwischen den Platten erhoben oder niedergedrückt erscheinen. Diese Annäherung ist für den Fall, wo die Flüssigkeit in Röhrchen deprimirt ist, leicht zu begreifen, weil wohl an den Plattenstücken GC und HD, Fig. 66, welche die Flüssigkeit von beiden Seiten umgibt, die an jeder Stelle vorkommenden Pressungen von außen nach innen und von innen nach außen einander gleich sind, und sich aufheben, allein an die Stücke EG und FH übt die äußere Flüssigkeit einen Druck aus, der durch keinen Gegendruck aufgehoben werden kann, und daher eine Annäherung der Platten bewirkt.

Fig. 66.



Daß unterhalb der Oberfläche GH die Pressungen von außen nach innen und umgekehrt an jeder Stelle einander gleich sind, wird ersichtlich, wenn man bedenkt, daß z. B. das Element x an der innern Seite der Wand GC, dessen Fläche wir mit w bezeichnen wollen, nicht nur den hydrostatischen Druck $= ws \cdot ru$, welcher der durch x gehenden Niveaufläche angehört, sondern auch den von der Molecularaction an der convexen Oberfläche herkommenden Druck $p + q$ in horizontaler Richtung erleidet, mithin der Druck

$$ws.ru + p + ws.rt = p + ws.ut,$$

wenn man berücksichtigt, daß $q = ws.rt$;

aber der Druck, den die in gleicher Tiefe liegende Stelle y von außen nach innen erfährt, ist, wie man leicht sieht, gleich

$$p + ws.Ey = p + ws.ut,$$

mithin eben so groß als der Druck von innen nach außen.

Im zweiten Falle, wo die Flüssigkeit über EF bis AB emporsteigt, müssen die beweglichen Wände sich ebenfalls einander nähern; denn an den Stücken EC und FD sind wohl in jedem Querschnitte die Pressungen von beiden Seiten gleich und halten sich das Gleichgewicht, aber dieß findet nicht mehr an den über dem Niveau stehenden Theilchen Statt. Um dieß nachzuweisen, nehmen wir ein Theilchen bei o, dessen unendlich kleine Fläche w ist, und ziehen von o die horizontale on, dann aufwärts die verticale nm, und beachten den Druck, den o horizontal von innen nach außen erfährt; er ist offenbar gleich

$$p - q + ws.mn$$

oder, wenn man berücksichtigt, daß q gleich ist dem Gewichte der gehobenen dünnen Säule mt, gleich

$$p - ws.mt + ws.mn = p - ws.nt.$$

Da bei o die Oberfläche der Flüssigkeit eben ist, so ist p der daselbst nach einwärts, in der Richtung on thätige Molecularzug, der dem Drucke von innen nach außen entgegenwirkt, und da er stärker ist, auch das Uebergewicht erhält, so daß das Theilchen o mit der Kraft

$$p - p + ws.nt = ws.nt,$$

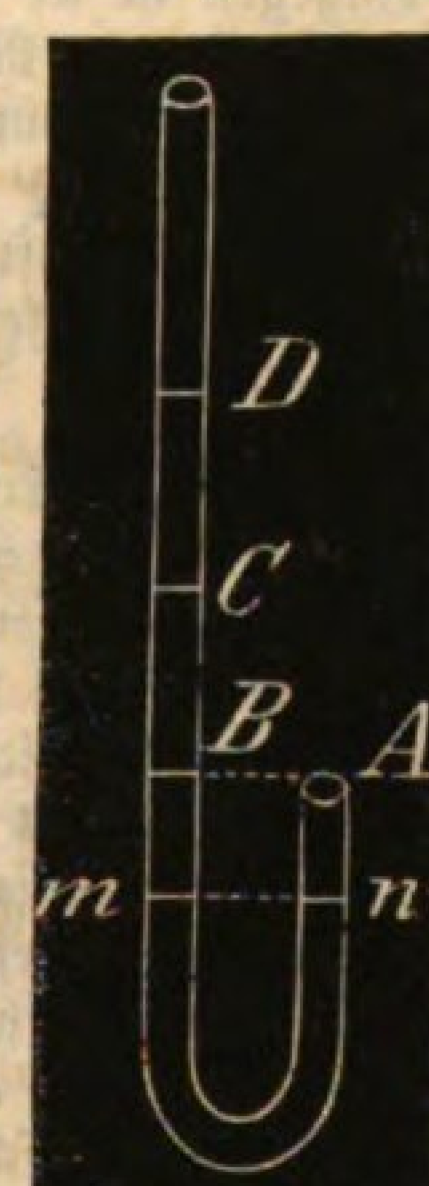
d. i. mit einer Kraft, die dem Gewichte der Säule nt gleich ist, nach einwärts gezogen wird. Auf diese Art wird ersichtlich, daß ein jedes

an der Platte AE und BF befindliche Theilchen mit einer Kraft, die dem Abstande desselben von der äußeren Oberfläche der Flüssigkeit proportional ist, einwärts gezogen und dadurch eine Annäherung der beiden Platten veranlaßt wird. Hieraus erklärt sich das starke Aneinanderkleben nasser Papierblätter und nasser Sandkörner; denn sie kommen in Folge der Haarröhrchenwirkung so nahe aneinander, daß die Cohäsionskräfte sich bemerkbar äußern können.

Wird ein Haarröhren aus einer Flüssigkeit, die es benetzt, langsam herausgezogen, und die Wand am unteren Ende sorgfältigst abgetrocknet, so bleibt im Röhrchen eine Säule hängen, die oben von einer concaven, unten aber von einer converen Oberfläche begrenzt ist, und deren Höhe doppelt so groß ist, als in dem Falle, wo das untere Ende des Haarröhrchens in der Flüssigkeit eingetaucht bleibt; denn an der oberen concaven Oberfläche wird die Flüssigkeit in Folge der Moleculartḥätigkeit mit der Kraft P — Q nach abwärts, an der untern converen dagegen mit der Kraft P + Q' aufwärts gedrückt; die Resultirende dieser zwei Kräfte Q + Q' hat die Richtung der größeren nach aufwärts wirkenden Kraft, und treibt die Flüssigkeit in die Höhe bis ihr der hydrostatische Druck der gehobenen Säule das Gleichgewicht hält. Hat man den Wandrand an der Mündung gut abgetrocknet, daß er an keinem Punkte seiner Breite naß ist, oder ist die Wand sehr dünn, so wird die Krümmung der beiden Oberflächen dieselbe, mithin Q = Q', und die Resultirende, welche die Flüssigkeitssäule trägt, ist = 2 Q, d. h. doppelt so groß, als die Kraft, welche die Elevation der Flüssigkeit beim eingetauchten Ende des Röhrchens hervorbringt.

In einem heberförmig gekrümmten Haarröhrchen, von durchaus gleichem Durchmesser, bei dem ein Schenkel kürzer ist als der andere, erscheint die Flüssigkeit in beiden Schenkeln gleich hoch, so lange sie die Mündung A, Fig. 67, des kürzeren noch nicht erreicht hat; gießt man durch den längeren Schenkel Flüssigkeit zu, so bemerkt man:

Fig. 67.

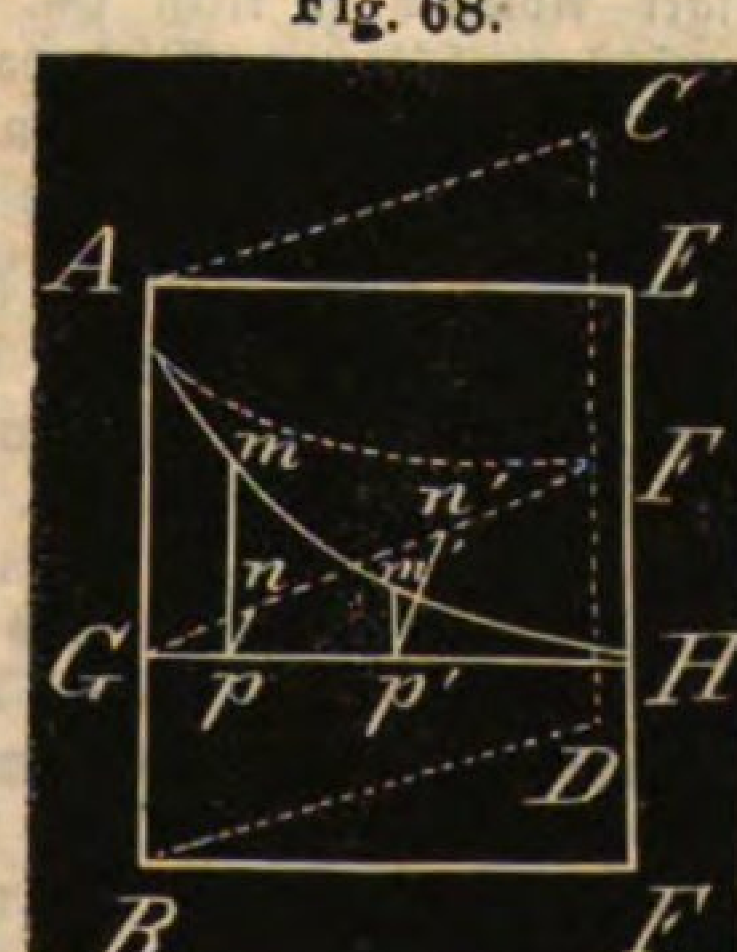


a) daß an der Mündung A die concave Oberfläche allmälig in eine Ebene übergeht, und im längeren Schenkel über dem Niveau A B eine Flüssigkeitssäule sich erhebt, deren Höhe BC eben so groß ist wie in einem Haarröhrchen von demselben Durchmesser, das in dieselbe Flüssigkeit eingetaucht wird, was leicht zu begreifen ist, wenn man berücksichtigt, daß bei C eine concave, bei A aber eine ebene Oberfläche vorhanden ist.

b) Bei fernerem Zuflusse der Flüssigkeit in den längeren Schenkel gestaltet sich bei A eine convere Oberfläche; die hier einwärts wirkende Kraft ist nun P + Q, während die entgegenwirkende im längeren Schenkel nun gleich P — Q ist, mithin erhält die Resultirende den Werth 2 Q und treibt die Flüssigkeit über AB zu einer Höhe BD = 2BC.

Taucht man zwei Glasplatten, die sich an einer Seite AB berühren, während die gegenüberliegenden Seiten CD und EF nur wenig von einander abstehen, einige Linien tief in gefärbtes Wasser, so daß die Seite A B Fig. 68, vertical steht, so bilden ihre regelmäßig zunehmenden Abstände pn, p'n' ein System von schmalen parallelen Platten, zwischen denen sich die Flüssigkeit zu Höhen erhebt, die diesen Abständen umgekehrt proportionirt sind; es ist also

Fig. 68.



$$mp : m'p' = p'n' : pn;$$

die Flüssigkeit erhebt sich desto höher, je näher sie sich der Kante AB befindet. Setzt man

$Gp = x$, $Gp' = x'$, $mp = y$, $m'p' = y'$, und berücksichtigt, daß

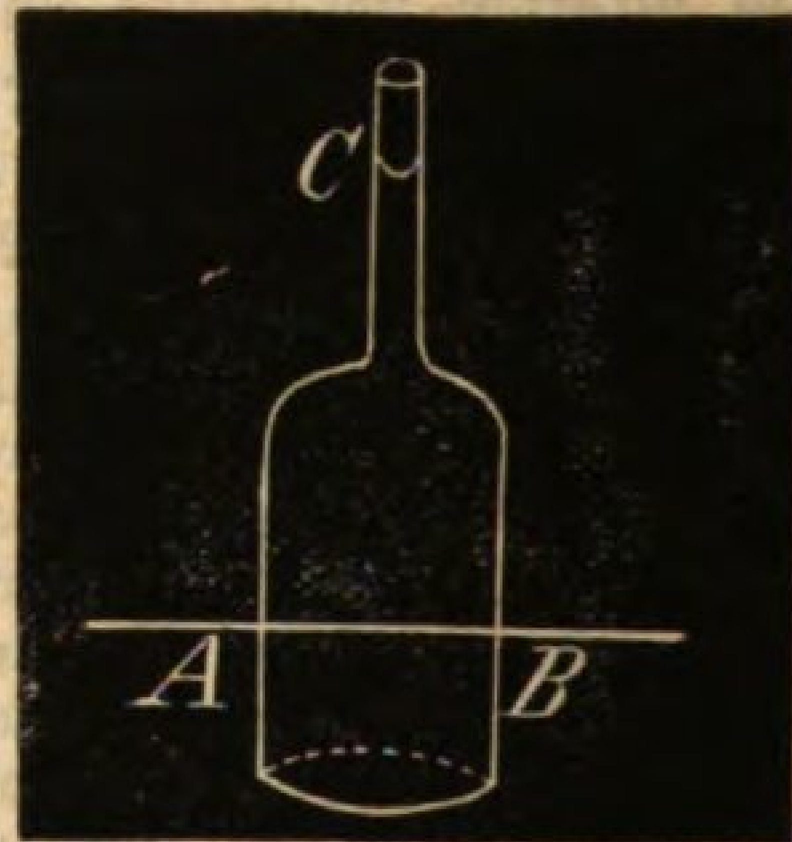
$p'n' : pn = Gp' : Gp = x' : x$, so erhält man $y : y' = x' : x$ und

$$xy = x'y' = c$$

d. h. das Produkt aus der Ordinate der krummen Linie, welche die oberen Endpunkte des gehobenen Wassers bilden,

in die zugehörige Abscisse ist eine constante Größe. Da dieß nur bei einer Hyperbel eintritt, wenn deren Assymptote zur Abscissenaxe genommen wird, so folgt, daß die Oberfläche der zwischen den Platten gehobenen Flüssigkeit eine Hyperbel ist, deren Assymptote in dem Niveau der äußeren Flüssigkeit liegt.

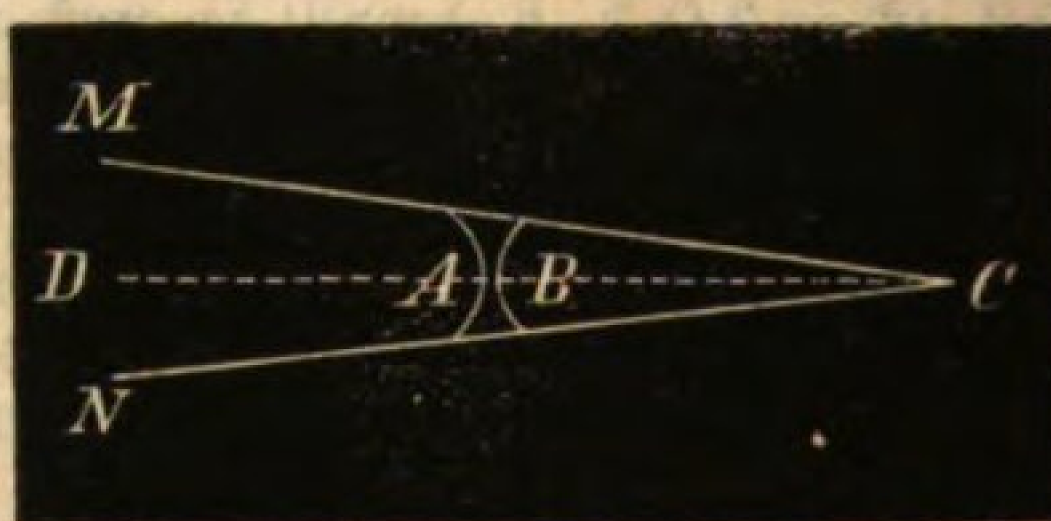
Fig. 69.



Wird ein weites Gefäß, Fig. 69, das sich oben in ein verticales Haarröhrchen endigt, in eine Flüssigkeit, die seine Wände zu benetzen vermag, so tief eingetaucht, daß die Flüssigkeit sich auch im Haarröhrchen erhebt, so kann man das Gefäß mehr in die Höhe ziehen, und es wird die darin befindliche Masse über das Niveau der äußeren Flüssigkeit emporgehoben, so als wenn der Durchmesser des Gefäßes überall dem des Haarröhrchens gleich wäre. Die Ursache liegt darin, daß an jeder Stelle des Querschnittes AB nach aufwärts die Kraft P nach abwärts die Kraft P — Q wirkt, daher an jeder Stelle die Flüssigkeit über AB steigt, bis der hydrostatische Druck der Kraft Q das Gleichgewicht hält.

Bringt man zwischen zwei gegen einander geneigte Platten MC und NC die sich in einer horizontalen Linie schneiden, einen Wassertropfen, der beide Platten benetzt, so erscheint er an beiden Seiten A und B concav, mithin ist die Molecularaction bei A = P — Q und treibt den Tropfen gegen die Durchschnittslinie beider Platten hin, bei B hingegen ist sie P — Q' und wirkt in der entgegengesetzten Richtung. Da nun wegen der stärkeren Krümmung der Oberfläche B der Werth von Q' > Q, so gewinnt die bei A wirkende Kraft das Uebergewicht, und bewegt den Tropfen gegen den Scheitel des Winkels C.

Fig. 70.



Dieselbe Erscheinung beobachtet man in einer conischen, an beiden Enden offenen Glasröhre, deren Axe horizontal liegt. — Ein Quecksilbertropfen, dessen Oberfläche in einem conischen Glasröhrchen an beiden Seiten sich convex gestaltet, bewegt sich nicht wie der Wassertropfen gegen die Spitze des Kegels, sondern gegen die weitere Oeffnung, wie es sich leicht erweisen läßt. Zwei Korkkügelchen, die auf der Oberfläche des Wassers schwimmen und benetzt werden, bewegen sich lebhaft gegen einander, sobald sie so wenig von einander abstehen, daß das zwischen ihnen befindliche Wasser eine concave Oberfläche annimmt und sich erhebt. Die Ursache der Annäherung ist dieselbe, wie die, welche bewegliche und von einander wenig entfernte Platten zur Annäherung treibt. Hieraus erklärt sich, warum öfters Körper, die an der Oberfläche einer Flüssigkeit schwimmen, den Gefäßwänden sich nähern. — Dieselbe Erscheinung nimmt man auch an zwei Wachskügelchen wahr, die im Wasser schwimmen, aber nicht benetzt werden, oder an zwei in Quecksilber schwimmenden Glaskugeln, sobald ihr gegenseitiger Abstand so klein ist, daß die dazwischen befindliche Flüssigkeit eine convexe Oberfläche erhält. — Wird dagegen eine Kugel von der Flüssigkeit benetzt, die andere nicht, so entfernen sie sich von einander, und scheinen sich abzustoßen, sobald sie in die gehörige Nähe gekommen sind.

Die Capillaritätshöhe ist bei Wasser am größten; sie beträgt nach Frankenheim bei einem Durchmesser von 1 Millim. und 0° R. 15. Millim., bei Alcohol nur 6 und bei Aether 5·4 Millim. — Die Wärme vermindert die Adhäsion, daher auch die Wirkung der Kapillarität. Darüber hat C. Wolf Untersuchungen angestellt (Pogg. Ann. CI und CII), aus denen sich ergab, daß bei steigender Temperatur die Capillaritätshöhe rascher abnimmt, als die Dichte, daß man bei fortgesetzter Temperaturerhöhung einen Punkt erreichen kann, bei welchem die capillare Erhebung ganz verschwindet; der Meniscus wurde immer weniger concav, endlich erschien die Oberfläche eben und wurde zuletzt convex. — Die Entwässerung des Bodens durch die Drainage ist eine Wirkung der Capillarität, vermöge welcher das Wasser in die Thonröhren eindringt, und hier abfließt.

Mit der Entwicklung einer umständlichen, auf höherer Analysis beruhenden Theorie der Capillarphänomene beschäftigte sich Laplace, Poisson, Gauß und neuestens Beer.

Viele thierische und vegetabilische Stoffe besitzen die Fähigkeit, Wasser, wässerige Lösungen und andere Flüssigkeiten, in die sie gebracht werden, unter allmäliger Volumzunahme in sich aufzunehmen; diese Erscheinung ist eine Wirkung der Capillarität und heißt Quellung oder Imbibition. Eine bestimmte Quantität eines Stoffes kann nur eine gewisse Menge einer Flüssigkeit aufnehmen, die man Quellungsmaximum nennt. Dieses wechselt bei demselben Stoffe mit der Beschaffenheit der Flüssigkeit, und bei der nämlichen Flüssigkeit mit der Beschaffenheit des Stoffes; hängt aber auch von der Temperatur ab und von dem Grade der Austrocknung des Stoffes vor dem Beginne der Quellung. Das Wasser, welches durch Imbibition einen Stoff durchdringt, bewirkt häufig eine Aenderung in der Cohäsion und in der Elasticität desselben.

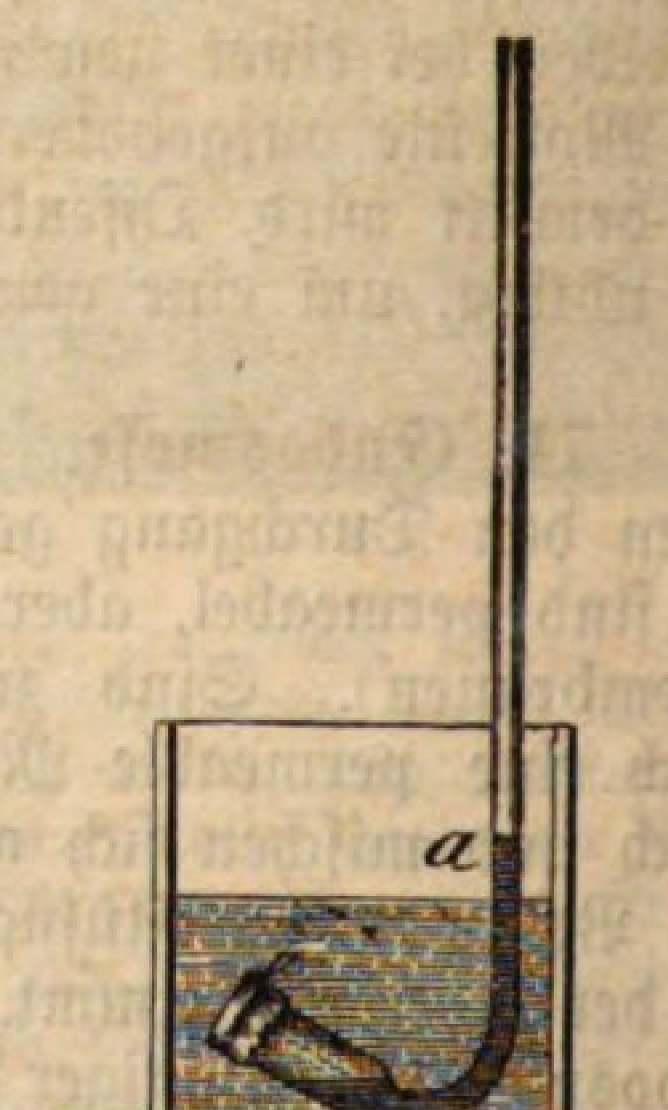
Die durch Imbibition von einem Körper aufgenommene Flüssigkeit dringt zwischen die Molecüle (in die Molecularinterstitien) ein und treibt diese auseinander, wodurch bei nicht sehr starkem Widerstande derselben bei einer gewissen Menge der Flüssigkeit der Zusammenhang der Molecüle aufgehoben und eine Lösung des Körpers in der Flüssigkeit bewirkt wird. Offenbar ist immer eine bestimmte Menge der Flüssigkeit nöthig, um eine gewisse Quantität des festen Körpers zu lösen.

74. Endosmose. Feste Körper, deren Molecularinterstitien Flüssigkeiten den Durchgang gestatten, heißen permeabel; die meisten Körper sind permeabel, aber ganz vorzüglich thierische und pflanzliche Häute (Membranen). Sind zwei ungleichartige aber mischbare Flüssigkeiten durch eine permeable Membran von einander getrennt, so gehen beide durch und mischen sich mit einander, aber gewöhnlich auf die Art, daß das Volumen der Flüssigkeit auf einer Seite der Membran zunimmt und das der anderen abnimmt. Dieser von Dütrochet entdeckte Vorgang heißt Endosmose oder richtiger Membrandiffussion nach W. Schuhmacher (die Diffusion in ihren Beziehungen zur Pflanze. Leipzig 1861.) Wird eine Glasröhre mit einer Membrane geschlossen, dann mit einer Flüssigkeit gefüllt und hierauf in einen mit der anderen mischbaren Flüssigkeit gefüllten Glascylinder so eingestellt, daß der hydrostatische Druck beständig vermieden bleibt, so ist man im Stande die Aenderung im Volumen der beiden Flüssigkeiten zu messen. Ist in der Röhre eine Säure oder eine Salzlösung, und außerhalb Wasser, so geht in jeder Zeiteinheit mehr Wasser durch die Membran zur Säure oder zur Salzlösung als von diesen Flüssigkeiten in derselben Zeit heraustritt. Heißt p die Gewichtsmenge z. B. des gelösten Stoffes, die aus der Röhre durch die Membrane austritt, und q die Gewichtsmenge des gleichzeitig in die Röhre eingetretenen Wassers, so ist nach Jolly $q = ap$, und $a = \frac{q}{p}$ heißt das endosmotische Aequivalent. Ist die Membran eine Schweinblase, so fand Jolly daß 1 Gramm Kochsalz durch 4.5 Gramm reines Wasser und 1 Gramm Glaubersalz durch 12 Gramme Wasser ersetzt wird. Bei dieser Mischung ist nach Liebig's Untersuchungen (1848) nicht

nur die Anziehung, welche die ungleichartigen und in den Zwischenräumen sich berührenden Flüssigkeiten gegen einander äußern, sondern auch die Scheidewand in der Art wirksam, daß sie die eine Flüssigkeit mit stärkerer Kraft anzieht, und dadurch den Durchgang derselben durch die Zwischenräume beschleunigt, weßhalb diese Flüssigkeit in größerer Menge überströmt als die andere. So lange die Differenz in der Zusammensetzung der sich mischenden Flüssigkeiten sehr groß ist, geht die Volumsänderung rasch vor sich, zuletzt wird sie kaum merklich, obwohl die Mischung bis zur vollständigen Gleichförmigkeit fortdauert. Ist die Röhre mit einer Kautschukhaut oder einer Collodiumhaut geschlossen und mit Alcohol gefüllt, so geht mehr Alcohol zum Wasser, als Wasser zum Alcohol, weshalb das Volumen von Alcohol abnimmt.

Die Wirkung, welche in Folge der ungleichen Anziehung der Scheidewand gegen die ungleichartigen Flüssigkeiten entsteht, ist einem mechanischen Drucke gleich zu setzen, der die Flüssigkeit von einer Seite stärker zur Scheidewand hin drängt, als von der andern. Bringt man z. B. in ein gebogenes Glasrohr, Fig. 71, dessen weite Mündung z. B. mit einer Blase verschlossen ist, eine Kochsalzlösung, gießt hierauf in die enge Röhre soviel Quecksilber, daß die Lösung durch die Poren der Blase in feinen Tropfen auszutreten beginnt, vermindert hierauf den Druck durch Herausnahme von Quecksilber so weit, daß das Austreten der Lösung aufhört, und taucht nun das weite Gefäß in's reine Wasser ein, das mit Indigotinctur blau gefärbt worden ist, so erscheint die Lösung nach und nach auch gefärbt, indem sich nun die Flüssigkeiten mit einander mischen, jedoch nur so, daß diejenige Volumvermehrung im Glasrohre nicht eintritt, die sich einstellt, wenn auf die Lösung der Druck des Quecksilbers nicht einwirkt; dieser Druck, der die Lösung zur Blase treibt, hält jetzt der stärkeren Anziehung, mit der die Membrane auf das reine Wasser einwirkt, das Gleichgewicht, weßhalb in jeder Secunde eben so viel von der Lösung durch die Membrane austritt, als reines Wasser in die Röhre eintritt.

Fig. 71.



Ueberbindet man eine kurze Röhre, die mit Salzwasser oder Alcohol gefüllt ist, an beiden Enden mit einer frischen Blase, und bringt sie dann in's reine Wasser, so dringt das Wasser ein, die Blasenoberflächen gestalten sich convex, schwellen an, bersten aber nicht, weil die ausgedehnte Blase durch ihre Elasticität einen Druck auf die innere Flüssigkeit ausübt, der sich bis zu der Blase auf der andern Seite fortpflanzt, mithin der Druck im Inneren gegen die Blase durch größere Aufnahme des Wassers steigt, und endlich die Stärke erreicht, bei welcher der stärkeren Anziehung der Blase gegen das Wasser Gleichgewicht gehalten wird, worauf die Mischung der Flüssigkeiten ohne Volumänderung erfolgt.

Die Untersuchungen lehren, daß das endosmotische Aequivalent, mit der Temperatur wächst, ferner daß es bei Eiweiß (somit auch bei

Blut) sehr groß, kleiner bei Gummi und Dextrin und noch kleiner bei Zucker ist. Eiweiß, Gummi, Dextrin gehen nur äußerst schwer durch die Membrane durch.

Werden Eier, die man von der Kalkschale befreit hat, in Wasser gelegt, so schwellen sie an, indem Wasser durch die Eihaut eindringt. Aus reifen Zwetschken, Kirschen, Weinbeeren tritt der Saft nicht heraus, während Wasser eindringt, weil der Saft Eiweiß und Zucker enthält.

Vierordt fand, daß bei Lösungen der Unterschied in der Geschwindigkeit, der nach entgegengesetzten Richtungen vor sich gehenden Strömungen, bei gleicher Dauer der Versuche, mit der Menge des in einem bestimmten Volumen Wasser anfangs aufgelösten Stoffes zunimmt, aber dieser Menge nicht genau proportional ist.

Die Schnelligkeit der Mischung der ungleichartigen, durch eine Membrane getrennten Flüssigkeiten nimmt mit der Dicke der Membrane ab, und wird größer, wenn durch rasche Entfernung der an einer Seite der Membrane entstandenen Mischung die ursprüngliche Ungleichheit in der Beschaffenheit der Flüssigkeiten sich beständig erneuert. Die Blutgefäße enthalten eine Flüssigkeit, für welche ihre Wände im normalen Zustande weit weniger durchdringlich sind, als für andere Flüssigkeiten des Körpers; diese Blutflüssigkeit bewegt sich mit einer großen Geschwindigkeit, und wird durch die Harnwerkzeuge beständig auf demselben Grade der Concentration erhalten; sie ist somit geeignet, andere Flüssigkeiten, die sich im Körper bilden, rasch aufzunehmen, und wieder durch die Harnwerkzeuge aus dem Körper zu führen. Der ganze Darmkanal ist mit solchen Gefäßen umgeben; daher mischen sich alle Flüssigkeiten, welche von den Wänden des Darmkanals in die Blutgefäße aufgenommen werden können, sehr schnell mit dem Blute, so daß der Darmkanal von den Flüssigkeiten bald entleert wird, und das Volumen des Blutes zunehmen würde, wenn nicht eine Ausgleichung einträte. Das Aufsaugungsvermögen der Wände des Darmkanals ist für reines Wasser groß, aber je mehr Salz es enthält, desto mehr Zeit ist zur Aufsaugung desselben erforderlich. —

Die Wandungen der Pflanzenzellen verhalten sich gegen Flüssigkeiten eben so wie die verschiedenen Membranen; sie sind daher in der organischen Natur höchst wichtig. Die Wurzelzellen nehmen durch Endosmose die Nahrungsflüssigkeit aus dem Boden auf; diese geht nun von einer Zelle in die andern damit verbundenen über und pflanzt sich durch den ganzen Organismus der Pflanze fort; die in den Zellen der Pflanze enthaltenen gelösten eiweißartigen Stoffe und schleimigen Kohlenhydrate sind es vorzüglich, die durch ihr hohes endosmotische Aequivalent der Pflanze das Wasser zuführen und es durch die Pflanze verbreiten. Diese Verbreitung heißt Diffusionsströmung, sie hört bei der Temperatur von 0° auf, ist bis zur Temperatur von 4° C unbedeutend, und tritt erst bei höheren Temperaturen lebhafter auf, so daß nun die Entwicklung der Pflanze bemerkbar wird und rasch mit dem Steigen der Wärme fortschreitet. Bei Bäumen und Sträuchern wird im Frühjahr die Entwicklung dann bemerkbar wenn die Erwärmung des Bodens über 4° bis zu den Wurzeln vorgeschritten ist.

§. 75. Diffusion der Flüssigkeit. Abweichungen von dem Gesetze, nach welchem sich Flüssigkeiten von verschiedenem specifischen Gewichte, die sich nicht mischen, über einander lagern, und in den Armen

eines Communicationsgefäßes ungleiche Höhen einnehmen, müssen eintreten, wenn sie mit starken Anziehungskräften auf einander einwirken, und in Folge dieser Wirksamkeit sich mit einander mischen. Sehr wichtig ist auch der von Graham untersuchte Uebergang eines gelösten Stoffes aus dem Lösungsmittel in eine weitere Menge desselben, die mit der Lösung in unmittelbarer Berührung steht. Die Uebergangsweise, Diffusion der Flüssigkeiten genannt, untersuchte Graham auf die Art, daß er gleichgestaltete Gläser von gleichem Kubikinhalte mit Lösungen verschiedener Salze im Wasser, aber von gleicher Dichtigkeit füllte, sie oben offen ließ und in größere Glasgefäße stellte, die behutsam mit destillirtem Wasser gefüllt wurden, so daß dieses etwa 1 Zoll hoch über jedem Glase stand; nach längerer Zeit wurden die Gläser mit Glasplatten bedeckt, aus der Flüssigkeit genommen und nun die Menge des Salzes bestimmt, welche in das umgebende Wasser übergegangen war. Diese Menge war bei verschiedenartigen Lösungen sehr ungleich; daraus folgt, daß jedem Stoffe eine eigene Diffusibilität zukommt.

Enthält die Lösung mehrere Salze von verschiedener Diffusibilität, die sich jedoch nicht chemisch verbinden, so diffundiren sie weder in derselben Menge noch in demselben Verhältnisse, wie einzeln aus ihren Lösungen in eben soviel Wasser; die Diffusibilität des weniger diffusibilen Salzes erscheint in der Mischung vermindert. Die Ungleichheit im Diffusionsvermögen zweier Bestandtheile einer chemischen Verbindung kann nach Graham eine theilweise Zersetzung derselben bewirken.

Eben so verschieden ist auch die Geschwindigkeit, mit welcher ein löslicher Stoff in einem Lösungsmittel diffundirt; sowohl in diesem als in dem früheren Falle wird die Diffusion durch Erhöhung der Temperatur befördert.

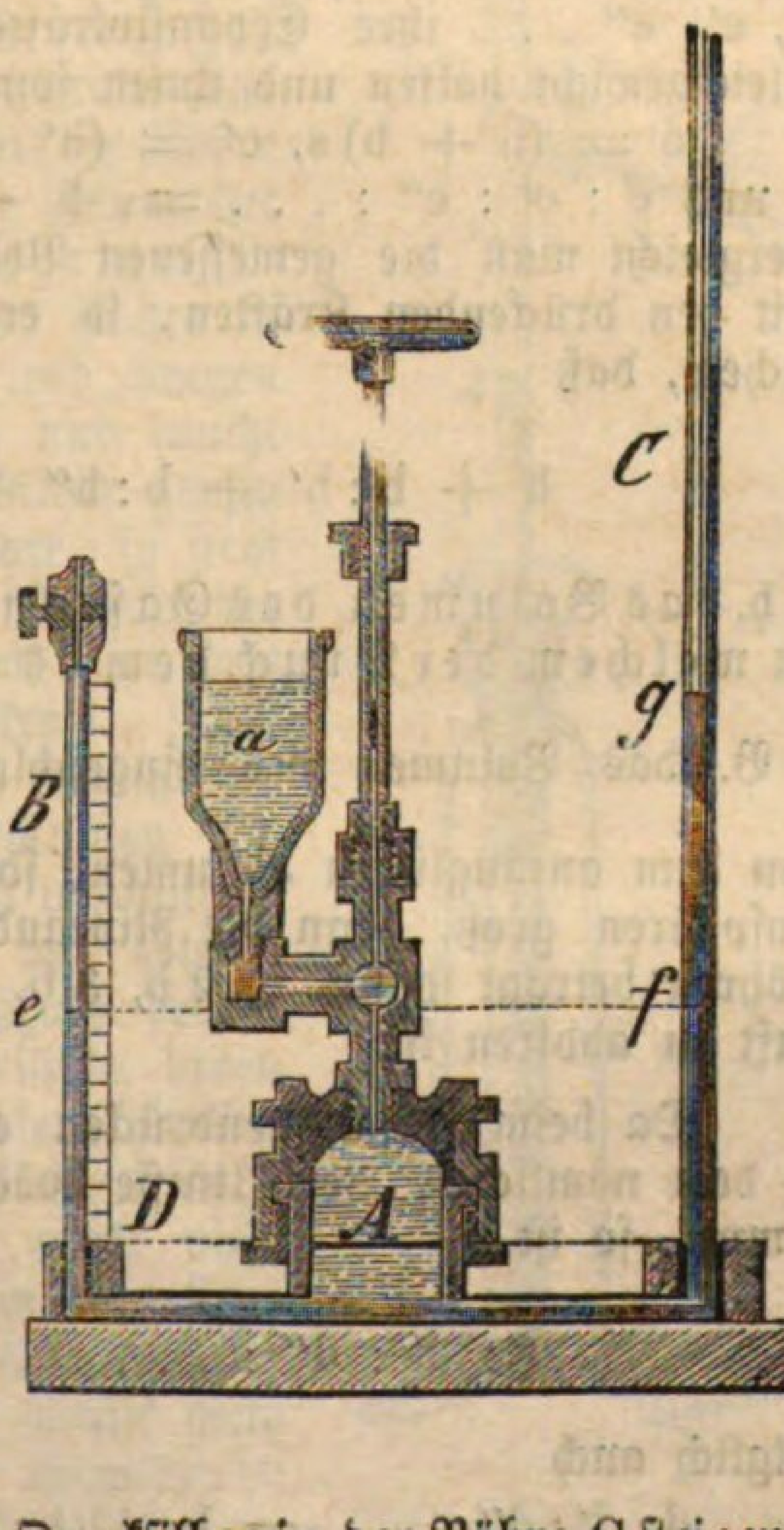
Aus den Untersuchungen von A. Fick ergibt sich als wahrscheinlich, daß die Schnelligkeit, mit welcher lösliche Salze aus concentrirten Lösungen in weniger dichte übergehen und sich hier ausbreiten, dem jedesmaligen Concentrationsunterschiede an der Grenzfläche zweier Schichten, so wie dem Quadratinhalte dieser Fläche proportional ist. Beilstein fand dieses Gesetz nur bei kleinen Unterschieden der Concentration bestätigt.

Aërostatik.

§. 76. Abhängigkeit der Expansivkraft ausdehnsamer Körper von ihrer Dichte und den auf sie einwirkenden Druckkräften. Die ausdehnsamen Flüssigkeiten unterscheiden sich von den tropfbaren hauptsächlich durch ihre Ausdehnsamkeit oder Expansivkraft, deren Größe bekanntlich durch den Druck bestimmt wird, den ein ausdehnsamer Stoff auf eine Flächeneinheit seiner Umgebung äußert, und der von der Dichte, Temperatur und der materiellen Beschaffenheit des ausdehnsamen Stoffes abhängig ist. Eine genaue Kenntniß der Gesetze dieser Abhängigkeit ist für die Lösung vieler wissenschaftlichen und

praktischen Aufgaben von der höchsten Wichtigkeit, weßhalb mit der Auffindung dieser Gesetze sich die ausgezeichnetsten Naturforscher beschäftigt haben. Mariotte hat zuerst (um das Jahr 1650) durch Versuche dargethan, daß bei ungeänderter Temperatur die Expansivkraft der Luft in demselben Verhältnisse steigt und fällt, in welchem die Dichte derselben durch eine drückende Kraft vergrößert oder vermindert wird. Dieses Gesetz, das, wie weitere Versuche zeigten, alle Gase befolgen, wird nach seinem Entdecker das Mariotte'sche genannt und kann mit dem Apparate, Fig. 72, bewiesen werden. A ist ein gußeisernes Gefäß, oben mit einer Fassung versehen, an die eine Druckpumpe von derselben Einrichtung, wie bei dem Compressionsapparate, Fig. 43, angeschraubt werden kann; dieses Gefäß A hat unten an den Seiten gußeiserne horizontal laufende Röhren, die an den Enden vertical aufwärts gebogen, und hier mit Fassungen zum luftdichten Ansetzen der Röhren B und C versehen sind; die Röhre B ist in gleiche Volumtheile getheilt, und hat oben eine Fassung mit einem Hahne, um trockene atmosphärische Luft, oder auch ein anderes Gas einzulassen, und dann wieder den Raum in der Röhre abzuschließen; C ist oben offen, und so hoch als es das Locale gestattet. Man füllt die Röhre B bei geschlossenem Hahne mit Quecksilber, und gießt auch in das Gefäß A so viel Quecksilber, daß, wenn man die Röhre B in D ansetzt, die Mündung derselben in Quecksilber taucht; die Röhre B deren Höhe nicht groß zu sein braucht, wird dann ganz mit Quecksilber gefüllt bleiben; bringt man aber das obere Ende mit einem Luft- oder Gasbehälter in Verbindung und öffnet den Hahn, so füllt sich B mit der im Behälter befindlichen trockenen Luftart und das Quecksilber sinkt herab; erscheint das Quecksilber in den Röhren B und C gleich hoch, so hat die in die Röhre B eingetretene Luftart dieselbe Dichte und Expansivkraft wie die äußere atmosphärische Luft, die auf die Oberfläche des Quecksilbers in C drückt, welcher Druck am Barometer gemessen wird. Nun wird der Hahn der Röhre B geschlossen, der noch übrige leere Raum des Gefäßes A mit Wasser gefüllt und die Druckpumpe mit ihrem Wasserbehälter a angeschraubt; preßt man Wasser in das Gefäß A ein, so wird das Gas in der Röhre B zusammengedrückt und gleichzeitig das Quecksilber in der Röhre C steigen.

Fig. 72.



Gesetzt, das Quecksilber stehe in der offenen Röhre C bis g, und in der geschlossenen B bis e, so ziehe man durch e die horizontale ef, und

berücksichtige, daß auf die in B eingeschlossene Luft nebst dem Drucke der äußeren Luft auch der Druck der Quecksilbersäule fg, deren Höhe der Niveaudifferenz des Quecksilbers in B und C gleich ist, wirksam ist, und daß daher die Luft in B durch Verdichtung eine Expansivkraft erlangt hat, die den beiden Pressungen das Gleichgewicht hält. Das Gewicht der kleinen in der Röhre B eingeschlossenen Luftmasse kann unbeachtet bleiben. Wird noch mehr Wasser in das Gefäß eingepreßt, so wird eine noch größere Volumverminderung der Luft in B, und eine noch größere Niveaudifferenz des Quecksilbers in den beiden Röhren bewirkt. An einer an der Seite der Röhre C angebrachten Scala kann diese Niveaudifferenz genau gemessen werden. Man muß dafür sorgen, daß die Temperatur während der Untersuchung unverändert bleibt. Es seien in einer Reihe von Versuchen, h, h', h'',... die Niveaudifferenzen oder die Höhen der drückenden Quecksilbersäulen in der Röhre C, b sei der Barometerstand, s das specifische Gewicht des Quecksilbers so sind die auf eine Flächeneinheit des in B eingeschlossenen Gases sich beziehenden Pressungen nach einander:

$$(h + b)s,\ (h' + b)s,\ (h'' + b)s,\dots$$

Sind v, v', v''. . . die bei diesen Pressungen beobachteten Volumen, d, d', d'' . . . die zugehörigen Dichtigkeiten des gepreßten Gases, und e, e', e'' . . . ihre Expansivkräfte die den drückenden Kräften das Gleichgewicht halten und ihnen somit gleich sind, so hat man:

$$e = (h + b)s,\ e' = (h' + b)s,\ e'' = (h'' + b)s\dots$$

und $$e : e' : e'' : \dots = h + b : h' + b : h'' + b : \dots \quad (1)$$

Vergleicht man die gemessenen Volumen der zusammengedrückten Luft mit den drückenden Kräften, so ergibt sich unmittelbar aus den Versuchen, daß

$$h + b : h' + b : h'' + b : \dots = \frac{1}{v} : \frac{1}{v'} : \frac{1}{v''} : \dots \quad (2)$$

d. h. **das Volumen des Gases nimmt in dem Verhältnisse ab, in welchem der Druck, dem es ausgesetzt ist, zunimmt.** Beträgt z. B. das Volumen des eingeschlossenen Gases nur $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4} \dots$ von dem anfänglichen Volumen, so findet man den Druck 2, 3, 4 Atmosphären groß, denn die Niveaudifferenz des Quecksilbers in beiden Röhren beträgt dann b, 2 b, 3 b, wozu noch der Druck b der äußeren Luft zu addiren ist.

Da beim Zusammendrücken einer Gasmasse die Dichte derselben in dem nämlichen Verhältnisse wächst, in welchem das Volumen abnimmt, so ist

$$d : d' : d'' : \dots = \frac{1}{v} : \frac{1}{v'} : \frac{1}{v''} : \dots$$

folglich auch

$$d : d' : d'' : \dots = h + b : h' + b : h'' + h : \dots \quad (3)$$

d. h. **die Dichte des Gases ist der drückenden Kraft direct proportionirt.**

Aus den beiden Proportionen (1) und (3) folgt:

$$e : e' : e'' = d : d' : d'' \quad (4)$$

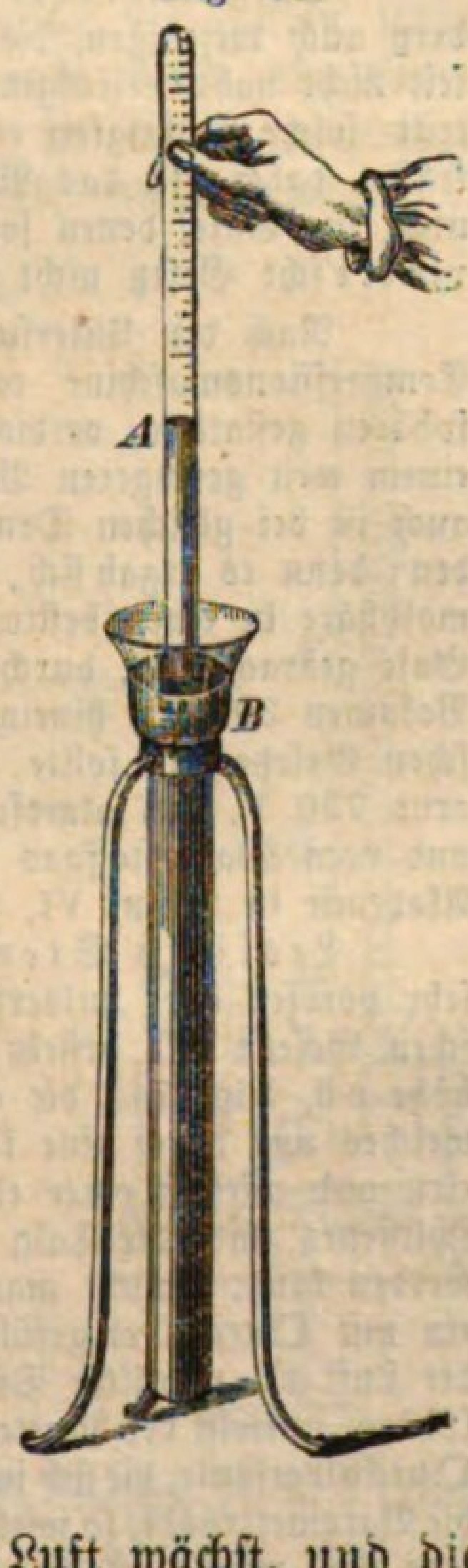
d. h. **die Expansivkraft einer Gasmasse wächst im geraden Verhältnisse mit ihrer Dichte.**

Die Proportionen (2), (3), (4) drücken das Mariotte'sche Gesetz in verschiedener Form aus.

Unter dem Drucke einer Atmosphäre und der Temperatur von 0° R. beträgt die Dichtigkeit der Luft nur den $\frac{1}{770}$ten Theil von der Dichtigkeit des Wassers; mithin wäre ein Druck von 770 Atmosphären erforderlich, um der Luft die Dichte des Wassers zu geben. — Mariotte hatte das angeführte Gesetz nur für eine dreifache Verdichtung bewiesen; Dulong und Arago haben mit einem dem beschriebenen ähnlichen Apparate die Richtigkeit dieses Gesetzes bei der atmosphärischen Luft bis zu einer 27fachen Verdichtung, also bis zu einem Drucke von 27 Atmosphären bestätigt.

Um das Mariotte'sche Gesetz auch für einen Druck, der kleiner ist als eine Atmosphäre, zu erweisen, verfährt man auf folgende Weise: Man füllt eine mit einer Volumscala versehene Barometerröhre mit Quecksilber, aber nicht ganz voll, sondern so, daß ein Stück, z. B. von 2 Zoll mit Luft gefüllt bleibt; verschließt hierauf das offene Ende mit dem Finger und kehrt die Röhre um, so steigt die Luft in den oberen Raum der Röhre. Bringt man nun, wie beim Torricelli'schen Versuche, das untere Ende der Röhre in das Quecksilber einer etwas weiten und langen Glasröhre B, zieht den Finger weg und taucht A so tief ein, daß in ihr das Quecksilber genau so hoch steht, wie in der andern Röhre, so steht die abgesperrte Luft nur unter dem Drucke der äußeren atmosphärischen Luft und hat somit mit dieser gleiche Dichte und Expansivkraft. Zieht man die Röhre A in die Höhe, so nimmt die eingeschlossene Luft ein größeres Volumen an, wodurch ihre Dichte und Expansivkraft vermindert wird, und dem äußeren Luftdrucke das Gleichgewicht zu halten nicht vermag; deßhalb erhebt sich bei diesem Heben eine Quecksilbersäule, deren hydrostatischer Druck, vermehrt durch die Expansivkraft der eingeschlossenen Luft, dem äußern Luftdrucke das Gleichgewicht hält. Nun wirkt nicht mehr der ganze Luftdruck auf die eingeschlossene Luft, sondern er ist vermindert um den Druck der in A emporgehobenen Quecksilbersäule, welche desto höher wird, je mehr man die Röhre herauszieht, also je mehr das Volumen der eingeschlossenen Luft wächst, und die Dichte derselben abnimmt. Hat man z. B. die Röhre so weit gehoben, daß das Volumen der Luft 4 Zoll beträgt, mithin ihre Dichte nur

Fig. 73.



halb so groß ist, als anfänglich, so ist die Höhe der gehobenen Quecksilbersäule 14 Zoll, falls der Barometerstand 28 Zoll beträgt.

Mißt man in jeder Gleichgewichtslage die Höhen $h, h', h'' \ldots$ der in A über dem Niveau b stehenden Quecksilbersäule, sind $v, v', v'' \ldots$ die zugehörigen Volumen, d, d', d'' die Dichten und $e, e', e'' \ldots$ die entsprechenden Expansivkräfte der eingeschlossenen Luft, und ist b der Barometerstand, so hat man:

$$e + hs = bs,\ e' + h's = bs,\ e'' + h''s = bs \ldots \text{ mithin}$$

$$e = (b - h)s,\ e' = (b - h')s,\ e'' = (b - h'')s \ldots \text{ und}$$

$$e : e' : e'' : \ldots = b - h : b - h' : b - h'' : \ldots (1)$$

Vergleicht man die gemessenen Volumen der Luft mit den drückenden Kräften, so findet man

$$b - h : b - h' : b - h'' : \ldots = \frac{1}{v} : \frac{1}{v'} : \frac{1}{v''} : \ldots$$

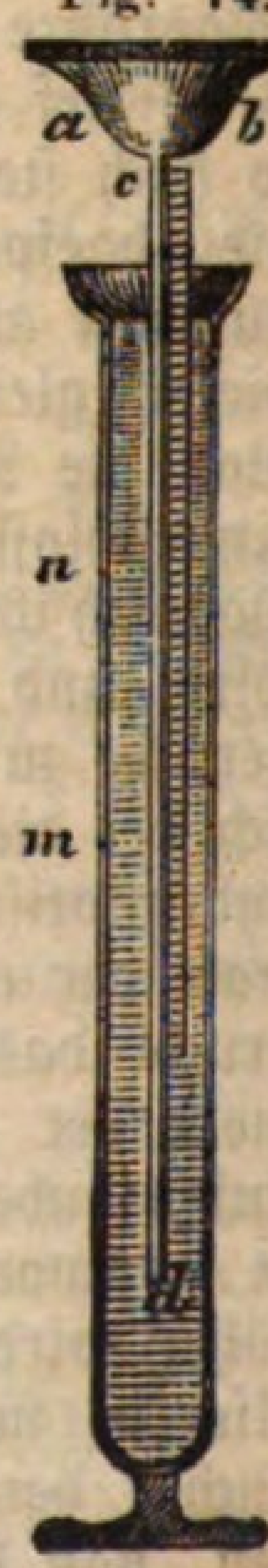
d. h. das Volumen der Luft nimmt in demselben Verhältnisse zu, wie die drückende Kraft abnimmt, woraus sich die Proportionen (3) und (4) von selbst ergeben.

Die Trockenheit der Luft in der Röhre A bewirkt man mit einem Stückchen Chlorcalcium, das man in diese Röhre steigen läßt.

Das Mariotte'sche Gesetz befolgen nicht nur die permanenten Gasarten, sondern auch diejenigen, die durch Druck tropfbar flüssig werden, so lange ihre Dichtigkeit nicht nahe derjenigen ist, wo der Uebergang in den tropfbaren Zustand beginnt; tritt solche Dichtigkeit ein, so wächst sie im stärkeren Verhältnisse als die Expansivkräfte, daher gilt das Mariotte'sche Gesetz nicht für gesättigten Wasserdampf, und nicht für Gase, denen solcher beigemengt ist; übrigens befolgen trockene Gase das Mariotte'sche Gesetz nicht bloß bei einer bestimmten, sondern bei jeder Temperatur.

Nach den Untersuchungen von Natterer und Dr. L. Redtenbacher, die eine Compressionsmaschine construirten, welche einen Druck von 3600 bis 4000 Atmosphären gestattete, verdichten sich bei sehr hohem Drucke alle Gase in einem weit geringeren Verhältnisse, als die drückende Kraft zunimmt; auch ist bei gleichen Druckkräften die Dichte der einzelnen Gase verschieden; denn es ergab sich, daß man, wenn man durch einen Druck von 1 Atmosphäre in einen bestimmten Raum das Volumen V der nachfolgenden Gase gebracht hat, durch den Druck von 3600 Atmosphären nicht das Volumen 3600 V hineinpressen konnte, wie es nach dem Mariotte'schen Gesetze sein sollte, sondern vom Stickgas nur 710 V, vom Kohlenoxyd 730 V, von atmosphärischer Luft 800 V, vom Leuchtgas 850 V, und vom Wasserstoffgas 1040 V. Siehe Sitzungsberichte der kaiserl. Akademie in Wien, VI. Bandes 5. Heft.

Fig. 74.



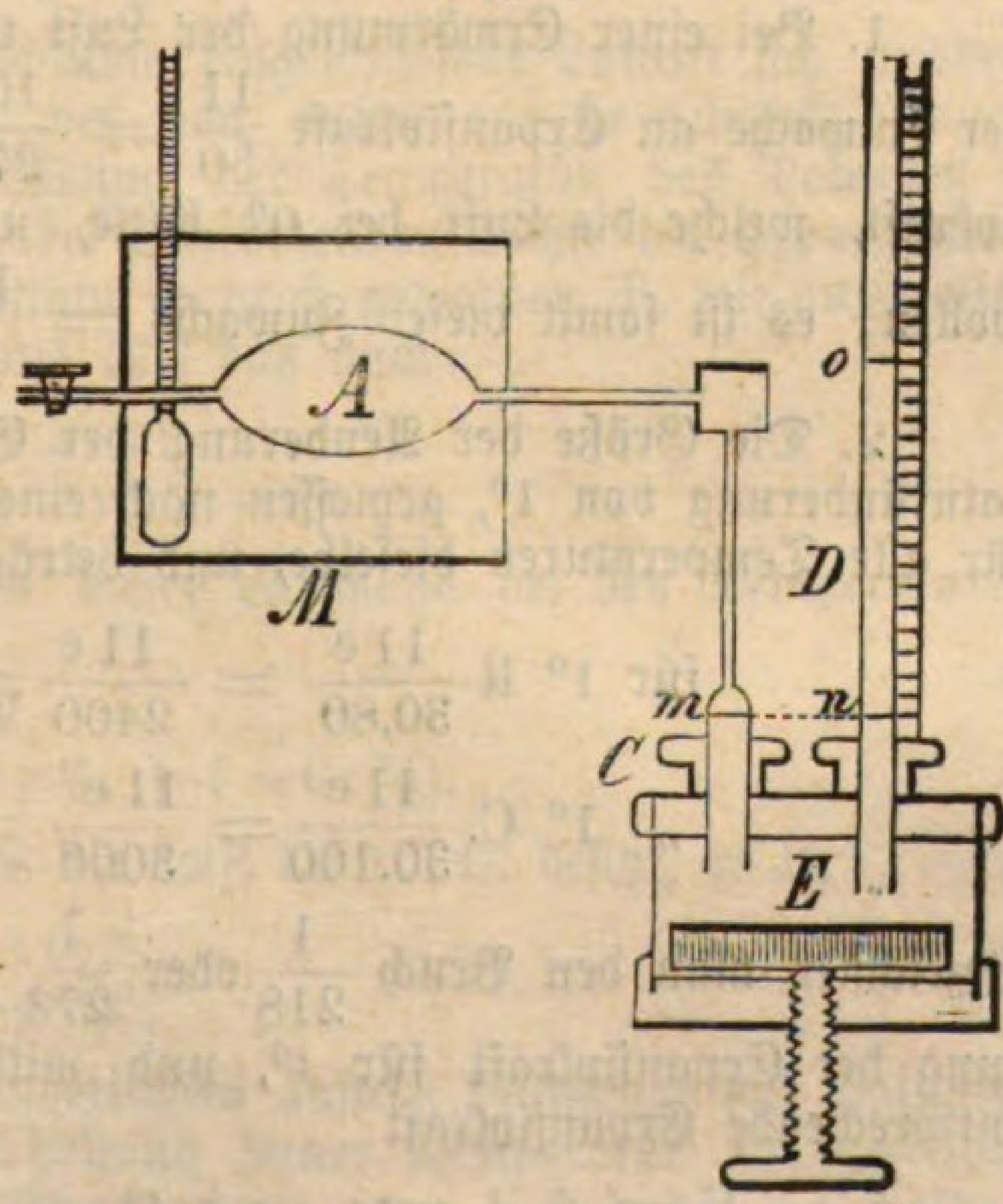
Leslie's Stereometer zur Bestimmung des Volumens von sehr porösen oder pulverförmigen Körpern beruht auf dem Mariotte'schen Gesetze und besteht aus einer an beiden Enden offenen Barometerhöhe c d, Fig. 74., die oben mit einem weiteren Gefäße a b versehen ist, welches nur durch eine kleine Oeffnung o mit der Röhre c d communicirt, und mittelst einer ebenen Glasplatte, die man an den eben abgeschliffenen und mit Talg bestrichenen Rand anpreßt, luftdicht verschlossen werden kann. Taucht man die Röhre bis an die feine Oeffnung o in ein mit Quecksilber gefülltes Gefäß, schließt hierauf das Gefäß a b, worin die Luft die nämliche Dichte und Expansivkraft hat, wie die äußere Atmosphäre, mittelst der Platte luftdicht, und zieht dann c d in die Höhe, bis die Quecksilbersäule, die sich in der Röhre erhebt, genau halb so lang wird, als die Barometerhöhe, so wirkt nur noch der halbe Luftdruck auf die eingeschlossene Luft, mithin ist ihre Dichte nur halb so groß, aber ihr Volumen zweimal größer als anfänglich; folglich ist das Volumen des jetzt mit Luft gefüllten Röhrenstückes o m eben so groß, als das des Gefäßes a b.

Taucht man wieder die Röhre bis zur Oeffnung o ein, stellt den pulverförmigen Körper in das Gefäß ab, und zieht, nachdem man dieses luftdicht geschlossen hat, die Röhre so lange in die Höhe, bis die aufsteigende Quecksilbersäule halb so hoch ist, als die Barometerhöhe: dann ist abermals die Dichte der eingesperrten Luft nur halb so groß, wie anfänglich, und der mit Luft gefüllte Theil der Röhre no, der nun kleiner ist als vorher, hat genau dasselbe Volumen, wie die im Gefäße ab befindliche Luftmenge. Subtrahirt man nun das Volumen on von dem Volumen om, so hat man das Volumen, welches der im Gefäße ab befindliche pulverartige Körper wirklich besitzt. — Dividirt man mit diesem gefundenen Volumen das absolute Gewicht des Körpers, so gibt der Quotient die Größe von dessen specifischem Gewichte.

Eine andere Anwendung des Mariotte'schen Gesetzes bietet Kopp's Volumenometer dar, welches zur genauen Bestimmung des Volumens der Körper, insbesondere der stark porösen, pulverförmigen und der flüssigen dient.

§. 77. Abhängigkeit der Expansivkraft der ausdehnsamen Stoffe von der Temperatur, die sie besitzen. Um das Gesetz zu finden, nach welchem sich die Expansivkraft eines ausdehnsamen Stoffes ändert, wenn in der Temperatur desselben Veränderungen eintreten, muß man dafür sorgen, daß entweder das Volumen und somit auch die Dichte dieses Stoffes, oder daß der auf ihn einwirkende Druck bei allen Temperaturveränderungen unverändert bleibt. Der erste Fall findet bei folgendem, für diese Untersuchungen sehr zweckdienlichem Apparate statt; Ein cylindrisches Glasgefäß A, Fig. 75, von beinahe 70 Linien Länge und 15 Linien im Durchmesser, das in einem mit einer tropfbaren Flüssigkeit gefüllten Behälter sich befindet, läuft in eine horizontale, dann nach abwärts gebogene Thermometerröhre aus, an die unten ein Stück einer Barometerröhre angesetzt ist, welches in einen kleinen Quecksilberbehälter reicht; dieser ist ein Glascylinder mit eisernen Fassungen oben und unten; die obere Fassung hat zwei Tubulaturen zum luftdichten Einsetzen der Röhre C und einer oben offenen Barometerröhre D. Die untere Fassung hat eine Schraubenmutter, in welcher eine Schraubenspindel einen gußeisernen, mit eingefetteter Leinwand belegten Stempel E innerhalb des Glascylinders bewegt. Das Quecksilbor, womit dieser Cylinder gefüllt ist, muß vollkommen trocken sein. Bevor man in das Gefäß M eine Flüssigkeit bringt, wird der ganze Apparat getrocknet, das Gefäß A mit trockener Luft oder einem andern trockenen Gase gefüllt und mit Eis umgeben; hat A die Temperatur des schmelzenden Eises, so wird der Stempel in die Lage gebracht, bei der das Quecksilber in den beiden

Fig. 75.



Röhren C und D gleich hoch, z. B. bei den markirten Punkten m und und n steht, wo dann die Expansivkraft der Luft in A dem Drucke der äußern atmosphärischen Luft gleich ist. Die beiden Röhren C und D haben denselben Durchmesser, damit kein Unterschied in der Capillar-depression stattfinde.

Ertheilt man der in den Behälter M eingegossenen Flüssigkeit eine gewisse Temperatur, die mittelst eines genauen Quecksilberthermometers gemessen wird, so erhält auch die Luft in A dieselbe Temperatur; sie dehnt sich in Folge ihrer gesteigerten Expansivkraft aus, und drückt das Quecksilber bei m herab. Man hebt nun den Stempel E, und treibt dadurch die eingetretene Luft in das Gefäß A zurück, bis das Quecksilber in der Röhre C den Punkt m erreicht, und somit die Luft ihr anfängliches Volumen wieder erlangt hat; dieß wird nur dadurch möglich, daß beim Heben des Stempels das Quecksilber in der Röhre D sich über n bis zu einer Höhe erhebt, bei welcher es einen Druck auszuüben vermag, der in Verbindung mit dem äußern Luftdrucke, der erhöheten Expansivkraft der Luft in A das Gleichgewicht hält. Die Höhe dieser drückenden Quecksilbersäule, z. B. o n, wird an einer Scala gemessen, muß aber so wie der Barometerstand auf die Temperatur von 0° R. reducirt werden. Um ganz genaue Resultate zu bekommen, muß man auf die Ausdehnung des Glasgefäßes A, so wie auf den Umstand Rücksicht nehmen, daß die Luft in den Röhren C und D nicht die nämliche Temperatur hat, wie die in A.

Genaue Untersuchungen von Rudberg, Magnus und Regnault führten zur Kenntniß folgender Gesetze:

1. Bei einer Erwärmung der Luft von 0° bis zur Siedhitze beträgt der Zuwachs an Expansivkraft $\frac{11}{30} = \frac{100}{273} = 0{\cdot}367$ von der Expansivkraft, welche die Luft bei 0° hatte, und die wir mit e bezeichnen wollen; es ist somit dieser Zuwachs $= \frac{11\,e}{30}$.

2. Die Größe der Aenderung der Expansivkraft bei einer Temperaturänderung von 1°, gemessen nach einem Quecksilberthermometer, ist für alle Temperaturen dieselbe, und beträgt

$$\text{für } 1^\circ \text{ R } \frac{11\,e}{30.80} = \frac{11\,e}{2400} = \frac{e}{218}, \text{ und}$$

$$\text{„ } 1^\circ \text{ C. } \frac{11\,e}{30.100} = \frac{11\,e}{3000} = \frac{e}{273} = 0.00367.$$

Bezeichnet man den Bruch $\frac{1}{218}$ oder $\frac{1}{273}$ mit α, so ist $\alpha t e$ die Aenderung der Expansivkraft für t°, und mithin die dieser Temperatur t entsprechende Expansivkraft

$$E = e + \alpha t e = e\,(1 + \alpha t).$$

War e = 29 Zoll = 348 Zoll Linien, so beträgt bei einer Erwärmung von 0° bis 80° R, der Zuwachs an Expansivkraft 127.6 Linien; so hoch wird also auch das Quecksilber in der Röhre D sich erheben. War e = 28 Zoll = 336 Linien, so beträgt dieser Zuwachs 123.2 Linien, mithin um 4.4 Linien weniger.

3. Diese beiden Gesetze gelten auch für alle andern Gasarten; der Werth von α ist für verschiedene Gasarten so geringen Veränderungen unterworfen, daß man ihn lange für alle Gasarten gleich groß angenommen hat, und erst durch die neuesten Versuche belehrt wurde, daß er z. B. bei Wasserstoffgas 0·0036678 und bei Kohlensäuregas 0.0036896, mithin beim ersten etwas kleiner, beim andern etwas größer ist, als bei der Luft. Beim stärkeren Drucke wird der Werth von α etwas vergrößert; so ist bei 110mm, $\alpha = 0.003648$

„ 3655mm, $\alpha = 0.003704$.

4. Sind E und E′ die Expansivkräfte irgend einer Luftart bei den Temperaturen t und t′, so ist, wenn ihre Dichte unveränderlich bleibt:

$$E = e\,(1 + \alpha t) \text{ und } E' = e\,(1 + \alpha t')$$

mithin $E : E' = 1 + \alpha t : 1 + \alpha t'$ (1)

Kann sich jedoch die Dichte ändern, und ist sie D und D′ bei den Temperaturen t und t′ so wollen wir zur Ermittelung des Verhältnisses von E und E′ die Expansivkraft dieser Luftart bei der Dichte D und der Temperatur t′ mit x bezeichnen; und wir haben

$$E : x = 1 + \alpha t : 1 + \alpha t',$$

und nach dem Mariotte'schen Gesetze:

$$x : E' = D : D',$$

somit $E : E' = (1 + \alpha t)\,D : (1 + \alpha t')\,D'$ (2).

d. h. die Expansivkraft irgend eines Gases nimmt zu, wie das Produkt aus der Dichte desselben in die von der Temperatur abhängige Größe $(1 + \alpha t)$ wächst.

5. Kann die in einem Raume eingeschlossene Luftart sich ausdehnen, und ist nur der Druck, der von außen auf sie einwirkt, unveränderlich, so nimmt bei Erhöhung der Temperatur das Volumen so lange zu, bis in Folge der dabei abnehmenden Dichte die Expansivkraft dem äußern Drucke gleich, mithin so groß geworden ist, wie anfänglich. Wird aber $E = E'$, so folgt aus (2), daß auch

$$(1 + \alpha t)\,D = (1 + \alpha t')\,D'.$$

mithin daß $D : D' = 1 + \alpha t' : 1 + \alpha t$ (3).

Sind V und V′ die Volumen dieser Luftmasse bei den Temperaturen t und t′, so ist

$$D : D' = V' : V,$$

mithin ist $V' : V = 1 + \alpha t' : 1 + \alpha t$. (4).

Heißt v das Volumen, welches die Luft bei 0° C. besitzt, so ist

$$V : v = 1 + \alpha t : 1$$

$$\text{und } V = v\,(1 + \alpha t),$$

woraus folgt, daß bei unveränderlichem äußern Luftdrucke das Volumen eines Gases während der Erhöhung seiner Temperatur in demselben Verhältnisse wächst, wie die Expansivkraft, und daß daher die Volumänderung genau so berechnet wird, wie die Aenderung der Expansivkraft; demnach gibt die Größe α die Aenderung einer Volumseinheit für die Temperaturänderung von 1°, und heißt daher mit Recht der Ausdehnungscoefficient des Gases.

Gay-Lussac, der im Jahre 1804 zuerst das Gesetz der Abhängigkeit der Expansivkraft der Gase von der Temperatur bewiesen hat, fand $\alpha = \frac{1}{267} = 0.00375$; er bestimmte durch Versuche zunächst die Aenderungen im Volumen bei unveränderlichem äußeren Luftdrucke, und schloß hieraus auf die Größe der Aenderungen in der Expansivkraft, wenn das Volumen des Gases sich nicht ändern kann.

6. Berücksichtigt man, daß die Dichte einer Luftmasse im umgekehrten Verhältnisse mit ihrem Volumen sich ändert, also daß

$$D : D' = V' : V = \frac{1}{V} : \frac{1}{V'}$$

und führt dieses Verhältniß der Volumen anstatt des der Dichten in (2) ein, so erhalten wir

$$E : E' = \frac{1 + \alpha t}{V} : \frac{1 + \alpha t'}{V'} \text{ oder}$$

$$V : V' = \frac{1 + \alpha t}{E} : \frac{1 + \alpha t'}{E'}$$

Ist die Expansivkraft einer eingeschlossenen Luftmasse dem jedesmaligen Luftdrucke gleich, und sind B und B' die Barometerhöhen, E und E' die Expansivkräfte, so ist

$$E : E' = B : B', \text{ mithin}$$

$$V : V' = \frac{1 + \alpha t}{B} : \frac{1 + \alpha t'}{B'} \quad (5)$$

Bedeutet V' das Volumen einer eingeschlossenen Luftmasse bei dem Normalbarometerstande von 760 Millimeter = 346.22 W. Linien und der Temperatur von 0° C., welches Volumen wir mit V_o und das ander mit V_t bezeichnen wollen, so hat man

$$V_t : V_o = \frac{1 + \alpha t}{B} : \frac{1}{760}, \text{ woraus folgt}$$

$$V_o = \frac{B V_t}{760 (1 + \alpha t)} \ (6) \text{ und } V_t = \frac{760}{B} (1 + \alpha t) V_o \ (7).$$

Aus den letzten Gleichungen läßt sich das Volumen einer Luftmasse für die Temperatur von 0° und den Normalbarometerstand finden, wenn das Volumen derselben bei t° und bei dem auf sie einwirkenden Drucke B bekannt ist, oder das letztere Volumen berechnen, wenn V_o, t und B gegeben sind.

Kennt man z. B. das Volumen eines unter einem Recipienten befindlichen Gases, das mit Quecksilber abgesperrt ist, und unter einem Drucke steht, der dem Unterschiede zwischen dem äußeren Luftdrucke und dem Drucke der im Recipienten über dem äußeren Niveau stehenden Quecksilbersäule gleich ist, so läßt sich nach (5) das Volumen des Gases für jeden anderen Druck und jede andere Temperatur berechnen.

§. 78. Luftthermometer. Die Molecularanziehung, deren Stärke von der Beschaffenheit der Molecüle und ihrem gegenseitigen Abstande, mithin von der materiellen Beschaffenheit eines Körpers abhängt, äußert bei festen und tropfbaren Körpern beständig ihren Einfluß, und modificirt

die Wirkung der Wärme, welche die Abstoßungskräfte der Molecüle erhöhet; weßhalb die Ausdehnung, welche feste und tropfbare Körper in der Wärme erfahren, als das Ergebniß der Wirksamkeit der Wärme und der anziehenden Molecularkräfte erscheint, und der Ausdehnungscoefficient bei verschiedenen Körpern ungleich ist. Allein bei ausdehnsamen Stoffen fällt der Einfluß der anziehenden und mit der materiellen Beschaffenheit des Körpers sich ändernden Molecularkräfte fast ganz hinweg; dieß bezeugt die Gleichförmigkeit in der Zunahme der Expansivkraft und des Volumens bei allen Gasarten, so lange sie nicht dem Zustande nahe sind, wo sie anfangen, tropfbar zu werden, insbesondere die Thatsache, daß die Luft sowohl in stark verdichtetem als in stark verdünntem Zustande durch dieselbe Temperaturänderung die nämliche Aenderung in ihrem Volumen erleidet, obwohl in diesen von einander stark abweichenden Zuständen der Dichtigkeit die Abstände der Molecüle, die anziehend auf einander wirken könnten, sehr verschieden sind.

Demnach erscheint bei Gasen die Aenderung der Expansivkraft oder des Volumens, die durch eine Temperatur-Aenderung hervorgebracht wird, als eine reine Wirkung der Wärme, und ist daher ein ganz genaues Maß dieser Temperatur-Aenderung, weßhalb Thermometer, bei denen die thermometrische Substanz eine kleine, trockene Luftmasse ist, und die man Luftthermometer nennt, als Normalthermometer dienen, nach denen die Richtigkeit aller andern beurtheilt wird.

Man kann einem Luftthermometer entweder die Einrichtung geben, daß die Temperatur aus den Aenderungen in der Expansivkraft einer Luftmasse von unveränderlichem Volumen, oder aus den Aenderungen in Volumen dieser Luftmasse bei ungeändertem, oder auch bei verändertem äußern Luftdrucke, dem die Expansivkraft jedesmal gleich ist, sich erkennen läßt.

Ist die Expansivkraft e der thermometrischen Luft für die Temperatur des aufthauenden Eises bekannt, und bestimmt man die Expansivkraft E derselben bei der Temperatur von t^0, (gemessen nach dem Quecksilberthermometer), wenn das Volumen unverändert blieb, so ist

$$E = e\,(1 + \alpha t) \text{ und}$$

$$t = \frac{1}{\alpha}\left(\frac{E}{e} - 1\right) = \left(\frac{E - e}{\alpha e}\right) \quad (1)$$

Im zweiten Falle, wo das Volumen V_0 für 0^0 und das Volumen V_t für t^0 bekannt sein muß, ist

$$V_t = V_0\,(1 + \alpha t) \text{ und}$$

$$t = \left(\frac{V_t - V_0}{\alpha V_0}\right) \quad (2).$$

Aendert sich das Volumen und in Folge einer Aenderung des äußern Luftdruckes auch die Expansivkraft der thermometrischen Luft-

masse, so findet man aus der Gleichung (6) des vorigen §., nämlich aus

$$V_0 = \frac{B V_t}{760\,(1 + \alpha t)}$$

$$t = \frac{1}{\alpha}\left(\frac{B V_t}{760\ V_0} - 1\right)\ (3).$$

Man gibt der Scala des Luftthermometers die Einrichtung, daß die Angaben der Temperatur sich genau so zu einander verhalten, wie die diesen Temperaturen entsprechenden Expansivkräfte oder Volumen. Bezeichnet man mit T_0 die Temperatur des schmelzenden Eises und mit T diejenige, die mit der am Quecksilberthermometer angezeigten Temperatur von t^0 übereinstimmt, so ist

$$T : T_0 = E : e = 1 + \alpha t : 1 \text{ oder}$$
$$T : T_0 = V_t : V_0 = 1 + \alpha t : 1; \text{ woraus}$$
$$\text{folgt } T = T_0 + T_0\,\alpha t.$$

Die Zahl T_0 kann man willkührlich annehmen; am bequemsten ist es

$T_0 = \frac{1}{\alpha}$ zu setzen, wo dann $\alpha T_0 = 1$

$$T = \frac{1}{\alpha} + t, \text{ und } t = T - \frac{1}{\alpha}\ (4)$$

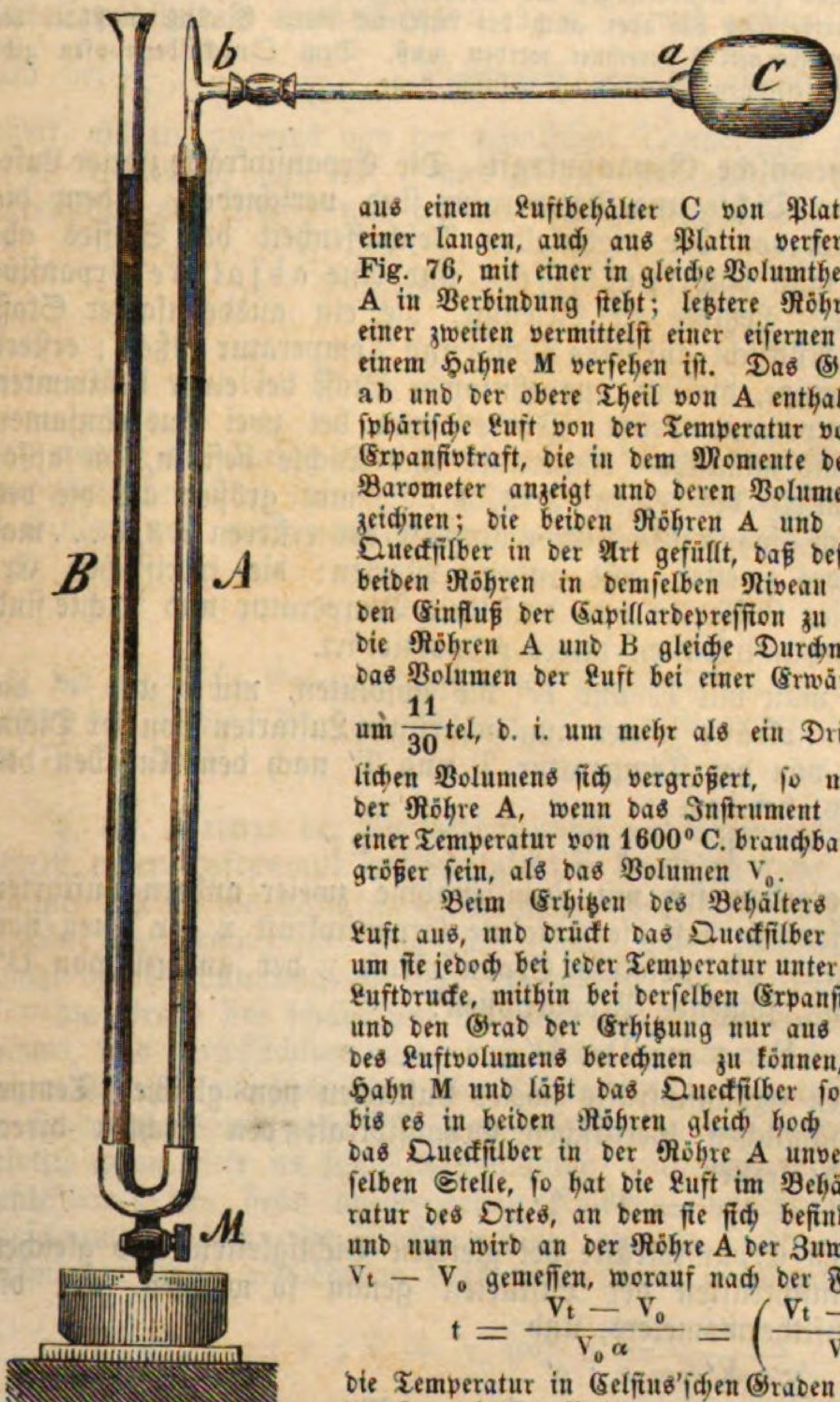
ist; man erhält auf die Art Ausdrücke, mittelst welchen die Angabe T eines Luftthermometers in die entsprechende Angabe t des Quecksilberthermometers, so wie auch umgekehrt leicht verwandelt werden kann. Da für 1^0 R. $\alpha = \frac{1}{218}$, und für 1^0 C. $\alpha = \frac{1}{273}$ ist, so setzt man am Punkte des aufthauenden Eises entweder 218 und am Siedpunkte 298, und theilt den Zwischenraum in 80 gleiche Theile, oder man schreibt am ersteren Punkte 273, am zweiten 373, und theilt der Zwischenraum in 100 Theile. Man hat dann nur nöthig, von der Angabe des Luftthermometers die Zahl 218 oder 273 abzuziehen, um die entsprechende Angabe nach dem Quecksilberthermometer in Reaumur'schen oder Celsius'schen Graden zu erhalten. Die Gleichung (3) wird folgende Gestalt annehmen:

$$t = \frac{B\quad T}{760\ T_0\,\alpha} - \frac{1}{\alpha} = \frac{BT}{760} - \frac{1}{\alpha}\ (5)$$

woraus ersichtlich wird, daß, wenn der äußere Luftdruck und somit die Expansivkraft der eingeschlossenen Luft unverändert geblieben, d. i. B = 760 wäre; die Formel (5) in die Formel (4) übergeht, wie es sein soll.

Ein Luftthermometer ist wegen der geringen Masse der thermometrischen Substanz sehr empfindlich und gestattet die Messung sehr geringer Temperaturänderungen, weil sich die Luft sehr bedeutend ausdehnt. Man gebraucht es nur zu sehr genauen Bestimmungen der Temperatur, und zur genauen Messung sehr niedriger Temperaturen bei kaltmachenden Mischungen, so wie zur Messung hoher Hitzgrade. Zum letzteren Zwecke dient insbesondere das Luftpyrometer von Pouillet; dieses besteht

Fig. 76.



aus einem Luftbehälter C von Platin, der vermittelst einer langen, auch aus Platin verfertigten Röhre ab, Fig. 76, mit einer in gleiche Volumtheile getheilten Röhre A in Verbindung steht; letztere Röhre communicirt mit einer zweiten vermittelst einer eisernen Fassung, die mit einem Hahne M versehen ist. Das Gefäß C, die Röhre ab und der obere Theil von A enthalten trockene atmosphärische Luft von der Temperatur von 0° und von der Expansivkraft, die in dem Momente der Beobachtung das Barometer anzeigt und deren Volumen wir mit V_0 bezeichnen; die beiden Röhren A und B sind dann mit Quecksilber in der Art gefüllt, daß dessen Oberflächen in beiden Röhren in demselben Niveau sich befinden. Um den Einfluß der Capillardepression zu vermeiden, müssen die Röhren A und B gleiche Durchmesser haben. Da das Volumen der Luft bei einer Erwärmung von 100° C. um $\frac{11}{30}$tel, d. i. um mehr als ein Drittel ihres anfänglichen Volumens sich vergrößert, so muß das Volumen der Röhre A, wenn das Instrument noch zur Messung einer Temperatur von 1600° C. brauchbar sein soll, 6 Mal größer sein, als das Volumen V_0.

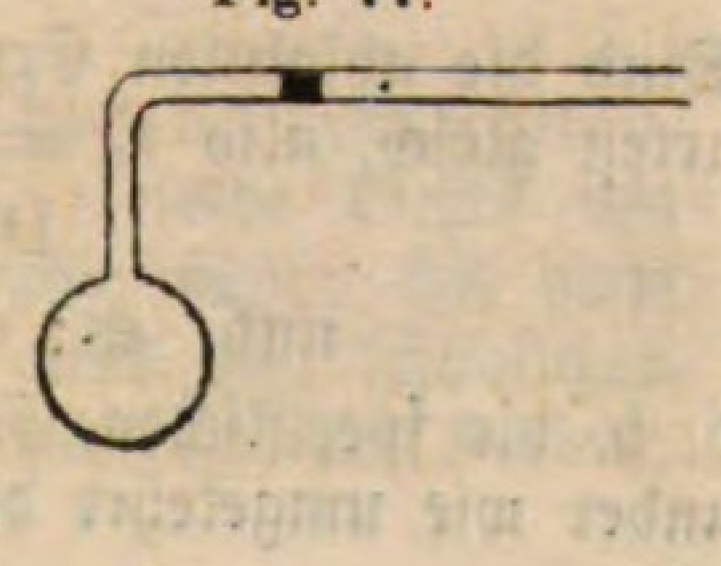
Beim Erhitzen des Behälters C dehnt sich die Luft aus, und drückt das Quecksilber in der Röhre A; um sie jedoch bei jeder Temperatur unter demselben äußeren Luftdrucke, mithin bei derselben Expansivkraft zu erhalten und den Grad der Erhitzung nur aus der Vergrößerung des Luftvolumens berechnen zu können, öffnet man den Hahn M und läßt das Quecksilber so lange auslaufen, bis es in beiden Röhren gleich hoch steht. Erhält sich das Quecksilber in der Röhre A unveränderlich an derselben Stelle, so hat die Luft im Behälter C die Temperatur des Ortes, an dem sie sich befindet, angenommen, und nun wird an der Röhre A der Zuwachs am Volumen $V_t - V_0$ gemessen, worauf nach der Formel (2)

$$t = \frac{V_t - V_0}{V_0 \alpha} = \left(\frac{V_t - V_0}{V_0}\right) 273$$

die Temperatur in Celsius'schen Graden berechnet wird Ist der Zuwachs an Volumen $= V_0$, $2 V_0$, $3 V_0$, so ist $t =$ 273° C., oder 546° C., 819° C.

Bei genauen Bestimmungen muß auch die Ausdehnung des Platingefäßes in Rechnung gezogen werden. Anstatt des Hahnes kann man einen Cylinder mit beweglichen Boden, wie in Fig. 75. anbringen, und zur Bestimmung gewöhnlicher Temperatur anstatt des Platingefäßes eine kleine Glaskugel anwenden; im letzteren Falle können die Röhren A und B kürzer und von geringem Durchmesser sein.

Fig. 77.



Wird an einer Röhre von kleinem Durchmesser eine Kugel angeblasen, die Röhre, wie in Fig. 77. horizontal gebogen und die Luft in der Kugel und einem Theil der Röhre, nachdem sie trocken geworden ist, mittelst

eines Quecksilbertropfens abgesperrt, so hat man ein Luftthermometer, das die Temperaturänderungen aus den Aenderungen des Volumens erkennen läßt. Auf die Stellung des Quecksilbertropfens hat aber auch der Luftdruck einen Einfluß, weßhalb die Temperatur nach der Formel 5 berechnet werden muß. Dem Quecksilbertropfen gibt man vermittelst eines eisernen Drahtes die richtige Lage.

§. 79. Specifische Expansivkraft. Die Expansivkräfte zweier Luftarten von gleicher Dichte und Temperatur sind verschieden, indem die Expansivkraft auch von der materiellen Beschaffenheit des Stoffes abhängt, weßhalb man eine specifische und eine absolute Expansivkraft unterscheidet. Letztere ist diejenige, die ein ausdehnsamer Stoff überhaupt ohne Rücksicht auf seine Dichte und Temperatur äußert; erstere hingegen ist diejenige, die ein ausdehnsamer Stoff bei einer bestimmten Dichte und Temperatur besitzt. Findet man bei zwei ausdehnsamen Stoffen, welche die nämliche Temperatur und Dichte besitzen, die absolute Ausdehnsamkeit des einen 2, 3, 4 . . . mal größer als die des andern, so ist auch die specifische Expansivkraft des ersteren 2, 3, 4 . . . mal stärker, als die des zweiten, mit andern Worten: die specifischen Expansivkräfte zweier Luftarten von derselben Temperatur und Dichte sind den absoluten Expansivkräften direct proportionirt.

Bezeichnet man mit E und E′ die absoluten, mit e und e′ die specifischen Expansivkräfte zweier ungleichartigen Luftarten von der Dichte D und D′, und von der Temperatur T und T′ nach den Angaben des Luftthermometers, bei dem

$$T : T' = 1 + \alpha t : 1 + \alpha t'$$

sich verhält, so ergeben sich mit Zuhilfenahme zweier andern Luftarten von der Beschaffenheit, daß die absolute Expansivkraft x der einen von D′, T und e, und die absolute Expansivkraft y der andern von D′, T′ und e abhängt, folgende Proportionen:

$$E : x = D : D'$$

weil die absoluten Expansivkräfte zweier Luftarten von gleicher Temperatur und der nämlichen specifischen Expansivkraft den Dichten direct proportional sind; ferner

$$x : y = T : T'$$

weil die absoluten Expansivkräfte bei gleichen Dichtigkeiten und gleichen specifischen Expansivkräften der Luftarten genau so wachsen, wie die Angaben des Luftthermometers, und

$$y : E' = e : e'$$

vermöge des oben ausgesprochenen Satzes. Man erhält also

$$E : E' = DTe : DT'e' \text{ und}$$

$$e : e' = \frac{E}{DT} : \frac{E}{D'T'} \quad (1).$$

Sind die absoluten Expansivkräfte und die Temperaturen zweier Luftarten gleich, also $E = E'$ und $T = T'$, so ist

$$De = D'e'$$

$$\text{und } e : e' = D' : D$$

d. h. die specifischen Expansivkräfte zweier Gase verhalten sich zu einander wie umgekehrt die Dichten, welche sie bei gleichen Temperaturen

und bei gleichen absoluten Expansivkräften (d. i. bei gleichem äußeren Luftdrucke, unter dem sie stehen), besitzen; denn offenbar ist die specifische Expansivkraft eines Gases 2, 3, 4... mal größer, wenn dasselbe schon bei $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$... Dichtigkeit dieselbe absolute Expansivkraft äußert, als ein anderes von der nämlichen Temperatur und der Dichte = 1. Bezeichnet man mit d und d' die Dichtigkeiten bei dem Barometerstande von 760^{mm} und bei der Temperatur von 0^0, so ist

$$e : e' = d' : d = \frac{1}{d} : \frac{1}{d'}$$

$$\text{und} \quad E : E' = \frac{DT}{d} : \frac{D'T'}{d} \quad (2)$$

Man nimmt die Dichte und die specifische Expansivkraft der trockenen atmosphärischen Luft bei 0^0 R. und bei dem Barometerstande von 760^{mm} als Einheit an; wird nun d' = 1 und e' = 1 gesetzt, so ist

$$(1) \qquad e = \frac{1}{d}$$

d. h. die specifische Expansivkraft eines Gases ist gleich dem reciproken Werthe der Dichte, die das Gas bei 0^0 R. und unter dem Luftdrucke von 760^{mm} besitzt.

§. 80. Grenze der Luftverdünnung und Luftverdichtung, die sich mittelst einer Luftpumpe im Recipienten bewirken läßt. Es ist bereits bekannt, daß es die Luft im sogenannten schädlichen Raume ist, welche bei jeder Luftpumpe, sie mag eine Hahn- oder Ventilluftpumpe sein, sowohl der Verdünnung als der Verdichtung eine Grenze setzt. Bedeutet v die Größe des schädlichen Raumes und V die des inneren Stiefelraumes, und berücksichtigt man, daß beim herabgedrückten Kolben die Dichte der Luft im schädlichen Raume der Dichte der äußern Luft, mit der sie communicirt, gleich ist, und die Grenze der Verdünnung dann eintritt, wenn diese im schädlichen Raume befindliche Luftmenge, deren Dichte = 1 ist, beim aufgezogenen Kolben, ausgebreitet im ganzen Stiefelraume, eben eine Dichte erhält, die der Dichte d der noch im Recipienten übrig gebliebenen Luft gleich ist, so ist offenbar

$$d : 1 = v : V + v, \text{ und } d = \frac{v}{V + v}.$$

Demnach gibt der letzte Quotient die Grenze der mittelst einer Luftpumpe erreichbaren Verdünnung der Luft im Recipienten an; man sieht daraus, daß ein desto höherer Grad der Verdünnung sich erzielen läßt, je kleiner der schädliche Raum im Verhältnisse zum Volumen des Stiefels ist.

Beim Verdichten der Luft im Recipienten hat bei ganz herabgedrückten Kolben die Luft im schädlichen Raume dieselbe Dichte wie die Luft im Recipienten, mit der sie in Verbindung steht; hat diese Dichte denjenigen Grad erreicht, bei dem die Luft aus dem schädlichen Raume, ausgebreitet in dem Raume V + v beim aufgezogenen Kolben,

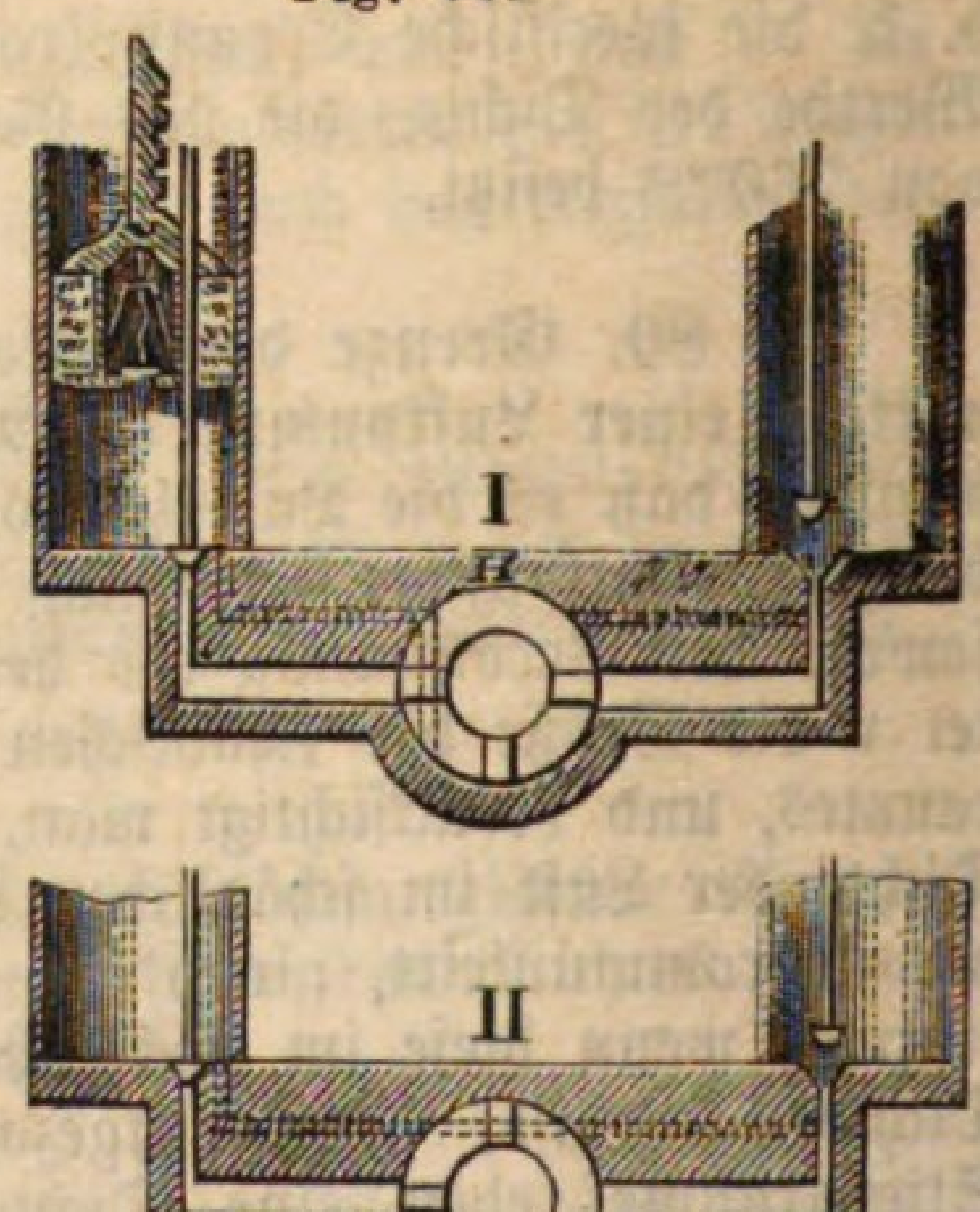
die Dichte der äußeren Luft erhält, so kann letztere in den Stiefel nicht eintreten, und die Verdichtung hat ihr Ende erreicht. Heißt d diese Grenze der Verdichtung, so ist

$$d : 1 = V + v : v \text{ und } d = \frac{V + v}{v}$$

d. h. die Dichte, die sich erreichen läßt, ist so viel Mal größer, als die Dichte der äußern atmosphärischen Luft, wie viele Male der schädliche Raum in dem Raume $V + v$ enthalten ist. Durch Vergrößerung des schädlichen Raumes kann man der Verdichtung der Luft eine beliebige Grenze setzen, was bei Compressionspumpen nützlich ist, um der Gefahr des Zerspringens der Gefäße durch zu stark comprimirte Luft vorzubeugen.

§. 81. Luftpumpe mit dem Babinet'schen Hahn. Diese Luftpumpe ist eine zweistiefelige zum Verdünnen eingerichtete Ventilluftpumpe, an welcher Babinet eine Verbesserung anbrachte, die darin besteht, daß an dem Canal, der die Stiefel der beiden Luftpumpen verbindet, ein Hahn H angebracht ist, der, wie es an dem auf seiner Länge senkrecht geführten Durchschnitte in der Fig. 78 ersichtlich ist, eine in der Richtung eines Durchmessers liegende Bohrung hat, und eine zweite längs der Axe gehende, die in den Canal einmündet, der zum Recipienten führt, so daß dessen Luft durch diese Bohrungen, und durch die an sie stoßenden horizontalen Canäle einmal in den einen, das andere Mal in den andern Stiefel eintreten kann. Steht der Hahn in der Stellung I, so beginnt man die Verdünnung der Luft im Recipienten mit beiden Stiefeln, und setzt sie so lange fort, bis es der Luft im schädlichen Raume, dessen Größe wir mit v bezeichnen wollen, unmöglich wird, das Ventil beim Herabdrücken des Kolbens zu heben; dieser Fall tritt ein, wenn die Dichte der aus dem Recipienten in den Stiefel getretenen Luft, reducirt auf den schädlichen Raum, gleich wird der Dichte der äußern Luft, weil dann das Kolbenventil von beiden Seiten mit gleichen Expansivkräften gedrückt wird; aber die Dichte der Luft im Stiefel, wenn der Kolben in der Höhe steht, ist gleich der Dichte der Luft im Recipienten; bezeichnen wir mit x letztere Dichte bei der Grenze, wo das Aufheben des Kolbenventils nicht mehr möglich wird, mit V den inneren Raum des Stiefels sammt dem schädlichen Raume, mit Eins die Dichte der äußern Luft, und berücksichtigen, daß die Dichte einer Luftmasse in dem Verhältnisse zunimmt, wie das Volumen derselben abnimmt, daß daher $x : 1 = v : V$

Fig. 78.



so erhält man $x = \frac{v}{V}$.

Der Hahn hat noch zwei andere Bohrungen, die eine, die mit der Querbohrung im nämlichen Querschnitte liegt, oder von ihr um 90° absteht, und nur von einer Seite zur Axenbohrung geht; sie steht bei der Stellung I des Hahnes vertical abwärts; zu ihr parallel ist die zweite, auch eine Querbohrung, welche jedoch in einem andern Querschnitte sich befindet; sie ist in der Figur punktirt. Wird der Hahn um 90° von der rechten zur Linken gedreht, und so in die Stellung II gebracht, so steht der Recipient nur noch mit dem linksstehenden Stiefel in Communication: die zweite (punktirte) Querbohrung liegt jetzt horizontal und mündet an beiden Seiten in einen sehr feinen (in der Figur punktirten) Canal, durch den die Luft aus dem Stiefel A in den andern Stiefel sich begeben kann. — Steht nun der Hahn in der Stellung II und ist der Kolben des Stiefels A am Boden, während der des Stiefels B in der Höhe steht, so wird die Luft des schädlichen Raumes und des punktirten Canals, da ihre Dichte gleich der Dichte der äußern Luft, die Dichte der Luft in B dagegen $= \frac{v}{V}$ ist, auch im Stiefel B sich ausbreiten, wodurch die Luftmasse im letzteren Stiefel einen Zuwachs erhält, der, wenn sie beim Herabdrücken des Kolbens auf den schädlichen Raum reducirt wird, ihre Dichte verstärkt, und sie befähigt, das Kolbenventil zu öffnen, worauf dieser Zuwachs in die äußere Luft tritt, und die im schädlichen Raume zurückbleibende Luft wieder die Dichte der äußeren Luft erhält.

Da ein Theil der Luft aus dem schädlichen Raume von A und dem punktirten Canale in den Stiefel B übergegangen ist, so wird der Rest, nachdem er sich beim Aufziehen des Kolbens im Stiefel A ausgebreitet hat, eine Dichte erlangen, die kleiner ist als die Dichte der Luft im Recipienten, weßhalb aus diesem ein Theil der vorhandenen Luftmasse wieder in den Stiefel A eintreten und dadurch im Recipienten eine weitere Verdünnung hervorgebracht wird; diese Verdünnung läßt sich so lange fortsetzen, bis sie so weit gekommen ist, daß die Luft, welche den ganzen inneren Raum des Stiefels A und des punktirten Canals einnimmt, und den wir $= V'$ setzen wollen, reducirt auf den schädlichen Raum v', zu dem auch der Canal gehört, die Dichte $\frac{v}{V}$ erhält, d. h. diejenige Dichte, welche im Stiefel B beim aufgezogenen Kolben stattfindet: denn dann kann aus v' keine Luft mehr in den Stiefel B übergehen. Heißt y die Dichte der Luft im Recipienten bei dieser zweiten Grenze der Verdünnung, somit auch die Dichte der Luft in V', so ist

$$y : \frac{v}{V} = v' : V', \text{ mithin}$$

$$y = \frac{vv'}{VV'}$$

Ist $v = \frac{V}{100}$, mit Rücksicht auf das Gewicht des Kolbenventils und

$$v' = \frac{V'}{100'}, \text{ so ist}$$

$$vv' = \frac{VV'}{10.000'}, \text{ folglich } y = \frac{1}{10.000}.$$

Hieraus wird ersichtlich, daß bei einer Luftpumpe, mittelst welcher nur eine 100fache Verdünnung erzeugt werden könnte, durch die Babinet'sche Verbesserung eine 10 000malige Verdünnung erzielt werden kann, wozu jedoch viel Zeit erforderlich ist; aber eine 600 bis 1200fache Verdünnung, bei welcher das Quecksilber in der Barometerprobe nur $\frac{1}{2}$ bis $\frac{1}{4}$ Linie Druck anzeigt, ist leicht zu erreichen.

Daß man durch eine zweistiefelige Ventilluftpumpe in der Hälfte der Zeit den nämlichen Verdünnungsgrad bewirken kann, als mit einer einstiefeligen, ist für sich klar; aber es gibt noch einen andern Vortheil, den diese Luftpumpen gewähren, man braucht nämlich zu ihrer Handhabung weniger Kraft als bei einstiefeligen, indem bei den letzteren beim Emporheben des Kolbens ein desto größerer Theil des Luftdruckes zu überwinden ist, je weiter die Verdünnung im Recipienten gediehen ist; bei zweistiefeligen dagegen unterstützt der auf den niedergehenden Kolben wirkende Luftdruck das Aufziehen des andern Kolbens.

Die Luftpumpe wird heutzutage mehrfach zu technischen Zwecken angewendet; insbesondere gebraucht man sie, um die Luft in einem Raume, wo eine Flüssigkeit mit darin eingetauchten festen Körpern sich befindet, zu dem Zwecke zu verdünnen, damit auch die in den Poren der festen Körper befindliche Luft heraustrete und das Eintreten der Flüssigkeit in diese Poren möglich mache; dieses Eintreten erfolgt sehr rasch, sobald in den luftverdünnten Raum über der Flüssigkeit äußere Luft eingelassen wird, die durch den Druck, den sie auf die Oberfläche der Flüssigkeit äußert, diese in die fast luftleeren Poren der darin befindlichen Körper treibt. Dieses Verfahren wird z. B. seit 1822 bei der Schnellgerberei angewendet, wobei die zubereiteten Häute in einer gerbestoffhaltigen Flüssigkeit (Lohflüssigkeit) sich befinden, die, indem diese Flüssigkeit in ihre Poren eindringt, mit Gerbestoff imprägnirt und so in Leder, d. i. in eine geschmeidige, weiche, für Wasser schwer durchdringliche, der Verwesung widerstehende Substanz verwandelt werden, dieß in einer viel kürzeren Zeit, als es bei dem früheren Verfahren geschehen ist. Payne bediente sich dieses Verfahrens, um Hölzer mit Stoffen zu imprägniren, die ihnen Farbe und größere Festigkeit geben oder sie vor Fäulniß schützen. — In der Buchdruckerei muß vor dem Drucke das Papier angefeuchtet werden, damit nur die Oberfläche die Druckfarbe annehme, und diese nicht in die Poren des Papiers sich verbreite; man verrichtet dieses Anfeuchten, indem man einen Theil der Bogen in Wasser taucht, diese dann zwischen trockene Bogen legt, und sie einem mäßigen Drucke aussetzt; allein bei diesem Verfahren geschieht das Netzen nicht gleichförmig, und geht langsam vor sich, weil die Luft aus den Poren nicht leicht entweicht, daher wird nach Oldham in großen Druckereien das Eindringen des Wassers in das Papier mit Hilfe einer Luftpumpe bewirkt, und hierauf das befeuchtete Papier zwischen Walzen geführt, die das überflüssige Wasser auspressen. — Durch die mittelst einer Luftpumpe in einem Raume bewirkte Verdünnung wird die Verdünstung befördert, und indem die entstandenen Dünste durch fortwährendes Pumpen herausgeführt werden, dauert die rasche Verdünstung unausgesetzt fort, wodurch eine baldige und vollkommene Austrocknung mancher Stoffe hervorgebracht werden kann.

Zur Verdichtung der Luft dient die Compressionspumpe; die einfachste Art besteht aus einer 1 Zoll weiten Röhre von starkem Eisen, die am oberen Theile eine Seitenöffnung hat und am anderen Ende mit einem kegelförmigen Ventil versehen ist, das sich von Innen nach Außen öffnen läßt und von einer starken Feder nach

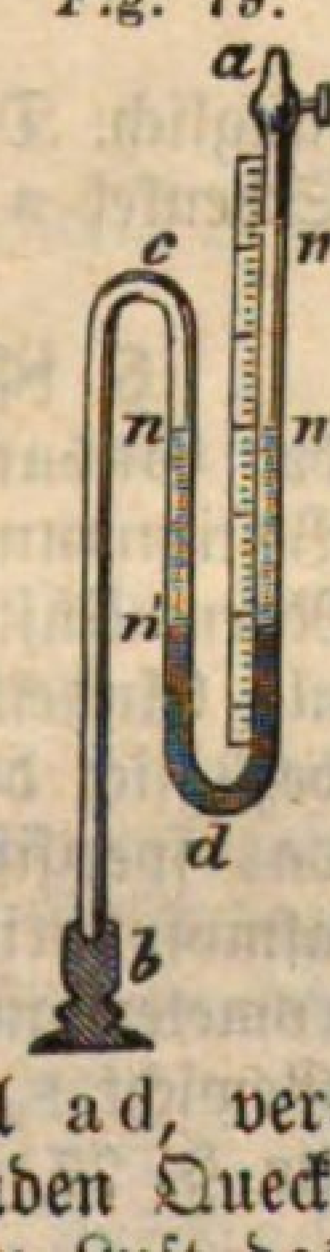
Innen gedrückt wird; ein massiver Kolben kann luftdicht auf und ab bewegt werden. Wird der Kolben bis über die Seitenöffnung gezogen, so bringt die atmosphär. Luft, oder falls die Oeffnung mit einem Gasometer, worin irgend ein Gas gesammelt ist, in Verbindung steht, dieses Gas in den luftleeren Raum der Röhre ein; bewegt man den Kolben gegen das Ventil, so wird das eingetretene Gas zusammengedrückt, so daß es nun das Ventil öffnet und in einen an der Pumpe angeschraubten, mit einem Hahne versehenen Recipienten einströmt, dessen Wandung fähig sein muß, den starken Druck der darin verdichteten Luft auszuhalten. — Läßt man z. B. die verdichtete Luft in eine Kautschukflasche, die man im heißen Wasser oder in Aether erweicht hat, einströmen, so kann diese zu einem großen Ballon ausgedehnt werden.

§. 82. Messung der Verdünnung und der Verdichtung der Luft im Recipienten. Der Grad der Verdünnung der Luft im Recipienten wird an einem kurzen Heberbarometer erkannt, das unter einer kleinen Glasglocke steht, deren innerer Raum durch einen Canal mit dem Recipienten verbunden ist, und daher Luft von dem nämlichen Grade der Verdünnung enthält. Heißt D die Dichte der äußeren und d die der verdünnten Luft; ist b der Barometerstand und a die Höhe der Quecksilbersäule im Heberbarometer, s das specifische Gewicht des Quecksilbers, so ist

$$D:d = b:a \text{ und } d = \frac{a}{b} D,$$

weil die Dichtigkeiten der Luft ihren durch bs und as gemessenen Expansivkräften proportional sind. Diese Vorrichtung, wodurch der Grad der Verdünnung der Luft im Recipienten bestimmt wird, heißt die Barometerprobe; der Grad der Verdichtung wird mit Hilfe eines Verdichtungs-Manometers erkannt, dem man verschiedene Formen zu geben pflegt, unter denen die in der Fig. 79 dargestellte Form recht zweckmäßig und bequem ist. Eine zweimal heberförmig gebogene Barometerröhre von dickem Glase ist oben mit einem Sperrhahne a und bei b mit einer Fassung versehen, die es möglich macht, sie an der Stelle der Barometerprobe festzuschrauben; bevor dieß geschieht, wird der Hahn a geöffnet, und in die Röhre Quecksilber gegossen; dieses wird in den beiden Schenkeln gleich hoch, z. B. bis m und n stehen, da seine beiden Oberflächen dem nämlichen äußern Luftdrucke ausgesetzt sind. Hierauf sperrt man den Hahn a, bringt das Manometer an den gehörigen Ort der Luftpumpe, und verdichtet die Luft im Recipienten, wo dann auch die Luft in den Schenkeln bc und cn verdichtet wird, und mit ihrer dadurch verstärkten Expansivkraft das Quecksilber z. B. bis n′ herabdrückt, bis die Expansivkraft der eingeschlossenen Luft im Schenkel ad, vermehrt um den Druck der über dem Niveau n′ in ad stehenden Quecksilbersäule von der Höhe h der Expansivkraft der verdichteten Luft das Gleichgewicht hält. Ist letztere Expansivkraft $= E$, die der eingeschlossenen Luft $= E'$ und e die anfängliche, dem äußeren Luftdrucke gleiche, mithin dem Barometerstande $= b$ proportionale Expansivkraft, so ist

Fig. 79.



$$E = E' + hs$$

wo s das specifische Gewicht des Quecksilbers bezeichnet; da nun dem Mariotte'schen Gesetze gemäß

$$E' : e = am : am', \text{ so ist}$$

$$E' = \frac{am}{am'} \cdot e, \text{ und } E = \frac{am}{am'} \cdot e + hs.$$

Setzen wir die anfängliche Dichte der Luft im Recipienten = 1, und bezeichnen mit d die Dichte nach geschehener Verdichtung, so ist

$$d : 1 = E : e, \text{ somit } E = de$$

$$\text{und} \quad de = \frac{am}{am'} \cdot e + hs,$$

$$\text{oder da} \quad e = bs \text{ ist,}$$

$$d = \frac{am}{am'} + \frac{h}{b}.$$

An dem Schenkel ad befindet sich eine Scala, an welcher die Größen h, am und am' gemessen werden; findet man z. B. $am' = \frac{1}{3}$ am, und $h = \frac{b}{2}$, so ist

$$d = 3 + \frac{1}{2} = 3\frac{1}{2}$$

d. h. die Dichte der Luft im Recipienten ist $3\frac{1}{2}$ mal größer als anfänglich. Damit die Capillardepression ohne Einfluß bleibe, sollen die Schenkel ad und cd gleiche Durchmesser haben.

§. 83. Bestimmung des specifischen Gewichtes und der Dichte der Gasarten. Die erste Aufgabe, die man hier zu lösen hat, ist die Bestimmung der Dichte der atmosphärischen Luft bei 0° und bei dem Normalluftdrucke von 760^{mm} bezüglich des Wassers, weil diese Dichte als Einheit angenommen, und die Dichte aller Gasarten und Dünste bezüglich dieser Einheit ausgedrückt wird; zu diesem Behufe muß man das specifische Gewicht x, d. i. das Gewicht einer Volumseinheit der atmosphärischen Luft bei irgend einer Temperatur von t^0 und dem Barometerstande von b Millimetern ermitteln, aus dem sich das specifische Gewicht s_o für 0° und 760^{mm} Barometerstand aus der Proportion (2) im §. 77, nämlich aus

$$D : D' = \frac{E}{1 + \alpha t} : \frac{E'}{1 + \alpha t'}$$

berechnen läßt, wenn man $E : E' = b : 760$, $t' = 0'$ und für das Verhältniß der Dichten das ihm gleiche Verhältniß der specifischen Gewichte setzt, man erhält:

$$s_t : s_o = \frac{b}{1 + \alpha t} : 760$$

und
$$s_o = \frac{760}{b} (1 + \alpha t)\, s_t \quad (1).$$

Sind d und d′ die Dichten zweier verschiedenartigen Gasarten für 0° Temperatur und 760^{mm} Barometerstand, so erhält man aus der Proportion (2) des §. 79

$$d : d' = \frac{D\,(1 + \alpha t)}{E} : \frac{D'\,(1 + \alpha t')}{E'} \quad (2).$$

Geschieht die Bestimmung der Dichten D und D′ bei der nämlichen Temperatur, so wie bei dem nämlichen Luftdrucke und sorgt man dafür, daß die Expansivkräfte E und E′ diesem Luftdrucke genau gleich seien, so ist $t = t'$ und $E = E'$, mithin

$$d : d' = D : D' \quad (3)$$

d. h. das Verhältniß der Dichten zweier Gasarten bei der Temperatur von 0° und dem Normalbarometerstande ist das nämliche, wie bei jeder andern Temperatur und jedem andern Luftdrucke; demnach hat man nur nöthig, das Verhältniß der Dichte einer Gasart zur Dichte der atmosphärischen Luft bei irgend einer Temperatur und bei was immer für einem Luftdrucke aufzufinden und auszudrücken, wie viel Mal die Dichte des Gases größer oder kleiner ist, als die der Luft. Ist die Dichte D eines Gases bekannt, so berechnet man dessen specifisches Gewicht S, wenn s das specifische Gewicht und 1 die Dichte der atmosphärischen Luft bedeutet, aus folgender Proportion:

$$D : 1 = S : s, \text{ mithin } S = Ds$$

d. h. man multiplicirt die Dichte des Gases mit dem Gewichte einer Volumseinheit der atmosphärischen Luft.

1. Zur Bestimmung der angeführten Größen bedient man sich eines Glasballons von nahe 350 Kubikzoll Inhalt, den man mit einer Fassung versieht, an welcher ein luftdichtschließender Hahn und eine Vorrichtung angebracht ist, mittelst welcher der Ballon an den Teller einer Luftpumpe angeschraubt werden kann. Man verdünnt nun die Luft so weit als möglich, merkt die an der Barometerprobe beobachtete Expansivkraft der im Ballon übrig bleibenden Luftmenge an, (sie sei = h Linien), und bestimmt hierauf das Gewicht des leeren Ballons an einer genauen Wage; dieses Gewicht sei = p. Nach dieser Abwägung läßt man trockene atmosphärische Luft in den Ballon eintreten, bis ihre Expansivkraft dem äußeren Luftdrucke gleich ist.

Um die Luft oder ein Gas im Zustande vollkommener Trockenheit in den Ballon einzuführen, leitet man sie durch eine mit Stücken von Chlorcalcium gefüllte Röhre, wie in A, Fig. 80, oder durch zwei gekrümmte Röhren, wie in B, Fig. 81, in denen kleine, mit Schwefelsäure benetzte Stücke von Bimsstein von der Größe

Fig. 80. A.

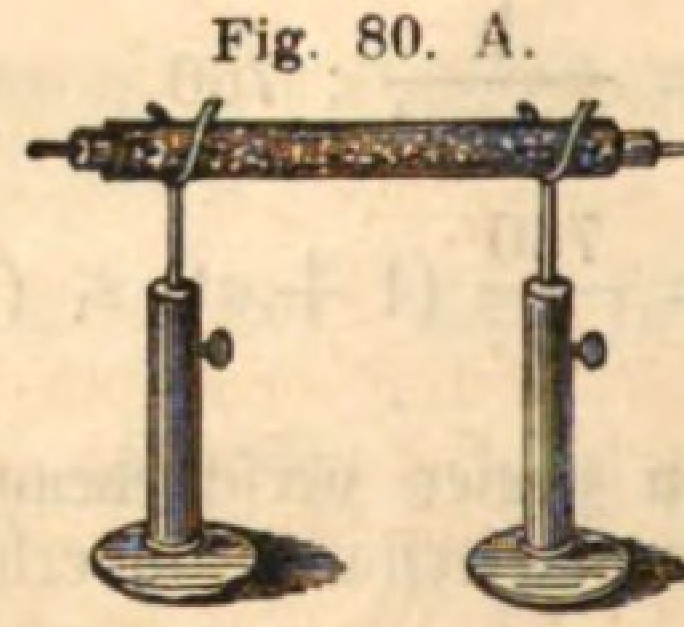
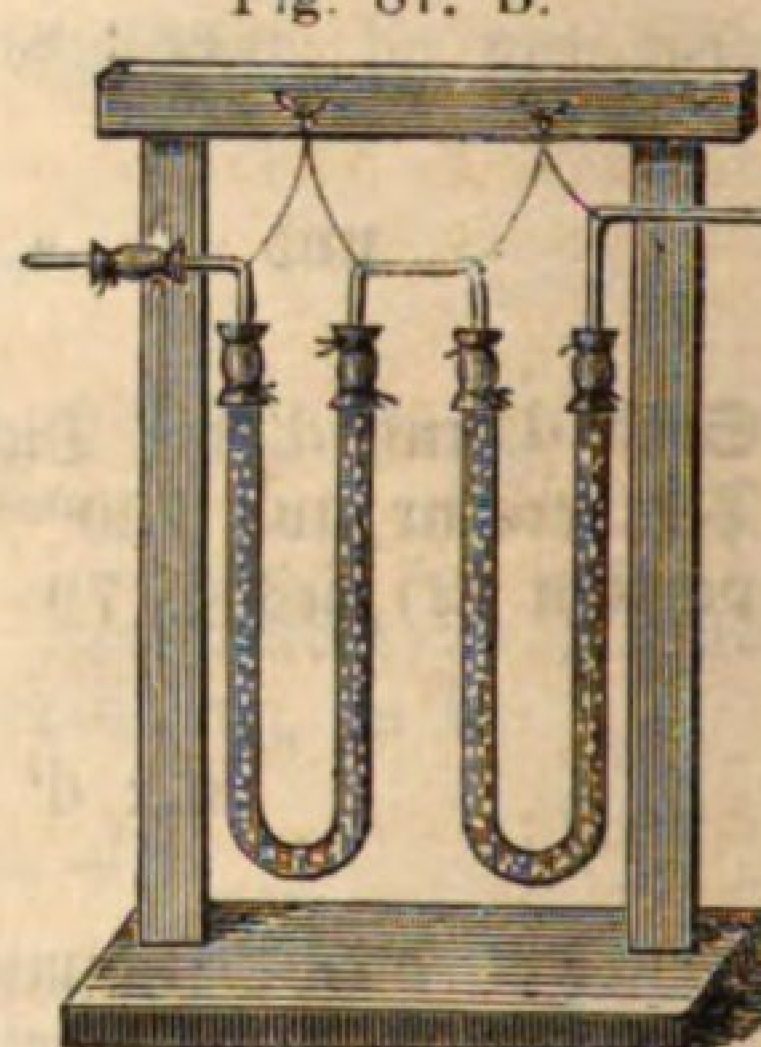


Fig. 81. B.



einer Erbse sich befinden. Um alle an der inneren Wandung des Ballons befindliche Feuchtigkeit aus dem Ballon herauszubringen, macht man den Ballon, nachdem er mit trockener Luft gefüllt worden ist, abermals luftleer und leitet von Neuem trockene Luft hinein. Diese Operation des Luftleermachens und Füllens mit trockener Luft wird mehrere Mal wiederholt. Um zu erkennen, ob die Expansivkraft des in dem Ballon befindlichen Gases dem äußeren Luftdrucke gleich ist, dient ein Apparat, der aus einer Röhre besteht, deren unteres Ende in ein mit Quecksilber gefülltes Gefäß taucht, und deren oberes Ende mit dem in den Ballon gehenden Gasleitungsrohr verbunden ist; steht das Quecksilber in der Röhre und im Gefäß gleich hoch, so ist die Expansivkraft der im Ballon vorhandenen Luft dem äußeren Luftdrucke gleich.

Der mit einer gehörigen Luftpumpe gefüllte Ballon wird abermals genau abgewogen, und von dem nun sich zeigenden Gewichte P das Gewicht des leeren Ballons p abgezogen, so gibt der Unterschied P — p das Gewicht der trockenen Luft vom Volumen des Ballons. Um dieses Volumen zu finden, wird der luftleere Ballon mit eiskaltem Wasser (von 0°) voll gefüllt und hierauf gewogen; man erfährt, indem man von dem Gewichte, das man nun erhält, das Gewicht des luftleeren Ballons abzieht, das absolute Gewicht = Q des eiskalten Wassers unter dem Volumen des Ballons; dividirt man dieses mit dem bekannten Gewichte von einem Kubikzoll eiskalten Wassers, so gibt der Quotient den Kubikinhalt des Ballons; ist dieser = V, und s das specifische Gewicht der Luft, so ist

$$P - p = Vs, \text{ und } s = \frac{P - p}{V}.$$

Auf diese Art findet man das Gewicht einer Volumseinheit atmosphärischer Luft bei der Temperatur und dem Barometerstande, die während des Eintretens der Luft in den Ballon beobachtet worden sind; hierauf läßt sich nach (1) das specifische Gewicht s_0 berechnen.

Um das Resultat ganz genau zu bekommen, muß man berücksichtigen, daß der Ballon nicht ganz luftleer gemacht werden kann, und daß deßhalb in den Ballon nur so viel Luft eintritt, als wenn der Luftdruck nur durch den Barometerstand b — h gemessen würde. Man kann jedoch das Gewicht x der Luft, die beim vollen Barometerstand b in den völlig leeren Ballon eintreten müßte, leicht berechnen, wenn man berücksichtigt, daß das Gewicht der Luft bei unveränderter Temperatur mit dem Luftdrucke im geraden Verhältnisse wächst, und daß daher

$$P - p : x = b - h : b, \text{ und } x = \frac{b}{b - h}(P - p).$$

Der Umstand, daß sich das Glas in der Wärme ausdehnt, und daher das Volumen des Ballons bei der Temperatur von t° ein größeres ist, als bei 0°, soll in Rechnung gebracht werden. Ist c der kubische Ausdehnungscoefficient des Glases, so ist $V_t = V_0 (1 + ct)$. Mit diesem Volumen V_t muß das Gewicht x dividirt werden, um das specifische Gewicht der Luft mit Genauigkeit zu erhalten. — Man sollte auch den Gewichtsverlust, welchen der Ballon in der Luft erleidet, in Rechnung bringen; geschehen jedoch die Abwägungen des Ballons so schnell nach einander, daß inzwischen Temperatur, Druck und Feuchtigkeit der äußeren Atmosphäre keine

Veränderung erleiden, so hat der Gewichtsverlust auf das erhaltene Resultat keinen Einfluß. Man fand, daß ein Wiener Kubikfuß atmosphärische Luft bei 760mm und bei 0° R. 564 Wiener Grane zählt; mithin hat ein Kubikzoll 0.326 Gran. Da nun ein Kubikzoll Wasser bei 0° R. 250.53 Gr. wägt, so ist die Luft nahe 770mal leichter als das Wasser.

2. Wird der möglichst luftleer gemachte Ballon mit irgend einem trockenen Gase gefüllt, bis die Expansivkraft dieses Gases dem äußern Luftdrucke gleich geworden ist, und hierauf sein Gewicht P′ an der Wage bestimmt, so hat man, falls die Füllung bei der nämlichen Temperatur und bei dem nämlichen Luftdrucke geschieht, wie früher die Füllung mit atmosphärischer Luft nur zu beachten, daß unter diesen Umständen die Dichten zweier Gase von gleichem Volumen ihren absoluten Gewichten direct proportionirt sind, und daß die Dichte der Luft als Einheit angenommen wird; daher ist

$$P - p : P' - p = 1 : d, \text{ und } d = \frac{P' - p}{P - p}.$$

War bei der Füllung des Ballons mit Gas die Temperatur t′ und der Barometerstand b′, und bei der Luftverdünnung der Druck der übrig gebliebenen Luft = h′, so wird die Dichte aus der Proportion (2) berechnet, indem man darin für das Verhältniß D : D′ das ihm gleiche Verhältniß P — p : P′ — p substituirt, und die Expansivkraft dem um den Druck der zurückgebliebenen Luft verminderten Barometerstand proportionirt annimmt; es ist also

$$d : d' = \frac{(P - p)}{b - h}(1 + \alpha t) : \frac{(P' - p)}{b' - h'}(1 + \alpha t')$$

und wenn d = 1 gesetzt wird

$$d' = \frac{P' - p}{P - p}\,\frac{(1 + \alpha t')}{1 + \alpha t}\,\frac{(b - h)}{b' - h'}.$$

Die Dichte des

O ist = 1.1057	NH_3 = 0.5966	SO_2 = 2.2470
N „ = 0.9720	Cl = 2.4700	SH = 1.1942
H „ = 0.0688	CH = 0.971	ClH = 1.2474
CO_2 „ = 1.5291	CH_2 = 0.5589	Cy = 1.8064
CO „ = 0.973	FH = 2.3694	

3. Die Dichte eines zusammengesetzten Gases, das durch chemische Verbindung einfacher Gase entsteht, kann man durch Rechnung finden, wenn die Dichtigkeiten d und d′, so wie die Volumen v und v′ der einfachen Gase, in welchen sie bei einer bestimmten Temperatur und Spannung in Verbindung treten, und außerdem noch das Volumen V des durch diese Verbindung entstandenen Gases bei der nämlichen Temperatur und Spannung, welche die Bestandtheile hatten, bekannt ist. Denn ist D die Dichte des zusammengesetzten Gases, so ist dem Gesetze der Erhaltung der Massen gemäß

$$VD = vd + v'd, \text{ und } D = \frac{vd + v'd'}{V}.$$

Sind V, v, v′, D und d bekannt, so findet man

$$d' = \frac{VD - vd}{v'}.$$

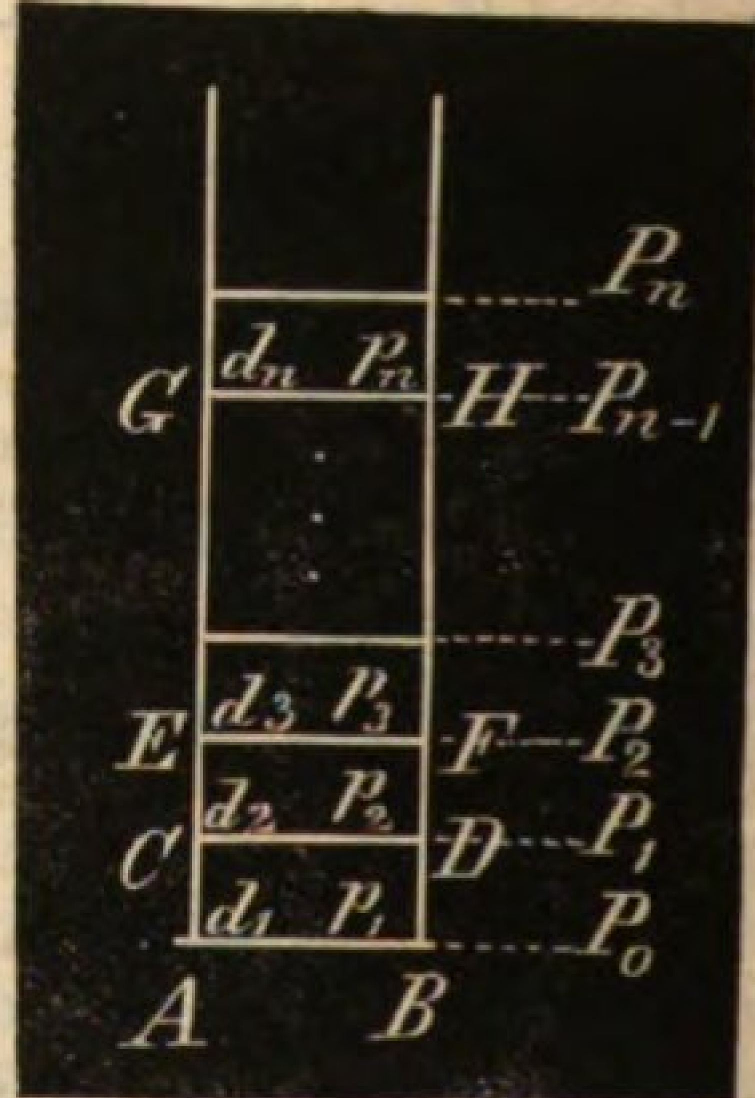
Zwei Volumen Stickstoffoxydgas entstehen aus 1 Volumen Sauerstoffgas und 1 Volumen Stickgas, daher ist

$$D = \frac{1.1026 + 0.972}{2} = \frac{2.0746}{2} = 1.0373.$$

Nimmt man an, daß 2 Volumen Kohlenoxydgas aus 1 Volumen Sauerstoffgas und 1 Volumen hypothetischen Kohlengases bestehen, so findet man aus der Dichte des Kohlenoxydgases, jene des Kohlengases $d' = 0.8434$; hieraus ergibt sich die Dichte des Kohlensäuregases $= 1.524$ bei der Annahme, daß 2 Volumen davon aus 1 Volumen Kohlengas und 2 Volumen Sauerstoffgas bestehen.

§. 84. Gesetz der Abnahme des Luftdruckes, der Expansivkraft und der Dichte der Atmosphäre mit der Entfernung von der Erdoberfläche, wenn in allen Schichten die nämliche Temperatur herrscht. Bei einer tropfbaren Flüssigkeit nimmt der Druck mit der Entfernung vom Boden im einfachen Verhältnisse ab, und die Dichte ist in allen Schichten nahe dieselbe; allein dieß ist bei ausdehnsamen Stoffen nicht mehr der Fall. Denken wir uns eine verticale Luftsäule, welche von der Erdoberfläche AB, Fig. 82, bis an das Ende der Atmosphäre sich erstreckt, und diese durch horizontale Ebenen in gleich hohe Schichten von so geringer Höhe getheilt, daß die Dichte einer jeden in allen ihren Theilen als gleichförmig groß angenommen werden kann; bezeichnen wir den Luftdruck auf die über einander liegenden Schichten mit P_0, P_1, P_2,... P_n, die absoluten Gewichte derselben mit p_1, p_2, p_3 ... p_n, und die Dichtigkeiten, die sie besitzen, mit d_1, d_2, d_3 . . . d_n: nehmen wir ferner an, daß die Temperatur in allen Schichten die nämliche ist, und lassen die Abnahme der Schwere mit der Entfernung von der Oberfläche unbeachtet, so erhalten wir dem Mariotte'schen Gesetze gemäß

Fig. 82.



$$d_1 : d_n = P_1 : P_n$$

und da die Dichten zweier Luftmassen von gleichem Volumen und gleicher Temperatur sich gerade so zu einander verhalten, wie ihre absoluten Gewichte, so ist auch

$$d_1 : d_n = p_1 : p_n$$

mithin $P_1 : P_n = p_1 : p_n$ und

$$P_1 + p_1 : P_n + p_n = P_1 : P_n, \text{ oder}$$

$$P_0 : P_{n-1} = P_1 : P_n,$$

woraus sich ergibt

$$P_n = \frac{P_1}{P_0} \cdot P_{n-1}, \text{ oder}$$

wenn man $\frac{P_0}{P_1} = k$ setzt,

$$P_n = \frac{P_{n-1}}{k}.$$

Heißt h die Höhe einer Luftschicht, so ergibt sich aus der letzten Gleichung

für h	$P_1 = \frac{P_0}{k}$	für 3 h	$P_3 = \frac{P_0}{k^3} \cdots$
„ 2 h	$P_2 = \frac{P_0}{k^2}$	„ n h	$P_n = \frac{P_0}{k^n}$

d. h. der Luftdruck, und mit ihm auch die Expansivkraft der atmosphärischen Luft bei gleichmäßiger Temperatur nimmt in einer geometrischen Progression ab, wenn die zugehörigen Höhen in einer arithmetischen Progression wachsen. Da nun bei der nämlichen Temperatur die Dichtigkeiten der Luftschichten ihren Expansivkräften direct proportionirt sind, so folgt, daß die Dichtigkeiten der Atmosphäre an Orten, deren Abstände von der Erdoberfläche Glieder einer zunehmenden arithmetischen Reihe bilden, als Glieder einer abnehmenden geometrischen Reihe erscheinen. Der beständige Quotient dieser geometrischen Reihe ist $\frac{1}{k} = \frac{P_1}{P_0}$; aus der Eigenschaft einer solchen Reihe folgt aber, daß

$$\frac{P_1}{P_0} = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_3}{P_2} = \ldots \frac{P_m}{P_{m-1}} = \frac{1}{k}$$

daher kann der Werth von k aus der Vergleichung des Luftdruckes in zwei um die Höhe h von einander entfernten Schichten gefunden werden, mögen diese in was immer für einem Abstande von der Erdoberfläche sich befinden.

Sind $b_0, b_1, b_2, \ldots b_n$ die Barometerstände, die dem Luftdrucke $P_0, P_1, P_2 \ldots P'_n$ entsprechen, so ist offenbar, wenn s das specifische Gewicht des Quecksilbers bedeutet,

$$P_0 = b_0 s,\ P_1 = b_1 s,\ P_2 = b_2 s,\ \ldots P_n = b_n s, \text{ mithin}$$

$$b_1 = \frac{b^0}{k},\ b_2 = \frac{b^0}{k^2},\ b_3 = \frac{b_0}{k^3} \ldots b_n = \frac{b^0}{k^n}$$

$$\text{und } k = \frac{b_{m-1}}{b_m}$$

Hieraus folgt, daß in einer ruhigen Atmosphäre die Barometerstände an allen Orten, die gleich weit vom Erdmittelpunkte entfernt sind, gleich groß sind, was die Erfahrung für nicht weit von einander entfernte Orte bestätigt; bei größeren Entfernungen verursachen die in der Atmosphäre beständig herrschenden Strömungen Abweichungen in diesen Barometerständen, aber auch hier zeigt sich eine Uebereinstimmung in den aus vielen Beobachtungen gefundenen arithmetischen Mitteln.

Der Mensch vermag bedeutende Veränderungen in der Dichte der atmosphärischen Luft zu ertragen. Aler. Humboldt fand auf der Spitze des Chimborasso nur einen Luftdruck von 376.73 Millimeter, und in der Tiefe des Meeres, zu der er sich später versenken ließ, betrug der Luftdruck 1150.47 Millimeter, war also mehr als dreimal so groß, wie in jener Höhe. — Allein die verdünnte Luft auf hohen Bergen begünstigt die Körperausdünstung, was, wie man glaubt, jenes Gefühl der Leichtigkeit erzeugt, das sich auf hohen Bergen einzustellen pflegt.

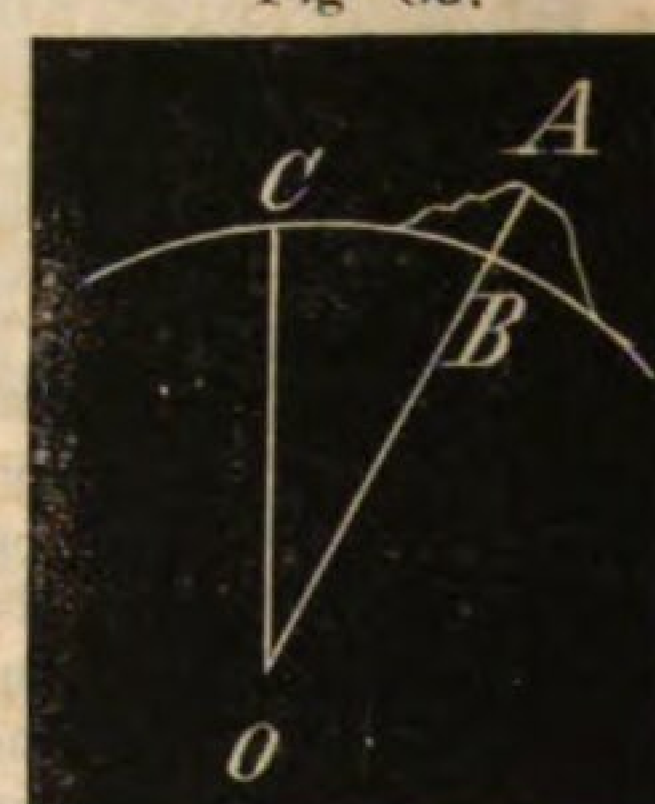
Wenn der mittlere Querschnitt des Hüftgelenks eines Menschen, dessen Schenkel 20½ Pfund wiegt, einen Durchmesser von 21 Wiener Linien hat, so wirkt der Luftdruck bei dem Barometerstande von 346.160 Wiener Linien auf den Schenkel nach aufwärts mit der Kraft von nahe 24½ Pfund, und ist somit im Stande, mehr als das Gewicht des Beins zu tragen. Kommt jedoch derselbe Mensch auf die Spitze des Montblanc, wo der Barometerstand 197.28 Wiener Linien beträgt, so drückt die Luft auf das Hüftgelenke nur noch mit der Kraft von nahe 14 Pfund, weßhalb dann die Muskeln nicht blos ihre Kraft zur Bewegung der Schenkel zu verwenden, sondern auch noch die Last von 6½ Pfund zu tragen haben, was viel zu der Müdigkeit beiträgt, welche die Reisenden beim Besteigen sehr hoher Berge befällt.

Die Wichtigkeit des Luftdruckes beim Gehen der Menschen und der Thiere haben zuerst die Gebrüder Weber erkannt. Wenn wir beim Gehen z. B. das linke Bein

nach vorwärts ausstrecken, so stemmen wir es gegen den festen Boden, wobei die Stemmkraft eine schiefe Richtung hat, die wir in eine horizontale und eine verticale uns zerlegt denken; die erstere schiebt den Oberkörper (den Rumpf) vorwärts, während dem der Fuß des rechten rückwärts gestreckten Beins sich vom Boden weghebt, worauf der Schwerpunkt über den linken Fuß gebracht, und durch eine Beugung im Kniegelenk der rechte Fuß vom Boden aufgehoben wird; nun schwingt das Bein nicht etwa in Folge einer Muskelanstrengung, sondern durch eigene Schwere wie ein Pendel nach vorwärts, und wird dabei vom Luftdrucke getragen. Stemmt man dann das rechte Bein gegen den Boden, so findet ein ähnlicher Vorgang am linken Beine statt. Dem Rumpf wird durch das schwingende Bein auch eine kleine Drehung in einer horizontalen Ebene um den in der Beckenpfanne feststehenden Schenkelkopf mitgetheilt; allein diese wird dadurch aufgehoben, daß der Arm auf der entgegengesetzten Seite nach der nämlichen, und der auf der andern Seite nach der entgegengesetzten Richtung sich bewegt. Die Ruhe in der Muskelanstrengung, welche während des Gehens bei den Beinen abwechselnd eintritt, macht es möglich, das Gehen längere Zeit hindurch zu ertragen, als das Stehen.

§. 85. Höhenmessung mittelst des Barometers. Die Kenntniß des Gesetzes, nach welchem mit zunehmendem Abstande des Ortes vom Erdmittelpunkte der Barometerstand abnimmt, setzt uns in den Stand, aus der gleichzeitigen Differenz der Barometerstände zweier Orte den Unterschied der Entfernungen dieser Orte vom Erdmittelpunkte, also die in verticaler Richtung gemessene Erhebung des einen über dem andern zu berechnen. Gewöhnlich wird die Meeresfläche als untere Station angenommen, bezüglich welcher die Höhe eines Ortes bestimmt wird. Ist z. B. C, Fig. 83, ein Ort an der Meeresfläche, CO sein Abstand von Erdmittelpunkte O, und A ein anderer weiter von O entfernter Ort, z. B. der Gipfel eines Berges, so ist

Fig 83.



$$AB = AO - CO = H$$

die Höhe des Ortes A rücksichtlich der Meeresfläche.

Denken wir uns die Luftsäule H zwischen den beiden Orten C und A in n horizontale Schichten getheilt, deren jede eine so geringe Höhe $= h$ hat, daß die Dichte der Luft in derselben als gleichförmig angenommen werden kann, so ist

$$H = nh.$$

Unter denselben Voraussetzungen, unter welchen das Gesetz rücksichtlich der Abnahme der Expansivkraft giltig ist, hat man, wenn man mit b_0 und b_n die Barometerstände an den Stationen C und A bezeichnet.

$$b_n = \frac{b_0}{k^n}, \text{ und } k^n = \frac{b_0}{b_n};$$

mithin ist

$$n \log. k = \log. b_0 - \log. b_n \text{ und}$$

$$nh = H = \frac{h}{\log. k}(\log. b_0 - \log. b_n) = A\ (\log. b_0 - \log. b^n),$$

$$\text{wo } A = \frac{h}{\log. k}.$$

Um den Werth von k zu finden, hat man nur nöthig, zu ermitteln, um wie viel das Barometer sinkt, wenn man von irgend einer

horizontalen Schichte M z. B. von derjenigen, in welcher der Barometerstand 336.9 Pariser Linien beträgt, um h Zolle sich erhebt, und an den Ort N gelangt. Heißt σ das specifische Gewicht der Luft zwischen M und N, so ist h σ der Druck, den diese Luft auf eine Flächeneinheit der Luftschichte M äußert; um diesen Druck ist der Luftdruck am Orte N kleiner. Diesem Drucke h σ hält das Gleichgewicht eine Quecksilbersäule von der Höhe x und dem specifischen Gewichte s, mithin ist

$$sx = h\,\sigma \text{ und } x = \frac{h\,\sigma}{s}.$$

Der Barometerstand in N ist nun um die Größe x kleiner. Genaue Untersuchungen lehren, daß unter der geographischen Breite von 45° bei 0° R. und bei 336.9 Par. Linien Barometerstand, der Quotient

$$\frac{\sigma}{s} = \frac{1}{10467}$$

ist, d. h. das specifische Gewicht des Quecksilbers ist 10467mal größer als das der trockenen atmosphärischen Luft unter den angeführten Umständen. Nimmt man nun h = 0.10467 P. Fuß an, wo dann h eine hinreichend geringe Höhe ist, so ist

$$x = 0.00001 \text{ Fuß} = 0.00144 \text{ P. Linien, und}$$

daher der Barometerstand an dem Orte N gleich 336.9 — 0.00144 = 336.89856 P. Linien; und log. k = log. 336.9 — log. 336.89856 = 0.0000018563. Hieraus ergibt sich

$$\frac{h}{\log. k.} = \frac{0.10467}{0.0000018563} = 56386 \text{ Pariser Fuß, mithin ist,}$$

$$H = 56386\,(\log. b_0 - \log. b_n)\ (1)$$

Die Formel (1) drückt die Höhe in Pariser Fuß aus; wollte man diese Höhe in Wiener Maß ausgedrückt haben, so muß man die Differenz der Logarithmen der an den zwei Stationen C und A beobachteten Barometerstände mit der Zahl 57942 multipliciren. Die Barometerstände können nach ganz beliebigen Maße ausgedrückt sein, weil die Wahl der Einheit auf den Werth des Quotienten $\frac{b_0}{b_n}$ keinen Einfluß hat.

Die gefundene Formel bedarf mehrfacher Correctionen; denn

a) bezieht sie sich auf Luft von der Temperatur von 0°, und setzt voraus, daß die ganze Luftsäule AB diese Temperatur besitzt; deshalb wird der Werth von H, den man nach der Formel erhält, kleiner als er sein soll und sich auch ergeben würde, wenn man die in der Atmosphäre vorkommende höhere Temperatur in Rechnung zöge, indem der Beobachter bei einer höheren Temperatur der Luftsäule AB offenbar höher steigen muß, bis ihm das Quecksilber um eben so viel tiefer sinkt, als es bei 0° R. geschehen wäre. — Hiebei ergibt sich noch die Schwierigkeit, daß die Temperatur mit der Entfernung von der Meeresfläche abnimmt; um sich nun dem wahren Resultate möglichst zu nähern, führt man die Rechnung in der Art, als ob die ganze Luftsäule AB das arithmetische Mittel aus den Temperaturen T und t° R. der beiden

Stationen C und A hätte; man sollte also den obigen Ausdruck für H mit dem Factor

$$1 + \frac{11}{2400}\left(\frac{T+t}{2}\right) = 1 + \frac{1}{436}(T+t)$$

multipliciren. Allein

b) dieser Factor ist nur für trockene atmosphärische Luft richtig, bei einer feuchten Luft, wie sie wirklich in der Atmosphäre vorkommt, muß der Ausdehnungscoeffizient etwas größer genommen werden: man setzt daher anstatt 436 die Zahl 399.

c) Außerdem hat man noch zu berücksichtigen, daß die Intensität der Schwere in einerlei Vertical-Linien von unten nach oben abnimmt, dagegen mit der Entfernung vom Aequator wächst, und daher das Verhältniß der Dichte des Quecksilbers zur Dichte der Luft mit der Höhe des Ortes über der Meeresfläche und mit der geographischen Breite sich ändert. Heißt ψ die geographische Breite des Ortes A, so multiplicirt man die Formel für H auch noch mit dem Factor

$$(1 + 0.0026 \cos. 2\,\psi)$$

und modificirt den Coefficienten A nach Ergebnissen der Erfahrung, so, daß die Formel zur Berechnung der Höhe H in Wiener Fuß folgende Gestalt erhält:

$$H = 5.8152\,(1 + 0.0026 \cos. 1\,\psi)\left(1 + \frac{1}{399}(T+t)\right)(\log. b_0 - \log. b_n).$$

Soll die Höhe in Metern gegeben werden, so wird der Coefficient $A = 18382$ gesetzt.

d) Ist H und b_0 gegeben, so findet man den Luftdruck in der Höhe H, somit erfährt man auch die hier herrschende Dichte; es ergiebt sich, daß die Dichte der Luft in der Höhe von 8 geogr. Meilen geringer ist als die welche wir mit der besten Luftpumpe zu erreichen vermögen, in der Tiefe von 100 Meilen ist diese Dichte der des Goldes gleich.

Da die Formel für H lauter Factoren enthält, so ist es am bequemsten, den Logarithmus von H durch Addition der Logarithmen der Factoren zu berechnen. Nachdem man die Barometerstände b_0 und b_n auf 0° R. reducirt, und alle nöthigen Correctionen berücksichtigt hat, so bestimmt man den Lagarithmus von $(\log. b_0 - \log. b_n)$ addirt dazu den Logarithmus von $(399 + T + t)$, die decadische Ergänzung des Logarithmus von 399, nämlich $0.39903 - 3$, und noch den Logarithmus von dem Coefficienten 58152: dieser ist $= 4.76456$. Der Factor $(1 + 0.0026 \cos. 2\,\psi)$ ist hinreichend berücksichtigt, wenn man 0.00004 mit der Zahl, welche angibt, um wie viel Grade die geographische Breite des Ortes A über oder unter 45° steht, multiplicirt, und um das erhaltene Product die gefundene Summe der früheren 4 Logarithmen entweder vermindert oder vermehrt, je nachdem die geographische Breite von A größer oder kleiner ist, als 45. Hat man auf solche Art den Logarithmus von H berechnet, so findet man in den Logarithmentafeln die diesem Logarithmus entsprechende Zahl H. — Die Beobachtungen des Barometer- und des Thermometerstandes sollen an den beiden Stationen gleichzeitig vorgenommen werden; wo dieß nicht möglich ist, so beobachtet man zuerst den Barometerstand an der untern, dann an der obern Station, kehrt zur ersten Station zurück, und macht daselbst eine zweite Barometerbeobachtung, aus der man die Aenderung des Barometerstandes zwischen den Beobachtungszeiten erfährt; wird letztere Aenderung mit der Anzahl der Stunden, die zwischen den zwei Beobachtungen an der untern Station verflossen sind, dividirt, so hat man die auf eine Stunde entfallende Größe der Barometeränderung und nun läßt sich der Barometerstand berechnen, der an dieser Station in der Zeit vorkam, wo man das Barometer an der zweiten Station beobachtet hat. — Ist es nicht möglich, zur ersten Station zurückzu-

kehren, so macht man an der oberen Station eine zweite Beobachtung nach einer Zeit, die wenigstens halb so groß ist, als die Zeit, die man braucht, um von der ersten zur zweiten Station zu kommen; hieraus erfährt man die an der oberen Station in der Zwischenzeit eingetretene Barometeränderung, nach der man die Aenderung an der untern Station und den Stand des Barometers für die Zeit, in welcher die erste Beobachtung an der obern Station gemacht wurde, annähernd beurtheilt. — Am genauesten wird der Höhenunterschied H zweier Stationen bestimmt, wenn die jährlichen mittleren Barometerstände dieser Orte bekannt sind.

§. 86. Gewichtsbestimmung eines Körpers mit Berücksichtigung des Gewichtsverlustes, den er beim Abwägen in der Luft erleidet. Wagemanometer. Heißt V das Volumen des Körpers, dessen Gewicht P man wissen will, und ist v das Volumen des Gegengewichts q, welches dem Körper bei gehöriger Stellung der Zunge an der Wage das Gleichgewicht hält; bezeichnet man ferner das specifische Gewicht, welches die atmosphärische Luft während des Abwägens hatte mit s, so ist V s der Gewichtsverlust, welchen P und v s jener, welchen q erleidet, mithin ist

$$P - V s = q - v s, \text{ folglich}$$

$$P = q + (V - v) s.$$

Setzt man wie gewöhnlich $P = q$, so begeht man in der Bestimmung einen Fehler, der desto beträchtlicher ist, je mehr das Volumen des Körpers jenes des Gegengewichtes übertrifft, uud je dichter die atmosphärische Luft ist. — Da sich s jedesmal leicht aus dem beobachteten Barometer- und Thermometerstande ermitteln läßt, so braucht man nur die Volumnen V und v zu kennen, um das wahre Gewicht eines Körpers, wie es beim Abwägen im leeren Raum gefunden würde, zu berechnen.

2. Der Gleichgewichtszustand zweier an einer Wage hängenden Körper von ungleichen Volumen wird sogleich aufgehoben, sobald in der Dichte der Luft eine Aenderung eintritt; wird die Dichte vermindert, so geht der größere Körper abwärts und der kleinere in die Höhe; bei Vergrößerung der Dichte findet das Gegentheil Statt, wie man es leicht an einem sogenannten Wagemanometer unter dem Recipienten einer Luftpumpe ersichtlich machen kann. Dieser Apparat besteht aus einer sehr empfindlichen Wage, an deren einem Arme eine hohle geschlossene Glaskugel hängt, der ein am Ende des andern Armes befindliches, und aus einem dichten Metalle bestehendes Gegengewicht bei der Temperatur von 0^0 und dem Barometerstand von 760^{mm} dergestalt das Gleichgewicht hält, daß der Wagbalken vollkommen horizontal liegt.

Ist P das Gewicht im leeren Raume, und V das Volumen der hohlen Glaskugel, p und v dieselben Größen des Gegengewichts; ist ferner s das specifische Gewicht der Luft bei 0^0 R. und 760^{mm} Barometerstand, und d die Aenderung im specifischen Gewichte, die durch eine Aenderung in der Expansivkraft der Luft herbeigeführt wird; so hat man bei dem specifischen Gewichte s die Gleichung

$$P - V s = p - v s = M$$

Uebergeht s in $s \pm d$, so ist das scheinbare Gewicht des Glaskörpers

$$= P - V (s \pm d) \text{ und jenes des}$$

Gegengewichts $= p - v (s \pm d)$;

da in diesen beiden Ausdrücken $P - V s = p - v s$ ist, so hängt die Störung des Gleichgewichtszustandes an der Wage nur von der Beschaffenheit der Größen V d und v d ab. Nun ist

$$V > v, \text{ mithin } V d > v d,$$

somit ist bei Zunahme der Dichte in der Atmosphäre:

$$M - Vd < M - vd,$$

und bei Abnahme dieser Dichte

$$M + Vd > M + vd;$$

folglich wird im ersten Falle das metallene Gegengewicht, und im zweiten die Glaskugel das Uebergewicht bekommen und sinken.

Bringt man an dem Hebelarme, welcher bei einer Aenderung des Werthes von s in die Höhe steigt, ein kleines Gewichtchen q an, und entfernt es von der Drehungsaxe so weit, daß der Wagbalken wieder genau horizontal liegt, so erhalten wir für diesen Gleichgewichtszustand, wenn b die halbe Länge des Wagbalkens und a den Abstand des Gewichtchens q von der Axe bezeichnet,

$$(M \mp Vd)\, b \pm qa = (M \mp vd)\, b,$$

wo bei qa das Zeichen + für die Zunahme und — für die Abnahme im specifischen Gewichte der atmosphärischen Luft zu nehmen ist; aus dieser Gleichung ergibt sich für die Größe der Aenderung d der Ausdruck:

$$d = \frac{qa}{(V - v)\, b}.$$

Diesen Werth von d hat man mit seinem Zeichen zu dem Werthe von s zu addiren, um das specifische Gewicht, das die Luft bei irgend einer Temperatur t und dem Barometerstande B besitzt, zu erhalten. — Man theilt jeden Arm des Wagbalkens in eine gewisse Anzahl gleicher Theile z. B. in 100, so daß ein Theil $= \frac{b}{100}$ und

$$a = \frac{nb}{100} \text{ ist; so ist}$$

$$d = \pm \frac{n}{100} \frac{q}{(V-v)}.$$

Bestimmt man die Volumen V und v z. B. auf dem hydrostatischen Wege durch Bestimmung des Gewichtsverlustes, und berechnet den constanten Factor

$$\frac{q}{100\,(V - v)} = A,$$

so hat man nur nöthig, A mit der Zahl n, welche die Entfernung des Laufgewichts von der Axe anzeigt, zu multipliciren, um den jedesmaligen Werth von d zu bekommen.

Wird a = b, so ist

$$d = \frac{q}{V - v}$$

d. i. die größte mittelst des Laufgewichtes bestimmbare Aenderung des specifischen Gewichtes der Luft. Sollen größere Aenderungen mittelst des Manometers bemessen werden, so muß man größere Laufgewichte anwenden. Ist D die Dichte der Luft bei t^0 R. und bei dem Barometerstande B, so ist

$$s + d : s = D : 1;$$

somit gibt das Wagemanometer die jedesmalige Dichte der Luft an. Substituirt man in der Proportion (2) des §. 77 für das Verhältniß der Expansivkräfte der Luft das ihnen gleiche Verhältniß der Barometerstände, so erhält man

$$B : 760 = D\,(1 + \alpha\, t) : 1,$$

woraus ersichtlich wird, daß es möglich ist, den Barometerstand zu berechnen, wenn man an einem Wagemanometer die Dichte D und am Thermometer die Temperatur bestimmt hat. Ein Wagemanometer kann ein Barometer entbehrlich machen, und ist dem letzteren auf Reisen vorzuziehen.

3. Bei einem Luftballone hat man die Steigkraft zu bestimmen und annäherungsweise die Höhe zu finden, bis zu der sich der Ballon erheben kann. Ist V das Volumen des Ballons, S das specifische Gewicht der atmosphärischen Luft, und s das specifische Gewicht des Gases, womit der Ballon gefüllt ist, ferner Q das Gewicht der Hülle, Schnüre, Gondel und der mit aufsteigenden Personen, und berücksichtigt man, daß die Steigkraft P gleich ist dem Unterschiede der den Ballon trei-

benden Kräfte, nämlich des Auftriebes, und des absoluten Gewichtes, so ist

$$P = VS - (Vs + Q) = V(S - s) - Q;$$

demnach wächst die Steigkraft, wenn das Volumen des Ballons und der Unterschied der specifischen Gewichte der Luft und der Füllung wächst, und das Gewicht des Ganzen abnimmt.

So z. B. war bei dem ersten mit Wasserstoffgas gefüllten Ballon, in dem Charles und Robert am 1. December 1783 in Paris, unter einem unglaublichen Enthusiasmus der zahlreich versammelten Bevölkerung aufgestiegen sind, das Volumen $V = 10.000$ Kubik Fuß, $S = 0.08$ Pfund, mithin $VS = 800$ Pfd.; allein es waren nur $\frac{27}{28}V$ gefüllt, damit der Ballon in den oberen dünneren Luftschichten nicht zerplatze; daher war eigentlich VS nur $= \frac{27}{28}\,800 = 771.4$ Pfd. Das specifische Gewicht des unreinen Wasserstoffgases, womit man den Ballon gefüllt hatte, war $5\frac{1}{4}$ Mal leichter als die Luft, mithin war

$$Vs = \frac{771.4}{5\frac{1}{4}} = 146.9 \text{ Pfund; } Q \text{ betrug } 604\tfrac{1}{2} \text{ Pfund; folglich war}$$

$$P = 771.4 - 751.4 = 20 \text{ Pfund.}$$

Green füllte seinen Ballon 1836 mit Leuchtgas das seitdem gewöhnlich angewandt wird. Kleine Ballone von Collodium werden mit Wasserstoffgas gefüllt.

In einer gewissen Höhe bläht sich der Ballon vollständig auf, und von da an muß man von Zeit zu Zeit durch die Sicherheitsklappe das Füllgas entweichen lassen, damit die Spannkraft desselben stets dem äußeren Luftdrucke gleich bleibe, und nicht etwa ein Uebergewicht erlange, bei dem die Hülle reißen könnte. Das Aufsteigen des Ballons wird so lange Statt finden, bis in Folge der Abnahme der Größen S und s die Steigkraft P gleich Null wird. Um die Höhe zu finden, in welcher $P = 0$ wird, sucht man nur den in dieser Höhe herrschenden Barometerstand b, und berücksichtigt, daß daselbst S in S' und s in s' übergeht, und man daher hat:

$$0 = V(S' - s') - Q, \text{ und } Q = V(S' - s').$$

Unter der Voraussetzung, daß die Luft in der ganzen verticalen Säule, in welcher sich der Ballon erhebt, dieselbe Temperatur hat, und daß B den Barometerstand an dem Orte, wo die Füllung des Ballons vorgenommen wurde, bedeutet, hat man

$$S : S' = B : b, \text{ und } s : s' = B : b,$$

$$\text{mithin } S' = \frac{Sb}{B},\ s' = \frac{sb}{B}, \text{ und}$$

$$Q = V(S - s)\frac{b}{B},$$

woraus man für den Barometerstand der gesuchten Steighöhe erhält:

$$b = \frac{QB}{V(S - s)}.$$

Kennt man b, so läßt sich nach den früher aufgestellten Formeln die Steighöhe selbst berechnen, jedoch nur beiläufig, weil die Abnahme der Temperatur während des Aufsteigens nicht berücksichtigt werden kann. Da die Steighöhe desto beträchtlicher wird, je geringer b erscheint, so ist ersichtlich, daß der Ballon desto höher steigt, je geringer die Belastung

je größer sein Volum und je größer der Unterschied im spec. Gewichte der Luft und des Füllgases ist.

Der Ballon sinkt, wenn man ein Ventil öffnet durch welches Gas ausströmt, er steigt, wenn man einen Theil des Ballastes hinauswirft.

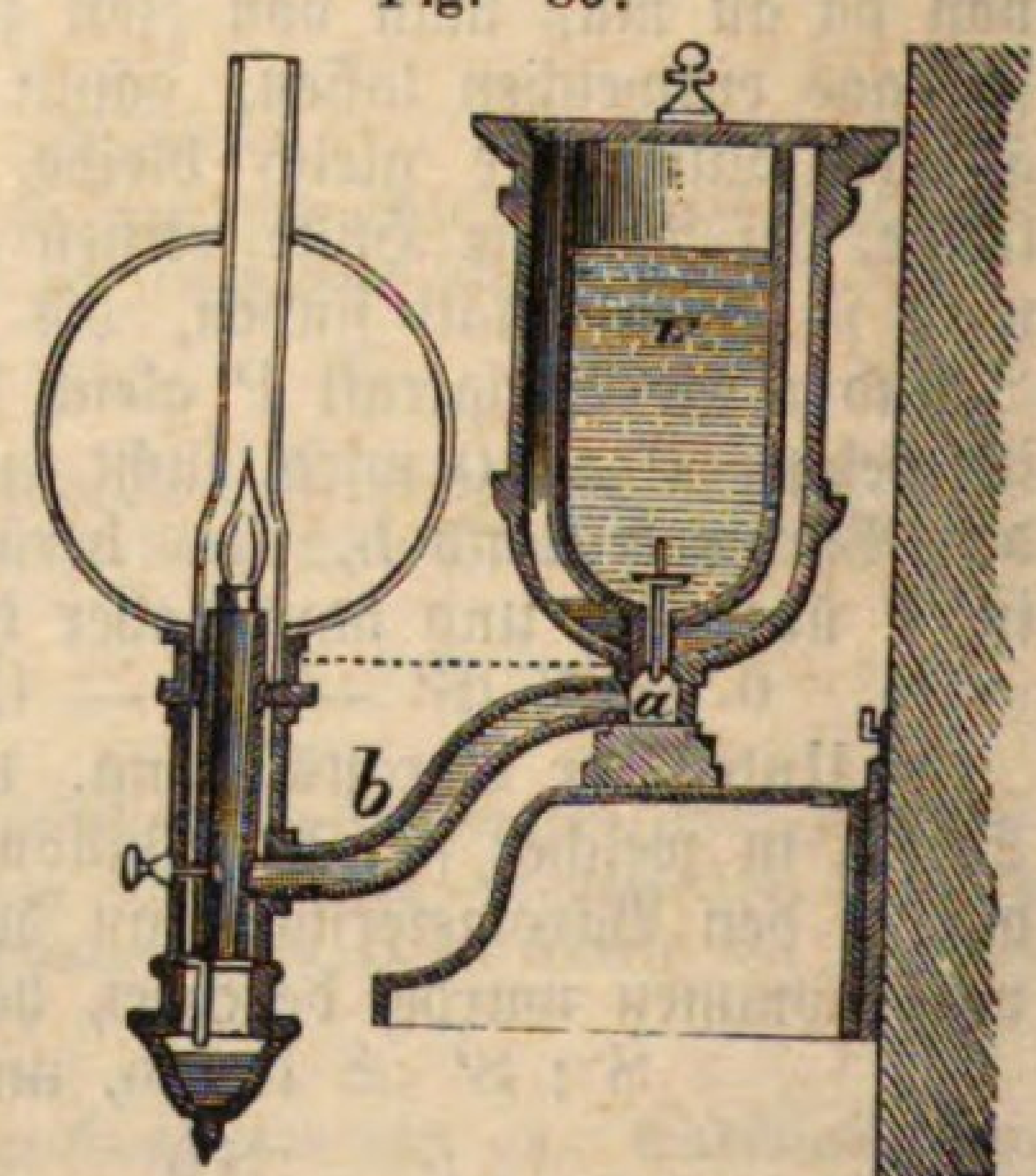
§. 87. Anwendung der Ausdehnsamkeit und des Druckes der atmosphärischen Luft. 1. Gefäß zum Tränken der Vögel. Fig. 84. Das Gefäß ist zum Theil mit Wasser, zum Theil mit Luft gefüllt; im Gleichgewichtszustande ist die Expansivkraft der eingeschlossenen Luft vermehrt um den hydrostatischen Druck des über dem Niveau bei C stehenden Wassers dem hier wirkenden äußern Luftdrucke gleich. Das Wasser wird, von den Vögeln tropfenweise herausgenommen; sinkt nun die Oberfläche ein wenig unter die durch C gehende horizontale Ebene, so dringt alsogleich eine Luftblase in das Gefäß ein und vermehrt die Expansivkraft der eingeschlossenen Luft, wodurch das Niveau wieder etwas über C gehoben und das Eintreten einer neuen Luftblase verhindert wird. Sinkt das Niveau abermals unter C, so tritt eine neue Luftblase ein, die es von neuem erhebt, und dieß dauert so fort, bis nach und nach die Oberfläche des Wassers im Gefäße unter C herabsinkt.

Fig. 84.



2. Eine häufig in Gebrauch vorkommende Oellampe besteht aus einem Oelbehälter A, Fig. 85, den man mit Oel aber nicht ganz voll füllt; die Oeffnung, durch welche die Füllung geschieht, wird mit einem Ventil vermittelst eines daran befestigten langen Stäbchens verschlossen, der Behälter umgekehrt und in ein zweites etwas weiteres Gefäß eingesetzt, worauf das Ventil vermöge der großen Länge des Stäbchens sich erhebt und das beständige Herabfließen des Oels in die ausgebogene Röhre b, wie auch das Aufsteigen desselben nach dem Gesetze der Communicationsgefäße in dem Dochtbehälter möglich macht. Das Oel wird nur etwas über die Oeffnung a des Behälters A in dem Zwischenraume der beiden Gefäße sich erheben, bis nämlich die Expansivkraft der Luft in A und der hydrostatische Druck des hier befindlichen Oels dem äußern auf das Niveau bei a wirkenden Luftdrucke das Gleichgewicht hält; der Dochtbehälter B ist so construirt, daß das obere Ende des Dochtes nur um $1^1/_2$ Linien über das durch a gehende Niveau fällt, und dahin das Oel vermöge der Capillarität aufsteigt. Wenn ein Theil des Oels verbrannt ist, so sinkt das Niveau bei a, und nun steigt alsogleich eine Luftblase in das Gefäß A, verstärkt die Expansivkraft der hier befindlichen Luft, wodurch das Oel mehr herabgedrückt, und das Niveau bei a wieder zum Steigen gebracht wird. Auf diese Art erhält sich das Niveau des Oels im Dochtbehälter immer-

Fig. 85.



fort bei a, bis alles Oel aus dem Oelbehälter herausgeflossen ist. Hat man zu viel Oel in den Behälter A gebracht, so steigt es im Dochtbehälter über die obere Mündung, wird aber unten von dem Gefäße M aufgefangen.

3. **Mariotte'sche Flasche.** Durch den Hals einer gewöhnlichen, jedoch mit einer in der Nähe des Bodens angebrachten Oeffnung a, Fig. 86, geht luftdicht eine oben und unten offene Röhre dergestalt, daß sie gehoben und herabgesenkt werden kann; steht das untere Ende dieser Röhre unter der Seitenöffnung a z. B. bei c und ist die Flasche so wie die Röhre bis fg mit Wasser gefüllt, so wird dieses so lange aus der Oeffnung herausfließen, bis der äußere Luftdruck p der Expansivkraft der oberhalb fg befindlichen etwas verdünnten Luft und dem hydrostatischen Drucke der Wassersäule de = h das Gleichgewicht hält, wo dann das Wasser in der Röhre b auch bis zu der Tiefe der Oeffnung, also bis d herabgedrückt erscheint. Zieht man die Röhre in die Höhe, so daß ihr unteres Ende über a, z. B. bei o steht, so fließt das Wasser bei a abermals heraus und zwar ununterbrochen mit einer unveränderlichen Geschwindigkeit, die der Druckhöhe do = b entspricht; denn nun dringen bei o beständig Luftblasen ein, steigen im Wasser empor, und bewirken, daß die Expansivkraft e der eingeschlossenen Luft beständig bleibt, so daß sie vermehrt durch den Druck der Wassersäule eo = h' dem äußern Luftdrucke p bei o das Gleichgewicht hält. Heißt s das specifische Gewicht des Wassers, so ist

Fig. 86.



$$e + h's = p, \text{ und } e = p - h's.$$

Der Druck auf das bei a befindliche Wasser von innen nach außen ist nun

$$e + hs = p - h's + hs = p + (h - h')s = p + bs,$$

während der Druck von außen nach innen gleich p ist; demnach tritt das Wasser aus a unter dem beständigem Drucke bs so lange heraus, bis die Oberfläche unter o herabgesunken ist. Die Ausflußgeschwindigkeit kann man durch Hebung der Röhre vergrößern, durch Senkung derselben beliebig vermindern.

Pepy'sches Gasometer. Ein sehr bequemer und häufig gebrauchter Apparat zum Ansammeln der Gase ist in Fig. 87 abgebildet; er besteht aus 2 Cylindern A und B von Kupfer oder lackirtem Eisenblech, wovon A oben mit einem Deckel geschlossen ist, auf dem B vermittelst dreier Stützen ruht; B ist kürzer, oben offen und steht mit dem unteren durch zwei Röhren in Verbindung, wovon die eine b in der Mitte des Deckels angebracht ist, mit ihrem unteren Ende durch den Deckel durchgeht, ohne in den unteren Cylinder hinein zu ragen und mit einem Sperrhahne versehen ist. Die

Fig. 87.



zweite Röhre a beginnt am Boden von B und geht fast bis auf den Boden des unteren Cylinders; sie ist ebenfalls mit einem Sperrhahne versehen.

Bei c ist eine kurze, horizontale, mit einem Hahne verschließbare Röhre an deren vorderem Ende ein Schraubengewinde eingeschnitten ist, um andere Röhren oder Ausströmungsöffnungen anschrauben zu können. Nahe am Boden von A ist eine etwas schief aufwärtsstehende kurze Röhre d von größerem Durchmesser, als die anderen; man kann sie mittelst eines Schraubendeckels oder eines Korkes verschließen. Beim Gebrauche wird zuerst der Cylinder A mit Wasser gefüllt, indem man d verschließt, die Hähne von a, b, c öffnet, und in das Gefäß B Wasser bringt, welches durch die Röhre a in das Gefäß A fließt, während die hier befindliche Luft durch c herausströmt. Ist A ganz mit Wasser gefüllt, so schließt man alle Hähne, und öffnet die Röhre d, aus der nichts herausfließen kann, weil wegen ihrer schiefen Stellung keine Luftblasen in das Gefäß A eintreten können; man führt nun durch d das Gasleitungsrohr ein, so wird das Gas in dem Gefäße A aufsteigen, während das Wasser bei d ausfließt. Wie weit A mit Gas gefüllt ist, ersieht man an einem Glasrohre fg, dessen oberer und unterer Theil mit dem inneren Raume des Cylinders A in Verbindung ist, daher in ihm das Wasser stets eben so hoch, wie in A steht.

Ist A mit Gas und B mit Wasser gefüllt, so wird die Röhre d geschlossen und a geöffnet. Das Gas steht nun unter dem Drucke der in a befindlichen Wassersäule und muß daher ausströmen, sobald man entweder den Hahn c oder den Hahn der Röhre b öffnet; ersteres geschieht, wenn man das Gas aus c will ausströmen lassen, um z. B. Verbrennungsversuche anzustellen, letzteres wenn das Gas aus b ausströmen soll, um damit z. B. ein anderes Gefäß zu füllen, wobei dieses Gefäß früher mit Wasser gefüllt, dann mit seiner Mündung über die Mündung der Röhre b gestellt, und hierauf erst der Hahn bei b geöffnet wird.

Das Ansaugen der Blutegel erfolgt auf die Art, daß das Thier seine Scheibe luftdicht an die Haut anlegt, und den hinter ihr befindlichen Raum erweitert, wodurch dessen gasförmiger Inhalt verdünnt wird, und an Expansivkraft verliert, weshalb das Thier in Folge des stärkeren äußern Luftdruckes schon von selbst haftet, ehe es noch seine Zähne eingesetzt hat. Befindet sich aber eine unter einem stärkeren Drucke befindliche Flüssigkeit vor der Oeffnung eines Raumes, wo eine geringere Expansivkraft herrscht, so dringt sie in diesen Raum desto rascher ein, je größer der Druckunterschied ist, daher dringt das Blut in den Leib des Blutegels durch die Oeffnungen, die seine Zähne bewirken. Aus demselben Grunde füllen sich die Schröpfköpfe mit Blut, wenn man in ihnen die Luft verdünnt, und sie dann mit der Mündung über gewisse Theile des Körpers, in denen man Einschnitte gemacht hat, stellt; sie haften mit einer Kraft die dem Unterschiede des äußern Druckes und der Expansivkraft der im Schröpfkopfe zurückgebliebenen Luft gleich ist. — Wenn der Säugling seine Lippen luftdicht an die Brustwarze der Mutter anschließt, und die Mundhöhle erweitert, so stürzt die Milch aus den Oeffnungen der Brustdrüsengänge hervor.

§. 88. Mengung und Diffusion der Gase. Bringt man eine Gasmasse in eine andere von verschiedener materieller Beschaffenheit, die jedoch auf die erstere nicht chemisch einwirkt, so sieht man erstere, so lange ihre Theilchen beisammen bleiben, in der andern sinken

oder steigen, je nachdem ihre Dichte größer oder kleiner ist, als die Dichte des zweiten Gases; daher ist es möglich z. B. Kohlensäuregas aus einem Gefäß in ein anderes mit atmosphärischer Luft gefülltes Gefäß zu übertragen, indem es in der Luft herabsinkt, und so das Gefäß füllt. Bleiben aber die Gase von verschiedener Beschaffenheit, die jedoch nicht chemisch aufeinander einwirken, einige Zeit in Berührung, so durchdringen sie sich allmälig gegenseitig und bilden ein vollkommen gleichförmiges Gemenge, so daß in allen Theilen desselben alle Bestandtheile in dem nämlichen Verhältnisse enthalten sind. Diesen Vorgang nennt man die Diffusion der Gase. Um dieses merkwürdige Verhalten der Gase zu begreifen, müssen wir folgende Thatsache beachten:

1. Bringt man eine trockene Gasmasse vom Volumen v und von der Expansivkraft e in ein leeres Gefäß, dessen Wände unbeweglich sind, und das den Rauminhalt V besitzt, so wird seine Expansivkraft dem Mariotte'schen Gesetze gemäß sich ändern, und in x übergehen,

so daß $x : e = v : V$, und $x = \frac{ev}{V}$ ist.

Wenn eine zweite Gasmasse von derselben materiellen Beschaffenheit, die die Expansivkraft e′ und das Volumen v′ hat, in denselben Raum V gelangt, so kann man nicht zweifeln, daß sie sich mit der früheren dahin gebrachten gleichförmig mengt, und nach ihrer Ausbreitung in dem Raume V die Expansivkraft

$$x' = \frac{e'v'}{V}$$

erlangt, und daß daher die Expansivkraft E der vereinigten Gasmassen gleich ist $x + x'$ d. i. gleich der Summe der Expansivkräfte, welche jede einzelne nach ihrer Ausbreitung in dem Raume V zufolge des Mariotte'schen Gesetzes erlangt hat, mithin ist

$$E = \frac{ev + e'v'}{V} \text{ oder } EV = ev + e'v'$$

2. Allein die Erfahrung lehrt, daß wenn diese Gase verschiedenartig sind, aber unter gewöhnlichen Umständen sich befinden, unter welchen sie ungeachtet einer unter ihnen bestehenden chemischen Anziehung auf einander nicht chemisch einwirken, auch

$$EV = ev + e'v' \ (1)$$

ist. Hat man die Gase in cylindrischen, in gleiche Volumtheile getheilten Gefäßen, und sperrt sie mit Quecksilber ab, so ist die Messung der Volumen und der Expansivkräfte leicht und man überzeugt sich bald von der Richtigkeit der Gleichung (1.)

8. Richtet man es so ein, daß die beiden Gase, die man mengen will, vor der Mengung unter demselben äußern Luftdrucke b sich befinden, so sind auch die Expansivkräfte e und e′ gleich b, also auch unter sich gleich; läßt man hierauf beide Gase in ein mit Quecksilber gefülltes und in gleiche Volumtheile getheiltes Gefäß eintreten, und sorgt dafür, daß das Quecksilber in diesem Gefäße und außerhalb desselben gleich hoch steht, so ist auch die Expansivkraft E der gemengten Gasmasse dem äußern Luftdrucke b gleich, mithin

$$E = e = e',$$

daher muß, wenn die Gleichung (1) richtig ist

$$V = v + v'$$

d. h. das Volumen des Gemenges gleich sein der Summe der Volumen, welche die Gase bei der nämlichen Expansivkraft vor der Mengung hätten, welches Ergebniß die Erfahrung bestätigt und daher auch die Richtigkeit der Gleichung (1) außer Zweifel setzt.

4. Indem man das Gefäß mit dem Gasgemenge aus dem Quecksilberbade mehr oder weniger heraushebt, wird das Volumen und die Expansivkraft des Gasgemenges beliebig abgeändert, und man überzeugt sich leicht, daß, wenn man mit V' das veränderte Volumen und mit E' die ihm entsprechende Expansivkraft des Gemenges bezeichnet, jedesmal $E' V' = ev + e'v'$ und

somit $E\ V = E' V'$ oder

$$E : E' = V' : V$$

d. h. die Expansivkraft des Gemenges wächst in dem nämlichen Verhältnisse, in welchem sein Volumen abnimmt, wodurch die Richtigkeit des Mariotte'schen Gesetzes auch für Gasgemenge erwiesen ist.

Da Gase von verschiedenartiger Beschaffenheit in einen Raum gebracht, ungeachtet einer unter ihnen bestehenden Anziehung bei der Mengung keine andere Veränderung in ihrer Expansivkraft und in ihrem Volumen erleiden, als die sie zufolge des Mariotte'schen Gesetzes erleiden würden, wenn sie gleichartig wären; so ist es gewiß, daß ihre Molecüle keine merkliche Anziehung gegen einander äußern, was nur daher kommen kann, daß ihr gegenseitiger Abstand eine Größe hat, bei welcher die Anziehungskräfte, die sie besitzen, nicht mehr wirksam auftreten. Auch die mit der Dichte und mit der Temperatur bis zu einer gewissen Grenze gleichförmig zunehmende Expansivkraft eines Gases ist ein Beweis, daß die Molecüle in Abständen sich befinden, bei welchen die Anziehung verschwindend klein ist. Daher kommt es, daß zwei verschiedenartige Gase, die man zusammenbringt, nicht an allen Punkten ihrer stark porösen, gleichsam siebartigen Berührungsflächen denselben Druck gegen einander äußern können, wenn auch ihre Expansivkräfte einander gleich wären; sie durchdringen sich daher gegenseitig und es entsteht ein gleichförmiges Gemenge. Die Ausbreitung eines Gases in einem Raume, in welchem bereits ein anderes Gas enthalten ist, geschieht darum langsamer, als in einem völlig leeren Raume, weil die Gasmolecüle, die sich in den Zwischenräumen des andern bewegen müssen, bei ihrer Bewegung häufig die Richtung zu ändern genöthigt sind, und bei jeder solchen Aenderung wird die Geschwindigkeit der Bewegung vermindert.

Die angeführten Thatsachen unterstützen die Hypothese, daß die Abstoßung, welche die Molecüle eines Körpers gegen einander äußern, eine bloße Folge der an denselben haftenden Aetheratmosphären sei; daher die Aeußerung der Expansivkraft eines Gases oder eines Gasgemenges von was immer für einer materiellen Beschaffenheit sich bloß nach der Menge der Aetheratmosphären, die sich in einem Raume anhäufen, richtet, und in diesem Verhalten erst dann eine Aenderung eintritt, wenn die ponderablen Theilchen so nahe an einander gerückt sind, daß ihre Anziehung wirksam zu werden beginnt.

Das Gesetz, nach welchem die Diffusion der Gase erfolgt, und welches man das Dalton'sche nennt, erklärt die gleichförmige Mengung der gasförmigen Bestand-

theile der Atmosphäre in allen Höhen derselben, den Ersatz des an einem Orte verbrauchten Sauerstoffes durch augenblickliches Zuströmen desselben aus der Nachbarschaft, und daher die Möglichkeit der Fortdauer des Athmungs- und Verbrennungsprocesses an diesem Orte, ferner auch die rasche Verbreitung der an einem Orte entstandenen Gase in der Atmosphäre, sobald keine Hindernisse die Verbreitung hemmen. Der Luftdruck ist gleich der Summe der Pressungen, welche die Bestandtheile der Atmosphäre und die in ihr vorhandenen Wasserdünste auszuüben vermögen.

Sind die Gase durch eine poröse Scheidewand von einander getrennt, so erfolgt zunächst eine Mengung derselben in der porösen Scheidewand, und hierauf erst dringt das eine Gas in den Raum des andern ein, aber mit ungleicher Geschwindigkeit. Man kann diese Diffusion der Gase am einfachsten beobachten, wenn man eine 1 bis 1 $^1/_2$ Zoll weite Glasröhre an einem Ende mit einem Stöpsel von Gyps verschließt und über Quecksilber mit Wasserstoffgas füllt; der Gyps läßt im trockenen Zustande sowohl atmosphärische Luft als Wasserstoffgas durch; allein das letztere entweicht durch den Gypsstöpsel in größerer Menge aus der Röhre als atmosphärische Luft eindringt, wie dieß an dem Steigen des Quecksilbers in der Röhre ersichtlich ist. Will man das Gesetz der Diffusion ermitteln, so muß man durch gehörige Einsenkung der Röhre in's Quecksilber stets dafür sorgen, daß dieses in- und außerhalb der Röhre gleich hoch steht, und daher die Expansivkraft des in der Röhre befindlichen Gases stets der Expansivkraft der äußern Luft gleich bleibt. Graham fand, indem er das schließliche Volumen des eingetretenen Gases mit dem anfänglich in der Röhre befindlichen verglich, daß die in derselben Zeit durch die poröse Scheidewand durchgehenden Gasvolumen den Quadratwurzeln ihrer Dichtigkeiten umgekehrt proportional sind; daß also

$$v : v' = \sqrt{d'} : \sqrt{d}.$$

Die Dichte des Wasserstoffgases verhält sich zur Dichte der atmosphärischen Luft wie 1 : 14.5; wenn nun ein Volumen atmosphärischer Luft in die Röhre eintritt, also $v = 1$ ist, so muß

$$1 : v' = 1 : \sqrt{14.5}, \text{ und } v' = 3.8.$$

sein, was die Erfahrung bestätiget.

Sind Sauerstoffgas und Kohlensäuregas, deren Dichten sich verhalten, wie 1·1057 : 1·5291, durch eine poröse Scheidewand geschieden, so wird für 1 Volumen Sauerstoffgas, das eintritt, $\frac{1·051}{1·235} = 0·85$ Volumen Kohlensäuregas herausgetrieben.

Man kann poröse Thonstöpsel, oder auch befeuchtete thierische Häute als Scheidewände annehmen; sogar mit Seifenblasen kann man die Gasdiffusion anschaulich machen. Die materielle Beschaffenheit der Scheidewand übt nach Bunsen durch die Reibung, die das durchgehende Gas erfährt einigen Einfluß auf die Diffusion. Diese Diffusion erfolgt in dieser Art selbst dann, wenn das eine Gas von einer Flüssigkeit absorbirt ist. Das Wasserstoffgas entweicht aus Flaschen, wenn es sogar mit Quecksilber darin abgesperrt ist, so wie auch aus Thonröhren, aus denen andere Gase nicht entweichen.

§. 89. Verhalten der Gase und Dünste gegen andere Körper, die sie umgeben. Absorption der Gase. Gasförmige Stoffe, zu denen wir auch die Wasserdünste (Wassergas) zählen wollen, kommen vermöge ihres Bestrebens, sich allseits immer weiter auszudehnen, mit den Molecülen eines Körpers, den sie umgeben, nicht nur an dessen Oberfläche, sondern auch in den Poren und in den zwischen den Molecülen bestehenden Zwischenräumen (Molecülarinterstitien), wohin sie eindringen, in so innige Berührung, daß die Anziehungskräfte, welche die ungleichartigen Theilchen gegenseitig zu äußern vermögen, wirksam werden, und

die Spannkraft des Gases schwächen, wo dann zur Herstellung des Gleichgewichts eine neue Menge desselben Gases von außen so lange zuströmt, bis durch Vermehrung der Dichte die Spannkraft um so viel verstärkt wird, um wie viel sie in Folge der wirksam gewordenen Anziehung geschwächt worden ist. Da die Porenoberfläche von einem Kubikzoll eines porösen Körpers sehr groß ist, z. B. bei der Buchsbaumkohle wenigstens 100 Quadratfuß beträgt, so wird die große Gasmenge, die solche Körper zu absorbiren vermögen, begreiflich. Die Wärmeentwicklung, die bei der Aufsaugung der Gase eintritt, ist eine Folge der Verdichtung, die sie erfahren. Wasserdünste der Atmosphäre, die nahe dem Maximum ihrer Spannkraft sich befinden, können in Folge der Verdichtung, die kraft der Anziehung schon an der Oberfläche mancher Körper eintritt, tropfbar werden.

In feuchter Luft wird thoniger Boden so naß, als wenn man ihn mit Wasser übergossen hätte, eben so Kochsalz, insbesondere wenn es mit Chlorcalcium verunreinigt ist. Haare saugen in feuchter Luft Wasser ein, werden dadurch länger, und kräuseln sich weniger. — Die Wände eines Glasgefäßes, in welchem Wasser siedet, äußern gegen die Wasserdämpfe, die mit ihnen in Berührung kommen, eine starke Anziehung, weßhalb diese erst durch Erhöhung ihrer Temperatur eine stärkere Spannkraft erlangen müssen, um diese Adhäsion zu überwinden und an die Oberfläche zu gelangen, wo sie deßhalb ein stärkeres Aufwallen veranlassen, als in der Mitte stattfindet. Metalldrähte schwächen die Adhäsion des Wassers zu den Dampfblasen.

Die Atome eines Gasgemenges, dessen Bestandtheile sich mit einander chemisch zu verbinden vermögen, können in Folge der Verdichtung, welche das Gemenge an der Oberfläche und in den Poren mancher Körper erfährt, einander so sehr genähert werden, daß sie wirklich in eine chemische Verbindung treten; diese wird durch die Wärme befördert, die bei der Verdichtung der Gase sich jedesmal entwickelt.

Sorgfältig gereinigte Platten von Platin, Gold, Palladium, die in Knallgas gebracht werden, bewirken, daß die Bestandtheile desselben sich allmälig mit einander zu Wasser verbinden; dieß geschieht viel rascher, wenn diese Körper in fein zertheiltem, porösen Zustande sich befinden, wie z. B. der Platinschwamm, der mehr wie 800mal von dem Volumen seiner Poren an Sauerstoffgas absorbirt, und daher eine so rasche Verbindung des Wasserstoffes mit dem Sauerstoffe bewirkt, daß er dabei glühend wird und das brennbare Gas entzündet. Leitet man ein Gemenge von O und NH_3 über heißen Platinschwamm, so verbrennt das Ammoniakgas, und es entsteht Wasser und Salpetersäure. Oxydirbare Metalle äußern eine starke Anziehung zum Sauerstoffe und verhindern dadurch dessen Verbindung mit dem Wasserstoffe.

Aus dem Gesagten ist auch zu ersehen, daß jeden Körper eine verdichtete Gasschichte umgibt, von der man ihn durch Wärme, oft nur durch Glühen befreien kann. Diese Gasschichte ist nicht selten die Ursache, daß der Körper ganz anders als im reinen Zustande auf andere mit ihm in Berührung kommende Gase und Dämpfe einwirkt. Stellt man, wie Moser fand, ein Siegel von Stahl auf eine frisch gereinigte Glasplatte, hebt es dann nach einer Stunde auf und behaucht die Platte, so kommt das ganze Bild zum Vorschein, und noch deutlicher auf einer reinen Silberplatte, wenn man sie nach Hinwegnahme des Siegels der Einwirkung von Quecksilberdämpfen aussetzt. Waidele fand, daß diese Erscheinungen nicht zu sehen sind, wenn man Platte und Siegel sorgfältig gereinigt hat; sie entstehen dadurch, daß die verdichtete Gasschichte von den erhabenen Stellen des Siegels, das nicht gereinigt worden ist, zu den unterhalb liegenden der reinen Platte übergeht, was an denjenigen, welche den vertieften Stellen gegenüber liegen, nicht stattfindet, weßhalb diese die Wasser- und Quecksilberdämpfe in anderer Weise verdichten, als die bereits mit einer Gasschichte überzogenen.

Wenn das in die Poren eines Körpers eingedrungene und daselbst verdichtete Gas mit keinem Bestandtheile des Körpers eine chemische

Verbindung eingeht, und auch seinen Aggregationszustand nicht ändert, so ist, wie zuerst Henry bewiesen und später Bunsen bestätigt hat, seine Menge, unter übrigens gleichen Umständen, dem Drucke, mit welchem das äußere gleichnamige Gas auf das absorbirte am Ende der Absorption einwirkt, direct proportional. Nimmt z. B. eine Maß Wasser bei 15° C. und bei einfachem Drucke eine Maß Kohlensäure auf, so absorbirt es beim dreifachen Drucke drei Maß.

Wenn man die Gasmenge angibt, die ein Körper absorbirt, so versteht man stets dasjenige Volumen, welches das Gas bei dem Drucke von 760^{mm} Quecksilber und der Temperatur von 0° C. annehmen würde. Die größte von einer Volumseinheit des Absorbenten unter dem Drucke des äußeren Gases von 760^{mm} bei irgend einer Temperatur t aufgenommene Gasmenge nennt man nach Bunsen den Absorptionscoefficienten dieses Absorbenten für die Temperatur t; heißt dieser Coefficient α und v die Anzahl der Volumseinheiten des Absorbenten, so ist $v\alpha$ die größte Gasmenge, die dieser bei t° C. aufzunehmen vermag. Die Untersuchungen lehren, daß der Coefficient α verschiedenartiger Körper bezüglich desselben Gases verschieden groß ist, und auch bei demselben Körper in Bezug auf verschiedene Gase verschiedene Werthe hat. Je größer der Absorptionscoefficient, desto größere Dichte erhält das absorbirte Gas durch die anziehenden Kräfte des Absorbenten; daher ist dieser Coefficient als das Maß der Anziehung zu betrachten, mit welcher die Theilchen des Gases und des Absorbenten auf einander einwirken.

Nach Bunsen's Untersuchungen hat der Absorptionscoefficient des Wassers bei 0° folgende Werthe: bezüglich der atmosphärischen Luft 0·02471, des Stickstoffs 0·020346, Sauerstg. 0·04114, Kohlensäureg. 1·7967.

Wird ein Körper, in dessen Poren sich irgend ein Gas von der Spannkraft p befindet, in einen Raum gebracht, der mit dem nämlichen Gase von der Spannkraft P erfüllt ist, so wird falls $P > p$ ist, eine dem Unterschiede $P - p$ entsprechende Gasmenge in den Absorbenten eintreten. Ist $P = p$, so findet keine Absorption statt; ist aber $P < p$, so tritt ein Theil des absorbirten Gases heraus, und zwar desto mehr, je bedeutender $P - p$ ist. Diese Erscheinungen beweisen, daß die Absorption von der chemischen Verbindung wesentlich verschieden ist.

Da sich ein Gas in einem ihm dargebotenen Raume gleichförmig verbreitet, selbst dann, wenn darin bereits ein anderes Gas vorhanden wäre, so muß in dem Falle, wo ein Körper, der ein gewisses Gas absorbirt enthält, in einen Raum, in welchem dieses Gas sich nicht vorfindet, gelangt, das absorbirte Gas heraustreten, und ein Theil des in diesem Raume befindlichen Gases von dem Körper absorbirt werden.

Wird der Stöpsel einer Champagnerflasche gelockert, so wirft ihn die Spannkraft der unter ihm befindlichen verdichteten Schichte von kohlensaurem Gase heraus, worauf dieses Gas diffundirt, und auch das absorbirte nach und nach heraustritt, so als wäre der Raum über der Flüssigkeit vollkommen leer.

Bei der Respiration gelangt die atmosphärische Luft in die zahlreichen Luftzellen der Lunge, deren Wandungen von höchst feinen Blutgefäßen durchzogen sind, und der Luft eine beträchtlich große Contactfläche darbieten: die Luft kommt nun durch das Wasser, welche die feinen Wandungen durchdringt, in unmittelbare Berührung mit dem Blute, worauf die Kohlensäure aus dem Venenblute heraustritt, und ein Theil des Sauerstoffes der eingeathmeten atmosphärischen Luft vom Blute aufgenommen wird. Aus der Absorption und Diffusion der Gase erklärt sich auch das Entweichen eines Gases aus einem Gefäße, in welchem es durch Quecksilber abgesperrt war.

Ist beim Athmen die Menge des kohlensauren Gases in den Lungenzellen sehr gering, so kann die Ausscheidung dieses Gases aus dem venösen Blute gehörig vor sich gehen, und an dessen Stelle der eingeathmete Sauerstoff vom Blute aufgenommen werden. Athmet der Mensch in einer Atmosphäre, die viel kohlensaures Gas enthält, so kommt dieses auch in die Lungenzellen, und hindert nun das Austreten desselben Gases aus dem Blute, damit aber auch die nothwendige Sauerstoffabsorption; schon ein Procent CO_2 in der Luft verursacht ein Uebelbefinden, eine größere Menge kann Athembeschwerden und Erstickung herbeiführen; hieraus wird die Nothwendigkeit der Ventilation in Räumen, wo viele Menschen sich befinden, oder viele Lichter brennen sowie auch die Schädlichkeit von Schlafzimmern begreiflich, in welchen Pflanzen stehen, die zur Nachtzeit Sauerstoff absorbiren und Kohlensäure aushauchen.

Die atmosphärische Luft, die wir einathmen, wird auf ihrem Wege in die Lungenzellen erwärmt, und fähig, eine größere Menge von den Wasserdünsten, die sich an den Wandungen der Zellen bilden, aufzunehmen, was jedoch nicht mehr möglich wird, wenn diese Luft bei einer hohen Temperatur mit Dünsten gesättigt ist; diese Unterbrechung der Ausscheidung des Wassers aus dem Blute kann eine Krankheit zur Folge haben.

Ist ein Absorbent von einem Gasgemenge umgeben, so nimmt er, abgesehen von der Temperatur, ein jedes Gas des Gemenges in der Menge auf, die seinem Absorptionsvermögen für dieses Gas und dem Drucke, den dasselbe für sich allein auf ihn am Ende der Absorption auszuüben vermag, direct proportional ist, was jedoch nur dann richtig ist, wenn das Gas, welches ein Körper absorbirt, das Absorptionsvermögen für ein zweites Gas nicht verändert.

Wasser absorbirt die einzelnen Gase der atmosphärischen Luft genau in der nämlichen Menge, wie jedes für sich unter dem Drucke, den es nach vollendeter Absorption ausübt, aufgenommen worden wäre; daher ist der Gehalt des Wassers an Sauerstoff größer als in der atmosphärischen Luft. Wird das in den Poren des Wassers befindliche Sauerstoffgas durch den Athmungsproceß der Thiere verbraucht, so tritt sogleich eine der verbrauchten gleiche Menge aus der atmosphärischen Luft ein, wodurch das Leben dieser Thiere fortdauernd unterhalten wird; man pflegt deßhalb im Winter die Eisdecke, womit die Fischteiche überzogen erscheinen, an mehreren Stellen aufzuhacken, um ungehinderten Luftwechsel im Wasser möglich zu machen und den Fischen den nöthigen Sauerstoff zu verschaffen.

Bei großem Absorptionsvermögen des Absorbenten und starkem Drucke von Seite des äußern Gases, insbesondere, wenn das Innere des Absorbenten keinen hinreichend großen Raum zur Ausbreitung darbietet, kann die Dichte des absorbirten Gasgemenges so groß werden, daß, wenn auch keine chemische Verbindung eintritt, doch zwischen den ungleichartigen Gastheilchen anziehende Kräfte wirksam werden, welche die Spannkraft der absorbirten Gasmengen vermindern und dadurch das Zuströmen einer neuen Gasmenge von Außen veranlassen. So fand Roscoe, als er Versuche mit Gemengen aus Chlor-, Wasserstoff- und Kohlensäuregas vornahm, daß das Wasser stets eine größere Menge von Chlorgas aufnahm, als die Rechnung für die obwaltenden Umstände ergab, und daß der Ueberschuß sich nach dem beigemengten Gase richtete.

Die Dichte der nicht permanenten Gase kann bekanntlich nur bis zu einem gewissen, von der Beschaffenheit des Gases abhängigen Maximum gesteigert werden; wird dieses überschritten, so werden sie tropfbar; daher kommt es, daß wenn die Dichte, welche ein solches Gas in einem Absorbenten bei der vorhandenen Temperatur am Ende der Absorption erhalten sollte, das ihm zukommende Maximum überschreitet,

der Theil des von Außen zuströmenden Gases, welcher dieses Ueberschreiten bewirkt, tropfbar flüssig wird, daher nicht mehr die Spannkraft der absorbirten Gasmenge vermehrt; wird durch die entstandene tropfbare Flüssigkeit der Absorptionscoefficient nicht bedeutend oder gar nicht geändert, und bleibt der äußere Druck constant, so strömt fortwährend neues Gas in den Absorbenten ein, wo es sogleich tropfbar wird. Die im Absorbenten sich ansammelnde Flüssigkeit wird bei fortdauernder Absorption und gleichmäßiger Vertheilung zwischen die Molecüle immer mehr sich drängen, und diese von einander treiben, so daß bei vielen Körpern ein Moment eintreten kann, wo sie aufhören, ein zusammenhängendes Ganze zu bilden, sondern in der aufgenommenen Flüssigkeit aufgelöst erscheinen, oder falls sie flüssig sind, sich mit ihr gleichförmig mischen.

Kann das Gas einen Körper nicht gleichförmig durchdringen, sondern nur bestimmte größere Räume, die eigentlichen Poren ausfüllen, so erfolgt nur hier das Ueberschreiten des Maximums der Dichte, mithin ein Tropfbarwerden des Gases und dann ein Zerfallen des Körpers, wie wir es häufig bei jenen festen Körpern finden, die fähig sind, Wasserdämpfe in großer Menge zu absorbiren.

Gewöhnlich wird der Absorptionscoefficient durch die im Absorbenten entstandene tropfbare Flüssigkeit vermindert; so fand Saussure daß befeuchtete Kohle viel weniger Gas zu absorbiren vermag, als im trockenen Zustande. Ist das aufgenommene Gas im Absorbenten theils in tropfbarer, theils in ausdehnsamer Form enthalten, so entweicht nur das letztere, wenn Umstände eintreten, unter denen es nach den allgemeinen Gesetzen der Absorption entweichen sollte, z. B. bei Verminderung des äußern Druckes. So läßt Wasser, das mit Ammoniak- oder Chlorwasserstoffgas gesättigt ist, diese Gase in der freien Athmosphäre nur zum Theil fahren, und verdampft dann als Mischung von Wasser und flüssigen Ammoniak oder Salzsäure.

Vorstehende Sätze über Absorption der Gase hat Dr. Stephan auf eine sehr scharfsinnige Weise mathematisch begründet. (Sitzungsberichte der kais. Akademie der Wissenschaften in Wien, Bd. XXVII pag. 375.)

Wenn die Flüssigkeit Bestandtheile enthält, welche auf das absorbirte Gas eine chemische Anziehung äußern, so wird das Absorptionsvermögen der Flüssigkeit für dieses Gas gesteigert. Setzt man z. B. dem Wasser 1 Procent phosphorsaures Natron zu, so nimmt es doppelt so viel kohlensaures Gas auf, als das reine Wasser unter denselben Umständen aufgenommen haben würde, damit ist aber die Wirkung der chemischen Anziehung beendet, so daß nun die Zunahme der absorbirten Gasmenge beim gesteigerten Drucke genau so vor sich geht, wie beim reinen Wasser.

Nach Magnus nehmen 1000 Volume Blut 100 bis 130 Volume Sauerstoffgas auf, während reines Wasser davon nur 9.25 Volume absorbirt; es ist nach Liebig sehr wahrscheinlich, daß nur ein Theil des beim Athmen aufgenommenen Sauerstoffs absorbirt enthalten ist, ein gewisses Quantum aber in eine, obwohl nur sehr schwache chemische Verbindung mit gewissen Blutbestandtheilen tritt; letzteres Quantum ist eine constante Größe und bis zu einer gewissen Grenze unabhängig von dem äußeren Drucke; denn nur daraus läßt sich begreifen, daß, wie die Versuche von Regnault und Reiset lehren, Thiere in einer Luft, die zwei- bis dreimal

mehr Sauerstoff enthielt, als die athmosphärische, keine Beschwerde fühlten, und die Respirationsproducte von derselben Beschaffenheit und in der nämlichen Menge vorhanden waren, wie beim Einathmen von gewöhnlicher Luft. Wäre die Menge des vom Blute beim Athmen aufgenommenen Sauerstoffes nur von dem äußeren Drucke abhängig, so müßte die Aenderung desselben bei den Bewohnern der Hochebenen in Centralamerika 12000 Fuß über der Meeresfläche, wo die in einem Volumen befindliche Sauerstoffmenge nur $^2/_3$ von der beträgt, die man am Ufer des Meeres in einem gleichen Volumen findet, einen wesentlichen Einfluß auf die Lebensfunctionen äußern, der nicht hätte unbemerkt bleiben können.

Der Absorptionscoefficient ändert sich mit der Temperatur nach einem bis jetzt unbekannten Gesetze; wir wissen nur im Allgemeinen, daß er kleiner erscheint, wenn die Temperatur des Absorbenten erhöhet wird.

So ist nach Bunsen der Absorptionscoefficient des Wassers bei 15° C. für athmosphärische Luft = 0·01795, für N = 0.01478, für O = 0·02989, und für CO_2 = 1.0020. (Gasometrische Methoden von Rob. Bunsen, Braunschweig 1857.)

Statik der Dünste.

§. 90. Verfahren, um das einer jeden Temperatur entsprechende Maximum der Spannkraft der Dünste zu ermitteln.

1. Für Temperaturen zwischen 0° und 80° R. bedient man sich eines Apparates, der aus zwei Barometern besteht, die an zwei gegenüberstehenden Seitenflächen eines Metallstabes befestigt sind, und mit ihrem offenen Ende in dasselbe Gefäß münden; mittelst eines oben angebrachten Handgriffes wird der Apparat in ein langes cylindrisches und mit Wasser gefülltes Gefäß, Fig. 88, eingetaucht, nachdem man vorher in die Torricelli'sche Leere des einen Barometers etwas Wasser hat eintreten lassen. Das Wasser im langen Gefäße wird allmälig von 0° auf 5°, hierauf 10°, 15° u. s. f. erwärmt, zur Erzielung einer gleichförmigen Temperatur beständig umgerührt, der Stand des Quecksilbers, wenn er bei einer bestimmten Temperatur ungeachtet des Vorhandenseins von tropfbarem Wasser in der Leere des einen Barometers, einige Zeit unveränderlich geworden ist, beobachtet, und auf 0° reducirt; die Differenz in der Höhe der beiden auf 0° reducirten Quecksilbersäulen ist das Maß der Spannkraft der Dünste, die bei der bestehenden Temperatur in dem Raume oberhalb des Quecksilbers aus dem in hinreichender Menge vorhandenen Wasser entstehen können. Wird die Temperatur des Wassers in dem weiten Gefäße und mit ihr auch die des in der barometrischen Leere befindlichen Wassers erhöhet, so wächst die Menge, Dichte und Expansivkraft der Dünste wieder bis zu einem der erhöhten Temperatur entsprechenden Maximum, bei dessen Eintreten die sinkende Quecksilbersäule einen unveränderlichen Stand annimmt, und wieder gemessen wird. — Würde auf der Oberfläche des Quecksilbers, über dem die Dünste sich bilden, kein Wasser zu sehen sein, so könnte man nicht zuversichtlich schließen, daß das Maximum der Dichte und der Spannkraft vorhanden ist.

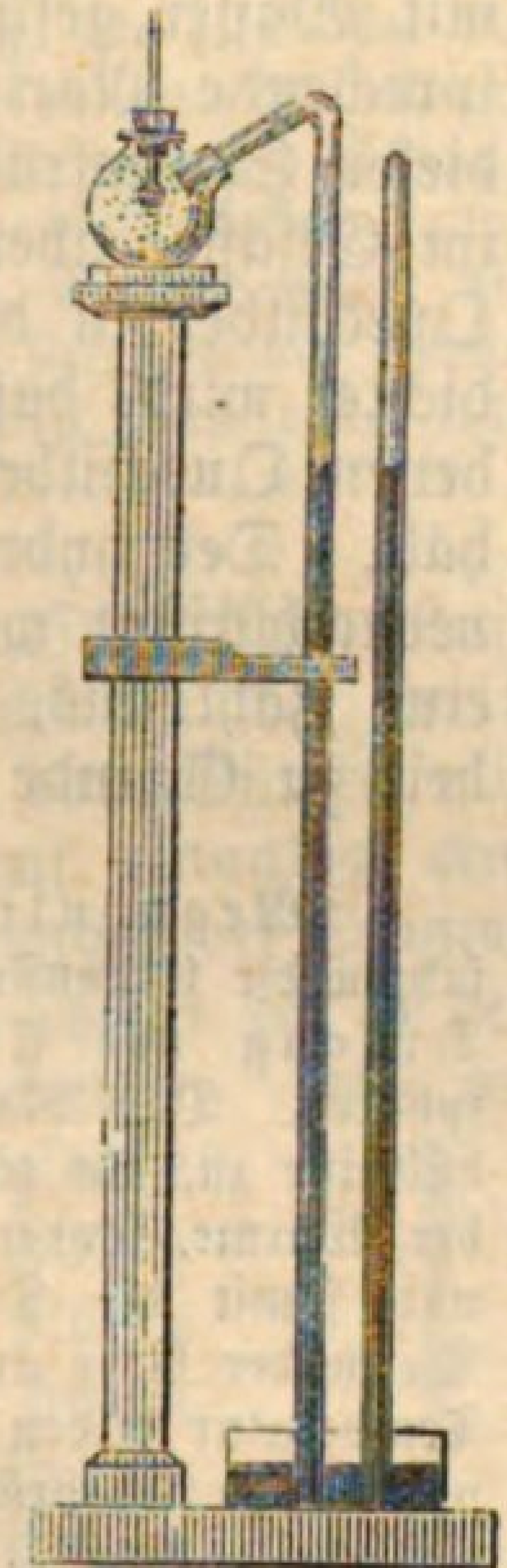
Fig. 88.



2. Um das Maximum der Spannkraft der Dünste für

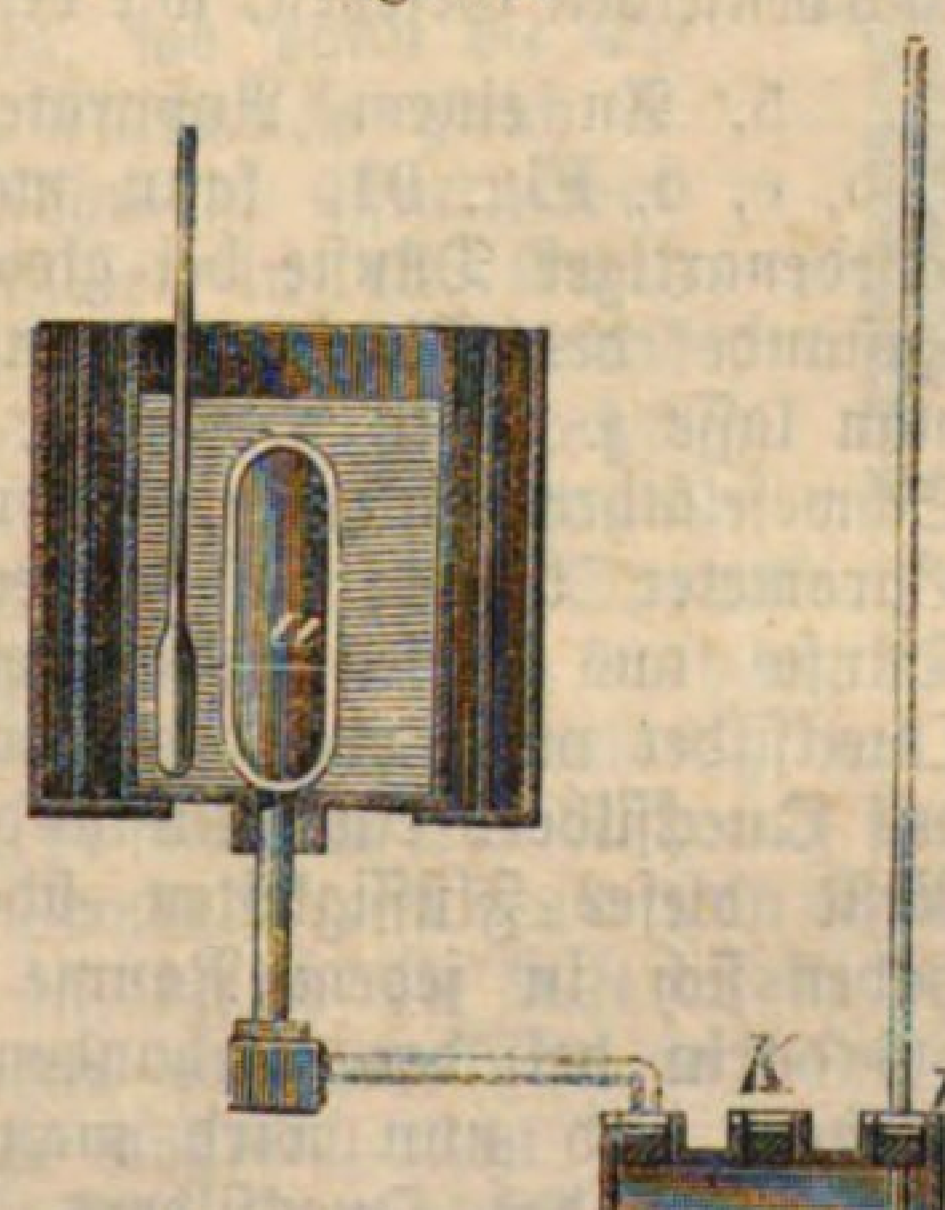
Temperaturen unter 0° zu bestimmen, wird der obere luftleere Theil des Barometers, Fig. 89, dessen Quecksilber eine kleine Wasserschichte trägt, gebogen und in ein Gefäß eingetaucht, worin sich Alcohol befindet, den man durch künstliche Mittel nach und nach von 0° auf — 5°, — 10° u. s. f. erkaltet, und dadurch bewirkt, daß die eingeschlossenen Wasserdünste in dem ganzen Raume, den sie einnehmen, die jenige Spannkraft und Dichte erhalten, welche der Temperatur entspricht, die das in Alcohol eingetauchte Ende der Röhre besitzt, und worin ein Theil der entstandenen Dünste wieder tropfbar wird und gefriert. Die Größe der Spannkraft der bei einer bestimmten Temperatur gebildeten größten Dunstmenge wird abermals durch den Unterschied im Stande des Quecksilbers in den beiden Röhren beurtheilt. — Man überzeugt sich auch, daß das Eis sogar bei einer Temperatur von — 24° R. Dünste von einer sehr merklichen Spannkraft gibt. Die Verdünstung des Eises kann man auch auf die Art nachweisen, daß man unter den Recipienten einer Luftpumpe ein mit Eis umgebenes Thermometer bringt und unter dasselbe ein Gefäß mit concentrirter Schwefelsäure stellt; wird hierauf die Luft verdünnt, so sieht man in Folge der Verdünstung des Eises das Thermometer sinken.

Fig. 89.



3. Bei Temperaturen über 80° R. gebraucht Pouillet den in der Fig. 90 dargestellten einfachen Apparat; a ist ein starkes Gefäß, das geeignet ist, einen Druck von 100 Atmosphären auszuhalten, und das gegen 40 Kubikzolle Wasser enthält; sein langer Hals mündet luftdicht in eine Fassung, in welcher auch das eine Ende einer Röhre luftdicht befestigt ist, während das andere auf gleiche Weise mit einem Gefäße v verbunden ist, welches mit Quecksilber gefüllt, und noch mit zwei Hälsen k und m versehen ist; in m ist ein Manometer, nämlich eine nach Atmosphären getheilte, oben verschlossene und mit Luft gefüllte Röhre so eingesetzt, daß sie beinahe bis auf den Boden geht; k kann verschlossen bleiben, oder man setzt auch hier, jedoch nur zur Messung einer Spannkraft von höchstens 3 Atmosphären ein oben offenes Manometer ein. Das Wassergefäß a geht durch den Boden eines andern mit Oel gefüllten Gefäßes, welches von einer schlechtleitenden Hülle umgeben ist; das Oel wird erhitzt, und ein darin eingetauchtes Thermometer gibt seine Temperatur an, die

Fig. 90.



zugleich die Temperatur des in a befindlichen Wassers und der daraus gebildeten Dämpfe ist. Die Menge des Wassers in a muß so groß sein, daß $1/3$ des Gefäßvolumens auch noch bei der höchsten Temperatur mit Wasser gefüllt bleibt, damit man bei jeder Temperatur das ihr entsprechende Maximum der Spannkraft der Dünste sicher erreiche. Mit dieser Spannkraft drücken die erzeugten Dämpfe zunächst auf das Wasser im Gefäße, aber dieser Druck pflanzt sich weiter fort, und treibt das Quecksilber in die Manometerröhre, wo die Luft jedesmal so weit verdichtet wird, daß ihre Spannkraft, vermehrt um den Druck der gehobenen Quecksilbersäule, der Spannkraft des Dampfes das Gleichgewicht hält. Der hydrostatische Druck der in a befindlichen Wassersäule kann vernachlässigt werden. Die Spannkraft der Dämpfe drückt man durch eine Zahl aus, welcher der Druck der Atmosphäre von 760^{mm} als Einheit zu Grunde liegt.

Regnault hat in der neuesten Zeit durch ein anderes sehr sinnreiches Verfahren die Expansivkraft der Dämpfe bis zu 20 Atmosphären sehr genau bestimmt; Dulong und Arago schon viel früher, etwas minder genau bis auf 50 Atmosphären. Das Maximum der Spannkraft der Dünste nimmt in einem stärkeren Verhältnisse zu, als die Erhöhung der Temperatur, indem die Spannkraft nicht nur wegen der Wärme, sondern auch deßhalb wächst, weil bei höherer Temperatur die Dunstmenge, und somit die Dichte der Dünste wächst. — Die Dämpfe, die sich in bedeutenden Tiefen der Erde aus dem dahin dringenden Wasser bei der dort herrschenden hohen Temperatur bilden, erlangen eine mächtige Spannkraft die geeignet ist, Erdbeben und vulkanische Ausbrüche zu veranlassen.

4. Haben die Dünste in dem leeren Raume des Barometers nicht das der vorhandenen Temperatur entsprechende Maximum, so ändert sich ihre Spannkraft bei einer Aenderung der Temperatur oder der Dichte, so lange die Dichte dem Condensationspunkte nicht zu nahe steht, genau nach denselben Gesetzen, wie bei den permanenten Gasen.

Fig. 91.



5. An einem Apparate von vier Barometern a, b, c, d, Fig. 91, kann man die Spannkräfte verschiedenartiger Dünste bei gleicher Temperatur und im Zustande des Maximums mit einander vergleichen; man lasse z. B. in b Wasser, in c Alcohol und in d Schwefeläther eintreten, während a ein gewöhnliches Barometer bleibt; fast augenblicklich bilden sich die Dünste aus diesen Flüssigkeiten, und drücken das Quecksilber mehr oder weniger herab; tritt im Stande des Quecksilbers ein Stillstand ein und erscheinen noch Reste dieser Flüssigkeiten über dem Quecksilber, so haben sich in jedem Raume so viel Dünste gebildet, als darin bei der vorhandenen Temperatur bestehen können, und nun wird man wahrnehmen, daß die Depression des Quecksilbers, wenn sie in b 4 bis 6 Linien beträgt, in c 20 bis 24 und in d mehr als 80 Linien zählt. Setzt man den Apparat verschiedenen höheren Temperaturen aus, so wächst das Maximum der Spannkraft bei allen Flüssigkeiten aber auf eine sehr ungleiche Weise, stärker bei Alcohol als bei Wasser, und noch stärker beim Aether. Im Allgemeinen ist

das Maximum der Spannkraft von Dünsten verschiedener Flüssigkeiten bei der nämlichen Temperatur sehr ungleich, und bei den Dünsten größer, deren Flüssigkeit früher siedet.

Bei Flüssigkeiten, die erst bei einer hohen Temperatur sieden, wie z. B. bei der Schwefelsäure und beim Quecksilber ist die Verdünstung bei gewöhnlicher Luftwärme, so wie die Spannkraft der entstandenen Dünste unmerklich, weßhalb man die Spannkraft der Quecksilberdünste in der Torricelli'schen Leere unbeachtet lassen kann. Erhitzt man diese Flüssigkeiten in der Toricelli'schen Leere z. B. mit einem die Röhre umhüllenden Blech, so sinkt sogleich das Quecksilber, und steigt wieder, wenn die Temperatur abnimmt. Auf diese Art läßt sich auch nachweisen, daß viele feste Körper an ihren Oberflächen verdampfen.

6. Um nachzuweisen, daß die Gegenwart der atmosphärischen Luft oder eines andern Gases in einem Raume die Eigenschaften der darin gebildeten Dünste nicht verändert, und die Mengung der Dünste mit der Luft genau so wie bei Gasen, die nicht chemisch auf einander einwirken, vor sich geht, daher die Expansivkraft des Gemenges der Summe von den Expansivkräften der Bestandtheile gleich ist, — dient der in der Fig. 92 abgebildete Apparat, den man zuerst mit trockenem Quecksilber füllt, und hierauf in das glockenartige in gleiche Theile getheilte Gefäß a trockene atmosphärische Luft eintreten läßt, was man leicht bewerkstelligt, wenn man die Röhre b mit einer Chlorcalciumröhre verbindet, den Hahn r öffnet und das Quecksilber auslaufen läßt; dieses kann nur in der Röhre b sinken; kommt es hier unter c herab, so steigen Blasen von trockener Luft in das Gefäß a aufwärts, während das Quecksilber bei r herausfließt. Ist ein Theil des Gefäßes a mit Luft gefüllt, so verschließt man den Hahn r, bringt in die Röhre b so viel Quecksilber, daß es in a und b gleich hoch, z. B. bis m und n steht, wo dann die Expansivkraft der Luft in a dem äußeren Luftdrucke gleich ist. Nun gießt man etwas Wasser in die Röhre b, öffnet abermals den Hahn r und läßt das Quecksilber in ein Gefäß herausfließen, bis ein kleiner Theil des Wassers bei c in das Gefäß a eingetreten ist, worauf der Hahn r geschlossen wird. Sobald das Wasser in den mit trockener Luft gefüllten Raum in a gelangt, bilden sich Dünste, welche durch ihre Spannkraft ein Sinken des Quecksilbers bewirken, welches jedoch sogleich aufhört, sobald die Dünste das Maximum ihrer Spannkraft erreicht haben; um die Größe dieser Spannkraft zu finden, gießt man in die Röhre b so viel Quecksilber, als nöthig ist, um das Gemenge von Luft und Dünsten auf das Volumen zu bringen, welches anfänglich die Luft allein eingenommen hat; man findet nun, daß, wenn das Quecksilber in a bis zum Theilstriche m gestiegen ist, es in der Röhre b nicht bei n, sondern höher, z. B. bei o steht, und daß daher die Spannkraft des Gemenges um den Druck der Quecksilbersäule n o größer ist, als die der trockenen atmosphärischen Luft war; demnach ist die Quecksilbersäule n o das Maß der Spannkraft der Dünste, mit denen die Luft in a bei der vorhandenen Temperatur gesättigt erscheint. Man überzeugt sich bei dieser Untersuchung, daß die Verdünstung wohl langsamer vor sich geht, aber das Maximum der Spannkraft genau so groß ist, wie im luftleeren Raume,

Fig. 92.



ferner auch, daß die Spannkraft des Gemenges gleich ist der Summe der Spannkräfte der Luft und der Dünste. — Zu denselben Ergebnissen gelangt man, wenn man anstatt des Wassers andere Flüssigkeiten nimmt; es ergibt sich allgemein, daß die Dünste in einem Gase, das auf sie nicht chemisch einwirkt, dieselbe Spannkraft im gesättigten Zustande erlangen, wie im vollkommen leeren Raume, und daß ihr Maximum der Dichte und der Spannkraft bei zunehmender Dichte des Gases sich nicht ändert.

Die Athmosphäre der Erde bewirkt, daß die Verdünstung der Gewässer und die Verbreitung der entstandenen Dünste nur langsam vor sich geht, weßhalb es geschehen kann, daß in einer wasserreichen Gegend die Luft mit Dünsten gesättigt erscheint, während sie es an andern Orten nicht ist.

Bleibt die Luft, mit der sich Dünste von der Spannkraft e mengen, unter demselben Drucke p, unter dem sie vor dem Hinzutreten der Dünste stand, so wird sich ihr Volumen so lange vergrößern, bis ihre dadurch verminderte Spannkraft e' vermehrt um die Spannkraft der Dünste wieder dem äußeren Luftdrucke p das Gleichgewicht hält; mithin ist:

$$e' + e = p \text{ und } e' = p - e.$$

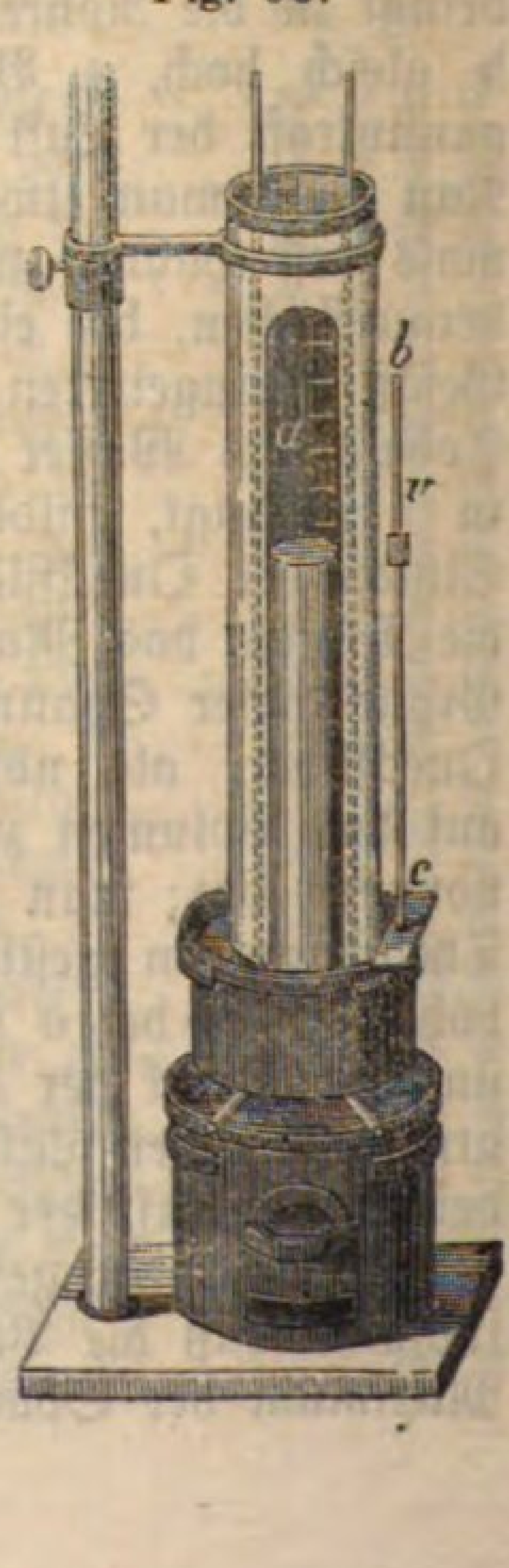
Da bei unveränderlichem Drucke das Volumen in dem Maße zunimmt, in welchem die Expansivkraft abnimmt, so ist, wenn v das Volumen der dunstfreien und V das der mit den Dünsten gemengten Luft ist:

$$v : V = p - e : p, \text{ und } V = \frac{p\,v}{p - e}.$$

Wird die Spannkraft des Dampfes gleich dem Luftdrucke, also e = p, so ist V unendlich, d. h. die Luft dehnt sich in's Unendliche aus, und wird somit aus dem Raume, in welchem der Dampf von gleicher Spannkraft entsteht, ganz verdrängt. Man pflegt daher durch Gefäße, aus denen man die Luft vertreiben will, Dampf von der nämlichen Spannkraft zu leiten.

§. 91. Dichtigkeit der Dünste. Zur Bestimmung der Dichte, welche die Dünste bei einer bestimmten Temperatur und dem dieser Temperatur entsprechenden Maximum der Spannkraft besitzen, muß man ihr Gewicht und ihr Volumen kennen; man gelangt zu dieser Kenntniß durch folgendes, von Gay-Lussac angegebene Verfahren: Man bestimmt das Gewicht eines leeren Glaskügelchens, füllt es hierauf mit der tropfbaren Flüssigkeit an, welche die Dünste liefern soll, und schmilzt das Kügelchen zu; ein abermaliges Abwägen gibt die Gewichtszunahme, und mithin das Gewicht der darin befindlichen Flüssigkeit, worauf sich auch das Volumen derselben berechnen läßt. Man bringt nun das gefüllte Glaskügelchen unter die Mündung eines langen mit Quecksilber gefüllten, in gleiche und bekannte Volumtheile getheilten engen Recipienten a, Fig. 93, der in einer eisernen zum Theil mit Quecksilber gefüllten Schale steht; das Kügelchen erhebt sich wegen seines geringen specifischen Gewichtes im Quecksilber und nimmt den obersten Raum im Recipienten a an. Den Recipienten umgibt man mit einem hohen Glascylinder, füllt diesen mit einer Flüssigkeit, die erst bei einer

Fig. 93.



höheren Temperatur siedet, als die, womit man das Glaskügelchen gefüllt hat, und stellt den ganzen Apparat auf einen Ofen; das Glaskügelchen wird nach geschehener Erhitzung durch die Ausdehnung seines Inhalts bald zersprengt, und die ganze Flüssigkeit in Dämpfe verwandelt, welche das Quecksilber so weit herabdrücken, daß ihre Spannkraft vermehrt um den Druck der über dem Niveau in der Schale stehenden Quecksilbersäule, dem äußeren Luftdrucke das Gleichgewicht hält. Die Temperatur t dieser Dämpfe ist die der Flüssigkeit im Glascylinder und wird mittelst eines eingetauchten Thermometers bestimmt; das Volumen derselben wird gemessen und die Ausdehnung des Glasgefäßes a in Rechnung gebracht; aus diesem Volumen, welches wir mit v bezeichnen wollen, läßt sich nach dem M a r i o t t e'schen Gesetze dasjenige berechnen, welches diese Dämpfe bei dem Luftdrucke von 760^{mm} einnehmen würden. Heißt letzteres v′ und h die Druckhöhe der Quecksilbersäule, die man mittelst eines Maßstabes ev mißt und auf 0^0 R. reducirt; ferner s das specifische Gewicht des Quecksilbers, und b der Barometerstand, so ist (b — h) s der Druck, unter dem die Dämpfe bei dem Volumen v stehen, und nun ist

$$v : v' = 760 : (b - h), \text{ mithin } v' = \frac{b - h}{760} v;$$

dividirt man dieses Volumen durch das Gewicht der in das Glaskügelchen gebrachten Flüssigkeit, so erfährt man, wie groß das Volumen V′ der aus einer Gewichtseinheit einer Flüssigkeit entstandenen Dämpfe bei der Temperatur von t^0 und dem äußeren Drucke von 760^{mm} ist. Vergleicht man dieses Volumen V′ mit dem Volumen V einer Gewichtseinheit trockener atmosphärischer Luft bei derselben Temperatur und demselben Barometerstande, und berücksichtigt, daß bei gleichen Gewichten zweier Stoffe sich die Volumen zu einander verhalten, umgekehrt wie die Dichten, also: $V' : V = D : d$,
wenn D die Dichte der Luft und d die der Dünste ist; so erhält man

$$d = \frac{V}{V'} D.$$

Das Volumen einer Gewichtseinheit Wasserdämpfe erscheint bei 100° C. und 760^{mm} Barometerstand 1700mal größer, als das Volumen des Wassers bei 0° C. ist, aus dem sie entstanden sind; heißt μ das Volumen dieses Wassers, so ist:

$$V' = 1700\ \mu.$$

Das Volumen einer Gewichtseinheit atmosphärischer Luft bei 0^0 und 760^{mm} Barometerstand ist $= 770\ \mu$, und mithin bei 100° C.

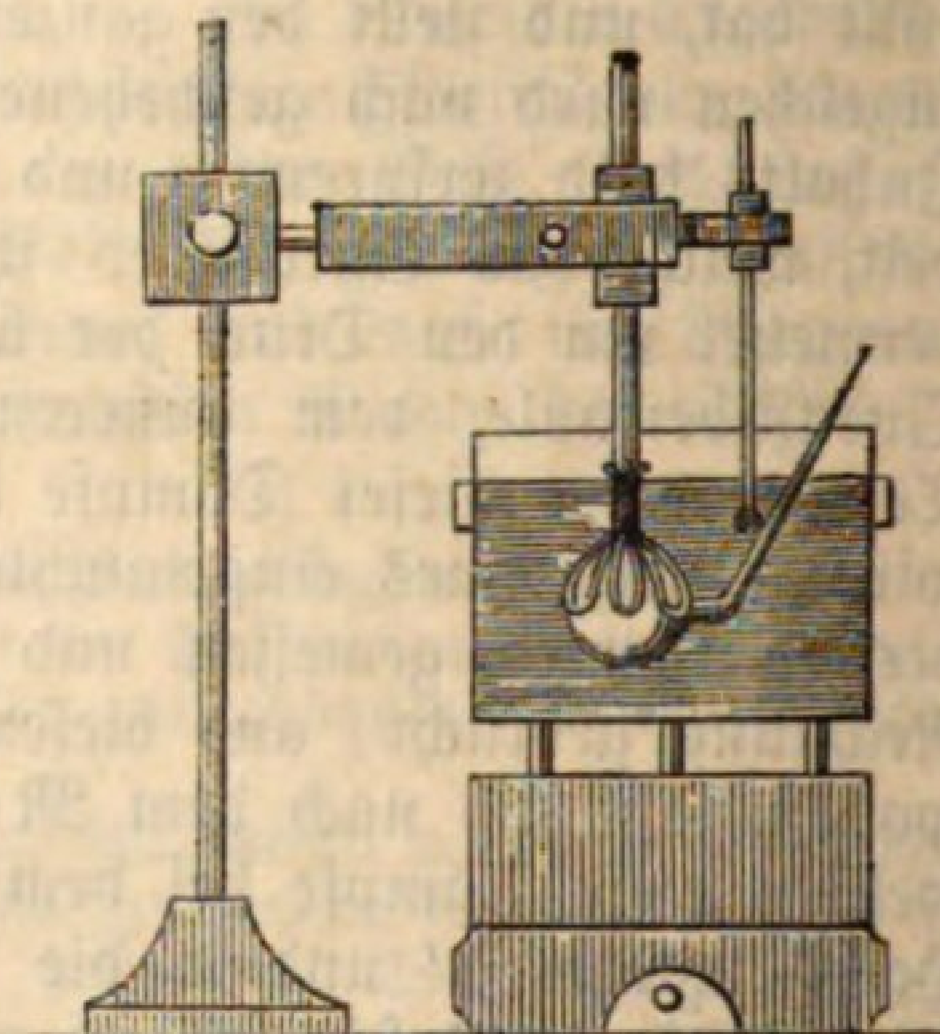
$$V = 770\ \mu \left(1 + \frac{11}{30}\right) = 1052\ \mu$$

mithin ist $$d = \frac{1052}{1700} D = 0{\cdot}6225\ D$$

d. h. die Dichte des Wasserdampfes bildet nahe $\frac{6}{10}$ von der Dichte der atmosphärischen Luft; annäherungsweise kann man dieses Verhältniß auch bei andern der Luft und dem Wasserdampfe gemeinschaftlichen Temperaturen annehmen, wenn der Raum mit Dünsten gesättiget ist.

D u m a s hat ein anderes einfacheres Verfahren angegeben; man nimmt nämlich eine Glaskugel, Fig. 94, welche mit einer engen Röhre

Fig. 94.



versehen ist, die man in eine feine Spitze auszieht; durch diese Röhre bringt man in die Kugel eine hinreichende Menge der Flüssigkeit, aus der sich die Dünste bilden sollen, und zwar auf die Art, daß man die Kugel erwärmt, und dann die Spitze in die Flüssigkeit taucht; hierauf stellt man sie mittelst eines an einem Glasstabe befestigten Drahtgeflechtes in ein Bad von Oel, welches man 30° C. über die Temperatur erwärmt, bei welcher die Flüssigkeit in der Kugel siedet; die dabei entstehenden Dämpfe verdrängen allmälig alle darin vorhandene Luft, und wenn sie selbst nicht mehr durch das Rohr entweichen, mithin die dem äußern Luftdrucke b gleiche Spannkraft besitzen, schmilzt man die Spitze rasch zu, bestimmt die stationäre Temperatur t des Oelbades, nimmt die Glaskugel heraus, trocknet sie sorgfältigst ab, läßt sie bis zur Lufttemperatur abkühlen, und bestimmt dann möglichst genau ihr Gewicht P, welches offenbar dem Gewichte der leeren Glaskugel p, und dem Gewichte Q der darin befindlichen Dämpfe gleich ist.

Nun taucht man die Röhre in's Quecksilber ein, und bricht unten die Spitze ab; das Quecksilber dringt in den Ballon ein, und füllt ihn vollständig, indem die darin befindlichen Dünste in eine sehr geringe Menge tropfbarer Flüssigkeit übergehen. Man bestimmt auch das Gewicht der mit Quecksilber gefüllten Glaskugel, und indem man von diesem Gewichte das Gewicht des Quecksilbers, das man besonders ermittelt, abzieht, bekommt man das Gewicht p der leeren Glaskugel; zieht man dieses von P ab, so gibt der Rest das Gewicht Q der Dämpfe, welche in der Glaskugel bei der Temperatur von t^0 und dem Luftdrucke b enthalten waren. Das innere Volumen v der Glaskugel findet man, wenn man das eingedrungene Quecksilber in ein in gleiche Volumtheile getheiltes Gefäß einlaufen läßt. Wird das Gewicht Q mit dem Volumen v dividirt, so erhält man das specifische Gewicht der Dämpfe für t^0 und den Luftdruck b; dieses verglichen mit dem Gewichte der trockenen atmosphärischen Luft bei dem nämlichen Volumen, Temperatur und Barometerstand gibt die Dichte des Dampfes bezüglich der Dichte der atmosphärischen Luft.

Berechnet man die Dichte d des Wasserdampfes aus der Dichte des Sauerstoffgases und des Wasserstoffgases unter der Annahme, daß man durch Verbrennung von 2 Volumen des letzteren und 1 Volumen des ersteren, 2 Volumen Wassergas von gleicher Temperatur und Spannkraft erhält, so erscheint

$$d = \frac{1.1057 + 2.0.0691}{2} = 0.6219,$$

welcher Werth mit dem früheren übereinstimmt.

§. 92. Gewichtsberechnung der in einer Volumseinheit vorkommenden Dunstmenge. Da das Gewicht eines Kubikfußes trockener atmosphärischer Luft bei 0° R. und 760^{mm} = 346·2169 Wr. Linien

Barometerstand 564 Grane zählt, so müßte das Gewicht eines Kubikfußes Wasserdunst, falls er bei der nämlichen Temperatur und Expansivkraft als Dunst bestehen könnte

$$564 \times 0\cdot62 = 249\cdot68 \text{ Grane}$$

betragen. Die Dichte eines jeden ausdehnsamen Stoffes bei unveränderlicher Temperatur nimmt in demselben Verhältniße ab, wie die Expansivkraft abnimmt: daher ist das Gewicht der in einem Kubikfuß vorkommenden Wasserdünste bei der Spannkraft von 1 Wiener Linie und 0^0 R. gleich

$$\frac{349\cdot68}{346\cdot2169} = 1\cdot01 \text{ Gran.}$$

Bei einer höheren Temperatur von t^0 wird dieses Gewicht in dem Maße kleiner, in welchem das Volumen bei der Erwärmung von 0^0 auf t^0 zugenommen hat; heißt x das Gewicht der in einem Kubikfuß befindlichen Dünste bei t^0 R. und 1 Wr. Linie Spannkraft, so ist

$$x : 1\cdot01 = 1 : 1 + 0\cdot004583\, t,$$

somit $$x = \frac{1\cdot01}{1 + 0\cdot004583\, t}.$$

Ist aber die Spannkraft des Dunstes e mal größer, so wird auch das Gewicht desselben e mal vergrößert, und erscheint gleich

$$\frac{1\cdot01\, e}{1 + 0\cdot004583\, t}.$$

Durch Multiplication des Zählers und Nenners mit der Zahl 1 — 0·004583 t verwandelt man letzteren Ausdruck in eine andere, zur Berechnung des Gewichtes der in einem Kubikfuß befindlichen Wasserdünste geeignetere Formel

$$1\cdot01\, e\, (1 - 0\cdot004583\, t).$$

Dieses Gewicht ist immer gleich, mögen die Dünste in einem luftleeren oder in einem mit Luft erfüllten Raume vorkommen.

Hat z. B. der Wasserdunst der Spannkraft = 7·1 Wr. Linien und die Temperatur von 20^0 R., so ist das Gewicht eines Kubikfußes Wasserdunst = 6·5 Grane.

§. 93. Uebergang der atmosphärischen Wasserdünste in den tropfbaren Zustand; absoluter und relativer Dunstgehalt. Die Atmosphäre erhält von den Gewässern und wasserhaltigen Körpern, die bei allen Temperaturen an der Oberfläche verdünsten, beständig neue Zuflüsse an Dünsten, allein diese Dünste sind nicht immer im Zustande des größten der herrschenden Temperatur entsprechenden Maximums der Spannkraft und Dichte; dieses Maximum kann aber herbeigeführt werden:

a) Durch Hinzutreten einer neuen Dunstmenge, da diese offenbar die Spannkraft und Dichte der vorhandenen Dünste steigert, und wohl auch bis zu dem größten möglichen Werthe steigern kann;

b) durch Erniedrigung der Temperatur bis zu jenem Grade, für welchen die Spannkraft, welche die Dünste wirklich besitzen' ein Maximum ist; bewirkt man an einer Stelle der Atmosphäre eine Abkühlung, so wird zunächst die Spannkraft der darin befindlichen Wasserdünste vermindert, weßhalb zur Herstellung des Gleichgewichtes ein Zuströmen der Dünste aus der Nachbarschaft, wo die

Abkühlung nicht stattfand, erfolgt, bis durch Verdichtung die frühere Größe der Spannkraft wieder hergestellt ist; so kommt es, daß sich bei der Abkühlung die Spannkraft dieses Wasserdunstes unveränderlich erhält, bis zu der Temperatur, für welche diese Spannkraft ein Maximum ist:

c) durch Verstärkung des auf die Dünste einwirkenden Druckes kann die Dichte, und mit ihr die Spannkraft bis zu dem der vorhandenen Temperatur entsprechenden Maximum gesteigert werden.

Ist an einem Orte der Atmosphäre die größte Dunstmenge vorhanden, die bei der vorhandenen Temperatur möglich ist, so reicht die geringste Abkühlung der geringste Druck oder das Hinzutreten der kleinsten Dunstmenge hin, um einen Uebergang der Dünste in den tropfbaren Zustand, einen sogenannten Niederschlag, zu bewirken, der falls er durch einen festen Körper erzeugt wird, sich an diesen als Thau ansetzt. Die Temperatur, bei der dieß geschieht, nennt man bekanntlich den Thaupunkt, und die Luft heißt feucht, deren Temperatur vom Thaupunkte wenig entfernt ist, so daß schon eine geringe Abkühlung der Luft einen Niederschlag hervorbringt.

d) Dieselben Ursachen, welche die Dichte und Spannkraft der Wasserdünste in der Luft bis zum Maximum steigern, bewirken auch die Niederschläge derselben; dazu kommt aber noch die Mengung der Luftmassen von ungleichem Feuchtigkeits- und Wärmegrade, indem bei dieser Mengung jederzeit ein Niederschlag eintreten muß, sobald die sich mengenden Luftmassen mit Dünsten gesättigt sind. Nehmen wir z. B. an, die eine Luftmasse habe die Temperatur von 8° R. und die darin befindlichen Dünste das dieser Temperatur entsprechende Maximum der Spannkraft von 4·32 Linien; eine zweite gleich große Luftmasse habe die Temperatur von 15° und ihre Dünste das dieser Temperatur zukommende Maximum von 7·31 Linien. Nach geschehener Mengung dieser Luftmassen und ihrer Dünste entsteht eine Temperatur von $\frac{8 + 15}{2} =$ $11\frac{1}{2}°$ R., die das arithmetische Mittel von der Temperatur der beiden Luftmassen ist; die Spannkraft der Dünste in diesem Gemenge sollte sein $\frac{4.32 + 7.31}{2} = 5.81$ Linien; allein diese Spannkraft ist bei der Temperatur von 11.5° R. nicht möglich, da die Dünste bei dieser Temperatur höchstens die Spannkraft von 5.63 Linien erreichen können; deßhalb muß ein Theil der Dünste tropfbar werden. Die Ursache dieses Vorganges liegt in dem Umstande, daß das Maximum der Spannkraft des Dunstes in größerem Verhältnisse wächst und fällt, als die Temperatur zunimmt und abnimmt, und daher für das arithmetische Mittel der Temperaturen im Gemenge das arithmetische Mittel der darin befindlichen Dünste jederzeit zu groß ist.

Sind die sich mengenden Luftmassen nicht mit Dünsten gesättigt, so bildet sich nur dann ein Niederschlag, wenn die aus der Mengung

hervorgehende Dichte der Dünste für die Temperatur des Gemenges zu groß ist, wo dann in der ganzen Masse ein Wasserniederschlag sich bildet, der uns als Wolke oder Nebel sichtbar wird.

Wenn die beim Sieden des Wassers aufsteigenden Dünste in eine bedeutend kältere Luft kommen, so werden sie als Nebel sichtbar; dieser Nebel verschwindet wieder in einiger Entfernung von dem Gefäße, weil er sich in Räumen ausbreitet, wo die Luft mit Dünsten noch nicht gesättigt ist, und daher die Tröpfchen, die ihn bilden, in unsichtbaren Dunst übergehen können: ist jedoch die Luft sehr feucht, so bleibt die Nebelmasse noch in bedeutender Entfernung sichtbar. — Die Luft die wir aushauchen, ist mit Dünsten gesättigt, daher bildet sich sogleich ein Nebel, wenn sie in eine kalte Atmosphäre tritt. — Durch eine offene Thür im Winter dringt in's Zimmer ein kalter Luftstrom ein, der, falls die warme Luft im Zimmer sehr feucht ist, am Boden eine Wolke erzeugt. Ein oberer warmer Luftstrom kann einen heiteren Himmel bewirken, weil die warme Luft mehr Dünste aufnehmen kann.

Die in einem Raume, z. B. in einem Kubikfuß vorkommende Dunstmenge nennt man den absoluten Dunst- oder Wassergehalt dieses Raumes; wir wollen ihn mit q bezeichnen. Das Verhältniß der wirklich in einem Raume befindlichen Dunstmenge zu der größten, welche bei der Temperatur dieses Raumes möglich ist, gibt den relativen Dunstgehalt oder den Feuchtigkeitsgrad dieses Raumes an; bedeutet Q dieses Maximum der Dunstmenge, E das der Temperatur t entsprechende Maximum der Spannkraft, und e die wirkliche Spannkraft der Dünste im gegebenen Raume, so gibt der Quotient $\frac{q}{Q}$ die Größe des relativen Dunstgehaltes an; nun ist aber auch

$$\frac{q}{Q} = \frac{1{\cdot}01\ (1 - 0.004583\ t)\ e}{1.01\ (1 - 0.004583\ t)\ E} = \frac{e}{E}$$

oder da die Expansivkräfte der Wasserdünste bei gleicher Temperatur sich zu einander verhalten wie die Dichten d und D, so ist auch

$$\frac{q}{Q} = \frac{e}{E} = \frac{d}{D}$$

d. h. der relative Dunstgehalt wird gefunden, wenn man die beobachtete Spannkraft oder Dichte der in einem Raume vorkommenden Dünste mit dem Maximum der Spannkraft oder der Dichte, welches der Temperatur des Raumes entspricht, dividirt. Erscheint der Raum mit Dünsten gesättigt, so ist $q = Q$, $e = E$, $d = D$, und obiger Quotient $= 1$, mithin wird jeder niedere Feuchtigkeitsgrad durch einen Bruch ausgedrückt. Um diese Brüche zu vermeiden, multiplicirt man obigen Quotienten mit 100, so daß der Feuchtigkeitsgrad, der F heißen mag, durch folgende Formel ausgedrückt wird:

$$F = \frac{q}{Q}\ 100 = \frac{e}{E}\ 100 = \frac{d}{D}\ 100;$$

man pflegt diesen Ausdruck F auch die relative Feuchtigkeit zu nennen; für das Maximum derselben ist $q = Q$, mithin $F = 100$; demnach gibt der Ausdruck F an, wie viel Procente von derjenigen Feuchtigkeit vorhanden sind, welche die Luft aufzunehmen vermag.

§. 94. Hygrometrie. Aus dem Gesagten ist ersichtlich, daß zur Bestimmung der Dichte, dann des absoluten und des relativen Dunstgehaltes die Kenntniß der absoluten, d. i. derjenigen Spannkraft nöthig

ist, welche die in einem Raume befindlichen Wasserdünste wirklich besitzen; Instrumente, die zur Messung dieser absoluten Spannkraft dienen, nennt man **Hygrometer**; unter diesen gibt es zwei Gattungen, welche Genauigkeit in der Bestimmung und Leichtigkeit im Gebrauche gewähren; eine Gattung dieser Instrumente gibt zunächst die **Bethauungstemperatur** oder den **Thaupunkt** an, d. i. man bestimmt, um wieviel die Temperatur der Luft sinken muß, damit sie mit Wasserdünsten gesättigt sei; die andere bestimmt die Temperatur, welche das Wasser im Momente der Verdünstung besitzt, und die man **Verdünstungs-** oder **Verdampfungstemperatur** oder auch **Naßkälte** nennt.

1. Es gibt mehrere Arten von Instrumenten der ersteren Gattung, die man **Condensationshygrometer** nennt, unter welchen das von **Körner** construirte die einfachste und bequemste Einrichtung hat, indem es aus einem gewöhnlichen Thermometer besteht, dessen Kugel nach aufwärts gerichtet, mit Musselin umwickelt, und die untere Hälfte derselben mit einem dicht anliegenden, dünnen vergoldeten Schälchen von Silber umgeben ist. Man befeuchtet die Kugel mit Schwefeläther; da dieser sehr rasch verdünstet, so entzieht er den Körpern, mit denen er in Berührung ist, in jeder Secunde mehr Wärme, als diese von der Umgebung in derselben Zeit erhalten können, daher muß die Temperatur des Quecksilbers und des Schälchens sinken; ist sie nun so weit gesunken, daß sich am Schälchen ein Niederschlag in Form von feinen Thautröpfchen zu bilden beginnt, was am Mattwerden des Glanzes am Schälchen zu erkennen ist, so gibt das Thermometer die Temperatur an, für welche die Spannkraft, welche die Dünste in der Atmosphäre wirklich besitzen, das Maximum ist; die Größe dieses Maximums erfährt man aus der dem Buche angehängten Tabelle, in welcher die einem jeden Temperaturgrade entsprechende und durch genaue Versuche ermittelte größtmögliche Spannkraft verzeichnet ist. Auf diese Art erfährt man wohl nur die Spannkraft der Dünste in derjenigen Luftschichte, die mit dem Schälchen in Berührung ist, allein diese ist, wie früher gezeigt wurde, ungeachtet der Erkältung dieselbe, wie in dem übrigen Raume.

Ein von **Daniell** angegebenes Hygrometer besteht aus einem Glasohr, das an beiden Enden mit Kugeln, wie Fig. 95 zeigt, versehen ist; bevor man die Röhre gebogen hat, wurde ein kleines Thermometer eingeführt, und so befestigt, daß seine Kugel beinahe in die Mitte der Kugel A zu stehen kommt; außerdem wird A bis auf 2 Drittel ihres Inhalts mit Schwefeläther gefüllt; B wird vor dem Zuschmelzen in eine Spitze ausgezogen, der Aether in A erhitzt und dadurch zum Theil in Dämpfe verwandelt, welche die atmosphärische Luft aus der Röhre verdrängen. Wenn die Dämpfe aus der Spitze stark heraustreten, wird sie zugeschmolzen: der innere Raum enthält dann nur tropfbaren Aether und Aetherdünste. Vor jeder Beobachtung wird der Aether durch Anlegen der warmen Hand aus B nach A gebracht. — Bringt man auf die Kugel B, die man mit einer Mousselinhülle umgibt, tropfenweise Schwefeläther, so wird durch die Abkühlung, die dessen Verdünstung bewirkt, ein Theil der im Inneren der Kugel befindlichen Aetherdünste tropfbar, und in Folge dessen eine neue Dunstbildung an der Oberfläche des in A vorhandenen Aethers bewirkt, wodurch daselbst eine Erniedrigung der Temperatur entsteht, die allmälig, wenn die Verdünstung an der Oberfläche von B einige Zeit fortdauert, so weit herabsinkt, daß an der Kugel A ein Beschlag sich zu bilden beginnt,

Fig. 95.

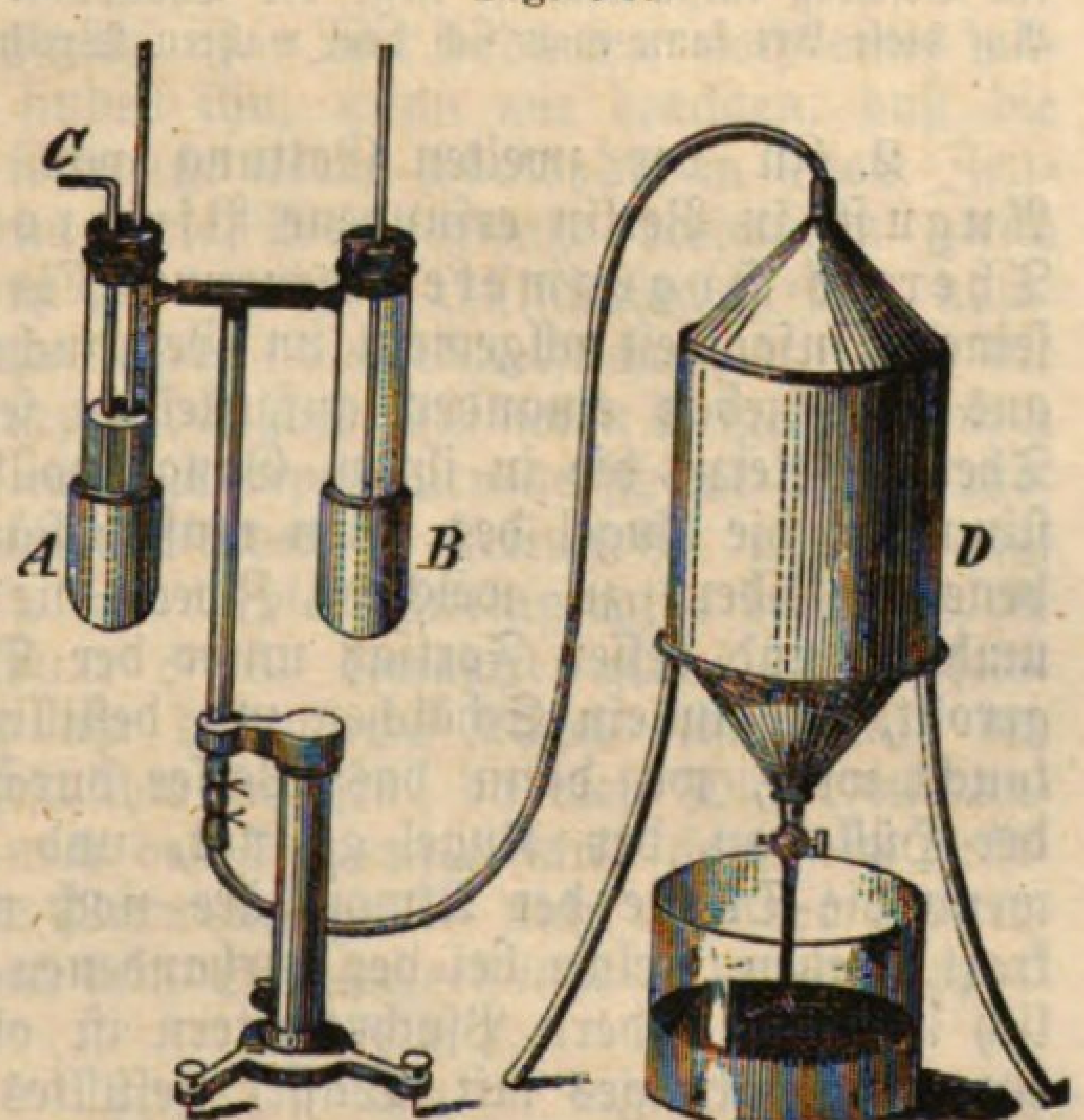


den man leicht wahrnimmt, wenn man die Kugel A in der Nähe des Aetherniveaus ringsum vergoldet. Das innere Thermometer gibt die Temperatur an, bei welcher der Beschlag sich bildet; man hört dann auf, die Kugel B mit Aether zu befeuchten, beobachtet die Temperatur, bei welcher der Beschlag wieder verschwindet, und nimmt dann das Mittel als denjenigen Wärmegrad an, für welchen die Spannkraft, welche die in der Atmosphäre befindlichen Dünste im Momente der Untersuchung besitzen, das aus der Tabelle leicht zu entnehmende Maximum ist. Zeigt z. B. bei einer Luftwärme von 16° R. die das äußere Thermometer angibt, das innere Thermometer $11\frac{1}{2}$° R., wenn der Beschlag erscheint, und $12\frac{1}{2}$°, wenn er verschwindet, so ist $\frac{24}{2} = 12°$ die Temperatur, bis zu der die Wärme der athmosphärischen Luft herabsinken muß, um mit Dünsten gesättigt zu erscheinen, so daß bei weiterer Erniedrigung derselben ein Theil der Wasserdünste tropfbar werden und Nebelbildung eintreten muß.

Regnault wendet gegen Daniell's Hygrometer ein, daß durch den verdünstenden Aether an der Kugel B, der niemals wasserfrei ist, der Wassergehalt vermehrt, und auch durch die Nähe des Beobachters der Wassergehalt und die Temperatur der Luft abgeändert wird, ferner daß der Aether in den obern Schichten kälter ist als in den untern; auch findet keine Bethauung statt, wenn die Luft warm und trocken ist. Diese Uebelstände kommen auch bei Körner's Hygrometer vor.

Regnault's Hygrometer besteht aus zwei kleinen Gefäßen A und B, Fig. 96, von sehr dünnem und polirtem Silberblech, die 18 Linien Höhe und 8 Linien im Durchmesser haben, und in denen zwei oben mit Kork verschlossene Glascylinder mit dem unteren Rande eingekittet sind. In jedes Gefäß ist ein durch den Kork gehendes, sehr empfindliches Thermometer eingesenkt; durch den Kork des einen geht auch noch eine zu beiden Seiten offene, oben gebogene Glasröhre C, die bis auf den Boden des Gefäßes reicht. Letzteres Gefäß hat oben ein Seitenrohr, das in den Träger bis zu dessen Mitte geht, von wo eine Bohrung nach abwärts führt, an deren Ende ein elastisches Gasleitungsrohr befestiget ist, welches mit einem mit Wasser gefülltem Aspirator D verbunden ist. Das zweite Gefäß steht mit D in keiner Verbindung, sein Thermometer gibt nur die Lufttemperatur an.

Fig. 96.



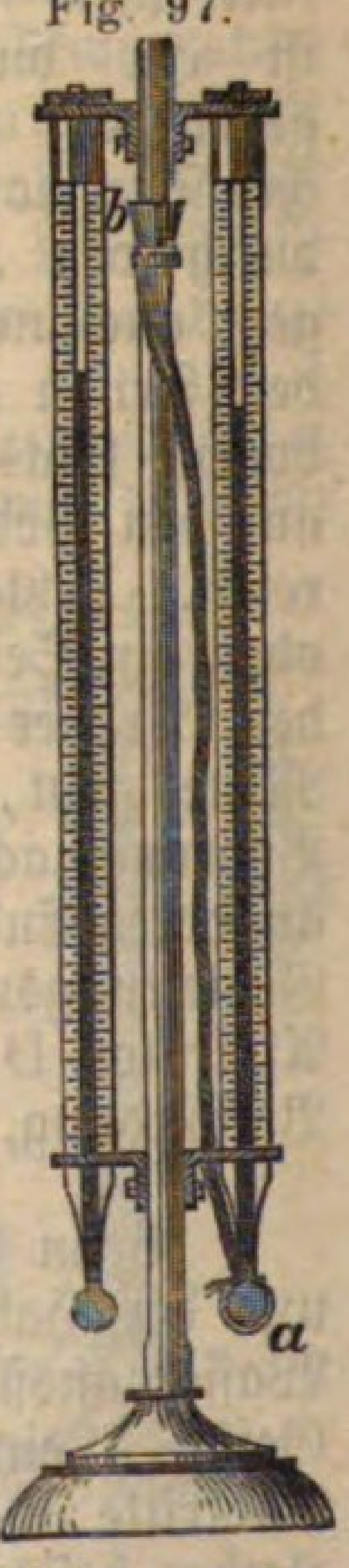
Beim Gebrauche wird A zur Hälfte mit Schwefeläther gefüllt, und der Hahn unten am Aspirator geöffnet; während nun hier das Wasser ausfließt, strömt atmosphärische Luft durch die Röhre C in das Gefäß A ein, und von da in den Aspirator; indem die Luft nach dem Austritte aus C in Aether in Blasen emporsteigt, wird nicht nur der Aether beständig gemischt, sondern auch die Verdampfung desselben beschleunigt, und dadurch eine Abkühlung bewirkt, die desto bedeutender

wird, je schneller man das Wasser aus D ausfließen läßt. Die Temperatur, bei welcher die Bethauung des Silbergefäßes A beginnt, wird aus der Ferne mit Hilfe eines Fernrohrs beobachtet. Der Aspirator kann, damit die Dünste des ausfließenden Wassers keine Störung veranlassen, in einem anderen Locale stehen. — Bei dieser Einrichtung sind die bei den andern Schwefeläther-Hygrometern vorkommenden Uebelstände vermieden, indem das Thermometer genau die Temperatur des gleichförmig gemischten Aethers angibt, und die dünne Wand des Silbergefäßes genau die Temperatur des Aethers hat; ferner beobachtet man aus der Ferne und kann also keine Aenderung in der Temperatur und im Wassergehalte der Luft an dem Orte, wo das Instrument steht, bewirken. Man kann auch die Temperatur sehr bedeutend erniedrigen. Im Sommer soll man anstatt des Aethers Holzgeist anwenden.

Hat man beim Beschlagen von A die Temperatur abgelesen, und sie z. B. 12° gefunden, so ist diese schon etwas niedriger als der eigentliche Thaupunkt; man schließt nun den Hahn von D, so verschwindet bald der Beschlag. Geschieht dieß z. B. bei 13°, so liegt diese Temperatur über dem Thaupunkte. Man lasse dann das Wasser langsam austreten, so sinkt die Temperatur auch langsam; daher kann man es so einleiten, daß das Thermometer bei 12°.9 dann bei 12°.8 einige Zeit bleibt, bis wieder der Niederschlag sich zu bilden beginnt; war bei 12°.9 keiner, wohl aber bei 12°.8 ein Beschlag entstanden, so liegt der Thaupunkt zwischen diesen zwei Temperaturen. Auf diese Art kann man sich dem wahren Werthe immer mehr nähern.

2. Zu der zweiten Gattung von Hygrometern gehört das von August in Berlin erfundene Psychrometer (Naßkältemesser), auch Thermo-Hygrometer genannt, Fig. 97, das wegen seiner Einfachheit allgemein im Gebrauche ist; es besteht aus zwei neben einander aufgestellten sehr empfindlichen Thermometern, die in ihrem Gange vollkommen übereinstimmen; die Kugel des einen muß beständig mit Wasser benetzt bleiben, zu welchem Zwecke sie mit Mousselin umhüllt und dessen Fortsatz unter der Kugel zusammengerollt, und in ein Schälchen mit destillirtem Wasser getaucht wird, wo dann das Wasser durch Capillarität zu der Hülle an der Kugel gelangt, und hier verdünstet, wenn die Dünste der Atmosphäre noch nicht die Spannkraft besitzen, welche bei der vorhandenen Luftwärme möglich ist. An andern Psychrometern ist oben am Gestelle ein trichterförmiges mit Wasser gefülltes Gefäß b angebracht, von dessen Boden ein geflochtener schmaler Docht zur Kugel herabgeht. Die zur Verdünstung nöthige Wärme wird dem verdünstenden Wasser und der Thermometerkugel entzogen, weßhalb das nasse Thermometer tiefer steht, als das andere, dessen Kugel trocken geblieben ist. Wäre die Luft mit Dünsten gesättigt, so verdünstet das Wasser an der Oberfläche der nassen Kugel nicht mehr, und daher erscheint der Stand beider Thermometer vollkommen gleich. Die Temperatur t, die das befeuchtete Thermometer beim unveränderlichen Stande des Quecksilbers anzeigt, ist offenbar diejenige, welche die Wasserschichte an der Kugelhülle im Momente der Verdünstung besitzt, und die wir Naßkälte

Fig. 97.



nennen; die Dünste entwickeln sich mit der größten Spannkraft, die bei dieser Temperatur t möglich ist, und deren Größe = E wir aus den Tabellen leicht entnehmen können. Diese Spannkraft E muß offenbar größer sein, als die Spannkraft e der in der Luft bereits vorhandenen Dünste, welche der Bildung neuer Dünste desto mehr entgegenwirkt, je näher ihr Werth dem Maximum E steht; dagegen geht die Verdünstung desto rascher vor sich, je geringer die Feuchtigkeit der Luft ist, so daß die in einem Zeittheilchen entstehende Dunstmenge, die wir Q nennen wollen, dem Unterschiede E — e direct proportionirt und daher

$$Q = m\,(E - e)$$

ist, wo m die unveränderliche Verhältnißzahl bedeutet, die das Gesetz der Abhängigkeit zwischen den Größen Q und E — e näher bestimmt.

Der Unterschied zwischen den beiden Thermometern (die psychrometrische Differenz), mithin auch die Wärmemenge W, welche der befeuchteten Kugel in jedem Zeittheilchen entzogen wird, ist desto größer, je bedeutender die Dunstmenge ist, die in diesem Zeittheilchen gebildet wird, so das W genau in demselben Verhältnisse wächst, wie Q zunimmt und deßhalb

$$W = n\,Q, \text{ mithin } W = m\,n\,(E - e)$$

ist, wo n wieder eine Verhältnißzahl ist. Wir bedürfen noch eines anderen Ausdruckes für W, und finden ihn, wenn wir beachten, daß die Temperatur der nassen Kugel stationär wird, sobald die in jedem Zeittheilchen zur Dunstbildung verwendete Wärmemenge derjenigen gleich wird, welche die nasse Kugel von der nächsten Luftschichte in dem nämlichen Zeittheilchen erhält; nun lehren die Untersuchungen, daß die Wärmemenge, die ein kalter Körper von der wärmeren Umgebung durch Mittheilung erhält, dem bestehenden Temperaturunterschiede direct proportionirt ist, wenn dieser Unterschied eben so gering ist, wie die psychrometrische Differenz ($t' - t$), (wo t' die Lufttemperatur bedeutet), die bei einer sehr trockenen Luft kaum 8° R. betragen wird; andererseits muß die Wärmemenge, welche die befeuchtete Kugel erhält, mit der Dichte der sie einhüllenden Luftschichte wachsen; da diese Dichte in demselben Verhältnisse, wie der durch den Barometerstand gemessene Luftdruck zunimmt, so folgt, daß die Wärmemenge W nicht nur der psychrometrischen Differenz, sondern auch dem Barometerstande b direct proportionirt ist, daß somit

$$W = p\,b\,(t' - t)$$

ist, wo p die Verhältnißzahl angiebt. Man hat daher die Gleichung

$$m\,n\,(E - e) = p\,b\,(t' - t),$$

woraus sich ergibt

$$e = E - \frac{p\,b}{m\,n}\,(t' - t), \text{ oder}$$

wenn man den aus constanten Größen bestehenden Ausdruck $\frac{p}{m\,n} = A$ setzt,

$$e = E - A\,b\,(t' - t).$$

Man hat den Werth von A aus vielen gleichzeitig mit dem Schwefeläther-Hygrometer angestellten Beobachtungen ermittelt und gefunden, daß, wenn die Temperatur in Réaumur'schen Graden ausgedrückt ist.

$$A = 0.001$$

so lange das befeuchtete Thermometer über 0^0 R. steht, hingegen ist

$$A = 0.00094,$$

wenn die Temperatur dieses Thermometers unter Null ist. An der Scala der beiden Thermometer soll man wenigstens Zehntheilchen eines Grades ablesen können. Aus dem Gesagten ist ersichtlich, daß E das Maximum der Spannkraft bedeutet, welche der durch das nasse Thermometer angezeigten Temperatur entspricht. Bei Beobachtungen unter 0^0 R. muß man dafür sorgen, daß die Eisschichte, welche sich an der Kugel bildet, sehr dünn sei.

Die Bewegung der athmosphärischen Luft, die bekanntlich die Verdünstung beschleunigt und eine stärkere Erkältung der verdünstenden Kugel bewirkt, scheint die Angaben des Psychrometers zweifelhaft zu machen; allein diese größere Erkältung wird dadurch hinreichend ausgeglichen, daß bei bewegter Luft immer neue noch nicht abgekühlte Lufttheilchen mit der nassen Kugel in Berührung kommen; weßhalb die psychrometrische Differenz in einer bewegten Luft dieselbe ist, wie in einer ruhigen.

Man hat Hilfstafeln verfertigt welche die Berechnung der Spannkraft, der in einem Kubikfuß vorkommenden Dunstmenge und der relativen Feuchtigkeit sehr erleichtern; am häufigsten werden die von Kämptz und von A. G. Stierlin gebraucht.

Regnault fand doch durch Versuche, daß die Bewegung der Luft einen merklichen Einfluß auf die Angaben des Psychrometers ausübt, und daß die nasse Kugel nicht bloß von der nächsten Luftschichte durch Mittheilung, sondern auch von der Ferne durch Strahlung Wärme erhält; deßhalb ist es nothwendig, das Psychrometer gegen den Windzug und gegen die strahlende Wärme zu schützen. — Auch örtliche Umstände äußern einen Einfluß auf die Constante A; man soll daher für jeden Ort, wo das Instrument aufgestellt wird, A mittelst anderer Mittel, z. B. durch Regnault's Hygrometer den Werth von e in der obigen Gleichung bestimmen und dann den Werth von A berechnen, wozu sich am besten die Zeit eignet, wo die Luft trocken ist. Pogg. Ann. 88, Band 420.

Es gibt noch ein chemisches Verfahren von Brunner, die in einem gegebenen Volumen vorhandene Dunstmenge zu finden, und darnach die Angaben der beschriebenen Hygrometer zu prüfen. Man verbindet nämlich eine Uförmig gestaltete Röhre, die man mit einer abgewogenen Menge von Chlorcalcium oder nach Andrews von trockenem gepulvertem Gyps oder schwarzem Manganoxyd gefüllt hat, mit dem Aspirator. Beim Abfließen des Wassers aus dem Aspirator geht athmosphärische Luft durch das Chlorcalcium, und ihr Volumen ist so groß als das Volumen des ausgeflossenen Wassers; wird nun das Chlorcalcium abgewogen, so gibt die Gewichtszunahme die Dunstmenge an, die in dem durchgeströmten Luftvolumen enthalten war.

Körper, welche Wasser absorbiren, äußern gegen das Wasser eine starke Capillarthätigkeit, die sich selbst gegen den Wasserdunst sehr bemerkbar macht, indem dieser verdichtet und der entstandene Niederschlag absorbirt wird, so lange die Körper noch nicht die ihrem Absorptionsvermögen entsprechende Menge Wassers besitzen; je weniger Wasser solche Körper in sich enthalten, desto größer ist ihre Fähigkeit, die Dünste zu verdichten und das entstandene tropfbare Wasser zu absorbiren, wodurch sie eine Veränderung im Gewichte und nicht selten eine Veränderung in ihrer Ausdehnung erleiden. Solche Körper sind: Kochsalz, die Alcalien, Schwefelsäure, Haare, Fischbein, Federkiele, Darmsaiten, Papier, die Grannen des Hafers und einiger

Erodiumarten, Froschhäute, Ratten- und Fischblasen. Haben die Dünste, welche diese Körper umgeben, das Maximum ihrer Spannkraft, das bei der Luftwärme, die sie besitzen, möglich ist, erreicht, so geht die Condensirung der Dünste und Auffaugung des Niederschlages so lange vor sich, bis die Körper mit Wasser vollkommen gesättigt sind, wo dann die Aenderung im Gewichte oder in der Ausdehnung, welche in Folge der Absorption des Wassers eintritt, am größten ist. Wird die Spannkraft der Dünste in der Luft vermindert, so geht wieder ein Theil des absorbirten Wassers in Dunst über, und zwar desto mehr, je weiter sich die wirkliche Spannkraft vom Maximum entfernt, und in demselben Maße nimmt auch die Veränderung im Gewichte und Ausdehnung ab. Jede Aenderung in der Ausdehnung eines Körpers kann einen andern mit ihm auf irgend eine Art verbundenen Körper in Bewegung versetzen, so daß sich aus der Stellung des letzteren die Aenderung in der Ausdehnung des ersteren, und da diese von der relativen Feuchtigkeit der Luft abhängt, auch eine Aenderung des Feuchtigkeitsgrades erkennen läßt. Deßhalb werden solche Körper als Erkennungsmittel des Feuchtigkeitszustandes der Luft gebraucht, und hygroskopische Körper genannt; man hat in früheren Zeiten solche Körper auch als Hygrometer angewendet, die jedoch zur genauen Messung des Feuchtigkeitsgrades nicht geeignet waren. So hat man feine Streifen von Fischbein, von Pergament, von Papier gebraucht; einen Federkiel mit Quecksilber gefüllt und mit einer Thermometerröhre in Verbindung gesetzt, in welcher das Quecksilber steigt, wenn der Federkiel in Folge einer größeren Trockenheit der Luft einschrumpft; dagegen wieder fällt, wenn der Federkiel bei zunehmender Feuchtigkeit mehr Wasserdünste condensirt und sich ausdehnt. Sehr häufig findet man noch Feuchtigkeitsmesser aus Darmsaiten, welche bei größerer Auffaugung des Wassers sich mehr zusammenziehen und wieder ausdehnen, wenn sie das Wasser wieder theilweise verlieren. Mehr brauchbar als alle andern war das von Saussüre construirte Haarhygrometer, bei dem ein durch Kochen in einer Potaschenlauge entfettetes Haar an einem Ende festgemacht und mit dem andern mit einer fixen Rolle, deren Axe einen Zeiger trägt, verbunden wird; an derselben Rolle ist ein kleines Gegengewicht von 3 Gran angebracht, das an einen Faden hängt und um die Rolle in entgegengesetzter Richtung gewunden ist, um das Haar bei allen seinen Veränderungen in der Ausdehnung im gespannten Zustande zu erhalten. Das Haar erhält in einer vollkommen trockenen Luft die kleinste, und in einer mit Dünsten gesättigten Luft die größte Länge; die Punkte, bei welchen in diesen beiden Fällen der Zeiger sich befindet, bilden die beiden fixen Punkte der Scala, deren Abstand man in 100 gleiche Theile theilt. Dieses Instrument ist sehr unvollkommen, indem die Beziehung seiner Angaben zu dem Feuchtigkeitszustande nicht genau bekannt ist; so z. B. ist die Spannkraft der Dünste bei 72° nach diesem Instrumente und bei 8° R. halb so groß, als das dieser Temperatur entsprechende Maximum; bei einer anderen Temperatur ist dieß nicht mehr der Fall. Auch wird die Brauchbarkeit dieses Instrumentes deßhalb sehr erschwert, weil die Ausdehnungsfähigkeit des Haares mit der Zeit mehr und mehr abnimmt, und sich auch mit der Art des Haares ändert.

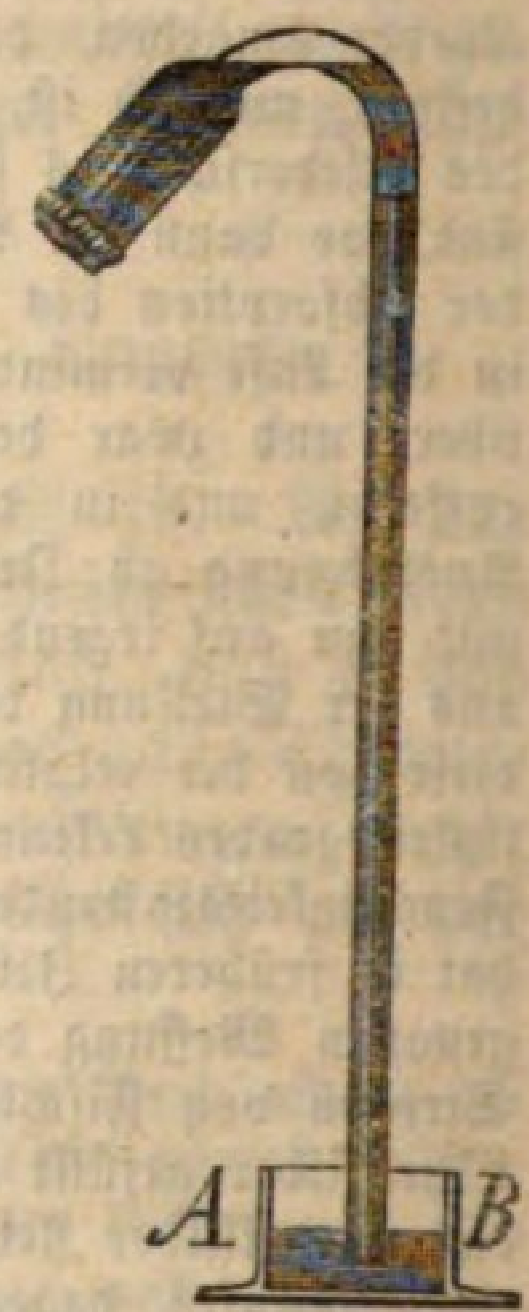
Babinet construirte in der neuesten Zeit ein Instrument, welches die Menge des Wassers angibt, das in einer bestimmten Zeit von einer gegebenen Oberfläche verdünstet und Atmidoscop heißt; es besteht aus einem porösen mit Wasser gefülltem Thongefäße, das an der Oberfläche beständig feucht bleibt, und das vermittelst einer Röhre mit einem gläsernen Wasserreservoir in Verbindung steht, aus dem das in Dunst übergegangene Wasser ersetzt wird, und an dem der in einer gegebenen Zeit sich ergebende Verlust ersichtlich gemacht werden kann. Die Verdünstung geht nicht bloß in Folge der Trockenheit und der Temperatur, sondern auch in Folge der Bewegungen der Luft vor sich; es gibt somit die Totalwirkung von dem Augenblicke seiner Aufstellung bis zu dem der Beobachtung an.

§. 95. Einfluß der Verdünstung auf die Bewegungen der Flüssigkeiten im Organismus der Thiere und der Pflanzen nach Liebig.

1. Verschließt man die Mündung M einer etwa 30 Zoll langen, knieförmig gebogenen Röhre von der Form Fig. 98 mit einer frischen Blase, bringt in den weiten Theil Wasser, gießt in die enge Röhre bis an das offene Ende Quecksilber, verschließt dieses Ende mit dem Daumen, kehrt die Röhre um, und stellt sie in ein mit Quecksilber

gefülltes Gefäß mit der Vorsicht, daß von dem über dem Quecksilber stehenden Wasser ein Theil in der weiten Röhre bleibt; so bringen eine Menge von Luftblasen durch die nasse Blase in die Röhre ein; das Quecksilber sinkt mehr und mehr herab, erhält sich aber dann in einer gewissen Höhe über dem Niveau AB, die bei einer gewöhnlichen Ochsenblase 12 Zoll, bei einer doppelten 22 bis 24 Zoll beträgt. Bei diesem Stande bleibt das Quecksilber unverändert, wenn auch die Wassermenge durch Verdünstung an der Oberfläche der Blase immer mehr abnimmt, und zuletzt ganz verschwindet. — Fassen wir die bei dieser Erscheinung wirksamen Kräfte in's Auge, so finden wir:

Fig. 98.



a) Die Aufsaugungskraft der Blase bezüglich des Wassers, welche (nach §. 74) wie ein mechanischer Druck wirkt, der das Wasser in die Poren der Blase treibt; bezeichnen wir mit x die Stärke dieser Kraft;

b) den äußeren Luftdruck, wirkend auf das Niveau AB, der die Flüssigkeit in die Höhe und gegen die innere Seite der Blase drängt, somit mit x übereinstimmend wirkt, aber durch den Druck der über AB in der Röhre stehenden Quecksilbersäule von der Höhe = b vermindert wird. Ist B der Barometerstand und s das specifische Gewicht des Quecksilbers, so ist (B — b) s die Größe des Druckes, der die Kraft x unterstützt, so daß x + (B — b) s die Gesammtkraft angibt, mit der das Wasser in die Poren der Blase von Innen nach Außen getrieben wird.

c) Von Außen wirkt auf die Blase der Luftdruck und unterstützt die Kraft y, mit welcher die Blase die atmosphärische Luft zu absorbiren strebt, die jedoch viel geringer ist, als die Kraft x; somit ist Bs + y die Kraft, mit der die Luft in die Blase eingetrieben wird.

Wir haben demnach zwei einander entgegengesetzt wirkende Kräfte zu berücksichtigen; Anfangs ist b gleich dem Barometerstand B, so daß nur die Kraft x das Wasser von Innen nach Außen drückt, und durch die Kraft Bs + y, welche die Luft eintreibt, überwunden wird, weßhalb die Lufttheilchen durch die Poren der Blase in die Röhre eindringen, und durch ihre Spannkraft die Höhe der Quecksilbersäule vermindern; um so viel Bs vermindert wird, eben so viel wird die Spannkraft der eingedrungenen Luft betragen, daher um eben so viel der Druck gegen das Wasser wachsen, bis zwischen der Kraft, die das Wasser von Innen nach Außen drängt, und der Kraft, Bs + y sich das Gleichgewicht einstellt, wo dann nicht mehr Luft einzutreten vermag, als das Volumen des austretenden Wassers beträgt, so daß die Spannkraft der in die Röhre eingedrungenen Luft unveränderlich bleibt. Ist e diese Spannkraft, mit der die Luft auf das Quecksilber und auf das Wasser in dem Augenblicke wirkt, wo das Gleichgewicht eingetreten

ist, und h die Höhe, bei der das Quecksilber stehen bleibt, so hält in der engen Röhre dem äußern Luftdrucke B s die Spannkraft e sammt dem Drucke h s der Quecksilbersäule das Gleichgewicht, d. h. es ist

$$Bs = hs + e, \text{ mithin } e = (B - h)s.$$

Die Gesammtkraft, die das Wasser in die Poren treibt, ist

$$x + e = x + (B - h)s;$$

und da nun diese mit der von Außen wirkenden $Bs + y$ im Gleichgewichte steht, so hat man

$$x + (B - h)s = Bs + y, \text{ oder } x - y = hs, \text{ und } x = hs + y$$

d. h. die gehobene Quecksilbersäule gibt die Kraft an, mit der die Blase das Wasser, womit es an einer Seite in Berührung ist, stärker aufsaugt, als die auf der andern Seite mit ihr in Berührung befindliche Luft. So lange die Höhe der Quecksilbersäule in der Röhre größer ist als h, werden die Wassertheilchen in den Poren der Blase von Lufttheilchen verdrängt, und es dringt Luft in die Röhre ein; das Eindringen hört auf, wenn diese Höhe $= h$ wird; mithin gibt hs die Größe des innern, das Wasser in die Poren treibenden Druckes an, bei dem kein Eindringen der äußern Luft mehr möglich ist. Der Werth von y ist bezüglich hs sehr klein, und wir können annäherungsweise $hs = x$ setzen.

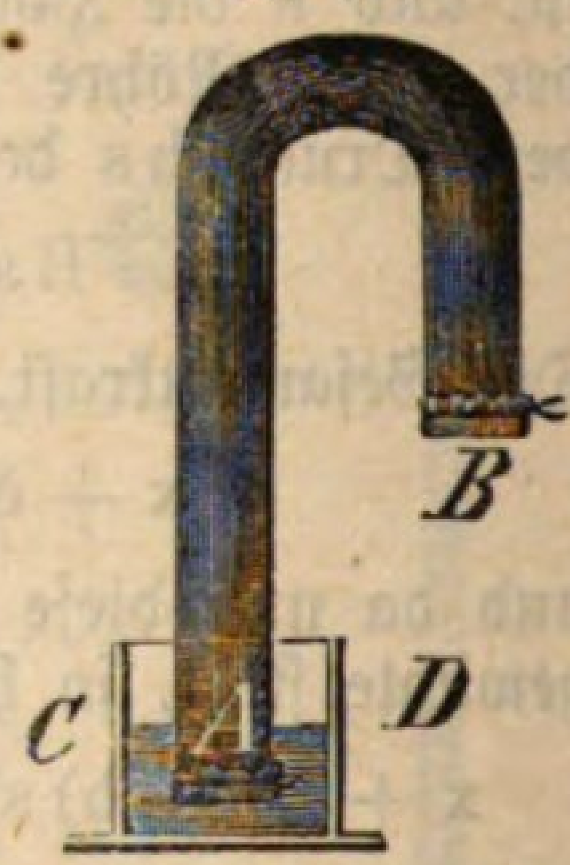
2. Füllt man die Röhre ganz mit Wasser und stellt das offene Ende in's Quecksilber, so ist der auf AB wirkende Luftdruck nur um den geringen Druck einer 30 Zoll hohen Wassersäule, der dem Drucke einer Quecksilbersäule von $2\frac{1}{4}$ Zoll Höhe äquivalent ist, vermindert, weßhalb der Druck von Innen nach Außen, d. i.

$$x + (B - b)s = (h + B - b)s + y$$

größer ist als der von der andern Seite der Blase wirkende $Bs + y$, daher kann jetzt keine Luft in die Röhre eintreten. Das Wasser wird in den Poren der Blase in Folge der Capillarität festgehalten, aber dort, wo es mit der äußeren Luft in Berührung steht, muß es verdünsten, wird aber sogleich kraft des Aufsaugungsvermögens der Blase durch anderes ersetzt, und der durch das Austreten des Wassers entstandene leere Raum durch Quecksilber, das der äußere Luftdruck bei AB treibt, so lange ausgefüllt, bis $b = h$ wird, wo dann der Druck auf das Wasser in den Poren von Innen nach Außen eben so groß ist, als der in der entgegengesetzten Richtung wirkende. Die Schnelligkeit, mit der das Quecksilber steigt, hängt von der Schnelligkeit der Verdünstung des Wassers ab, mithin auch von der Temperatur und dem Feuchtigkeitsgrade der atmosphärischen Luft. Im luftverdünnten Raume, mithin auch auf hohen Bergen steigt das Quecksilber rascher.

3. Das Wasser in einer gebogenen, und an den Enden mit einer Blase überbundenen Röhre AB, Fig. 99, verdünstet an der äußeren Oberfläche jeder Blase; die Blasen erscheinen in Folge des äußeren Luftdruckes concav, und der oben entstehende leere Raum wird durch eindringende Luft und durch Dünste, die sich aus dem Wasser bilden, ausgefüllt; dieser Raum vergrößert sich bei fortschreitender Verdünstung unausgesetzt. — Wird der eine Schenkel A in eine Salzlösung gestellt,

Fig. 99.



während das Ende B der Verdünstung an der Luft ausgesetzt bleibt; so hat man zu beachten, daß in Folge dieser Verdünstung bei B eine h Zoll hohe Quecksilbersäule in dem andern Schenkel aufsteigen sollte, daß daher bei A ein Druck nach aufwärts wirksam ist, der das Aufsaugungsvermögen der Blase für die Salzlösung unterstützt, so, daß diese in die Röhre steigt, und den Raum des verdünsteten Wassers einnimmt, wie man sich leicht überzeugt, wenn man das Salzwasser mit Indigo-Tinktur blau gefärbt hat. Es wirkt somit das Aufsaugungsvermögen der einen Blase B, während das in ihren Poren befindliche Wasser verdünstet, gleich einem mechanischen Drucke, welcher groß genug ist, um Flüssigkeiten der verschiedensten Art durch dünnere Membranen, welche damit in Verbindung stehen, durchfließen zu machen; denn ist der Schenkel A z. B. in Galle oder Harn getaucht, so dringen auch diese in die Röhre ein.

Man kann allgemein sagen, daß alle Flüssigkeiten, die mit einer verdünstenden Haut unter einem Drucke, der dem äußern Luftdrucke gleich ist, in Verbindung stehen; eine Bewegung nach dieser Haut erhalten; die Schnelligkeit dieser Bewegung richtet sich nach der Raschheit der Verdünstung. In Folge des Gesetzes der Endosmose soll die Mischung des Salzwassers und des in der Röhre befindlichen Wassers in der Art vor sich gehen, daß mehr Wasser bei A austritt als Salzwasser eintritt, allein dieses Gesetz erleidet, wie der Versuch zeigt, durch die Verdünstung an der Blase bei B eine Abänderung.

4. Bringt man in die Mitte der Blase B einen Tropfen Wasser, so wird dieser, während um ihn herum die Verdünstung fortdauert, durch den Druck der äußeren Luft eingetrieben. Wird z. B. eine Stelle der Haut des Menschen mit Fett eingerieben, so muß dieses eingesaugt werden; wäre das Fett an der ganzen Oberfläche der Haut, so wird es in Folge der Verdünstung der Lunge eingesaugt. — Das Aufsaugen der Regentropfen, des Thaues durch die Blätter und Zweige der Bäume erfolgt durch den Druck der Atmosphäre, während an andern Stellen die Verdünstung vor sich geht.

Die vorstehenden von Liebig ausgeführten Versuche verbreiteten viel Licht über die Bewegung der Säfte im Organismus der Thiere und der Pflanzen. Der wichtige Einfluß der Hautausdünstung beim thierischen Organismus, und der Verdünstung an der Oberfläche der Lunge auf die vitalen Vorgänge und auf den Gesundheitszustand war seit lange bekannt, aber man wußte nicht, in welcher Art diese Verdünstung wirkt. Auf der Haut vieler Thiere geht, wenn sie mit der Atmosphäre in Berührung ist, die Verdünstung beständig vor sich; eben so auch an der Oberfläche der Lunge, da nun jeder Theil der Oberfläche unter dem Luftdrucke steht, dem die in Körpern vorhandenen luftförmigen und tropfbaren Flüssigkeiten einen gleichen Gegendruck entgegensetzen, so muß, sobald die Verdünstung an der Haut und an der Lunge stattfindet, in Folge des Aufsaugungsvermögens der Haut für die sie berührende Flüssigkeit eine Bewegung der im Körper befindlichen Flüssigkeiten nach der Haut und Lunge entstehen, die durch die Blutbewegung beschleunigt wird. Die verschiedenartigen Flüssigkeiten im Thierkörper sollten sich nach dem Gesetze der Endosmose vertheilen, entsprechend der Dicke und dem Absorptionsvermögen der Membranen für die mit

ihnen in Berührung stehenden Flüssigkeiten; allein dieses Gesetz wird wesentlich durch die Verdünstung geändert. — Aus dem Gesagten ist auch der große Einfluß ersichtlich, den der Aufenthalt in einer trockenen oder in feuchter Luft, auf großen Höhen und am Ufer des Meeres auf den Gesundheitszustand haben muß. — Die Unterdrückung der Hautausdünstung an einem Orte der Haut erzeugt eine Störung in der Bewegung der Säfte, wodurch der normale Proceß an diesem Orte geändert wird. — Bei einer großen Trockenheit geht die Verdünstung rasch vor sich, die Flüssigkeiten werden schnell gegen die Haut getrieben, weßhalb sich öfters ein Aufschwellen der Haut oder ein Aufspringen derselben einstellt. Die Neger an der Ostküste von Afrika pflegen, wenn ein dort öfters eintretender ungemein trockner Wind zu wehen beginnt, ihre Haut mit Fett zu überziehen, um das Aufspringen derselben zu verhüten, weßhalb dieser Wind Talgwind oder Harmattan genannt wird.

Bei dem Austreten des Schweißes sind wohl mehrere Ursachen wirksam, aber eine davon ist die Geschwindigkeit, mit der sich die Flüssigkeit gegen die Haut in Bewegung setzt, und zwar in Folge der Verdünstung oder einer durch eine mechanische Ursache gesteigerten Blutbewegung. Bei dieser schnellen Bewegung tritt die Flüssigkeit in Folge ihrer Trägheit über die Grenze der auffaugenden Haut.

Wie sehr der vitale Proceß in Folge der Verdünstung an der Oberfläche des thierischen Körpers und der dadurch erzeugten Aenderung in der Vertheilung der Flüssigkeiten im Organismus abgeändert werden kann, sieht man sehr auffallend an Fischen, die in wenigen Stunden sterben, wenn entweder nur der Kopf außerhalb des Wassers und der übrige Theil im Wasser, oder wenn Kopf und Kiemen im Wasser und der übrige Theil außerhalb gehalten wird, ohne daß dabei das Thier am Gewichte einen Verlust erleidet, d. h. wenn auch durch Einsaugung von Wasser durch den eingetauchten Körpertheil das Gewicht ungeändert bleibt, so ist doch die Vertheilung der Flüssigkeiten in Folge der Verdünstung an dem aus dem Wasser hervorragenden Körpertheil ganz anders, als es zum Bestehen der vitalen Functionen nothwendig ist. — Die durch niedere Temperatur oder großen Feuchtigkeitszustand gehemmte Ausdünstung an der Oberfläche unseres Körpers ist die vorzüglichste Ursache der im Frühjahre und Herbste öfters vorkommenden und unter dem Namen Grippe bekannten Krankheit.

Schon Hales, ein Zeitgenosse Newtons hat durch unübertreffliche Versuche dargethan, daß die Capillargefäße einer Pflanze für sich und in Verbindung mit den unverletzten Wurzeln durch Capillaranziehung sich mit Wasser füllen, aber die Kraft nicht besitzen, den Saft ausfließen, oder in einem aufgesetzten Rohre steigen zu machen; denn die Bewegung des Saftes, sagt Hales, gehört der verdünstenden Oberfläche allein an; er beweist, daß die Wirkung von der Temperatur und dem Feuchtigkeitszustande der Luft abhängt, indem er durch Versuche nachweist, daß die Pflanzen bei feuchter Luft nur wenig auffaugen. Auch aus Hales Versuchen geht hervor, daß das Auffaugungsvermögen eines jeden Theils der Pflanze in Folge der Ausdünstung durch den Druck der Atmosphäre mächtig unterstützt wird; denn die Verdünstung des Wassers an der Oberfläche der Gewächse hat zur Folge, daß im Inneren ein leerer Raum entsteht, und daß daher Wasser mit darin gelösten Stoffen mit Leichtigkeit von Außen eingetrieben und gehoben wird, so daß neben der Kapillarität und Endosmose der äußere Luftdruck als die Hauptursache der Verbreitung und Bewegung der Säfte erscheint. Dieser äußere Luftdruck wird aber erst in Folge der Verdünstung an der Oberfläche der Gewächse wirksam, daher ist die Verdünstung eine Hauptbedingung ihres Lebens; sie erzeugt erst eine dauernde Bewegung, einen stets sich wiederholenden Wechsel in der Beschaffenheit des Saftes. Wenn das verdünstende Wasser nicht durch neue Zufuhr vom Boden ersetzt wird, so beginnt das Verwelken. Die Verdünstung beschränkt sich auf die an der Oberfläche der Blätter verbreiteten Spaltöffnungen.

Die Menge der aufgefaugten und zur Entwickelung der Pflanze nöthigen Nahrung steht im Verhältnisse zu der Menge der in einer gegebenen Zeit verdünsteten Feuchtigkeit. Die Pflanze erkrankt oder stirbt, wenn das richtige Verhältniß der Ausdünstung und der Zufuhr gestört oder unterbrochen wird. Hat die Pflanze ein Maximum der Nahrung aufgenommen, und die Ausdünstung wird unterdrückt, z. B. durch niedrige Temperatur oder großen Feuchtigkeitszustand der Luft, so hört das Zuströmen der Nahrung auf, die Säfte stocken, verderben und gehen in einen Zustand über, in welchem sie ein fruchtbarer Boden für Pilze und dergleichen mikroskopische Gewächse werden, deren Samen immer in der Luft gegenwärtig ist. Wenn z. B. nach heißen

Tagen viel Regen fällt und hierauf eine starke Hitze ohne Wind sich einstellt, so erscheint jeder Theil der Pflanze mit Luft umgeben, die mit Dünsten gesättigt ist, weßhalb die Verdünstung aufhört, und mit ihr auch die nothwendige Abkühlung der Pflanze, so daß die Pflanze dem sogenannten Sonnenbrande unterliegt, oder mit Schimmel befallen wird, dem die gestockten und verdorbenen Säfte eine vortreffliche Nahrung darbieten. Letztere Krankheit tritt bei Hopfenpflanzen öfters ein, weil ihr dichtes Blätterwerk die bei feuchtem Wetter ohnehin schwache Verdünstung noch mehr hemmt. Auch die Kartoffelpflanze gehört wie die Hopfenpflanze zu den Gewächsen, welche durch Stockung der Säfte in Folge einer unterdrückten Ausdünstung am meisten leiden. Die fliegenden Samen dringen auch bei normalem Luftzustande in die Spaltöffnungen ein, finden aber daselbst keine passende Nahrung.

Beim Umsetzen der Bäume pflegt man beinahe die Hälfte der Wurzeln abzuschneiden; der Baum kann dann nur halb so viel Nahrung aus der Erde einsaugen als früher, weßhalb auch die verdünstende Oberfläche außerhalb der Erde im gleichen Verhältnisse verkleinert werden muß.

Wenn man einen Baum von beträchtlicher Höhe fällt, und das Stammende in eine Salzauflösung taucht, während das Laub noch an den Zweigen ist, so erfolgt in Folge der Verdünstung an der Oberfläche eine lebhafte Aufsaugung der Flüssigkeit, so daß diese in die zartesten Canäle des Pflanzenorganismus dringt, zu den entferntesten Enden und selbst bis in seine letzten Blätter gelangt. Darauf beruht die von Boucherie erfundene Methode, in die Holzmasse Substanzen, wie holzessigsaures Eisenoxyd, Seesalz und andere Salze einzuführen, um das Holz unzerstörbar zu machen.

Dynamik.

§. 96. Die Dynamik hat die Aufgabe, die Gesetze der Bewegungen, in welche die in der Natur vorkommenden Körper versetzt werden können, zu entwickeln. Da diese Körper zufolge ihrer Trägheit unvermögend sind, durch eigene Selbstthätigkeit in Bewegung, oder falls sie in Bewegung sind, wieder zur Ruhe zu kommen, oder die Beschaffenheit ihrer Bewegung auf irgend eine Art abzuändern, so setzt jede Bewegung eines Körpers die Einwirkung einer bewegenden Kraft, das Aufhören derselben und jede Abänderung des Bewegungszustandes die Einwirkung anderer Kräfte voraus, zu welchen Kräften auch alle Arten der Hindernisse der Bewegung gezählt werden müssen.

Eine jede bewegende Kraft bedarf zur Erzeugung der möglichen Wirkung stets eine gewisse Zeit, während welcher die Geschwindigkeit des Körpers von Null bis zu einer gewissen Größe wächst, oder eine bestimmte Abänderung erleidet. Kräfte, die in einer unmeßbar kurzen Zeit, also nach einer nur einen Augenblick lang dauernden Einwirkung eine bestimmte Geschwindigkeit erzeugen, mit welcher der Körper die Bewegung beginnt, heißt man momentane oder Stoßkräfte, und unterscheidet sie wohl von den continuirlichen oder stetigen (Ziehkräften), die während einer meßbaren Zeit ununterbrochen auf das Bewegliche entweder mit unveränderlicher oder mit veränderlicher Stärke einwirken, und daher entweder beständige oder veränderliche continuirliche Kräfte sind. Um die Wirkung einer continuirlichen Kraft zu erfahren, stellt man sich vor, die Kraft übe gegen das Bewegliche Stöße aus, die in bestimmten Zeitintervallen auf einander folgen, und läßt hierauf das Zeitintervall unendlich klein werden, so daß es kleiner gedacht wird, als jedes noch so kleine denkbare Zeittheilchen; wir wollen in der Folge ein solches unendlich kleine Zeittheilchen stets mit τ bezeichnen.

Ist M die in Bewegung gesetzte Masse, C die Geschwindigkeit, welche eine momentane, und G die Beschleunigung, d. i die Geschwindigkeit, die eine beständige continuirliche Kraft einer Masseneinheit in einer Secunde zu geben vermag, so ist bekanntlich MC das Maß der ersteren, und MG das Maß der letzteren Kraft. Da beide Arten von bewegenden Kräften nach anderen Einheiten gemessen werden, so können sie nicht mit einander numerisch verglichen werden, wohl aber die von ihnen erzeugten Wirkungen, nämlich die Geschwindigkeiten und die vom Beweglichen durchlaufenen Wege.

Ist das Gesetz bekannt, das die bewegenden Kräfte bei ihrer Wirksamkeit unabänderlich befolgen, so läßt sich in jedem Falle eine Gleichung bilden, aus der die Beschaffenheit der Bahn, die das Bewegliche beschreibt, zu entnehmen, und eine andere, aus der für jede gegebene Zeit die Länge des zurückgelegten Weges, oder umgekehrt die Zeit aus der Länge des während derselben durchlaufenen Weges berechnet werden kann. Diese Gleichungen drücken dann die Gesetze der durch die einwirkenden Kräfte erzeugten Bewegung aus. — In manchen Fällen werden die Gesetze der Bewegung auf empirischem Wege ermittelt, und man hat die Aufgabe, das Gesetz zu finden, nach welchem die Kräfte, welche die Bewegung erzeugen, wirksam sind.

§. 97. Gesetze der gleichförmigen Bewegung. Wird ein frei bewegliches Massentheilchen durch eine momentane Kraft in Bewegung versetzt, und hierauf sich selbst überlassen, so ist die Bewegung geradlinig und gleichförmig, weil das träge Massentheilchen weder die Richtung, noch die Geschwindigkeit, die es durch die Einwirkung der Kraft erhalten hat, selbstthätig abzuändern vermag. Ist c das Maß der Geschwindigkeit, mit der es sich bewegt, mithin die Länge des in einer Zeitsecunde zurückgelegten Weges, und heißt s der in der Zeit t durchlaufene Weg, so ist

$$s = ct, \text{ daher } c = \frac{s}{t} \text{ und } t = \frac{s}{c}.$$

Diese drei Gleichungen geben die Gesetze der gleichförmigen Bewegung an, selbst für den Fall, wenn diese Bewegung eine krummlinige wäre. Krummlinig kann die durch eine momentane Kraft erzeugte Bewegung nur dann werden, wenn auf das in Bewegung gesetzte Massentheilchen eine stetige Kraft einwirkt, welche die Richtung desselben ununterbrochen ändert; eine solche kann auch der Widerstand eines krummlinigen festen Körpers, z. B. einer Rinne sein.

§. 98. Gesetze der gleichförmig beschleunigten Bewegung. 1. Diese Bewegung entsteht, wenn auf das Bewegliche eine stetige Kraft mit unveränderter Stärke einwirkt, indem eine solche Kraft dem Beweglichen in jeder Zeitsecunde denselben Zuwachs an Geschwindigkeit zu ertheilen vermag. Nehmen wir an, daß das Bewegliche im Beginne der Bewegung und der Einwirkung der stetigen Kraft schon mit der Geschwindigkeit = c auftritt, die ihm eine momentane Kraft in der nämlichen Richtung, in welcher die stetige wirksam ist, ertheilt, und die es zufolge seiner Trägheit während der ganzen Dauer der Bewegung unveränderlich

beibehält; es sei ferner G die Accelleration, d. i. der in einer Secunde durch die Thätigkeit der continuirlichen Kraft erzeugte Zuwachs, so hat das Bewegliche nach 1, 2, 3... Secunden die Geschwindigkeit $c + G$, $c + 2G$, $c + 3G$, mithin ist die nach Verlauf von t Secunden vorhandene Geschwindigkeit

$$v = c + Gt,$$

2. Um den während der Zeit t zurückgelegten geradlinigen Weg $= s$ zu finden, wollen wir t in n gleiche Theile theilen, und $\frac{t}{n} = \tau$, somit $t = n\tau$ setzen, die während der einzelnen auf einander folgenden Zeittheilchen zurückgelegten Wege mit $s_1, s_2, s_3 \ldots s_n$ bezeichnen und berücksichtigen, daß jeder derselben größer ist, als derjenige Weg, den das Bewegliche zurücklegen würde, falls es während des Zeittheilchens τ mit der dem eben verflossenen Zeitraume entsprechenden Anfangsgeschwindigkeit sich gleichförmig bewegt hätte, dagegen kleiner, als wenn die Bewegung mit der dem eben verflossenen Zeitraume entsprechenden Endgeschwindigkeit stattfände.

Heißt V_m die nach Verlauf von m Zeittheilchen dem Beweglichen zukommende Geschwindigkeit, und u der im nächsten Zeittheilchen gewonnene Zuwachs an Geschwindigkeit, s_m der während des nächstfolgenden Zeittheilchens beschriebene Weg, so ist

$$s_m > V_m \tau \text{ und } s_m < (V_m + u)\tau, \text{ oder } s_m < V_m \tau + u\tau;$$

denkt man sich die Dauer der Bewegung in so viele Theile getheilt, daß τ kleiner ist als jede noch so kleine denkbare Größe, also unendlich klein, so ist auch der während eines solchen Zeittheilchens durch die beschleunigende Kraft erzeugte Zuwachs an Geschwindigkeit, nämlich u eine unendlich kleine Größe, mithin ist $u\tau$ eine unendlich kleine Größe der zweiten Ordnung, die, wenn auch unendliche Male zu sich selbst addirt, noch immer unendlich klein bleibt, und daher bei der Addition zu einer andern unendlich kleinen Größe der ersten Ordnung eben so vernachlässigt werden kann, wie letztere bezüglich einer endlichen Größe: denn setzt man

$$u = \frac{1}{\infty} \text{ und } \tau = \frac{1}{\infty''}, \text{ mithin } u\tau = \frac{1}{\infty}\,\frac{1}{\infty''};$$

wird $u\tau$ unendliche Male zu sich selbst addirt, also mit ∞' multiplicirt, so hat man $\frac{1}{\infty}\,\frac{1}{\infty'}\cdot\infty' = \frac{1}{\infty}$, mithin ist das Product noch immer unendlich klein; daher kann man

$$s_m = V_m \tau$$

setzen.

Der in dem Zeittheilchen τ in Folge der Einwirkung auf das Bewegliche erzeugte Zuwachs an Geschwindigkeit ist $= G\tau$; mithin sind die Geschwindigkeiten, die das Bewegliche in der Zeit

$$0, \quad \tau, \quad 2\tau, \quad \ldots \quad (n-1)\tau$$

besitzt: $\quad c, \quad c + G\tau, \quad c + 2G\tau, \ldots c + (n-1)G\tau;$

$(n-1)\tau$ ist das letzte Zeittheilchen von t, wo noch die Bewegung fortdauert; daher ist der während der Dauer der Bewegung zurückgelegte

Weg s gleich der Summe der Wege, die in den (n—1) τ Zeittheilchen vom Beweglichen zurückgelegt worden sind, mithin ist

$$s = c\tau + (c + G\tau)\tau + (c + 2G\tau)\tau + \ldots (c + (n-1)G\tau)\tau,$$

oder $s = nct + G\tau\tau(1 + 2 + 3 .. (n-1))$

$$s = ct + G\tau\tau . n\frac{(n-1)}{2} = ct + \frac{Gt}{2}(t-\tau).$$

Da τ so klein angenommen werden kann, als man nur immer will, so kann es bezüglich des Werthes t vernachlässigt werden, so daß man hat

$$s = ct + \frac{Gt^2}{2}$$

3. Die Schwerkraft ist bekanntlich eine veränderliche Kraft, indem ihre Stärke mit der Annäherung des fallenden Körpers an den Erdmittelpunkt beständig wächst; ist jedoch die Fallhöhe nicht sehr groß, so sind die während des Falls eintretenden Aenderungen in der Stärke dieser Kraft unmerklich, so daß man die Schwere als eine Kraft betrachten kann, die während des Falls mit unveränderter Stärke auf den Körper wirkt, weßhalb der freie Fall, wo das Bewegliche in der Richtung der Schwerkraft vertical abwärts sich bewegt, nach den Gesetzen der gleichförmig beschleunigten Bewegung stattfindet. Wirkt auf das Bewegliche einzig die Schwerkraft, so daß er keine Anfangsgeschwindigkeit besitzt, also $c = o$ ist, und ist g die durch diese Kraft erzeugte Beschleunigung, so hat man

$$v = gt \text{ und } s = \frac{gt^2}{2};$$

woraus man erhält:

$$t = \sqrt{\frac{2s}{g}},\ v = \sqrt{2gs} \text{ und } s = \frac{v^2}{2g}.$$

Heißt s′ der während der Zeit (t—1) zurückgelegte Weg, so ist der in einer Zeiteinheit durchlaufene

$$s - s' = (2t-1)\frac{g}{2};$$

woraus ersichtlich wird, daß derselbe in jeder folgenden Secunde größer wird, und genau so wächst, wie die ungeraden Zahlen; denn setzt man

für t, 1, 2, 3 ..., so ist $s - s' = \frac{g}{2}, \frac{3g}{2}, \frac{5g}{2}, \ldots$

4. Heißt γ die durch die continuirliche Kraft in einem unendlich kleinen Zeittheilchen τ erzeugte Aenderung in der Geschwindigkeit des Beweglichen, so ist

$$G : \gamma = 1 : \tau, \text{ mithin } G = \frac{\gamma}{\tau}.$$

Bezeichnet man mit P die Stärke der beständigen continuirlichen auf die Masse M einwirkenden Kraft, so hat man

$$P = MG, \text{ oder } P = M\frac{\gamma}{\tau}.$$

Die Größe G, mithin auch $\frac{\gamma}{\tau}$ nennt man die **beschleunigende Kraft**. Ist σ der während der Zeit τ mit der Geschwindigkeit v, und σ' der in dem nächsten Zeittheilchen τ mit der Geschwindigkeit $v + \gamma$ zurückgelegte Weg, so ist

$$\sigma = v\tau \text{ und } \sigma' = (v + \gamma)\ \tau,$$

mithin $\sigma' - \sigma = \gamma\tau$. Setzt man $\sigma' - \sigma = \triangle\sigma$, so ist

$$\frac{\triangle\sigma}{\tau^2} = \frac{\gamma}{\tau} = G.$$

Man kann also auch die Größe einer beschleunigenden Kraft durch die Formel $\frac{\triangle\sigma}{\tau^2}$ ausdrücken.

Die Leistung oder Arbeit einer Kraft schätzt man bekanntlich nach dem Produkte aus dem durch die Kraft gehobenen Gewichte Q in die Höhe h, zu der es in einer bestimmten Zeit gehoben wird; heißt A diese Leistung, so ist

$$A = Qh.$$

Heißt M die Masse des Gewichtes, so ist $Q = Mg$, mithin

$$A = Mgh, \text{ und } 2\,A = M.2\,gh.$$

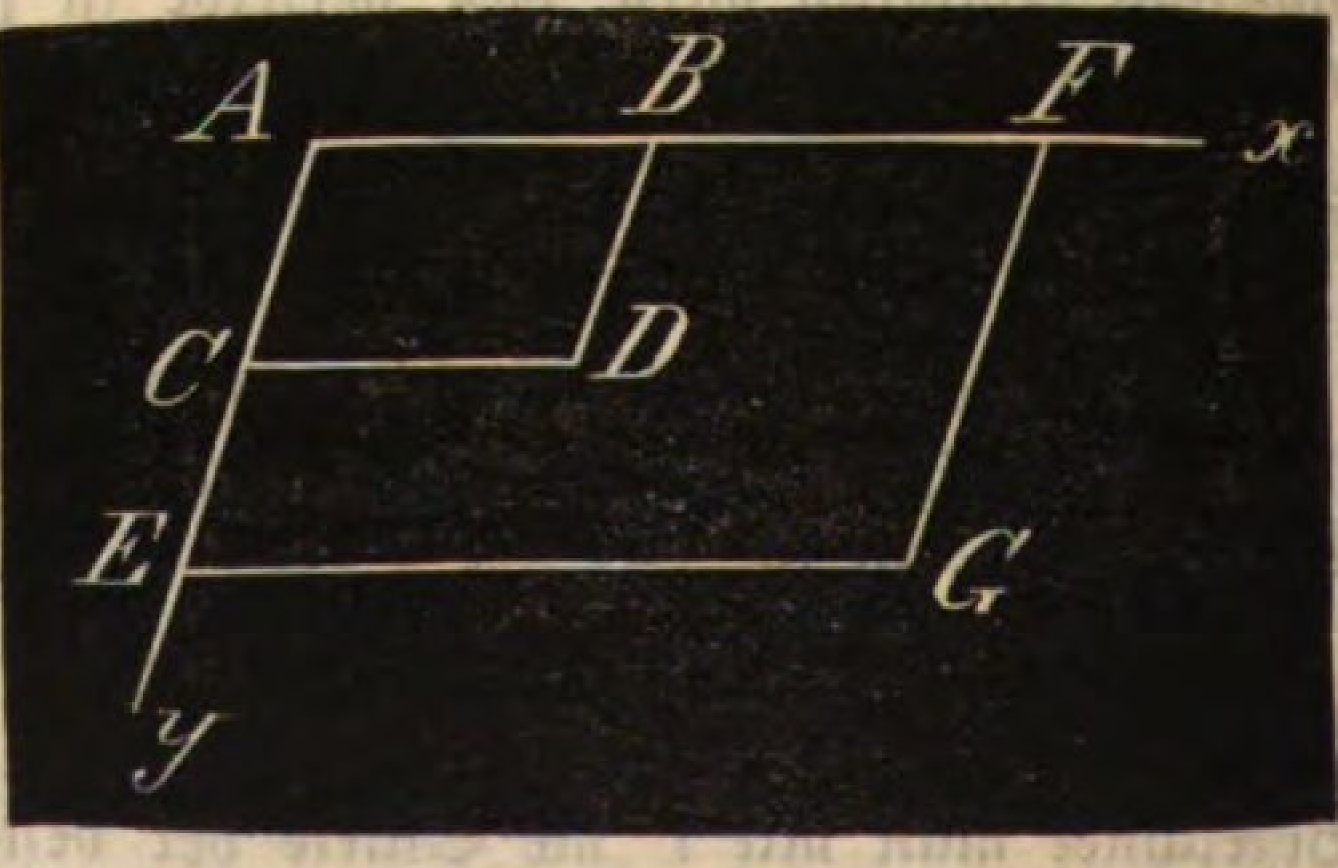
Bedeutet v die der Fallhöhe h entsprechende Geschwindigkeit, so ist $v^2 = 2\,gh$, mithin

$$2A = Mv^2.$$

Das Produkt Mv^2 heißt man **lebendige Kraft**, die, wie aus dem letzten Ausdrucke zu ersehen ist, als Maß der Leistung einer auf M wirkenden Kraft betrachtet werden kann.

§. 99. Zusammensetzung der Bewegungen. Wirken auf ein Bewegliches mehrere Kräfte nach einerlei Richtung oder in Richtungen, die einander gerade entgegengesetzt sind, so kann die Bewegung nur eine **geradlinige** sein, und es müssen sich die Wirkungen der Kräfte im ersten Falle addiren, im zweiten dagegen subtrahiren; daher ist die Geschwindigkeit, die das Bewegliche in einem bestimmten Zeitpunkte hat, im ersten Falle gleich der Summe, im zweiten gleich der Differenz derjenigen Geschwindigkeiten, welche jede Kraft für sich allein während der Dauer ihrer Einwirkung zu erzeugen vermag. Es ist einerlei, ob die Kräfte nach einander oder gleichzeitig auf das Bewegliche einwirken, weil eine Kraft, auf einen bewegten Körper einwirkend, denselben Zuwachs an Geschwindigkeit erzeugt, wie wenn der Körper aus der Ruhe in Bewegung käme. Aber auch in dem Falle, wo zwei **gleichartige** Kräfte gleichzeitig auf ein in A, Fig. 100, befindliches, frei bewegliches Massentheilchen m in Richtungen einwirken, die einen Winkel einschließen, wird eine geradlinige Bewegung hervorgebracht; denn da zwei gleichartige auf einen Punkt einwirkende Kräfte sich zu einer einzigen Resultirenden zusammensetzen lassen, eine einzige Kraft aber nur eine geradlinige Bewegung hervorbringen kann; so ist immer die Bewegung geradlinig, wenn entweder zwei momentane, oder zwei continuirliche also Kräfte der nämlichen Art unter einem Winkel auf ein Bewegliches einwirken. Um die der Resultirenden entsprechende Geschwindigkeit zu

Fig. 100.



finden, seien P und Q zwei gleichartige Kräfte, wirkend in den Richtungen Ax und Ay; C und C′ seien die von ihnen erzeugten Geschwindigkeiten, wenn sie momentane, oder G und G′ die ihnen entsprechenden Beschleunigungen, wenn sie stetige Kräfte sind, so ist

$$P = mC, \text{ oder } = mG, \text{ und } Q = mC', \text{ oder } = mG'$$

Schneidet man von den Richtungen der Kräfte Stücke ab, so daß

$$P : Q = AB : AC,$$

so ist auch $AB : AC = C : C'$, oder $AB : AC = G : G'$

d. h. die Seiten des Kräftenparallelogramms ABCD verhalten sich zu einander, wie die durch die bewegenden Kräfte in einem Massentheilchen erzeugten Geschwindigkeiten. Heißt x die der Resultirenden R beider Kräfte entsprechende Geschwindigkeit, so ist $R = mx$, und da

$$P : R = AB : AD, \text{ so ist auch}$$

$$AB : AD = C : x, \text{ oder } AB : AD = G : x,$$

folglich gibt in dem angenommenen Falle die Diagonale des aus den Geschwindigkeiten gebildeten Parallelogramms die Größe der Geschwindigkeit, welche die Resultirende der zwei gleichartigen Kräfte dem Massentheilchen zu ertheilen vermag. — Man kann also die Geschwindigkeiten, die durch gleichartige, auf ein Bewegliches unter einem Winkel einwirkende Kräfte erzeugt werden, eben so zusammensetzen, aber auch eben so zerlegen, wie man Kräfte zusammensetzt und zerlegt.

Würde das Bewegliche in Folge der Wirksamkeit einer oder mehrerer Kräfte in der Zeit t von A nach B, und durch andere Kräfte in der nämlichen Zeit von A nach C gebracht, so daß es in der Richtung Ax den Weg AB und in der Richtung Ay den Weg AC zurücklegt, mag übrigens die Bahn, auf der es nach B oder C käme, beliebig sein, so ist bei gleichzeitiger Wirksamkeit aller Kräfte der Erfolg derselbe, wie wenn während der Zeit, in welcher das Bewegliche nach B fortgeht, die ganze Bahn, auf der es dahin fortschreitet, parallel mit ihrer ursprünglichen Lage in der Richtung Ay fortgeschoben würde, so daß ihr Anfangspunkt in dem nämlichen Augenblicke, in welchem das Bewegliche bis B kommt, in C sich befindet. Zieht man von C eine parallele zu AB, und schneidet CD = AB ab, so gibt D den Ort des Beweglichen nach Verlauf der Zeit t an. Verbindet man D mit B, so erhält man ein Parallelogramm ABCD, in welchem der Endpunkt D der Diagonale AD den Ort angibt, welchen das Bewegliche in Folge zweier gleichzeitigen Bewegungen in der nämlichen Zeit erreicht, in welcher es in den Richtungen der beiden Seiten des Parallelogramms Wege zurücklegen würde, die diesen Seiten gleich sind. Die Diagonale dieses Parallelogramms wird nur in dem Falle den vom beweglichen Massentheilchen wirklich zurückgelegten Weg angeben, wenn die Bewegung eine geradlinige ist. Wirkt auf das Bewegliche z. B. in einer Richtung eine momentane, in einer andern eine continuirliche Kraft, so ist die Bahn des Beweglichen nicht mehr eine gerade, sondern eine krumme Linie.

§. 100. Fortschreitende oder progressive Bewegung. Bewegen sich sämmtliche Massentheilchen m, m′, m″... eines festen Körpers in jedem Zeitpunkte mit der nämlichen Geschwindigkeit in parallelen Richtungen,

so ist die Bewegung eine im Raume fortschreitende oder progressive. Ist c die gemeinschaftliche Geschwindigkeit, die sie in einem bestimmten Zeitpunkte besitzen, so geht in diesem Zeitpunkte die Bewegung so vor sich, als wenn die Körpertheilchen von den parallelen Kräften mc, m'c, m''c . . . fortgetrieben würden; die Angriffspunkte m, m', m'' . . . dieser Kräfte stehen in fester unveränderlicher Verbindung, daher lassen sich diese parallelen Kräfte durch eine einzige Resultirende R ersetzen, die ihrer Summe gleich und deren Richtung zu denen der Componenten parallel ist; die Lage des Angriffspunktes der Kraft R hängt bekanntlich ab von dem Verhältnisse der parallelen Componenten, und den gegenseitigen Abständen ihrer Angriffspunkte; nun ist $mc : m'c : m''c : .. = m : m' : m'' ... = mg : m'g : m''g$, d. h. die Componenten verhalten sich zu einander gerade so wie die Massentheilchen oder wie die Gewichte derselben; folglich hängt die Lage ihres Mittelpunktes, den man den Mittelpunkt der Masse zu nennen pflegt, von der Anordnung und Dichte der Massentheilchen, also genau von denselben Größen ab, wie die Lage des Schwerpunktes; demnach wird der Mittelpunkt der Masse auf dieselbe Art bestimmt, wie der Schwerpunkt des Körpers. Heißt M die Masse des ganzen Körpers, so ist

$$R = mc + m'c + m''c + \ldots . \text{ mithin}$$
$$R = (m + m' + m'' + \ldots)c = Mc$$

woraus folgt, daß eine auf den Mittelpunkt der Masse eines Körpers einwirkende Kraft Mc dieselbe fortschreitende Bewegung erzeugen müßte, wie die ist, die wir angenommen haben, wenn nur ihre Richtung mit der Richtung dieser Bewegung zusammenfällt.

Wirkt eine Kraft R auf einen festen Körper dergestalt, daß ihre Richtung durch den Mittelpunkt der Maße, der in der Regel mit dem Schwerpunkte zusammenfällt, durchgeht, so kann man sich diese Kraft in so viele mit ihr parallele Componenten zerlegt denken, als Massentheilchen vorhanden sind, jede wirkend mit einer der Größe des Massentheilchens proportionalen Stärke, so daß sämmtliche Massentheilchen mit der nämlichen Geschwindigkeit in parallelen Richtungen sich bewegen, keines voraus eilt und keines zurückbleibt; folglich erzeugt diese Kraft R in dem vorausgesetzten Falle eine im Raume fortschreitende Bewegung. Ist die durch den Mittelpunkt der Masse eines Körpers gehende Kraft R eine continuirliche, deren Größe oder Richtung jedoch sich beständig ändert, so läßt sich die Größe und Richtung während eines unendlich kleinen Zeittheilchens τ immer als unveränderlich annehmen, und die Bewegung als eine in der Richtung der Kraft fortschreitende betrachten. Diesem nach haben wir bei allen fortschreitenden Bewegungen eines festen Körpers nur die Bewegung des Mittelpunktes der Masse zu beachten.

Befindet sich ein Körper in einer fortschreitenden Bewegung, nehmen wir an, gegen eine Ebene A, die auf den parallelen Richtungen der Massentheilchen senkrecht steht; sind x, x', x'' . . . die Abstände der Massentheilchen m, m', m''..., und x_1 der Abstand des Mittelpunktes der Masse von dieser Ebene, ist ferner M die Masse des ganzen Körpers, so ist, wie bei der Bestimmung des Mittelpunktes paralleler Kräfte gezeigt wurde,

$$Mx_1 = mx + m'x' + m''x'' + \ldots .$$

Nach Verlauf eines unendlich kleinen Zeittheilchens τ sei ξ_1 der Abstand des Mittelpunktes der Masse von der Ebene A, und die Abstände der einzelnen Massentheilchen von A seien ξ, ξ', ξ'' . . ., somit

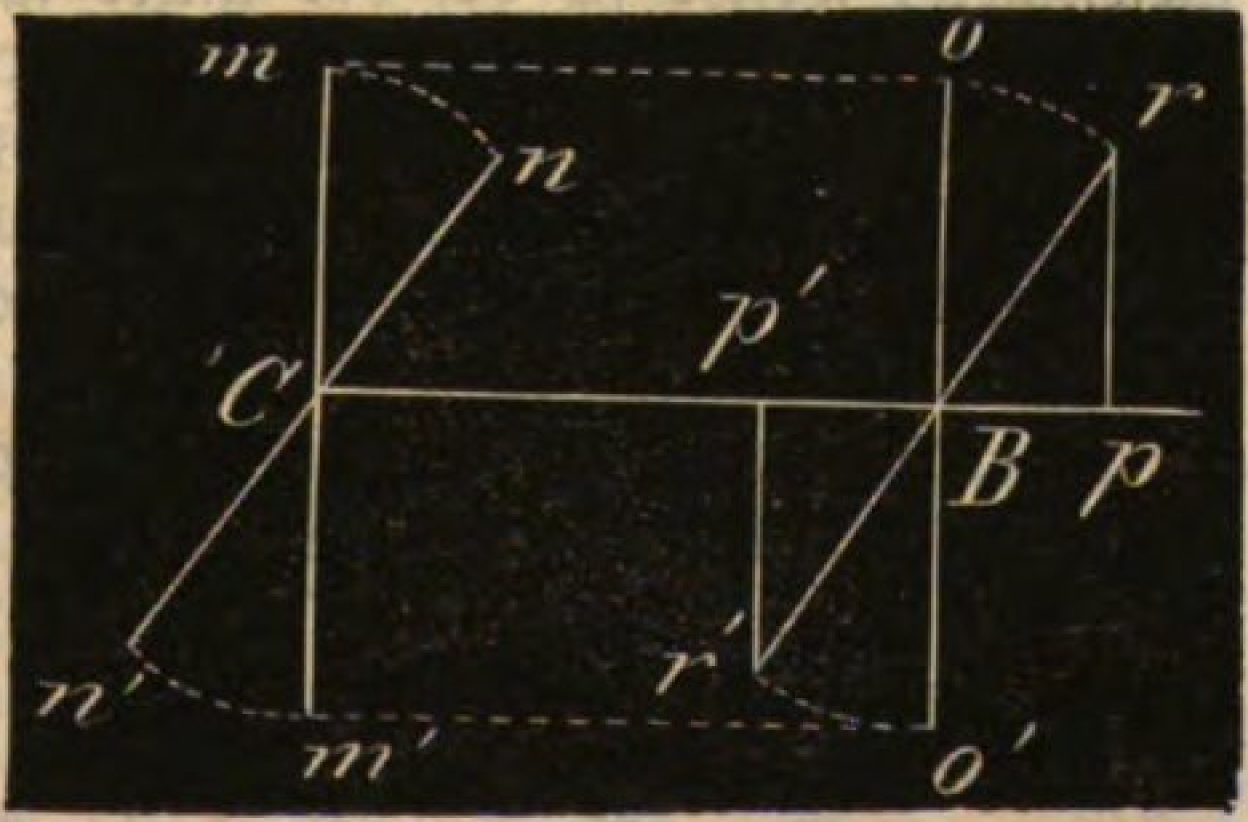
$$M\xi_1 = m\xi + m'\xi' + m''\xi'' + \ldots$$

Ziehen wir die untere Gleichung von der obern ab, und dividiren alle Theile mit τ, so hat man

$$M\left(\frac{x_1 - \xi_1}{\tau}\right) = m\left(\frac{x - \xi}{\tau}\right) + m'\left(\frac{x' - \xi'}{\tau}\right) + m''\left(\frac{x'' - \xi''}{\tau}\right) + \ldots \quad (1)$$

Da die Bewegung während eines unendlich kleinen Zeittheilchens τ als gleichförmig betrachtet werden kann, so sind die Größen, mit denen M, m, m', m'' . . . . multiplicirt erscheinen, die Geschwindigkeiten, mit welchen sich die einzelnen Theilchen während der Zeit τ bewegen. Da das Produkt aus der Masse in die Geschwindigkeit **Größe der Bewegung** heißt, so drückt die Gleichung (1) aus, daß die Größe der Bewegung, welche der Mittelpunkt der Masse eines Körpers in irgend einem Augenblicke in der Richtung der Bewegung besitzt, wenn in ihm die ganze Masse vereinigt gedacht wird, gleich ist der Summe der nach derselben Richtung gemessenen Größen der Bewegung der einzelnen Massentheilchen des bewegten Körpers; demnach bleibt die fortschreitende Bewegung des Mittelpunktes der Masse ungeändert, sobald nur solche Aenderungen in der Bewegung der Massentheilchen stattfinden, bei welchen die Summe der Bewegungsgrößen dieser Theilchen sich nicht ändert. Dieß ist nun der Fall, wenn die fortschreitende Masse sich um ihren Mittelpunkt dreht; denn nehmen wir z. B. an, C, Fig. 101, sei dieser Mittelpunkt, m ein Massentheilchen und in der Verlängerung von m C in gleichem Abstande von C ein zweites, gleich großes Massentheilchen m'; befindet sich der Körper in einer fortschreitenden Bewegung, wobei in einem kleinen Zeittheilchen C nach B gelangt, so müßten alle Theilchen, falls keine andere Bewegung vorhanden wäre, in parallelen Richtungen mit dem Punkte C gleich große Wege zurücklegen, so daß m nach o, m' nach o' käme, und m o = m' o' = C B wäre; drehen sich aber gleichzeitig die Massentheilchen m und m' um C so, daß wenn C in Ruhe bliebe, m den Bogen m n, und m' den gleich großen Bogen m'n' beschreiben würde, so ist in dem Augenblicke, wo C in B ankommt, das erstere Theilchen in r, das zweite in r', und es sind die Bögen o r und o'r' den Bögen m n und m'n' gleich. Somit hat m in der Richtung, in welcher der Punkt C fortschreitet, den Weg C p und m' nur den Weg C p' in dem

Fig. 101.



Zeittheilchen τ zurückgelegt, folglich sind die nach dieser Richtung gemessenen Bewegungsgrößen dieser Theilchen

$$m \frac{Cp}{\tau} = \frac{m}{\tau} (CB + Bp), \text{ und } m' \frac{Cp'}{\tau} = \frac{m'}{\tau} (CB - Bp')$$

und ihre Summe ist, da $m = m'$ und $Bp = Bp'$

$$\text{gleich } m \frac{CB}{\tau} + m' \frac{CB}{\tau} = m \frac{mo}{\tau} + m' \frac{m'o'}{\tau}$$

d. h. genau so groß, wie wenn die drehende Bewegung nicht vorhanden wäre, indem die einen Theilchen an Bewegungsgröße nach der angenommenen Richtung eben so viel gewinnen als die andern verlieren. Eine Drehung um den Mittelpunkt der Masse ändert also die Geschwindigkeit nicht, mit welcher dieser Mittelpunkt in irgend einer Richtung fortschreitet; diese Geschwindigkeit ist diejenige, mit welcher alle Theilchen des festen Körpers in der nämlichen Richtung sich bewegen würden, wenn die Rotationsbewegung nicht vorhanden wäre.

§. 101. Princip von d'Alembert. Wenn ein System von Massentheilchen durch Kräfte, die unmittelbar auf sie einwirken, und die wir die a n r e g e n d e n Kräfte nennen wollen, in Bewegung versetzt wird, so können diese Theilchen wegen der zwischen ihnen bestehenden Verbindung entweder in einer anderen Richtung oder mit einer anderen Geschwindigkeit sich bewegen, oder es ist Richtung und Geschwindigkeit anders beschaffen, als wenn die Theilchen ganz frei, und nicht von einander abhängig wären; wir sehen dieß z. B. an einem zusammengesetzten Pendel, wo die Bewegung derjenigen Theilchen, die der Axe näher liegen, durch die Bewegung der weiter entfernten verlangsamt, und die der letzteren durch die Bewegung der ersteren beschleunigt wird. Es seien $v, v', v'' \ldots$ die Geschwindigkeiten, mit welchen die Theilchen $m, m', m'' \ldots$ sich bewegen würden, wenn sie frei wären; und $u, u', u'' \ldots$ diejenigen, welche sie bei der unter ihnen bestehenden Verbindung wirklich annehmen; da jede der anregenden Kräfte $mv, m'v', m''v'' \ldots$ sich in zwei Componenten zerlegen läßt, wovon die eine beliebig ist, so sei die eine Componente von mv sowohl der Größe als der Richtung nach gleich mu, und sie wird im Stande sein, die wirklich vorhandene Bewegung des Theilchens m zu erzeugen, es sei U die Geschwindigkeit, welche die andere Componente dem Massentheilchen m zu geben vermag. Auf gleiche Weise zerlegt man die anderen Kräfte $m'v', m''v'' \ldots$ in $m'u', m''u'' \ldots$ und in $m'U', m''U'' \ldots$ Die ersteren Camponenten erscheinen allein als wirksam, und wir wollen sie die ä q u i v a l e n t e n nennen, da sie für sich allein dieselbe Wirkung erzeugen, wie die anregenden. Die Componenten $mU, m'U', m''U'' \ldots$ tragen zu der wirklichen Bewegung der Theilchen nichts bei; sie rühren von den gewonnenen und verlorenen Geschwindigkeiten her, und müssen sich gegenseitig aufheben, oder wie man sagt, sich das Gleichgewicht halten; man hat daher nur die letzteren Kräfte zu bestimmen, und die Bedingung des Gleichgewichts für dieselben aufzustellen, um die Gesetze der durch die anregenden Kräfte erzeugten Bewegung des Systems kennen zu lernen. Nach diesem Principe, welches nach seinem Erfinder das d'A l e m b e r t'sche heißt, wird es häufig möglich, Probleme der Dynamik auf jene der Statik zurückzuführen.

Dieses Princip läßt sich auch in einer andern Form ausdrücken. Da mv die Resultante von mu und mU ist, so muß $-mv$ den Kräften mu und mU das Gleichgewicht halten; und nun ist jede der drei auf m einwirkenden Kräfte der Resultirenden der beiden andern gleich und gerade entgegengesetzt, daher ist

$-mU$ die Resultante von $-mv$ und mu,

folglich $+mU$ die Resultante von mv und $-mu$.

Auf gleiche Art wird ersichtlich gemacht, daß

$m'U'$ die Resultante von $m'v'$ und $-m'u'$,

$m''U''$ die Resultante von $m''v''$ und $-m''u''$

ist. Setzen wir diese Componenten an die Stelle der Kräfte mU, $m'U'$, $m''U''$ ..., so kann man das d'Alembert'sche Princip auch auf folgende Art ausdrücken: **Die anregenden Kräfte müssen den äquivalenten, aber diese in entgegengesetzten Richtungen genommen, das Gleichgewicht halten.**

Es seien an den Endpunkten eines feinen um eine fixe Rolle gehenden Fadens die ungleichen Massen m und m' aufgehängt, so erfolgt in Folge der Schwere eine Bewegung, wobei die größere Masse m vertical abwärts sinkt, und dabei die andere in die Höhe zieht; bezeichnen wir mit u und u' die Geschwindigkeiten, welche m und m' bei der unter ihnen bestehenden Verbindung in einer Secunde wirklich erhalten, und mit g diejenige, die jede in der nämlichen Zeit erlangen würde, wenn sie frei wäre; so sind $m(g-u)$ und $m'(g-u')$ die verlorenen Kräfte; da sich diese das Gleichgewicht halten müssen, und $u = -u'$, so ist

$$m(g-u) = m'(g+u),$$

$$(m-m')g = (m+m')u, \text{ und } u = \frac{(m-m')g}{m+m},$$

d. h. der in einer Secunde durch die Schwere erzeugte Zuwachs an Geschwindigkeit ist desto kleiner, je geringer der Unterschied und je größer die Summe der beiden Massen ist. Auf diese Art ist es möglich, den freien Fall dergestalt zu verlangsamen, daß man die den einzelnen Zeitsecunden entsprechenden Geschwindigkeiten, so wie die zurückgelegten Wege genau beobachten und auch richtige Resultate erzielen kann, da bei dieser geringen Geschwindigkeit der Luftwiderstand nur einen schwachen Einfluß äußert. Darauf beruht die Atwood'sche Fallmaschine zur Nachweisung der Gesetze des freien Falles.

Wäre $m = m'$, so halten sich die Massen das Gleichgewicht; versetzt man der einen Masse einen Stoß, der ihr, falls sie frei wäre, die Geschwindigkeit c gäbe, und geht nun wegen der bestehenden Verbindung die Bewegung beider mit der Geschwindigkeit u vor sich, so ist

$$m(c-u) = m'u, \text{ und}$$

$$mc = (m'+m)u, \text{ mithin}$$

$$u = \frac{mc}{m'+m}.$$

Wird ein freier fester Körper durch irgend eine Kraft P in fortschreitende Bewegung versetzt, und sind v, v', v'' die Geschwindigkeiten, mit welchen die unmittelbar getroffenen Theilchen die Bewegung angetreten hätten, wenn sie frei und nicht mit anderen verbunden wären, und u, u', u'' ... jene, mit welchen die Massentheilchen des Körpers in Folge der zwischen ihnen bestehenden festen Verbindung sich wirklich bewegen, so muß nach dem Princip von d'Alembert zwischen den anregenden Kräften mv, $m'v'$, $m''v''$ ... und den äquivalenten $-mu'$, $-m'u'$, $-m''u''$ ... das Gleichgewicht herrschen; somit muß die Resultante

der ersteren der Resultante der letzteren Kräfte gleich und der Richtung nach gerade entgegengesetzt sein. Die Resultante der äquivalenten Kräfte geht durch den Mittelpunkt der Masse, weil die fortschreitende Bewegung eines freien festen Körpers stets in der Art vor sich geht, wie wenn die Resultante der Kräfte den Mittelpunkt der Masse allein zur Bewegung antriebe, folglich muß auch die Resultante der anregenden Kräfte, d. i. die Kraft P durch den genannten Punkt des Körpers gehen, und die Wirkung von P stets von der Art sein, als ob sie mit ihrer Richtung parallel unmittelbar auf den Mittelpunkt der Masse eingewirkt hätte. Demnach bringt ein excentrischer Stoß, d. i. ein solcher, dessen Richtung nicht durch den Mittelpunkt der Masse des gestoßenen Körpers geht, stets eine Bewegung hervor, wie wenn die stoßende Kraft auf diesen Punkt gewirkt hätte; weßhalb sich der Mittelpunkt der Masse, somit auch der ganze Körper in der Richtung des Stoßes fortschreitend bewegen wird; aber mit dieser fortschreitenden Bewegung ist auch eine drehende Bewegung um den Mittelpunkt vereinbar, die, weil von der Wirkung einer Kraft ohne Vorhandensein eines Hindernisses nichts verloren gehen kann, jedesmal eintreten wird, wenn die Wirkung der Kraft nicht von der Art ist, daß bei festgehaltenem Mittelpunkte der Körper in Ruhe bleiben müßte; letzteres tritt sicher nicht ein, wenn eine einzige Kraft auf einen Körper einwirkt, und ihre Richtung nicht durch den Mittelpunkt der Masse geht, denn sie bringt offenbar eine Drehung um eine Axe hervor, die durch diesen Mittelpunkt geht, und auf der durch diesen Punkt und durch die Richtung der Kraft gelegten Ebene senkrecht steht. Daher erzeugt ein excentrischer Stoß bei einem Körper nicht bloß eine fortschreitende Bewegung, sondern auch eine Drehung desselben um eine Axe.

Befindet sich der Schwerpunkt einer Flintenkugel nicht im Mittelpunkte derselben, und sie wird durch die Kraft des Schießpulvers geworfen, so geräth sie in eine drehende Bewegung.

Wird z. B. eine Kugel, ein Rad oder ein Cylinder auf einer Ebene in eine fortschreitende Bewegung versetzt, so bewirkt die Reibung, daß die mit der Ebene in Berührung befindlichen Theilchen des Beweglichen zurückgehalten werden, und dadurch immer andere voran stehende Theilchen mit der Ebene in Berührung kommen, wodurch eine drehende Bewegung entsteht, bei welcher die Bewegung der obersten Theile mit der fortschreitenden übereinstimmt, die der sich reibenden aber in der entgegengesetzten Richtung geschieht. Die Reibung erscheint hier als eine bewegende Kraft, deren Stärke geeignet sein muß, den Körper um eine Axe zu bewegen, die durch den Mittelpunkt der Masse geht und auf der durch diesen Punkt und die Richtung der Kraft gelegten Ebene senkrecht steht; ist die Reibung nicht so groß, so wird sich der Körper über der Ebene gleitend bewegen.

Bei den Locomotivmaschinen werden durch die Dampfkraft zwei, auf einer gemeinschaftlichen Axe festgekeilte Räder, die man T r e i b r ä d e r nennt, nur in eine drehende Bewegung versetzt; allein indem dabei die Reibung zwischen den Treibrädern und den Eisenbahnschienen die Bewegung der mit den Schienen in Berührung befindlichen Radtheile verzögert, müssen in Folge der Drehung höher liegende Theile des Rades mit anderen Theilen der Schienen in Berührung kommen, wodurch eine fortrückende Bewegung der Radaxe und damit des ganzen Locomotivs sammt dem Train bewirkt wird. Die fortschreitende Bewegung erscheint hier als Wirkung der drehenden Bewegung der Treibräder und der Reibung; letztere nimmt mit dem Drucke der Treibräder gegen die Schienen zu, und muß so stark sein, als die zur Fortschaffung des Trains nöthige Zugkraft erheischt. Wäre diese Reibung kleiner als diese Kraft, so würden die Räder um ihre Axen sich drehen, aber die Maschine mit der angehängten

Ladung nicht vorwärts bewegen. Sind die Schienen rein und trocken, so ist der Reibungscoefficient $\frac{1}{7}$ bis $\frac{1}{6}$ von der ganzen Last; sind sie feucht oder schmierig, nur $\frac{1}{12}$ oder $\frac{1}{16}$; hieraus folgt, daß im letzteren Falle die Zugkraft des Locomotivs kleiner ist.

§. 102. Bewegung eines Massentheilchens in einer ebenen krummen Linie in Folge der Einwirkung einer momentanen Kraft. Eine krumme Linie entsteht, wenn sich ein materieller Punkt so bewegt, daß er nach Verlauf eines jeden unendlich kleinen Zeittheilchens seine Richtung unendlich wenig ändert; man kann die in solchen Zeittheilchen zurückgelegten unendlich kleinen Wege, wie ab, bc, cd . . . Fig. 102, welche nun als Bögen der krummen Linie erscheinen, als gerade mit den Tangenten dieser Bögen zusammenfallende Linien betrachten, wovon je zwei benachbarte unendlich kleine Winkel mit einander einschließen. Um die Beschaffenheit der Bewegung eines Massentheilchens m, das auf irgend eine Weise genöthigt ist, auf einer gegebenen krummen Linie zu bleiben, aber längs derselben sich ohne alles Hinderniß bewegen kann, kennen zu lernen, wollen wir zuerst den Fall betrachten, wo das Massentheilchen durch eine momentane Kraft mit der Geschwindigkeit v in der Richtung AB, Fig. 103, in Bewegung gesetzt, hierauf aber sich selbst überlassen wird; in B sei ein Hinderniß, welches das Bewegliche nöthigt, die Richtung BC zu nehmen. Offenbar wird das in B anlangende Theilchen m zufolge seines Beharrungsvermögens mit der Kraft mv die Bewegung in der Verlängerung von AB, d. i. in der Richtung BE fortzusetzen streben; man zerlege mv in zwei Componenten, wovon die erstere auf der BC senkrecht, und die andere mit ihr parallel ist. Setzt man den Winkel CBE $= \alpha$, so ist erstere in der Richtung BD wirkende $= mv \sin. \alpha$ und die andere in der Richtung BC thätige $= mv \cos. \alpha$; die erstere Kraft übt gegen das Hinderniß B einen normalen Druck aus und wird durch dessen Widerstand aufgehoben; somit bleibt nur die Kraft, die das Massentheilchen in der neuen Richtung BC treibt; heißt v′ die Geschwindigkeit, mit der dieß geschieht, so ist $v' = v \cos. \alpha$.

Fig. 102.

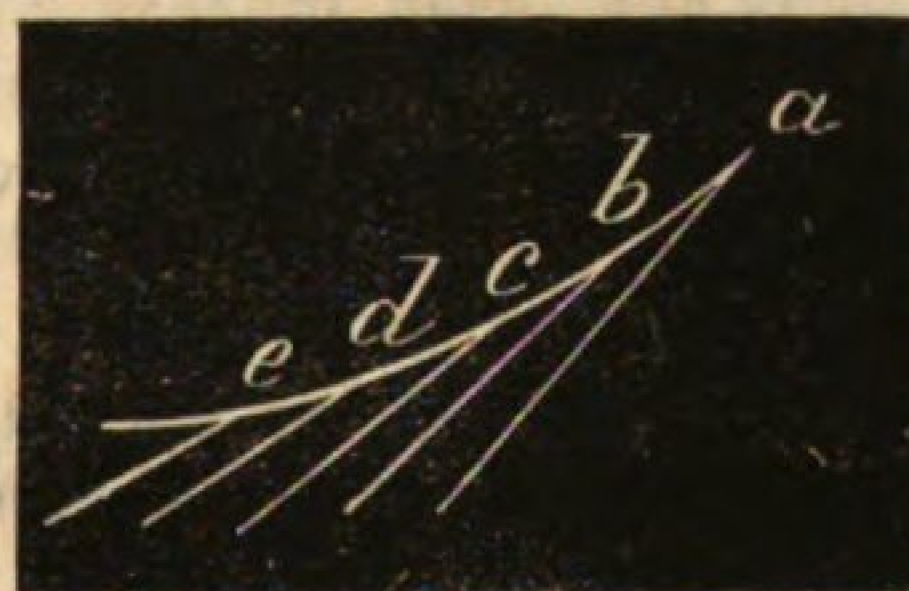
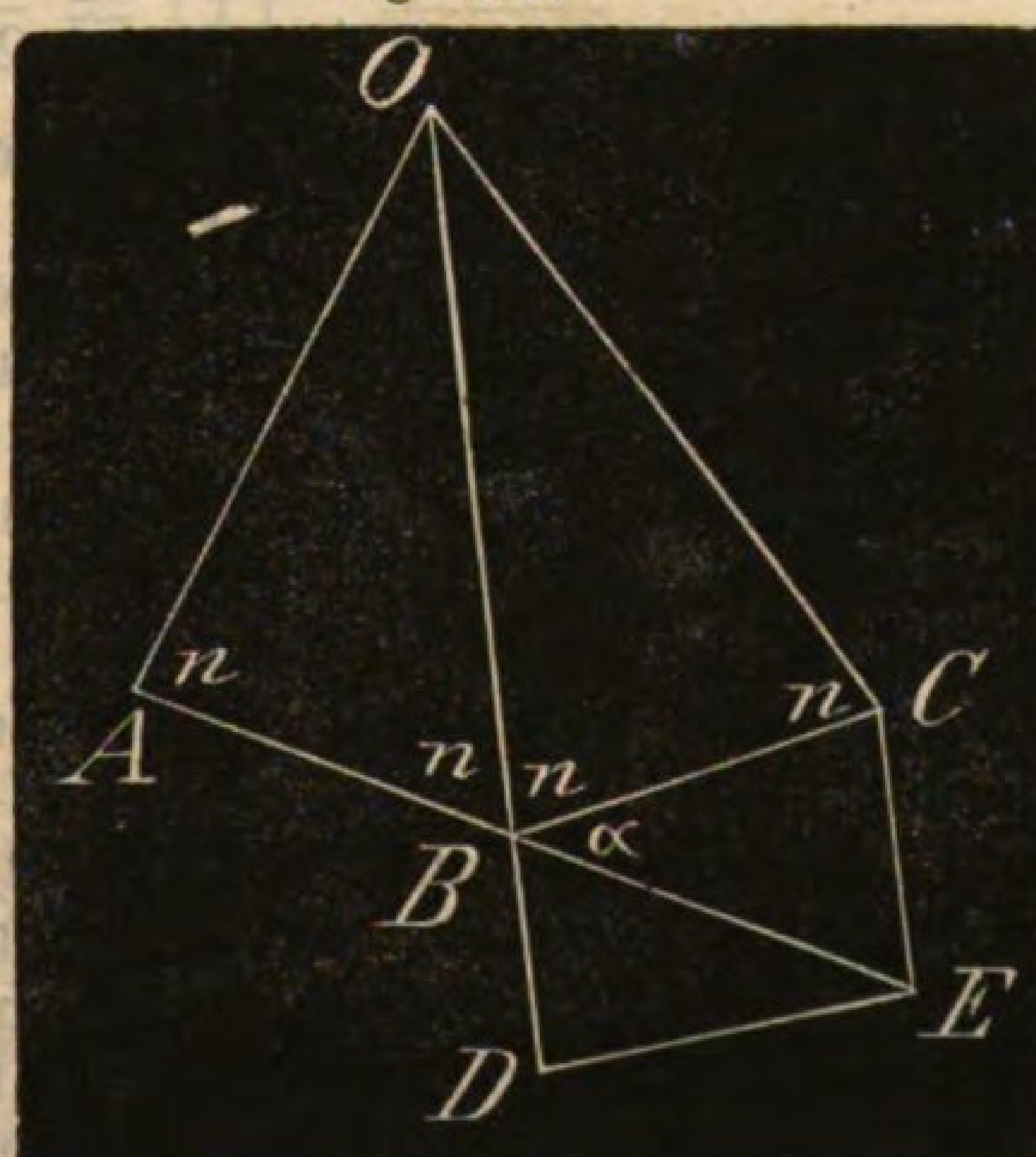


Fig. 103.



Der Verlust an Geschwindigkeit, welchen das Massentheilchen bei der Wendung in B erleidet, ist demnach gleich

$$v - v' = v - v \cos. \alpha = v\,(1 - \cos. \alpha) = v \sin. \text{vers.}\ \alpha.$$

Bezeichnet man mit b die Sehne des Bogens α, und beachtet die Eigenschaft des Kreises vom Halbmesser 1, vermöge welcher

$$\sin. \text{vers.}\ \alpha = \frac{b^2}{2},$$

so ist der Verlust an Geschwindigkeit

$$v - v' = \frac{v b^2}{2};$$

da $b < \alpha$, so ist auch $\frac{v b^2}{2} < \frac{v \alpha^2}{2}$, somit

der Verlust $v - v' < \frac{v \alpha^2}{2}$.

Ist nun der Winkel α unendlich klein, so ist der Verlust an Geschwindigkeit bei der Wendung in B kleiner als eine unendliche kleine Größe der zweiten Ordnung; eine solche Größe ist aber so beschaffen, daß sie auch dann, wenn sie unendlich viele Male zu sich selbst addirt wird; noch eine unendlich kleine Summe gibt, denn ist

$\alpha = \frac{1}{\infty}$, mithin $\alpha^2 = \frac{1}{\infty^2}$, so ist offenbar

$$\frac{v}{2\infty^2} \cdot \infty = \frac{v}{2\infty} \text{ d. h.}$$

wenn der Verlust an Geschwindigkeit sich auch unendlich viele Male wiederholen sollte, so bleibt er noch immer bezüglich der Geschwindigkeit v unendlich klein, mithin so viel als Null.

Ist nun das Massentheilchen genöthigt, längs einer krummen Linie sich zu bewegen, so muß es wohl ununterbrochen seine Richtung ändern; allein da die dabei vorkommenden Ablenkungen unendlich klein sind, so erscheint die Verminderung der Geschwindigkeit auch nach unendlich vielen Wendungen noch immer unmerklich, und die durch einen momentanen Stoß entstandene Bewegung bleibt somit stets gleichförmig.

Die zweite aus der Trägheit hervorgehende Componente ist $m v \sin. \alpha = m v \alpha$, weil α unendlich klein ist; sie übt an jeder Stelle der krummen Bahn einen normal gegen die Bahn gerichteten Druck oder Zug aus, und wird **Fliehkraft (Centrifugalkraft)** genannt; diese Kraft wirkt ununterbrochen, und ist somit eine continuirliche, jedoch eine veränderliche, da α bei einer und derselben krummen Linie veränderlich sein kann. Bezeichnen wir diese Fliehkraft mit f, so ist, wie jede continuirliche Kraft, sie mag constant oder veränderlich sein, nach §. 98

$$f = m \frac{\gamma}{\tau}$$

wo γ die in dem Zeittheilchen τ in Folge der Thätigkeit der Kraft

erhaltene Geschwindigkeit bedeutet; diese Geschwindigkeit ist in dem vorliegenden Falle $= v\alpha$, mithin ist

$$f = m \frac{v\alpha}{\tau}.$$

Stellen wir uns unter AB und BC zwei unendlich kleine, in zwei aufeinanderfolgenden Zeittheilchen τ vom Beweglichen durchlaufene, mithin einander gleiche Bogenstücke der krummen Bahn vor, so geben sie auch die Richtungen zweier auf einander folgenden Tangenten an, die den unendlich kleinen Winkel α einschließen. Man ziehe durch die unendlich nahe an einander liegenden Punkte A, B, C einen Kreis, dessen Mittelpunkt O und dessen Halbmesser $= r$ ist; dieser Kreis kommt im Punkte B der krummen Bahn näher als jeder andere, sie in B berührende Kreis, weßhalb er zur Bestimmung der Krümmung der Bahn im Punkte B dient, und Krümmungskreis genannt wird. Die Kreisbögen AB und BC können als zusammenfallend mit den Bögen der krummen Bahn betrachtet werden. Ist BE der Weg, welchen der in B sich selbst überlassene Körper in folgenden Zeittheilchen τ vermöge seiner Trägheit beschrieben hätte, so ist $BE = AB = BC$; man verbinde E mit C, und berücksichtige, daß die Dreiecke AOB und BOC congruent und gleichschenkelig, somit die Winkel an den Grundlinien AB und BC einander gleich sind; nun ist

$$\alpha = 180 - ABC = 180 - 2n, \text{ und } BOC = 180 - 2n,$$

folglich $BOC = \alpha$.

Da nun $BC = v\tau$, aber auch $BC = r \, . \, BOC = r\alpha$;

so ist $\alpha = \frac{v\tau}{r}$, mithin

$$f = \frac{mv^2}{r}$$

d. h. die Fliehkraft ist der Masse und dem Quadrate der Geschwindigkeit direct und dem Krümmungshalbmesser umgekehrt proportionirt. Geht die Bewegung in einem Kreise vor sich, so ist r der Halbmesser desselben, da bei einem Kreise die Krümmung an allen Stellen gleich groß ist. Heißt t die Zeit, in welcher das Bewegliche im Kreise einen Umlauf macht, so ist

$$2\pi r = vt, \text{ mithin } f = \frac{4\pi^2 mr}{t^2}.$$

Das Hinderniß, welches das Bewegliche in der krummen Bahn zu bleiben nöthiget, muß offenbar mit einer Gegenkraft wirken, welche die Fliehkraft in jedem Momente aufzuheben vermag. Dieses Hinderniß kann entweder der Widerstand eines festen Körpers, z. B. einer Rinne, oder einer Schnur sein, die das Bewegliche an einem Ende festhält, während das andere Ende in einem fixen Punkte befestigt ist; oder es ist die von einem Punkte aus wirkende Anziehungskraft (Centripetalkraft).

Bei der Bewegung des Beweglichen m' in einem andern Kreise vom Halbmesser r' bei der Umlaufszeit t' hat man:

$$f = \frac{4\pi^2 m' r'}{t'^2},$$

$$\text{mithin } f : f' = \frac{mr}{t^2} : \frac{m'r'}{t'^2}.$$

Sind die Umlaufszeiten gleich, so ist

$$f : f' = mr : m'r';$$

sollen die Fliehkräfte gleich sein, so muß auch

$$mr = m'r', \text{ mithin } m : m' = r' : r,$$

d. h. die Massen müssen sich zu einander verhalten, wie umgekehrt die Halbmesser der Kreise, in denen sie sich bewegen. Ist $m = m'$, und $t = t'$, so ist

$$f : f' = r : r'$$

d. h. die Fliehkräfte zweier in Kreisen sich bewegenden Massen von gleicher Größe und Umlaufszeit verhalten sich wie die Halbmesser dieser Kreise. Diese Gesetze pflegt man auch praktisch an einer sogenannten Centrifugalmaschine zu versinnlichen.

Bei der Runkelrübenzuckerfabrikation macht man gegenwärtig eine wichtige Anwendung von den Fliehkräften, indem man die krystallisirte, aber von der Mutterlauge stark verunreinigte Zuckermasse in cylindrische Gefäße bringt, deren Wände feine Löcher haben, durch die wohl die Theilchen der Mutterlauge, aber nicht die Zuckerkrystalle durchgehen können. Werden die Cylinder schnell gedreht, so werden die den Krystallen anhängenden Theilchen der Mutterlauge in Folge der sich entwickelnden Fliehkräfte weggetrieben, und die Krystalle bleiben an den Wänden rein und weiß zurück.

Fig. 104.



Eine Bleikugel, die in eine durch die Fig. 104. dargestellte Blechrinne, wo der Halbmesser des Ringes beiläufig nur $\frac{1}{10}$ von der ganzen Fallhöhe beträgt, in der gehörigen Höhe gelegt wird, durchläuft die ganze Bahn, indem sie bei der Bewegung im Kreise durch die Fliehkraft an die Bahn so stark angedrückt wird, daß sie nicht herabfallen kann. Darauf beruhen die englischen Centrifugalrutschbahnen. — Hängt man einen Körper vermittelst einer Schnur an die Axe einer horizontalen Scheibe, die in eine sehr schnelle drehende Bewegung versetzt wird, so erhält er auch eine schnelle Umdrehung und nimmt in Folge der Fliehkräfte, die sich dabei entwickeln, stets diejenige Lage an, in welcher er sich um seine kleinste Axe dreht; so z. B. nimmt eine Scheibe, an deren Rand eine Schnur festgemacht wird, eine horizontale Lage an; selbst ein Cylinder stellt sich bei großer Geschwindigkeit horizontal.

Vermöge der Fliehkraft strebt jedes Theilchen in der Ebene seiner Umdrehung, die bekanntlich auf der Drehungsaxe senkrecht steht, zu verbleiben; ist die Axe eine freie, so beharrt sie deßhalb in der Lage, welche sie im Anfange der Drehung erhalten hat. Eine solche stabile Lage hat auch die Erdaxe, wie es sich am besten mit Bohnenberger's Schwungmaschinchen, Fig. 105, nachweisen läßt. Dieses besteht aus einer Kugel, welche durch drei Axen, die in eben so viel Ringen angebracht sind, so befestigt ist, daß sie nach allen Seiten sich bewegen kann, so als wenn sie im Raume frei wäre; an der Axe, um welche die Kugel drehbar ist, befindet sich eine kleine Rolle, um die man einen festen Faden so herumwickelt, daß die letzte Windung sich von selbst löst; hierauf hält man den innersten Ring in einer schiefen Lage mit einer Hand, während man mit der andern den Faden anfangs langsam, dann rasch abzieht. Die Kugel wird dadurch in eine schnelle Drehung versetzt und man beobachtet, daß während der Dauer der Drehung die Lage der Axe bei jeder Veränderung in der Stellung der Maschine zu ihrer ursprünglichen Lage parallel bleibt. Diese

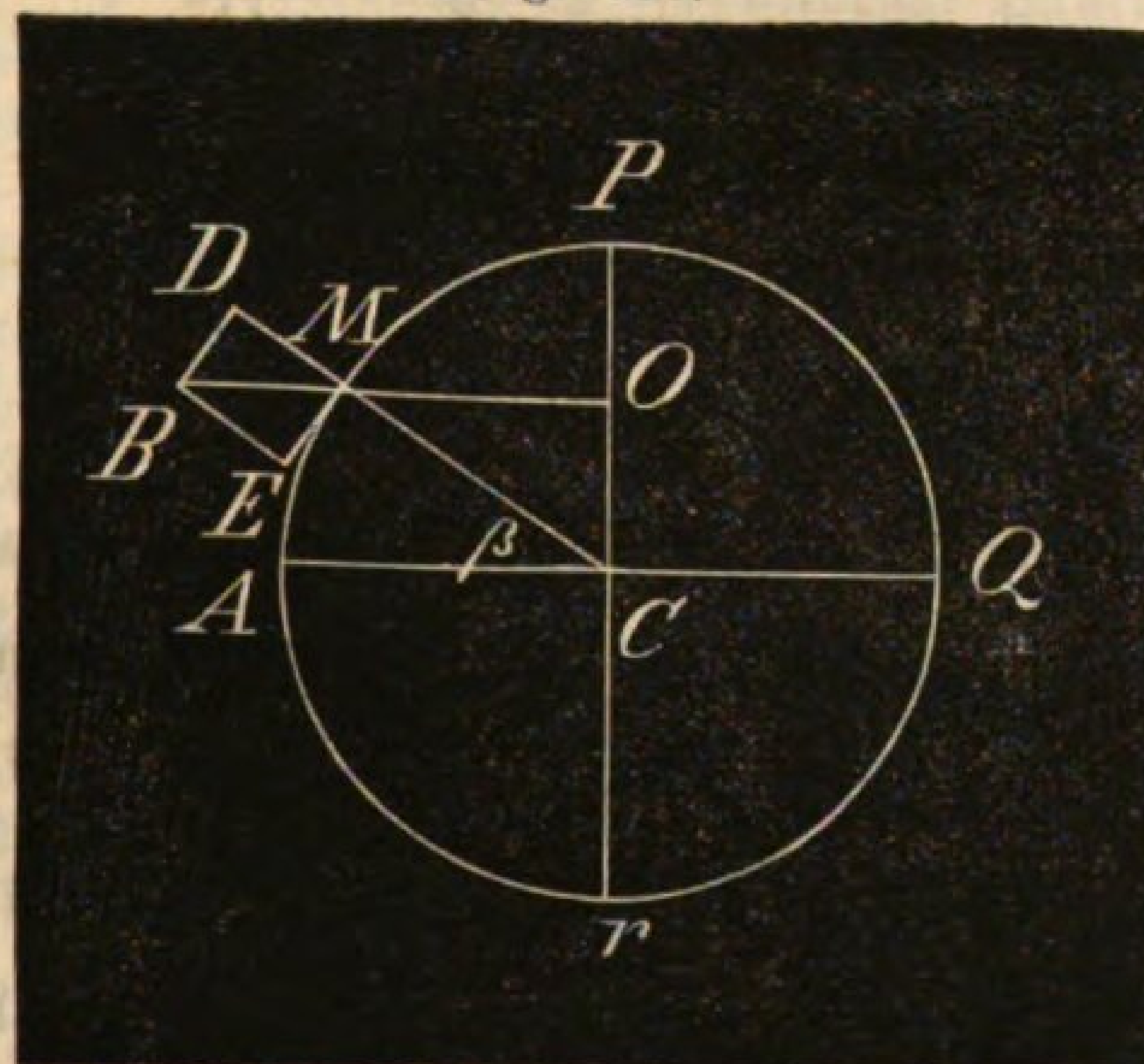
Fig. 105.



Stabilität in der Lage der Erdaxe ist die Ursache ihrer fixen Richtung nach dem Polarsterne, sowie auch der Wechsel der Jahreszeiten. — Bringt man an dem einen Pole ein Gewichtchen an, so findet man, daß während der Drehung die Axe sich langsam in einer der Umdrehung entgegengesetzten Richtung bewegt, und zwar desto langsamer, je schneller die Umdrehung vor sich geht.

§. 103. Einfluß der Axendrehung der Erde auf deren Gestalt und auf die Schwerkraft. Denken wir uns die Erde aus concentrischen Kugelschichten bestehend, deren jede gleichförmig dicht ist, so hat die Schwerkraft, falls die Erdkugel in Ruhe ist, an allen Orten die Richtung des Halbmessers und die nämliche Stärke = G; allein die Erdkugel dreht sich gleichförmig um die Axe Pp, Fig. 106, wobei an allen rotirenden Orten eine Fliehkraft sich entwickelt, die der Schwerkraft mehr oder weniger entgegenwirkt, und sie daher vermindert, so daß diese nur an den Polen, die an der Umdrehung keinen Theil nehmen, mit ihrer ganzen Stärke G wirksam ist. Um den durch die Fliehkraft erzeugten Einfluß auf die Intensität der Schwerkraft für jeden Ort an der Erdoberfläche unter der Voraussetzung, daß die Erde ihre Kugelgestalt behalte, zu finden, sei AQ der Durchmesser des Aequators und F die hier durch die Rotation an jeder Stelle sich entwickelnde Fliehkraft einer Masseneinheit; da am Aequator die Fliehkraft der Schwerkraft gerade entgegengesetzt ist, so wird der noch actuelle Theil der letzteren g = G — F sein. An dem Orte M, dessen geographische Breite AM = β ist, und der bei der Axendrehung einen Kreis beschreibt, dessen Halbmesser MO = MC cos. β = r. cos. β ist, wirkt die Fliehkraft f in der Verlängerung von MO; drücken wir sie durch MB aus, und zerlegen sie in die Componente MD, welche, da sie der ursprünglichen Schwerkraft entgegenwirkt, die Größe der Verminderung derselben angibt, und in eine andere ME, die tangentiel zur Kugel wirkt, und auf die Schwere keinen Einfluß nehmen kann. Nun ist der Winkel DMB = MCA = β, mithin MD = f cos. β; bezeichnen wir mit g' die in M noch wirksam bleibende Schwerkraft, so ist

Fig. 106.



$$g' = G - f \cos. \beta;$$

da

$$F : f = AC : MO = 1 : \cos. \beta,$$

so hat man

$$f = F \cos. \beta, \text{ und } g' = G - F \cos.^2 \beta;$$

hieraus ergibt sich der Unterschied zwischen der Intensität der actuellen Schwerkraft am Aequator und in der geographischen Breite β bei gleichem Abstande vom Erdmittelpunkte

$$g' - g = F (1 - \cos.^2 \beta) = F \sin.^2 \beta. \quad (1)$$

d. h. die Schwerkraft nimmt vom Erdäquator gegen die Pole hin gerade so zu, wie das Quadrat des Sinus der geographischen Breite wächst, was auch mit der Erfahrung übereinstimmt.

Ist l die Länge eines Secundenpendels am Aequator, so ist bekanntlich (§. 106 in der Experimentalphysik),

$$g = \pi^2 l, \text{ aber}$$

$$F = \frac{4\pi^2 r}{t^2}$$

wenn t die Zeit ist, während welcher die Erde um ihre Axe eine Umdrehung macht; mithin

$$\frac{g}{F} = \frac{l t^2}{4r}.$$

Da nur r = 6,366.200 Meter, l = 991 Millimeter, t = 86164 Secunden mittlerer Sonnenzeit, so ist

$$\frac{g}{F} = 289 = 17^2 \quad (2).$$

Heißt v die Umdrehungsgeschwindigkeit am Aequator, so ist $F = \frac{v^2}{r}$; wäre aber daselbst die Umdrehungsgeschwindigkeit 17mal größer, so würde die Fliehkraft $F' = \frac{(17v)^2}{r} = 17^2 F$, folglich $g = F'$, d. h. die Fliehkraft würde der Schwerkraft gleich sein.

Die Pendelbeobachtungen lehren, daß $\frac{g}{F} = 200$ (3) ist; diese Abweichung von dem Ergebnisse der Rechnung kommt daher, daß die Gestalt der Erde nicht vollkommen kugelförmig, sondern an den Polen abgeplattet ist. Diese Abplättung bildete sich in Folge der bei der Axendrehung entstehenden Fliehkräfte, indem diesen Kräften die leicht beweglichen Theilchen flüssiger, weicher und biegsamer Körper leicht Folge leisten, die Erde aber einst im flüssigen Zustande sich befand, und noch immer großentheils an den Polen und am Aequator mit Wasser bedeckt ist. Die Fliehkraft schließt an jedem Orte außerhalb des Aequators, wie z. B. in M mit der Schwerkraft einen Winkel ein, und es ergibt sich aus der gleichzeitigen Wirksamkeit beider gegen ein Massentheilchen eine Resultirende, die als die actuelle Schwere zu betrachten ist, deren Richtung aber von jener der ursprünglichen Schwere, nämlich von der des Erdhalbmessers ein wenig abweicht; da im Gleichgewichtszustande die Richtungen der Kräfte, die auf die Oberfläche einer Flüssigkeit wirken, auf dieser Oberfläche senkrecht stehen müssen, so mußte die Erde eine solche Aenderung in der Gestalt annehmen, bei welcher die actuellen von der Richtung der Halbmesser abweichenden Schwerkräfte auf der Oberfläche senkrecht zu stehen kommen, dieß tritt nun bei der sphäroidischen (durch Umdrehung einer Ellipse um ihre kleine Axe entstehenden) Gestalt, welche die Erde besitzt, auch wirklich ein.

Aus der Gleichung (3) folgt $F = \frac{g}{200}$ oder genauer $F = 0{\cdot}0052\, g$, mithin ergibt sich aus (1)

$$g' = g\,(1 + 0.0052\,\sin.^2\beta),$$

wo $g = 30.1086$ Pariser Fuß die Accelleration am Aequator angibt.

Da der Druck oder Zug eines schweren Körpers mit der Entfernung vom Aequator zunimmt, während die Elasticität unverändert bleibt, so wird der Zeiger einer Federwage oder eines Kraftmessers durch denselben Körper in größeren Breiten weiter an der Scala geführt, wie dieß an dem nämlichen Orte nur durch Vermehrung der drückenden oder ziehenden Masse geschieht; daher erscheint dann das Gewicht größer, als es an einer gewöhnlichen Wage gefunden wird. — Die gewöhnlichen Wagen geben in jeder Breite das Gewicht richtig an, weil die Zunahme des Gewichtes im gleichen Maße sowohl bei dem abzuwägenden Körper, als bei dem Gegengewichte stattfindet.

§. 104. Drehende oder rotirende Bewegung. Bewegt sich ein Körper in der Weise, daß ein mit ihm unveränderlich verbundener Punkt beständig in Ruhe bleibt, so sagt man: er drehe sich um einen Punkt; dabei bleibt jedes Körpertheilchen stets in demselben Abstande von dem ruhenden Punkte, und bewegt sich somit an der Oberfläche einer Kugel, deren Centrum dieser fixe Punkt ist. — Bleibt während der Bewegung eines Körpers eine mit ihm unveränderlich verbundene gerade Linie fortwährend in Ruhe, so sagt man: er drehe sich um diese Gerade, welche dann Drehungsaxe oder schlechtweg Axe heißt. Bei der Drehung um eine Axe beschreibt jeder Punkt des Körpers einen auf der Axe senkrecht stehenden Kreis, dessen Mittelpunkt in dieser Axe liegt und dessen Halbmesser dem Abstande des bewegten Punktes von der Axe gleich ist; die Bögen, die in der nämlichen Zeit von den einzelnen Körpertheilchen beschrieben werden, entsprechen gleichen Centriwinkeln, und sind somit ähnliche Bögen, die gleich viel Grade, Minuten und Secunden zählen. Ist φ der Centriwinkel, der den in der Zeit t zurückgelegten Bögen entspricht, und ist s der Bogen, den ein in der Entfernung r abstehendes Körpertheilchen m in dieser Zeit zurücklegt, so ist

$$s = r\varphi.$$

Geht die Drehung in der Weise vor sich, daß φ und somit auch s in demselben Verhältnisse wächst, wie die Zeit, so heißt sie eine gleichförmige, und dann ist $\frac{s}{t}$ die Geschwindigkeit v, mit welcher das Theilchen rotirt. Der Ausdruck $\frac{\varphi}{t}$ heißt die Winkelgeschwindigkeit, die eben so wie φ für alle Theilchen denselben Werth hat, und bei der gleichförmigen Rotation unverändert bleibt. Setzt man $\frac{\varphi}{t} = w$, so erhält man aus

$$\frac{s}{t} = r\,\frac{\varphi}{t} \text{ die Gleichung } v = rw.$$

$$\text{und für } r = 1,\ v = w;$$

die Winkelgeschwindigkeit ist also diejenige, mit der sich ein von der Axe in dem Abstande 1 befindlicher Punkt bewegt.

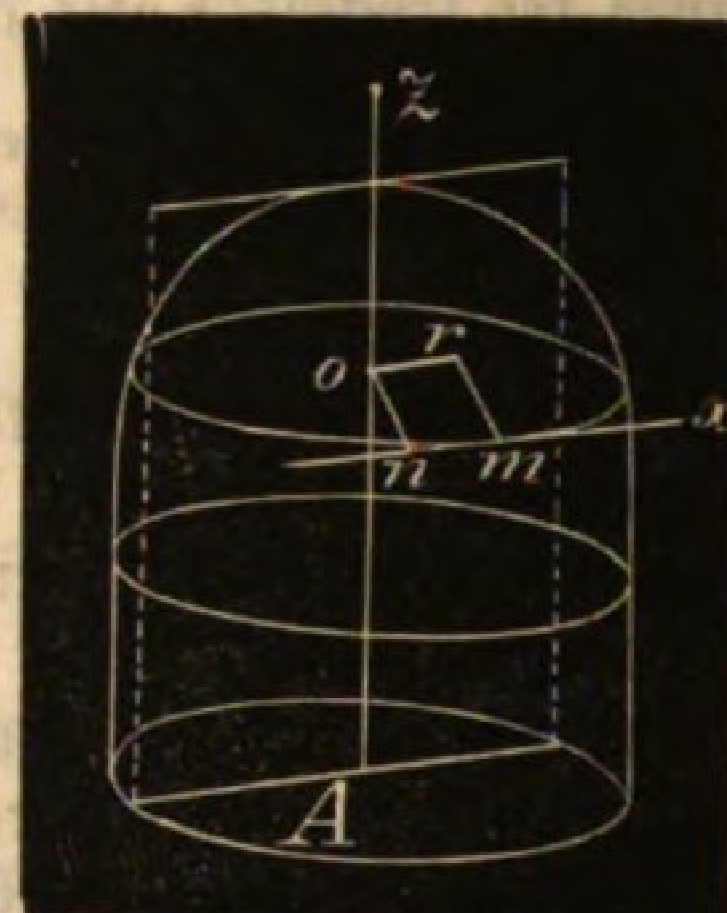
Das Gesetz der Drehung um eine Axe ist bekannt, sobald man einen Ausdruck für die Winkelgeschwindigkeit ermittelt hat, indem dann

sowohl die absolute Geschwindigkeit v, als der Weg für jedes Theilchen nach den Formeln

$$v = rw, \text{ und } s = rwt$$

berechnet werden kann.

Fig. 107.



Es sei Az Fig. 107, eine verticale Axe, um welche ein Körper gleichförmig mit der Winkelgeschwindigkeit w rotirt, r, r', r'' . . . seien die Halbmesser der Kreise, welche die Körpertheilchen m, m', m'' . . . dabei beschreiben, so sind rw, r'w, r''w . . . die absoluten Geschwindigkeiten dieser Theilchen, und mrw, m'r'w, m''r''w . . . sind die Kräfte, welche die Theilchen in Kreisen, mithin an jeder Stelle derselben in den Richtungen der Tangenten bewegen; folglich sind die Halbmesser r, r', r'' . . . die von den Drehungsmittelpunkten auf die Richtung der Kräfte gefällten Senkrechten und

$$m r^2 w, \; m' r'^2 w, \; m'' r''^2 w \; . \; . \; .$$

die Drehungsmomente dieser Kräfte.

Ist die Richtung der Kraft, welche auf das Theilchen m einwirkt, und der es folgen müßte, wenn es frei wäre, schief gegen die Axe, so kann man sie in zwei andere zerlegen, von denen eine zur Axe parallel, und die andere in der Ebene des von m beschriebenen Kreises wirkt; die erstere hat auf die Rotation keinen Einfluß, daher ist nur die zweite, deren Richtung mx ist, zu berücksichtigen. Ertheilt die letztere Kraft dem Theilchen m die Geschwindigkeit v, so ist mv die Größe dieser Kraft, und wenn on = f die von der Axe auf die Richtung mx gefällte Senkrechte ist, so ist mvf das Drehungsmoment dieser Kraft.

Auf dieselbe Weise ergeben sich die Drehungsmomente m'v'f', m''v''f'' . . . für die Kräfte, welche den als frei gedachten Theilchen m', m'' . . . die Bewegung mittheilen.

Nach dem Princip von d'Alembert muß die Summe der letzteren Kräfte, in der Richtung genommen, in welcher sie die Theilchen zur Bewegung anregen, der Summe der äquivalenten Kräfte, diese jedoch in entgegengesetzter Richtung genommen, das Gleichgewicht halten. Da sämmtliche Kräfte in Ebenen liegen, welche auf der Axe senkrecht stehen, und diese Ebenen zu drehen streben, deren Abstand von einander ohne Einfluß auf die Wirkung ist, und auch gleich Null sein kann; so ist die Wirkung dieselbe, als wenn alle diese Ebenen in eine einzige Ebene zusammenfallen möchten, das Gleichgewicht wird daher dann eintreten, wenn die Summe der Momente der Kräfte, welche den Körper nach einer Richtung zu drehen streben, gleich ist der Summe der Momente derjenigen Kräfte, welche die Drehung in entgegengesetzter Richtung zu bewirken suchen, mithin ist

$$m r^2 w + m' r'^2 w + m'' r''^2 w + \ldots = m v f + m' v' f' + m'' v'' f'' + \ldots$$

und

$$w = \frac{m v f + m' v' f' + m'' v'' f'' + \ldots}{m r^2 + m' r'^2 + m'' r''^2 + \ldots}$$

Betrachten wir nur den Fall, wo der Körper einen Stoß erhält, durch den seine Theilchen, wenn sie frei wären, mit gleichen Geschwindigkeiten

und in parallelen Richtungen sich bewegen würden, in welchem Falle $v = v' = v'' \ldots$ ist; denken wir uns durch die Axe eine Ebene gelegt parallel mit den Richtungen dieser Geschwindigkeiten, und fällen von m, m′, m″ . . . Senkrechte auf diese Ebene, wie z. B. mr, so ist offenbar $mr = on = f$; so sind auch die von andern Massentheilchen gefällten Senkrechten den Größen f′, f″ . . . gleich. Heißt F die vom Schwerpunkte des Körpers auf die genannte Ebene gefällte Senkrechte und M die Masse des Körpers, so hat man vermöge der Eigenschaft des Schwerpunktes

$$MvF = mvf + m'vf' + m''vf'' + \ldots$$

mithin ist in dem Falle, wo ein Körper in Folge eines einziges Stoßes in eine drehende Bewegung um eine Axe versetzt, dann aber sich selbst überlassen wird, und die Drehung in Folge seiner Trägheit fortsetzt,

$$w = \frac{v.MF}{mr^2 + m'r'^2 + m''r''^2 + \ldots}.$$

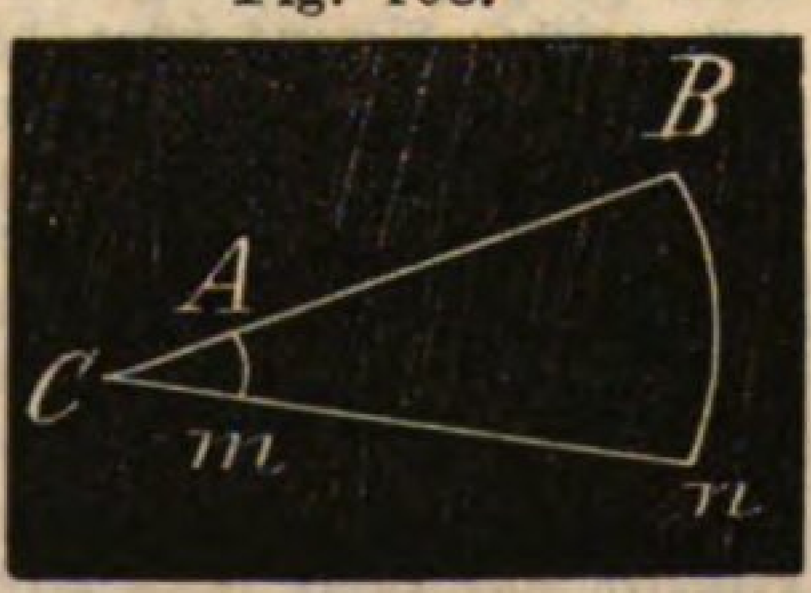
Der Zähler drückt das Drehungsmoment der Kraft aus, welche die Bewegung erzeugte; die im Nenner vorkommende Summe der Producte der Massentheilchen eines Körpers in das Quadrat ihrer Abstände von einer geraden Linie heißt das Trägheitsmoment des Körpers bezüglich dieser Linie; daher gibt der letzte Ausdruck an, daß die Winkelgeschwindigkeit gleich ist dem Drehungsmomente der anregenden Kraft, dividirt durch das Trägheitsmoment des um eine Axe rotirenden Körpers bezüglich dieser Axe.

Wird die Geschwindigkeit v nur einem Theile L des Körpers mitgetheilt, und ist F′ die Entfernung des Schwerpunktes dieses Theils von der Axe, so ist

$$w = \frac{LvF'}{mr^2 + m'r'^2 + \ldots}.$$

Wenn die drehende Bewegung ungleichförmig ist, so kann man sie doch während eines unendlich kleinen Zeittheilchens τ als gleichförmig annehmen, so daß, wenn v die Geschwindigkeit ist, die ein Massentheilchen in der Zeit t erlangt, der im folgenden Zeittheilchen τ beschriebene Bogen $\sigma = v\tau$, also $v = \frac{\sigma}{\tau}$ ist.

Fig. 108.



Zum besseren Verständnisse des Trägheitsmomentes wollen wir uns einen Stab vorstellen, der auf einem Tische liegend um eine verticale Axe C, Fig. 108, beweglich, und an dem in der Entfernung $AC = 1$ eine träge Masse m angebracht ist, die durch einen auf sie unmittelbar einwirkenden und senkrecht auf BC gerichteten Stoß in eine drehende Bewegung gesetzt wird, wobei sie in einer Secunde den Bogen $Am = w$ beschreibt; somit ist mw die Größe der Bewegung dieser Masse.

Um in der Entfernung $BC = r$ von der Axe die Masse m in eine Drehung von derselben Winkelgeschwindigkeit zu versetzen, müßte die Stoßkraft unmittelbar auf die Masse mit einer Stärke wirken, bei der in einer Secunde der Bogen $Bn = rw$ zurückgelegt wird, demnach müßte die Kraft $P = mrw$ sein; bliebe jedoch die Kraft am Punkte A wirksam und sollte der Masse in B die Winkelgeschwindigkeit w ertheilen, d. i. mit der Stärke mrw auf m wirken, so müßte sie zufolge der Theorie des Hebels sovielmal größer genommen werden, wie vielmal der Hebelarm AC kleiner als BC ist, mithin rmal, und daher $P = mr^2w$ sein. Das Drehungsmoment der rotirenden Masse in B, mithin auch das Bestreben, vermöge der Trägheit

in dieser Drehung zu beharren und gegen Hindernisse zu wirken, ist demnach $= mr^2 w$, also dem Ausdrucke mr^2 proportionirt, weßhalb mr^2 das Trägheitsmoment genannt wird. Wollte man die Masse in Ruhe versetzen, so müßte man immer mit dem Drehungsmomente mr^2w entgegen wirken. Bei Maschinen, wo entweder das Drehungsmoment der Kraft, oder die Größe des Widerstandes veränderlich ist, und dennoch die Bewegung gleichförmig vor sich gehen soll, bringt man ein Schwungrad an, d. i. ein Rad von einem großen Trägheitsmomente, das einmal in Bewegung gesetzt, fähig ist, zufolge der Trägheit seine Drehung lange fortzusetzen, selbst dann noch, wenn die bewegende Kraft zu wirken aufhört; daher ist es vorzüglich geeignet, in den kurzen Zeiträumen, wo die Kraft schwächer oder der Widerstand stärker wird, seine Bewegung bei unveränderter Geschwindigkeit zu erhalten, und auch die mit ihm verbundenen Räder in gleichförmiger Bewegung umherzutreiben. — Die höhere Analysis lehrt, daß das Trägheitsmoment eines Cylinders von der Masse M und dem Halbmesser r bezüglich dessen geometrischen Axe gleich ist $\frac{Mr^2}{2}$ mithin wird ein Cylinder durch ein gegebenes Drehungsmoment dergestalt in Rotation versetzt, als ob seine halbe Masse bloß in einem Punkte an seiner Oberfläche oder längs dieser Oberfläche gleichförmig vertheilt wäre. Dasselbe gilt von einer Scheibe und von einem Rade. Das Schwungrad muß daher ein Rad sein, das eine große Masse besitzt, und diese ziemlich weit von der Axe entfernt ist. — Das Trägheitsmoment eines Cylinders rücksichtlich einer durch seinen Schwerpunkt gehenden aber auf der geometrischen Axe senkrecht stehenden Drehungsaxe ist gleich $\frac{M}{12}(3r^2 + l^2)$, wo M die Masse und l die Länge des Cylinders ist.

Dreht sich eine Kugel gleichförmig um eine durch ihren Schwerpunkt gehende Axe und ist ihre Masse M, der Halbmesser r, so ist ihr Trägheitsmoment $= \frac{2}{5} Mr^2$.

Heißt Q das Drehungsmoment der Stoßkraft, welche die Drehung der Kugel erzeugte, so ist

$$w = \frac{5Q}{2Mr^2} \quad (1).$$

Die Erdkugel dreht sich um eine durch ihren Mittelpunkt gehende Axe, und zwar gleichförmig; diese gleichförmige Rotation hat die scheinbare gleichförmige Umdrehung der Himmelskugel um die Weltaxe zur Folge, bei welcher in Osten beständig neue Gestirne über den Horizont emporsteigen, während andere im Westen verschwinden, indem sie sich unter den Horizont senken. Die Zeit, in welcher die Erde sich einmal um ihre Axe dreht und die wir Tag nennen, ist genau gleich einem Sterntage d. i. der Zeit, in welcher ein Firstern einen vollen Umlauf macht; diese Zeit kennt man gegenwärtig recht genau, und findet sie vollkommen übereinstimmend mit jener, die sich aus alten zu Hipparch's Zeiten (200 Jahre vor Christi Geburt) angestellten Beobachtungen ergiebt; hieraus folgt, daß die Umdrehungsgeschwindigkeit der Erde gegenwärtig genau die nämliche ist, wie vor 2000 Jahren, und daß daher, wie aus der Formel (1) ersichtlich ist, der Erdhalbmesser in diesem langen Zeitraume keine Veränderung erlitten hat, woraus sich weiter schließen läßt, daß sich die mittlere Temperatur der Erdkugel seit Hipparch's Zeiten nicht merklich geändert hat; denn hätte sie sich auch nur um $^1/_{10}$ geändert, so wäre in Folge der dadurch erzeugten, wenn auch sehr geringen Aenderung des Erdhalbmessers eine Veränderung der Umdrehungsgeschwindigkeit entstanden, die zwar an sich sehr gering wäre, aber in einem Jahre sich 365mal wiederholen und daher schon mehr Einfluß auf die Tagesdauer haben würde, als die vorhandenen Beobachtungen anzunehmen erlauben.

Ist a die Länge, b die Breite und M die Masse eines rechtwinkeligen gleichförmig dichten Parallelopipeds, so ist das Trägheitsmoment bezüglich einer durch seinen Schwerpunkt gehenden Axe $= \frac{M}{12}(a^2 + b^2)$.

Kennt man das Trägheitsmoment eines Körpers von der Masse M bezüglich einer durch den Schwerpunkt desselben gehenden Axe, das wir mit K bezeichnen wollen, so läßt sich dasselbe in Beziehung auf eine andere zu der ersteren parallele bestimmen,

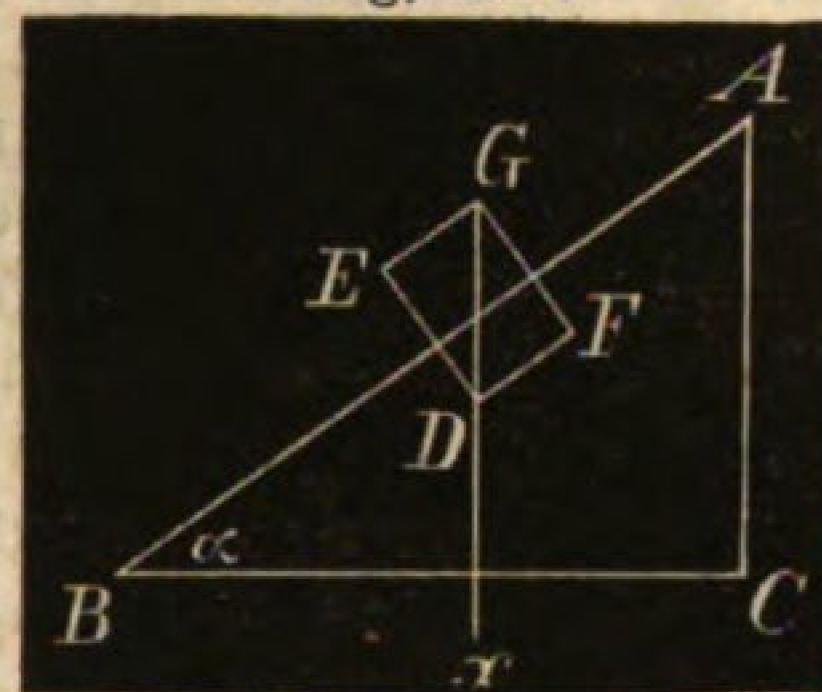
wenn die Entfernung a der zweiten von der ersten bekannt ist. Nennt man das zweite Trägheitsmoment K' so ist

$$K' = K + Ma^2 = M\left(\frac{K}{M} + a^2\right)$$

(Kunzek's Studien aus der höheren Physik über die Bestimmung der Trägheitsmomente, pag. 180.)

§. 105. Bewegung der Körper auf einer schiefen Ebene. Ist G, Fig. 109, der Schwerpunkt, m die Masse und die Verticale GD = mg das Gewicht eines Körpers, ABC der verticale durch G gehende Durchschnitt einer schiefen Ebene, und man zerlegt GD in eine auf AB senkrechte und in eine zu AB parallele Componente, so wird ersichtlich, daß die Kraft GF nur einen Druck gegen die schiefe Ebene ausübt, aber durch den Widerstand derselben aufgehoben, dagegen die Componente GE den Körper längs der schiefen Ebene bewegen wird; man nennt die erste Componente die drückende Kraft; die zweite die relative Schwere. In dem rechtwinkeligen Dreiecke GED ist der Winkel EDG = α, d. i. dem Neigungswinkel der schiefen Ebene, da die Schenkel gegenseitig auf einander senkrecht stehen; mithin ist

Fig. 109.



$$EG = mg \sin. \alpha, \text{ und } GF = mg \cos. \alpha.$$

Heißt f die durch die relative Schwere erzeugte Beschleunigung, so ist EG = mf, mithin f = g sin. α das Maß der beschleunigenden Kraft, die offenbar als eine constante erscheint, indem während der Bewegung des Körpers auf der schiefen Ebene der Neigungswinkel α sich nicht ändert, und die Aenderungen im Werthe von g bei Annäherung des Körpers an den Erdmittelpunkt unmerklich sind; deßhalb ist die Bewegung eine gleichförmig beschleunigte, und erfolgt genau nach denselben Gesetzen, nach welchen der freie Fall oder die Bewegung schwerer Körper in verticaler Richtung vor sich geht, nur mit dem Unterschiede, daß der Werth der Accelleration auf der schiefen Ebene = g sin. α, im freien Falle aber größer, nämlich = g ist.

2. Setzt man die Länge AB = l, die Höhe AC = h, und berücksichtigt, daß sin. $\alpha = \frac{h}{l}$, so ist g sin. $\alpha = g\frac{h}{l}$.

Bezeichnen wir die Accelleration auf der schiefen Ebene mit g', die Dauer der Bewegung mit t', den zurückgelegten Weg mit s', und die der Zeit t' entsprechende Endgeschwindigkeit mit v', so hat man für die Bewegung auf der schiefen Ebene die Formeln:

$$v' = g't', \; s' = \frac{g't'^2}{2}, \; t' = \sqrt{\frac{2s'}{g'}} \text{ und } v' = \sqrt{2g's'}.$$

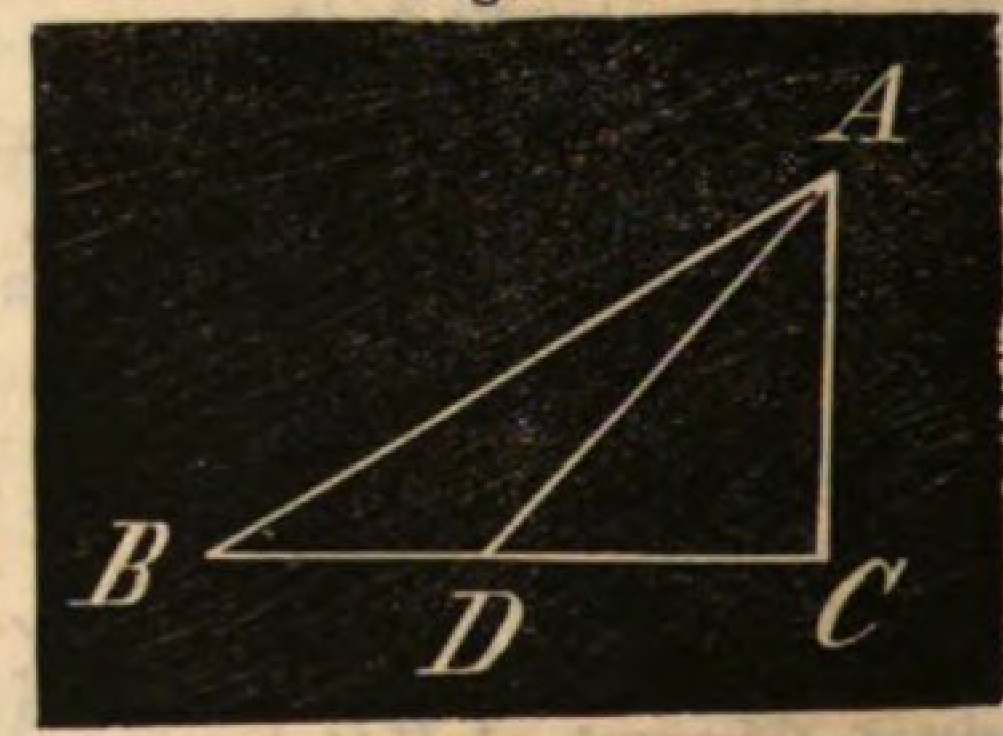
Frägt man, mit welcher Geschwindigkeit ein Körper, der am höchsten Punkte A, Fig. 110, der schiefen Ebene sich zu bewegen beginnt, am

Fuße B der schiefen Ebene ankomme; so hat man in der 4. Formel $s' = l$ zu setzen, und man erhält, wenn auch für g' der obige Werth $g\frac{h}{l}$ substituirt wird.

$$v' = \sqrt{2g'l} = \sqrt{2gh}$$

d. h. die Geschwindigkeit am Fuße der schiefen Ebene ist genau die nämliche wie im freien Falle, wenn die Fallhöhe der Höhe der schiefen Ebene gleich ist, der Neigungswinkel und mithin auch die Länge der schiefen Ebene mag groß oder klein sein. Läßt man z. B. drei Kugeln in A fallen, so daß die eine längs der verticalen AC, die zweite längs der schiefen Ebene AD und die dritte längs der AB sich bewegt, so kommen alle drei mit der nämlichen Geschwindigkeit auf der horizontalen Fläche BC an, allein die Zeit, die sie brauchen, ist verschieden; denn setzen wir in der Formel für t' den zurückgelegten Weg $s' = l$, und für g' seinen Werth, so erhalten wir

Fig. 110.

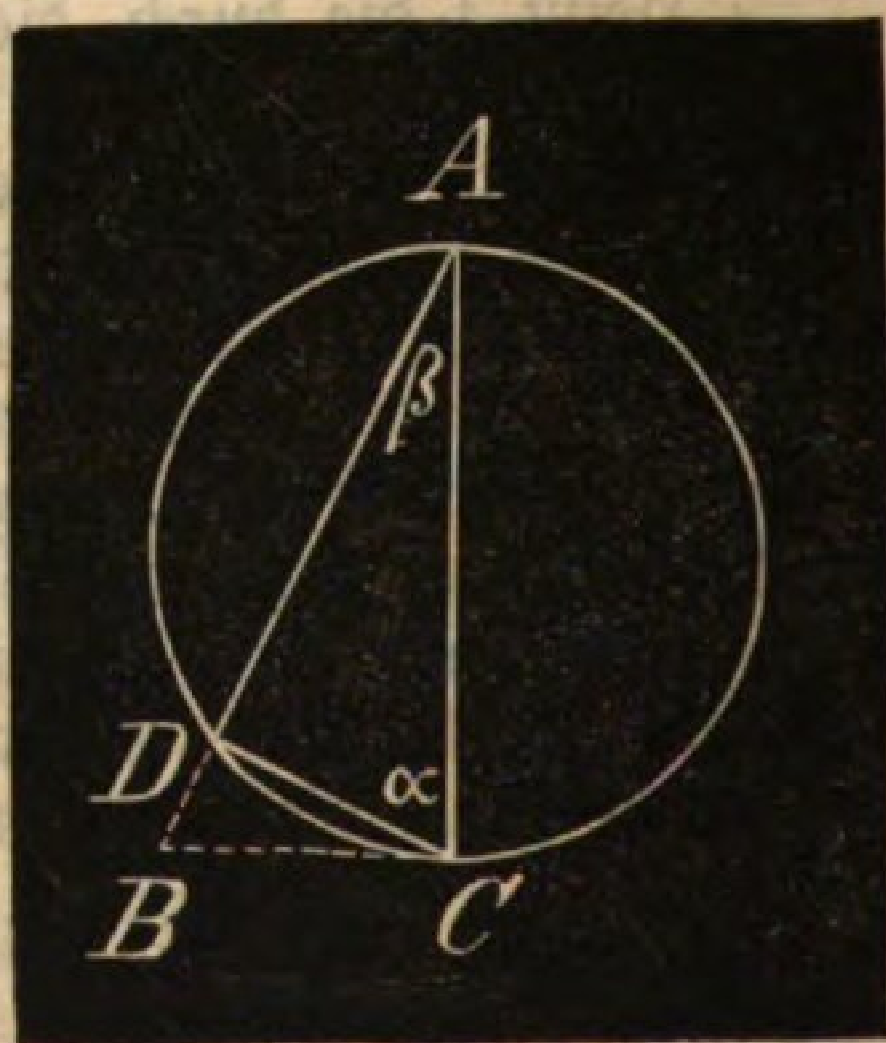


$$t' = \sqrt{\frac{2l^2}{gh}} = l\sqrt{\frac{2}{gh}}$$

woraus zu ersehen ist, daß die Dauer der Bewegung bei der nämlichen Höhe der Länge der schiefen Ebene gerade proportionirt ist.

3. Fällen wir von C, Fig. 111, auf die schiefe Ebene AB die Senkrechte CD und beschreiben um das rechtwinklige Dreieck ADC einen Kreis, als dessen Durchmesser die Verticale AC erscheint; heißt α der Winkel ACD, so ist $AD = AC \sin. \alpha$. Sucht man die Zeit t', welche ein Körper braucht, der auf der schiefen Ebene AB den Weg AD und die Zeit t, welche im freien Falle nöthig ist, um den Weg AC zurückzulegen, so ergibt sich

Fig. 111.



$$t' = \sqrt{\frac{2AD}{g'}} \text{ und } t = \sqrt{\frac{2AC}{g}}$$

setzt man nun für AD und g' ihre Werthe so ist.

$$t' = \sqrt{\frac{2AC \sin. \alpha}{g \sin. \alpha}} = \sqrt{\frac{2AC}{g}} = t$$

d. h. die Bewegung eines Körpers auf der schiefen Ebene zeigt uns die merkwürdige Eigenschaft, des Kreises (und der Kugel), daß nämlich ein durch Schwere bewegter Körper eben so viel Zeit braucht, längs einer Sehne AD herabzugleiten, als den verticalen Durchmesser AC zu durchlaufen. Solche Wege nennt man isochrone Wege; da der gefundene Ausdruck für t' von der Länge der Sehne unabhängig ist, so bleibt er für alle von A gezogenen Sehnen desselben Kreises gleich,

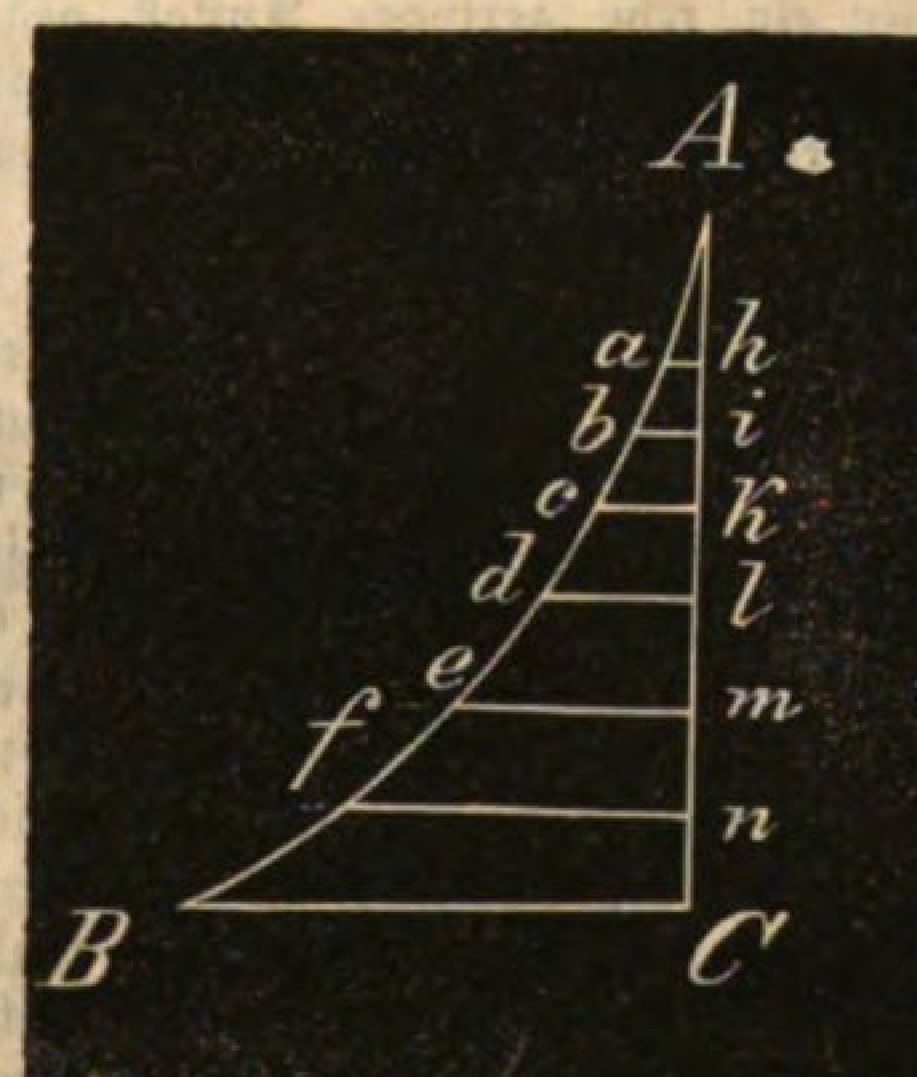
folglich sind alle vom obersten Endpunkte A des verticalen Durchmessers gezogene Sehnen mit AC isochron. Allein auch jede vom untersten Punkte C gezogene Sehne, wie z. B. DC wird in derselben Zeit von einem schweren Körper durchlaufen wie AC; denn DC bildet mit der Verticalen AC den Winkel α, folglich mit einer horizontalen den complementären Winkel DCB, der $= \beta$ ist; somit ist DC ein Stück einer schiefen Ebene mit dem Neigungswinkel β, auf der die Bewegung mit der Beschleunigung $g' = g \sin. \beta$ vor sich geht: heißt t'' die Zeit zum Durchlaufen der Sehne DC, so ist

$$t'' = \sqrt{\frac{2DC}{g \sin. \beta}}, \text{ und da } DC = AC \sin. \beta, \text{ so ist}$$

$$t'' = \sqrt{\frac{2AC}{g}} = t' = t.$$

4. Bewegt sich ein Massentheilchen vermöge seiner Schwere in der krummen Bahn AB, Fig. 112, so theilt man in dem verticalen Durchschnitte ABC, in welchem BC horizontal und AC vertical gezogen ist, den Bogen AB in solche kleine Theile Aa, ab, bc ..., daß man sie als gerade Linien betrachten kann, deren jede eine andere Richtung hat, welche jedoch von der Richtung der benachbarten Theile nur unendlich wenig abweicht; man kann diese Bogenstücke offenbar als Durchschnitte von schiefen Ebenen ansehen, deren Höhen sich ergeben, wenn man von den Theilungspunkten parallele zu BC zieht. Läßt man in A ein Massentheilchen fallen, so kommt es in a mit der Geschwindigkeit

Fig. 112.



$$v = \sqrt{2g \,.\, Ah}$$

an, und da es bei der Wendung in a von der Geschwindigkeit, mit der es daselbst ankommt, nichts verliert, so wächst die Geschwindigkeit während des Falles auf der zweiten schiefen Ebene ab genau so, wie wenn es in der Richtung der ersten schiefen Ebene Aa, oder in der verticalen hi die Bewegung fortgesetzt hätte. Heißt v' der während des Falles durch ab gewonnene Zuwachs an Geschwindigkeit, so ist

$v' = \sqrt{2g(Ah + hi)} - v$, mithin besitzt es in b die Geschwindigkeit:

$$v + v' = \sqrt{2g(Ah + hi)} = \sqrt{2g \,.\, Ai}.$$

Ist v'' die Geschwindigkeit, die das Massentheilchen während der Bewegung auf der schiefen Ebene bc von der Höhe ik gewinnt, und berücksichtigt man, daß auch bei der Wendung in b von der Geschwindigkeit $v + v'$ nichts verloren geht, so findet man für die Geschwindigkeit in c

$$v + v' + v'' = \sqrt{2g(Ah + hi + ik)} = \sqrt{2g \,.\, Ak} \text{ u. s. f.}$$

Nennt man V die Geschwindigkeit, mit der das Massentheilchen in B ankommt, so ist

$$V = v + v' + v'' + v''' + \ldots v^n = \sqrt{2g(Ah + hi + ik \ldots + nC)}$$

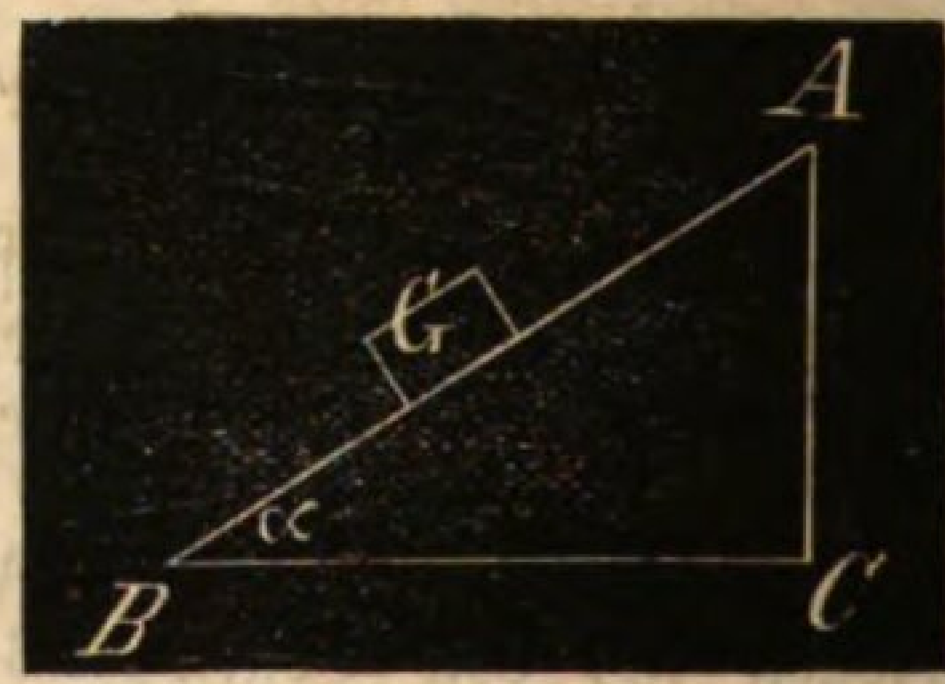
somit

$$V = \sqrt{2gAC}$$

d. h. die Geschwindigkeit ist dieselbe, als wenn das Massentheilchen im freien Falle die Höhe des Bogens AB zurückgelegt hätte.

Man bedient sich der schiefen Ebene öfters als Tribometer zur Ermittelung des Reibungscoefficienten für zwei sich an einander reibende Flächen, indem man eine zur unteren Fläche eines Körpers vom Gewichte Q, Fig. 113, macht, und diesen auf die zweite reibende Fläche AB stellt, welche zu einer schiefen Ebene, die um eine auf dem verticalen Durchschnitte ABC senkrecht stehende Axe B beweglich ist, eingerichtet wird; man vergrößert allmälig den Winkel ABC, bis er einen Werth $= \alpha$ erlangt, bei welchem die Größe der Reibung R der relativen Schwere gleich wird, wo dann ein sehr geringer Anstoß gegen den Körper ein gleichförmiges Herabgleiten desselben bewirkt. Man hat für diesen Fall

Fig. 113.



$$R = Q \sin. \alpha;$$

da aber die Reibung stets dem Normaldrucke proportionirt, dieser aber in dem gegebenen Falle gleich $Q \cos. \alpha$ ist, so hat man auch

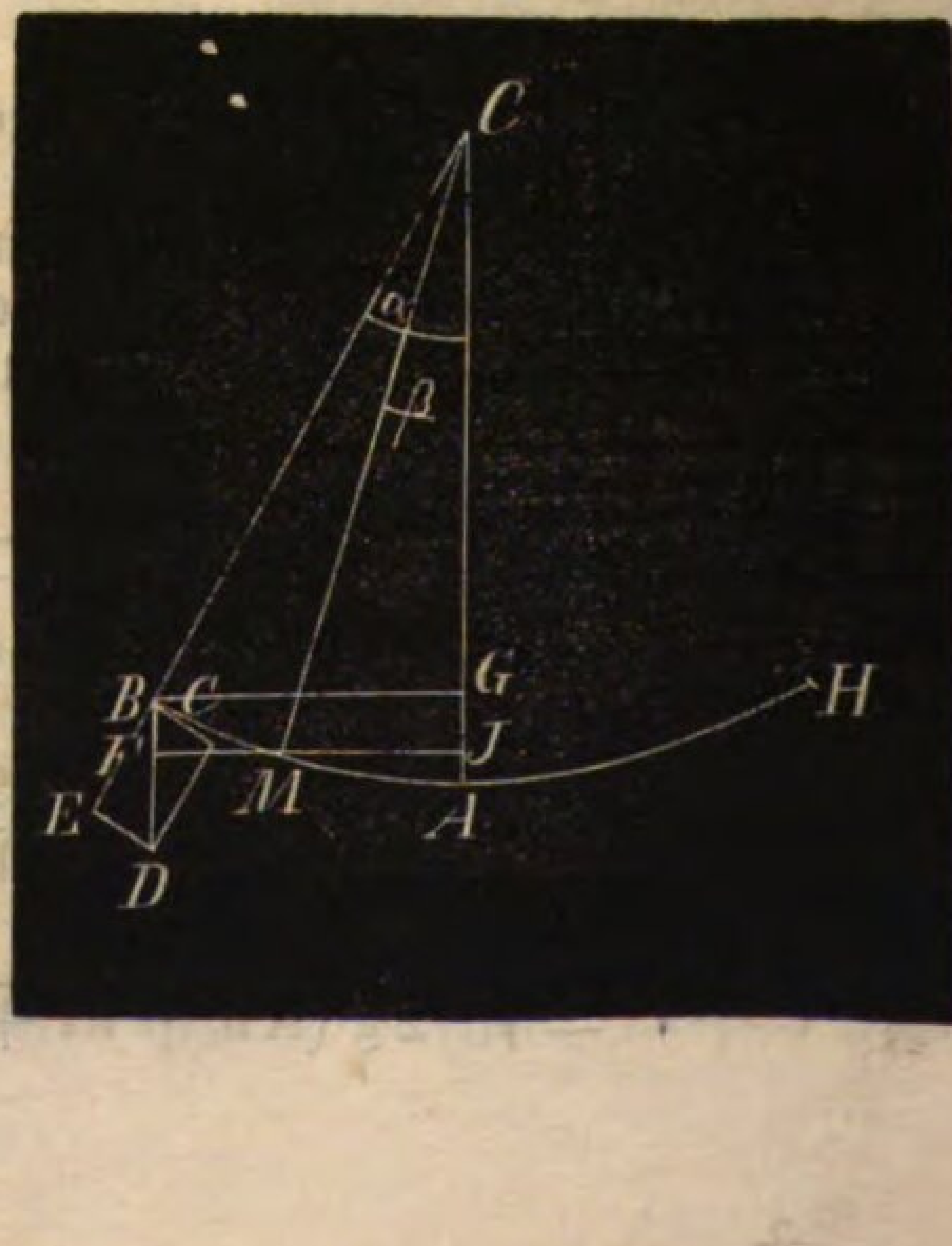
$$R = fQ \cos. \alpha, \text{ mithin } f = \text{tang. } \alpha$$

d. h. die Tangente des Neigungswinkels α gibt die Größe der Verhältnißzahl f, die man den Reibungscoefficienten nennt. — Gewöhnlich bestimmt man den Werth von f auf die Art, daß man eine ebene Fläche eines Körpers A horizontal und darauf den zweiten auch mit einer ebenen Fläche versehenen Körper B legt; den Körper B belastet man noch mit einem Gewichte, so daß er im Ganzen den normalen Druck $= Q$ auf die untere Fläche äußert; befestigt an ihm eine Schnur, die man horizontal über eine fixe Rolle führt, am Ende mit einer Wagschale versieht und legt in diese Wagschale so lange bekannte Gewichte, bis die Bewegung eben beginnt oder ein geringer Anstoß eine gleichförmige Bewegung veranlaßt, so ist das ziehende Gewicht der Größe der Reibung R gleich.

Heißt f die Verhältnißzahl, so ist

$R = fQ$, mithin $f = \frac{R}{Q}$ d. i. gleich der Größe der Reibung dividirt durch den Normaldruck.

Fig. 114.



§. 106. Einfaches Pendel.

1. **Größe der beschleunigenden Kraft.** Ein schweres Massentheilchen A, Fig. 114, das mittelst eines sehr feinen unausdehnbaren Fadens, dessen Gewicht und Trägheit bei der Bewegung unberücksichtigt bleiben kann, mit einem fixen Punkte C so verbunden ist, daß es sich um diesen Punkt bewegen kann, heißt ein einfaches Pendel; die Stellung des Gleichgewichts ist die durch C gehende Verticale AC, da nur

in dieser Stellung der verticale Zug der Schwere durch die Festigkeit des Fadens aufgehoben wird.

Ist $AC = BC = 1$ die Länge, m die Masse des einfachen Pendels, $ACB = \alpha$ der Winkel, den die schiefe Stellung des Pendels mit der verticalen Lage AC einschließt, so wird in der Lage BC das schwere Massentheilchen durch die Kraft $mg = BD$ vertical abwärts gezogen; zerlegt man diese Kraft in die Componenten BE, die in der Verlängerung von CB wirkt, und in BG, die darauf senkrecht steht, so ist klar, daß die erstere nur den Faden CB spannt, aber durch den Widerstand desselben und der Axe aufgehoben wird, die andere jedoch

$$BG = mg \sin. \alpha$$

eine Bewegung des Pendels erzeugt, und $g \sin. \alpha$ die Größe der beschleunigenden Kraft ausdrückt. Da α mit der Annäherung an die verticale Lage CA beständig bis Null abnimmt, so wird auch die Beschleunigung immer kleiner, daher die Bewegung ungleichförmig beschleunigt und das Maximum der Geschwindigkeit dann vorhanden sein, wenn das Pendel die verticale Lage erreicht hat.

2. Geschwindigkeit des Pendels für jeden Punkt der Bahn. Kommt das Pendel in M an, so hat es die Geschwindigkeit v, die der Fallhöhe BF entspricht, mithin

$$v = \sqrt{2g.BF}$$

oder, wenn man von B und M auf CA Senkrechte fällt,

$$v = \sqrt{2g.GJ} = \sqrt{2g(CJ - CG)}$$

Setzt man den Winkel $MCA = \beta$, so ist

$$v = \sqrt{2gl(\cos. \beta - \cos. \alpha)}.$$

Aus diesem Ausdrucke ist zu ersehen:

a) daß die Geschwindigkeit während der Bewegung von B nach A ungleichförmig wächst, indem dabei β abnimmt, mithin $\cos. \beta$ wächst, aber im geringeren Verhältnisse als der Winkel zunimmt.

b) In der verticalen Lage AC, wo $\beta = 0$ ist, wird v ein Maximum, und es ist

$$v = \sqrt{2g(1 - \cos. \alpha)};$$

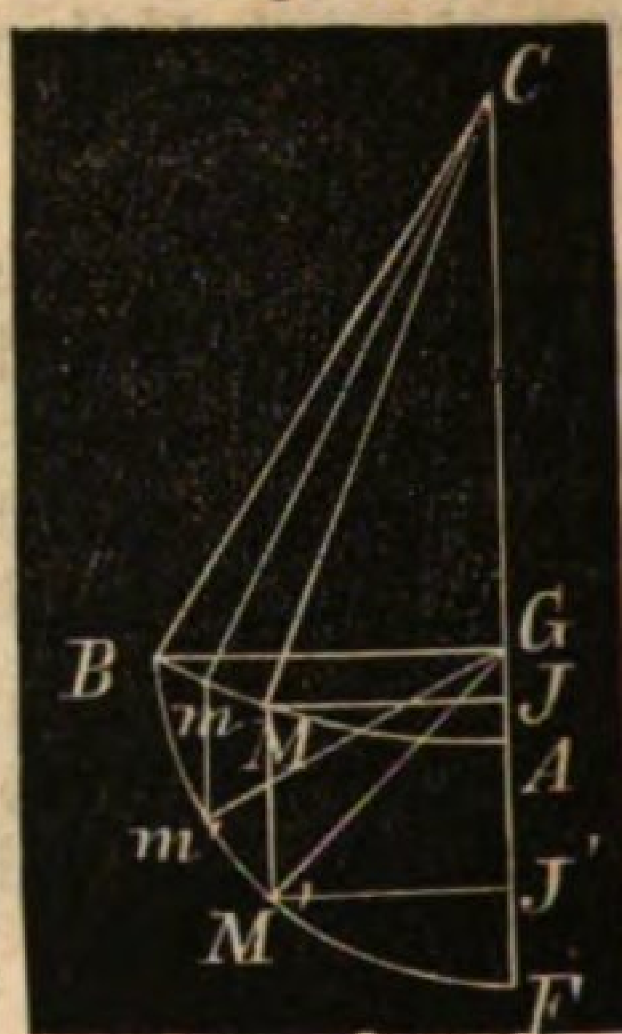
die Bewegung des Pendels wird nun in Folge der Trägheit auf der entgegengesetzten Seite von AC, wo β negativ ist, fortgesetzt.

c) Da $\cos. (-\beta) = \cos. \beta$, so bleibt der Ausdruck für die Geschwindigkeit im Bogen AH unverändert, und macht ersichtlich, daß während der Bewegung von A nach H, mithin bei zunehmendem Werthe von β die Geschwindigkeit immer stärker abnimmt, die Bewegung daher eine verzögerte und zwar eine ungleichförmig verzögerte wird, indem die Größe der Verzögerung beständig wächst; ferner, daß die Geschwindigkeit für gleiche positive und negative Werthe von β, also in gleichen Abständen von der verticalen Lage die nämliche ist.

d) Wird der Winkel $-\beta = \alpha$, mithin der Bogen $AH = AB$, d. h. hat sich das Pendel eben so hoch erhoben, wie hoch es auf der andern Seite gefallen ist, so ist offenbar $v = 0$; mithin muß

das Pendel umkehren, und sich wieder der verticalen Lage AC mit wachsender Geschwindigkeit nähern, hierauf von ihr auf der andern Seite mit abnehmender Geschwindigkeit sich entfernen, und falls keine Bewegungshindernisse vorhanden sind, wieder bis B sich emporheben. Die Bewegung von B durch A nach H, oder umgekehrt, nennt man eine **Schwingung**, die dazu erforderliche Zeit heißt **Schwingungsdauer**, und die Ebene ABC, in der das Pendel schwingt, **Schwingungsebene**.

Fig. 115.



3. **Die Dauer einer Schwingung** läßt sich, falls der Schwingungsbogen AB, Fig. 115, sehr klein ist, auf folgende (mir vom Prof. Joh. **Schenk** in Olmütz mitgetheilte) Art leicht ermitteln: Es sei τ das Zeittheilchen, während dem der unendlich kleine Bogen Mm mit der Geschwindigkeit $v = \sqrt{2\,g\,l\,(\cos.\,\beta - \cos.\,\alpha)}$ zurückgelegt wird; ε sei der dem Bogen Mm entsprechende Centriwinkel, so ist

$$Mm = l\varepsilon \text{ und } \tau = \frac{l\varepsilon}{v}.$$

Nun ist $\cos.\,\beta = \sqrt{1 - \sin.^2\beta} = 1 - \frac{1}{2}\sin.^2\beta,$

und $\cos.\,\alpha = \sqrt{1 - \sin.^2\alpha} = 1 - \frac{1}{2}\sin.^2\alpha,$

da wegen der Kleinheit der Winkel α und β die höheren Potenzen vernachlässigt werden können; daher wird

$$\cos.\,\beta - \cos.\,\alpha = \frac{1}{2}(\sin.^2\alpha - \sin.^2\beta)$$

und $$\tau = \sqrt{\frac{l}{g}} . \frac{\varepsilon}{\sqrt{\sin.^2\alpha - \sin.^2\beta}}$$

Beschreibt man um G mit dem Halbmesser $BG = l\,\sin.\,\alpha$ den Kreisbogen BF, der offenbar ein Quadrat ist, verlängert CA bis F, zieht von M und m die Geraden MM' und mm' parallel zu CF, fällt von M' auf CF die Senkrechte $M'J' = MJ$, und setzt den Winkel $M'GF = \varphi$, so hat man

$M'J' = M'G\,.\,\sin.\,\varphi = l\,\sin.\,\alpha\,\sin.\,\varphi$; und

da $MJ = l\,\sin.\,\beta$, so ist $\sin.\,\beta = \sin.\,\alpha\,\sin.\,\varphi$ (1)

und $\sin.^2\alpha - \sin.^2\beta = \sin.^2\alpha\,\cos.^2\varphi$, mithin

$$\tau = \sqrt{\frac{l}{g}} . \frac{\varepsilon}{\sin.\,\alpha\cos.\,\varphi}.$$

Wächst β um ε, so wächst φ um den Winkel $M'Gm' = \delta$ und man hat

$\sin.\,(\beta + \varepsilon) = \sin.\,\alpha\,\sin.\,(\varphi + \delta),$

oder wenn man beachtet, daß $\sin.\,\varepsilon = \varepsilon$, $\cos.\,\varepsilon = 1$, und eben so $\sin.\,\delta = \delta$, $\cos.\,\delta = 1$, und daß auch $\cos.\,\beta = 1$ gesetzt werden kann,

$\sin.\,\beta + \varepsilon = \sin.\,\alpha\,\sin.\,\varphi + \delta\,\sin.\,\alpha\,\cos.\,\varphi$ (2).

Zieht man die Gleichung (1) von (2) ab, so ist

$$\varepsilon = \delta \sin.\alpha \cos.\varphi, \text{ mithin } \tau = \delta \sqrt{\frac{l}{g}}.$$

Theilt man den Schwingungsbogen AB in lauter solche Theilchen wie Mm, benennt mit τ, τ', τ''... die kleinen Zeittheilchen, die das Pendel braucht, um das erste, zweite, dritte... Bogentheilchen zu beschreiben, zieht durch die Theilungspunkte parallele zu CF bis zum Quadranten FB, so wird dieser in eben so viel Theilchen δ, δ' δ''... getheilt. Heißt t die Schwingungsdauer, so ist die Hälfte davon die Zeit in welcher das Pendel den Bogen AB zurücklegt und man hat

$$\frac{t}{2} = (\delta + \delta' + \delta'' + \ldots) \sqrt{\frac{l}{g}} = \frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{l}{g}}, \text{ mithin}$$

$$t = \pi \sqrt{\frac{l}{g}} (1).$$

4. Ist T die Zeit, in welcher ein Pendel, dessen Länge l und die Schwerkraft g ist, n Schwingungen und ein zweites von der Länge l', bei Schwerkraft g', n' Schwingungen vollbringt, so sind

$$\frac{T}{n} \text{ und } \frac{T}{n'}$$

die Zeiten für eine Schwingung, mithin

$$\frac{T}{n} = \pi \sqrt{\frac{l}{g}}, \text{ und } \frac{T}{n'} = \pi \sqrt{\frac{l'}{g'}}, \text{ und}$$

$$n^2 : n'^2 = \frac{l'}{g'} : \frac{l}{g}.$$

Befinden sich beide Pendel an demselben Orte, so ist $g = g'$ und

$$n^2 : n'^2 = l' : l, \text{ folglich } l' = \frac{n^2}{n'^2} l.$$

Kennt man die Anzahl der Schwingungen, die ein einfaches Pendel von der Länge l in einer gegebenen Zeit macht, so kann man leicht die Anzahl derjenigen berechnen, die in einer Secunde gemacht werden, und hierauf nach der letzten Gleichung die Länge eines einfachen Pendels finden, welches in einer Secunde eine Schwingung macht, bei dem also $n' = 1$ ist; man erhält

$$l' = n^2 l.$$

§. 107. Zusammengesetztes Pendel. Ein Gewicht, das mittelst einer Stange, deren Gewicht und Trägheit nicht unberücksichtigt bleiben darf, mit einer horizontalen Axe verbunden ist, und um diese sich drehen kann, ist ein zusammengesetztes oder physisches Pendel. Es besteht aus so vielen einfachen Pendeln, als Massentheilchen darin vorkommen; die Bewegung der kürzern wird durch die der längern verzögert, dagegen die der letzteren durch die der ersteren beschleunigt, und daher die Bewegung mit der nämlichen Schwingungsdauer vor sich gehen, wie die eines einfachen Pendels von einer gewissen Länge l, die man dann die reducirte Länge des zusammengesetzten Pendels nennt.

Heißt K das Trägheitsmoment eines zusammengesetzten Pendels bezüglich der Drehungsaxe, M die Masse desselben, und a der Abstand seines Schwerpunktes von der Drehungsaxe, so hat man höheren Rechnungen zufolge für die reducirte Länge l des zusammengesetzten Pendels den Ausdruck:

$$l = \frac{K}{Ma} \text{ (1), daher } K = Mal \text{ (2) und } t = \pi \sqrt{\frac{K}{Mag}}.$$

Eine gerade Linie, die in dem Abstande = l von der Drehungsaxe horizontal gezogen wird, hat nun die Eigenschaft, daß alle in ihr vorhandenen materiellen Theilchen am zusammengesetzten Pendel genau dieselbe Schwingungsdauer besitzen, wie wenn sie frei in demselben Abstande von der Axe schwingen würden. Man nennt diese Punkte **Schwingungspunkte** und die gerade Linie die **Schwingungsaxe**; der Schwingungspunkt, der bei ruhiger Lage des Pendels in der durch den Schwerpunkt gezogenen Verticalen sich befindet, heißt der **Schwingungsmittelpunkt** oder **Mittelpunkt des Schwunges** (centrum oscillationis).

Heißt K′ das Trägheitsmoment bezüglich einer durch den Schwerpunkt eines Körpers gehenden Axe, und setzt man $\frac{K'}{M} = k^2$, so ist

$$K = M (k^2 + a^2),$$

und die reducirte Länge

$$l = \frac{k^2}{a} + a, \text{ mithin } l - a = \frac{k^2}{a}.$$

Da K′ für einen und denselben Körper eine unveränderliche Größe ist, so ist es auch k^2, und die letzte Gleichung macht ersichtlich, daß **der Schwingungsmittelpunkt stets unter dem Schwerpunkte** sich befindet, aber der Unterschied in dem Abstande beider Punkte von der Drehungsaxe desto kleiner wird, je weiter der Schwerpunkt des zusammengesetzten Pendels von dieser Axe entfernt liegt.

Hängt ein Platinkügelchen von 2 Linien im Durchmesser an einem sehr feinen Faden, dessen Masse gegen die des Platins vernachlässigt werden kann, und beträgt die Entfernung des Mittelpunktes des Kügelchens von der Aufhängaxe 400 Linien, so ist das Trägheitsmoment des Kügelchens

$$K' = \frac{2}{5} M \,.\, 1^2 = \frac{2}{5} M$$

und $$k^2 = \frac{2}{5} = 0.4, \text{ mithin}$$

$$l = \frac{0.4}{400} + 400 = 400 + 0.001;$$

somit liegt der Schwingungsmittelpunkt nur um $\frac{1}{1000}$ einer Linie tiefer als der Schwerpunkt, weßhalb man wohl die Entfernung des Schwerpunktes von der Axe als die Länge eines einfachen Pendels von gleicher Schwingungsdauer, also das Pendelchen selbst als ein einfaches betrachten kann. Bei einem noch längern Pendel dieser Art kann man den Schwerpunkt der Kugel ohne merklichen Fehler als den Schwingungsmittelpunkt betrachten.

Ein cylindrischer dünner Metallstab, dessen Dicke rücksichtlich der Länge L vernachlässigt werden kann, schwingt, so wie ein einfaches Pendel von der Länge $\frac{2}{3}$L.

Das Trägheitsmoment K ist gleich der Summe der Trägheitsmomente und M a gleich der Summe der statischen Momente aller materiellen Theilchen bezüglich einer durch die Drehungsaxe gehenden horizontalen Ebene. Besteht ein Pendel aus mehreren Körpern, die mittelst einer festen durch ihre Schwerpunkte gehenden schwerlosen Linie unveränderlich mit einander und mit der Drehungsaxe verbunden sind, und sind m′, m″, m‴ . . . die Massen dieser Körper, a′, a″, a‴ . . . die Entfernungen ihrer Schwerpunkte, und l′, l″, l‴ . . . die Entfernungen ihrer Schwingungsmittelpunkte von der Drehungsaxe, so sind nach (2) $m' a' l'$, $m'' a'' l''$, $m''' a''' l'''$ . . . die Trägheitsmomente dieser Körper bezüglich dieser Axe, und die reducirte Länge l des in dieser Art zusammengesetzten Pendels, bei dem die Masse der festen Linie, welche die Massen verbindet, vernachlässigt werden kann, ist

$$l = \frac{m' a' l' + m'' a'' l'' + \ldots}{m' a' + m'' a''.}$$

Kann man $a = l'$, $a'' = l''$ . . . setzen so ist

$$l = \frac{m' a'^2 + m'' a''^2 + \ldots}{m' a' + m'' a'' + \ldots}$$

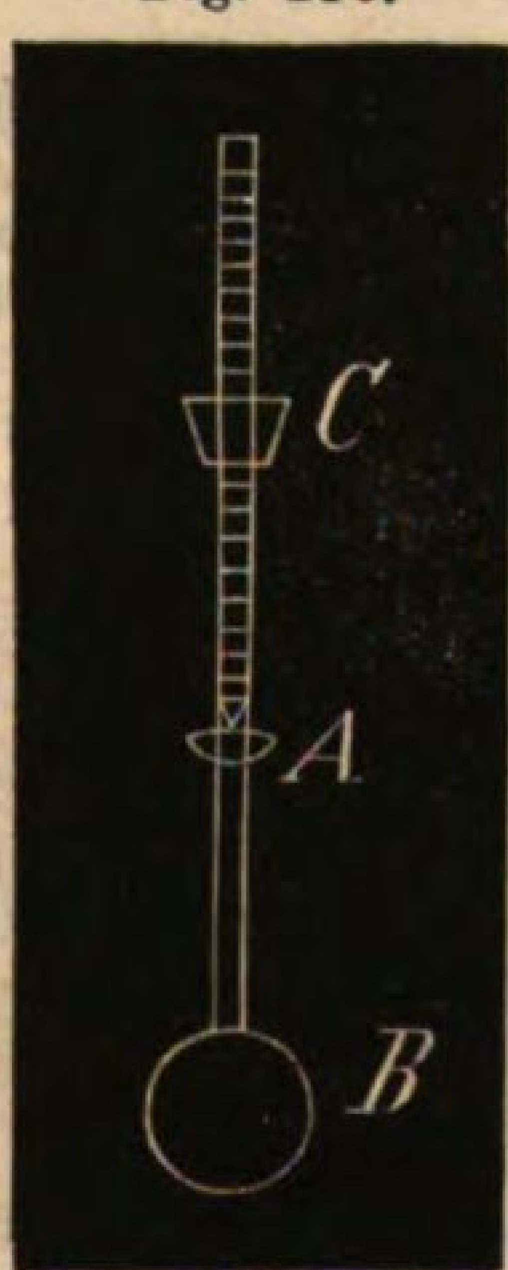
Wäre eine Masse z. B. m″ über der Drehungsaxe, so ist ihr Abstand von der Drehungsaxe negativ, und es ist nun

$$l = \frac{m' a'^2 + m'' a''^2}{m' a' - m'' a''} \quad (3);$$

der Werth von l wird nun größer, mithin die Schwingung des Pendels langsamer, wie es leicht ersichtlich ist, da das Drehungsmoment der über der Axe befindlichen Masse entgegengesetzt ist zu dem der unter der Axe vorkommenden Masse, und daher die Bewegung der letzteren verlangsamt.

Menzel's Metronom (Taktmesser), Fig. 116, besteht aus einem leichten Holzstäbchen, das in A mit einer Drehungsaxe und am unteren Ende in B mit einer massiven Metallkugel von der Masse m′ versehen ist; oberhalb der Axe ist ein verschiebbares Laufgewicht, dessen Masse m″ kleiner ist, als m′; da die Masse des Stäbchens sehr unbedeutend ist, so kann man wenigstens annäherungsweise die reducirte Länge dieses Pendels aus der letzten Gleichung (3) bestimmen. Weil m′, a′, m″ unveränderliche Größen sind, und nur a″ veränderlich ist, so muß offenbar in dem Falle, wo das Laufgewicht m″ von der Axe entfernt wird, der Werth von l wachsen, und somit die Schwingungsdauer vergrößert werden, hingegen bei Annäherung des Laufgewichtes an die Axe das Gegentheil stattfinden. Auf dem Stäbchen ist oberhalb A eine Theilung, welche die in einer Minute vollbrachte Anzahl der Schwingungen angibt, welche in den verschiedenen Lagen des Laufgewichtes stattfinden.

Fig. 116.



Es sei bei einem Pendel AC, Fig. 117, die Drehungs- und BD die Schwingungsaxe, G sei der Schwerpunkt, a = AG sein Abstand von AC und l = AB die reducirte Länge des Pendels, so ist

$$l = \frac{k^2}{a} + a = \frac{k^2 + a^2}{a}$$

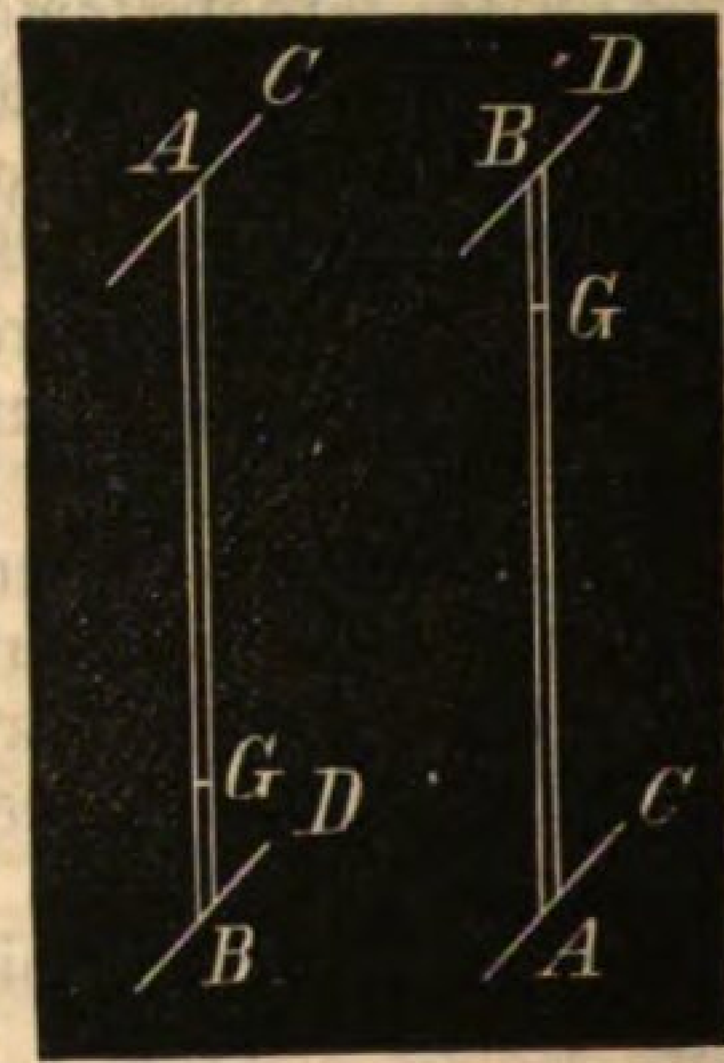
Kehrt man das Pendel um, macht die Schwingungsaxe BD zur Drehungsaxe und sucht wieder die reducirte Länge l′, so hat man, wenn der Abstand des Schwerpunktes von der neuen Drehungsaxe, nämlich $BG = a'$ gesetzt wird,

$$l' = \frac{k^2}{a'} + a' = \frac{k^2 + a'^2}{a'}$$

Da $a + a' = l$, somit $a' = l - a$ ist, so

$$l' = \frac{k^2 + (l-a)^2}{l-a} = \frac{k^2 + a^2 + l^2 - 2al}{l-a} = l$$

Fig. 117.



d. h. die vorige Drehungsaxe AC ist jetzt die Schwingungsaxe; man sagt daher auch: die reducirte Länge des Pendels, folglich auch die Schwingungsdauer bleibt ungeändert, wenn man die Schwingungsaxe zur Aufhänge- oder Drehungsaxe macht.

Z. B. Wenn man an einem gleichmäßig dichten Holzstabe, Fig. 118, zwei Linsen m und m′ auf Hülsen von Holz ruhend und jede 4 Pfund schwer, so anbringt, daß sie sich verschieben und mittelst Druckschrauben feststellen lassen, ferner den Holzstab in A mit einer Schneide versieht, die als Drehungsaxe dient, so hat man ein Pendel, bei dem der Holzstab nur ein geringes Gewicht hat. Betragen die Entfernungen der Schwerpunkte der Massen m und m′ von A 400 und 600 Linien, so hat man

$$l = \frac{(400)^2 m + (600)^2 m'}{400 m + 600 m'} \text{ und}$$

da die Massen gleich sind,

$$l = \frac{(400)^2 + 600^2}{400 + 600} = 520 \text{ Linien.}$$

Demnach ist die Schwingungsaxe zwischen m und m′ 520 Linien von A entfernt. Es sei $AB = 520$ Linien, und man bringe in B eine Schneide an, die man nach der Umkehrung des Pendels zur Aufhängaxe macht, so ist, wenn l′ dann die reducirte Länge des Pendels bedeutet,

$$mB = AB - Am = 120, \text{ und}$$

$$m'B = Am' - AB = 80,$$

$$\text{folglich } l' = \frac{(120)^2 + (80)^2}{120 - 80} = 520 \text{ L.}$$

Fig. 118.

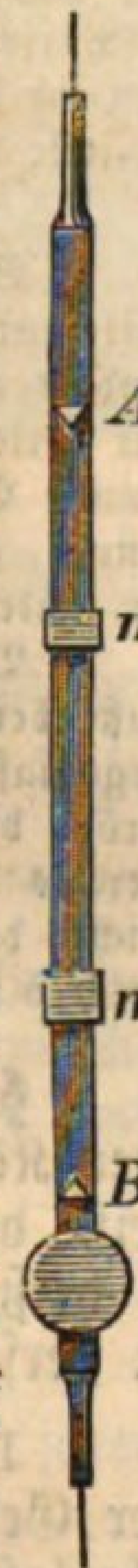


also ist die vorige Drehungsaxe A wirklich die Schwingungsaxe. Da jedoch der Holzstab nicht als gewichtlos betrachtet werden kann, so wird der Schwingungsmittelpunkt nur sehr nahe bei B liegen, aber immer so, daß wenn B zur Axe genommen wird, die Aenderung in der Schwingungsdauer unmerklich wird; die Uebereinstimmung in der Schwingungsdauer wird desto genauer, je geringer die Masse des Holzstabes und je geringer die Höhe der Linsen ist.

Auf dem eben bewiesenen Satze beruht das Reversionspendel, das zuerst von Bohnenberger in Vorschlag gebracht, aber von Kater in England, der jedoch den Vorschlag nicht kannte, zuerst zur Ermittelung der genauen Länge eines Secundenpendels in Anwendung gebracht wurde. Gegen die Enden eines möglichst gleichförmig gearbeiteten Metallstabes von der Form der Fig. 119 in A und B

sind zwei stählerne Schneiden angebracht, die als Aufhängearen zu dienen haben, und die in der Art befestigt sind, daß beide bei ruhiger Lage des Pendels horizontal und in der nämlichen verticalen Ebene sich befinden; ihr Abstand von einander wird mit der größten Schärfe bestimmt und bleibt unverändert. Außerdem ist noch ein Gewicht m an dem Metallstabe so festgemacht, daß es seine Lage nicht ändern kann, und nebst ihm ein zweites m', das längs dem Stabe verschoben und in jeder Lage durch eine Druckschraube befestigt werden kann. Das ganze Pendel hat ein Gewicht von etwa 42 Pfund. Nachdem man das Pendel an der Schneide A hat schwingen lassen, kehrt man es um, hängt es an der Schneide B auf, und sucht mittelst Verschiebung des Laufgewichtes m' diejenige Stellung zu finden, in welcher es befestigt werden muß, damit die Schwingungen des Pendels in beiden Lagen gleiche Dauer haben: hat man dieß ermittelt, so ist die Entfernung AB die reducirte Länge des Pendels, oder die Länge des einfachen, welches mit ihm isochronisch schwingt. Es sei l diese Länge. — Nun vergleicht man den Gang des Reversionspendels mit dem Gange des Pendels einer Secundenuhr, indem man sie so hinter einander aufhängt, daß sie einander in der verticalen Lage decken, jedoch entfernt genug von einander sich befinden, damit nicht etwa die Schläge der Uhr auf das Reversionspendel störend einwirken können; man läßt beide zugleich die Schwingung nach derselben Richtung beginnen; schwingen sie isochron, so werden sie sich bei jeder Schwingung in der verticalen Lage decken; ist die Schwingungsdauer ungleich, so decken sie sich in der verticalen Lage nur dann, wenn das eine Pendel um eine Schwingung mehr gemacht hat, als das andere. Man beobachtet zwei auf einander folgende Coincidenzen beider Pendel in ihrer verticalen Lage, und zählt die Anzahl der Schwingungen, die das Reversionspendel zwischen zwei Coincidenzen macht, die Secundenuhr gibt die Zeit und damit die Anzahl der Schwingungen, die das Secundenpendel der Uhr in dieser Zeit macht. Heißt die erstere Anzahl n, die letztere N, und L die Länge des Secundenpendels so ist nach dem früher Gesagten

Fig. 110.



$$N^2 : n^2 = l : L, \text{ mithin } L = \frac{n^2 l}{N^2}.$$

Ist die Länge des Secundenpendels für einen Ort bekannt, so findet man die Stärke der Schwerkraft für diesen Ort, wenn man in dem Ausdrucke $t = \pi \sqrt{\frac{L}{g}}$ die Zeit $t = 1$ setzt; man erhält:

$$g = \pi^2 L = 9.869 \text{ L}.$$

In der Dauer der einzelnen Schwingungen eines Pendels von kleiner Schwingungsweite beobachtet man keinen merklichen Unterschied, mögen die durchlaufenen Bögen verschieden groß sein; allein nach längerer Zeit stellt sich doch eine andere Anzahl der Schwingungen heraus, als sie wäre, wenn die Schwingungsdauer bei den kleineren Bögen, die das Pendel in Folge der Bewegungshindernisse nach und nach beschreibt, dieselbe wäre, wie die bei den größeren im Anfange der Bewegung durchlaufenen Bögen. Nur die unter dem Namen Cycloide bekannte krumme Linie hat die Eigenschaft, daß große und kleine Bögen derselben von Körpern, die sich kraft der Schwere in ihnen bewegen, in gleichen Zeiten zurückgelegt werden, und daß der Endpunkt eines biegsamen Streifens, der sich an einen Cycloidalbogen anlegt, oder von ihm sich abwickelt, einen Cycloidalbogen beschreibt. (Kunzek's Studien pag. 197.)

Huyghens wandte zuerst das Pendel als Regulator bei den Uhren an, wodurch erst eine genaue Zeitmessung möglich wurde; er construirte die Pendel auch in der Art, daß ein oben angebrachter vollkommen biegsamer, aber undehnbarer Streifen zwischen zwei Bögen einer Cycloide hin und herging, wodurch erzielt wurde, daß auch die Schwingungsbögen des Pendels Cycloidalbögen, daher die Schwingungen genau isochron waren. In der neueren Zeit erfand man Hemmungen, welche bewirken, daß das Pendel, welches damit versehen ist, sehr kleine Kreisbögen beschreibt, wodurch die Cycloidalbögen entbehrlich wurden.

Huyghens glaubte noch, daß ein Pendel an allen Orten gleich schnell schwingen müsse, was Newton bestritt. Der Astronom Richer fand (1672) zuerst,

daß ein Pendel, das in Paris Secunden schlug, in Cayenne um $^{5}/_{4}$ Par. Linien verkürzt werden mußte, um für diesen Ort ein Secundenpendel zu sein. Ein Pariser Secundenpendel macht zu St. Thomas in der Nähe des Aequators in 24 Stunden 120 Schwingungen weniger, und auf Spitzbergen 90 Schwingungen mehr, als in Paris. Die Länge l des Secundenpendels in Pariser Linien unter der Breite φ und im leeren Raume wird durch folgende aus vielen sorgfältigen Beobachtungen abgeleitete Formel genügend gegeben.

$$l = 439.2282 + 2.3891 \sin.^2 \varphi.$$

Bouguer fand die Abnahme der Schwere mit der Entfernung vom Erdmittelpunkte vollkommen bestätigt; denn er fand in Peru die Länge des Secundenpendels an der Meeresfläche = $439._{21}$ Par. Linien in einer Höhe von 2434 Toisen nur gleich 438_{69} Par. Linien groß. In der neueren Zeit hat Bessel durch sehr genaue Versuche nachgewiesen, daß die Beschaffenheit des Stoffes, aus dem das Pendel besteht, auf die Schwingungsdauer ohne Einfluß ist, und daß daher die Schwere von der materiellen Beschaffenheit der angezogenen Körper unabhängig ist.

Bouguer fand an den Abhängen des Chimborasso, und Maskelyne am Fuße der Schehallien in Schottland, daß das Bleiloth durch die Anziehung der Gebirgsmassen von seiner verticalen Lage abgelenkt werde. Maskelyne suchte aus der Größe dieser Ablenkung das Verhältniß der Masse der ganzen Erde abzuleiten und hieraus die mittlere Dichte der Erde zu finden; er fand sie 4.56mal größer als die Dichte des Wassers; nach neueren Untersuchungen ist sie größer, nach Reich ist sie gleich 5.58 nach Airy beträgt sie noch mehr.

§. 108. Bewegung geworfener Körper im luftleeren Raume.

Der Körper, den man wirft, und hierauf seiner Schwere überläßt, heißt das Projectil, beschreibt dessen Schwerpunkt eine krumme Linie, so heißt diese die Wurflinie oder Trajectorie. Die Wurfkraft kann in verschiedenen Richtungen wirken.

1. Wird ein Körper durch eine momentan einwirkende Kraft mit der Geschwindigkeit c vertical aufwärts geworfen und dann sich selbst überlassen, so wird seine Größe der Bewegung durch die gerade entgegengesetzt wirkende Schwerkraft continuirlich vermindert, daher die Geschwindigkeit, mit der er sich erhebt, immer kleiner und endlich Null werden, worauf der Körper zu steigen aufhört und den Fall nach abwärts beginnt. Heißt v die Geschwindigkeit, die er nach Verlauf der Zeit t besitzt, und s der Weg, den er während dieser Zeit durchlauft, so ist

$$v = c - gt \text{ (1) und } s = ct - \frac{gt^2}{2} \text{ (2).}$$

Die Dauer des Steigens ergibt sich aus der Gleichung

$$v = 0, \text{ mithin } c = gt, \text{ und } t = \frac{c}{g}.$$

Wird die Dauer des Steigens in der Gleichung (2) gesetzt, so erhält man für die Höhe h, zu der sich der Körper erhebt, den Ausdruck

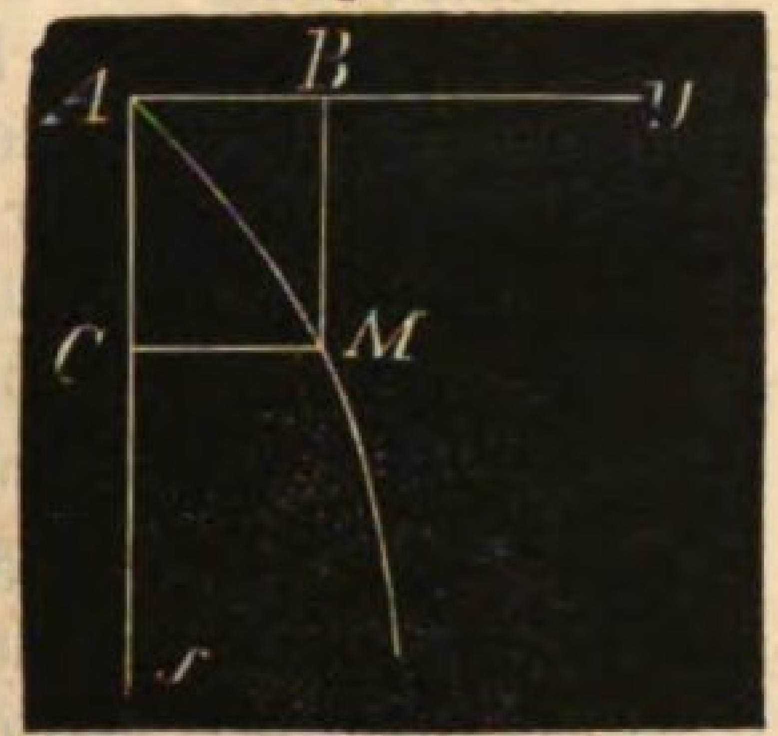
$$h = \frac{c^2}{2g}.$$

Heißt c′ die Endgeschwindigkeit, die er beim Herabfallen von der Höhe h erlangt, so ist

$$c' = \sqrt{2gh}, \text{ mithin } h = \frac{c'^2}{2g}, \text{ und } c = c',$$

d. h. er kommt an dem Orte des Wurfes mit der nämlichen Geschwindigkeit an, mit der er zu steigen begann.

Fig. 120.



2. Wird ein Körper horizontal in der Richtung Ay Fig. 120, geworfen, und ertheilt ihm die Wurfkraft die Geschwindigkeit c, während ihn die Schwerkraft beständig vertical abwärts zieht, so wird der Körper von zwei Kräften bewegt, deren Richtungen einen rechten Winkel einschließen, die daher gegenseitig sich weder verstärken noch schwächen, so daß das Bewegliche in der Richtung der Wurfkraft während der Zeit t den Weg = ct, und in der Richtung der Schwere den Weg $\frac{gt^2}{2}$ zurücklegt, wie wenn jede Kraft für sich allein das Bewegliche getrieben hätte; dabei bleibt das Bewegliche beständig in der nämlichen Ebene, nämlich in der Ebene xAy. Schneiden wir von Ax ein Stück $AC = \frac{gt^2}{2}$, und von Ay das Stück $AB = ct$, construiren das Parallelogramm ABCM, so gibt der Endpunkt M den Ort des Beweglichen nach Verlauf der Zeit t an. Nehmen wir A zum Anfangspunkte der rechtwinkeligen Coordinaten des Punktes M, setzen $AC = x$ und $AB = MC = y$, so erhält man

$$x = \frac{gt^2}{2},\ y = ct,\ \text{mithin}\ y^2 = c^2t^2,$$

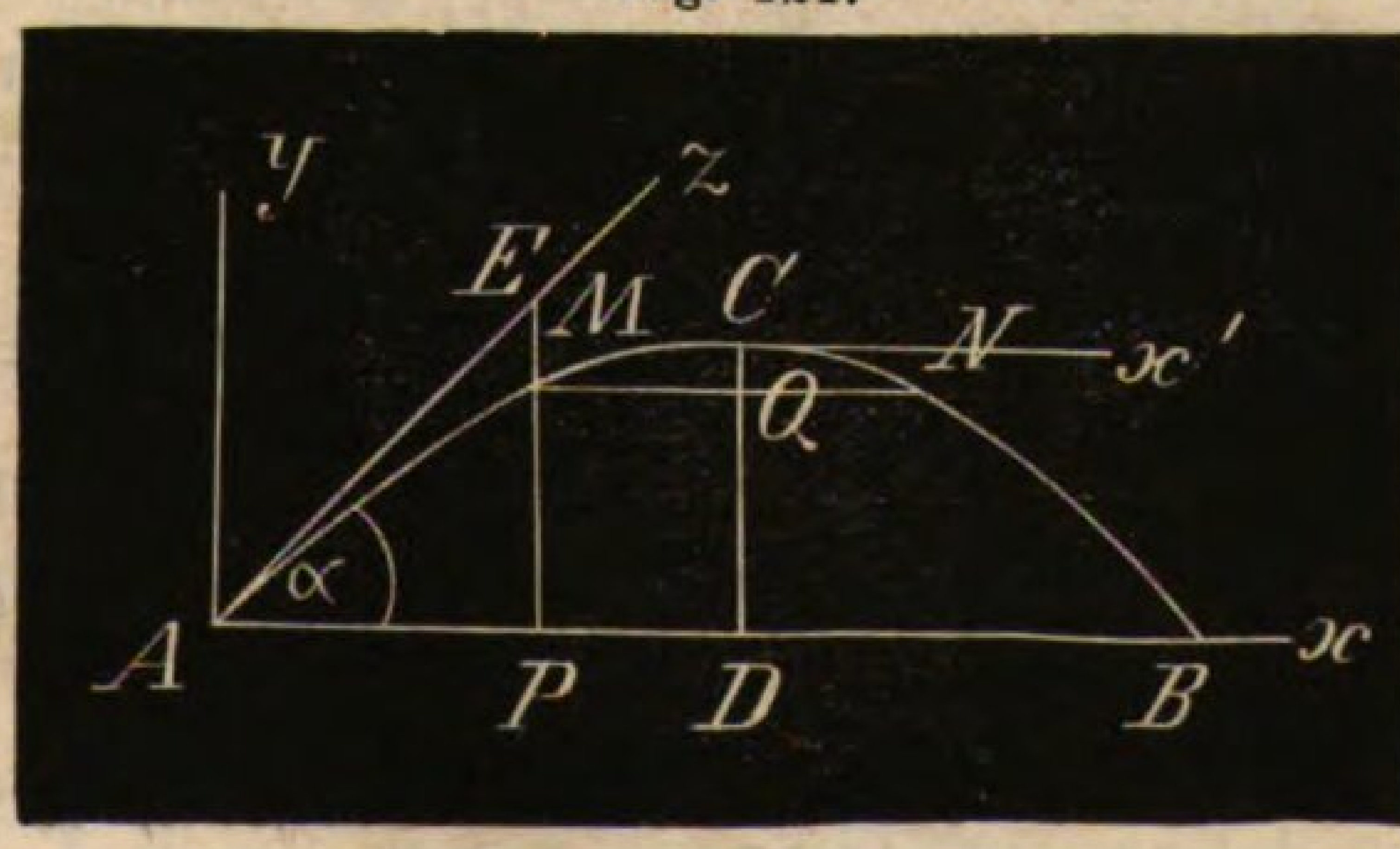
und eliminirt man t, um eine Gleichung zwischen x und y für jeden Zeitpunkt zu erhalten, so ergibt sich

$$y^2 = \frac{2c^2}{g} \cdot x\ (3);$$

dieß ist die Gleichung einer Parabel, deren Scheitelpunkt A ist, und die den Ausdruck $\frac{2c^2}{g}$ zum Parameter hat; sie nähert sich desto mehr einer geraden Linie, je größer die Wurfgeschwindigkeit ist.

3. a) Um die Bewegungsgesetze für den Fall zu finden, wo das Bewegliche m in der schiefen Richtung Az mit der Geschwindigkeit c geworfen wird, bezeichnen wir mit α, Fig. 121. den Winkel zAx, den die Richtung des Wurfes mit dem Horizonte Ax einschließt, und den man den Elevationswinkel des Wurfes nennt; ziehen die verticale Ordinatenaxe Ay, zerlegen die Wurfkraft in eine horizontale

Fig. 121.



Componente $m c \cos. \alpha$ und in eine verticale $m c \sin. \alpha$, und beachten, daß die horizontale Componente durch die Schwerkraft nicht geändert, die verticale dagegen beständig vermindert wird, so erhält man für die Geschwindigkeit, die das Bewegliche nach Verlauf der Zeit t in verticaler Richtung besitzt, mit der es sich in die Höhe erhebt, die Gleichung:

$$v = c \sin. \alpha - g t \ (4).$$

Das Bewegliche schreitet daher vermöge der horizontalen Componente in der Richtung A x beständig fort, entfernt sich aber auch vermöge der verticalen Componente gleichzeitig vom Horizonte A x, jedoch mit abnehmender Geschwindigkeit, so daß ein Zeitpunkt eintritt, wo diese Geschwindigkeit Null wird, und das Projectil sich wieder vermöge der Schwere dem Horizonte zu nähern beginnt. Der Wendepunkt C ist offenbar der höchste Punkt der Bahn, die das Bewegliche durchläuft, und seine Entfernung C D vom Horizonte heißt die **Wurfhöhe**; die Zeit vom Anfange der Bewegung bis zum Wendepunkte ergibt sich aus der Gleichung (4), wenn darin $v = o$ gesetzt wird; heißt man diese Zeit t' so ist

$$g t' = c \sin. \alpha \text{ und } t' = \frac{c}{g} \sin. \alpha \ (5).$$

Im Punkte C wirkt auf das Projectil die horizontale Componente dergestalt, daß es in der Richtung C x' fortfliegen müßte, wenn daselbst die Schwerkraft zu wirken aufhörte; da aber letztere das Bewegliche beständig vertical nach abwärts zieht, so sind von C an die nämlichen Kräfte wirksam, wie beim horizontalen Wurfe, daher ist die Bahn, die das Bewegliche nun beschreibt, sicher eine Parabel, die in C ihren Scheitel hat. Heißt v' die Geschwindigkeit, die das Bewegliche in der Zeit T nach der Wendung in C durch die Schwere erlangt, so ist $v' = g T$.

Suchen wir die Geschwindigkeit v, die es in der Zeit $t' - T$ besaß, so erhält man aus (4)

$$v = c \sin. \alpha - g (t' - T) = g T;$$

mithin ist $v = v'$, d. h. die verticalen Geschwindigkeiten des Projectils in den gleichweit von t' abstehenden Zeitpunkten sind einander gleich; somit ist auch die Geschwindigkeit, mit welcher das Projectil in verticaler Richtung am Horizonte ankommt, gleich der verticalen Componente der Wurfkraft.

b) Es sei M ein Punkt der Bahn, zu dem das Bewegliche in der Zeit t gelangt, und dessen Lage durch die Coordinaten $M P = y$ und $A P = x$ bestimmt wird, so ist

$$y = c t \sin. \alpha - \frac{g t^2}{2} \text{ und } x = c t \cos. \alpha.$$

Hieraus ist ersichtlich, daß $y = 0$ ist, wenn $t = 0$ und auch wenn $c \sin. \alpha = \frac{g t}{2}$ und $t = \frac{2 c}{g} \sin. \alpha$ (6) ist; demnach kommt das Bewegliche nach Verlauf der durch die Gleichung (6) ausgedrückten Zeit wieder am Horizonte, z. B. in B an; diese Zeit, welche wir die Dauer der Bewegung nennen wollen, ist offenbar

noch einmal so groß, als t', mithin braucht das Bewegliche genau so viel Zeit, um von Wendepunkte den Parabelbogen CB zu beschreiben, wieviel Zeit es beim Steigen bis zum Punkte C gebraucht hat. Die gerade Linie AB zwischen dem Orte A, wo das Projectil sich zu bewegen begann, und dem, wo es die Horizontale Ax trifft, heißt man die Wurfweite; man findet ihre Größe, wenn man in dem Werthe für x anstatt t die ganze Dauer der Bewegung aus (6) substituirt; es ist dann

$$AB = \frac{2c^2}{g} \sin.\alpha \cos.\alpha = \frac{c^2}{g} \sin.(2\alpha) \quad (7).$$

Da für $2\alpha = 90^0$, mithin $\alpha = 45^0$ der Sinus am größten ist, so wird ersichtlich, daß die Wurfweite bei der Elevation von 45^0 den größten Werth erreicht, vorausgesetzt, daß keine Hindernisse entgegenwirken.

Ist $\alpha = 45^0 - \beta$, oder $\alpha = 45^0 + \beta$, so ist

im ersten Falle $AB = \frac{2c^2}{g} \cos.2\beta$, und

im zweiten Falle $AB = \frac{2c^2}{g} \cos.2\beta$,

mithin ist die Wurfweite bei Elevationen, die sich zu 90^0 ergänzen, die nämliche.

Ist die Wurfweite w gegeben, so findet man aus (7) die ihr entsprechende Elevation; es ist

$$w = \frac{c^2}{g} \sin.2\alpha, \text{ mithin}$$

$$\sin.2\alpha = \frac{gw}{c^2}$$

Ist $c^2 < gw$, so ist der Wurf unmöglich.

c) Setzt man in der Gleichung für y anstatt t die halbe Dauer der Bewegung, so übergeht y in CD, und es wird

$$CD = \frac{c^2}{g} \sin.^2 \alpha - \frac{g}{2} \cdot \frac{c^2}{g^2} \sin.^2 \alpha = \frac{c^2 \sin.^2 \alpha}{2g} \quad (8),$$

woraus zu ersehen ist, daß die Höhe des Wurfes mit der Größe des Elevationswinkels zunimmt, und für $\alpha = 90^0$ am größten wird.

Substituirt man in der Gleichung für x die halbe Bewegungsdauer, so ist dann

$$x = \frac{c2}{g} \sin.\alpha \cos.\alpha,$$

mithin halb so groß, als die Wurfweite, so daß

$$AD = \frac{AB}{2} \text{ ist.}$$

Setzt man in der Gleichung für y anstatt t, einmal t' — T, und das andere Mal t' + T, nennt die sich ergebenden Werthe y' und y'', so ergibt sich

$$y' = c\,(t' - T)\sin.\alpha - \frac{g}{2}(t' - T)^2$$

$$y'' = c\,(t' + T)\sin.\alpha - \frac{g}{2}(t' + T)^2;$$

berücksichtigt man nach Entwicklung der Ausdrücke, daß $cT\sin.\alpha = gt'T$, so findet man $y = y'$, d. h. die Ordinaten der Wurflinie, die den von t gleich weit entfernten Zeitpunkten entsprechen, sind einander gleich; mithin muß der Bogen AMC genau gleich sein dem Bogen CNB, und die ganze Bahn ist eine Parabel, deren Axe die Wurfshöhe CD ist.

Um die Gleichung der Bahn zu finden, sucht man t aus der Gleichung für x, und eliminirt es aus der Gleichung für y; man erhält

$$y = x\ \mathrm{tang}.\alpha - \frac{g}{2c^2\cos.^2\alpha}\cdot x^2;$$

für $x = AD$ übergeht y in CD, und es ist

$$CD = AD.\mathrm{tang}.\alpha - \frac{g}{2c^2\cos.^2\alpha}AD^2 \quad (9).$$

Nimmt man CD zur Abscissenaxe, und setzt $CQ = x'$, $MQ = y'$, so ist $y = CD - x'$ und $x = AD - y'$; mithin

$$CD - x' = (AD - y')\,\mathrm{tang}.\alpha - \frac{g}{2c^2\cos.^2\alpha}(AD^2 - 2AD.y' + y'^2);$$

mit Berücksichtigung der Gleichung (9) und nach Hinwegschaffung des Nenners $2c^2\cos.^2\alpha$ erhält man

$$-2c^2\cos.^2\alpha\,.\,x' = -2c^2\sin.\alpha\cos.\alpha\,.\,y' + 2AD.gy' - gy'^2;$$

da $AD = \frac{c^2}{g}\sin.\alpha\cos.\alpha$, so bleibt

$$gy'^2 = 2c^2\cos.^2\alpha\,.\,x', \text{ und}$$

$$y'^2 = \frac{2c^2}{g}\cos.\alpha\,.\,x', \quad (10)$$

dieß ist offenbar die Gleichung einer Parabel, deren Scheitelpunkt der Anfangspunkt C der Coordinaten x′, y′ und deren Parameter $\frac{2c^2}{g}\cos.^2\alpha$ ist.

Soll durch das Projectil beim Niederfallen eine bedeutende Zerstörung bewirkt werden, so muß die Größe der Bewegung, mit der es auffällt, möglichst groß sein; diese ist aber $= mc\sin.\alpha$, folglich muß die Masse und die Wurfsgeschwindigkeit des Projectils und auch der Elevationswinkel möglichst groß sein.

Aus dem Gesagten ist ersichtlich, daß die Wurflinie nicht mehr eine Parabel sein könnte, wenn die Wurfgeschwindigkeit so groß wäre, daß die Richtungen der Schwerkraft an den verschiedenen Stellen der Bahn nicht mehr sämmtlich als parallel betrachtet werden könnten.

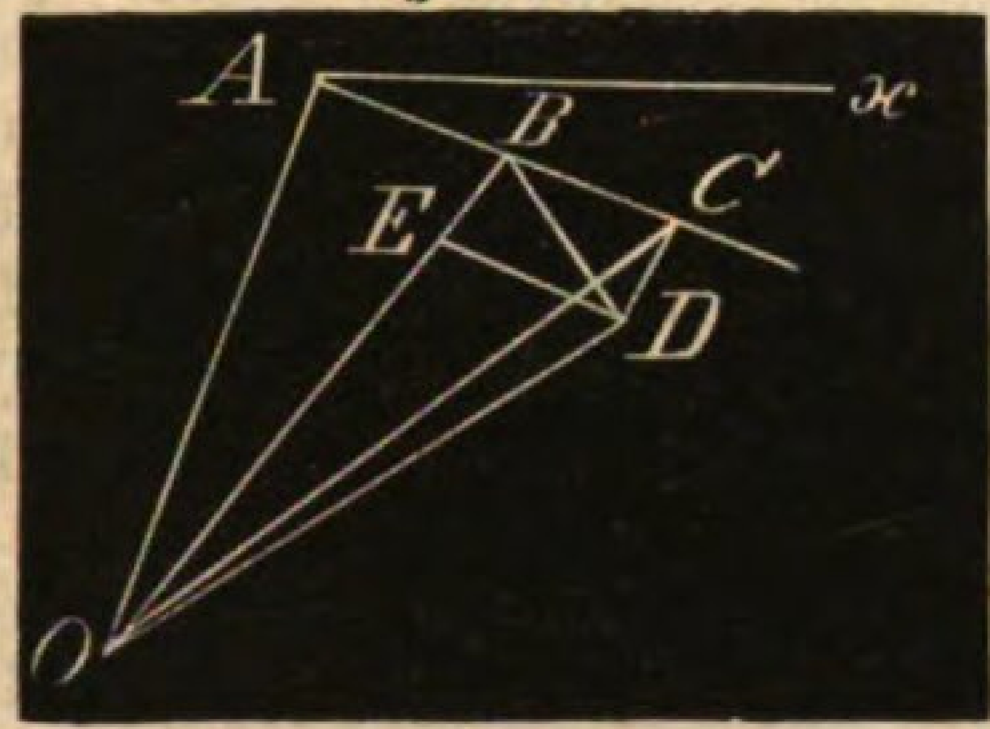
Der Luftwiderstand bringt bedeutende Veränderungen der theoretischen Resultate hervor, indem er bewirkt, daß die horizontale Componente beständig vermindert, und daher die Bewegung in horizontaler Richtung nicht gleichförmig, sondern verzögert wird; eben so wird die Bewegung in verticaler Richtung durch den Luftwiderstand verändert, weßhalb die Trajectorie, welche das Projectil wirklich beschreibt, von der Parabel bedeutend abweicht; der aufsteigende Ast ist nämlich weit länger als der absteigende; letzterer convergirt gegen eine verticale Assymptote, weil die horizontale Geschwindigkeit immer kleiner und daher die verticale immer mehr vorherrschend wird. (Kunzek's Studien aus der höheren Physik, pag. 239).

Centralbewegung.

§. 109. 1. Es sei O, Fig. 122, der Sitz der Centripetalkraft, d. i. derjenigen Kraft, welche das Bewegliche continuirlich nach O, dem

Mittelpunkte der Bewegung hinzieht; die gerade Linie A O, die das Bewegliche mit O verbindet, heißt der Radiusvector (Leitstrahl). AB sei ein kleiner, in einem sehr kleinen Zeittheilchen τ beschriebener Bogen, der sich desto mehr einer geraden Linie nähert, je kleiner τ gedacht wird; kommt das Bewegliche in B an, so strebt es vermöge seiner Trägheit die Bewegung in der Verlängerung von AB fortzusetzen, und im folgenden Zeittheilchen τ den Weg BC = AB zurückzulegen; es wird aber durch die continuirliche Centripetalkraft nach O gezogen, und daher von der Richtung BC abgelenkt. Ist BE der Weg, den das Bewegliche vermöge des Zuges nach O in der Zeit τ zurücklegen würde, so ist die Diagonale BD des Parallelogramms BECD der Weg, welchen das Bewegliche in dem zweiten Zeittheilchen wirklich durchläuft, und man kann leicht beweisen, daß die Fläche ABO gleich ist der Fläche BOD, denn diese Flächen können sammt der Fläche BOC als Dreiecke betrachtet werden; nun ist:

Fig. 122.

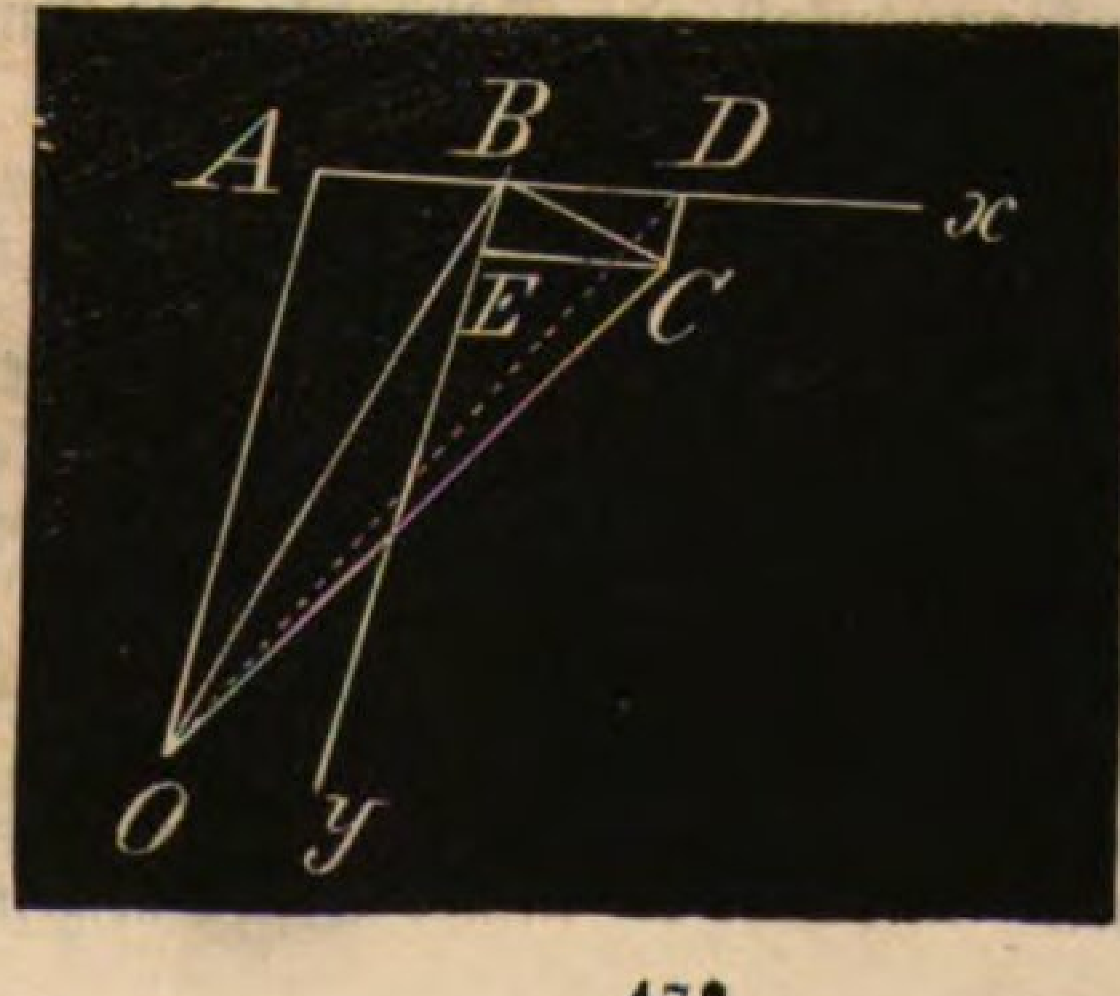


$$AOB = BOC, \text{ weil } AB = BC,$$

und die von O auf AC gefällte Senkrechte die gemeinschaftliche Höhe ist. Ferner ist BOC = BOD, weil sie dieselbe Grundlinie BO haben und ihre Scheitel in der Geraden CD liegen, die zu BO parallel ist, folglich ist auch AOB = BOD,
d. h. die in gleichen aufeinander folgenden Zeittheilchen vom Radiusvector durchstrichenen Dreiecke sind einander gleich.

2. Ist F ein Sector, der vom Radiusvector in der Zeit t durchstrichen wird, so denkt man sich t in n gleiche Theile getheilt, und n so groß genommen, daß $\frac{t}{n} = \tau$, d. i. gleich einem unendlich kleinen Zeittheilchen wird; da nun die in den aufeinander folgenden Zeittheilchen, deren jedes gleich τ ist, vom Radiusvector durchstrichenen Flächen einander gleich sind, so ist, wenn wir mit f eine solche Fläche bezeichnen, F = nf. Die Größe f hat für jedes Zeittheilchen τ den nämlichen Werth, somit sind auch alle Sectoren, die in gleichviel solchen Zeittheilchen τ, d. i. in der nämlichen Zeit vom Radiusvector durchstrichen werden, an Flächeninhalt einander gleich. Aber auch umgekehrt, gibt es bei einer Bewegnng in einer krummen Linie auf der concaven Seite derselben einen Punkt O, Fig. 123, von der Beschaffenheit, daß die von ihm zu dem Beweglichen gezogenen Radienvectoren in beliebig gleichen Zeiten gleiche Flächenräume zurücklegen; so ist die Bewegung eine Centralbewegung, d. h. die Kraft, welche die Richtung des beweglichen Massentheilchens ununterbrochen ändert, zieht

Fig. 123.



dasselbe beständig zu diesem Punkte O hin. Denn sind AB und BC zwei in den auf einander folgenden gleichen Zeittheilchen τ beschriebene unendlich kleine Bögen der krummen Bahn des Beweglichen, so hat dieses im Punkte B eine Ablenkung von der geradlinigen Richtung Ax, in der es vermöge seiner Trägheit zu beharren strebt, durch eine Kraft P, die z. B. nach der Richtung By wirkt, erfahren, indem es im zweiten Zeittheilchen τ den Weg BC zurücklegt; da der Weg BC in Folge des Zusammenwirkens der Kraft P und des aus der Trägheit hervorgehenden Bestrebens, die Richtung Bx zu behalten, hervorgeht; so brauchen wir nur von C die CD parallel zu By und CE parallel zu BD zu ziehen, und die Seite BD des so entstandenen Parallelogramms wird den Weg angeben, welchen das Bewegliche, wenn es der Trägheit allein folgen könnte, in der Zeit τ zurücklegen würde, und der gleich AB ist.

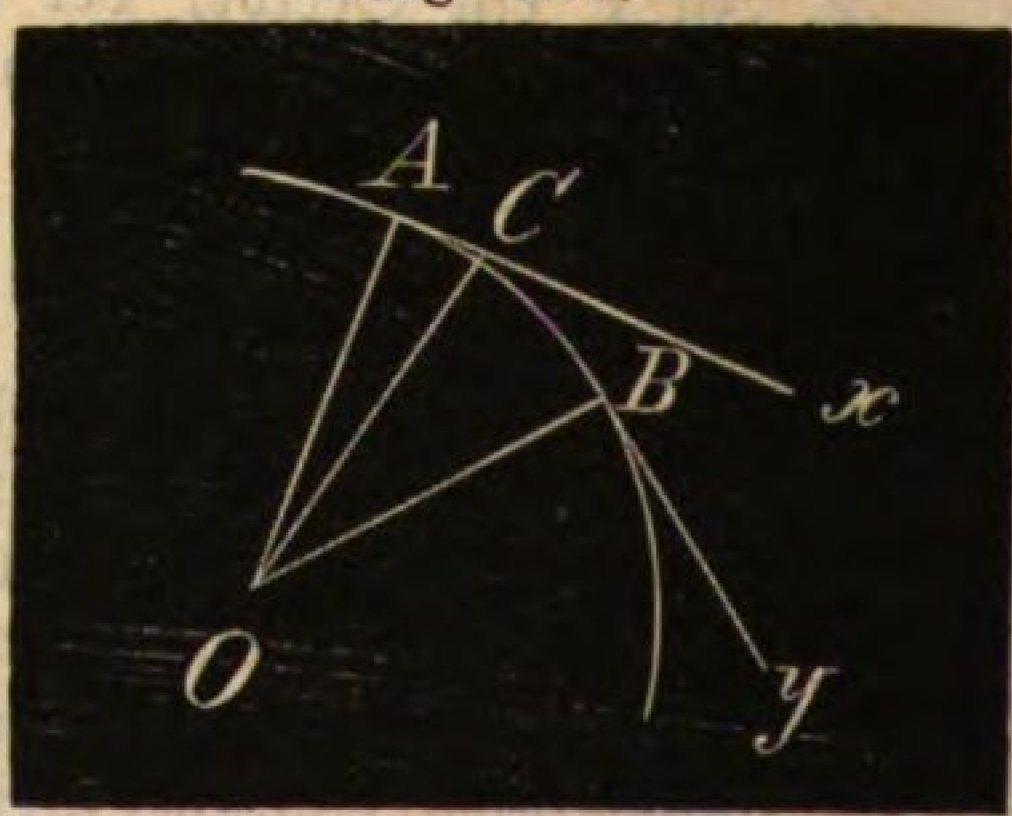
Nach der Voraussetzung sind die Flächenräume AOB und BOC einander gleich, aber auch die Dreiecke AOB und BOD sind einander gleich, mithin auch

$$BOC = BOD,$$

was bei diesen Dreiecken, welche die gemeinschaftliche Basis BO haben, nur dann möglich ist, wenn ihre Scheitelpunkte C und D in einer Geraden DC liegen, die zu der Basis BO parallel ist. Da nun DC auch parallel sein muß zu der Richtung der ablenkenden Kraft P, so muß diese mit der Geraden BO zusammenfallen: also der Zug der Kraft P gegen den Punkt O gerichtet sein.

3. Um die Geschwindigkeit zu ermitteln, die das Bewegliche in irgend einem Punkte seiner Bahn hat, bezeichnen wir mit k den in einer Zeiteinheit vom Radiusvector durchstrichenen Flächenraum, der eine unveränderliche Größe ist; und es sei AC Fig. 124, ein Bogen, der in dem unendlich kleinen Zeittheilchen τ mit der Geschwindigkeit v, mit welcher das Bewegliche in A ankommt, zurückgelegt wird, so hat man:

Fig. 124.



$$AC = v\tau,\ AOC = k\tau, \text{ aber auch}$$

$$AOC = v\tau \cdot \frac{p}{2}$$

wenn p die Senkrechte bedeutet, die von O auf die mit dem Bogen AC zusammenfallende Tangente des Punktes A gefällt wird, somit ist auch

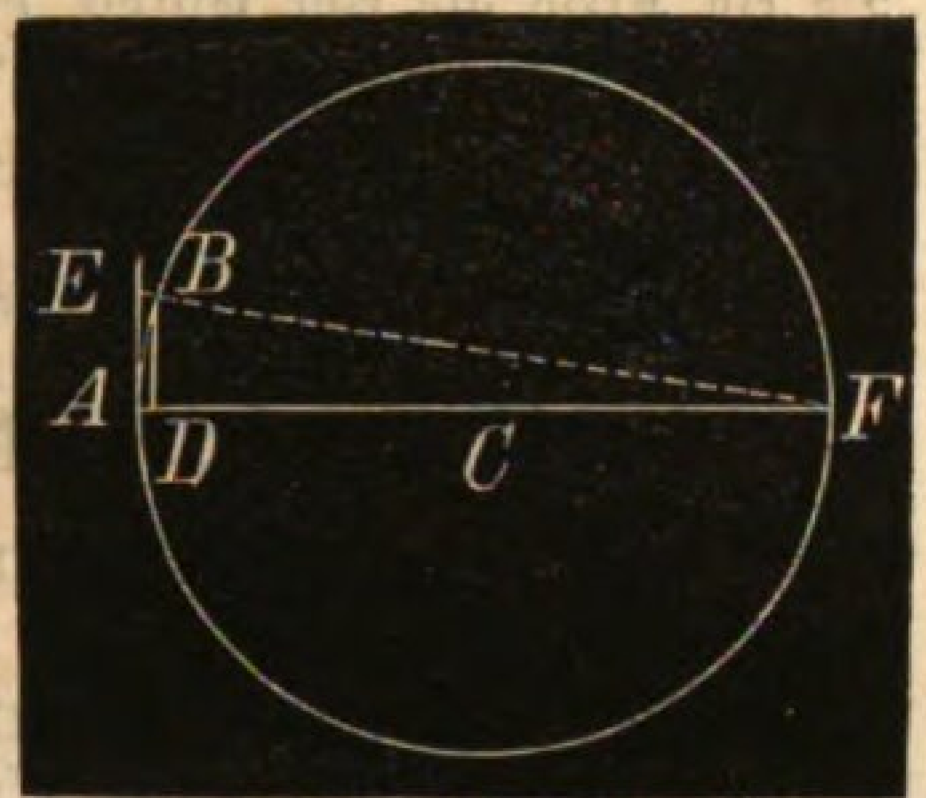
$$v\tau \cdot \frac{p}{2} = k\tau, \text{ und } v = \frac{2k}{p} \quad (1)$$

d. h. die Geschwindigkeit des Beweglichen an irgend einem Punkte der krummen Bahn ist der auf die Tangente dieses Punktes vom Mittelpunkte der Bewegung gefällten Senkrechten umgekehrt proportional.

Beschreibt das Bewegliche einen Kreis, so ist die Geschwindigkeit an allen Stellen der Bahn die nämliche; ist die Bahn eine Ellipse, und ein Brennpunkt derselben der Sitz der Centripetalkraft, so hat das Bewegliche in dem einen Endpunkte der großen Axe, welche diesem Brennpunkte am nächsten liegt, die größte, in dem andern Endpunkte die kleinste Geschwindigkeit.

5. Um die Größe der Centripetalkraft für den Fall zu finden, wo das bewegte Massentheilchen einen Kreis vom Halbmesser r beschreibt, und der Mittelpunkt C Fig. 125 der Sitz dieser Kraft ist, wollen wir annehmen, daß es in A mit der Geschwindigkeit v ankommt, und in dem unendlich kleinen Zeittheilchen τ den kleinen Bogen $AB = v\tau$ zurücklegt; errichten wir in A eine Tangente, fällen von B auf die Richtung der Centripetalkraft in A namentlich auf AC die Senkrechte BD, und ziehen BE parallel zu AD, so ist AE der Weg, welchen das Bewegliche, vermöge der Tangentialkraft, und AD derjenige, welchen es vermöge der beschleunigenden Centripetalkraft in dem Zeittheilchen τ zurückgelegt haben würde. Heißt R das Maß dieser beschleunigenden Kraft oder die Beschleunigung, die sie zu erzeugen vermag, so ist $AD = \frac{R\tau^2}{2}$, und da die Sehne AB mit dem zugehörigen Bogen zusammenfällt, so hat man auch

Fig. 125.



$$AD : AB = AB : AF, \text{ somit}$$

$$AD = \frac{\widehat{AB}^2}{AF} \quad \text{oder} \quad \frac{R\tau^2}{2} = \frac{v^2\tau^2}{2r} \quad \text{folglich}$$

$$R = \frac{v^2}{r} \; (2).$$

Nennt man t die Zeit, in welcher das Bewegliche im Kreise einen vollen Umlauf macht, und berücksichtigt, daß die Bewegung eine gleichförmige ist, so erhält man

$$2\pi r = vt, \text{ mithin } v = \frac{2\pi r}{t} \text{ und}$$

$$R = \frac{4\pi^2 r}{t^2} \; (3)$$

woraus folgt, daß die Centripetalkraft im geraden Verhältnisse mit dem Halbmesser und im umgekehrten des Quadrates der Umlaufszeit wächst. Zugleich wird ersichtlich, daß die Centripetalkraft der Fliehkraft vollkommen gleich ist.

Durch höhere Rechnungen findet man für die Größe der Centripetalkraft, wenn die Bahn des beweglichen Punktes eine Ellipse, Parabel oder Hyperbel, und ein Brennpunkt der Sitz dieser Kraft ist, den Ausdruck

$$R = \frac{4k^2}{p} \cdot \frac{1}{r^2}$$

wo k den obigen Werth hat, p den halben Parameter und r den Radiusvector bedeutet; da für dieselbe krumme Linie k und p einen unveränderlichen Werth haben, so folgt, daß die Centripetalkraft an verschiedenen Stellen der nämlichen Kegelschnittslinie dem Quadrate des zugehörigen Radiusvectors umgekehrt proportionirt ist.

Bei der Ellipse ist $p = a(1 - e^2)$ und $b^2 = a^2(1 - e^2)$ wo a die halbe große, b die halbe kleine Axe und e das Verhältniß der Excentricität zu a

bedeutet. Ist t die Umlaufszeit für die Ellipse, so ist ihr Flächenraum π a b = k t, mithin auch $\pi a^2 \sqrt{1 - e^2} = k\,t$, und

$$R = \frac{4\pi^2 a^3}{t^2} \cdot \frac{1}{r^2}.$$

Da ein Kreis als eine Ellipse betrachtet werden kann, bei welcher die Brennpunkte zusammenfallen, und alle Radienvectoren = a sind, so ist für eine kreisförmige Bahn

$$R = \frac{4\pi^2 a}{t^2}$$

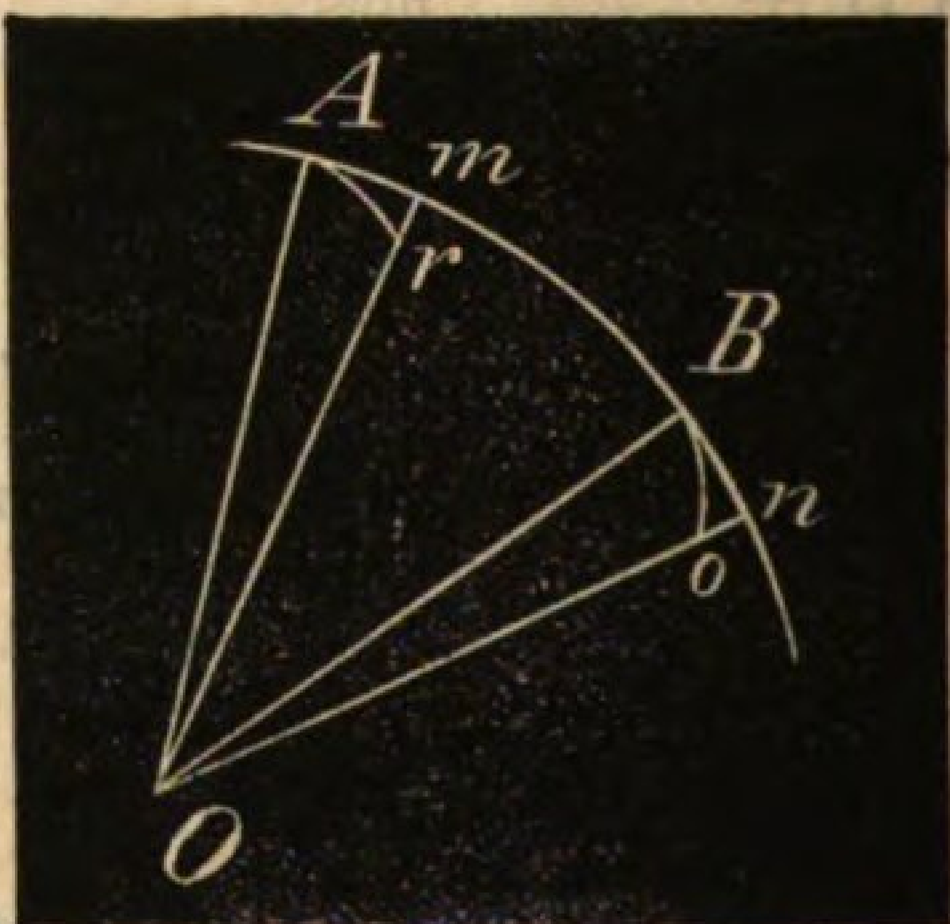
wie oben (Kunzek's Studien pag. 201).

§. 110. Kepler'sche Gesetze.

1. Die jährliche Bewegung der Erde um die Sonne hat zur Folge, daß die Sonne am Himmelsgewölbe mit der Geschwindigkeit der Erde sich zu bewegen scheint; wollen wir daher die Beschaffenheit der jährlichen Bewegung der Erde kennen lernen, so ist es nöthig die scheinbare jährliche Bewegung der Sonne zu beobachten. Die Beobachtungen lehren nun, daß diese Bewegung keine gleichförmige ist, ferner daß der scheinbare Durchmesser der Sonne Aenderungen erleidet, die mit der Aenderung der Geschwindigkeit im innigen Zusammenhange stehen, so zwar, daß dieser Durchmesser und die Geschwindigkeiten zur nämlichen Zeit den größten und den kleinsten Werth erlangen. Sorgfältige Messungen lehren, daß die Geschwindigkeiten v und v′ an zwei wo immer gelegenen Orten der Bahn, z. B. A und B, Fig. 126, sich zu einander verhalten, wie die Quadrate der an diesen Orten beobachteten scheinbaren Durchmesser der Sonne. Bezeichnet man letztere Durchmesser mit d und d′, so ist

$$v : v' = d^2 : d'^2.$$

Fig. 126.



Die Aenderungen im scheinbaren Durchmesser der Sonne sind ein Beweis, daß die Entfernung der Erde von der Sonne nicht immer dieselbe ist; der Punkt der Erdbahn, an dem sich die Erde bei ihrer kleinsten Entfernung von der Sonne befindet und mit der größten Geschwindigkeit bewegt, nennt man Perihelium oder Sonnennähe; den entgegengesetzt liegenden, den sie bei ihrer größten Entfernung von der Sonne einnimmt, und wo sie am langsamsten in ihrer Bahn fortschreitet, nennt man das Aphelium oder Sonnenferne. Da nun der scheinbare Durchmesser eines unter einem kleinen Gesichtswinkel sichtbaren Gegenstandes in dem Maße abnimmt, wie die Entfernung dieses Gegenstandes wächst, so ist, wenn man mit r und r′ die Entfernung der Erde in A und B von der Sonne in O bezeichnet:

$$d : d' = r' : r, \text{ mithin } v : v' = r'^2 : r^2$$

$$\text{und } v r^2 = v' r'^2 \ldots$$

Die Geschwindigkeit wird durch den Winkel gemessen, unter welchem uns der in einer Secunde zurückgelegte Bogen erscheint; sind A m und B n die in A und B in einer Secunde von der Erde beschrie-

bene Bögen, so ist $A\,O\,m = v$, und $B\,O\,n = v'$ und $A\,O = r$ $B\,O = r'$. Man kann diese Bögen als gerade Linien und daher die Sectoren $A\,O\,m$ und $B\,O\,n$ als Dreiecke betrachten. Setzt man $O\,m = r + \varrho$, und $O\,n = r' + \varrho'$ wo ϱ und ϱ' nur unendlich kleine Größen sein können, so ist der Flächenraum

$$A\,O\,m = \frac{r}{2}(r + \varrho) \text{ sin. } v, \text{ und } B\,O\,n = \frac{r'}{2}(r' + \varrho') \text{ sin. } v'.$$

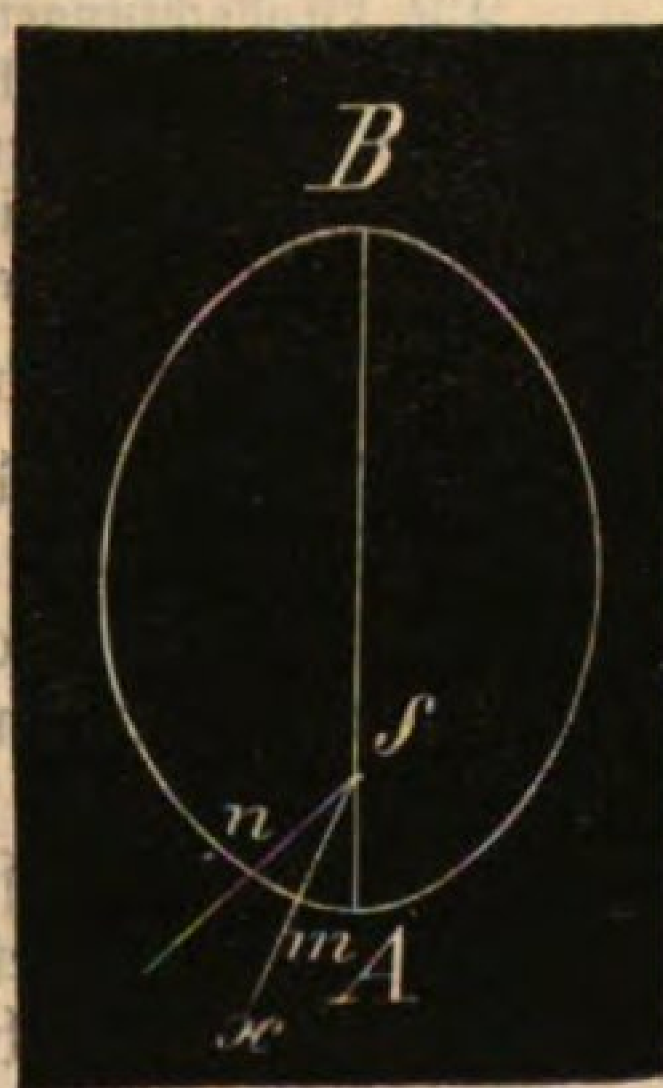
Da man sin. $v = v'$ und sin. $v' = v'$ setzen, und ϱ so wie ϱ' rücksichtlich der bedeutenden Größen r und r' vernachlässigen kann; so ist

$$A\,O\,m = \frac{r^2}{2}\,v, \text{ und } B\,O\,n = \frac{r'^2}{2}\,v',$$

folglich auch $A\,O\,m = B\,O\,n$, d. h. bei der Bewegung der Erde um die Sonne sind die Flächenräume, welche der vom Mittelpunkte der Sonne zum Mittelpunkte der Erde gezogene Radiusvector in gleichen Zeiten durchstreicht, einander gleich. Dieß ist das erste Kepler'sche Gesetz, welches nicht bloß die Erde, sondern alle Hauptplaneten bei ihren Bewegungen um die Sonne und die Trabanten, bei ihren Bewegungen um die Hauptplaneten befolgen.

2. Das zweite von Kepler entdeckte Gesetz sagt: daß die Bahnen der Planeten, Ellipsen sind, in deren einem Brennpunkte sich die Sonne befindet; ferner daß auch die Bahnen der Trabanten Ellipsen sind, in deren einem Brennpunkte der Hauptplanet erscheint. Die Gestalt der Erdbahn läßt sich auf folgende Weise ermitteln: Es sei S Fig. 127, die Sonne, A das Perihelium; man messe den scheinbaren Durchmesser der Sonne zur Mittagszeit an dem Tage, wo die Erde in A ist, und auch am folgenden Tage, bestimme aus Beobachtungen den Bogen, den die Erde oder scheinbar die Sonne während eines Tages durchläuft, und ziehe S x so, daß der Winkel A S x eben so viele Grade Minuten und Secunden zählt, als der gefundene Bogen. Heißen d und d' die an den zwei Tagen gemessenen Sonnendurchmesser, und ist y die noch unbekannte Entfernung der Erde von der Sonne so hat man

Fig. 127.



$$S\,A : y = d' : d, \text{ und } y = \frac{d}{d'}.\ S.\ A.$$

Da es sich nur um die Gestalt der Bahn handelt, so braucht man die wahre Entfernung der Erde von der Sonne nicht zu beachten und kann $S\,A = 1$ setzen. Nun schneidet man von S x ein Stück ab, welches dem berechneten Werthe von y gleich ist, so hat man den Ort m für die Mittagszeit des folgenden Tages. Auf solche Art verfährt man Tag für Tag, oder von 5 zu 5 Tagen, so erhält man die täglichen Standorte der Erde und die krumme Linie, welche sie verbindet, gibt ein Bild der Erdbahn. Hat die Sonne von dem Zeitpunkte, wo die Erde in A war, in der Ekliptik den Bogen von 180° zurückgelegt,

so hat sie auch die Hälfte ihrer Bahn durchlaufen, und befindet sich in der Sonnenferne und zwar in der Verlängerung von AS im Punkte B. Die Linie AB heißt die Absidenlinie. Aus den in der zweiten Jahreshälfte gemachten Beobachtungen ergibt sich, daß die Gestalt der während dieser Zeit beschriebenen Bahn vollkommen gleich ist der in der ersten Hälfte durchlaufenen. Hat man die Zeichnung der Erdbahn genau entworfen, so überzeugt man sich leicht, daß sie die Gestalt einer Ellipse hat, deren große Axe die Absidenlinie ist, und in deren einem Brennpunkte die Sonne strahlt. Halbirt man die große Axe in O so erhält man das Centrum der Ellipse und die Excentricität SO; es ist

$$AO = \frac{AS + BS}{2}$$

d. h. gleich der halben Summe aus der größten und kleinsten Entfernung der Erde von der Sonne, und wird die **mittlere** Entfernung genannt.

3. Ein drittes, die Bewegungen der Planeten betreffendes und von **Kepler** entdecktes Gesetz lautet: Die Quadrate der Umlaufszeiten der Planeten verhalten sich zu einander wie die dritten Potenzen ihrer mittleren Entfernungen von der Sonne. Dasselbe Gesetz beobachtet man bei Trabanten, falls deren mehrere um einen Hauptplaneten herumkreisen.

Die Beobachtungen lehren, daß die **Kepler**'schen Gesetze auch bei den Bewegungen der Cometen vorkommen, und daß auch bei jenen Doppelsternen, wo eine Bewegung des einen um den anderen, oder beider um einen gemeinschaftlichen Schwerpunkt wahrgenommen wird, die Bahnen als Ellipsen sich darstellen, in deren einem Brennpunkte der Hauptstern sich befindet, um den die andern sich bewegen.

§. 111. Ableitung des allgemeinen Gravitationsgesetzes.

1. Der Umstand, daß die Bahnen der Planeten und Cometen krumme Linien sind, beweiset das Vorhandensein einer continuirlichen Kraft, welche die Richtung der Bewegung, in welcher der Planet zu beharren strebt, ununterbrochen ändert, und zur Befolgung einer krummen Bahn nöthigt. Das erste **Kepler**'sche Gesetz belehrt uns aber erst, daß diese Kraft eine von der Sonne ausgehende und auf alle Planeten und Cometen sich erstreckende Anziehungskraft und die Bewegung eine Centralbewegung ist.

2. Das zweite Gesetz **Kepler**'s bestimmt die Beschaffenheit dieser Kraft näher, indem es das Gesetz zur Kenntniß bringt, welches diese Kraft bei ihrer Wirksamkeit befolgt, denn da es besagt, daß die Bahnen Ellipsen sind, so muß die Stärke der Centripetalkraft dem Quadrate der Entfernung des Planeten vom Mittelpunkte der Sonne umgekehrt proportionirt sein.

3. Wir hatten früher für die Bewegung eines Massentheilchens in eine Ellipse $R = \frac{4\pi^2\, a^3}{t^2} \cdot \frac{1}{r^2}$; für die Bewegung in einer anderen Ellipse, in welcher a′ die halbe große Axe t′ die Umlaufszeit, und r′ den veränderliche Radiusvector bedeutet, ist

$$R' = \frac{4\pi^2\, a'^3}{t'^2} \cdot \frac{1}{r'^2}.$$

Da nun dem dritten Kepler'schen Gesetz gemäß $\frac{a^3}{t^2} = \frac{a'^3}{t'^2}$, so ist, falls $r = r'$, auch $R = R'$, d. h. die Sonne würde auf alle Planeten, falls sie in der nämlichen Entfernung von ihr sich befänden, mit gleicher Anziehungskraft wirken; woraus folgt, daß diese Kraft von der materiellen Beschaffenheit der Planeten unabhängig ist, und die Stärke derselben nur in Folge der Verschiedenheit, die in der Entfernung der Planeten von der Sonne besteht, bei jedem Planeten eine andere ist.

4. Da die Bewegungen der Trabanten an dieselben Gesetze gebunden sind, so ist auch der Hauptplanet der Sitz einer Anziehungskraft, deren Stärke so abnimmt, wie das Quadrat der Entfernung des angezogenen Körpers zunimmt, übrigens aber von der Beschaffenheit des Stoffes, aus dem der Trabant besteht, unabhängig ist.

5. Newton, der aus den Kepler'schen Gesetzen zuerst das Vorhandensein einer von der Sonne und den Hauptplaneten ausgehenden Attractionskraft und das Gesetz ihrer Wirksamkeit abzuleiten verstand, erkannte auch, daß diese Kraft jedem einzelnen Massentheilchen des anziehenden Körpers zukommt, überhaupt jeder Materie eigenthümlich ist, und daher die Kraft, mit der ein Körper auf ein in der Ferne befindliches Massentheilchen wirklich einwirkt, als die Resultirende der von den einzelnen materiellen Theilchen des Körpers ausgehenden Anziehungskräfte zu betrachten ist. Es ist bereits früher gezeigt worden, daß die Gesammtanziehung R, welche die kugelförmige Masse M gegen eine gleichgestaltete und in der Entfernung r befindliche Masse m äußert, durch die Formel

$$R = \frac{Mm}{r^2}$$

ausgedrückt wird, wenn man die Anziehung, die eine in einem Punkte concentrirt gedachte Masseneinheit gegen eine gleich große in der Entfernung = 1 ausübt, als Einheit annimmt.

Aus dem Gravitationsgesetze ergeben sich folgende wichtige Folgerungen:

1. Die relative Bewegung, die in Folge der gegenseitigen Anziehung der Sonnenmasse M und der Planetenmasse m eintritt, ist wie bereits früher gezeigt wurde, so beschaffen, als ob die Sonne ruhen und m mit der Kraft $\left(\frac{m + M}{r^2}\right)$ angezogen würde. Sucht man nun durch Rechnung die Beschaffenheit der Bahn, die der Schwerpunkt des Planeten bei dieser Bewegung beschreibt, so findet man, daß sie eine Kegelschnittslinie sein müsse. Heißt v die Geschwindigkeit, die der Planet in irgend einem Punkte seiner Bahn hat, r der Radiusvector, R die Centripetalkraft der Sonne, und setzt man $M + m = \mu$, so ergibt sich, daß die Bahn

eine Ellipse wird, wenn $v < \sqrt{\frac{2\mu}{r}}$, oder $R. > \frac{v^2}{2r}$

ein Kreis „ „ $v = \sqrt{\frac{\mu}{r}}$, „ $R. = \frac{v^2}{r}$

eine Parabel „ „ $v = \sqrt{\frac{2\mu}{r}}$, „ $R. = \frac{v^2}{2r}$

eine Hyperbel „ „ $v > \sqrt{\frac{2\mu}{r}}$, „ $R. < \frac{v^2}{2r}$

Nehmen wir an, der Planet sei ursprünglich in der Sonnennähe, wo r den kleinsten Werth hat, durch eine momentane und senkrecht gegen den Radiusvector gerichtete Kraft in Bewegung versetzt worden; so war die schwächste Einwirkung im Stande, eine elliptische Bahn zu erzeugen, aber nur bei einer Einwirkung von ganz bestimmter Stärke, konnte eine Parabel oder ein Kreis, und bei einer sehr bedeutenden eine Hyperbel entstehen; weßhalb es unwahrscheinlich ist, daß irgend ein Weltkörper in unserem Sonnensysteme sich in einer Parabel oder einem Kreise bewegt und am wahrscheinlichsten, daß sich alle in Ellipsen bewegen, weil dazu verschiedenartige schwache Einwirkungen hinreichten, zur Bewegung in Hyperbeln aber eine bedeutende Stärke der momentanen Kraft erforderlich war; jedoch ist es immer möglich, daß unter den unzählig vielen Cometen auch solche vorkommen, die sich in Hyperbeln bewegen, auch ist man wirklich der Meinung, daß zwei in den Jahren 1771 und 1824 beobachtete Cometen hyperbolische Bahnen beschreiben.

2. Die Geschwindigkeit für jeden Punkt der Bahn des Planeten findet man aus der Formel

$$v = \sqrt{\frac{2\mu}{r} - \frac{\mu}{a}}.$$

Da der Radiusvector r in der Sonnennähe am kleinsten und in der Sonnenferne am größten ist, so ist die Geschwindigkeit im ersten Falle am größten, im zweiten am kleinsten.

Geschieht die Bewegung in einer Ellipse, deren halbe große Axe $= a$ ist, und für welche die Umlaufszeit des Himmelskörpers $= t$ ist, so gibt die Rechnung

$$\mu = \frac{4\pi^2 a^3}{t^2} \text{ (1) oder } M + m = \frac{4\pi^2 a^3}{t^2}.$$

Einen ähnlichen Ausdruck erhält man für einen zweiten Planeten von der Masse m'; der in der Zeit t' einen Umlauf in einer Ellipse macht, deren halbe große Axe $= a'$ ist; bildet man eine Proportion, so ist:

$$M + m : M + m' = \frac{a^3}{t^2} : \frac{a'^3}{t'^2}.$$

Da nun das dritte Keplerische Gesetz für alle Planeten gültig ist, also immer $\frac{a^3}{t^2} = \frac{a'^3}{t'^2}$, so folgt, daß die Massen m, m' aller Planeten bezüglich der Masse der Sonne M als verschwindend kleine Größen zu betrachten sind.

3. Setzt man in der Gleichung für v anstatt μ seinen Werth aus (1) so ergibt sich

$$v = \frac{2\pi a}{t}\sqrt{\frac{2a}{r} - 1}.$$

In der Sonnennähe ist $r = a(1 - e)$, in der Sonnenferne $r = a(1 + e)$, wo e das Verhältniß der Excentricität zur halben großen Axe ist; folglich ist die Geschwindigkeit eines Planeten

$$\text{in der Sonnennähe} = \frac{2\pi a}{t}\sqrt{\frac{1+e}{1-e}}, \text{ und}$$

$$\text{„ „ Sonnenferne} = \frac{2\pi a}{t}\sqrt{\frac{1-e}{1+e}}, \text{ woraus}$$

folgt, daß die Geschwindigkeit eines Himmelskörpers zur Zeit seiner Sonnennähe desto größer erscheint, je größer die Excentricität der Ellipse ist, weßhalb Cometen, deren Bahnen sehr lang gestreckte Ellipsen sind, mit äußerst großer Geschwindigkeit in ihrem Perihelium sich bewegen, aber äußerst langsam in der Sonnenferne fortschreiten. So beschreibt der merkwürdige Comet vom Jahre 1680, von der Sonne aus betrachtet, in seiner Sonnennähe während einer Stunde einen Bogen von 118 Graden, dagegen in der Sonnenferne erst in 1840 Tagen einen Bogen von einer einzigen Raumsecunde.

4. Es ist $M + m = \frac{4\pi^2 a^3}{T^2}$.

Heißt m' die Masse eines um den Planeten m in einer Ellipse von der halben großen Axe $= a'$ sich dergestalt bewegenden Satelliten, daß er in der Zeit t einen Umlauf macht, so ist auch

$$m + m' = \frac{4\pi^2 a'^3}{t^2}$$

mithin $$\frac{M + m}{m + m} = \frac{a^3\, t^2}{a'^3\, T^2}$$

da nun m bezüglich M und m' bezüglich m vernachlässigt werden kann; so hat man

$$\frac{M}{m} = \frac{a^3\, t^2}{a'^3\, T^2};$$

mittelst dieser Gleichung läßt sich das Verhältniß der Sonnenmasse zur Masse eines Planeten finden, wenn dieser Planet einen Satelliten hat.

5. Das Verhältniß der Sonnenmasse zur Masse der Erde läßt sich auch auf die Weise finden: die Anziehungskraft der Erdmasse wird durch die Acceleration g eines frei fallenden Körpers gemessen; ist r der Erdhalbmesser, so ist

$$g = \frac{m}{r^2} \text{ oder } m = g\, r^2,$$

da bei dieser Bewegung die Masse des angezogenen Körpers rücksichtlich der Erdmasse vernachlässigt werden kann; somit ist

$$\frac{M + m}{m} = \frac{4\pi^2\, a^3}{g\, r^2\, T^2} \text{ und}$$

$$\frac{M}{m} = \frac{4\pi^2\, a^3}{g\, r^2\, T^2} - 1$$

Für die Erde ist $T = 365.256383$ Tagen, $a = 23984$ r, und nimmt man $r = 858$ geogr. Meilen, jede $= 3912.4665$ Wiener Klaftern, und $g = 31$ Fuß, so ergibt sich in runder Zahl

$$\frac{M}{m} > 350.000$$

d. h. die Sonnenmasse ist mehr als 350.000mal größer als die Masse der Erde.

6. Durch die Anziehungen, welche ein jeder Planet von anderen Planeten erleidet, werden Abweichungen von der elliptischen Bewegung hervorgebracht, die man Störungen oder Peturbationen nennt und die La Place in seiner Himmelsmechanik 110 Jahre nach dem Tode Newton's aus dem Gravitationsgesetze berechnete; eine genaue Kenntniß derselben ist zur richtigen Berechnung des Laufes eines Planeten oder Cometen nothwendig.

Vom Stoße der Körper.

§. 112. Ein bewegter Körper wirkt auf einen andern, der ihm im Wege steht, in Folge seines Bestrebens, die Bewegung fortzusetzen, mit seiner Bewegungsgröße ein, erfährt aber von diesem einen Widerstand, also eine Rückwirkung; diese plötzliche Wechselwirkung zweier zusammentreffenden Körper wird Stoß genannt. Durch den Stoß werden Veränderungen im Bewegungszustande beider Körper herbeigeführt, die jedoch nur stufenweise, mithin erst in einiger, wenn auch sehr kurzer Zeit eintreten können; erfolgt der Stoß gegen einige Theile eines festen Körpers mit einer Stärke, die größer ist, als der Zusammenhang derselben mit anderen Theilen des Körpers, so werden sie von den seitwärts liegenden abgerissen, während letztere in Ruhe bleiben.

Geht die Richtung des Stoßes durch den Schwerpunkt eines Körpers, so heißt der Stoß central; ist dieß nicht der Fall, so heißt er excentrisch. Wenn die gerade Linie, in welcher die Schwerpunkte der beiden Körper sich bewegen, im Augenblicke des Zusammentreffens auf der Berührungsebene senkrecht steht, so heißt der Stoß ein gerader, dieß ist z. B. der Fall, wenn zwei Kugeln so zusammenstoßen, daß der Berührungspunkt in der geraden Linie liegt, in welcher ihre

Mittelpunkte sich bewegen, findet dieses nicht statt, so ist der Stoß ein schiefer.

1. Gerader Stoß unelastischer Körper. Wenn die unelastische Masse M mit der Geschwindigkeit C an eine andere auch unelastische von der Masse m anstößt, und der Schwerpunkt der letzteren mit dem der ersteren Masse in der nämlichen geraden Linie sich bewegt, jedoch mit einer kleineren Geschwindigkeit c, so verwendet die Masse M einen Theil ihrer bewegenden Kraft MC um die Bewegung von der Masse m so weit zu beschleunigen, daß sie aufhört Widerstand zu leisten; es wird somit die Geschwindigkeit der vorderen Masse wachsen, die der hinteren abnehmen, bis beide die nämliche Geschwindigkeit u erlangt haben; demnach wird die stoßende Kraft an Stärke M (C — u) verlieren, die vordere die Kraft m (u — c) gewinnen, und es ist dem d'Alembert'schen Princip gemäß

$$M(C - u) - m(u - c) = 0, \text{ mithin } u = \frac{MC + mc}{M + m}.$$

Sind die Richtungen der Bewegung gerade entgegengesetzt, so ist c negativ zu nehmen, mithin $u = \frac{MC - mc}{M + m}$.

Wenn $M = m$ ist, so hat man im ersten Falle $u = \frac{C + c}{2}$, im zweiten $u = \frac{C - c}{2}$; und falls der gestoßene Körper in Ruhe, also $c = 0$ ist, jedesmal $u = \frac{C}{2}$ d. h. beide Körper bewegen sich mit der halben Geschwindigkeit und in der Richtung des stoßenden.

Ist $c = o$, so ist $u = \frac{MC}{M + m}$; hieraus wird ersichtlich, daß die Geschwindigkeit u desto kleiner wird, je bedeutender die Masse m ist, daher unmerklich, wenn m die Masse M viele Male an Größe übertrifft.

2. Beim Stoße unelastischer Körper entsteht jederzeit ein Verlust an lebendiger Kraft, denn sind C und c die Geschwindigkeiten der Massen M und m vor dem Stoße, und u ihre gemeinschaftliche Geschwindigkeit nach dem Stoße, so ist $MC^2 + mc^2$ die Summe der lebendigen Kräfte vor dem Stoße, und $M + m) u^2$ die lebendige Kraft nach dem Stoße. Nun verliert der stoßende Körper an lebendiger Kraft $M(C - u)^2$, der gestoßene gewinnt $m(u - c)^2$, und es ist
$M(C - u)^2 + m(u - c)^2 = MC^2 + mc^2 + (M + m) u^2 - 2(MC + mc) u$, (1); da nach dem Stoße unelastischer Körper

$$u = \frac{MC + mc}{M + m} \text{ ist,}$$

so erhält man, wenn hieraus der Werth von $MC + mc$ in der Gleichung (1) gesetzt wird:
$M(C - u)^2 + m(u - c)^2 = MC^2 + mc^2 - (M + m) u^2$
demnach ist bei unelastischen Körpern der Unterschied zwischen der Summe der lebendigen Kräfte vor dem Stoße und nach dem Stoße gleich der Summe aus der lebendigen Kraft, die der stoßende verloren, und der, welche der gestoßene gewonnen hat.

Vorstehender Lehrsatz, welcher nach seinem Erfinder der Carnot'sche heißt, macht ersichtlich, daß der Verlust, welchen ein System harter, in Bewegung befindlicher Körper an lebendiger Kraft erleidet, unbedeutend wird, wenn die Größen C—u und u — c sehr klein, daher ihr Quadrat eine sehr kleine Größe der zweiten Ordnung ist; dieß ist der Fall, wenn die Stöße schwach sind, und als eine Reihe von kleinen auf einander folgenden Anregungen wirken. An Maschinen müssen daher alle Stöße bei der Mittheilung und Fortpflanzung der Bewegung möglichst vermieden werden. Stöße treten immer ein, wenn eine Bewegung in die entgegengesetzte übergeht.

§. 113. Stoß elastischer Kugeln. Bei einem geraden Stoße elastischer Kugeln von den Massen M und m, die in der nämlichen Richtung mit den Geschwindigkeiten C und c sich bewegen, aber die Geschwindigkeit c der vorderen kleiner ist als C, wird wie bei unelastischen Körpern die hintere so lange auf die vordere drückend einwirken, bis beide die gemeinschaftliche Geschwindigkeit u erhalten haben, wobei die hintere an bewegender Kraft M (C — u) verliert, und die vordere m (u — c) = M (C — u) gewinnt, daher die bewegende Kraft der ersten in M u, die der andern in m u übergeht. Da jedoch die Kugeln elastisch sind, so werden beide durch Druck und Gegendruck eine Verminderung ihres Volumens erleiden, weßhalb eine jede nach dieser Einwirkung mit der nämlichen Kraft, mit welcher sie zusammengedrückt worden ist, sich wieder ausdehnt, und dabei der andern in der Richtung, in welcher die Ausdehnung erfolgt, einen neuen Stoß versetzt; dadurch wächst der vorderen die bewegende Kraft m (u — c) zu, bei der hinteren dagegen wird durch den Rückstoß der vordern die bewegende Kraft um M (C — u) vermindert. Heißen V und v die Geschwindigkeiten, welche M und m nach dieser zweiten Wechselwirkung, also nach beendetem Stoße besitzen, so ist

$$MV = Mu - M(C - u), \text{ mithin } V = 2u - C,$$

und $$mv = mu + m(u - c), \text{ mithin } v = 2u - c.$$

Setzt man darin den Werth von u, so ist

$$V = \frac{2(MC + mc)}{M + m} - C = \frac{2mc + (M - m)C}{M + m}$$

und $$v = \frac{2(MC + mc)}{M + m} - c = \frac{2MC - (M - m)c}{M + m}$$

1. Für $M = m$ ist $V = c$, und $v = C$, d. h. die beiden Kugeln werden während des Stoßes ihre Geschwindigkeiten vertauschen, übrigens aber fortfahren, sich in derselben Richtung wie vor dem Stoße zu bewegen. War $c = 0$, so wird $V = 0$, und $v = C$, d. h. die stoßende Kugel bleibt in Ruhe, während die früher ruhende mit der Geschwindigkeit und in der Richtung der stoßenden sich bewegt.

Wird am Billard eine Kugel central gestoßen, so erhält sie nebst der fortschreitenden Bewegung durch die Reibung am Tuche auch eine drehende Bewegung, wobei die obersten Theile in der Richtung des Stoßes sich bewegen; wenn man aber den Stoß excentrisch durch den unteren Theil der Kugel führt, so entsteht ein Drehung welche die erstere aufheben kann, so daß dann beim Anstoßen an eine ruhende die stoßende wirklich zu Ruhe kommt, und die gestoßene der Theorie gemäß sich bewegt, (Stoßmaschine.)

2. Haben die Massen M und m vor dem Stoße entgegengesetzte Richtungen, so ist die Geschwindigkeit c negativ zu nehmen, und es ergibt sich wieder für gleiche Massen

$$V = -c \text{ und } v = C$$

d. h. jeder Körper bewegt sich nach dem Stoße mit der Geschwindigkeit und in der Richtung, welche der andere vor dem Stoße hatte.

3. Sind die Massen ungleich, aber c = 0, so ist

$$V = \frac{(M-m)C}{M+m} \text{ und } v = \frac{2MC}{M+m} = \frac{2C}{1+\frac{m}{M}}$$

Ist nun die ruhende Masse m bedeutend größer als die stoßende M, so daß man M rücksichtlich des m vernachlässigen kann, so wird V nahe = — C und v nahe = 0, d. h. der anstoßende Körper springt nach dem Stoße mit der nämlichen Geschwindigkeit, die er vor dem Stoße hatte, zurück, dagegen bleibt der gestoßene in Ruhe oder bewegt sich nur mit einer sehr geringen Geschwindigkeit. Eine unbewegliche Ebene ist wie eine unendlich große Masse zu betrachten; wird sie in senkrechter Richtung von einer elastischen Kugel mit der Geschwindigkeit C gestoßen, so springt die Kugel mit der nämlichen Geschwindigkeit in senkrechter Richtung zurück. Bei unvollkommener Elasticität wird die Geschwindigkeit nach dem Stoße nur einen gewissen Theil von C betragen. Stößt eine elastische Kugel in schiefer Richtung gegen eine unbewegliche Ebene, so wird die Geschwindigkeit in eine normale und eine zu der Ebene parallele Componente zerlegt, und indem die erstere in eine gerade entgegengesetzte Geschwindigkeit übergeht, prallt die Kugel dergestalt ab, daß der Einfallswinkel dem Reflexionswinkel gleich wird.

Wird eine Kugel gegen die Oberfläche des Wassers in sehr schiefer Richtung abgeschossen, so kann sie wegen der Elasticität des Wassers abprellen; daher ist es bei einer Wildentenjagd gefährlich, auf der gegenüber befindlichen Seite des Teiches zu stehen.

Man pflegt unter die Massen, welche Stöße auszuhalten haben, elastische Körper zu legen, so z. B. unter die Amboße legt man ein massives Stück Holz, damit der Hammer immer zurückgeworfen werde. Fällt eine vollkommen elastische Kugel von irgend einer Höhe h auf die Erde herab, so theilt sie der Erde keine bemerkbare Bewegung mit, sondern steigt mit der nämlichen Geschwindigkeit in die Höhe, mit der sie auffiel, und würde sich wieder bis zur Höhe h erheben, dann niederfallen, und abermals zurückspringen und dieß ohne Ende fort, wenn keine Hindernisse der Bewegung vorkämen, und die Kugel vollkommen elastisch wäre, was jedoch nicht im vollen Maße stattfindet.

4. Beim Stoße vollkommen elastischer Körper findet kein Verlust an lebendiger Kraft statt, indem die Summe der lebendigen Kräfte nach dem Stoße gleich ist der Summe derselben vor dem Stoße; denn da

$$V = 2u - C \text{ und } v = 2u - c,$$

so ist

$$V^2 = 4u^2 - 4uC + C^2, \text{ und}$$
$$v^2 = 4u^2 - 4uc + c^2.$$

Multiplicirt man die erste Gleichung mit M, die zweite mit m und addirt die beiden Producte, so

$$MV^2 + mv^2 = 4(M+m)u^2 - 4(MC + mc)u + MC^2 + mc^2.$$

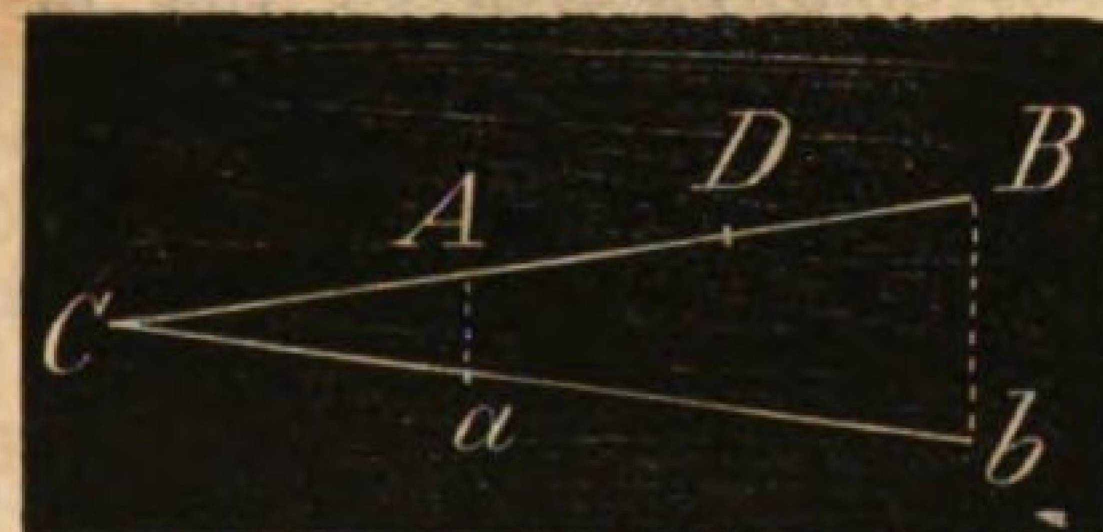
Setzt man darin für u den Werth, so bleibt

$$MV^2 + mv^2 = MC^2 + mc^2$$

was zu beweisen war. Es findet also beim Stoße elastischer Körper kein Verlust an Wirkung oder Arbeit statt. Sind die an einander stoßenden Körper unvollkommen elastisch, so tritt wohl ein Verlust ein, der jedoch desto geringer ist, je weniger diese Körper von vollkommen elastischen abweichen.

5. Es seien an den Punkten A und B, Fig. 128, einer um C sich gleichförmig drehenden Geraden die Schwerpunkte der Massen M und m; es sei $AC = R$ und $CB = r$, Aa und Bb seien die Bögen, die sie in gleichen Zeiten zurücklegen, und die daher den Geschwindigkeiten C und c der beiden Massen proportionirt sind. Bezeichnet man die bewegenden Kräfte mit P und p, so ist

Fig. 128.



$P : p = MC : mc$, da aber
$C : c = R : r$, so ist auch
$P : p = MR : mr$, und $P . mr = p . MR$ (1).

Um nun den Punkt D in der CB zu finden, in welchem ein senkrecht zu der Geraden CB ausgeübter Stoß die feste Axe C nicht erschüttert, hat man zu beachten, daß dieß der Fall sein wird, wenn der Stoß keine Drehung der BC um D erzeugt, mithin wenn die statischen Momente der Kräfte P und p bezüglich dieses Punktes einander gleich sind. Setzt man $CD = x$, so ist

$P (x - R) = p (r - x)$; somit durch Division mit (1)

$$\frac{x - R}{mr} = \frac{r - x}{MR}$$

und

$$x = \frac{MR^2 + mr^2}{MR + mr}$$

diesen Punkt D nennt man den **Mittelpunkt des Stoßes**; er ist darum bemerkenswerth weil in diesem Punkte ein um eine feste Axe sich drehender Körper den stärksten Stoß hervorbringt.

Dreht sich ein ganzes System von Massentheilchen $m, m', m'' \ldots$ um die Axe C, und sind $r, r', r'' \ldots$ ihre Abstände von C, so findet man für den Abstand des Mittelpunktes des Stoßes immer

$$x = \frac{mr^2 + m'r'^2 + m''r''^2 + \ldots}{mr + m'r' + m''r'' + \ldots}$$

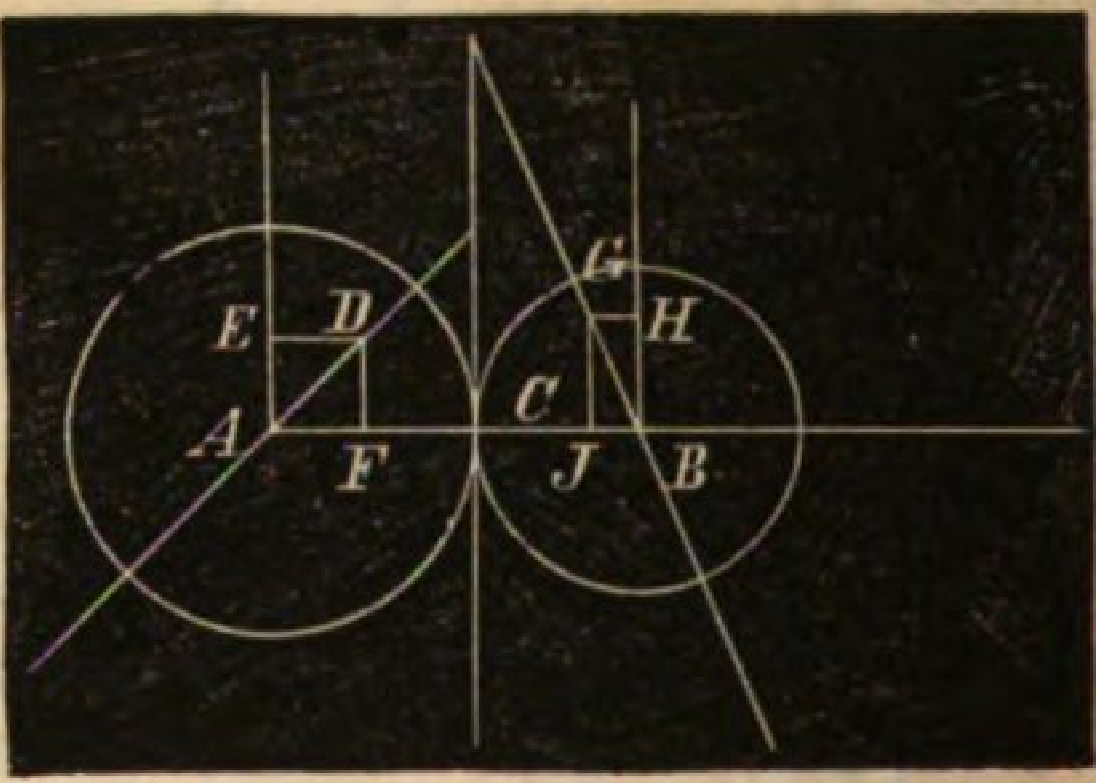
woraus ersichtlich wird, daß der Mittelpunkt des Stoßes mit dem Schwingungsmittelpunkte zusammenfällt.

Führt man mit einem Hammer gegen einen Körper einen Schlag, so muß dieser durch den Mittelpunkt des Stoßes des Hammers gehen; denn wenn dieß nicht geschieht, so erleidet die Hand eine Prellung und wird bei längerer Dauer der Arbeit aus Ermüdung unfähig, den Hammer zu führen. Eine andere Ursache dieser Ermüdung, insbesondere bei den Arbeiten der Kupferschmiede liegt in dem Umstande, daß

der durch den eisernen Kopf des Hammers hervorgebrachte Stoß dem hölzernen Stiele Schwingungen ertheilt, die sich bis zu der Hand fortpflanzen: man pflegt deßhalb dem Handgriffe des Stiels eine größere Dicke zu geben, als demjenigen Theile desselben, welcher in den Kopf des Hammers sich einfügt, weil dann die Schwingungen bei der Fortpflanzung auf mehr und mehr Theile übergehen und daher immer schwächer werden.

6. Findet bei zwei Kugeln ein schiefer centraler Stoß statt, und ist AD, Fig. 129, die Geschwindigkeit der einen und BG die der zweiten; so zerlegt man jede in zwei Componenten, wovon die eine in der durch beide Mittelpunkte gehenden Richtung AB, die andre darauf senkrecht wirkt; AF und BJ bewirken einen geraden Stoß, dessen Wirkung mit der zweiten Componente zusammenzusetzen ist. Gesetzt, beide Kugeln hätten gleiche Massen, und die Kugel B wäre in Ruhe, so erhält letztere durch den Stoß die Geschwindigkeit AF, und bewegt sich in der Richtung AB, während die andere in der Richtung der zweiten Componente AE fortschreitet. — Wären beide Kugeln in Bewegung und AF = BJ, so bewegen sich die Kugeln nach dem Stoße in den parallelen Richtungen AE und BH neben einander.

Fig. 129.



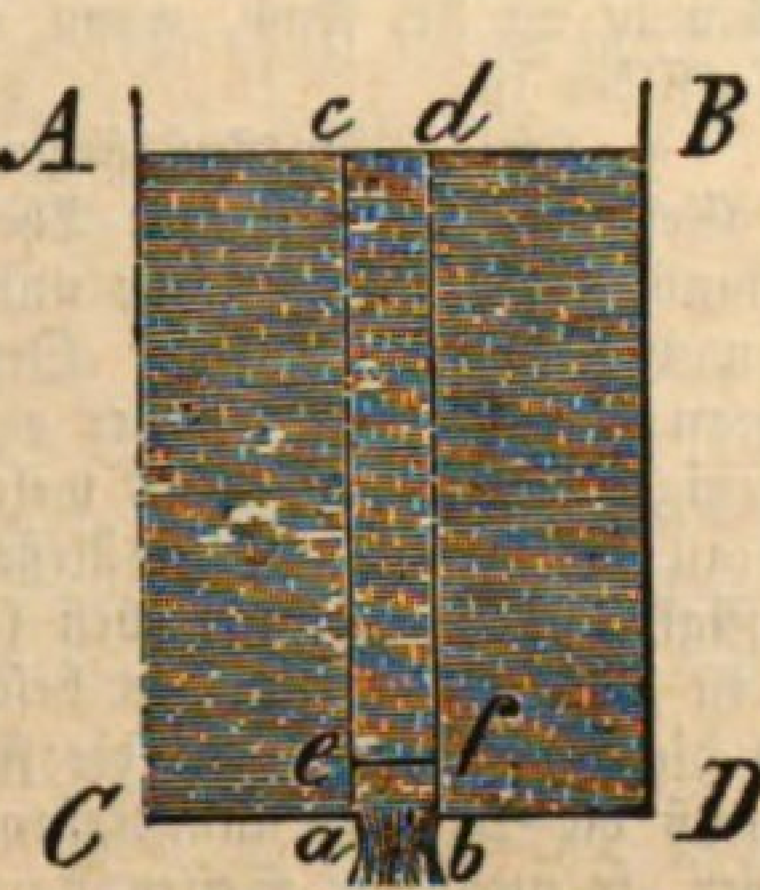
Bekanntlich ist es sehr vortheilhaft, den Kasten der Fuhrwerke oder die Ladungen auf Federn ruhen zu lassen, denn da die Räder unaufhörlich stärkere oder schwächere Stöße gegen die auf der Straße hervorragenden Steine erleiden, so geht ein Theil der horizontalen Kraft womit das Fuhrwerk gezogen wird, verloren, aber durch die Wirkung der Federn wird dieß größtentheils ersetzt, und auf solche Art die vorrückende Bewegung des Fuhrwerks gefördert. Die Stöße, welche das Fuhrwerk von unten nach oben erfährt, erzeugen wohl Erhebungen und Senkungen des Kastens, allein die Federn, die sich dabei biegen, bewirken, daß diese Bewegungen des Kastens nicht so plötzlich eintreten, und auch nicht so weit reichen, wie in einem nicht in Federn hängenden Fuhrwerke, weßhalb die Reisenden nicht so leicht ermüden, und die Waaren vor plötzlichen Stößen, mithin vor Beschädigung geschützt werden.

Grundlehren der Hydrodynamik.

Flüssigkeiten bewegen sich im Allgemeinen nach den nämlichen Gesetzen, nach denen die Bewegungen der Körper überhaupt vor sich gehen: so wird z. B. ein Wassertropfen nach den für den freien Fall der Körper geltenden Gesetzen fallen; allein in Folge der leichten Verschiebbarkeit und Beweglichkeit der Theilchen entstehen auch im Inneren der Flüssigkeit Bewegungen, welche von der Bewegung der ganzen Masse abweichen. Wir müssen uns hier nur auf einige Grundlehren beschränken, die sich leicht durch Versuche nachweisen, oder durch einfache Betrachtungen ableiten lassen.

§. 114. Torricelli's Theorem. Wenn man am Boden eines mit einer tropfbaren Flüssigkeit gefüllten Gefäßes eine Oeffnung macht, die im Vergleiche zum Querschnitte des Gefäßes sehr klein ist, so daß durch das Austreten der kleinen Masse a b e f, Fig. 130, die Lage der

Fig. 130.



Oberfläche sich nicht merklich ändert, so ist, falls keine andere Kraft als die Schwere der Flüssigkeitstheilchen wirkt, die Ausflußgeschwindigkeit so groß wie die Geschwindigkeit, die ein Körper beim freien Falle von dem Niveau der Flüssigkeit bis an die Ausflußöffnung erlangt, und die bekanntlich durch die Formel $v = \sqrt{2gh}$ ausgedrückt wird, wenn h den Abstand a c der Oeffnung vom Niveau bezeichnet.

Denn die Geschwindigkeit, mit welcher die kleine Flüssigkeitssäule a b e f heraustritt, hängt bekanntlich von der Größe der beschleunigenden Kraft ab; wäre letztere Kraft nur die eigene Schwere von a b e f, so müßte sie die Oeffnung mit der Geschwindigkeit c verlassen, welche der Fallhöhe a e entspricht, und man hätte $c = \sqrt{2g \cdot ae}$; die beschleunigende Kraft ist aber nicht diese Schwere allein, sondern der aus dem Bestreben der Masse, der Schwere zu folgen, entstehende Druck von der ganzen darauf lastenden Flüssigkeitssäule a b c d, weßhalb die Beschleunigung nicht g sein kann, sondern eine größere g′ ist, so daß die Geschwindigkeit v, mit welcher die Flüssigkeit aus der Oeffnung heraustritt, den durch die Formel $v = \sqrt{2g' \cdot ae}$ ausgedrückten Werth erhält. Offenbar wird g′ so vielmal größer sein als g wie vielmal das Gewicht der Säule a b c d größer ist als das Gewicht von a b e f, somit

$$g : g' = ae : ac,$$

da die Gewichte dieser Flüssigkeitssäulen sich zu einander verhalten, wie die Höhen derselben. Bestimmt man nun g′ und setzt den gefundenen Werth in der obigen Formel, so hat man

$$v = \sqrt{2gh} = 7.874 \sqrt{h}.$$

Der Abstand h der Ausflußöffnung vom Niveau wird die Druckhöhe der Flüssigkeit genannt.

1. Wird durch zuströmendes Wasser die Druckhöhe stets bei demselben Werthe erhalten, so bleibt die Ausflußgeschwindigkeit unveränderlich; findet aber kein Nachfluß Statt, so nimmt die Druckhöhe und somit auch die Ausflußgeschwindigkeit beständig ab, und zwar nach demselben Gesetze, nach welchem die Geschwindigkeit v eines vertical aufwärts geworfenen Körpers abnimmt. Diese ist nämlich $= \sqrt{2gh}$; wenn h den Abstand desselben vom höchsten Punkt der Bahn bedeutet. Die Bewegung beim Ausflusse ist somit eine gleichförmig verzögerte.

2. Die Ausflußgeschwindigkeit hängt nicht von der Dichte der Flüssigkeit ab, so daß bei der nämlichen Druckhöhe Wasser mit derselben Geschwindigkeit ausströmt, wie Quecksilber; zwar ist der Druck, mit dem die Quecksilbersäule treibt, 13,6 Mal größer als bei Wasser, aber eben so viel Mal ist auch die bewegte Quecksilbermasse größer als eine Wassermasse von gleichem Volumen, und braucht daher eine 13.6 Mal größere bewegende Kraft.

3. Der Luftdruck an der Ausflußöffnung wird durch den am Niveau wirkenden aufgehoben. Wirkt außer der Schwere irgend eine Druckkraft, auf die Oberfläche, welche für sich eine der Druckhöhe h′ entsprechende Geschwindigkeit $v' = \sqrt{2gh'}$ zu erzeugen vermöchte, so ist die Ausflußgeschwindigkeit an der Oeffnung

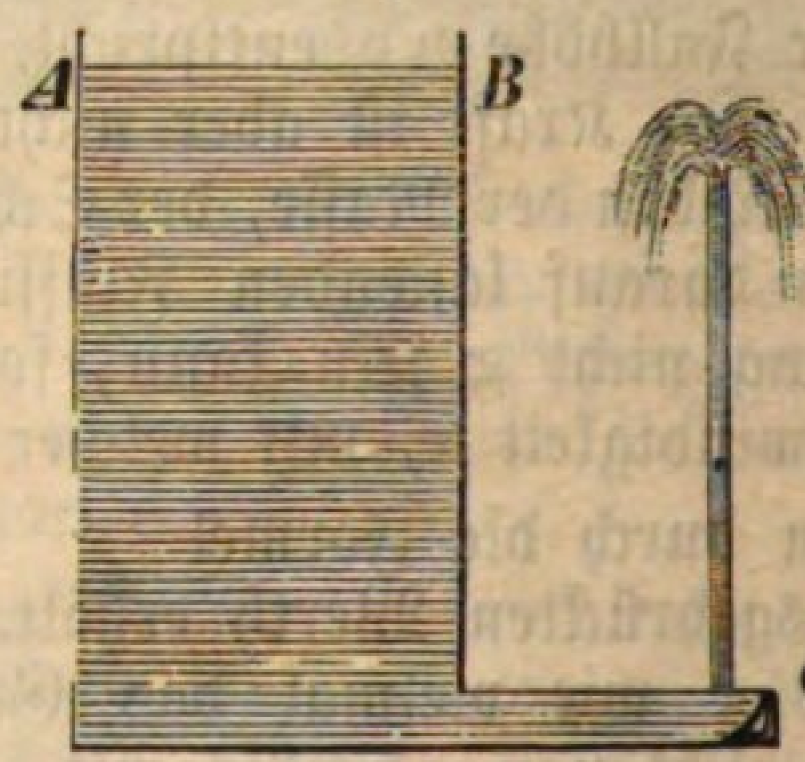
$$v = \sqrt{2g(h + h')}.$$

Tritt die Flüssigkeit aus der Oeffnung in einen luftleeren Raum, so ist h' eine Druckhöhe, bei der die Flüssigkeit dem äußeren Luftdrucke das Gleichgewicht halten könnte; mithin h' = 32 Fuß, wenn im Gefäße Wasser, und h' = 28 Zoll, wenn darin Quecksilber ist.

4. Ist die Ausflußöffnung nicht auf dem Boden, sondern an einer Seitenwand des Gefäßes, so fließen die Theilchen nicht mit gleicher Geschwindigkeit heraus, da ihr Abstand von der Oberfläche und somit die Druckhöhe verschieden ist; allein man kann, wenn der Durchmesser der Oeffnung im Verhältnisse zum Abstande derselben vom Niveau sehr klein ist, immer annehmen, daß alle Theilchen mit der mittleren, d. i. mit derjenigen Geschwindigkeit, welche dem Abstande des Mittelpunktes der Oeffnung vom Niveau entspricht, herausfließen. — Auf die aus der Seitenöffnung austretenden Flüssigkeitstheilchen wirkt eben so die Schwere, wie auf einen geworfenen Körper, daher ist die Bahn, die jedes beschreibt, eine Parabel, und zwar bei gleicher Druckhöhe stets dieselbe Parabel; da die Flüssigkeitstheilchen ununterbrochen auf einander folgen, so muß die Parabel ununterbrochen erscheinen. Der Parameter der Parabel ist desto größer, je mehr die Seitenöffnung von der Oberfläche entfernt ist.

5. Die Richtigkeit des Ausflußgesetzes kann man nachweisen, indem man die Höhe bestimmt, zu welcher ein vertical aufwärtssteigender Wasserstrahl, Fig. 131, sich erhebt; denn da ein Körper, welcher mit einer der Fallhöhe h entsprechenden Geschwindigkeit vertical aufwärts geworfen wird, sich zu der Höhe h erheben muß, so braucht man nur die Flüssigkeit aus einer nach oben gekehrten kleinen Oeffnung C austreten zu lassen und die Höhe des aufsteigenden Strahls zu messen; ist die Ausflußgeschwindigkeit wirklich dieselbe, als wenn die Flüssigkeit vom Niveau A B bis an die Oeffnung herabgefallen wäre, so muß sich die Flüssigkeit wieder bis zur Höhe des Niveau erheben. Die Erfahrung lehrt, daß, wenn man alle Bewegungshindernisse nämlich die Reibung und Adhäsion an der Ausflußöffnung, den Widerstand der Luft, den Druck der zurückfallenden Flüssigkeitstheilchen möglichst beseitigt, der aufsteigende Wasserstrahl nahe an das Niveau kommt, es aber niemals erreicht, also die Sprunghöhe der Fallhöhe niemals vollkommen gleich ist, weil es nicht möglich ist, die Bewegungshindernisse ganz zu entfernen. Die Sprunghöhe erscheint sogleich größer, wenn man die Oeffnung so stellt, daß der Strahl in einer etwas schiefen Richtung aufsteigt, weil dann die herabfallenden Theilchen die nachsteigenden im Aufsteigen nicht hindern können; der Erfahrung zufolge ist die Sprunghöhe unter übrigens gleichen Umständen bei einem conischen Ansatzrohre größer, und noch größer bei einer in einer dünnen Platte angebrachten Oeffnung, deren Größe sich nach der Druckhöhe richtet, und jedesmal erst durch Versuche ermittelt werden muß.

Fig. 131.



§. 115. Bestimmung der Flüssigkeitsmenge, die in einer gegebenen Zeit ausfließt.

1. Wenn alle Theilchen der Flüssigkeit mit der nämlichen Geschwindigkeit aus der Oeffnung austreten und die Druckhöhe unveränderlich bleibt, und keine Bewegungshindernisse vorhanden sind, so fließt in einer Secunde eine Flüssigkeitssäule heraus, welche die Oeffnung = a zur Basis und die Geschwindigkeit v zur Höhe hat, deren Volumen = $a\sqrt{2gh}$ ist, mithin ist das in der Zeit t ausgeflossene Volumen

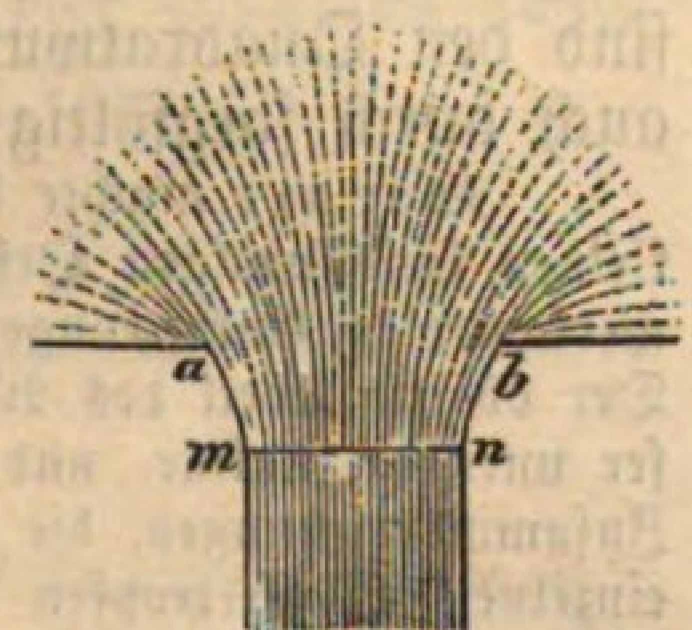
$$M' = a\,t\sqrt{2gh} \quad (1)$$

und das Gewicht $P = a\,s\,t\sqrt{2gh}$,
Die Größen a, g, h müssen in derselben Maßeinheit angegeben sein. Die nach der Formel (1) berechnete Flüssigkeitsmenge heißt die **theoretische** oder **hypothetische**.

2. Die Versuche lehren, daß die Menge der Flüssigkeit, die aus einer kleinen Oeffnung am Boden ausfließt von der theoretischen bedeutend abweicht; die Ursache dieser Abweichung ergibt sich, wenn man z. B. dem Wasser feines Bernstein- oder Siegellackpulver beimengt, und die Bewegung desselben in einem cylindrischen Glase, an dessen dünnen metallenem Boden eine kleine Oeffnung sich befindet, beobachtet; man sieht Anfangs die Theilchen vertical abwärts sich bewegen und die Oberfläche stets eine horizontale Ebene bilden; allein in der Nähe des Bodens strömen die Theilchen in krummen Bahnen der Oeffnung zu, diese mag am Boden oder an einer Seitenwand sich befinden. Kommt die Oberfläche in die Nähe des Bodens, so bildet sich über der Oeffnung eine trichterförmige Vertiefung.

Die von allen Seiten in schiefer Richtung in die Oeffnung kommenden Theilchen erzeugen eine Ablenkung in der Richtung der vertical herabfallenden und kommen selbst mit einer geringeren Geschwindigkeit in der Oeffnung an, als letztere Theilchen; außerdem haben die den Rand der Oeffnung berührenden Theilchen die Adhäsion zu überwinden; dieß alles hat eine Abweichung vieler Theilchen von der theoretischen Geschwindigkeit und eine Zusammenziehung (Contraction, Einschnürung,) des Strahls zur Folge, wobei der Querschnitt desselben von der Oeffnung an bis zu einer gewissen Entfernung an Größe allmälig abnimmt. Die Entfernung der Stelle mn, Fig. 132, von welcher an sich der Strahl (nach Savart) nur unmerklich zusammenzieht, ist etwas größer als der Durchmesser der Oeffnung; der Durchmesser mn beträgt 0.8 vom Durchmesser der Oeffnung.

Fig. 132.



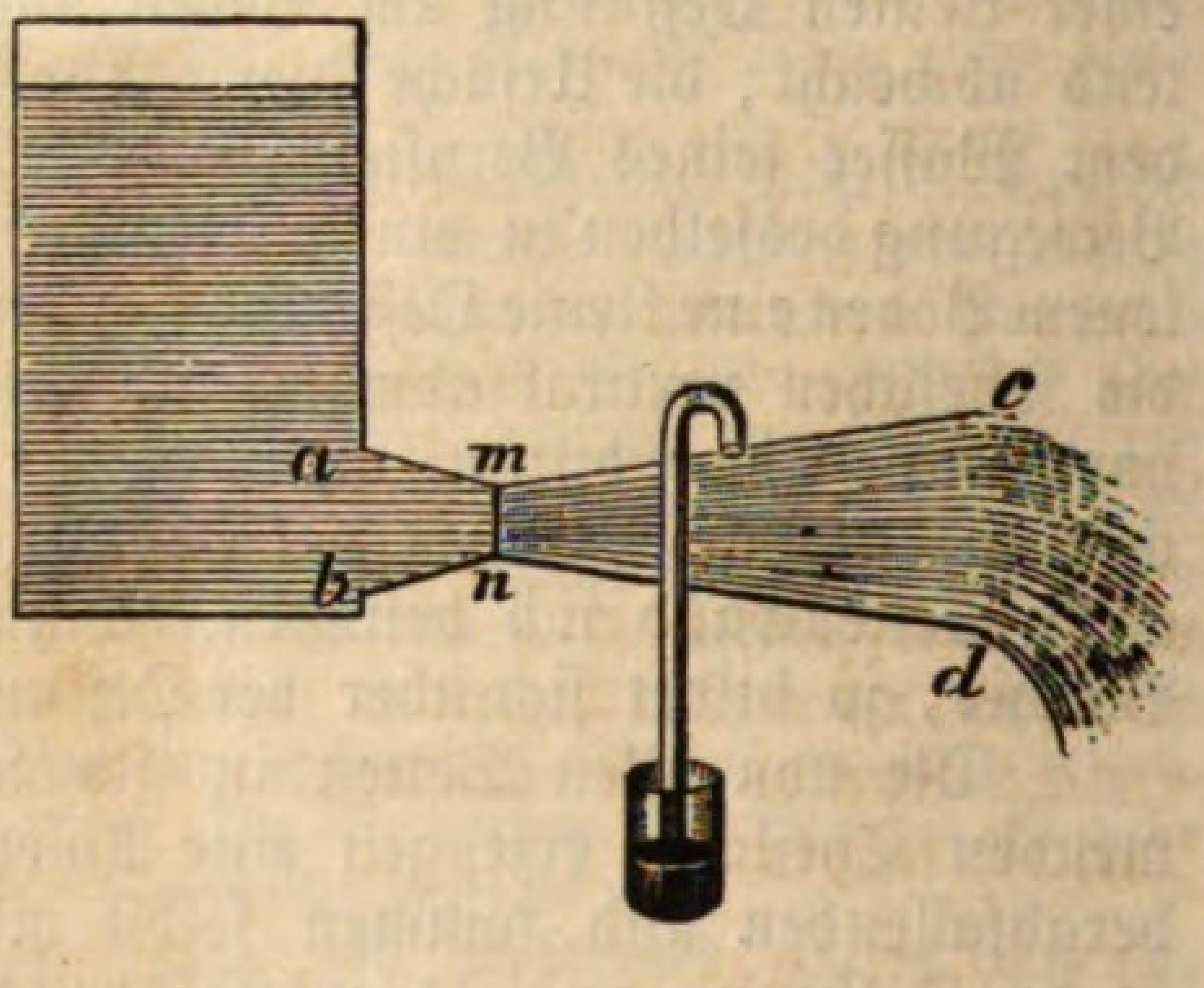
Um daher aus der theoretischen Flüssigkeitsmenge M′ die wirkliche M zu finden, muß man erstere mit einer Größe $\mu < 1$ multipliziren, die man den Contractions- oder Reductionscoefficienten nennt, und der durch Versuche ermittelt wird; man hat also

$$M = \mu a t \sqrt{2gh}.$$

Der Werth von μ ist von der Druckhöhe beinahe unabhängig, wohl aber nimmt er etwas zu, wenn die Größe der Oeffnung kleiner wird, und ist für Wasser, das aus einer in einer dünnen Wand angebrachten kreis-runden oder rechteckigen Oeffnung herausfließt = 0.62 bis 0.64. Ist aber der Boden dick oder wird ein cylindrisches Ansatzrohr von einer Länge, die dreimal größer ist als der Durchmesser angewendet, und hat das Material zu dem ausströmenden Wasser eine Adhäsion, so füllt das Wasser auch an der Stelle, wo die Zusammenziehung des Strahls Statt findet, die ganze Röhre vollständig aus, und es wird $\mu = 0.84$. Ein kurzes konisches, nach abwärts sich verjüngendes Ansatzrohr vermehrt noch mehr die Ausflußmenge; hat dieses Rohr dieselbe Gestalt wie der zusammengezogene Wasserstrahl, so ist die wirkliche Ausflußmenge der theoretischen gleich, vorausgesetzt, daß die Ausflußmündung als Ausflußöffnung in die Rechnung gebracht wird. Die Ausflußmenge wird noch mehr gesteigert, wenn man an das zuletzt beschriebene Rohr abmn, Fig. 133, ein zweites ansetzt, das sich nach außen erweitert; denn die Röhre mncd füllt sich mit Wasser, dessen Geschwindigkeit in Folge des Stoßes der nachfolgenden Wassertheilchen beinahe der Geschwindigkeit des durch den Querschnitt mn ausfließenden Wassers gleich ist; aber bei gleicher Geschwindigkeit fließt durch einen größeren Querschnitt in einer Zeiteinheit mehr Wasser als durch mn; daher würden leere Räume entstehen, wenn nicht der auf die Oberfläche des Wassers einwirkende Luftdruck das Eintreten der Wassertheilchen in das Rohr beschleunigen und den Ausfluß aus demselben verzögern würde. Setzt man in eine Seitenöffnung des Ansatzrohres ein krummgebogenes Röhrchen an, dessen unteres Ende

in ein Gefäß mit gefärbtem Wasser eingetaucht ist, so beobachtet man beim Ausfließen des Wassers aus dem Ansatzrohre ein Aufsteigen der gefärbten Flüssigkeit im Röhrchen, womit bewiesen wird, daß hier der Luftdruck kleiner ist, als der äußere und daß daher das Wasser im Ansatzrohre einen luftleeren Raum zu bilden, strebt, der jedoch durch schneller nachrückendes Wasser sogleich ausgefüllt wird. Den Einfluß des Luftdruckes bestätiget auch die Erfahrung, daß beim Ausfließen des Wassers in einen luftleeren Raum die Ausflußmenge durch das angegebene Ansatzrohr nicht mehr vermehrt wird. Macht man von der Seite des Ansatzrohrs ein Loch, so wird durch dieses Luft eingesaugt, und der Strahl erscheint nicht mehr continuirlich.

Fig. 133.



3. Da $M = \mu\ at \sqrt{2gh}$, so ist die aus derselben Oeffnung und in der nämlichen Zeit t, jedoch bei der Druckhöhe h′ austreibende Flüssigkeitsmenge $M' = \mu\ at \sqrt{2gh'}$, mithin ist

$$M : M' = \sqrt{h} : \sqrt{h'}$$

d. h. die Ausflußmengen und somit auch die Ausflußgeschwindigkeiten sind den Quadratwurzeln aus den Druckhöhen direct proportional, was auch durch sorgfältig angestellte Versuche vollkommen bestätigt wird.

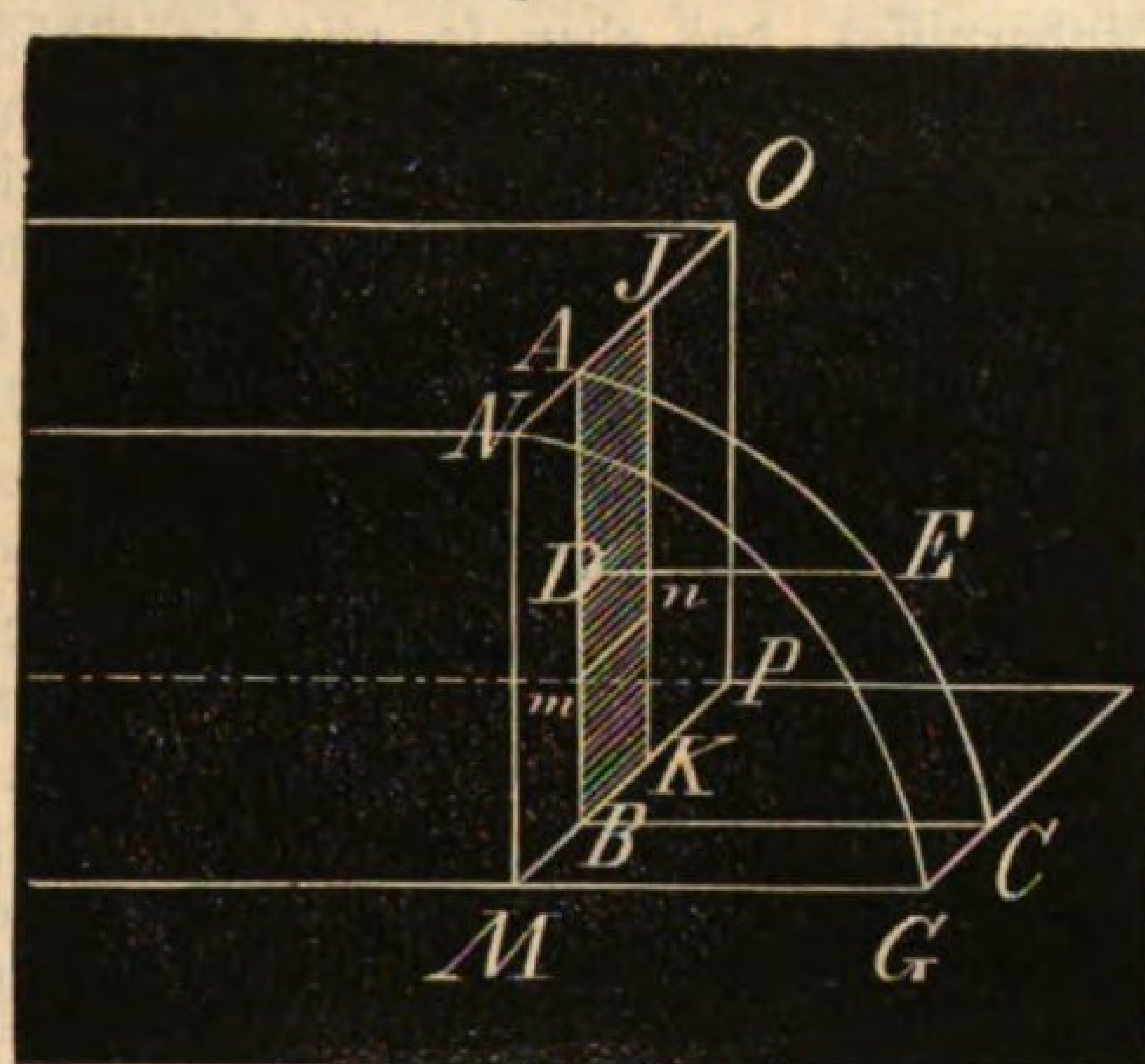
Savart machte bei seinen über die Vorgänge beim Ausflusse des aus einer kleinen kreisförmigen Oeffnung ausströmenden Wassers angestellten Versuchen mehrere merkwürdige Entdeckungen, von denen hier nur Einiges herausgehoben werden kann. Der oberste Theil des Wasserstrahls ist ruhig und durchsichtig, unter ihm ist das Wasser unruhig, unklar und veranlaßt eine Reihe von Anschwellungen (Bäuchen), und Zusammenziehungen, die in regelmäßigen Abständen auf einander folgen, und die aus einzelnen Wassertropfen bestehen, welche durch eine Art von Schwingung sich periodisch in die Breite ausdehnen, dann wieder zusammenziehen, so daß ihre Länge vergrößert erscheint, wobei sie zuweilen einen schwachen Ton erzeugen. Wird an einem in der Nähe stehenden Monochord oder an einer Stimmgabel ein Ton hervorgebracht, so theilen sich die Schwingungen des tönenden Körpers nach Magnus zunächst dem Wassergefäß und der Bodenplatte und dadurch auch dem Wasser mit, wodurch eine Abänderung in der Länge der Anschwellungen bewirkt wird.

4. Fließt das Wasser aus einer kleinen Seitenöffnung heraus, so wird die Ausflußmenge genau so berechnet, wie für eine am Boden angebrachte Oeffnung. Ist aber der Durchmesser der Seitenöffnung zu groß oder ist die ganze Seitenwand offen, so läßt sich nicht mehr annehmen, daß alle Theilchen mit der mittleren Geschwindigkeit heraustreten, und die Ausflußmenge muß auf eine andere Art berechnet werden.

Es sei MNOP, Fig. 134, eine verticale Seitenwand an einem voll mit Wasser gefüllten Gefäße, und es sei der Zufluß von der Art, daß der Wasserstand im Gefäße stets derselbe bleibt; $AB = h$ sei eine schmale rechteckige Spalte, durch die das Wasser heraus fließt, und zwar an jeder Stelle derselben mit der dieser Stelle entsprechenden und von der Druckhöhe abhängigen Geschwindigkeit. Errichten wir in B, D, . . . Senkrechte und machen sie den Geschwindigkeiten gleich, mit welchen das Wasser an diesen Stellen heraustritt, und die nichts anderes sind, als die in einer Secunde heraustretenden Wasserfäden; die krumme Linie, welche

die Endpunkte dieser Senkrechten verbindet, ist eine **Parabel**; denn setzen wir $AD = x, DE = y$, so ist $y = \sqrt{2gx}$ und $y^2 = 2gx$; dieß ist aber die Gleichung einer **Parabel**; demnach gibt die Parabelfläche $AECB = f$ die Wasserschichte an, die in einer Secunde durch die sehr schmale Spalte AB ausfließt. Nun ist bekanntlich

Fig. 134.



$$f = \frac{2}{3} AB \times BC$$
$$= \frac{2}{3} h \sqrt{2gh}.$$

Denkt man sich die ganze Seitenwand in lauter parallele Spalten, wie AB getheilt, so strömt aus jeder in einer Secunde eine parabolische Wasserschichte heraus, und alle zusammen bilden einen Wasserkörper, der die Parabelfläche $MNG = ABC$ zur Grundfläche und die Breite $MP = b$ der Seitenwand zur Höhe hat; daher ist das Volumen dieses Wasserkörpers $= \frac{2}{3} bh \sqrt{2gh}$

Wäre in der Seitenwand nur die rechteckige Spalte ABJK von der Breite $KB = \beta$, so hätte die in einer Secunde ausgetretene Wassermasse das Volumen

$$= \frac{2}{3} \beta h \sqrt{2gh};$$

zieht man davon das Volumen der aus der Spalte AmnJ in einer Secunde ausfließenden Wassermasse ab, nämlich $\frac{2}{3} \beta (h - a) \sqrt{2g(h - a)}$, wo $a = Am$ ist; so erhält man für das durch die rechteckige Oeffnung BKmn in jeder Secunde austretende Wasservolumen den Ausdruck:

$$\frac{2}{3} \beta \sqrt{2g} (h \sqrt{h} - (h - a) \sqrt{h - a}).$$

Aus diesen theoretischen Ausflußmengen ergeben sich die wirklichen, wenn man sie mit den Zahlen 0.697, 0.664, 0.642, 0.62 multiplicirt, je nachdem die Contraction an einer, zwei, drei oder vier Seiten Statt findet. Dieser Formel bedient man sich um die Wassermasse zu berechnen, die aus einem Bache herausfließt, wenn man das Wasser desselben schwellt, und durch ein Schutzbrett in eine vor ihm befindliche Vertiefung fallen läßt.

§. 116. Bewegung des Wassers in Röhren. Wird das Wasser aus einem Behälter durch Röhren geleitet, mögen diese horizontal oder schief geführt werden, so sollte es mit einer Geschwindigkeit ausfließen, welche der Druckhöhe h entspricht, die dem Höhenunterschiede des Wasserspiegels im Behälter und des Mittelpunktes der Ausflußöffnung entspricht; allein die Wassertheilchen hängen sich vermöge der Adhäsion an die Röhrenwand an, und es muß ein Theil der Druckkraft verwendet werden, um sie bei der Bewegung von der Wand oder von der an ihr haftenden Wasserschichte wegzureißen; ein anderer Theil der Druckkraft

wird verbraucht zur Ueberwindung des aus der Reibung hervorgehenden Hindernisses, das eben so wie die Adhäsion längs der ganzen inneren Röhrenwand wirksam ist. Beide Hindernisse bewirken, daß die Ausflußgeschwindigkeit eine kleinere, mithin eine solche ist, die einer kleineren Druckhöhe h' entspricht; der Unterschied $h - h'$ zwischen der wirklichen und der in Folge der Hindernisse sich ergebenden Druckhöhe gibt die Größe der Druckhöhe, die durch den Einfluß der Röhrenwände verloren geht, und Widerstandshöhe heißt.

1. Der aus der Adhäsion hervorgehende Widerstand, den wir mit Q bezeichnen wollen, ist offenbar der Oberfläche der inneren Röhrenwand direct proportional, und wächst auch mit der Geschwindigkeit (v) im geraden Verhältnisse, indem bei 2, 3, 4.... mal größerer Geschwindigkeit 2, 3, 4.. mal mehr Wassertheilchen in jeder Secunde mit der Röhrenwand in Berührung kommen und losgerissen werden müssen; ist also die Röhre prismatisch oder cylindrisch und p der Umfang eines Querschnittes, l die Länge, mithin p l die innere Oberfläche derselben, so ist dieser Widerstand der Größe p l v direct proportional. Man kann jeden Druck oder Widerstand durch das Gewicht irgend einer Flüssigkeit vom specifischen Gewicht s ausdrücken, und daher immer einen gewissen Coeffizienten A finden, der mit s p l v multiplicirt, das Gewicht eines Flüssigkeitskörpers gibt, welches dem Widerstand Q gleich ist, so daß

$$Q = A\,s\,p\,l\,v.$$

2. Der von der Reibung oder vom Anstoße an die Erhabenheiten der Röhrenwand berührende Widerstand Q' nimmt ebenfalls im geraden Verhältnisse mit der Oberfläche p l der inneren Röhrenwand, aber nebstdem auch im quadratischen Verhältnisse mit der Geschwindigkeit v zu; denn wird die Geschwindigkeit 2, 3 . . mal größer, so werden nicht nur 2, 3 . . mal mehr Theilchen in jeder Secunde, sondern jedes auch mit 2, 3 . . mal größerer Geschwindigkeit an der Reibungsfläche bewegt. Wir können daher

$$Q' = B\,s\,p\,l\,v^2$$

setzen, wo B wieder ein unbestimmter Coeffizient ist.

3. Der Gesammtwiderstand ist demnach

$$Q + Q = p l s\,(A v + B v^2);$$

dieser muß durch den Druck der Flüssigkeit an der Oeffnung des Behälters nicht nur überwältigt werden, sondern es muß auch die Flüssigkeit mit der Geschwindigkeit v, die der Druckhöhe $\frac{v^2}{2g}$ entspricht, fortgeschoben werden. Heißt f die Fläche der Oeffnung am Eingange in die Leitungsröhre, so ist $h f s$ der hydrostatische Druck der Flüssigkeit an der Oeffnung, und $f s \frac{v^2}{2g}$ der Theil desselben der zur Bewegung der Flüssigkeit verwendet wird, mithin ist

$$h f s - f s\,\frac{v^2}{2g}$$

der Rest, der zur Ueberwältigung der Widerstände in Anspruch genommen wird; folglich ist

$$hf - f\frac{v^2}{2g} = pl\,(Bv^2 + Av) \text{ und}$$

$$h = \frac{v^2}{2g} + \frac{pl}{f}\,(Bv^2 = Av);\ (1)$$

woraus ersichtlich wird, das die ganze Druckhöhe h in zwei Theile zerfällt, wovon der erste die eigentliche Geschwindigkeitshöhe der durch die Röhrenleitung gehenden Flüssigkeit ist, der zweite Theil aber die Druckhöhe ausdrückt, welche zur Ueberwältigung der Widerstände in der Röhrenleitung benöthigt wird. Ist die Röhre ein Cylinder vom Durchmesser d, mithin $p = \pi d$ und $f = \frac{\pi d^2}{4}$, so ist

$$h = \frac{v^2}{2g} + \frac{4l}{d}(Bv^2 + Av);\ (2)$$

Man kann diese Gleichung auch in folgender Form geben:

$$h = \frac{v^2}{2g} + \frac{4Bl}{d}\left(v^2 + \frac{Av}{B}\right).$$

Nach d'Aubisson und Couplet ist $B = 0.00010827$ und $\frac{A}{B} = 0.174$.

Ist die Geschwindigkeit v größer als 2 Fuß, so vernachlässigt man $\frac{Av}{B}$ in Bezug auf v^2, und setzt

$$4B = 0.000454,$$

so daß man für die Widerstandshöhe erhält

$$h - \frac{v^2}{2g} = 4\frac{Blv^2}{d}\ (3),$$

woraus ersichtlich wird, daß der Widerstand in der Röhrenleitung dem Quadrate der Geschwindigkeit und der Länge der Leitung gerade, dem Durchmesser der Röhre hingegen umgekehrt proportional ist.

Die Versuche lehren, daß die Ausflußgeschwindigkeit durch Erhöhung der Temperatur der Flüssigkeit vermehrt, mithin der Widerstand vermindert wird; darum fließt durch eine Röhre warmes Wasser in größerer Menge heraus als kaltes; aus engen Röhren kann 3- bis 4mal mehr Wasser von 80° austreten, als Wasser von 0°. — Alcohol fließt bei — 85° R. wie Oel. Aus Gerstner's Versuchen ergibt sich auch, daß dieser Einfluß der Wärme nicht im geraden Verhältnisse mit der Temperatur wächst, sondern ein Maximum hat, das von der Geschwindigkeit und dem Röhrendurchmesser abhängig ist. Daraus wird erklärbar, warum gewissen Pflanzen nur ein bestimmter Wärmegrad am zuträglichsten ist, so daß sie sowohl bei einem höheren als bei einem niederen sich schlechter befinden. — Fällt in ein offenes Gerinne Schnee, so bewirkt die dadurch erzeugte Abkühlung eine auffallende Verminderung der Geschwindigkeit.

Die Formel (1) macht ersichtlich, daß der Widerstand desto kleiner wird, je kleiner der Umfang p im Verhältnisse zur Größe des Querschnittes f ist, mithin erscheint der Widerstand in cylindrischen Röhren kleiner als in prismatischen von gleichem Querschnitte. Die Gefäße im thierischen Organismus haben durchaus kreisförmige Querschnitte; die Innenflächen sind so glatt als möglich, damit der Reibungswiderstand fast ganz wegfalle und höchstens der von der Adhäsion herrührende bleibe. Die Schlagadern sind bald kurz und weit wie z. B. bei den Nieren, bald lang und dünn wie z. B. bei den Hoden, je nachdem das Blut rascher oder langsamer durchzugehen hat, um die in dem Organe nöthigen Wirkungen hervorzubringen.

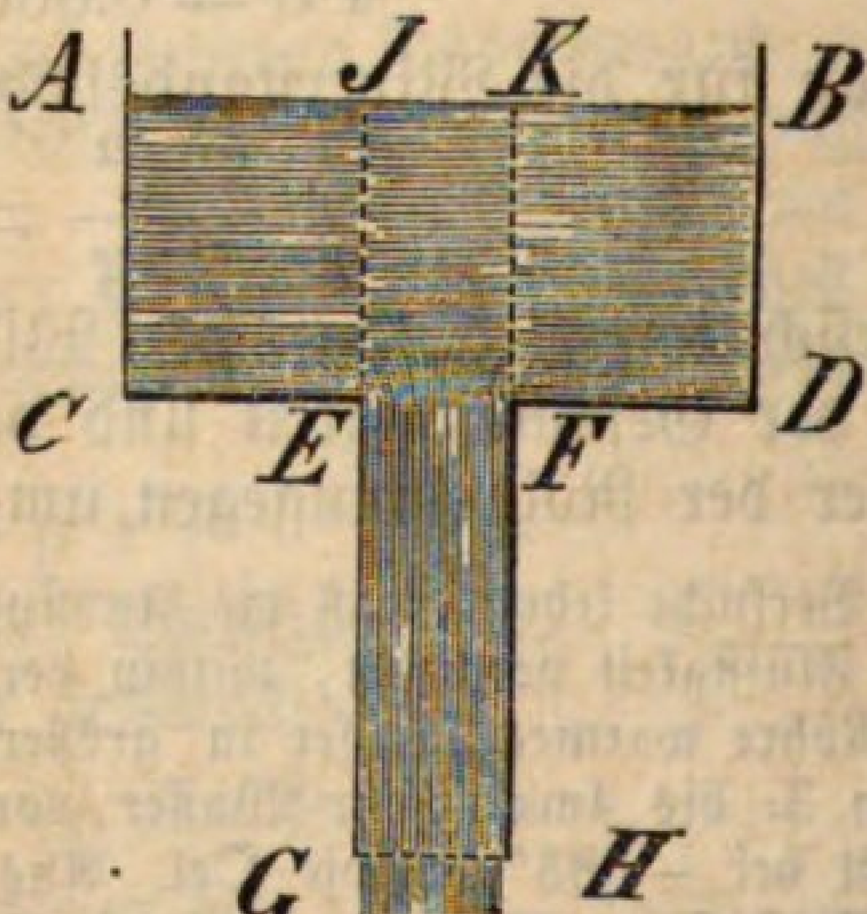
Biegt sich eine Röhrenleitung, so verändert sich die Geschwindigkeit nach Maßgabe der Größe der Krümmung oder der Abweichung von 180°; man hat daher bei Röhrenleitungen starke Biegungen der Röhren zu meiden, und sie, wo es nöthig ist, bogenförmig anzulegen, mit möglichst großem Halbmesser der Krümmung. — Verengungen der Röhren an einzelnen Stellen müssen vermieden werden, weil sie die Geschwindigkeit in Folge der dadurch eintretenden Contraction vermindern. — Bei einer Röhrenleitung, die in die Höhe geht und dann wieder abfällt, sammelt sich leicht an den höchsten Stellen die im Wasser befindliche Luft an, welche den Durchfluß des Wassers hemmt; daher versieht man die höchsten Stellen mit kleinen verticalen Luftröhren (Windstöcken), durch welche die Luft entweichen kann. An den tiefsten Stellen bringt man viereckige Kasten- oder Wechselhäuschen an, damit sich der Schlamm und andere dem Wasser fremdartige Theile darin absetzen können. Strömt eine Flüssigkeit aus einem Behälter in die Luft, ohne daß auf ihre Oberfläche im Behälter der Luftdruck wirken kann; so hat die Flüssigkeit beim Ausströmen auch den Luftdruck zu überwinden. —

Wenn die Flüssigkeit die Röhrenwand nicht benetzt, so kann in engen Röhren beim geringem Drucke der Durchfluß der Flüssigkeit ganz aufhören; dieß tritt z. B. bei Quecksilber ein, das man in engen Glasröhren leitet.

§. 117. Hydrodynamischer Seitendruck. Der Druck, den eine tropfbare Flüssigkeit im Gleichgewichtszustande gegen die Seitenwand äußert, heißt der hydrostatische zum Unterschiede von dem, den eine bewegte Flüssigkeit ausübt, und den man den hydrodynamischen nennt.

Es ist ABCD, Fig. 135, ein Behälter, aus dem Wasser unter einem constanten Drucke in eine Röhre fließt. Ist die Mündung GH geschlossen, so wird ein jeder Punkt der Seitenwand einen der ihm zugehörigen Höhe entsprechenden hydrostatischen Druck erleiden; käme aber das Wasser durch die offene Mündung GH mit der Geschwindigkeit $V = \sqrt{2g}\ H$ heraus, welche der Druckhöhe $GJ = H$, entspricht, so hätten die Wände EG und FH gar keinen Druck zu erleiden; ist dieß nicht der Fall, sondern die Geschwindigkeit ist eine kleinere, v, die der kleineren Druckhöhe $h = \frac{v^2}{2g}$ entspricht, so werden die

Fig. 135.



vorderen Theilchen nicht so schnell sich bewegen, als die hinteren ihnen zu folgen streben; sie werden daher von letzteren gedrückt und pflanzen nun den Druck gegen die Seitenwände hin. Ein Theil der Druckkraft geht für die Bewegung der Flüssigkeit verloren und wirkt drückend auf die Seitenwand, so als wenn die Flüssigkeit die Druckhöhe H—h hätte und in Ruhe wäre. Fließt aber das Wasser in den Behälter ABCD schon mit einer der Druckhöhe h′ entsprechenden Geschwindigkeit v′ ein, so wird der Druck auf die Seitenwand noch größer; bezeichnen wir ihn mit P, so ist

$$P = K\,(H - h + h') = K\left(H - \frac{1}{2g}\,(v^2 - v'^2)\right)$$

wo K die constante Verhältnißzahl ist.

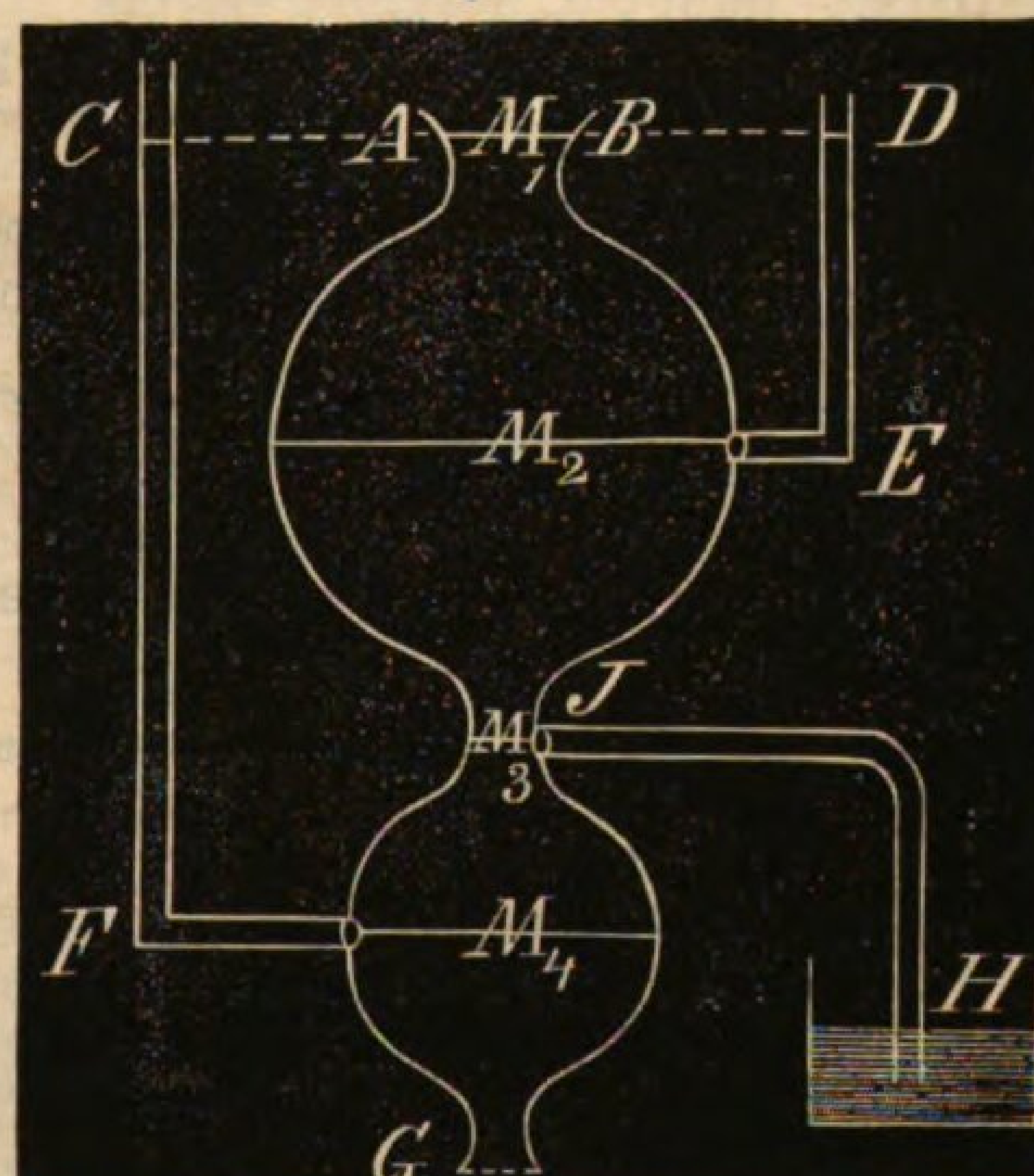
Ist $v' > v$, so ist $-\frac{1}{2g}\,(v^2 - v'^2)$ positiv, mithin der Druck auf jede Stelle der Wandung von EFGH größer, als bei der Druckhöhe H, also als der hydrostatische; wenn hingegen $v > v'$, so ist der hydrodynamische Druck kleiner, als der hydrostatische; er ist $= 0$, wenn

$$H = \frac{v^2 - v'^2}{2g};\ \text{ist aber}$$

$$\frac{1}{2g}\,(v^2 - v'^2) > H,$$

so erscheint der Druck negativ, d. h. die Stelle der Röhrenwand hat dann keinen Druck von Innen nach Außen zu erleiden, sondern wird von der äußeren atmosphärischen Luft nach Innen gepreßt.

Fig. 136.



Den Fall des negativen Druckes hat zuerst Daniel Bernoulli entwickelt; er heißt das Bernoulli'sche Theorem. Man kann die verschiedenen Druckverhältnisse bei verschiedenen Theilen der Wandung an einem vielgestaltigen Behälter, Fig. 136, recht anschaulich machen. Die Mündungen G und H seien verschlossen, und der Behälter mit Wasser gefüllt bis AB, so steigt dieses in den Seitenröhren bis C und D. Man setzt $M_1 M_2 = h$, $M_1 M_3 = h'$, $M_1 M_4 = h''$, und nimmt an, daß das Wasser aus der Mündung G unter constanten auf AB lastenden Drucke ausfließt, und in den Querschnitten M_1, M_2, M_3, M_4 die Geschwindigkeit v_1, v_2, v_3, v_4 habe; da durch jeden Querschnitt in jeder Secunde gleich viel Wasser durchfließt, so muß $v_1 > v_2$, und $v_1 < v_3$ sein. Heißt P der Druck auf die Wandung im Querschnitte M_2, so ist

$$P = K\left(h + \frac{1}{2g}\,(v_1{}^2 - v_2{}^2)\right)$$

d. h. der Druck erscheint größer als bei der Druckhöhe h, mithin wird das Wasser in der Röhre ED sich über das Niveau AB erheben.

Im Querschnitte M_3 ist die Geschwindigkeit bedeutend größer als in M_1, somit der Druck gegen die Wandung

$$P' = K\left(h' - \frac{1}{2g}\,(v_3{}^2 - v_1{}^2)\right)$$

Wird nun v_3 so sehr vergrößert, daß $\frac{1}{2g}\,(v_3 - v_1{}^2) > h'$, so erscheint P' negativ, und es kann bei J kein Wasser ausfließen, sondern es wird bei H Luft oder Wasser aufgesogen, wie man es deutlich wahrnimmt, wenn H in ein mit gefärbtem Wasser

gefülltes Gefäß taucht; ist in diesem Gefäße nur Luft, so saugt die Röhre HJ Luft ein, und das Wasser tritt bei G mit Luftblasen vermengt heraus.

In der Röhre FC kann das Wasser entweder einen unveränderten Stand annehmen, wenn nämlich $v_4 = v_1$, oder es kann der Wasserstand kleiner als h'', also auch der Druck P'' gegen die Wandung im Querschnitte M_4 kleiner sein als Kh'', wenn nämlich $v_4 > v_1$.

2. In einer Röhrenleitung würde, falls das Wasser mit der Geschwindigkeit sich bewegte, die der Druckhöhe im Behälter entspricht, der obere Theil der Röhrenwand auch nicht den mindesten Druck erfahren, so daß die Röhre oben wie eine Rinne offen sein könnte; allein wir haben erfahren, daß die Druckkraft in zwei Theile zerfällt, wovon der eine die Flüssigkeit mit der Geschwindigkeit v bewegt, der andere zur Ueberwältigung der vorhandenen Bewegungshindernisse verwendet wird; dieser letztere, der Widerstandshöhe proportionirte Theil der Druckkraft ist es, der drückend auf die Röhrenwand wirkt, aber mit dem Fortschreiten der Flüssigkeit in der Röhrenleitung immer mehr und mehr verbraucht, und bei der Ausflußmündung Null wird, weßhalb der Druck auf die Röhrenwand gegen die Ausflußmündung zu immer kleiner wird. War die Widerstandshöhe

$$h - \frac{v^2}{2g} = \frac{4Blv^2}{d},$$

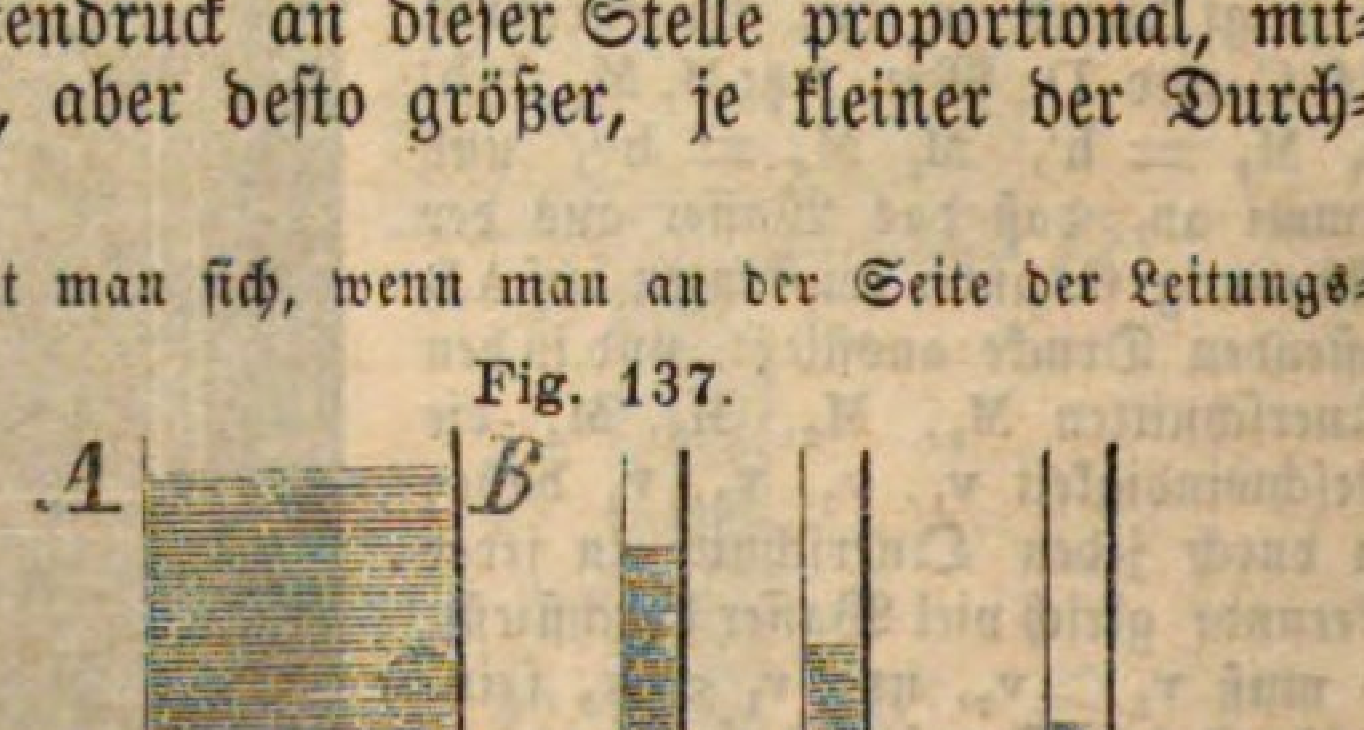
so ist sie an der Stelle, die um l' von dem Orte, wo die Röhre in den Behälter einmündet, entfernt ist, nur noch

$$\frac{4B}{d}(l - l')v^2$$

und dieser Größe ist der Seitendruck an dieser Stelle proportional, mithin desto kleiner, je größer l', aber desto größer, je kleiner der Durchmesser der Röhre wird.

Von dem Gesagten überzeugt man sich, wenn man an der Seite der Leitungsröhre ad, Fig. 137, verticale Meßröhren (Piezometer) einsetzt; so lange die Mündung d geschlossen ist, steht das Wasser in allen eben so hoch, wie im Behälter; läßt man aber das Wasser ausfließen, so sinkt es in den Röhren, in b mehr als in a, und in c mehr als in b, zum Beweise, daß der Druck gegen die Ausflußmündung d zu beständig abnimmt. — Die Physiologie weiset nach, wie höchst weise die angeführten hydrodynamischen Verhältnisse im menschlichen Organismus benützt werden.

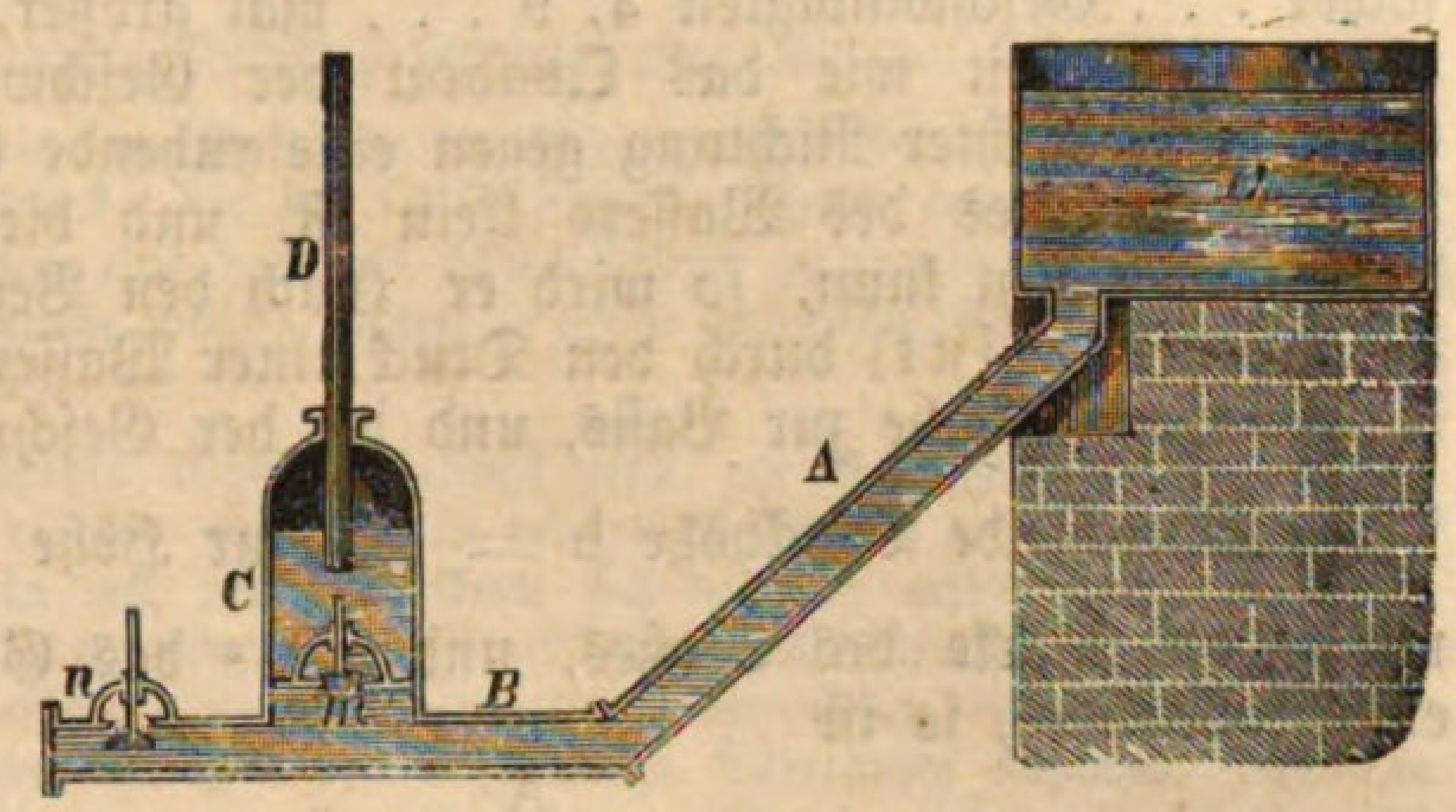
Fig. 137.



3. Wird die Wassersäule in der Leitungsröhre plötzlich durch irgend ein Hinderniß in ihrer Bewegung aufgehalten, so werden die hinteren Theile in Folge ihres Bestrebens, die Bewegung fortzusetzen, die vorderen weiter drängen, wodurch es kommt, daß das Hinderniß einen Druck zu erleiden hat, welcher den hydrostatischen übertrifft, und der von der Größe der Bewegung der bewegten Wassermasse abhängt.

Auf dem Uebergange des hydrodynamischen in den verstärkten hydrostatischen Druck beruht die Wirkung des von den Gebrüdern Mongolfier (im Jahre 1797) erfundenen Stoßhebers oder hydraulischen Widders, Fig. 138, dessen wesentliche Theile sind: ein höher liegender Wasserbehälter E (oder auch eine Quelle von größerem Gefälle), aus dem das Wasser durch eine Leitungsröhre, die gegen das Ende horizontal liegt und am Ende geschlossen ist, zu einem Gefäße C fließt, in welches eine Steigröhre D luftdicht eingesetzt ist, und beinahe bis an den Boden reicht; das Wasser kann in dieses Gefäß nur dann gelangen, wenn es sich das Ventil m öffnet. Ein zweites in der Nähe von C befindliches Ventil n schließt eine am oberen Theile der Leitungsröhre angebrachte Oeffnung, sobald es von unten nach aufwärts gedrückt wird; sein Gewicht darf nicht zu groß sein. Das Gefäß C sammt den Ventilen heißt der Kopf des Widders. Das Wasser, welches mit einer gewissen von der Druckhöhe im Behälter abhängigen Geschwindigkeit in der Leitungsröhre fortfließt, stößt an die Ventile und hebt sie, wodurch die Oeffnung n geschlossen und m geöffnet wird; nun dringt das Wasser in das Gefäß C ein, könnte aber hier wegen des Widerstandes der daselbst vorhandenen und durch das Eindringen des Wassers comprimirten Luft nicht einmal die Höhe im Wasserbehälter erreichen, wenn nicht eine bewegende Kraft sich entwickeln möchte, die es höher zu treiben vermag; dieß geschieht auf folgende Art: Man drückt für einen Augenblick das Ventil n nieder, läßt es aber sogleich frei, so fängt das Wasser an, mit der ihm zukommenden Geschwindigkeit durch die Oeffnung bei n auszufließen; bald aber wird durch den Stoß des in Bewegung befindlichen Wassers dieses Ventil n gehoben, und an die Wand angedrückt, wodurch eine plötzliche Hemmung in der Bewegung des Wassers eintritt, die einen verstärkten Druck, einen Stoß gegen alle Hindernisse zur Folge hat, durch den das Ventil m geöffnet und Wasser in das Gefäß C hineingepreßt wird. Diese Bewegung wird noch dadurch unterstützt, daß die durch den stattgehabten Druck erweiterten elastischen Röhrenwände sich wieder zusammenziehen; bei dieser nur einen Augenblick lang dauernden Bewegung wird der Druck auf die Ventile geringer, weßhalb sich wieder das Ventil m schließt, und das Ventil n durch eigenes Gewicht herabfällt; nun strömt von neuem das Wasser bei n heraus, und die eben angegebene Reihe von rasch aufeinander folgenden Wirkungen, die man einen Stoß des Widders nennt, findet von neuem statt. Die Stöße folgen nach einem immer gleichen Tacte aufeinander; das Gefäß C füllt sich immer mehr mit Wasser, das durch den Druck der, hier verdichteten Luft in die Steigröhre getrieben wird, und sich so hoch erhebt, bis es einen Druck gegen das Ventil m äußert, bei dem dieses durch den Wasserstoß nicht mehr gehoben werden kann. Mongolfier hat mit seiner Maschine das Wasser 108 Fuß gehoben.

Fig. 138.



Die Construction dieser Maschine nimmt viel Sorgfalt in Anspruch; die in die Leitungsröhre eindringende Wassermasse muß groß genug sein, um mit gehöriger Gewalt auf das Ventil m zu wirken; die Lage und das Gewicht des Ventils n müssen angemessen gewählt sein. Durch die Oeffnung bei n geht eine beträchtliche Menge Wassers verloren, weßhalb diese Maschine nur dort brauchbar ist, wo ein reicher Wasservorrath zu Gebote steht.

§. 118. Stoß des fließenden Wassers. Bei dem Stoße des fließenden Wassers gegen eine Ebene A werden die Wassertheilchen in ununterbrochener Folge gegen diese hingedrängt, und jedes drückt mit seiner ganzen Größe der Bewegung; wird die Geschwindigkeit des Wassers verdoppelt, verdreifacht u. s. f., so stößt in jeder Secunde nicht nur eine

2, 3 . . . mal größere Anzahl von Wassertheilchen gegen A, sondern es wird auch die Stärke des Stoßes jedes Theilchens 2, 3 . . . mal größer, mithin erscheint der Stoß des fließenden Wassers bei zweifacher, dreifacher . . . Geschwindigkeit 4, 9 . . . mal größer, als bei der einfachen, und wächst somit wie das Quadrat der Geschwindigkeit. Erfolgt der Stoß in senkrechter Richtung gegen eine ruhende Ebene A, die bezüglich des Querschnittes des Wassers klein ist, und dieses zu beiden Seiten leicht ausweichen kann, so wird er (nach den Versuchen von D'Alembert und Bossut) durch den Druck einer Wassersäule gemessen, welche die gestoßene Fläche zur Basis, und die der Geschwindigkeit v des Wassers entsprechende Druckhöhe $h = \frac{v^2}{2g}$ zur Höhe hat. Bezeichnet man mit Q die Stärke des Stoßes, und mit s das Gewicht einer Volumseinheit Wassers, so ist

$$Q = \frac{A}{2g}\, s\, v^2.$$

Denkt man sich der Ebene A und der Flüssigkeit eine gemeinschaftliche Bewegung mit der Geschwindigkeit — v ertheilt, so wird in der Wechselwirkung der Ebene A und der Flüssigkeit nichts geändert, aber die Flüssigkeit ruht dann, während A sich gegen sie bewegt, so daß der Stoß nun in einen Widerstand der Flüssigkeit übergeht, welcher dem Producte $A s v^2$ proportional ist.

Der schiefe Stoß muß in zwei Componenten zerlegt werden, in eine, die auf die Stoßfläche normal wirkt, und in eine mit der Stoßfläche parallele, die keinen Druck erzeugen kann. Die Brückenpfeiler haben eine solche Form, daß sie vom fließenden Wasser nur in schiefer Richtung getroffen werden, wodurch die Gewalt des Stoßes vermindert wird.

Weicht, wie z. B. bei Wasserrädern die Stoßfläche dem Stoße mit der Geschwindigkeit c aus, so ist die Stärke des normalen Stoßes

$$Q = \frac{A s}{2g}\,(v^2 - c^2).$$

Hieraus wird die Gewalt des fließenden Wassers, insbesondere bei Bergströmen, wenn sie plötzlich anschwellen, recht begreiflich; dieß sah man recht auffallend im Jahre 1818 im Banienthale in Unterwallis, wo der Lauf der Dranse durch hinein von den Gletschern herabgestürzte und hochaufgethürmte Eismassen gehemmt ward, so daß sich oberhalb ein See von einer Viertelmeile Länge bildete; durch die höhere Temperatur des Sommers lockerten sich endlich die Eismassen, es entstanden Lücken, die dem Wasser einen Abfluß gestatteten, und bald bis zu 90 Fuß Breite ausgedehnt wurden. Nun sah man, wie durch die Gewalt des Wassers große Felsstücke fortgewälzt, Brücken und feste Mauern zertrümmert und ganze Wälder fortgerissen wurden. Das Wasser floß mit einer Geschwindigkeit von 31 Fuß in einer Secunde, die der Fallhöhe von $15\frac{1}{2}$ Fuß entspricht, hatte daher ein Körper eine Fläche von 10 Quadratfuß dem Wasser zugekehrt, so erhielt er einen Stoß von $15\frac{1}{2} \,.\, 10 \,.\, 56\frac{1}{2} = 8757$ Pfunden, was die ungeheuere Wirkung der schnell fließenden Wassermassen ersichtlich macht. Man war lange der Ansicht, daß die sogenannten Findlinge oder erratischen Blöcke, welche die norddeutsche Ebene, den Westen der Niederlande, das östliche England, den Norden von Dänemark bedecken, mehrere tausend Zentner Gewicht haben, und von der Gebirgsart, auf der sie aufliegen, sehr verschieden sind, wohl aber mit dem Gestein der Hochgebirge Scandinaviens, mit dem daselbst vorkommenden Granit und Syenit übereinstimmen, durch die Stoßgewalt des Wassers an die Orte gebracht worden sind, wo wir sie jetzt finden; allein diese Blöcke haben scharfe Kanten und Ecken, während die Gesteine, die das Wasser fortgewälzt hat, abgerundet erscheinen. Daher ist es viel wahrscheinlicher, daß die erratischen Blöcke durch große Eisblöcke,

mit denen in der Urzeit die scandinavischen Gebirge bedeckt gewesen sein mögen, in ferne Gegenden transportirt worden sind; denn da das specifische Gewicht des Eises von 0° R. $\frac{10}{11}$, von der des tropfbaren Wassers bei 0° beträgt, so hat ein Kubikfuß Eis 51.3 Pfund, somit kann ein Kubikfuß schwimmendes Eis mit 5.2 Pfund belastet sein und wird dabei erst mit dem Auftriebe im Gleichgewicht stehen, aber ganz eingetaucht erscheinen. Ein Eisblock, der bei 10 Fuß Höhe, Breite und Länge 1000 Kubikfuß groß ist, vermag schon eine Last von 5200 Pfund zu tragen; daher sind Eismassen von beträchtlicher Größe wohl geeignet, so große Gebirgsmassen zu transportiren, wie die erratischen Blöcke sind.

Den Stoß des fließenden Wassers benützt man zur Bewegung von Maschinen mittelst der Wasserräder, die entweder in verticalen Ebenen um horizontale Axen oder in horizontalen Ebenen um verticale Axen sich drehen; erstere heißen verticale, letztere horizontale Wasserräder (oder auch Kreiselräder, Turbinen). Letztere werden durch Rückwirkung des Wassers, erstere entweder durch den Stoß, oder durch das Gewicht einer Wassermasse, oder durch beides zugleich in Bewegung erhalten. Bei den verticalen Wasserrädern, die man unterschlächtige nennt, stehen die Schaufeln, gegen die der Stoß des fließenden Wassers ausgeübt wird, rechtwinkelig auf dem Umfange des Rades; die untersten sind in das Wasser eingetaucht. Würde das Rad durch den Stoß eine Geschwindigkeit erhalten, welche derjenigen gleich ist, mit welcher das Wasser fortfließen möchte, wenn das Rad nicht da wäre, so darf das Rad der Bewegung keinen Widerstand entgegensetzen, also gar nicht belastet sein, und kann somit auch keine Arbeit vollbringen; aber eben so wenig in dem Falle, wenn die Belastung so groß ist, daß der Stoß das Rad nicht in Bewegung zu setzen vermag. Soll durch das Rad eine Arbeit vollbracht werden, so muß es sich mit einer Geschwindigkeit bewegen, die geringer ist, als die des fließenden Wassers; am vortheilhaftesten ist die Wirkung, wenn die Geschwindigkeit der Radschaufeln (im Stoßmittelpunkte gemessen) halb so groß ist als die des anstoßenden Wassers. — Man wendet solche Räder dort an, wo eine bedeutende Wassermenge mit einer geringen Fallhöhe zu Gebote steht. Um eine größere Leistung zu erzielen, hat Poncelet ein unterschlächtiges Rad mit krummen Schaufeln construirt, an denen das Wasser emporsteigt, bis es fast seine ganze Geschwindigkeit an das Rad abgegeben hat.

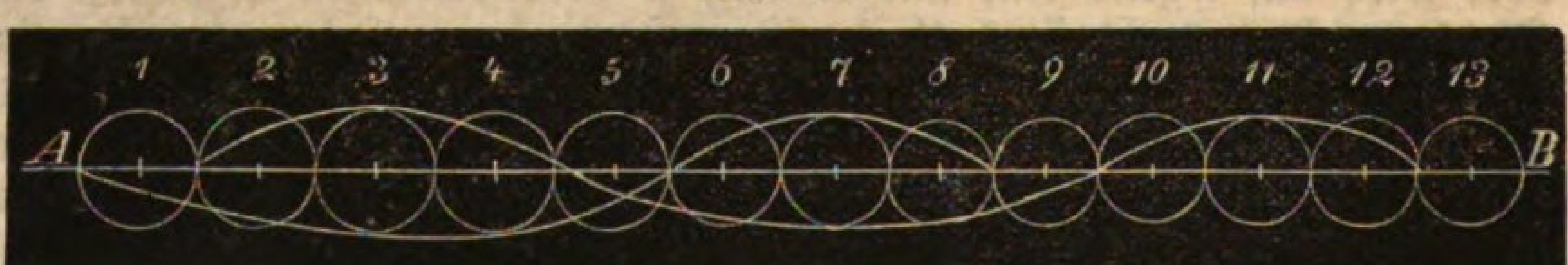
Oberschlächtige Wasserräder wendet man bei höheren Gefällen von geringer Wassermasse an; die Zellen auf der einen Seite füllen sich mit dem fließenden Wasser an, wodurch ein Uebergewicht auf dieser Seite entsteht, welches das Rad in Bewegung setzt. Die Zellen müssen so construirt sein, daß sie das in einem Gerinne zugeführte Wasser leicht aufnehmen, und es erst so tief als möglich ausschütten. — Man hat auch mittelschlächtige Räder, die eine Mittelgattung zwischen den beiden andern bilden.

§. 119. Wasserwellen. Läßt man einen Stein in's Wasser fallen oder wird auf irgend eine andere Art, z. B. durch einen Windstoß das Gleichgewicht des Wassers theilweise gestört, so entstehen kreisförmige Wellen, die sich von der Stelle, wo die Störung des Gleichgewichts geschah, und die der gemeinschaftliche Mittelpunkt der Wellen ist, nach allen Seiten mit gleichförmiger Geschwindigkeit verbreiten, und in Erhöhungen und Vertiefungen der Wasserfläche bestehen. Die Erhöhung heißt ein Wellenberg, die Vertiefung ein Wellenthal. Man sieht jeden Wellenberg nach Außen hin immer weiter fortschreiten und das Wellenthal ihm nachfolgen, wobei beständig neue Wassertheilchen in Bewegung kommen und an der Bildung der Welle theilnehmen. Daß die einzelnen Wassertheilchen an der fortschreitenden Bewegung der Welle keinen Antheil haben und nur eine geringe Ortsänderung erfahren, wird ersichtlich, wenn man ein Stückchen Holz, das auf dem Wasser schwimmt, beobachtet; man sieht es sich erheben, und wieder sinken, je nachdem ein Wellenberg oder ein Wellenthal unter ihm fortzieht.

Offenbar ist es die Schwere der einzelnen Wassertheilchen, welche die durch den Steinfall gestörte horizontale Ebene wieder herzustellen strebt, indem sie die gehobenen Theilchen herabzieht, während die gesunkenen durch Druck der Umgebung aufwärts getrieben werden; so wird eine oscillirende Bewegung erzeugt, die sich von Theilchen zu Theilchen in horizontaler Rücksicht fortpflanzt. Die Beschaffenheit dieser Oscillationen haben die Gebrüder E. und W. Weber durch genaue Untersuchungen ausgemittelt, zu denen sie sich einer ziemlich langen, aber schmalen, mit Wasser gefüllten Rinne bedienten, in welcher die Wellen erregt wurden; da die Rinne schmal war, so liefen die Wellen in ihr bloß der Länge nach fort, und man hatte auf das, was nach der Querrichtung stattfand, nicht Rücksicht zu nehmen; die Seitenwände der Rinne bestanden aus Glas, im Wasser befanden sich feine feste Theilchen, z. B. gepulverter Schwefel oder gepulvertes Harz, deren Bewegung mittelst eines Mikroskops beobachtet wurde, wenn eine Welle durch das Wasser zog. Stellt man die Untersuchungen an, so findet man, daß, so oft eine Welle vorbeigeht, die Theilchen an der Oberfläche in verticalen Ebenen beinahe kreisförmige Bahnen beschreiben; die tiefer liegenden beschreiben Ellipsen, deren verticale kleine Axe desto kleiner erscheint, je entfernter von der Oberfläche die Theilchen sich befinden; in größeren Tiefen sieht man die Theilchen nur geradlinig in horizontaler Richtung hin und her sich bewegen. In dem Falle, wo die aufeinander folgenden unter einander verbundenen Wellenberge und Wellenthäler von ungleicher Größe sind, sieht man die einzelnen Wassertheilchen krumme Linien beschreiben, die nicht in sich geschlossen sind. — Je weiter ein Theilchen von dem Orte der Wellenerregung entfernt ist, desto später beginnt es, seine Schwingungsbahn zu beschreiben. — Aus der kreisförmigen Bewegung der Wassertheilchen an der Oberfläche, und aus dem Umstande, daß die in einer horizontalen Linie liegenden Theilchen nicht gleichzeitig, sondern successiv, eines nach dem andern in diese Bewegung versetzt werden, erklärt sich die Gestalt und das Fortschreiten der Welle.

Nehmen wir an, eine ganz regelmäßige Wellenbewegung schreite von der Linken zur Rechten; es sei t die Zeit, in welcher ein Theilchen einmal einen Kreis beschreibt, also die Schwingungsdauer, und es pflanze sich die Bewegung während der Zeit t vom Theilchen 1, Fig. 139, bis

Fig. 139.



zu dem in einer von 1 gezogenen horizontalen Linie liegenden Theilchen 9; die dazwischen liegenden Theilchen 2, 3, 4... werden in solchen Abständen von einander angenommen, daß jedes folgende um $\frac{t}{8}$ später in Bewegung kommt, als das vorhergehende, mithin erst dann, wenn dieses $\frac{1}{8}$ seiner kreisförmigen Bahn zurückgelegt hat. Betrachten wir die Lage der Theilchen in dem Augenblicke, wo 1 bereits seine Kreisbahn

einmal zurückgelegt hat, und somit wieder an der ebenen Oberfläche A B sich befindet, so hat 2 nur $\frac{7}{8}$, 3 nur $\frac{6}{8}$ u. s. f. zurückgelegt, und das Theilchen 9 wird eben zur Bewegung angeregt; hieraus wird ersichtlich, daß die Theilchen zwischen 1 und 5 unter dem Niveau sich befinden, und ein Wellenthal bilden, während die zwischen 5 und 9 vorkommenden über dem Niveau zu einem Wellenberg sich gestalten; das Theilchen 3 bildet den tiefsten Punkt des Wellenthals und das Theilchen 7 den höchsten des Wellenbergs.

Nach Verlauf von $t + \frac{t}{2}$ wird schon das Theilchen 13 zur Bewegung angeregt, der Wellenberg wird nun von den zwischen 9 und 13, das Wellenthal von den zwischen 5 und 9 befindlichen Theilchen gebildet, und die zwischen 1 und 5 vorkommenden werden einen Wellenberg darstellen. — Auf solche Art schreiten die Wellenberge und Wellenthäler von dem Orte der Wellenerregung nach allen Richtungen gleichmäßig fort, und da jedes Theilchen den Kreislauf mehrere Male macht, so müssen hinter der ursprünglich erregten Welle mehrere neue Wellen sich bilden.

Der Weg von 1 bis 9, den die Wellenbewegung während einer Schwingungsdauer zurücklegt, und der daher von Theilchen begränzt erscheint, die in ganz gleichem Schwingungszustande (Schwingungsphase) sich befinden, heißt eine Wellenlänge. Die krumme Linie, welche die Theilchen einer horizontalen Graden in einer Wellenlänge in einem und demselben Augenblicke bilden, heißt Wellenlinie. Die Theilchen, die eine Welle begränzen, befinden sich gleichzeitig am Niveau, erreichen gleichzeitig den höchsten und gleichzeitig den tiefsten Stand; es kann daher die Wellenlänge durch die Entfernung der höchsten Punkte zweier auf einander folgenden Wellenberge gemessen werden, wie z. B. durch die Entfernung des Theilchens 11 von 3. — Theilchen, die nur um eine halbe Wellenlänge von einander entfernt sind, wie z. B. 1 und 5, 3 und 7, 4 und 8 befinden sich stets in entgegengesetzten Schwingungszuständen.

Die Höhe des Wellenbergs ist, so wie die Tiefe des Wellenthals dem Halbmesser; mithin die Höhe der Welle selbst dem Durchmesser der Kreisbahn gleich, die jedes Theilchen beschreibt.

Stößt die fortschreitende Welle an eine feste Wand, so wird sie reflectirt, wobei sie genau so rückwärts geht, als es geschehen würde, wenn ihr Mittelpunkt, also ihr Entstehungsort hinter der reflectirenden Wand eben so weit läge, wie weit der wirkliche von ihr entfernt ist. Geht die directe Welle mit ihrem Wellenberge voraus, so geschieht es auch bei der reflectirten, und umgekehrt.

Wenn sich zwei von verschiedenen Orten kommende Wellenzüge begegnen, so durchkreuzen sie sich, ohne in ihrem Weiterschreiten eine Aenderung zu erleiden; es entsteht dort, wo die höchsten Stellen zusammenfallen, ein Wellenberg von beinahe doppelter Höhe, und dort, wo ihre tiefsten Stellen zusammenkommen, ein Wellenthal, das beinahe die doppelte Tiefe hat. Trifft ein Wellenberg mit einem Wellenthale

zusammen, so entsteht eine ebene Fläche. Vereinigen sich zwei Wellenberge zu einem einzigen, so sieht man die Theilchen in der vom höchsten Punkte gezogenen Verticalen sich aufwärts in verticaler Richtung erheben, während die seitwärts stehenden sich in schiefen Richtungen beinahe in geraden Linien auf und abbewegen.

Die von verschiedenen Orten ausgehenden Wellen können sich in den mannigfaltigsten Richtungen durchkreuzen, ohne daß eine die andere in der Fortsetzung ihres Weges stört; die Wellenbewegung bleibt die selbe, mag sie im fließenden oder im ruhigen Wasser erzeugt werden. Die Trübung des Meerwassers nach Stürmen, selbst bei einer tiefen Lage des Bodens, beweiset, daß sich die Wellenbewegung in sehr große Tiefen erstreckt.

Grundlehren der Aërodynamik.

§. 120. Gesetze des Ausströmens der ausdehnsamen Flüssigkeiten aus Behältern.

1. In einer ausdehnsamen Masse kann eine Bewegung durch jede Ursache bewirkt werden, die geeignet ist, eine Aenderung in der Gleichheit des Druckes, den die Theilchen an einer Stelle auf ihre Umgebung äußern, und des Gegendruckes, den sie selbst erleiden, hervorzubringen; dieß kann geschehen:

a) durch Aenderung der Temperatur an einer Stelle der Luftmasse, in Folge deren die Expansivkraft daselbst erhöhet oder erniedrigt, und so entweder ein Abfließen eines Theils der Luftmasse in die Nachbarschaft oder ein Zuströmen neuer Luft aus der Umgebung veranlaßt wird;

b) durch Bewegung eines Körpers, der die Luft vor sich stößt und hinter sich einen leeren Raum zurückläßt, den die Luft aus der Nachbarschaft kraft ihrer Ausdehnsamkeit einnimmt. Ein gewöhnlicher Fächer und ein Centrifugalgebläse machen ersichtlich, wie die Luft durch bewegte Körper in Bewegung versetzt werden kann;

c) durch Verdünnen der Luftmasse an irgend einer Stelle mittelst des Saugens oder durch Verdichtung derselben vermittelst eines Druckes, wie z. B. bei einem gemeinen Blasebalg.

d) Fließen einer Luftmasse Dünste zu, so wird die Ausdehnsamkeit der Luft um die des Dunstes gesteigert; werden hingegen die in einer Luftmasse befindlichen Dünste plötzlich tropfbar, so tritt eine Verminderung in der Ausdehnsamkeit der ganzen Masse ein.

2. Aus einem Behälter kann die darin eingeschlossene Luft durch eine Oeffnung nur dann ausströmen, wenn sie eine größere Ausdehnsamkeit besitzt, als die äußere Luft, die gegen die innere Luft an der Oeffnung einen Gegendruck äußert. Ist e der Ueberschuß an Expansivkraft der eingeschlossenen Luft, so erfolgt die Ausströmung genau so, als wenn die innere Luft an jeder Flächeneinheit der Oeffnung durch den Druck e in einen leeren Raum getrieben würde; bezeichnet h die Höhe einer Luftsäule von durchaus gleichförmiger Dichte d und dem

specifischen Gewichte s, die durch ihr Gewicht im Stande wäre, diesen Druck e zu äußern, so ist die Ausströmungsgeschwindigkeit

$$v = \sqrt{2gh}$$

Bedeutet S das specifische Gewicht und D die Dichte einer Quecksilber- oder einer Wassersäule, die bei der Höhe H im Stande wäre, durch ihre Schwere auf eine Flächeneinheit den Druck e auszuüben, so ist

$$e = hs = HS, \text{ und } h = H\frac{S}{s}$$

mithin

$$v = \sqrt{2gH\frac{S}{s}} = \sqrt{2gH\frac{D}{d}}. (1)$$

Strömt z. B. atmosphärische Luft bei 0° und bei einer Expansivkraft, die einer Wassersäule von 32 Fuß das Gleichgewicht hält d. i. unter dem Drucke einer Atmosphäre in einen leeren Raum, so ist H = 32 Fuß, die Dichte des Wassers D = 770 d, mithin

$$v = \sqrt{2g.32.770} = 1236 \text{ Fuß}.$$

Stände die Luft im Behälter nur unter dem Drucke einer halben Atmosphäre, so wäre HD nur halb so groß als vorhin, aber auch die Dichte d der Luft im Behälter würde nur die Hälfte von der vorigen betragen, mithin bliebe die Ausflußgeschwindigkeit unverändert.

3. Bedeutet H die Höhe einer Wasser- oder Quecksilbersäule, die dem Ueberschusse an Expansivkraft der Luft im Behälter, und B die Höhe derjenigen, die dem äußern Luftdrucke das Gleichgewicht hält, so ist (B + H) S die Expansivkraft der eingeschlossenen und BS die der äußeren Luft. Ist d′ die Dichte der Luft beim Luftdrucke BS und d jene der verdichteten Luft im Behälter, und die Temperatur beider Luftmassen die nämliche, so ist dem Mariotte'schen Gesetze gemäß

$$d' : d = B : B + H.$$

Bestimmt man nun den Werth von d und substituirt ihn in der Gleichung (1), so erhält man für die Ausströmungsgeschwindigkeit der verdichteten Luft aus einem Behälter in die äußere Atmosphäre die Gleichung

$$v' = \sqrt{2g\frac{HD.B}{(B+H)d'}}$$

Beziehen sich die Größen H und B auf Wasser, so ist

$$D = 770 \ d' \text{ mithin}$$

$$v' = \sqrt{1540\frac{gBH}{B+H}} \ (2).$$

4. Heißt δ die Dichte eines, und δ' die Dichte eines andern Gases, wenn beide dieselbe absolute Spannkraft e haben, also HD bei beiden den nämlichen Werth hat, und sind v und v′ die Geschwindigkeiten, mit welchen diese Gase in einen luftleeren Raum einströmen, so erhält man nach (1)

$$v : v' = \sqrt{\frac{1}{\delta}} : \sqrt{\frac{1}{\delta'}}$$

d. h. die Geschwindigkeiten, mit welchen verschiedene Gase bei gleichem Drucke in einen leeren Raum einströmen, verhalten sich umgekehrt wie die Quadratwurzeln aus den Dichtigkeiten derselben; bei tropfbaren Flüssigkeiten ist bei

gleicher Druckhöhe die Ausflußgeschwindigkeit von der Dichtigkeit unabhängig.

Sind zwei unter demselben Drucke befindliche Gase durch eine poröse Wand geschieden, so ist nach Dalton's Gesetze der Raum, den ein Gas einnimmt, bezüglich des andern vom zweiten ungleichartigen Gase erfüllten als ein leerer Raum zu betrachten, weßhalb sich jedes in dem Raume des andern im umgekehrten Verhältnisse der Quadratwurzeln ihrer Dichtigkeit ausbreitet; daher ist das von Graham entdeckte Gesetz der Diffusion der durch eine poröse Wand getrennten Gase nur eine Folge des allgemeinen Gesetzes, nach welchem die Gase in einen leeren Raum einströmen. Ist die Ausströmungsgeschwindigkeit der Luft = 1, so ist die des Sauerstoffes = 0.95, die des Wasserstoffes = 3.61.

5. Die Ausflußmenge eines Gases, die in einer Secunde aus einer Oeffnung a mit der Geschwindigkeit v ausströmt, ist offenbar = av; steht das Gas unter einem unveränderlichen Drucke, so ist für die Zeit t die theoretische Ausflußmenge

$$M = at\sqrt{2g\frac{HD}{d}}$$

Die wirkliche Ausflußmenge erscheint kleiner, weil beim Ausströmen der Gase auch eine Zusammenziehung des Strahles stattfindet; um sie zu erhalten, muß man die theoretische mit dem Contractionscoefficienten μ multipliciren. Buff fand durch Versuche für Oeffnungen in dünnen Platten:

$$\mu = 0.626\,(1 - 0.789\sqrt{h})$$

wo h die Druckhöhe bezeichnet. Indem der Werth von μ von der Druckhöhe abhängt, so ist er nicht so unveränderlich wie bei tropfbaren Körpern.

Sind μatv und $\mu at'v'$ gleiche Volumen zweier Gase, welche die Dichtigkeiten δ und δ' haben, und die man aus einer kleinen in einer dünnen Wand angebrachten Oeffnung a bei demselben Drucke ausströmen läßt, so ist $patv = pat'v'$, mithin

$t : t' = v' : v$; da

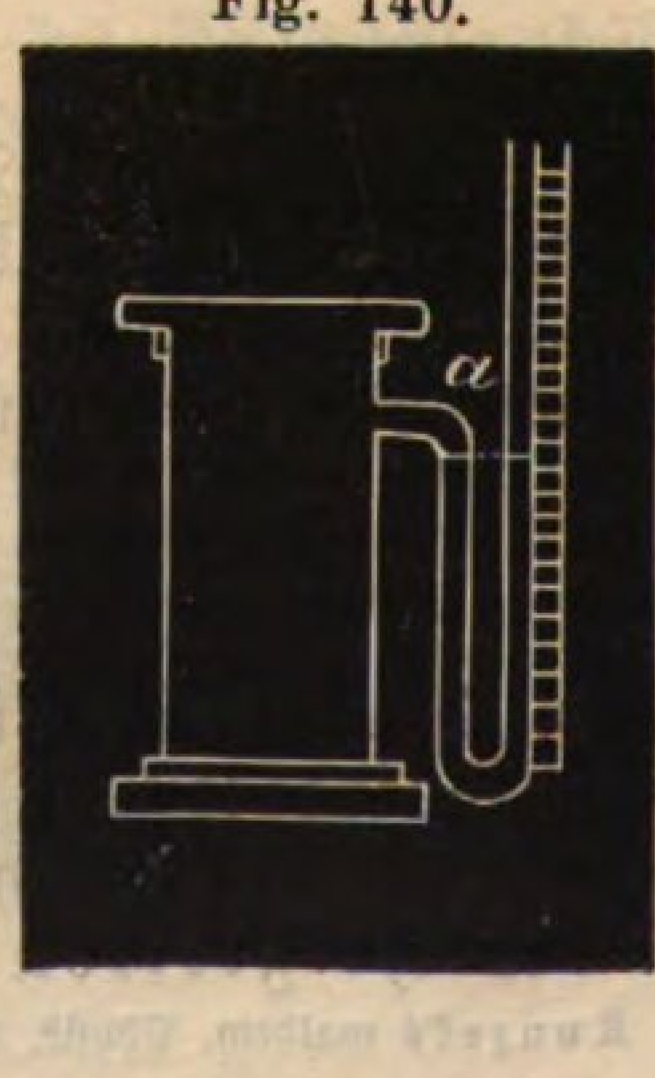
$v' : v = \sqrt{\delta} : \sqrt{\delta'}$, so ist

$t : t' = \sqrt{\delta} : \sqrt{\delta'}$.

Auf diesem Gesetze beruht Bunsen's Verfahren die Dichtigkeiten der Gase zu bestimmen; ein in Kubikzolle getheilter Glascylinder, der mit einer Platinplatte, die in der Mitte eine feine Oeffnung hat, verschlossen ist, wird bei zugemachter Oeffnung in einer Quecksilberwanne mit Gas gefüllt und dann bis zu einer gewissen Tiefe hineingedrückt; man beobachtet nun die Zeiten, in welchen gleiche Gasvolumen unter demselben Druck durch die kleine Oeffnung ausströmen.

Beim Knallgasgebläse muß das Volumen des in jeder Secunde ausströmenden Wasserstoffgases doppelt so groß sein, als das des in der nämlichen Zeit austretenden und mit ihm sich mengenden Sauerstoffgases; da nun bei gleichem Drucke die Ausflußgeschwindigkeit des ersteren nahe 4mal größer ist, als die des letzteren, so muß die Oeffnung für das Sauerstoffgas 2mal so groß sein, als die für das Wasserstoffgas.

Fig. 140.

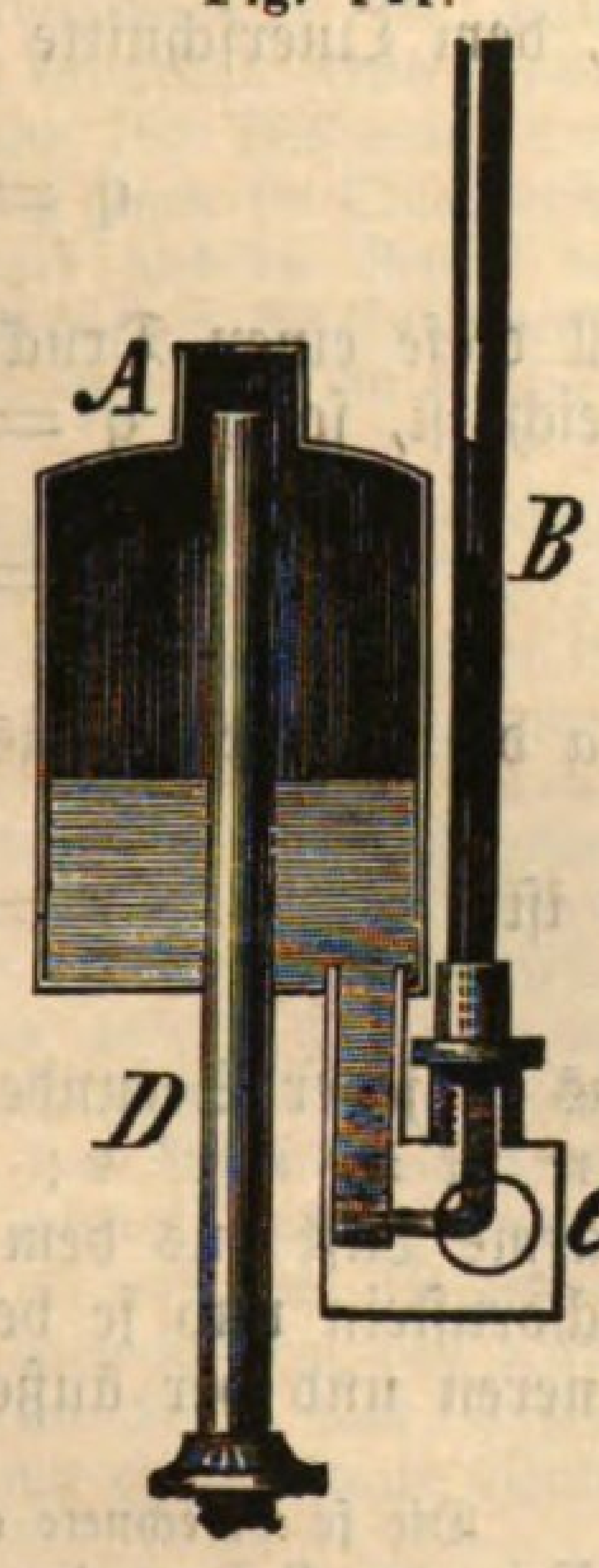


Die Expansivkraft der in einem Behälter eingeschlossenen Luft wird mittelst eines Manometers bestimmt, das verschiedenartig construirt wird. Fig. 140 zeigt ein Manometer, das aus einer zweischenkeligen an beiden Enden offenen graduirten Röhre besteht, deren kürzerer Schenkel horizontal gebogen und mit dem Luftbehälter verbunden ist; die Röhre ist bis nahe an die Biegung a mit Wasser oder mit Quecksilber gefüllt, so daß dieses bei Gleichheit der Expansivkraft der eingeschlossenen und der äußeren Luft in beiden Schenkeln gleich hoch steht. Ist die Expansivkraft der eingeschlosse-

nen Luft stärker, so wird die tropfbare Flüssigkeit im längeren Schenkel höher stehen; der Höhenunterschied mit dem spez. Gewichte der Flüssigkeit multiplicirt gibt den Werth von e an.

Ein anderes Manometer, Fig. 141, besteht aus einem mit etwas Wasser gefüllten und allseits verschlossenen Blechkasten, durch dessen Boden eine Röhre hoch hinaufgeht, die unten mit einem Schraubengewinde versehen ist, um sie an den Luftbehälter anschrauben zu können. Ist der Blechkasten A am Behälter angeschraubt, so hat die Luft in A genau die Ausdehnsamkeit, wie die Luft im Behälter, und diese Ausdehnsamkeit ist gleich der Summe aus dem äußeren Luftdrucke und dem Drucke der in der Glasröhre B über dem Nullpunkte stehenden Quecksilbersäule. Das Quecksilber wird durch eine Oeffnung im Deckel des Blechkastens eingegossen, so daß es vor dem Anschrauben der Röhre D an den Behälter in der Glasröhre und in A gleich hoch und am Nullpunkte von B steht, worauf man die Oeffnung luftdicht verschließt. Erhebt sich das Quecksilber in B, so sinkt es wohl in A, allein wegen des bedeutend größeren Durchmessers von A wird das Sinken unmerklich sein. Ein Hahn C dient dazu um die Verbindung des Glasrohrs mit dem Blechkasten nach Belieben zu unterbrechen.

Fig. 141.



6. Die Bewegung der Gase in Röhren erleidet dieselben Hindernisse wie tropfbare Flüssigkeiten; der Widerstand kann bei der Schnelligkeit, mit der die Luft sich bewegt, für cylindrische Röhren dem Ausdrucke $\frac{A l v^2}{d}$ proportionirt angenommen werden, wo A der durch Versuche zu bestimmende Coeffizient, l die Länge und d der Durchmesser der Röhre ist.

Durch eine Röhre von 9000 Fuß tritt die durch einen kräftigen Blasebalg getriebene Luft mit so geringer Geschwindigkeit heraus, daß sie kaum im Stande ist, ein Licht auszublasen.

§. 121. Bewegung der Luft in einem Schornsteine. Nehmen wir einen cylindrischen Schornstein an, und bezeichnen mit P den Luftdruck auf den oberen Querschnitt desselben, mit p das Gewicht der Luftsäule im Schornsteine bei der Temperatur t, welche die äußere Atmosphäre besitzt, und mit p′ das Gewicht derselben Luftsäule, wenn sie die höhere Temperatur t′ erhalten und dabei sich ausgedehnt hat; so ist der Druck auf den untersten horizontalen Querschnitt des Schornsteines nach abwärts $= P + p'$ und durch die äußere Atmosphäre nach aufwärts $= P + p$, mithin ist $p - p'$ die Kraft, welche die warme Luft im Schornsteine in die Höhe treibt.

Ist h die Höhe des Schornsteins, a die Fläche eines Querschnittes, s das specifische Gewicht der Luft bei 0° R. und s′ jenes bei t°; so ist

$$p = a h s,' \text{ und}$$

$$s : s' = 1 + \alpha t : 1, \text{ also } s' = \frac{s}{1 + \alpha t}$$

mithin $$p = \frac{a h s}{1 + \alpha t}, \text{ und } p' = \frac{a h s}{1 + \alpha t'};$$

daher $$p - p' = \frac{a\,h\,s\,\alpha\,(t' - t)}{(1 + \alpha t)(1 + \alpha t')}.$$

Ist q das Gewicht einer überall gleich dichten Luftsäule bei der Höhe h', dem Querschnitte a und der Temperatur t', so ist

$$q = \frac{a\,h'\,s}{1 + \alpha t'};$$

soll diese einen Druck äußern, welcher dem der bewegenden Kraft $p - p'$ gleich ist, so ist $q = p - p'$ und

$$h' = \frac{h\,\alpha\,(t' - t)}{1 + \alpha\,t}.$$

Da die Ausströmungsgeschwindigkeit $v = \sqrt{2\,g\,h'}$

so ist $$v = \sqrt{2g\,\frac{h\,\alpha\,(t' - t)}{1 + \alpha\,t}};$$ und

das in jeder Secunde austretende Luftvolumen beim Querschnitte $a = \pi\,r^2$ ist $= \pi\,r^2\,v$; demnach ist die Geschwindigkeit, mit welcher die warme Luft aus dem Schornsteine ausströmt, desto größer, je höher der Schornstein und je bedeutender der Unterschied in der Temperatur der inneren und der äußeren Luft ist.

Die so berechnete oder theoretische Geschwindigkeit wird durch die Reibung der aufsteigenden Luft an den Wänden des Schornsteins desto mehr vermindert, je größer der Durchmesser des Schornsteins und je länger der Weg ist, den der Rauch und die warme Luft bis zur Ausflußmündung zu machen hat. Der Einfluß der Reibung hängt auch von der materiellen Beschaffenheit des Schornsteins ab, und ist z. B. bei einem eisernen größer als bei einem aus Ziegeln aufgebauten. — Der Temperaturunterschied der Luft im Schornsteine und außerhalb desselben wird desto größer bleiben, je weniger Wärme das Material des Schornsteins der aufsteigenden Luftmasse entzieht, mithin je schlechterer Wärmeleiter es ist, und je kleiner bei demselben Kubikinhalte der Umfang ist, daher weniger in einem runden als in einem viereckigen Schornsteine. — Darum ist der Zug der Luft und des Rauches im Schornsteine bei kaltem Wetter besser als bei warmem; zieht ein Schornstein insbesondere bei milder Witterung schlecht, so daß er den Rauch nicht in gehörigem Maße wegführen kann, so braucht man nur den Rauchfang durch angesetzte Röhren zu verlängern, und dem Uebel ist abgeholfen. Enge Rauchfänge ziehen besser als weite, weil die Temperatur der kleineren Masse höher ist.

§. 122. Stoß der bewegten Luft. Die Stärke des Stoßes, den eine bewegte Luftmasse gegen einen ruhenden Körper äußert, wird auf die nämliche Art berechnet, wie die Stärke des Stoßes beim fließenden Wasser; sie wächst nämlich mit der Größe der Stoßfläche A, mit der Dichte der Luft und mit dem Quadrate der Geschwindigkeit; der Stoß ist also $\frac{A\,s}{2\,g}\,v^2$, und eben so groß ist auch der Widerstand der ruhenden Luft, der die bewegte Ebene A zu überwinden hat; jedoch bewirkt der Umstand, daß die Luft an der Stoßfläche, beim Anstoßen verdichtet wird, hierauf sich wieder ausdehnt, und in beiden Fällen auf den gestoßenen Körper wirkt, die Abänderung in der Stärke des Stoßes, daß

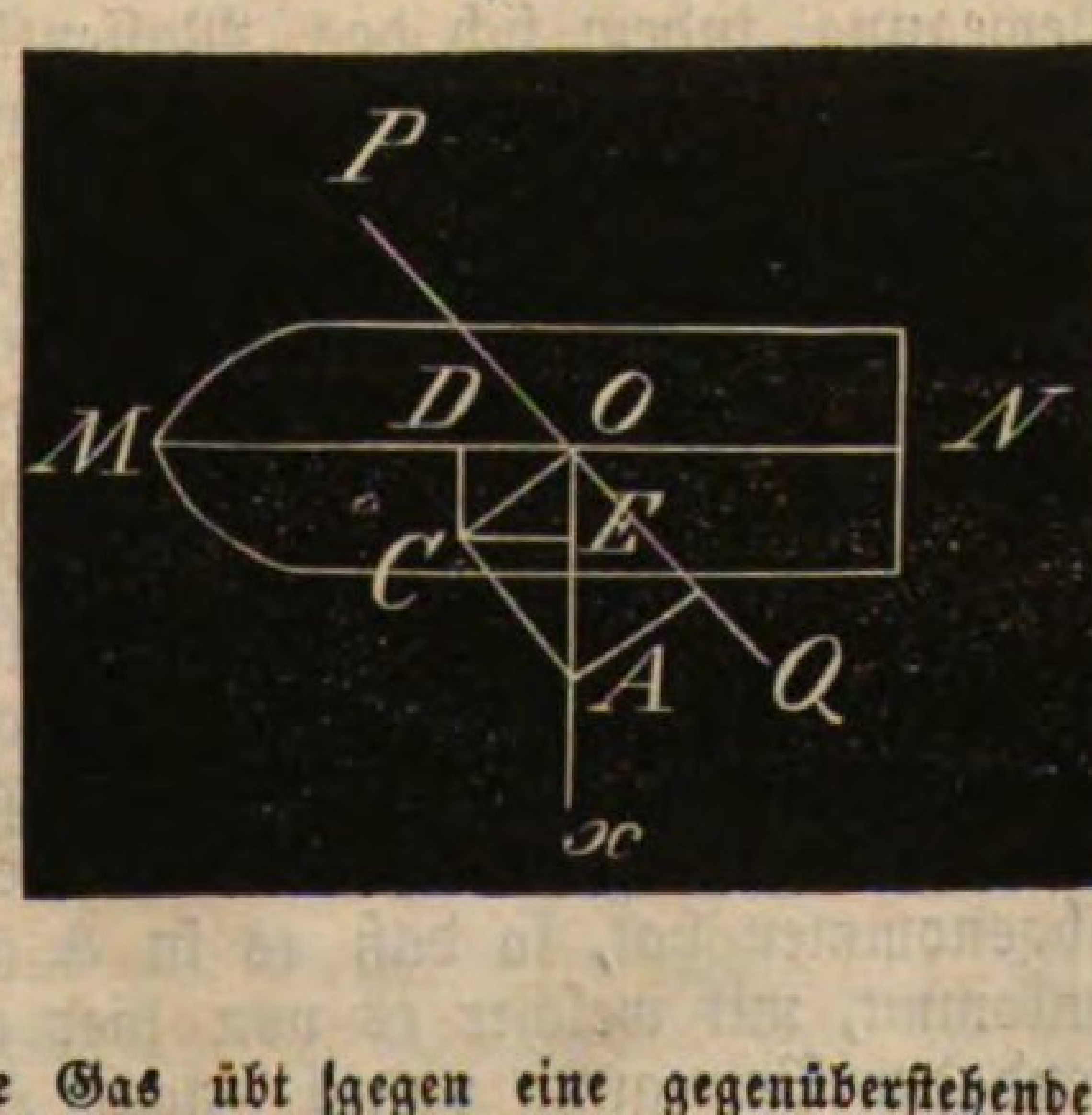
diese bei einer Geschwindigkeit über 200 Fuß in der Secunde in einem größeren als dem quadratischen Verhältnisse wächst.

Berücksichtigt man, daß die Geschwindigkeit der bewegten Luft bei einem Sturme 120 Fuß beträgt, daher einer Fallhöhe von 232 Fuß entspricht, ferner daß das Gewicht eines Kubikfußes atmosphärischer Luft bei 0° R. und 760 Millimeter Luftdruck 564 Grane oder 2.35 Loth beträgt, und folglich der Stoß gegen ein Quadratfuß Fläche mit der Gewalt von 16.7 Pfund stattfindet, so wird uns die Gewalt des Sturmes recht begreiflich. Denn der Druck gegen eine Kreisfläche von 20 Fuß Durchmesser, mithin von mehr als 314 Quadratfuß Inhalt beträgt schon über 50 Centner.

Den Stoß bewegter Luft oder des Windes benützt man als bewegende Kraft bei den Windflügeln der Windmühlen. In eine starke Welle (Flügelwelle), die 10 bis 15 Grade gegen den Horizont geneigt, und gegen den Windstrom gerichtet ist, werden lange Arme (Ruthen) kreuzweise durchgesteckt, in der Entfernung von einigen Fuß von der Axe der Welle lange Sprossen senkrecht, auf die Arme jedoch so angebracht, daß sie mit der auf der Welle senkrecht stehenden Ebene (der Drehungsebene der Ruthen), Anfangs den Winkel von 30°, aber weiter von der Axe immer kleinere Winkel bilden, so daß die äußerste Sprosse nur noch um 6° bis 12° geneigt bleibt. Die Sprossen werden mit Segeltuch oder mit dünnen Bretchen bedeckt. Die Neigung der Sprossen ist an den zwei gegenüberstehenden Armen entgegengesetzt. — Den Windstoß, der auf die Flügelfläche in schiefer Richtung wirkt, muß man sich in zwei Componenten, in eine normale und in eine zu der Fläche parallel wirkende zerlegt denken; letztere kann keinen Druck, daher auch keine Bewegung erzeugen, und nur die erstere setzt die Windflügel in Bewegung. Die Windmühlen, bei welchen sich nur das Dach mit der Flügelwelle drehen und nach dem jedesmaligen Winde stellen läßt, heißen holländische; diejenigen, bei welchen sich das ganze Haus um eine verticale Säule drehen läßt, heißen deutsche oder Bockmühlen.

Der Wind wird auch als bewegende Kraft für Schiffe benützt. Weht der Wind in der nämlichen Richtung, in welcher das Schiff zu gehen strebt, so werden die am Mastbaume hängenden Segel so gestellt, daß die Segelfläche vom Winde senkrecht getroffen wird; hat das Schiff mehrere Masten, also auch mehrere Segel hintereinander, so wählt man eine solche Stellung der Segel, daß ein Segel das andere nicht decke, sondern die möglich größte Segelfläche dem Winde dargeboten werden. — Man kann aber auch den Seitenwind zur Bewegung des Schiffes verwenden, dieß wird ersichtlich, wenn wir uns unter PQ, Fig. 142, ein gegen die Richtung des Seitenwindes Ox schiefgestelltes Segel und unter MN die Axe des Schiffes vorstellen; die Kraft des Windes OA zerlegen wir in zwei Componenten OB, die parallel zu dem Segel ist und verloren geht, und in OC die senkrecht auf PQ wirkt, und sich wieder in die zwei Seitenkräfte OD und OE zerlegt; die OD treibt das Schiff vorwärts, die OE drängt es seitwärts, und sucht eine Seitenbewegung (einen Abfall) hervorzubringen, aber in dieser Richtung setzt das Wasser einen sehr starken, dagegen in der Richtung OM den geringsten Widerstand entgegen. Die Aufgabe der Seeleute ist es nun, die Segel so zu stellen, daß OD möglichst groß, OE dagegen möglichst klein werde.

Fig. 142.



Das aus einer Röhre ausströmende Gas übt gegen eine gegenüberstehende feste bewegliche Ebene einen Stoß aus, durch den diese in der Richtung des Stoßes in Bewegung gesetzt wird; wenn aber die Röhre an einer breiten Platte befestigt ist, und der Luftstrom gegen eine Scheibe CD, Fig. 143, von Papier oder dünnem Metall,

die 7 bis 8mal größer ist als der Querschnitt der Röhre, mit Schnelligkeit geht, so kann die Scheibe C D in einiger Entfernung sogar angezogen werden, während der Luftstrom zwischen A B und C D entweicht. Die Ursache dieser Erscheinung, die man das aërodynamische Paradoxon nennt, ist darin zu suchen, daß die aus der engen Oeffnung der Röhre schnell austretende Luft zwischen der Wand A B und der Scheibe C D schnell entweicht und im Zustande der Bewegung einen geringeren Druck auf die Seitenwände äußert als die ruhende äußere Luft, weßhalb diese die Scheibe C D gegen A B treibt. — Bläßt man aus einer engen Röhre a in eine weitere b, Fig. 144, so wird der Seitendruck der bewegten Luft in b vermindert, weßhalb durch den Druck der äußeren Luft die in der heberförmigen Röhre befindliche Flüssigkeit gegen b aufsteigt, so daß sie im Schenkel D höher steht als in C.

Fig. 143

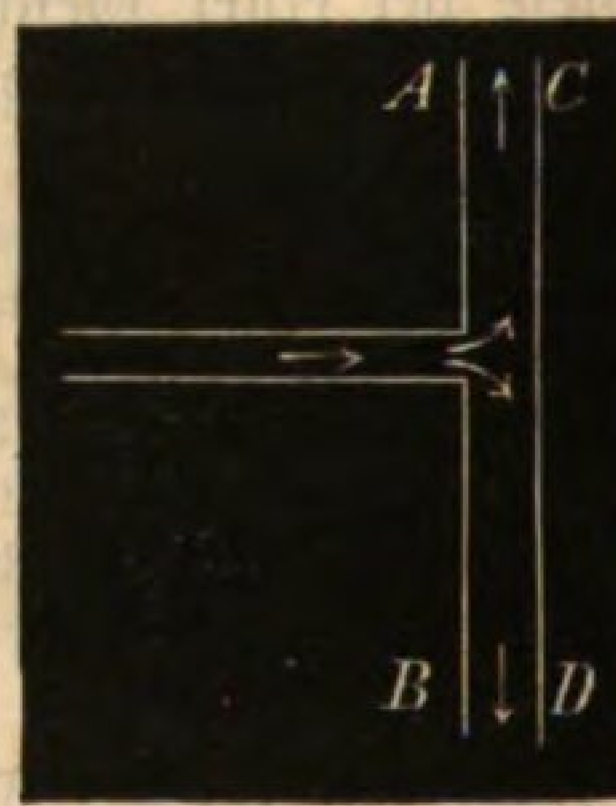
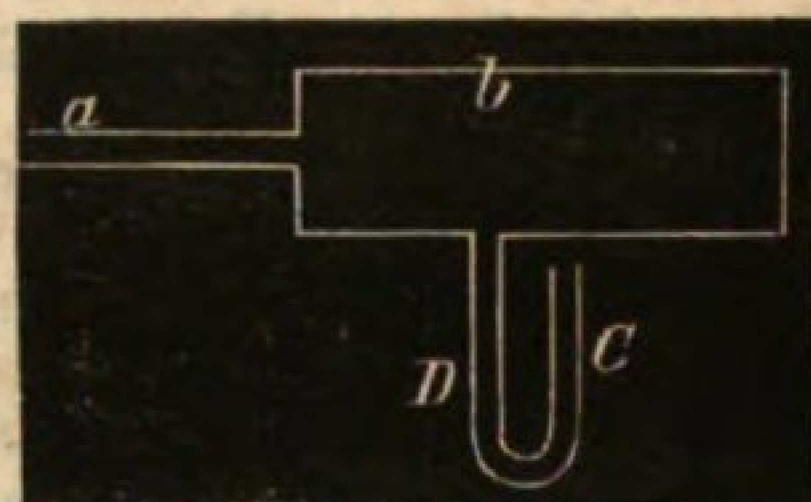


Fig. 144.

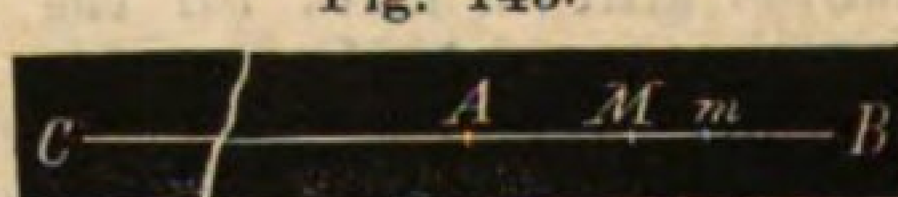


Ausströmende Gase üben eine Rückwirkung aus wie tropfbare Flüssigkeiten, und bringen dadurch Bewegungen hervor, wie z. B. das Aufsteigen der Raketen, das Zurückgehen der Kanonen nach dem Abfeuern u. s. w.

Geradlinige schwingende Bewegung bei sehr geringer Schwingungsweite.

§. 123. 1. Ist ein frei bewegliches Massentheilchen durch irgend eine Kraft, z. B. durch die Elasticität des Körpers, dem es angehört, an einen Ort, A, Fig. 145, in der Art gebunden, daß es nach geschehener Verschiebung von diesem Orte mit einer der Größe dieser Verschiebung proportionalen Kraft zu seiner ursprünglichen Lage A hingetrieben wird; und man bringt es z. B. von A nach B, so daß A B noch innerhalb der Elasticitätsgränze liegt, überläßt es hierauf sich selbst, so entsteht eine schwingende Bewegung, indem sich das Massentheilchen seiner Gleichgewichtslage A in der Art nähert, daß seine Geschwindigkeit beständig wächst, aber der Zuwachs an Geschwindigkeit beständig abnimmt, weil die beschleunigende Kraft desto schwächer wirkt, je geringer der Abstand des Massentheilchens von A wird: in A angekommen, hat es die größte Geschwindigkeit erreicht, mit der es nun vermöge seiner Trägheit die Bewegung in der Verlängerung von B A fortsetzt; diese Bewegung ist eine ungleichförmig verzögerte, indem die Größe der Verzögerung mit der Entfernung des Theilchens von der Gleichgewichtslage zunimmt; wird die Geschwindigkeit z. B. in C Null, so muß es umkehren und mit ungleichförmig beschleunigter Bewegung nach A zurückgehen, wobei seine Geschwindigkeit genau so wächst, wie sie bei dem Gange von A nach C abgenommen hat, so daß es in A mit der nämlichen Geschwindigkeit ankommt, mit welcher es von hier ausgegangen ist, und die es während der Bewegung von B nach A erlangt hat. Das Theilchen bewegt sich nun in Folge seiner Trägheit von A nach B ungleichförmig verzögert, und weil seine Geschwindigkeit genau so abnimmt, wie sie

Fig. 145.



bei der Bewegung von B nach A gewachsen ist, so wird, falls keine Hindernisse vorkommen, seine Geschwindigkeit wieder Null werden, wenn es den Ort B erreicht hat, worauf die nämliche Reihe von Bewegungszuständen, die bei der Bewegung von B nach C und von C nach B stattgefunden hat, sich wiederholt, und dieß fort und fort, wenn keine Gegenkräfte die Bewegung hindern. Ein Hin- und Hergang, z. B. von B nach C und zurück durch A nach B heißt eine Schwingung, Oscillation; die größte Entfernung von der Ruhelage, also AB = AC = a heißt Schwingungsweite oder Amplitude, und die größte Geschwindigkeit, die es während einer Schwingung in A besitzt, heißt Schwingungsintensität; die Zeit, während welcher eine Schwingung vollbracht wird, nennt man die Schwingungsdauer. Der Bewegungszustand. d. i. die Bewegungsrichtung, die Geschwindigkeit und der Abstand des Beweglichen von der Ruhelage (Elongation) an irgend einer Stelle M der Bahn heißt die dieser Stelle entsprechende Phase der Schwingung; und die Zeit, die bis zum Eintreten einer gewissen Phase verfließt, heißt Phasenzeit. Die Zeit vom Eintreten irgend einer Phase bis zum Erscheinen derselben Phase ist offenbar der Schwingungsdauer gleich, indem das Bewegliche während dieser Zeit alle möglichen Phasen einer Schwingung durchläuft.

2. Nehme man an, das Massentheilchen m sei in A mit einer Geschwindigkeit in Bewegung gesetzt worden, bei welcher es bis B zu gehen vermag; es sei t die Zeit, in welcher es den Weg AM = s zurücklegt, und v die Geschwindigkeit, die es in M besitzt; Mm = σ sei der Weg, den es während des unendlich kleinen Zeittheilchens τ zurücklegt, mithin ist $\sigma = v\tau$ und $\sigma' = (v + \gamma)\ \tau$ der Weg, den es im nächsten Zeittheilchen beschreibt, wo es den Zuwachs γ an Geschwindigkeit gewonnen hat, so ist

$$\frac{\sigma' - \sigma}{\tau^2} = \frac{\varDelta\sigma}{\tau^2} = \frac{\gamma}{\tau} = f$$

die Größe der beschleunigenden Kraft (pag. 226).

Die bei der Schwingung des elastischen Theilchens thätige beschleunigende Kraft ist der Größe der Verschiebung des Theilchens von seiner Ruhelage, die wir mit s bezeichnen wollen, direct proportional, also ist sie eine Function von s und sicher = 0, wenn s = 0 ist, und da s selbst in seinem höchsten Werthe a sehr klein ist, weil die Schwingungsweite sehr klein angenommen wird, so kann man

$$f = -ks$$

setzen, wo k die constante Verhältnißzahl ist, und der Ausdruck deßhalb negativ, weil die Kraft f den Werth von s zu vermindern strebt; mithin hat man die Gleichung

$$\frac{\varDelta\sigma}{\tau^2} = -ks \text{ oder } \frac{\varDelta\sigma}{\tau^2} + ks = 0 \quad (1).$$

Der Werth von s kann nur bis zur Größe a wachsen, er muß hierauf abnehmen in der Gleichgewichtslage des Theilchens Null, hierauf negativ werden, und wieder nur bis — a wachsen, aber nach Verlauf einer jeden Schwingungsdauer genau derselbe sein; daher muß die

Elongation s eine gewisse periodische Funktion von der Phasenzeit t sein, in der That leistet der Werth

$$s = C \sin. t \sqrt{k} \quad (2)$$

worin C eine noch unbestimmte Constante ist, der Gleichung (1) vollständig Genüge: denn läßt man t um τ wachsen, und berücksichtigt, daß man, da τ unendlich klein ist, $\cos. \tau \sqrt{k} = 1$ und $\sin. \tau \sqrt{k} = \tau \sqrt{k}$ setzen kann, so hat man

$$s + \sigma = C \sin. t \sqrt{k} + C \tau \sqrt{k} \cos. t \sqrt{k} \quad (3);$$

wird davon die Gleichung (2) abgezogen, so erhält man

$$\frac{\sigma}{\tau} = C \sqrt{k} \cos. t \sqrt{k} \quad (4), \text{ mithin,}$$

da $$\frac{\sigma}{\tau} = v \text{ ist}, = C \sqrt{k} \cos. t \sqrt{k} \quad (5)$$

worin v die der Phasenzeit t entsprechende Geschwindigkeit ist. Läßt man in der Gleichung (4) abermals t in $t + \tau$ übergehen, so wird sich σ ändern, und man hat

$$\frac{\sigma'}{\tau} = C \sqrt{k} (\cos. t \sqrt{k} - \tau \sqrt{k} \sin. t \sqrt{k}) \quad (6).$$

mithin, wenn davon die Gleichung (4) subtrahirt wird

$$\frac{\sigma' - \sigma}{\tau^2} = - C \sqrt{k} \,.\, \sqrt{k} \sin. t \sqrt{k},$$

und da $C \sin. t \sqrt{k} = s$ ist, so hat man

$$\frac{\Delta \sigma}{\tau^2} = - k s;$$

führt man diesen Werth von $\frac{\Delta \sigma}{\tau^2}$ in die Gleichung (1) ein, so ist richtig

$$- k s + k s = 0.$$

Demnach ist der durch die Gleichung (2) ausgedrückte Werth von s der richtige; man hat also

$$s = C \sin. t \sqrt{k} \text{ und } v = C \sqrt{k} \,.\, \cos. t \sqrt{k}.$$

Heißt a die Amplitude und t' die ihr entsprechende Phasenzeit, so ist

$$a = C \sin. t' \sqrt{k}, \text{ somit } C = \frac{a}{\sin. t' \sqrt{k}};$$

allein für die Zeit t' ist $v = 0$, somit

$$0 = C \sqrt{k} \cos. t' \sqrt{k} = a \sqrt{k} \text{ cotang. } t' \sqrt{k}.$$

Da die Constante $a \sqrt{k}$ nicht gleich Null sein kann, so muß

$$\text{cotang. } t' \sqrt{k} = 0, \text{ mithin } t' \sqrt{k} = \frac{\pi}{2} \text{ und } \sin. t' \sqrt{k} = 1$$

folglich $C = a$ sein. Daher hat man für die Phasenzeit t

die Elongation $s = a \sin. t \sqrt{k}$, und

die Geschwindigkeit $v = a \sqrt{k} \cos. t \sqrt{k}.$

Nun ist bekanntlich

$$\sin.\left(\frac{2n\pi}{\sqrt{k}}+t\right)\sqrt{k}=\sin.\,t\sqrt{k},\text{ und}$$

$$\cos.\left(\frac{2n\pi}{\sqrt{k}}+t\right)\sqrt{k}=\cos.\,t\sqrt{k},$$

worin n eine ganze Zahl bedeutet; mithin erhält das schwingende Theilchen eben so oft dieselbe Größe der Verschiebung und der Geschwindigkeit, so wie dieselbe Bewegungsrichtung, d. h. es kommt so oft in dieselbe Schwingungsphase, wie oft die Phasenzeit t um $\frac{2\pi}{\sqrt{k}}$ vergrößert wird. Da die Zeit vom Beginne irgend einer Phase bis zum nächsten Eintritt derselben Phase gleich der Dauer einer vollständigen Schwingung ist, so hat man, wenn diese Dauer $= T$ gesetzt wird, die Gleichung

$$\frac{2\pi}{\sqrt{k}}=T,\text{ und }\frac{2\pi}{T}=\sqrt{k},$$

mithin ist $\quad s=a\sin.\,\frac{2\pi t}{T}$ und $v=\frac{2\pi a}{T}\cos.\,\frac{2\pi t}{T}$ (6).

Daraus folgt: 1) für $t=\frac{T}{4}$, wird $s=a$ und $v=0$, 2) für $t>\frac{T}{4}$ ist auch $\frac{2\pi t}{T}>\frac{\pi}{2}$, folglich v negativ, d. h. nach Verlauf des ersten Viertels der Schwingungsdauer wird die Bewegungsrichtung negativ, die Elongation nimmt ab, und die Geschwindigkeit wächst, so daß für

$$t=\frac{T}{2},\ s=0\text{ und }v=-\frac{2\pi a}{T}$$

den größten Werth erhält, den wir mit V bezeichnen wollen, und der die Schwingungsintensität angibt.

3. Wenn $t>\frac{T}{2}$, somit auch $\frac{2\pi t}{T}>\pi$, so werden die Werthe von s und v negativ; s nimmt dann zu, während v beständig kleiner wird, d. h. die Bewegungsrichtung ist dieselbe, wie im zweiten Viertel, aber das Bewegliche ist auf der entgegengesetzten Seite der Ruhelage; wird $t=\frac{3}{4}T$, so ist $s=-a$ und $v=0$, worauf das Theilchen wieder dem Zuge der Elasticität folgt, und sich der Ruhelage nähert.

4. Während des letzten Viertels ist $\frac{2\pi t}{T}>\frac{3\pi}{2}$, mithin ist v positiv und nimmt beständig zu, bis es für $t=T$ das Maximum erlangt, mithin $=\frac{2\pi a}{T}=V$ wird.

5. Uebergeht die Phasenzeit t in $\frac{T}{2}+t$, und heißt s' die Elongation und v' die Geschwindigkeit für diese Phasenzeit, so ist

$$s' = a \sin.\left(\pi + \frac{2\pi t}{T}\right) = - a \sin. \frac{2\pi t}{T} = - a$$

$$\text{und } v' = V \cos.\left(\pi + \frac{2\pi t}{T}\right) = - V \cos. \frac{2\pi t}{T} = - v;$$

woraus folgt, daß das Bewegliche in Phasen, die um eine halbe Schwingungsdauer von einander abstehen, gleich weit von der Ruhelage entfernt ist, aber auf entgegengesetzten Seiten derselben sich befindet, ferner, daß es auch dieselbe Geschwindigkeit, aber entgegengesetzte Bewegungsrichtungen besitzt.

In manchen Fällen ist es vortheilhaft, die Phasenzeit von dem Momente zu zählen, wo sich das Bewegliche in B, nämlich in dem Abstande a von der Ruhelage befindet; man erhält die Formeln zur Bestimmung des Schwingungszustandes, wenn man in den Ausdrücken für s und v für t den Werth $\frac{T}{4} + t$ setzt; man hat dann

$$s = a \cos \frac{2\pi t}{T}, \text{ und } v = V \sin. \frac{2\pi t}{T}$$

§. 124. Stehende und fortschreitende Schwingung.

1. Wenn alle Theilchen eines Körpers oder auch nur eines Theils desselben zu gleicher Zeit in Bewegung versetzt werden, und die Schwingungen in der Art vollbringen, daß alle gleichzeitig in ihre Gleichgewichtslagen eintreten und auch gleichzeitig die Gränzen ihrer Schwingungsamplituden erreichen, so wie dieß an einer gespannten Saite und an einem elastischen Stabe stattfindet, so heißt diese Schwingungsweise eine stehende Schwingung; sie kann transversal oder longitudinal sein, je nachdem die Theilchen senkrecht auf die Längenrichtung des Körpers oder parallel mit ihr oscilliren. Letztere nennt man auch Längen-, die andern Querschwingungen.

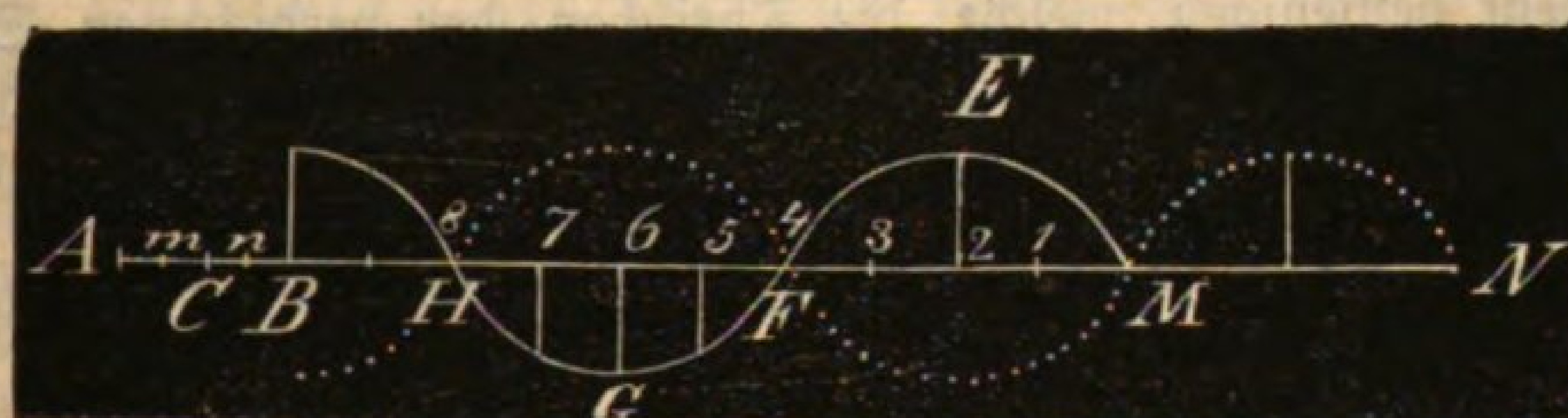
Steht ein in stehender Schwingung befindlicher Körper K mit einem Stoffe L in Berührung, dessen Theilchen sich aus ihrer Gleichgewichtslage leicht verschieben lassen, aber wie bei allen elastischen Körpern mit einer der Verschiebung proportionalen Kraft in ihre Ruhelage zurückzukehren streben, so erzeugen die Stöße, mit welchen K auf L wirkt, auch in L eine schwingende Bewegung, die sich mit einer gewissen Geschwindigkeit von Schichte zu Schichte fortpflanzt, so daß die Theilchen desto später die Oscillation beginnen, je weiter sie von dem schwingenden Körper entfernt sind, und daher in einem und demselben Augenblicke in verschiedenen Schwingungsphasen, somit auch in verschiedenen Abständen von ihrer Ruhelage, so wie in verschiedenen Geschwindigkeitsstufen sich befinden, was entweder eine Veränderung in der äußeren Gestalt oder in der Dichtigkeit der verschiedenen Schichten der Masse L zur Folge hat. Diese von Theilchen zu den benachbarten Theilchen sich fortpflanzende oscillirende Bewegung heißt eine fortschreitende Schwingung; die dabei während der Dauer einer Schwingung entstehende Aenderung in der Gestalt oder in der Dichtigkeit der Masse heißt eine Welle; man hat daher bei der fortschreitenden Schwingung, die auch Wellenbewegung heißt, nicht bloß die Schwingungen der einzelnen Theilchen, sondern auch das Fortschreiten und die Beschaffenheit der Wellen zu beachten.

Die Erscheinungen des Schalls und des Lichtes sind Wirkungen solcher Wellenbewegungen.

Bei der fortschreitenden Schwingung oscilliren die Theilchen entweder in der Fortpflanzungsrichtung der Welle, mithin longitudinal, oder in einer darauf senkrechten Richtung, mithin transversal; im ersten Falle wird in der Masse, in der sich die Bewegung fortpflanzt, während jeder Schwingung eine Reihe von stetig auf einander folgenden Verdichtungen und Verdünnungen, im zweiten werden Veränderungen in der Gestalt hervorgebracht.

2. Nehmen wir an, der schwingende Körper K übe, während er sich von A an (Fig. 146) seiner Ruhelage in C mit wachsender Ge-

Fig. 146.



schwindigkeit nähert, und dann bis B mit abnehmender Geschwindigkeit entfernt, auf ein elastisches, ihn berührendes Mittel von cylindrischer oder prismatischer Form, daher von gleichen Querschnitten, Impulse aus, und veranlaßt zunächst in der angränzenden Schichte eine Verschiebung der Theilchen in der Richtung des Impulses AN, und damit eine Verdichtung dieser Schichte, die der Stärke des Impulses und der dadurch bewirkten Geschwindigkeit der Theilchen direct proportional ist. Die Theilchen der verdichteten Schichte stoßen mit der erhaltenen Geschwindigkeit gegen die noch ruhenden Theilchen der folgenden gleich großen Schichte, wobei, wie beim Stoße elastischer Kugeln von gleichen Massen, die stoßende Schichte zur Ruhe kommt, und die gestoßene mit der Geschwindigkeit der stoßenden sich weiter bewegt; dadurch entsteht in der zweiten Schichte eine Verdichtung, die sich auf dieselbe Art wie bisher von Schichte zu Schichte in dem elastischen Mittel fortpflanzt, und zwar mit einer Geschwindigkeit, die weit größer ist als diejenige, mit welcher die Bewegung von K vor sich geht. Jede Geschwindigkeits- und Verdichtungsstufe wird unverändert an die benachbarte und von dieser an die entferntere Schichte übertragen, und jede pflanzt sich im Mittel mit der nämlichen Geschwindigkeit fort; daher entstehen während der Bewegung des Körpers K von A nach C nach einander Schichten von zunehmender Verdichtung und wachsender Geschwindigkeit ihrer Theilchen, an die sich die während der Bewegung von C nach B entstehenden Schichten von abnehmender Verdichtung und Geschwindigkeit in der Bewegung ihrer Theilchen anreihen. Beginnt der Körper K den Rückgang von B nach A, so entsteht hinter ihm ein leerer Raum, in welchen die Theilchen der angränzenden Schichte des Mittels sogleich eintreten, wodurch eine Verdünnung in dieser Schichte entsteht, die eine Verdünnung der nächsten Schichte

und eine Bewegung ihrer Theilchen gegen A hin möglich macht; diese Verdünnungs- und Geschwindigkeitsstufe reiht sich an die Verdichtungen unmittelbar an, und pflanzt sich wie diese in der Richtung B N von Schichte zu Schichte fort. Je schneller sich der Körper K gegen C hin bewegt, desto größer ist der in der nämlichen Zeit hinter ihm entstehende leere Raum, mithin auch größer sowohl die Geschwindigkeit, mit welcher die Theilchen der angränzenden Schichte in diesen Raum eintreten, als auch die Verdünnung, die dabei diese Schichte erfährt. Auf solche Art entsteht während des Rückganges von K hinter ihm eine Reihe von verdünnten Schichten, und zwar nimmt der Grad der Verdünnung derjenigen, die während der Bewegung von B nach C gebildet worden sind, beständig zu, und nimmt wieder bei denjenigen ab, die im letzten Viertel der Schwingungsdauer entstanden sind. Die Bewegungsrichtung der Theilchen dieser verdünnten Schichten ist entgegengesetzt denjenigen, welche die Theilchen der verdichteten Schichten besitzen, und die Geschwindigkeitsstufe der Theilchen einer Schichte ist stets entsprechend derjenigen, die der schwingende Körper in dem Augenblicke hatte, wo der Grad der Verdichtung oder Verdünnung dieser Schichte entstanden ist. Diese Reihe von Verdichtungen und Verdünnungen, die während einer Schwingung von K in dem elastischen Mittel sich gebildet haben, nennt man eine Welle; diese schreitet unabhängig von dem Erreger der Wellenbewegung weiter fort. Berücksichtigt man, daß jede Schichte des Mittels zufolge des Gesetzes des Stoßes die erhaltene Schwingungsphase auf die benachbarte Schichte überträgt, und hierauf zur Ruhe kommen müßte, wenn ihr nicht sogleich eine nachfolgende neue Schwingungsphase mitgetheilt würde, so wird ersichtlich, daß die Bildung neuer Wellen nur so lange, als der Körper schwingt, dauern kann, und daß nicht mehr und nicht weniger Wellen entstehen können, als der Körper K Schwingungen gemacht hat. Schwingt K einige Zeit fort, so bildet sich im Fortpflanzungsmittel eine Reihe von unmittelbar an einander sich anschließenden Wellen, ein sogenannter Wellenzug oder ein Wellensystem.

Betrachten wir die Theilchen des Mittels L, die im Zustande der Ruhe die Gerade A N bilden; t sei die Zeit, in welcher die erste, beim Beginne der Oscillation vorhandene Schwingungsphase in diesem Mittel bis zum Theilchen M, und t—T diejenige Zeit, in welcher die letzte am Ende der ersten Schwingung, mithin um die Schwingungsdauer T später entstandene Phase bis zum Theilchen H sich fortgepflanzt hat; so sind die zwischen M und H befindlichen Theilchen diejenigen, die während der Dauer einer Schwingung nach einander zur Oscillation gekommen sind, und HM ist die Länge einer Welle. Theilen wir T und auch die Gerade HM in 8 und AB in 4 gleiche Theile, so sind die während der Bewegung des Körpers K von A nach B nach Verlauf von

$$\frac{T}{8},\ \frac{2T}{8},\ \frac{3T}{8},\ \frac{4T}{8}$$

in m C n B

entstandenen Schwingungsphasen (Geschwindigkeits- und Verdichtungsstufen) an den Stellen

                1,   2,   3,   4,
die während des Rückganges von B nach A
in der Zeit $\frac{5}{8}$ T, $\frac{6}{8}$ T, $\frac{7}{8}$ T, und T
von den Orten n,   C,   m,   A
ausgegangenen erscheinen in 5, 6, 7, 8 (in H).

Drücken wir die den einzelnen Phasen entsprechenden Geschwindigkeitsstufen durch gerade, auf AM senkrecht stehende Linien aus, und zwar die während der ersten halben Schwingung erzeugten durch Senkrechte, die über AM, dagegen die während der rückgängigen Bewegung hervorgebrachten durch Senkrechte, die unter AM fallen, und verbinden dann die Endpunkte dieser Senkrechten mit einander, so hat man eine krumme Linie, welche alle während einer Schwingung entstandenen, daher in einer Welle vorkommenden Geschwindigkeitsstufen der Theilchen darstellt, und Geschwindigkeitscurve heißt. Die Länge der Welle HM ist offenbar der Weg, welchen die Wellenbewegung während einer Schwingungsdauer zurücklegt, da die Dauer einer jeden Schwingung dieselbe ist, so müssen auch alle durch die Schwingungen des Körpers nach einander entstandenen Wellen einerlei Länge haben. Die Senkrechten über und unter AM stellen auch das Verhältniß der an jeder Stelle vorkommenden Verdichtungen und Verdünnungen dar, da diese den Geschwindigkeitsstufen proportional sind. Die vordere Hälfte der Welle MEF enthält die Reihe von Verdichtungen und die hintere FGH die Reihe von Verdünnungen. — In der Gleichgewichtslage C hat der Körper jedesmal die größte Geschwindigkeit, und bewirkt daselbst in dem angrenzenden Mittel die größte Verdichtung bei seiner Bewegung in der Fortpflanzungsrichtung der Welle, und die größte Verdünnung bei der rückgängigen Bewegung; daher ist in der Schichte 2, d. i. in der Mitte des Vordertheils der Welle das Maximum der Verdichtung, und in 6 der Mitte des Hintertheils das Maximum der Verdünnung; sowohl der Vordertheil als der Hintertheil der Welle ist von Schichten begrenzt, deren Dichte unverändert ist. — Wenn K die Bewegung in B nach der Richtung BA beginnt, so bildet sich hinter ihm eine Welle, deren vordere Hälfte aus verdünnten Schichten besteht, und die in der Richtung BN fortschreitet.

3. Heißt c die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellenbewegung in der Richtung AM, und berücksichtigt man, daß die Bewegung in einem Mittel von gleichmäßiger Dichte gleichförmig ist, so hat man

$$AM = ct,\ BF = c\left(t - \frac{T}{2}\right),\ AH = c\,(t - T),\ \text{mithin}$$

$$FM = AM - BF - AB = \frac{cT}{2} - AB,\ \text{und}$$

$$HF = BF - AH + AB = \frac{cT}{2} + AB,\ \text{daher}$$

$$FM + HF = HM = cT = \text{der Länge einer Welle.}$$

Der Vordertheil FM ist um die doppelte Schwingungsweite kürzer, der Hintertheil hingegen um eben so viel länger als die halbe Wellenlänge, da die Schwingungsweite bezüglich der Wellenlänge sehr klein ist, so wird der Unterschied nicht beachtet.

Das Theilchen H, welches den schwingenden Körper um eine Wellenlänge näher liegt als M, daher um die Zeit T früher zu schwingen beginnt als M, hat in dem Augenblicke, wo M zur Bewegung angeregt wird, bereits eine ganze Schwingung vollbracht; daher ist die Schwingungsdauer der Theilchen in der Welle genau gleich der Schwingungsdauer des Körpers K.

Nach Verlauf der Zeit $\frac{T}{2}$ rückt die Welle um eine halbe Wellenlänge, also bis N vor, der Hintertheil erscheint jetzt in dem Raume FM, welchen früher der Vordertheil eingenommen hat, und hinter der ersten Welle erscheint ein Theil einer zweiten Welle, die bei der zweiten Schwingung von K sich bildet.

4. Ist ein schwingender Körper K ringsum von einen zur gleichmäßigen Fortpflanzung der Wellenbewegung fähigen Stoffe, z. B. von einem gleichmäßig elastischen Stoffe umgeben, so wird die durch ein schwingendes Theilchen K in einer Richtung bewirkte Störung des Gleichgewichts sich nach allen Richtungen mit der nämlichen Geschwindigkeit und genau in der Art wie vorhin in dem prismatischen Mittel fortpflanzen, so daß sich die erste Schwingungsphase in der Zeit t nach allen Seiten bis zu den Theilchen des Mittels fortpflanzt, deren Abstand von K gleich ct ist, die daher an der Oberfläche einer Kugel vom Halbmesser ct sich befinden, und eben daran sind, in die erste Phase der Schwingung zu treten; diejenigen Theilchen, die dem Theilchen K um cT, 2cT . . . näher liegen, haben in diesem Augenblicke, falls K ununterbrochen oscillirte, bereits eine, zwei, drei . . . Schwingungen zurückgelegt. Demnach bilden sich in dem Mittel um K von Kugelflächen begrenzte Räume, von denen die größere Kugelfläche, die aus Theilchen besteht, welche eine Schwingung zu beginnen streben, die äußere, hingegen diejenige, deren Theilchen eben eine Schwingung vollbracht haben, also um cT dem K näher liegen, die innere Wellenoberfläche bildet. Jede von den dazwischen liegenden Kugelflächen enthält nur Theilchen, die in derselben Schwingungsphase, daher, wenn die Schwingungen der Theilchen im Mittel longitudinale sind, auch in der nämlichen Verdichtungsstufe sich befinden. — Beim Uebergange einer Schwingungsphase von einer Kugelfläche von der Masse m auf die benachbarte ruhende von der größeren Masse m′, wird die Geschwindigkeit der letzteren $v = \frac{2mC}{m + m'}$ und die der ersteren $V = \frac{(m - m')C}{m + m'}$, wo C die Geschwindigkeit der anstoßenden Theilchen und V ihre Geschwindigkeit nach dem Stoße bedeutet; da nun m′ von m nur äußerst wenig verschieden, also m′ nahe = m ist, so wird sehr nahe

$$v = C \text{ und } V = 0.$$

Genauer genommen ist $m + m' > 2m$, daher v etwas kleiner als C; allein diese Verminderung in den Geschwindigkeitsstufen, daher auch in der Schwingungsintensität bei der Fortpflanzung der Welle in einem Mittel, die sich in jeder folgenden Schichte wiederholt, wird erst merklich, wenn die Welle bereits einen längeren Weg zurückgelegt hat. —

Ist die Elasticität des Mittels nicht nach allen Richtungen die nämliche, so gestalten sich die Wellen nicht kugelförmig.

Zur Bestimmung des Schwingungsstandes von irgend einem Theilchen für die Zeit t dessen Abstand von dem Mittelpunkte K gleich l ist, hat man zu beachten, daß die Wellenbewegung in der Zeit $\frac{l}{c}$ bis zu diesem Theilchen gelangt, und daß die Phasenzeit desselben für die Zeit t gleich ist

$$t - \frac{l}{c};$$

mithin ist die Elongation desselben, wenn $\lambda = c\,T$ die Wellenlänge bedeutet.

$$s = \sin.\ a\ \frac{2\pi}{T}\left(t - \frac{l}{c}\right) = a \sin.\ 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{l}{\lambda}\right) \quad (1)$$

und die Geschwindigkeit

$$v = V \cos.\ \frac{2\pi}{T}\left(t - \frac{l}{c}\right) = V \cos.\ 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{l}{\lambda}\right) \quad (2)$$

Für Theilchen, die um eine Wellenlänge näher, also im Abstande $l - \lambda$ von K liegen, hat man

$$s' = a \sin.\ 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{l}{\lambda} + 1\right) = a \sin.\ 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{l}{\lambda}\right) = s$$

$$v' = V \cos.\ 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{l}{\lambda} + 1\right) = V \sin.\ 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{l}{\lambda}\right) = v$$

woraus ersichtlich wird, daß Theilchen, die um eine Wellenlänge von einander entfernt sind, stets in der nämlichen Schwingungsphase sich befinden. Die Werthe von a und V können, wenn die Welle sich immer mehr nach allen Seiten ausbreitet, nur dann als constant betrachtet werden, wenn l nicht beträchtlich groß ist, da beim Fortschreiten einer solchen Welle die Amplitude abnimmt.

5. Wird die fortschreitende Schwingung durch ein Mittel von durchaus gleichmäßiger Beschaffenheit auf die Art fortgepflanzt, daß die in einer geraden Linie A M liegenden Theilchen nach einander in transversale Schwingungen, d. i. in solche, die gegen die Gerade A M senkrecht gerichtet sind, kommen, so ist die Beschaffenheit der Welle eine andere, als im früheren Falle. Gesetzt, jedes Theilchen schwinge in der Weise, daß es sich über A M, z. B. um die Größe A J erhebt, hierauf wieder der Ruhelage nähert, dann auf der andern Seite von A M entfernt, bis es den Abstand A K = A J erreicht hat, worauf es abermals nach A zurückkehrt, und so eine Schwingung vollbringt; gesetzt, diese Schwingungsweise habe sich während einer Schwingungsdauer T, Fig. 147, von A bis B fortgepflanzt, so hat in dem Augenblicke, wo

Fig. 147.



B die Schwingung beginnen soll, das Theilchen A eine ganze Schwingung vollbracht, das Theilchen F, das um $\frac{T}{4}$ später als A in Be-

wegung kam, nur 3 Hauptphasen beendet, und befindet sich somit (in G) im größten Abstande von seiner Ruhelage; das Theilchen C, dessen Abstand von A gleich 2 A F ist, und das somit um $\frac{T}{2}$ später zur Bewegung angeregt wurde, als A, hat die halbe Schwingung vollendet, und die Ruhelage erreicht, um auf der unteren Seite von A M die Bewegung fortzusetzen. Das Theilchen D, dessen Abstand von A gleich 3 A F ist, trat die Bewegung um $\frac{3T}{4}$ später an, als A, und befindet sich nun im größten Abstande von seiner Ruhelage oberhalb A M im Punkte E. Die Elongationen der zwischen A, F, C, D, B, befindlichen Theilchen für den Moment, wo B zur Bewegung angeregt wird, sind nach den früher angegebenen Formeln (1, 2) leicht zu finden. Die krumme Linie, welche diese während einer Schwingung aus ihrer Ruhelage verschobenen Theilchen bilden, und von welcher die eine Hälfte über, die andere unter A M sich befindet, gibt die Gestalt der Welle, und die Gerade A B die Länge der Welle an. Man kann C E B den Wellenberg und A G C das Wellenthal nennen.

Wird A zu einer zweiten Schwingung genöthigt, so bildet sich, während die zuerst entstandene Welle fortschreitet, eine zweite Welle, so daß, wenn die erstere Welle bis M um eine halbe Wellenlänge weiter gerückt ist, hinter dem Wellenthal ein neuer Wellenberg entstanden ist.

6. Professor Petzval hat vor Kurzem *) streng mathematisch dargethan, daß bei jeder schwingenden Bewegung die Schwingungsdauer eine constante, weder von der Dichte des Mittels, noch von den in demselben vorhandenen Strömungen abhängige Größe ist; es ist wohl möglich, daß sich in Folge der veränderlichen Dichte und der veränderlichen Strömungsintensität und Richtung in der undulatorischen Bewegung die Schwingungsamplitude, die Wellenlänge und Fortpflanzungsgeschwindigkeit verändert, aber die Schwingungsdauer (und damit zusammenhängend, Ton und Farbe) bleibt unerschütterlich stets eine und dieselbe. Dieses durch den höhern Calcül aufgefundene Naturgesetz nennt Professor Petzval das Princip der Erhaltung der Schwingungsdauer.

7. Die Wirkung, die eine kugelförmig fortschreitende Welle an einer Fläche, die von ihr senkrecht getroffen wird, also die Stärke des Eindruckes, den die Schallwelle im Gehörorgan, oder die Lichtwelle im Auge durch den Stoß erzeugt, ist dem Quadrate der Schwingungsintensität, direct proportionirt; denn offenbar wird bei zweifacher, dreifacher, . . . Geschwindigkeit die Fläche von zweimal, dreimal, . . . mehr Theilchen in der nämlichen Zeit getroffen, und der Stoß eines jeden ist zweimal, dreimal, . . . stärker mithin die Gesammtwirkung viermal, neunmal, . . . größer als bei einfacher Geschwindigkeit. Sind V und V′ die Schwingungsintensitäten der schwingenden Theilchen in zwei

*) Sitzungsberichte der kais. Akademie der Wissenschaften in Wien, Bd. VIII. Seite 134.

verschiedenen Fällen, J und J′ die Wirkungen der Schwingungen der Wellentheilchen (Schall- oder Lichtstärke), so ist

$$J : J' = V^2 : V'^2.$$

Um die Wirkungen einer kugelförmigen Welle in verschiedenen Entfernungen R und R′ von ihrem Entstehungsorte zu ermitteln, seien V und V′ die Schwingungsintensitäten der Wellentheilchen, wenn die Halbmesser der Wellenflächen R und R′, und M, M′ die Massen derselben sind: da die Fortpflanzung der Welle im gleichmäßig dichten und elastischen Mittel immer in der Art vor sich geht, daß die Summe der lebendigen Kräfte vor dem Stoße gleich ist der Summe derselben nach dem Stoße, und die Geschwindigkeit der stoßenden Wellenschichte nach dem Stoße gleich Null wird die der gestoßenen vor dem Stoße gleich Null war, so wird stets die lebendige Kraft einer Kugelfläche auf die andere übertragen; mithin ist stets

$$MV^2 = M'V'^2, \text{ und } M : M' = V'^2 : V^2.$$

Allein die Massen der Kugelflächen verhalten sich zu einander, wie die Quadrate ihrer Halbmesser, also ist

$$M : M' = R^2 : R'^2, \text{ folglich } V'^2 : V^2 = R^2 : R'^2$$

und $$J : J' = R'^2 : R^2$$

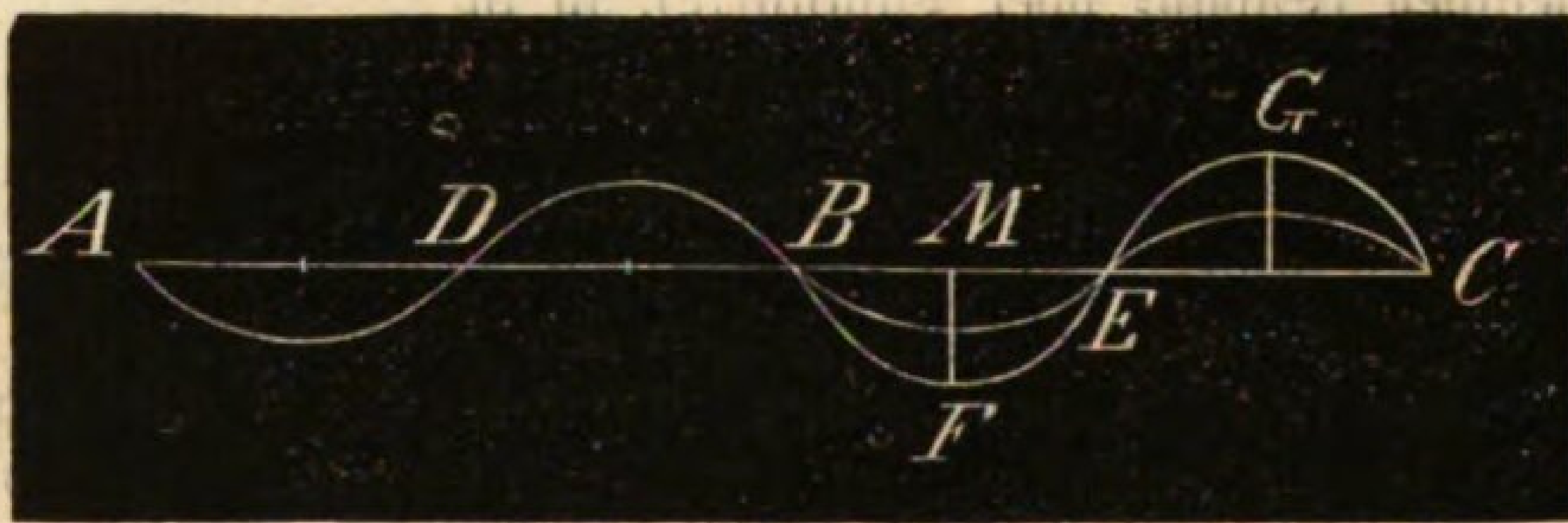
d. h. die Größe der Wirkung, welche eine fortschreitende Welle an einer Fläche, die sie in senkrechter Richtung trifft, erzeugt, nimmt in dem nämlichen Verhältnisse ab, in welchem das Quadrat der Entfernung dieser Fläche vom Mittelpunkte der Welle größer wird.

Die Schwingungsintensität V ist $= a\sqrt{k} = \frac{2\pi a}{T}$; mithin ist sie, da die Schwingungsdauer eine unveränderliche Größe ist, der Amplitude direct proportional; daher nimmt auch letztere mit der Entfernung der Welle von ihrem Mittelpunkte ab, und die Größe der Wirkung einer Schwingung hängt von dem Quadrate der Amplitude ab.

§. 125. Interferenz der Wellen. Wenn zwei Wellen an einer Stelle des Fortpflanzungsmittels zusammentreffen, so nimmt jedes Massentheilchen dieser Stelle die Bewegung an, welche aus der Zusammensetzung derjenigen Bewegungen hervorgeht, die jede Welle dem Theilchen zu ertheilen vermöchte. Dieses Aufeinanderwirken zweier Wellenbewegungen heißt im Allgemeinen I n t e r f e r e n z. Man kann auch umgekehrt die schwingende Bewegung eines Theilchens als eine aus zwei Wellenbewegungen zusammengesetzte betrachten, und in solche zerlegen.

1. Nehmen wir zwei in der nämlichen Richtung fortgehende, mit ihren Wellenbergen voranschreitende, aber von zwei verschiedenen, um eine ganze Wellenlänge von einander entfernten Punkten A und B, Fig. 148 gleichzeitig ausgehende Wellenzüge von gleicher Länge an; construiren wir die Geschwindigkeitscurve des einen und des andern Wellenzuges, so wird ersichtlich, daß von B angefangen, an jeder Stelle Schwingungsphasen von ganz gleicher Beschaffenheit zusammentreffen, und daher die Geschwindigkeit v, welche ein Theilchen in Folge der Einwirkung

Fig. 148.



des einen Wellenzuges erhält, um die Geschwindigkeit v′ vermehrt wird, welche ihm der zweite Wellenzug zu geben vermöchte; aus diesem Zusammenwirken beider Wellenzüge geht die verstärkte Geschwindigkeitscurve BFGC hervor. Daß diese Interferenz auch eine Vergrößerung der Amplitude der schwingenden Theilchen zur Folge hat, ist für sich einleuchtend.

Der Erfolg der Interferenz ist der nämliche, wenn die beiden Orte A und B, von denen die Wellenzüge ausgehen, um 2, 3, 4 . . . n Wellenlängen von einander abstehen, und daher der Unterschied der Wege, welche die Wellenzüge bis zum Punkte des Zusammentreffens zurückgelegt haben, eine gerade Anzahl von halben Wellenlängen beträgt, und der Unterschied der Phasenzeiten daselbst ein grades Vielfache der halben Schwingungsdauer ist.

Heißt t die Phasenzeit bezüglich der Schwingung, die an einer Stelle, z. B. in M durch die von B ausgegangene Welle veranlaßt wird, so ist t + T die Phasenzeit bezüglich der durch den andern Wellenzug bewirkten Schwingung, mithin erhält M die Geschwindigkeit

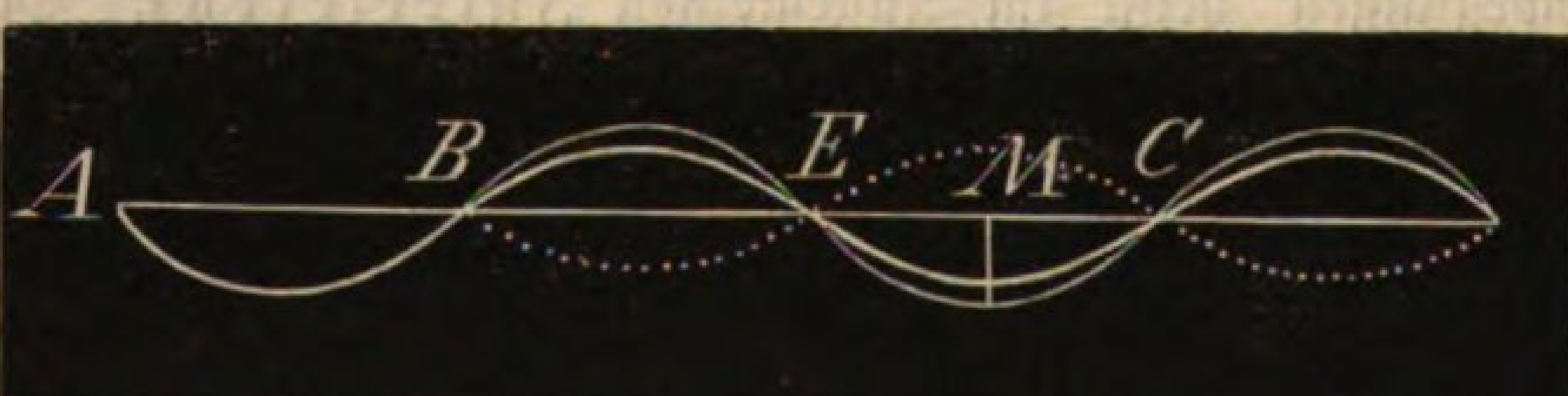
$$v + v' = a \sqrt{k} \cos. 2\pi \left(\frac{t}{T}\right) + a \sqrt{k} \cos. 2\pi \left(1 + \frac{t}{T}\right)$$

$$= (a + a') \sqrt{k} \cos. \left(2\pi \frac{t}{T}\right).$$

Sind die Schwingungsweiten a und a′ einander gleich, so erscheint die Geschwindigkeit in M doppelt so groß, als bei einem einzigen Wellenzuge.

2. Beträgt der Abstand der beiden Orte A und B, Fig. 149, von denen die zwei Wellenzüge gleichzeitig ausgehen, eine halbe Wellenlänge, so wird ein Theilchen, z. B. M des Mittels von dem einen Wellenzuge früher, vom andern um $\frac{T}{2}$ später zur Bewegung angeregt, somit sind die Schwingungsphasen, in die es von beiden versetzt wird, um eine halbe Schwingungsdauer von einander verschieden, mithin einander entgegengesetzt, weßhalb nun die Geschwindigkeit von M gleich v — v′,

Fig. 149.



mithin gleich Null ist, wenn die Amplituden der Schwingung, die M von beiden Wellenzügen erhält, einander gleich sind.

Es ist $v = a \sqrt{k} \cos. 2\pi \frac{t}{T}$ und

$$v' = a' \sqrt{k} \cos. \left(\pi + 2\pi \frac{t}{T}\right) = - a' \sqrt{k} \cos. \left(2\pi \frac{t}{T}\right),$$

mithin $(v + v') = (a - a') \sqrt{k} \cos. 2\pi \frac{t}{T}$.

Derselbe Erfolg tritt ein, wenn A und B um 3, 5, 7 .. halbe Wellenlängen von einander entfernt sind, mithin der Unterschied der von den Wellenzügen bis zum Interferenzpunkte zurückgelegten Wege eine ungerade Anzahl von halben Wellenlängen, und der Unterschied der Phasenzeiten ein ungerades Vielfache der halben Schwingungsdauer beträgt. Ist der Unterschied der Wege, den die beiden Wellensysteme bis zum Interferenzpunkte zurückgelegt haben, einem andern Theile der Wellenlänge gleich, so entsteht aus der Interferenz beider Wellensysteme ein drittes, das sich immer sehr leicht ermitteln läßt.

Um die Amplitude der Schwingung eines Theilchens des Mittels zu finden, die durch Vereinigung zweier längs derselben geraden Linie vor sich gehenden Schwingungen von gleicher Schwingungsdauer T entsteht, wollen wir mit a und b die Amplituden, mit t und $t + \tau$ die Phasenzeiten, mit x und y die ihnen entsprechenden Abweichungen von der Ruhelage der componirenden, ferner mit A, $t + d$, und z dieselben Größen für die resultirende Schwingung bezeichnen, so ist

$$x = a \sin. \frac{2\pi t}{T}, \quad y = b \sin. \frac{2\pi}{T} (t + \tau), \text{ und}$$

$$z = A \sin. \frac{2\pi}{T} (t + d).$$

Setzt man $\frac{2\pi t}{T} = u$, $\frac{2\pi\tau}{T} = h$, und $\frac{2\pi d}{T} = H$,

und berücksichtigt, daß $z = x \pm y$ sein muß, wo das Zeichen + für den Fall gilt, wenn die Schwingungen im Augenblicke des Zusammentreffens in der nämlichen, und das Zeichen —, wenn sie in entgegengesetzter Richtung stattfinden, so erhält man

$$A \sin. (u + H) = a \sin. u \pm b \sin. (u + h), \text{ oder}$$

$$A \sin. u \cos. H + A \cos. u \sin. H = (a \pm b \cos. h) \sin. u \pm b \sin. h \cos. u.$$

Diese Gleichung muß für jeden Werth von t stattfinden, mithin auch, wenn $t = \frac{T}{4}$ oder $t = T$, wo dann im ersten Falle $u = \frac{\pi}{2}$ und im zweiten $u = 2\pi$ ist; daher ist stets $A \cos. H = a \pm b \cos. h$, $A \sin. H = \pm b \sin. h$ (1);

erhebt man diese Gleichungen zur zweiten Potenz, und nimmt die Summe, so ist

$$A^2 = a^2 \pm 2ab \cos. h + b^2 \quad (2).$$

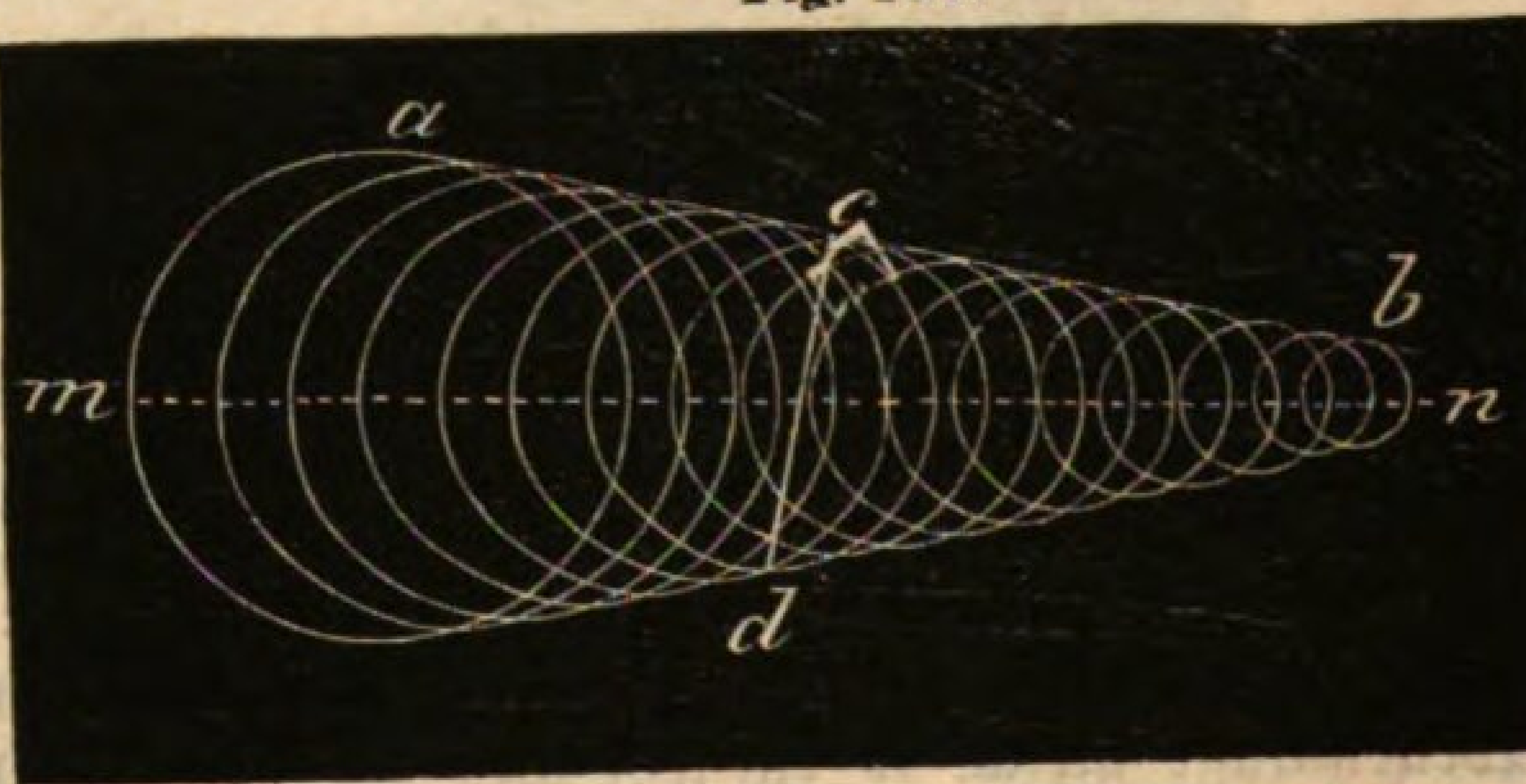
Da das Quadrat der Amplitude dem Quadrate der Schwingungsintensität, und dieses der Stärke der Wirkung proportionirt ist, so ist A^2 das Maß der aus der Interferenz hervorgehenden Stärke der Wirkung. Man ersieht aus (2), daß die Amplitude A der resultirenden Schwingung gleich ist der Diagonale eines Parallelogramms, dessen anliegende Seiten den Amplituden der componirenden Schwingungen gleich sind, und einen dem Phasenunterschiede gleichen Winkel einschließen. Ist A bekannt, so läßt sich H aus der Gleichung (1) leicht berechnen.

Ist τ gleich 0 oder gleich T, 2T, 3T ...., so ist $\cos. h = 1$, und $A = \pm b$; ist aber τ gleich $\frac{T}{2}, \frac{3T}{2}, \frac{5T}{2}$ ...., so ist $\cos. h = -1$, und $A = a \mp b$.

Sind die Amplituden a und b einander gleich, so ist im ersten Falle $A = 2a$ oder $A = 0$, im zweiten $A = 0$ oder $A = 2a$.

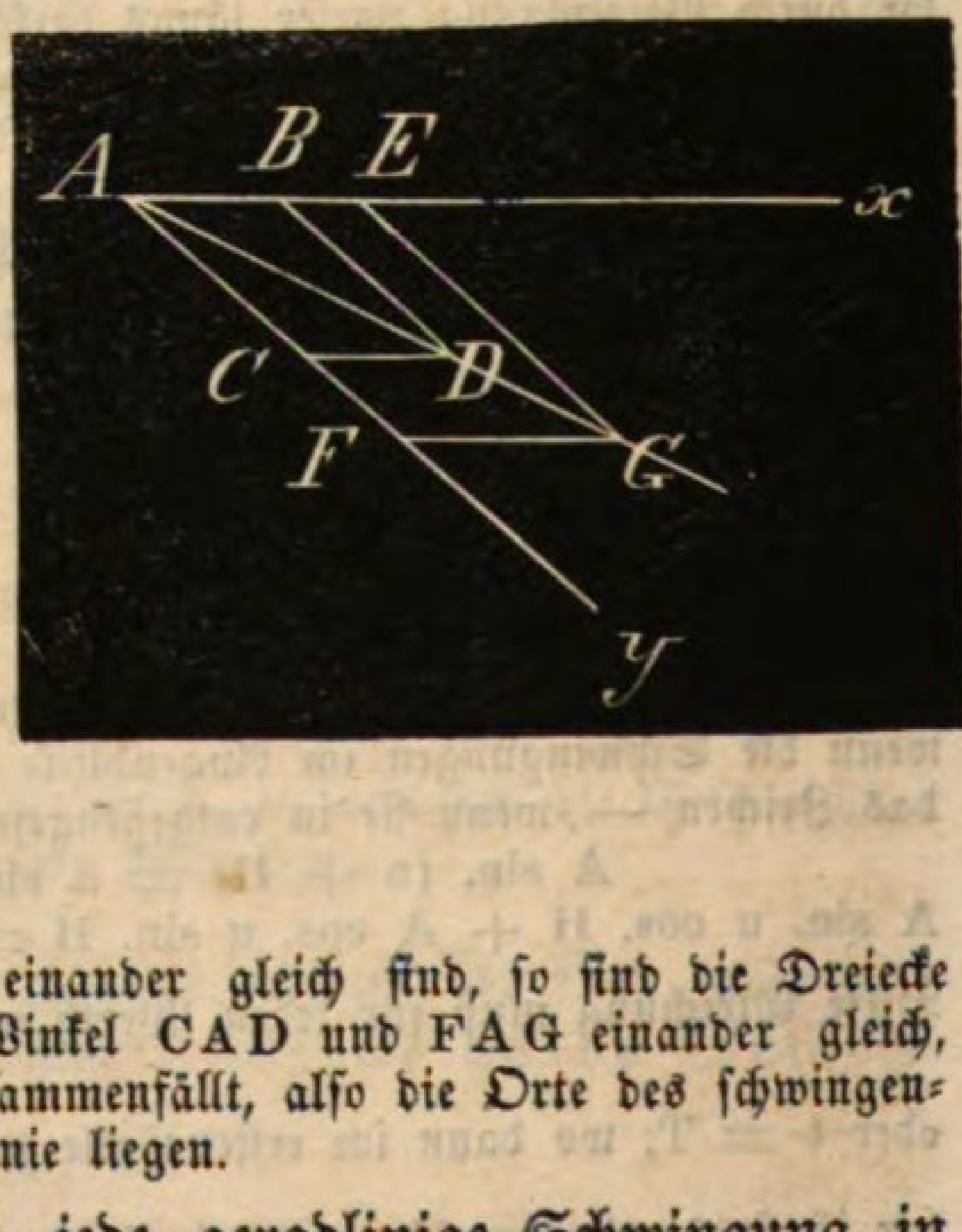
4. Werden dicht neben einander mehrere kugelförmige Wellen erregt, Fig. 150, so entsteht aus der Interferenz derselben eine Wellenfläche, welche sämmtliche Kugelflächen berührt oder einhüllt, und der Erfolg ist derselbe, als wenn diese einhüllende Welle allein vorhanden wäre.

Fig. 150.



5. Wenn zwei geradlinige schwingende Bewegungen mit übereinstimmenden Phasenzeiten und gleicher Schwingungsdauer an einem Theilchen A Fig. 151, so zusammentreffen, daß ihre Richtungen Ax und Ay einen Winkel einschließen, so wird das Theilchen wieder in eine geradlinige Schwingung versetzt.

Fig. 151.



Denn kommt A vermöge der einen Schwingung in der Zeit t bis B, und in der Zeit t' bis E, vermöge der andern in denselben Zeiten bis C und F; so befindet es sich am Ende der Zeit t im Punkte D am Ende der Zeit t' in G, und da

$AB = CD = a \sin. t \sqrt{k}$, und

$AC = a' \sin. t \sqrt{k}$

$AE = FG = a \sin. t' \sqrt{k}$,

$AF = a' \sin. t' \sqrt{k}$

so ist $CD : GF = AC : AF$;

und da auch die Winkel ACD und AFG einander gleich sind, so sind die Dreiecke ACD und AFG ähnlich, mithin auch die Winkel CAD und FAG einander gleich, was nur möglich ist, wenn AD mit AG zusammenfällt, also die Orte des schwingenden Theilchens sämmtlich in einer geraden Linie liegen.

Hieraus folgt, daß man auch jede geradlinige Schwingung in zwei componirende mit übereinstimmenden Phasenzeiten zerlegen kann, die wieder geradlinig sind, und deren Richtungen einen Winkel einschließen.

6. Stimmen die Phasenzeiten nicht überein, sondern es ist z. B. die eine um $\frac{T}{4}$ größer, und sind die Amplituden gleich, der Winkel BAC ein rechter, so wird das Theilchen A in eine **kreisförmige** Schwingung versetzt.

Denn heißt x die der Phasenzeit t entsprechende Elongation AC, und y diejenige, welche das Bewegliche vermöge der zweiten schwingenden Bewegung in der Zeit $t + \frac{T}{4}$ besitzt, so ist

$$x = a \sin. 2\pi \frac{t}{T}, \text{ und } y = a \sin. \left(\frac{2\pi t}{T} + \frac{\pi}{2}\right) = a \cos. 2 \frac{t}{T}$$

mithin $$x^2 + y^2 = a^2,$$

d. h. der Abstand des Beweglichen vom Punkte A ist eine unveränderliche Größe, somit ist die während einer Schwingung beschriebene Bahn ein Kreis.

Man kann daher jede circuläre Schwingung in zwei geradlinige von gleicher Amplitude und gleicher Schwingungsdauer zerlegen, deren Richtungen jedoch einen rechten Winkel einschließen, und deren Phasenzeiten um den vierten Theil einer Schwingungsdauer verschieden sind.

Ist der Unterschied der Phasenzeiten, oder der Winkel, den die Richtungen der zusammenzusetzenden Bewegungen einschließen, nicht ein rechter und die Amplitudien ungleich, so ist die Bahn eine Ellipse.

Denn ist t die Phasenzeit der einen, und $t + \tau$ die der anderen Schwingung sind a und b die Amplituden, so ist

$$x = a \sin. \frac{2\pi t}{T}, \text{ und } y = b \sin. \frac{2\pi}{T}(t + \tau).$$

Entwickelt man letzteren Ausdruck, so erhält man

$$y = b \sin. \frac{2\pi t}{T} \cos. \frac{2\pi\tau}{T} + b \cos. \frac{2\pi t}{T} \sin. \frac{2\pi\tau}{T};$$

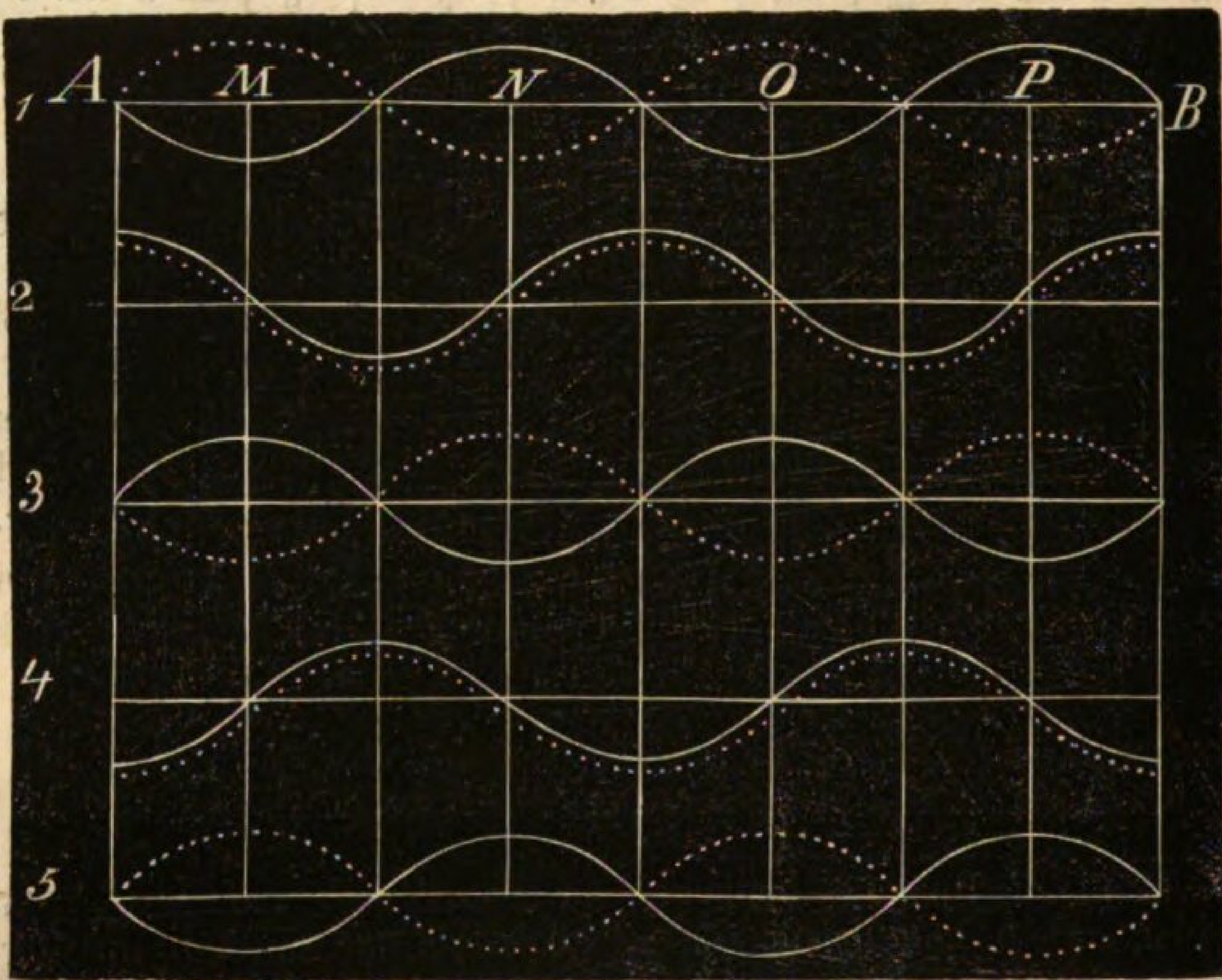
nun ist $$\sin. \frac{2\pi t}{T} = \frac{x}{a}, \text{ und } \cos. \frac{2\pi t}{T} = \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}};$$

substituirt man diese Ausdrücke in der Gleichung für y, und ordnet sie, so erhält man eine Gleichung zwischen x und y von der zweiten Ordnung; daher ist die Bahn, die das Theilchen beschreibt, sicher eine Kegelschnittslinie; diese kann aber keine andere als eine Ellipse sein, weil sie, wie es sich aus der Natur der schwingenden Bewegungen ergibt, in einem endlichen Raume enthalten ist.

§. 126. Stehende Schwingung, erzeugt durch Interferenz zweier gleichen, aber in entgegengesetzten Richtungen fortschreitenden Wellenzüge.

1. Nehmen wir zuerst an, daß die Theilchen der Welle transversal schwingen, und daß der eine Wellenzug W von A nach B, und der zweite W′ von B nach A fortschreite, ferner, daß in A und B beständig neue Wellen zum Vorschein kommen. Beginnen wir die Untersuchung mit dem Augenblicke, wo die von B kommenden (punktirten) Wellen mit den von A ausgehenden in der Art zusammentreffen, daß immer ein Wellenberg des einen Zuges mit einem Wellenthal des andern Zuges zusammenfällt; offenbar wird, wie aus Nr. 1, Fig. 152 ersichtlich ist, in diesem Augenblicke ein jedes Theilchen des Fortpflanzungsmittels nach zwei entgegengesetzten Seiten mit gleicher Geschwindigkeit zur Bewegung angeregt, und bleibt somit in Ruhe; demnach erscheinen sämmtliche Theilchen in ihrer geradlinigen Gleichgewichtslage. Es sei T die Schwingungsdauer, somit auch die Zeit, während welcher jede Welle um ihre ganze Länge vorrückt; bestimmen wir nun die Lage der Wellen nach Verlauf von $\frac{T}{4}, \frac{2T}{4}, \frac{3T}{4}$, T, so ergibt sich, daß, da während der Zeit $\frac{T}{4}$ jede Welle um $\frac{1}{4}$ ihrer Länge vorwärts schreitet, der Hintertheil des ersten Wellenberges des

Fig. 152.



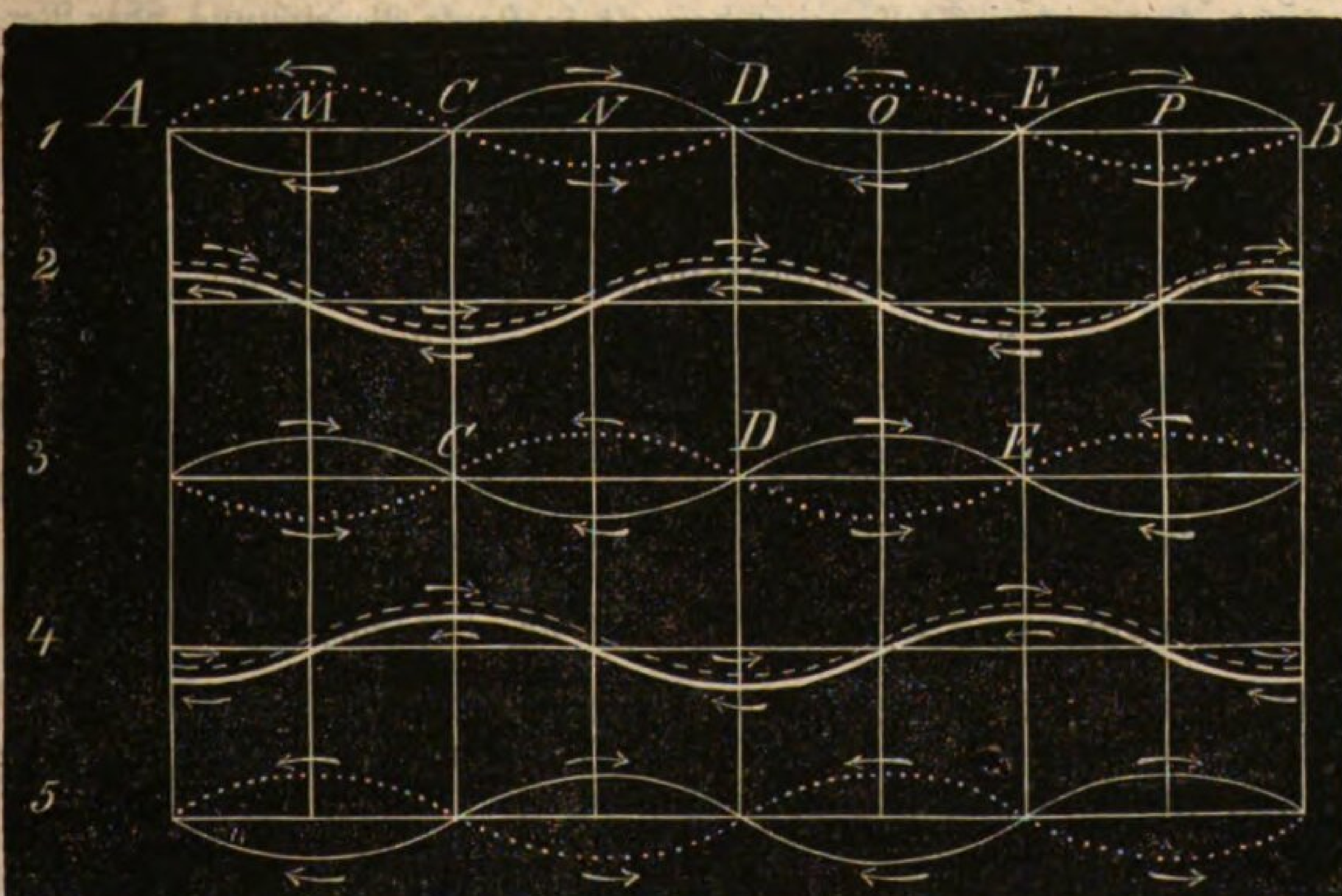
Systems W in P, der Hintertheil des zweiten Wellenthals in M erscheint, und an ihn sich der Vordertheil eines neuen von A kommenden Wellenbergs anschließt. Vom zweiten Wellenzuge W′ verschwindet der Vordertheil des Wellenbergs bei A, der Vordertheil des ersten Wellenthals rückt bis M vor, und von B aus ist der Vordertheil eines neuen Wellenbergs bis P vorgeschritten; deßhalb erscheinen, wie die Zeichnung Nr. 2 ersichtlich macht, sowohl die Wellenberge als die Wellenthäler beider Wellenzüge an denselben Stellen im Raume; zugleich wird ein jedes Theilchen von beiden Wellenzügen nach derselben Richtung und mit derselben Geschwindigkeit zur Bewegung angeregt, mithin in ganz gleiche Schwingungsphasen versetzt, weßhalb sowohl die Geschwindigkeit als die Elongation jedes Theilchens verdoppelt erscheint.

Die Lage der beiden Wellenzüge nach Verlauf von $\frac{2\,T}{4}$ macht Nr. 3 ersichtlich; da nun eben so wie in Nr. 1 Wellenberge mit Wellenthälern zusammenfallen, so erscheinen sämmtliche Theilchen in ihrer Ruhelage. — Die Fig. Nr. 4 zeigt die Lage der Wellenzüge nach Verlauf der Zeit $\frac{3\,T}{4}$; man sieht, daß bei jedem Theilchen abermals die nämlichen Schwingungsphasen von beiden Wellenzügen zusammentreffen, aber gerade die entgegengesetzten von jenen sind, die vor $\frac{T}{2}$ daselbst zusammenkamen, und in Nr. 2 dargestellt sind. Jeder Wellenberg von Nr. 2 geht während der Zeit $\frac{T}{2}$ in ein Wellenthal und jedes Wellenthal in einen Wellenberg über.

Nach Verlauf des letzten Viertels von T kommen die Wellenzüge in die in Nr. 5 dargestellte Lage, welche mit der von Nr. 1 vollkommen übereinstimmt, worauf in jedem folgenden Zeitraume T genau dieselben Bewegungszustände, wie sie in 2, 3, 4, 5 dargestellt sind, auf einander folgen. Hieraus folgt, daß in Folge der Interferenz der betrachteten Wellenzüge die Gerade AB sich in gleiche Theile von der Größe einer halben Wellenlänge abtheilt, in deren jedem die Theilchen sich gleichzeitig über AB erheben, gleichzeitig in ihre Gleichgewichtslage kommen, sich von derselben wieder gemeinschaftlich nach derselben Richtung entfernen, und gleichzeitig die größte Ausbiegung erreichen, mithin in einer stehenden transversalen Schwingung sich befinden, wobei die Dauer einer Schwingung der Zeit gleich kommt, während welcher eine Welle um den Betrag ihrer Länge weiter schreitet. Die Schwingungen je zwei benachbarter Theile gehen in entgegengesetzten Richtungen vor sich; diese Theile sind durch Theilchen, wie M, N, O, P von einander geschieden, in denen continuirlich zwei entgegengesetzte Phasen zusammentreffen, und die daher fortwährend in ihrer Ruhelage verbleiben. Diese stets in Ruhe bleibenden Trennungspunkte von je zwei nach entgegengesetzten Richtungen schwingenden Theilen heißen Schwingungsknoten.

2. Schwingen die Theilchen einer Welle longitudinal, wie bei der Fortpflanzung des Schalls durch irgend ein elastisches Mittel, wo dann in der einen Hälfte der Welle Verdichtung, in der anderen Verdünnung herrscht, und schreitet jede Welle mit ihrem verdichteten Theile voraus, so wird der Erfolg der Interferenz auf ähnliche Weise ermittelt. In der Fig. 153 stellt Nr. 1 die den beiden Wellenzügen entsprechenden

Fig. 153.



Geschwindigkeitscurven für den Moment vor, wo die verdichteten Wellenhälften des zweiten Wellenzuges W′ mit den verdünnten des ersten

Wellenzuges W zusammenfallen. Berücksichtigt man, daß die Theilchen in der verdichteten Wellenhälfte in der nämlichen Richtung schwingen, in welcher die Welle fortschreitet, in der verdünnten dagegen in der entgegengesetzten, wie es in der Figur die Pfeile anzeigen; so ersieht man aus Nr. 1, daß in dem angenommenen Augenblicke jedes Theilchen von beiden Wellenzügen nach derselben Richtung zur Bewegung angeregt wird, und daher eine Geschwindigkeit besitzt, die doppelt so groß ist, als diejenige, die es in dem nämlichen Augenblicke vermöge der Einwirkung eines Wellenzuges haben würde. Die größte Geschwindigkeit findet in den Schichten statt, die in der Mitte von AC, CD, DE, EB liegen, und die wir mit M, N, O, P, bezeichnen wollen; die Theilchen A, C, D, F, B, welche um eine halbe Wellenlänge von einander abstehen, sind in ihrer Ruhelage, und scheiden die Schichten, deren Thzilchen nach entgegengesetzten Richtungen sich bewegen. Berücksichtigen wir die Verdichtungen in jeder Schichte, so ersieht man bald, daß in jeder Stelle die Verdünnung durch eine eben so große Verdichtung ausgeglichen wird, so daß in diesem Momente überall die natürliche Dichtigkeit eintritt.

Nach Verlauf von $\frac{T}{4}$ rückt jede Welle um den vierten Theil ihrer Länge vorwärts, und bei A so wie bei B erscheinen die Vordertheile der verdichteten Hälften neuer Wellen; beachtet man genau die Richtungen der Bewegungen, zu denen die Theilchen von beiden Wellenzügen angeregt werden, so wird aus Nr. 2 ersichtlich, daß an jeder Stelle die Theilchen mit gleichen Geschwindigkeiten nach entgegengesetzten Richtungen zur Bewegung angetrieben und somit in Ruhe bleiben werden, daß jedoch an jeder Stelle, eine doppelt so starke Verdichtung oder Verdünnung vorkommt, als bei einem einzigen Wellenzuge, nur an den Stellen M, N, O, P herrscht abermals die natürliche Dichte. Die größte Aenderung in der Dichte kommt in C, D und E vor.

Nr. 3 zeigt den Bewegungszustand nach Verlauf der Zeit $\frac{2T}{4}$ an, und macht ersichtlich, daß er von dem in Nr. 1 dargestellten sich nur darin unterscheidet, daß nun an jeder Stelle die entgegengesetzte Schwingungsphase erscheint, und daß daher die Theilchen zweier benachbarter Wellenhälften in Richtungen sich bewegen, die denen in Nr. 1 gerade entgegengesetzt sind.

Am Ende von $\frac{3T}{4}$ tritt der in Nr. 4 dargestellte Bewegungszustand ein, er ist von dem in Nr. 2 vorgestellten nur darin verschieden, daß an jeder Stelle, wo früher eine Verdichtung stattfand, nun eine eben so starke Verdünnung vorhanden ist.

Am Ende der Zeit T erscheint, wie Nr. 5 zeigt, genau derselbe Zustand wie in Nr. 1, worauf an jeder Stelle genau dieselben Schwingungsphasen mit dem nämlichen Wechsel in der Verdichtung und Verdünnung auf einander folgen, wie während des ersten Zeitraumes T.

Demnach hat die Interferenz der beiden Wellenzüge zur Folge:

a) daß die Stellen A, C, D, E, B fortwährend in Ruhe bleiben, indem daselbst ununterbrochen entgegengesetzte und gleiche Schwingungsphasen erscheinen und sich tilgen; sie sind daher wieder Schwingungsknoten, deren jeder von dem nächst vorhergehenden um eine halbe Wellenlänge absteht;

b) die Theilchen zwischen je zwei Schwingungsknoten befinden sich in einer stehenden longitudinalen Schwingung, indem sie zu gleicher Zeit nach einer und dann wieder gleichzeitig nach der entgegengesetzten Richtung sich bewegen; die Schwingungsdauer eines Theilchens ist wieder gleich der Zeit, in welcher die Welle um ihre ganze Länge vorwärts rückt.

c) Die Bewegung der Theilchen an den beiden Seiten eines Schwingungsknotens geht in entgegengesetzten Richtungen vor sich, indem die Theilchen während einer Hälfte der Schwingungsdauer sich vom Schwingungsknoten entfernen, während der folgenden Hälfte sich demselben nähern, so daß im Schwingungsknoten die größte Verdichtung mit der größten Verdünnung beständig wechselt.

d) An den Stellen M, N, O, P, die in der Mitte zwischen zwei Schwingungsknoten sich befinden, herrscht unabänderlich die natürliche Dichte, indem daselbst fortwährend die durch den einen Wellenzug erzeugten Verdichtungen durch die gleichzeitig vom andern Wellenzug bewirkten Verdünnungen aufgehoben werden, allein die Schwingungsintensität der Theilchen an diesen Stellen ist größer, als bei den andern dazwischen liegenden; die größte Geschwindigkeit erlangen diese Theilchen in den Zeitmomenten, die von denen, in welcher an den Knoten die größte Verdichtung oder die größte Verdünnung stattfindet, um $\frac{T}{4}$ abweichen.

Aus dem Gesagten wird auch der Unterschied zwischen einer fortschreitenden und einer stehenden Schwingung ersichtlich; bei der ersteren ist die Dichte in der Schichte am größten oder am kleinsten, deren Theilchen das Maximum der Geschwindigkeit erlangt haben, und bleibt in ihrem natürlichen Zustande dort, wo die Geschwindigkeit der Theilchen gleich Null ist; bei der stehenden Schwingung dagegen bleibt die Dichte in jenen Schichten unverändert, deren Theilchen am schnellsten oscilliren, und wird dort am größten oder am kleinsten, wo die Theilchen beständig in Ruhe verbleiben.

Setzt man die halbe Wellenlänge, mithin auch den Abstand zweier Schwingungsknoten $= l$, und ist c die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Welle, so ist $2l = cT$, und $T = \frac{2l}{c}$. (Kunzek's Studien über Interferenz von pag. 307 bis 342.)

Acustik.

§. 127. Bedingungen des Schalls. Jede Wahrnehmung durch das Gehör heißt Schall; aber auch das, was man hört, wird Schall genannt. Bei einer Schallvernehmung haben wir dreierlei zu beobachten: Impulse auf das Gehörorgan, den Schallerreger und das Schallmittel. Der Schallerreger ist jeder elastische Körper im Zustande

einer stehenden Schwingung, wobei die Schwingungen mit einer Amplitude, die innerhalb der Elasticitätsgränze liegt, und mit einer Geschwindigkeit erfolgen, daß wenigstens 16 volle Schwingungen und nicht über 24000 in einer Secunde stattfinden.

Nach Savart ist die obere Grenze von der Art der Tonerregung abhängig, und Wollaston fand, daß sie für verschiedene Personen verschieden ist. Despretz hörte den Ton einer Stimmgabel bei 73700 Schwingungen.

Die stehende Schwingung des schallenden Körpers bringt in dem ihn umgebenden elastischen Mittel Wellen hervor, die man Schallwellen nennt, und in denen die Theilchen longitudinal schwingen. So viele Schwingungen der Schallerreger in einer Secunde macht, eben so viele Wellen gehen in jeder Secunde von ihm aus; eine jede Welle übt auf das Gehörorgan, das von ihr getroffen wird, einen Impuls aus, so daß der Schall als eine Reihe von Impulsen erscheint, die so rasch auf einander folgen, daß der Eindruck des einen im Ohr noch fortdauert, wenn der zweite erfolgt, und daher alle nur einen ununterbrochenen Eindruck zu bilden scheinen. Ist der anhaltende Schall durchaus gleichartig, angenehm ansprechend, so nennt man ihn Klang. Der Klang, in Bezug auf seine Höhe betrachtet, heißt ein Ton; die in einer Secunde vollbrachte Anzahl von Schwingungen ist das Maß der absoluten Tonhöhe, und heißt Schwingungszahl. Die Höhe eines Tons in Bezug auf einen anderen tieferen Ton, mit dem er verglichen wird, heißt die relative Tonhöhe; diese wird durch den Quotienten ausgedrückt, den man erhält, wenn man die Schwingungszahl n des höheren mit der des tieferen N dividirt, also durch $\frac{n}{N}$. Die Schallstärke ist, wie schon bewiesen wurde, dem Quadrate der Geschwindigkeit der schwingenden Theile im Zustande des Maximums proportional.

§. 128. Fortpflanzungsgeschwindigkeit eines longitudinalen Impulses in einem gleichförmig dichten elastischen Mittel. Denken wir uns in einem elastischen Mittel eine prismatische Säule, deren Querschnitt $= 1$ ist, und darin drei gleichweit von einander abstehende Querschnitte L, M, N, welche zwei gleiche Volumstücke LM und MN begrenzen, deren jedes eine Länge $= \alpha$ hat, die kleiner als die Schwingungsweite eines Theilchens bei der Fortpflanzung einer Schallwelle angenommen wird. Bewegt sich in der Säule eine Schallwelle mit der Fortpflanzungsgeschwindigkeit c, und ist τ die Zeit, in welcher jede Schwingungsphase vom Querschnitte L auf den im Abstande α befindlichen Querschnitt M und von diesem auf N übertragen wird, so ist

$$\alpha = c\tau \text{ und } c = \frac{\alpha}{\tau}.$$

Die fortschreitende Welle versetzt zuerst den Querschnitt L, hierauf um das Zeittheilchen τ später den Querschnitt M und um 2τ später den Querschnitt N in eine schwingende Bewegung; die Schwingungsphasen, die sich in einem gewissen Zeitmomente in dem Raume LM befanden, erscheinen nach der Zeit τ in dem Raume MN, während dem in LM neue Schwingungsphasen, z. B. mit höheren Geschwindigkeits- und Verdichtungsstufen entstehen. Hat sich nun der Querschnitt L in

Folge der Anregung durch die Schallwelle durch die Zeit t bewegt, so ist M nur während der Zeit $t - \tau$ und N während der Zeit $t - 2\tau$ in Bewegung gewesen; bezeichnet man mit σ, σ', σ'' die diesen Zeiten entsprechenden Verschiebungen in der Lage der Querschnitte L, M, N, so ist offenbar

$$\sigma > \sigma' > \sigma'',$$

mithin ist L stärker vorwärts gerückt als M, und steht nun dem M näher; dadurch geht die Länge $LM = \alpha$ in die kleinere $\alpha - (\sigma - \sigma')$ über, was eine Verminderung des Volumens LM, mithin eine Verdichtung desselben und ein Hervorrufen der Elasticität E′ zur Folge hat, welche der Volumänderung einer Volumseinheit direct proportional ist. Man hat also

$$E' = K\left(\frac{\sigma - \sigma'}{\alpha}\right) (1),$$

wo K die von der Elasticität des Mittels abhängige Verhältnißzahl bedeutet. Allein auch der Abstand der Querschnitte M und N erscheint um $\sigma' - \sigma''$ vermindert, daher tritt auch in dem Raume MN eine Volumverminderung und eine entsprechende Verdichtung ein, welche daselbst die Elastizität E″ erweckt, deren Werth durch die Gleichung

$$E'' = K\left(\frac{\sigma' - \sigma''}{\alpha}\right)$$

ausgedrückt wird. Der Querschnitt M kann offenbar nur dann sich bewegen, wenn die geweckten elastischen Kräfte E′ und E″ mit ungleichen Kräften darauf wirken; da wir das Volumen LM stärker verdichtet annehmen, als MN, so ist $E' > E''$, und die Wirkung dieser Kräfte ist dieselbe, wie wenn die Masse des Volumens LM mit der Kraft $E' - E''$ bewegt würde, und MN in Ruhe bliebe. Man hat also für die bewegende Kraft den Ausdruck

$$E' - E'' = \frac{K}{\alpha}(\sigma - 2\sigma' + \sigma'') = P\ (2).$$

Ist D die Dichte des Mittels, so ist $D\alpha$ die Größe der Masse des Volumens LM, und daher auch

$$P = D\alpha\,\frac{\gamma}{\tau}\ (3).$$

Um den Ausdruck für die beschleunigende Kraft $\frac{\gamma}{\tau}$ zu finden, wollen wir beachten, daß der Querschnitt M, welcher in der Zeit $t - \tau$ die Verschiebung σ' erfährt, während der Zeit $t - 2\tau$ seine Lage nur um σ'' wie der Querschnitt N geändert, daher den Weg $\sigma' - \sigma''$ mit der Geschwindigkeit $\frac{\sigma' - \sigma''}{\tau}$ zurückgelegt hat; dagegen ist die Verschiebung von M in der Zeit $t - \tau + \tau = t$ dieselbe wie die von L, also $= \sigma$, mithin legt M in dem nach $t - \tau$ folgenden Zeittheilchen τ den Weg $\sigma - \sigma'$ mit der Geschwindigkeit $\frac{\sigma - \sigma'}{\tau}$ zurück, folglich ist

die in diesem Zeittheilchen τ erfolgte Aenderung in der Geschwindigkeit, nämlich

$$\gamma = \frac{\sigma - 2\sigma' + \sigma''}{\tau};$$

daher hat man

$$\frac{D\alpha}{\tau^2}(\sigma - 2\sigma' + \sigma'') = \frac{K}{\alpha}(\sigma - 2\sigma' + \sigma'')$$

und $\frac{\alpha^2}{\tau^2} = \frac{K}{D}$, mithin $c = \sqrt{\frac{K}{D}}$ (4).

Hat ein prismatischer Körper den Querschnitt = 1 und die Länge = 1, so ist auch sein Volumen = 1 und sein Gewicht heißt specifisches Gewicht; es sei dieses = S, so ist bekanntlich S = Dg. Wird nun dieser Körper vom Volumen = 1 mit seinem Gewichte Dg belastet, so tritt eine Aenderung in seiner Länge ein, die wir δ nennen wollen. Die Elasticität E, die durch die Druckkraft geweckt wird, tritt mit der einwirkenden Kraft Dg in's Gleichgewicht, und es ist E = Dg; aber sie ist auch der bewirkten Volumänderung der Volumseinheit proportional, daher E = Kδ, mithin

$$Dg = K\delta, \frac{K}{D} = \frac{g}{\delta} \text{ und } c = \sqrt{\frac{g}{\delta}} \quad (5)$$

d. h. die gesuchte Fortpflanzungsgeschwindigkeit in irgend einem Mittel ist gleich der Quadratwurzel aus dem Quotienten, welchen man erhält, wenn man die Acceleration der Schwere durch die Größe der Längenänderung dividirt, die eine Säule des Mittels vom Querschnitte = 1 und der Länge = 1 erleidet, wenn sie mit ihrem eigenen Gewichte belastet wird. Nach dieser Formel (5) kann die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalls in einem gleichförmig elastischen Mittel leicht berechnet werden. Es ist

$$c = \sqrt{\frac{g}{\delta}} = \sqrt{\frac{Dg}{D\delta}}; \text{ nun ist } \frac{Dg}{\delta} = \frac{S}{\delta}$$

d. h. gleich dem Elasticitätscoefficienten M (§. 20), daher auch

$$c = \sqrt{\frac{M}{D}}.$$

Die Formel (5) gibt für Wasser die Geschwindigkeit 1453 Meter in 1 Sec.; Colladon fand sie durch Versuche = 1435 Meter, welcher Werth von dem berechneten wenig abweicht. An einer eisernen Wasserleitung fand Biot die Geschwindigkeit des Schalls $10\frac{1}{2}$mal größer, als bei der Fortpflanzung durch die Luft.

§. 129. Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalls in der Luft. Die nach der Formel (5) im vorigen §. berechnete Geschwindigkeit, mit welcher der Schall durch die Luft sich fortpflanzt, beträgt nur $^5/_6$ von der beobachteten. Die Ursache dieses Unterschiedes, der keinem Beobachtungsfehler zugeschrieben werden kann, hat La Place aufgefunden. Die bei der Verdichtung der Luft entstehende Erhöhung und bei der Verdünnung dieser Luft vor sich gehende Erniedrigung der Temperatur muß, da bei den rasch stattfindenden Dichtigkeitsänderungen keine Ausgleichung mit der Temperatur der Umgebung eintreten kann, nothwendig

auf die Differenz der Expansivkräfte, von denen die Wellenbewegung abhängt, somit auch auf die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalls einen Einfluß üben, den man durch folgende Betrachtung ermitteln kann:

1. Es sei V das Volumen und T die nach einem Luftthermometer bestimmte Temperatur einer Luftmasse von der Expansivkraft E; soll nun diese die Volumsverminderung V′ bei ungeänderter Expansivkraft, also bei ungeändertem, auf die Luftmasse ausgeübten Drucke erfahren, so kann dieß nur durch eine Verminderung der Temperatur um t^0 bewirkt werden; nun ist (nach §. 78)

$$V : V - V' = T : T - t, \text{ somit } V' : V = t : T$$

und $$t = \frac{V'T}{V}.$$

Bedeutet V das Volumen von einer Gewichtseinheit atmosphärischer Luft, so gibt t die Anzahl der Temperaturgrade, um welche die Temperatur einer Gewichtseinheit Luft vermehrt oder vermindert werden muß, damit ihr Volumen beim constanten Drucke um V′ vermehrt oder vermindert werde.

2. Es sei C die specifische Wärme der Luft bei constantem Drucke, somit die Wärmemenge, deren eine Gewichtseinheit Luft bedarf, damit in ihr bei ungeänderter Spannkraft eine Temperaturänderung von 1^0 (nach dem Luftthermometer) eintrete, so ist

$$Ct = \frac{CV'T}{V}$$

die Wärmemenge, welche die Temperatur einer Gewichtseinheit um t^0 und das Volumen derselben um V′ ohne Aenderung der Spannung zu ändern vermag.

3. Heißt C′ die Wärmemenge, welche erforderlich ist, damit die Temperatur von einer Gewichtseinheit Luft ohne Aenderung ihres Volumens V um einen Grad erhöhet werde, so ist

$$C't = C' \frac{V'T}{V}$$

die Wärmemenge, welche die auf das Volumen V — V′ gebrachte Gewichtseinheit Luft braucht, damit ohne Aenderung dieses Volumens die Temperatur von T — t Graden auf T^0 komme, also um t^0 erhöhet werde.

4. Da nun eine Gewichtseinheit Luft während der Verdichtung und des Ueberganges ihres Volumens V in V — V′ ohne Aenderung ihrer Spannkraft die Wärmemenge $C . \frac{V'T}{V}$ verlieren muß, aber bei dem Volumen V — V′ zur Herstellung der vorigen Temperatur T nur die Wärmemenge $C' . \frac{V'T}{V}$ erforderlich ist, so muß jede Gewichtseinheit Luft, damit ihr Volumen V ohne Aenderung der Temperatur T um V′ vermindert bleibe, die Wärmemenge

$$C . \frac{V'T}{V} - C' . \frac{V'T}{V} = (C - C') \frac{V'T}{V} \quad (1)$$

verlieren, d. h. in Freiheit setzen.

5. Die letztere Wärmemenge wird, falls der Luftmasse, während ihr Volumen V in V — V′ übergeht, von der Umgebung keine Wärme entzogen wird, die Temperatur dieser Luft erhöhen; die Anzahl Grade dieser Temperaturerhöhung, sie sei = T′, findet man, wenn man die Wärmemenge (1) mit C′, d. i. mit der für 1° erforderlichen Wärmemenge dividirt; somit ist

$$T' = \left(\frac{C - C'}{C'}\right) \frac{V'T}{V} = (q-1)\frac{V'T}{V} \text{ (2), wenn}$$

$$\frac{C}{C'} = q \text{ gesetzt wird.}$$

6. Ist E die Spannkraft, D die Dichte und T die nach dem Luftthermometer gemessene Temperatur einer Luftsäule vom Querschnitte = 1 im Zustande der Ruhe, und sind LM und MN zwei Luftschichten von der sehr geringen Länge = α, die bei der Fortpflanzung einer Welle die Volumverminderungen $\sigma - \sigma'$ und $\sigma' - \sigma''$, und ihre Spannkräfte die Aenderungen E′ und E″ erfahren, während die Temperatur von LM um T′ und die von MN um T″ Grade erhöhet wird, so erhält man, wenn beachtet wird, daß (nach pag. 170) die Expansivkräfte zweier gleichen Luftmassen den nach dem Luftthermometer gemessenen Temperaturen direct, und dem Volumen umgekehrt proportional sind,

$$E + E' : E = \frac{T + T'}{\alpha - (\sigma - \sigma')} : \frac{T}{\alpha}, \text{ mithin,}$$

wenn man $\alpha - (\sigma - \sigma') = v$ setzt,

$$E + E' = \frac{E\alpha}{v} \cdot \frac{T + T'}{T} = \frac{E\alpha}{v}\left(1 + \frac{T'}{T}\right) \text{ (3).}$$

Nun ist die Größe der Volumänderung der Größe des Volumens selbst direct proportional, daher $\frac{V'}{V} = \frac{\sigma - \sigma'}{\alpha}$; die Gleichung (2) übergeht nun in folgende

$$\frac{T'}{T} = (q-1)\frac{(\sigma - \sigma')}{\alpha},$$

worin T′ auf die Volumänderung $\sigma - \sigma'$ und T auf das Volumen α sich bezieht, daher T und T′ die nämlichen Werthe haben, wie in der Gleichung (3); mithin hat man

$$E + E' = \frac{E\alpha}{v}\left(1 + (q-1)\frac{(\sigma - \sigma')}{\alpha}\right) = \frac{E\alpha}{v}\left(q\frac{(\sigma - \sigma')}{\alpha} + \frac{\alpha - (\sigma - \sigma')}{\alpha}\right)$$

mithin $$E + E' = Eq\left(\frac{\sigma - \sigma'}{v}\right) + E.$$

Da $\sigma - \sigma'$ eine sehr kleine Größe ist, indem die bei der Fortpflanzung der Wellenbewegung erzeugten Volumänderungen nur sehr unbedeutend sein können, so kann man sie in Bezug auf α vernachlässigen, und α für v setzen, wo dann

$$E + E' = \frac{Eq}{\alpha}(\sigma - \sigma') + E.$$

Auf dieselbe Art findet man

$$E + E'' = \frac{Eq}{\alpha}(\sigma' - \sigma'') + E;$$

mithin ist $E' - E'' = \frac{Eq}{\alpha}(\sigma - 2\sigma' - \sigma'')$ (4).

Vergleicht man diese Gleichung mit der früher für die Fortpflanzung der Schallwelle in irgend einem elastischen Mittel gefundenen

$$E' - E'' = \frac{K}{\alpha}(\sigma - 2\sigma' - \sigma''),$$

so folgt, daß bei der Fortpflanzung der Schallwelle durch die Luft

$$K = Eq$$

zu setzen ist; daher ist die Fortpflanzungsgeschwindigkeit

$$c = \sqrt{\frac{Eq}{D}} \quad (5),$$

d. h. gleich der Quadratwurzel aus einer Zahl, die sich ergibt, wenn man die Expansivkraft der Luft mit der Dichte derselben dividirt, und den Quotienten mit einer Zahl q multiplicirt, die angibt, wie oft die specifische Wärme der Luft bei constanten Volumen in der specifischen Wärme bei constantem Drucke enthalten ist.

Nach dieser Formel läßt sich die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalls für alle Gase finden, für welche q bekannt ist; ermittelt man diese Geschwindigkeit c auf anderen Wegen, so läßt sich aus der Gleichung (5) der Werth von q berechnen.

Ist b die auf die Temperatur von 0° reducirte Barometerhöhe, und d die Dichte des Quecksilbers, so ist b d g der hydrostatische Druck der Quecksilbersäule, welcher das Maß der Expansivkraft E der Luft ist; mithin

$$E = gdb \text{ und } c = \sqrt{\frac{gdb}{D} \cdot q} \quad (6)$$

Heißt D' die Dichte der Luft bei 0° C. und dem Barometerstande von 0.76 Meter, so ist für die Temperatur von t° und den Barometerstand b die Dichte

$$D = \frac{D'b}{0{\cdot}76\,(1 + \alpha t)}, \text{ folglich } c = \sqrt{\frac{0{\cdot}76\,gdq\,(1 + \alpha t)}{D'}},$$

woraus zu ersehen ist, daß die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalls in der Luft vom Luftdrucke unabhängig ist, aber wachsen muß, wenn die Temperatur höher wird. Da $\frac{d}{D} = 10467$, $g = 9{\cdot}81$ Meter, und $q = 1{\cdot}4$, so ist $c = 331{\cdot}08\sqrt{1 + \alpha t}$ Meter, oder $c = 1047.38\sqrt{1 + \alpha t}$ Wiener Fuß, ein Ergebniß, das von der auf dem experimentalen Wege ermittelten Geschwindigkeit von 1050 Wiener Fuß bei 0° C. nur wenig abweicht.

Heißt D die anfängliche Dichte der Luft beim Volumen V, $D\gamma$ der Zuwachs an Dichte bei Verminderung des Volumens um V', so ist

$$V : V - V' = D + D\gamma : D = 1 + \gamma : 1, \text{ daher}$$

$$V' : V = \gamma : 1 + \gamma, \text{ und } \frac{V'}{V} = \frac{\gamma}{1 + \gamma};$$

Da γ ein sehr kleiner Bruchtheil von der Einheit ist, so kann man $\frac{V'}{V} = \gamma$ setzen, und erhält aus der Gleichung (2)

$$\frac{T'}{T} = \left(\frac{C}{C'} - 1\right) \gamma.$$

Nun ist $$T : T + T' = 1 : 1 + \alpha d,$$
wo α der bekannte Ausdehnungscoefficient und d die Anzahl von Centesimalgraden bedeutet, um welche die Temperatur des Gases nach dem Quecksilberthermometer bei der Verdichtung steigt; daher ist $\frac{T'}{T} = \alpha d$, mithin hat man

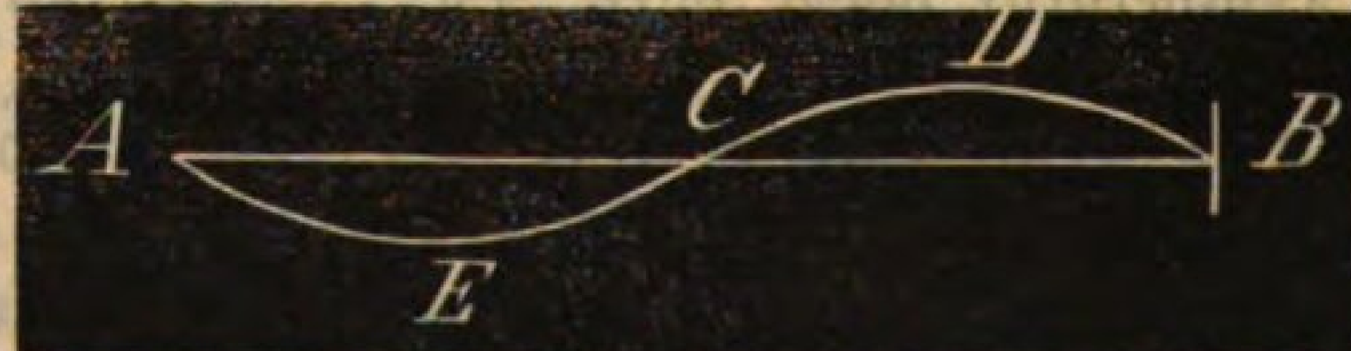
$$\alpha d = \left(\frac{C}{C'} - 1\right) \gamma$$

eine physikalische Gleichung, auf die sich Duhamel in seiner Mechanik beruft. (Duhamel's Lehrbuch der Mechanik, bearbeitet von W. Wagner, pag. 245, II. Bd.)

Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit ist für alle Töne, sie mögen hoch oder tief, stark oder schwach sein, die nämliche; bei festen Körpern größer als bei tropfbar flüssigen und am geringsten bei Gasarten; in der atmosphärischen Luft kann sie durch den hier vorkommenden Wind geändert werden. Fällt die Richtung der Schallwelle mit der Windesrichtung zusammen, so wird die Geschwindigkeit verstärkt, dagegen geschwächt, wenn die Richtungen einander entgegengesetzt sind; bildet die Windesrichtung mit der Richtung des Schalls einen Winkel, so denkt man sich die Geschwindigkeit des Windes in zwei Componenten zerlegt, wovon die Richtung der einen mit der Richtung, in welcher die Welle fortschreitet, zusammenfällt, die andere darauf senkrecht steht; nur die erstere verstärkt oder schwächt die Geschwindigkeit des Schalls, je nachdem ihre Richtung dieselbe oder die entgegengesetzte ist. — Der Schall wird auch in der Richtung des Windes stets besser gehört, als in der entgegengesetzten Richtung.

§. 130. Reflexion des Schalls. In der Lehre vom geraden Stoße elastischer Körper wurde bewiesen, daß, wenn die Masse des stoßenden Körpers größer ist, als die des gestoßenen ruhenden, beide Körper nach beendetem Stoße in der Richtung des stoßenden sich bewegen; ist hingegen die stoßende Masse kleiner, als die gestoßene, so bewegt sich letztere nach dem Stoße in der Richtung dieses Stoßes, während erstere zurückschreitet. Ein ähnlicher Vorgang findet statt, wenn eine Schallwelle an ein Schallmittel von einer anderen Beschaffenheit anstößt. Nehmen wir an, der Schallstrahl AB, Fig. 154, stehe auf der Trennungsfläche B der beiden Mittel senkrecht, so wird durch den Anstoß der verdichteten Wellenhälfte die erste Schichte B des neuen Schallmittels gerade so in Bewegung versetzt wie das frühere Schallmittel durch den Schallerreger, indem ihr nach einander die verschiedenen Geschwindigkeitsstufen der ersten Hälfte der Schwingungsdauer, während der die verdichtete Wellenhälfte sich gebildet hat, mitgetheilt werden, wodurch in dem neuen Mittel wieder der verdichtete Theil einer neuen

Fig. 154.



Welle gebildet wird; beim Ankommen der verdünnten Wellenhälfte AEC, worin die Theilchen sich in Richtungen bewegen, bei welchen sie sich von B entfernen, und daher auf das neue Mittel nicht stoßend einwirken können, treten die verschobenen Theilchen der Schichte B vermöge ihrer Elasticität den Rückgang an, wobei hinter ihr der verdünnte Theil der Welle im neuen Mittel sich bildet. Auf solche Art entsteht in dem neuen Mittel eine Wellenbewegung, die jedoch mit einer andern, der specifischen Elasticität dieses Mittels angemessenen Geschwindigkeit fortschreitet; auch ist, den Gesetzen des Stoßes gemäß, die Schwingungsintensität der Theilchen der neuen Welle vermindert, allein die Schwingungsdauer der schwingenden Wellentheilchen bleibt ungeändert.

Während der Bildung der Welle in dem zweiten Mittel entsteht auch im ersten Mittel eine Welle, die sich vom zweiten Mittel entfernt und reflectirte Welle heißt; die Art und das Gesetz ihrer Entstehung und Fortpflanzung muß nun ermittelt werden. Zu diesem Behufe unterscheiden wir den Fall, wo die Welle zuerst mit ihrem verdichteten Theile das neue Mittel trifft, von jenem, wo das Zusammentreffen zuerst mit dem verdünnten Theile stattfindet.

1. Ist das neue Schallmittel dichter, stößt z. B. eine Luftwelle an einen festen Körper, so werden die Theilchen der anstoßenden verdichteten Schichten der Welle durch Rückwirkung des neuen Mittels zurückgeworfen, und bewegen sich in einer der früheren entgegengesetzten Richtung, wodurch eine reflectirte Welle entsteht, die mit ihrem verdichteten Theile voranschreitet, oder mit andern Worten, bei der Reflexion der Welle geht der verdichtete Theil wieder in einen verdichteten über. — Nach der Reflexion der ganzen verdichteten Wellenhälfte gelangt der Vordertheil des verdünnten Wellenstückes an die Trennungsfläche der beiden Mittel; beide Wellenhälften fallen nun in den nämlichen Raum, so daß an jeder Stelle die Verdichtung durch eine gleich starke Verdünnung aufgehoben, folglich die Dichte des Mittels im natürlichen Zustande erscheint; allein die Theilchen beider Wellenhälften bewegen sich in der nämlichen Richtung so, daß sie sich von der Trennungsfläche entfernen, weßhalb an dieser ein leerer Raum entsteht, in welchen ein Theil der Luftwelle eintritt, wodurch die Theilchen derselben eine gegen die Trennungsfläche gerichtete Bewegung bekommen, und so die Reflexion des verdünnten Wellenstückes beginnt. Die Veränderungen, die hierauf in der Verdünnung der Schichten und in der Geschwindigkeit der Theilchen vorkommen, erscheinen als Wirkungen zweier entgegengesetzter Bewegungen, nämlich des directen Wellenstückes, in welchen die schwingenden Theilchen sich von B entfernen, und des reflectirten, in dem sie sich gegen B bewegen.

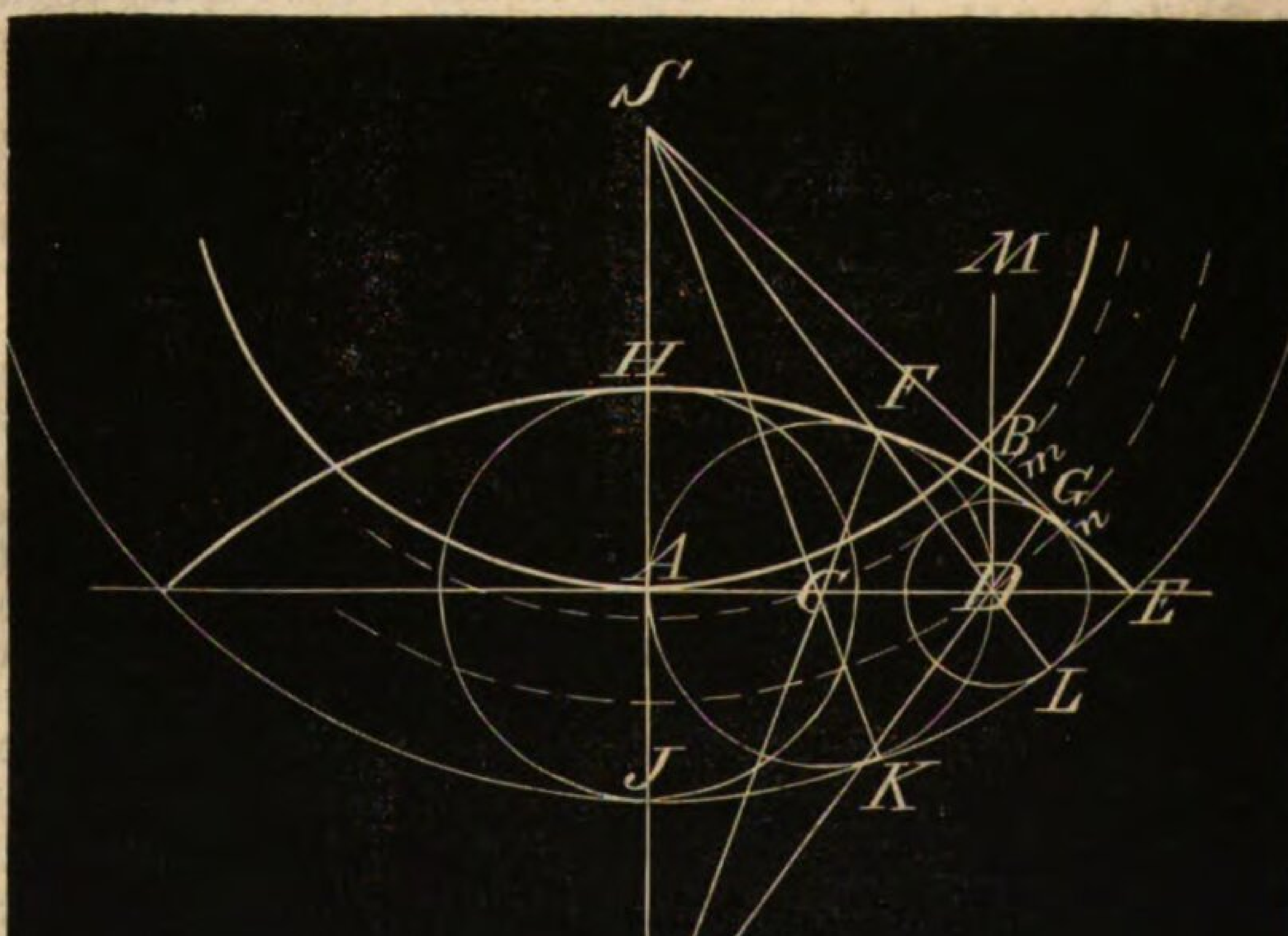
Ist die gestoßene Schichte des neuen Mittels dünner und leicht beweglich, kommt z. B. eine Schallwelle aus einer dichteren Luft in eine dünnere, so behalten die Theilchen der anstoßenden verdichteten Wellenhälfte einen Theil ihrer Geschwindigkeit, und dringen in den Raum ein, den die gestoßenen Theilchen verlassen; auf solche Art tritt ein Moment ein, in welchem an der Trennungsfläche der beiden Mittel ein leerer Raum entsteht, in den die Theilchen der nachstehenden Schichte eintreten, dabei zur Trennungsfläche B hin sich bewegen, was eine Verdünnung

dieser Schichte zur Folge hat, die sich rückwärts fortpflanzt. So beginnt die Reflexion der anstoßenden Welle, bei welcher die verdünnte Wellenhälfte vorangeht; man sagt daher, daß bei dieser Reflexion die Verdichtung in eine Verdünnung übergeht.

2. Wenn eine Welle, deren vordere Hälfte aus verdünnten Schichten besteht, an ein neues dichteres und nicht leicht bewegliches Mittel ankommt, so tritt abermals der schon früher besprochene Fall ein; die Welle wird reflectirt, und zwar in der Art, daß die Verdünnung wieder in eine Verdünnung übergeht. Sind aber die Theilchen des neuen Mittels ausdehnsam, so muß in dem Augenblicke, wo es von der ankommenden verdünnten Wellenhälfte, deren Theilchen sich von B entfernen, berührt wird, eine Bewegung seiner Theilchen gegen den leeren Raum, der sich an der Trennungsfläche bildet, beginnen, wodurch die Bildung eines verdichteten Wellentheils im früheren Mittel veranlaßt wird; es entsteht somit abermals eine Reflexion der Welle, bei welcher die Verdünnung in eine Verdichtung übergeht.

3. Aus dem Gesagten wird ersichtlich, daß jeder Punkt der Trennungsfläche zweier Mittel, sobald er von einer Schallwelle berührt wird, in Schwingung geräth, und der Mittelpunkt einer neuen Welle wird; hieraus läßt sich das Gesetz für die Reflexion der einzelnen Schallstrahlen leicht auffinden. Es sei S, Fig. 155, der Mittelpunkt einer

Fig. 155.



kugelförmigen Schallwelle, S A der Abstand desselben von der Trennungsfläche zweier Mittel, mithin A derjenige Punkt, der zuerst von der Welle

getroffen wird; denken wir uns durch SA eine Ebene gelegt, welche in der Geraden AE die Trennungsebene der beiden Mittel schneidet, so gibt der Kreisbogen AB den Durchschnitt dieser Ebene mit der Wellenoberfläche für den Moment, wo diese im Punkte A das neue Mittel berührt; A wird nun der Mittelpunkt einer neuen Welle, die oberhalb AE mit der nämlichen Geschwindigkeit fortschreitet, wie die auffallende. Nehmen wir an, letztere schreitet parallel mit sich selbst mit ungeänderter Geschwindigkeit fort, und komme von AB in die Lage JE, so wird während dieser Zeit die in A gebildete Welle einen Weg AJ = AH = BE zurücklegen. Die andern Punkte, wie z. B. C, D der Trennungsfläche, werden später nach einander von der auffallenden Welle getroffen; die von ihnen ausgehenden Wellen werden in dem Augenblicke, wo die Hauptwelle die Lage JE einnimmt, Wege wie CK = mE und DL = nE zurückgelegt haben.

Betrachten wir die Abstände der Mittelpunkte der an der geraden AE gebildeten Wellen (Elementarwellen) vom Mittelpunkte der Hauptwelle wie SA, SC, SD, sie sind sämmtlich der Differenz der Halbmesser gleich, nämlich SA = SJ — AJ, SC = SK—CK, SD = SL — DL; mithin wird die Hauptwelle JE von sämmtlichen Elementarwellen innerlich in den Punkten J, K, L berührt, oder mit anderen Worten, die Oberfläche der Hauptwelle schließt sämmtliche Elementarwellen in der Art ein, daß jeder ihrer Punkte zugleich ein Punkt der Oberfläche einer Elementarwelle ist. Schneidet man von der Verlängerung des Perpendikels SA ein Stück AO = SA ab, beschreibt um den Mittelpunkt O mit dem Halbmesser HO = SJ einen Kreis, so wird auch dieser die Elementarwellen oberhalb AE genau so einhüllen, wie JLE; jeder seiner Punkte erscheint auch als Punkt der Oberfläche einer Elementarwelle, besteht somit aus Theilchen, welche die schwingende Bewegung beginnen sollen, und ist als die Oberfläche der reflectirten Welle zu betrachten; denn die Wirkung, welche die Elementarwellen oberhalb AB hervorbringen, ist genau dieselbe, wie wenn von dem Punkte O die Welle HFE ausgegangen wäre. Denkt man sich das Ganze um SO einmal herumgedreht, so erhält man die Gestalt der kugelförmigen reflectirten Welle. Hieraus folgt, daß der Mittelpunkt O der aus den Elementarwellen hervorgehenden reflectirten wirksamen Welle, und der wellenerregende Punkt S gleich weit von der reflectirenden Wand entfernt sind.

Die geraden Linien SA, SC, SD sind die einfallenden Schallstrahlen. AH, CF, DG, d. i. die in den Verlängerungen von AO, CO, OD liegenden Halbmesser der Elementarwellen sind die Richtungen, die sie nach der Reflexion annehmen, mithin die reflectirten Strahlen, die sämmtlich im Punkte O zusammentreffen, und mit den einfallenden in einerlei auf der reflectirenden Wand senkrecht stehenden Ebene liegen. Aus der Congruenz der Dreiecke SAD und ADO geht hervor, daß die Winkel SDA und ADO einander gleich sind; da nun der Winkel ADO = dem Winkel GDE, so sind auch die Winkel SDA und GDE einander gleich, d. h. der einfallende und der reflectirte Schallstrahl bilden mit der reflectirenden Ebene gleiche Winkel. Errichtet man im Punkte D eine Senkrechte DM, das Einfallsloth genannt, so sind SDM und MDG complementär zu den gleichen Win-

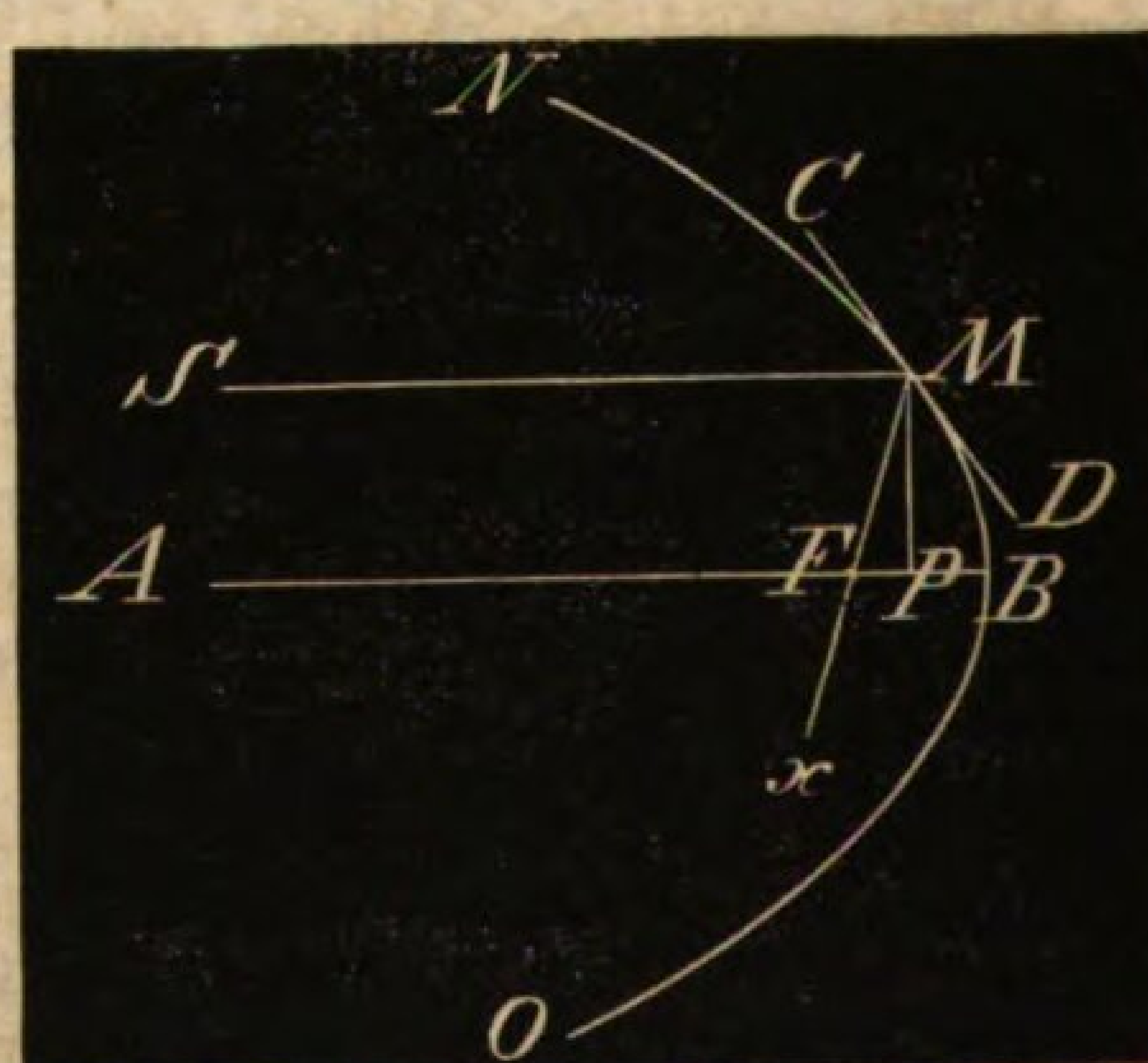
keln SDA und GDE, und somit auch einander gleich. Die Reflexion der Schallwelle erfolgt somit jedesmal nach dem Gesetze, daß der einfallende und der reflectirte Schallstrahl mit dem Einfallslothe gleiche Winkel bilden, also daß der Einfallswinkel gleich ist dem Reflexionswinkel. Ist in G das Gehörorgan eines Beobachters, so erhält es denselben Eindruck, wie wenn in O wirklich ein Schall erregender Punkt wäre, weßhalb es den Schall in die Richtung GO versetzen wird.

Da an der Trennungsfläche der beiden elastischen Mittel die lebendige Kraft der auffallenden Welle sich in zwei Theile theilt, wovon der eine der directen Welle im neuen Mittel, der andere Theil der reflectirten Welle mitgetheilt wird, so folgt, daß die Schwingungsintensität der reflectirten Welle kleiner wird, als die der auffallenden, und daß demnach der Schall durch Reflexion eine Schwächung erleidet, daher nach mehreren Reflexionen unmerklich werden kann. Bei der an festen und stark elastischen Körpern reflectirten Schallwelle ist die Schwingungsintensität größer, als wenn dieselbe Welle von flüssigen Körpern reflectirt wird. Da bei jedem Uebergange der Schallwelle aus einem Mittel in ein anderes eine theilweise Reflexion stattfindet, so wird der Schall desto mehr geschwächt, je öfter er das Mittel wechselt, daher am Tage, wo er durch Schichten von ungleicher Temperatur sich fortpflanzt, viel mehr als in der Nacht, wo mehr Gleichförmigkeit in der Temperatur herrscht.

Sobald eine Welle in schiefer Richtung auf die Trennungsfläche zweier Mittel auffällt, und die Fortpflanzungsgeschwindigkeit in dem neuen Mittel eine andere ist, so erleiden die Schallstrahlen eine Brechung so wie die Lichtstrahlen. Diese Brechung ist früher von Sandhauß (Pogg. Ann. 85. Bd.) und neuestens von C. Hajech (Pogg. Ann. 103. Bd.) nachgewiesen worden.

Fallen parallele Schallstrahlen auf eine durch Umdrehung einer Parabel NBO um ihre Axe AB, Fig. 156, entstandene parabolische hohle Fläche (parabolischer Hohlspiegel genannt) auf, so werden sie sämmtlich gegen den Brennpunkt F reflectirt, und bringen in dem daselbst befindlichen Gehörorgane eines Beobachters durch ihr Zusammenwirken einen verstärkten Eindruck hervor. Denn die Reflexion des zu AB parallelen Strahls SM erfolgt an der krummen Fläche in M genau so, als wenn er die durch M gelegte tangirende Ebene CMD getroffen hätte, mithin so, daß der Winkel SMC gleich wird dem Winkel, den der reflectirte Strahl mit MD einschließt; da nun bei der Parabel der Winkel SMC jedesmal dem Winkel gleich ist, welchen der Radiusvector des Punktes M mit MD bildet, so folgt, daß der in M reflectirte Strahl die Richtung des Radiusvector nimmt, somit durch den Brennpunkt der Parabel geht.

Fig. 156.



Steht dem Hohlspiegel NBO ein zweiter gegenüber, und zwar so, daß die Axen beider zusammenfallen, und ist in dem einen Brennpunkte, z. B. in F ein Schallerreger, so werden sämmtliche von F ausgehende Strahlen von der Parabelfläche NBO parallel zur Axe AB gegen den zweiten Hohlspiegel, und von diesem zum Brennpunkte desselben reflectirt, so daß ein hier befindliches Gehörorgan den leisesten in F erzeugten Schall vernimmt. Denn jeder auf NBO auffallende Schallstrahl, wie z. B. FM, muß mit der reflectirenden, d. i. mit der tangirenden Ebene den nämlichen Winkel bilden, den der reflectirte mit ihr einschließt, dieß tritt aber nur dann ein, wenn die Richtung des reflectirten Strahls parallel ist zur Axe AB; also müssen

sämmtliche Strahlen nach ihrer Reflexion an der Fläche NBO parallel zu der gemeinschaftlichen Axe AB beider parabolischen Hohlspiegel werden, folglich nach der Reflexion von der zweiten Fläche in deren Brennpunkte zusammentreffen.

Bei einer Ellipse bilden die, zu einem ihrer Punkte von beiden Brennpunkten gezogenen Radienvectoren mit der Tangente dieses Punktes gleiche Winkel, somit werden die von einem Brennpunkte kommenden Schallstrahlen an einer elliptischen Fläche sämmtlich gegen den andern Brennpunkt reflectirt. Hieraus werden die Erscheinungen der elliptischen und parabolischen Sprachgewölbe leicht begreiflich. Ein kleiner Theil eines Kreises wirkt ebenso wie eine Parabel; denn wäre NBO ein kleiner Kreisbogen, a der Halbmesser $MP = y$ und $BP = x$ ein sehr kleiner Theil, z. B. $\frac{1}{100}$ des Durchmessers $2a$, so kann man x^2 rücksichtlich $2ax$ als eine verschwindend kleine Größe annehmen, daher übergeht die Gleichung des Kreises $y^2 = 2ax - x^2$ in die Gleichung

$$y^2 = 2ax,$$

d. i. in die Gleichung einer Parabel, deren Parameter $= 2a$, und deren Brennweite $= \frac{a}{2}$, d. h. dem halben Halbmesser ist, mithin werden die auf ein Stück einer Hohlkugel (eines sphärischen Hohlspiegels) parallel auffallenden Strahlen so reflectirt, daß sie in einem Punkte, dessen Abstand vom Spiegel dem halben Halbmesser gleich ist, sich vereinigen.

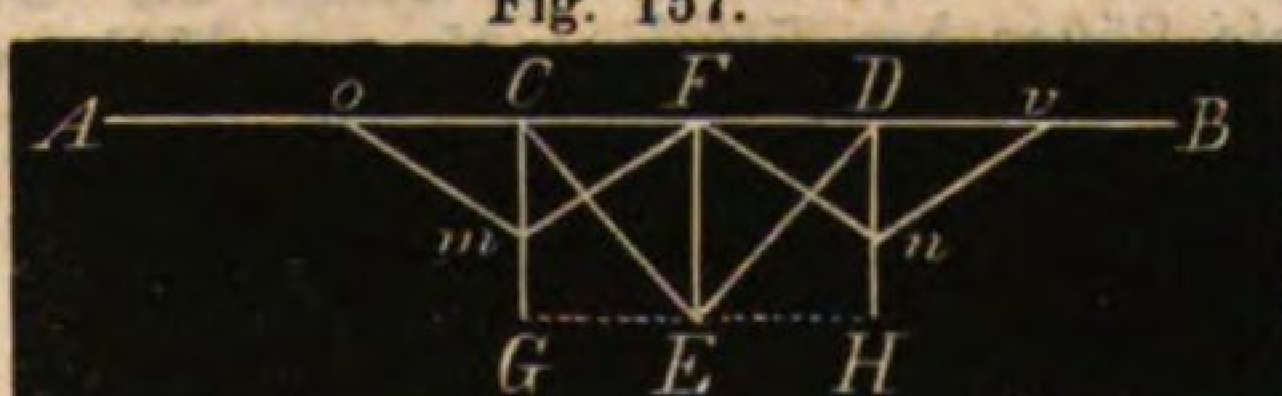
Wenn man an einem Ende eines großen Zimmers einen langanhaltenden Ton, z. B. durch Streichen eines Stahlstabes hervorbringt, so gehen von ihm durch einige Zeit Schallwellen aus, die an der gegenüberstehenden Wand reflectirt werden; diese reflectirten erzeugen mit den vom Stahlstabe ausgehenden directen eine stehende Schwingung, wie sie durch die Fig. 153 dargestellt wird, so daß in den Abständen von der Wand B, die der geraden Anzahl eines Viertels einer Wellenlänge direct proportionirt sind, also in den Abständen $\frac{2l}{4}$, $\frac{4l}{4}$, $\frac{6l}{4}$ . . . Schwingungsknoten sich bilden. Savart machte zuerst auf diese stehende Schwingung aufmerksam, und fand, daß die Länge der reflectirten Wellen die nämliche ist, wie die der directen; Seebeck fand mit Hilfe einer gespannten Membrane die Knoten wirklich in den von der Theorie angegebenen Abständen, man kann aber leicht diese Knoten finden, indem man im Zimmer die Stellen aufsucht, an denen der Ton nicht vernommen wird.

Da das Gehörorgan nur 9 Laute in 1 Sec. zu unterscheiden vermag, so muß die reflectirende Fläche (Mauer, Felswand, Bergseite, Waldrand, Wolken) wenigstens $58\frac{1}{3}$ Fuß entfernt sein, wenn der Beobachter den erzeugten Laut als Echo vernehmen soll. Liegt die reflectirende Wand nicht so weit, so wird das Echo zum Nachhall; befindet sie sich so nahe, daß der reflectirte Schall beinahe gleichzeitig mit dem Urschall das Ohr trifft, so wird letzterer verstärkt. Je größer die Dichte und Elasticität der reflectirenden Wand, desto stärker ist der reflectirte Schall.

Ist die Trennungsfläche der beiden Mittel nicht eben, sondern mit großen Erhabenheiten und Vertiefungen versehen, so setzen sich die Elementarwellen nicht zu einer einzigen in bestimmter Richtung reflectirten zusammen; sie werden nach vielen Richtungen zerstreut, und können einzeln das Gehörorgan nur schwach afficiren. Hieraus wird erklärbar, wie durch Verzierungen an den Wänden der Nachhall in einem Saale unwirksam zu machen ist. Auch Verkleidungen der Wände mit Tuch und Wolle schwächen den Nachhall.

§. 131. Fortpflanzung eines transversalen Impulses an einer gespannten Saite. Es stelle AB, Fig. 157, die in einer geraden Linie liegenden Theilchen einer gespannten Saite vor, an welcher durch irgend eine Kraft, die senkrecht auf AB wirkt, das kleine Stück CD seitwärts in die gebogene Lage CED gebracht wird, wo das am

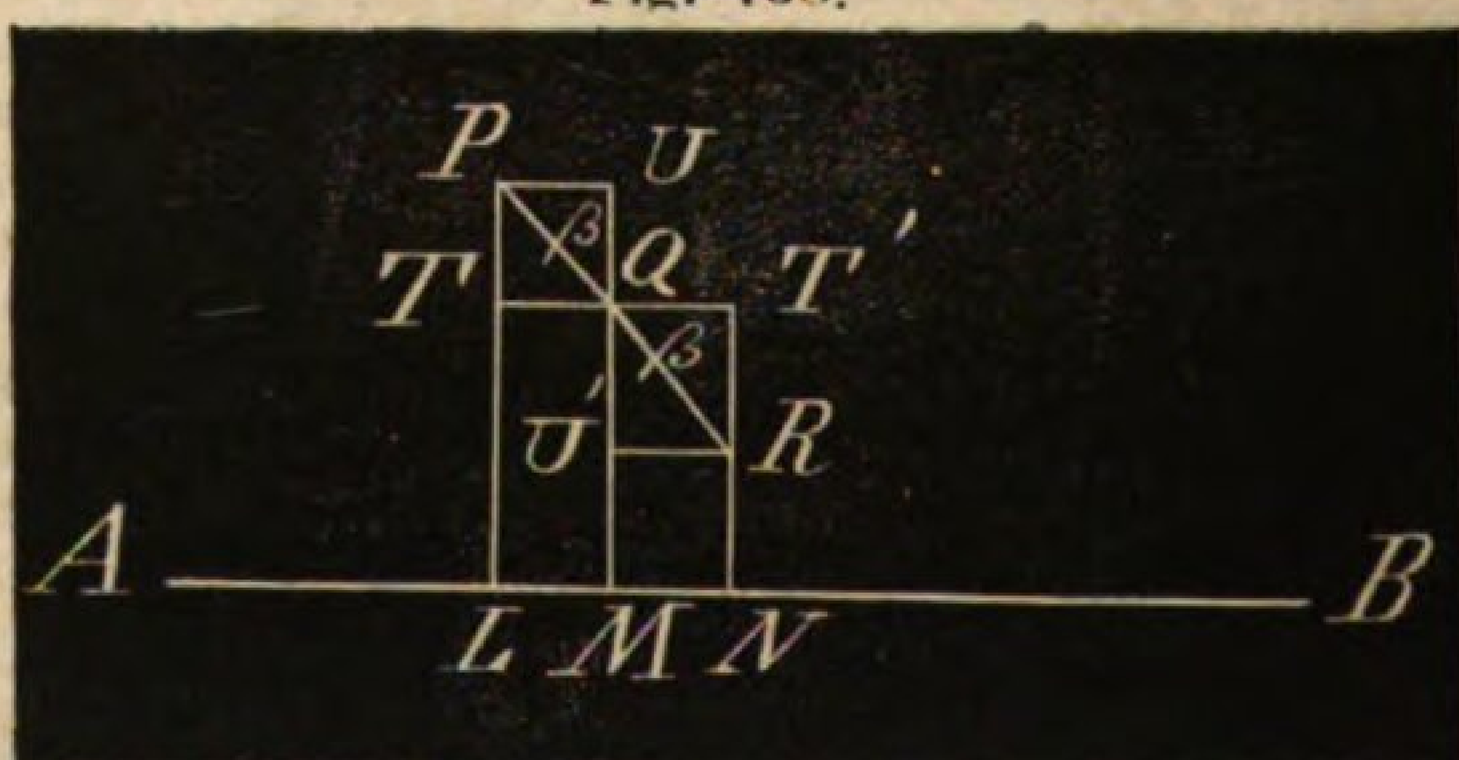
Fig. 157.



meisten verschobene Theilchen E in Folge der Spannung der Saite in den Richtungen ED und EC gezogen wird. Zerlegt man eine jede von diesen gleichen Zugkräften in zwei Componenten, von denen eine in der Richtung EF senkrecht auf AB, und die andere zu ihr parallel ist, so wird ersichtlich, daß die zu AB parallelen sich aufheben und E von den zwei anderen Componenten in der Richtung EF gezogen wird. Allein die Theilchen C und D werden durch die Spannung der Saite auch gegen E hingezogen; denken wir uns den Zug in der Richtung CE in die Componenten CF und CG, und den Zug DE in die Componenten DF und DH zerlegt, so sieht man, daß sich CF und DF aufheben und die Theilchen C und D zu transversalen Bewegungen angeregt werden, aber, da jedes nur von einer Componente, E hingegen von zweien getrieben wird, schon deßhalb mit kleinerer Geschwindigkeit sich bewegen als E, daher z. B. nur bis m und n gelangen werden, wenn E bereits in seiner Ruhelage F angekommen ist. E sollte mit dem Maximum der Geschwindigkeit in F anlangen, allein durch die Gegenwirkung der in entgegengesetzten Richtungen sich bewegenden Theilchen C und D wird diese Geschwindigkeit aufgehoben und E kommt am Orte F zur Ruhe; in diesem Augenblicke erscheint die anfängliche Ausbiegung CED in die zwei kleineren Ausbiegungen Fmo und Fnr getheilt; jede derselben veranlaßt ähnliche Ausbiegungen in den weiter von F abstehenden Theilen, so daß von dem Orte, wo die anfängliche Störung des Gleichgewichts durch eine Ausbiegung der Theilchen veranlaßt worden ist, gegen die beiden Enden der Saite ähnliche, aber kleinere Ausbiegungen fortlaufen, während die Theilchen hinter ihnen nach einander zur Ruhe kommen. Wird also an einem Ende der gespannten Saite ein Stück seitwärts geschoben und hierauf frei gelassen, so entsteht eine Welle, die sich längs der Länge der Saite fortpflanzt, und in welcher die Theilchen in transversalen Schwingungen sich befinden.

Es seien in AB, Fig. 158, L, M, N gleichweit von einander entfernte Theilchen und ihr gegenseitiger Abstand $= \alpha$ sei eine sehr kleine Größe; nehmen wir an, die Theilchen von AB bleiben, indem sie durch eine durchgehende Welle nach einander in transversale Schwingung versetzt werden, sämmtlich in der nämlichen Ebene,

Fig. 158.



und entfernen sich nur wenig von ihrer Gleichgewichtslage, so daß dabei weder die Spannung S, welche die Saite in dieser Lage besitzt, noch die Länge der Stücke LM und MN merklich geändert wird. Es sei ferner τ das sehr kleine Zeittheilchen, in welchem eine Schwingungsphase von L nach M oder von M nach N übergeht, so ist die Fortpflanzungsgeschwindigkeit $v = \frac{\alpha}{\tau}$.

Hat sich in Folge der Anregung durch eine ankommende Welle das Theilchen L durch die Zeit t bewegt, und ist dabei um $LP = \sigma$ verschoben worden, so war die Dauer der Bewegung von M nur $t - \tau$, und die von N nur $t - 2\tau$; es seien $MQ = \sigma'$ und $NR = \sigma''$ die in diesen Zeiten erlangten Verschiebungen von M und N. Da die Theilchen L, M, N nahe bei einander stehen, so können PQ und QR als gerade Linien betrachtet werden, nach deren Richtungen das Theilchen Q kraft der Spannung S der Saite gezogen wird. Zerlegen wir eine jede von diesen Zugkräften in eine zu AB parallele und in eine darauf senkrecht stehende Componente, und setzen den Winkel $PQU = \beta$ und $RQU' = \beta'$, so sind $S \sin. \beta$ und $S \sin. \beta'$ die zu AB parallelen und $S \cos. \beta$, $S \cos. \beta'$ die auf AB senkrecht stehenden, also nach den Richtungen QU und QU' wirkenden Componenten. Soll Q aus der Richtung der Geraden MQ nicht heraustreten, so müssen die ersteren Componenten sich aufheben; die letzteren haben aber eine ihrer Differenz gleiche und in der Richtung QU wirksame Resultante; heißt diese p, so ist $p = S (\cos. \beta - \cos. \beta')$.

Zieht man von P und R die Geraden PU und RU' parallel zu AB, so ist $QU = \sigma - \sigma'$ und $QU' = \sigma' - \sigma''$, mithin

$$\cos. \beta = \frac{QU}{PQ} = \frac{\sigma - \sigma'}{\alpha} \text{ und } \cos. \beta' = \frac{QU'}{QR} = \frac{\sigma' - \sigma''}{\alpha},$$

da PQ und QR nur unendlich wenig von α abweichen: daher ist

$$p = \frac{S}{\alpha} (\sigma - 2\sigma' + \sigma'').$$

Diese Kraft p hat das Massentheilchen PQ zu bewegen; heißt m die Masse der Saite von der Länge l, so ist $\frac{m\alpha}{l}$ die Masse von PQ, und die bewegende Kraft

$$p = \frac{m\alpha}{l} \cdot \frac{\gamma}{\tau}.$$

Um die beschleunigende Kraft $\frac{\gamma}{\tau}$ zu finden, wollen wir beachten, daß M während des Zeittheilchens $t - \tau$ die Verschiebung σ' und in der Zeit $t - 2\tau$ nur die Verschiebung σ'' wie N erfährt, daher den Weg $\sigma' - \sigma''$ mit der Geschwindigkeit $\frac{\sigma' - \sigma''}{\tau}$ zurücklegt. In der Zeit $t - \tau + \tau = t$ ist σ die Größe der Verschiebung von M, so wie die von L, daher hat es in dem letzten Zeittheilchen τ den Weg $\sigma - \sigma'$ mit der Geschwindigkeit $\frac{\sigma - \sigma'}{\tau}$ beschrieben, somit die Geschwindigkeit $\gamma = \frac{\sigma - 2\sigma' + \sigma''}{\tau}$ gewonnen. Setzen wir die beiden Werthe für p einander gleich, und substituiren für γ den gefundenen Werth, so erhalten wir $\frac{m\alpha}{l\tau^2} = \frac{S}{\alpha}$, mithin $\frac{\alpha^2}{\tau^2} = v^2 = \frac{Sl}{m}$, und $v = \sqrt{\frac{Sl}{m}}$.

Drückt man die Spannung S durch das Gewicht einer Masse M aus, so ist $S = Mg$, und

$$v = \sqrt{\frac{gMl}{m}}.$$

Da sich die Massen M und m zu einander verhalten, wie ihre absoluten Gewichte P und p, so ist auch

$$v = \sqrt{\frac{gPl}{p}}.$$

Man kann eine gespannte Membrane als eine Verbindung neben einander liegender Saiten betrachten, weßhalb die Formel auch für eine solche Membrane giltig ist. Auf gleiche Weise bestimmt man die Fortpflanzungsgeschwindigkeit eines transversalen Impulses an einer gespannten gleichförmig dicken Schnur. Die Bestimmung der Fortpflanzungsgeschwindigkeit eines longitudinalen Impulses in einem elastischen Mittel und eines transversalen an einer gespannten Saite auf elementarem Wege verdanken wir zuerst dem Herrn Regierungsrathe von Ettingshausen.

§. 132. Schwingungsgesetze einer gespannten Saite. Eine gespannte Saite kann sowohl in transversale als in longitudinale Schwingungen versetzt werden; da letztere einen unangenehmen Ton veranlassen, so kommen bloß transversale Schwingungen in Anwendung. Wird die gespannte Saite ihrer ganzen Länge nach durch Streichen oder Anschlagen seitwärts gebracht und dann sich selbst überlassen, so schwingt sie in Folge ihrer Elasticität einige Zeit hin und her; aber der Widerstand der atmosphärischen Luft bewirkt, daß die Schwingungsweite immer kleiner wird, bis endlich die Saite in Ruhe kommt. Man kann diese stehende Schwingung der Saite immer als das Ergebniß der Interferenz eines von einem Ende ausgehenden, mit dem, vom anderen Ende reflectirten, Wellenzuges betrachten, wobei zwei Schwingungsknoten an die Befestigungspunkte der Saite fallen. Heißt l die Länge, T die Schwingungsdauer der Saite, v die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der transversalen Schwingung, so ist nach §. 126 $T = \frac{2l}{v}$. Setzt man im letzten Ausdrucke für v den früher gefundenen Werth, so ist

$$T = 2l\sqrt{\frac{p}{Pgl}} = 2\sqrt{\frac{pl}{gP}}.$$

Das Gewicht p einer cylindrischen Saite läßt sich leicht ermitteln; heißt s das specifische Gewicht und d der Durchmesser der Saite, so ist $p = \frac{\pi d^2}{4} ls$, folglich ist

$$T = dl\sqrt{\frac{\pi s}{gP}}.$$

Ist n die Anzahl der in einer Secunde vollbrachten Schwingungen, so ist $nT = 1$, mithin

$$n = \frac{1}{dl}\sqrt{\frac{gP}{\pi s}}$$

d. h. die absolute Tonhöhe einer gespannten der ganzen Länge nach transversal schwingenden Saite ist der Quadratwurzel aus dem spannenden

Gewichte direct, und der Länge, Dicke und der Quadratwurzel aus dem specifischen Gewichte der Saite umgekehrt proportionirt.

Wird an einem Ende ein aliquoter Theil der Saite in transversale Schwingung versetzt, so geht von da ein Wellenzug aus, der am andern Ende reflectirt wird, und, indem er dem directen begegnet, entsteht aus der Interferenz beider eine stehende Schwingung, bei welcher sich die Saite in Theile abtheilt, deren jeder dem zuerst in Schwingung versetzten aliquoten Theile gleich ist, und die durch Schwingungsknoten von einander getrennt sind; daher sind bei einer Saite mehrere Schwingungsweisen mit 1, 2, 3 . . n Knoten möglich, deren Tonhöhen in Bezug auf den Ton, den die ganze Saite gibt, durch die Zahlen 2, 3, 4 . . ausgedrückt werden, und die man auch harmonische Obertöne nennt.

Die der Saite eigenthümlichen Schwingungsweisen, denen die Töne 1, 2, 3, 4 . . . entsprechen, können bei günstigen Umständen gleichzeitig bestehen, so daß gleichzeitig mehrere Töne hörbar werden. Bei einer ziemlich langen und dicken Saite, die einen tiefen Ton gibt, z. B. die G Saite an einem Violon, hört man, obwohl schwach und daher nur bei einer großen Stille, nebst dem Haupttone auch noch die Octave desselben, dann die Quinte dieser Octave, und die zweite Octave, mithin die harmonischen Töne 2, 3, 4 . . .; hieraus folgt, daß sich die Saite freiwillig in 2, 3, 4 . . . gleiche Theile abtheilt, deren jeder, während er an der Bewegung der ganzen Saite Theil nimmt, auch gleichzeitig für sich besonders schwingt, als wenn er mit dem Ganzen nicht in Verbindung wäre. Diese harmonischen Töne hört man auch beim Anschlagen einer langen Saite an einem Clavier. — Es ist ein allgemeines Gesetz, das Princip der Coëxistenz der kleinsten Schwingungen, vermöge welchem die elementaren Bewegungen, deren ein System von materiellen Punkten fähig ist, auch gleichzeitig neben einander bestehen können, ohne sich gegenseitig zu beirren, (Petzval's Integration der linearen Integralgleichungen pag. 16).

Durch Aenderung der Temperatur wird die Länge der Saite und damit auch der Ton geändert; dieß sieht man auffallend an einem Claviere, das an der kalten Wand eines geheizten Zimmers steht. Da sich Messing stärker ausdehnt als Stahl, so verlieren Instrumente mit Messing- und Stahlsaiten ihre Stimmung, so oft sich die Temperatur ändert. — Auf Darmsaiten hat auch die Feuchtigkeit der Luft einen Einfluß, da bei zunehmender Feuchtigkeit die Saite sich zusammenzieht.

§. 133. Blasinstrumente ohne Mundstücke. Die Luft in einem Blasinstrumente tönt, sobald sie in eine stehende Schwingung versetzt wird; dieß geschieht auf verschiedene Art:

a) entweder dadurch, daß man vor die Mündung der Pfeife einen schwingenden Körper, z. B. eine angeschlagene Stimmgabel bringt, in welcher jedoch die Luftsäule eine dem Tone des schwingenden Körpers entsprechende Länge haben muß; oder

b) durch eine rasche Folge von schwachen Explosionen, die beim Verbrennen des Wasserstoffgases, das man durch eine feine Spitze ausströmen läßt, an der Mündung einer über der Flamme befindlichen Röhre hervorgebracht werden; man nennt diesen Versuch die chemische Harmonika;

c) indem man am offenen Ende der Röhre einen dünnen Luftstrom so vorbeistreichen läßt, daß er sich an der Schärfe der Ränder bricht, und durch seine Stöße gegen die Luft in der Röhre Wellen erzeugt, wie dieß z. B. geschieht, wenn man einen hohlen Schlüssel zum Tönen bringt; man legt nämlich das offene Ende an die untere Lippe an, und bläst schräg gegen den Rand der Röhre. Eine Orgel- und Hirtenpfeife hat an einem Ende einen

schiefen Einschnitt, gegen dessen Ränder die Luft aus einem engen Canal geblasen wird;

d) durch geeignetes Hineinblasen, wobei die Luft in der Pfeife verdichtet wird, wie beim Waldhorn, bei der Trompete und Posaune.

Die Stöße, welche die Wellenbewegung in der Röhre erzeugen, mögen wohl Anfangs nicht ganz regelmäßig sein, aber sie werden, falls die Pfeife gut anspricht, durch den Einfluß der am andern Ende der Röhre reflectirten Wellen bald so geregelt, daß die Schwingungen regelmäßig erfolgen, wie die Gleichförmigkeit des entstandenen Tones bezeuget.

Die stehende Schwingung der Luftsäule in einer gedeckten Pfeife entsteht durch Interferenz der am verschlossenen Ende reflectirten und der am offenen Ende unaufhörlich sich bildenden neuen Wellen; sie muß, wenn ein Ton erzeugt werden soll, so beschaffen sein, daß an das gedeckte Ende ein Schwingungsknoten fällt, und die Luftschichte an der offenen Mündung der Röhre keine Veränderung in ihrer Dichte erleidet, sondern nur wie ein tönender Körper hin und her oscillirt, und in der äußeren Luft Schallwellen auf ähnliche Weise, wie andere schwingende Körper, hervorbringt. Wenn wir beachten, daß an dem gedeckten Ende der Röhre der verdichtete Theil wieder in einen verdichteten, der verdünnte abermals in einen verdünnten übergeht, und wenn wir die früher aufgefundenen Gesetze der durch Interferenz von Luftwellen gebildeten stehenden Schwingung (Fig. 154) berücksichtigen, so ersehen wir leicht, daß den angegebenen Bedingungen auf mehrfache Weise bei einer Pfeife entsprochen werden kann, und daß es daher möglich ist, mehrere Schwingungsarten, also auch mehrere Töne mit der nämlichen gedeckten Pfeife hervorzubringen; denn jede Luftschichte, die in der Mitte zwischen zwei Schwingungsknoten sich befindet, behält ununterbrochen dieselbe Dichte, aber ihre Theilchen schwingen longitudinal mit größerer Amplitude, als die Theilchen anderer Schichten. Da der Abstand der Luftschichte von unveränderlicher Dichte vom Schwingungsknoten $\frac{1}{4}$ einer Wellenlänge beträgt, so wird jede Schwingungsart den aufgestellten Bedingungen entsprechen, bei welcher Luftwellen von solcher Länge entstehen, daß der Abstand des ersten Schwingungsknotens von der offenen Mündung den vierten Theil einer Wellenlänge beträgt, und auch der Boden in einen Schwingungsknoten zu liegen kommt. Daher ist

1. die einfachste, durch das schwächste Anblasen erzeugte Schwingungsart, die den tiefsten Ton der Pfeife gibt, jene, bei welcher in der Röhre kein, und nur am Boden ein unbemerkbarer Schwingungsknoten sich bildet, somit Luftwellen erzeugt werden, deren Länge λ so groß ist, daß $\frac{1}{4}$ derselben gleich der Pfeifenlänge l wird; also

$$l = \frac{\lambda}{4} \text{ und } \lambda = 4\,l.$$

2. Die durch etwas stärkeres Anblasen hervorgebrachte nächst höhere Schwingungsart ist diejenige, wo nebst dem Knoten am Boden

auch noch einer in der Röhre entsteht; heißt in diesem Falle λ_2 die Länge der Luftwelle, so ist der Abstand des Knotens in der Röhre vom gedeckten Ende $= \frac{\lambda^2}{2}$ und vom freien Ende $= \frac{\lambda_2}{4}$, mithin die Pfeifenlänge

$$l = \frac{\lambda_2}{2} + \frac{\lambda_2}{4} = \frac{3\lambda_2}{4} \text{ und } \lambda_2 = \frac{4}{3} l,$$

die Wellenlänge ist demnach kürzer, als im früheren Falle.

3. Durch noch stärkeres Anblasen entstehen Wellen von noch kürzerer Länge, indem nebst dem Knoten am Boden noch zwei in der Röhre sich bilden: heißt λ_3 die Wellenlänge, so ist die Pfeifenlänge

$$l = \frac{\lambda_3}{2} + \frac{\lambda_3}{2} + \frac{\lambda_3}{4} = \frac{5\lambda_3}{4}, \text{ und } \lambda_3 = \frac{4}{5} l.$$

4. Sind λ_4, λ_5, λ_6 ... die Längen derjenigen Wellen, die sich bei zunehmender Stärke des Anblasens bilden, wobei in der Pfeife 4, 5, 6 ... Schwingungsknoten, den am Boden mitgerechnet. zum Vorschein kommen, so findet man auf dieselbe Art, wie in früheren Fällen, daß

$$l = 7\frac{\lambda_4}{4}, \; l = 9\frac{\lambda_5}{4}, \; l = 11\frac{\lambda_6}{4}.$$

Aus dem Gesagten folgt nun, daß

$$\frac{\lambda_1}{4} = 3\frac{\lambda_2}{4} = 5\frac{\lambda_3}{4} = 7\frac{\lambda_4}{4} = 9\frac{\lambda_5}{4} = \ldots, \text{ mithin}$$

$$\lambda_1 = 3\lambda_2 = 5\lambda_3 = 7\lambda_4 = 9\lambda_5 \ldots \text{ (1) und}$$

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = 3, \frac{\lambda_1}{\lambda_3} = 5, \frac{\lambda_1}{\lambda_4} = 7, \frac{\lambda_1}{\lambda_5} = 9 \text{ u. s. f.}$$

5. Da die Schwingungsdauer der Theilchen in jeder schwingenden Schichte, also auch die der an der Mündung befindlichen Schichte von unveränderlicher Dichte, gleich ist der Zeit, in welcher die Welle um ihre Länge vorwärts schreitet, so werden auch die Wellen, die durch die Oscillation dieser Schichte in der äußeren Luft erzeugt werden, dieselbe Länge haben, wie die in der Röhre gebildeten. Ist t die Dauer einer Schwingung, n die in einer Secunde vollbrachte Anzahl von Schwingungen (die Schwingungszahl), und mithin auch die Anzahl der von der Mündung der Pfeife ausgehenden, den Ton tragenden Wellen und bezeichnet man mit λ die Länge einer Welle und mit c die Fortpflanzungsgeschwindigkeit, so ist bekanntlich

$$\lambda = ct, \; nt = 1, \; n\lambda = c.$$

Da nun c für die atmosphärische Luft bei derselben Temperatur unveränderlich ist, so wächst die Schwingungszahl n in dem nämlichen Verhältnisse, in welchem λ abnimmt. Sind n_1, n_2, n_3, n_4 ... die Schwingungszahlen, wenn in der Pfeife Wellen von der Länge λ_1, λ_2, λ_3, λ_4 entstehen, so hat man

$$n_1\lambda_1 = c, \; n_2\lambda_2 = c, \; n_3\lambda_3 = c, \; n_4\lambda_4 = c \ldots$$

mithin $n_1\lambda_1 = n_2\lambda_2 = n_3\lambda_3 = n_4\lambda_4 = \ldots$ (2).

6. Nehmen wir den durch das schwächste Anblasen erzeugten Ton als Grundton an, so erhalten wir für die durch verstärktes Anblasen

einer gedeckten Pfeife erzeugte Tonreihe aus den Gleichungen (1) und (2) folgende relative Tonhöhen:

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = 3,\ \frac{n_3}{n_1} = \frac{\lambda_1}{\lambda_3} = 5,\ \frac{n_4}{n_1} = \frac{\lambda_1}{\lambda_4} = 7 \text{ u. s. f.}$$

mithin erhält man die Tonfolge:

$$1,\ 3,\ 5,\ 7,\ 9\ ..$$

d. h. alle Töne, deren Höhen bezüglich des Grundtones der Pfeife durch die ungraden Zahlen dargestellt werden.

7. Sind L und l die Längen zweier Pfeifen, λ und λ' die Längen der Wellen bei der einfachsten Schwingungsart, N_1 und n_1 die Schwingungszahlen der Töne, die entstehen, so ist

$$N_1\,\lambda_1 = c \text{ und } n_1\,\lambda'_1 = c, \text{ mithin}$$

$$N_1 : n_1 = \lambda'_1 : \lambda_1, \text{ oder da } L = \frac{\lambda_1}{4} \text{ und } l = \frac{\lambda'_1}{4}, \text{ so ist}$$

$$N_1 : n_1 = l : L.$$

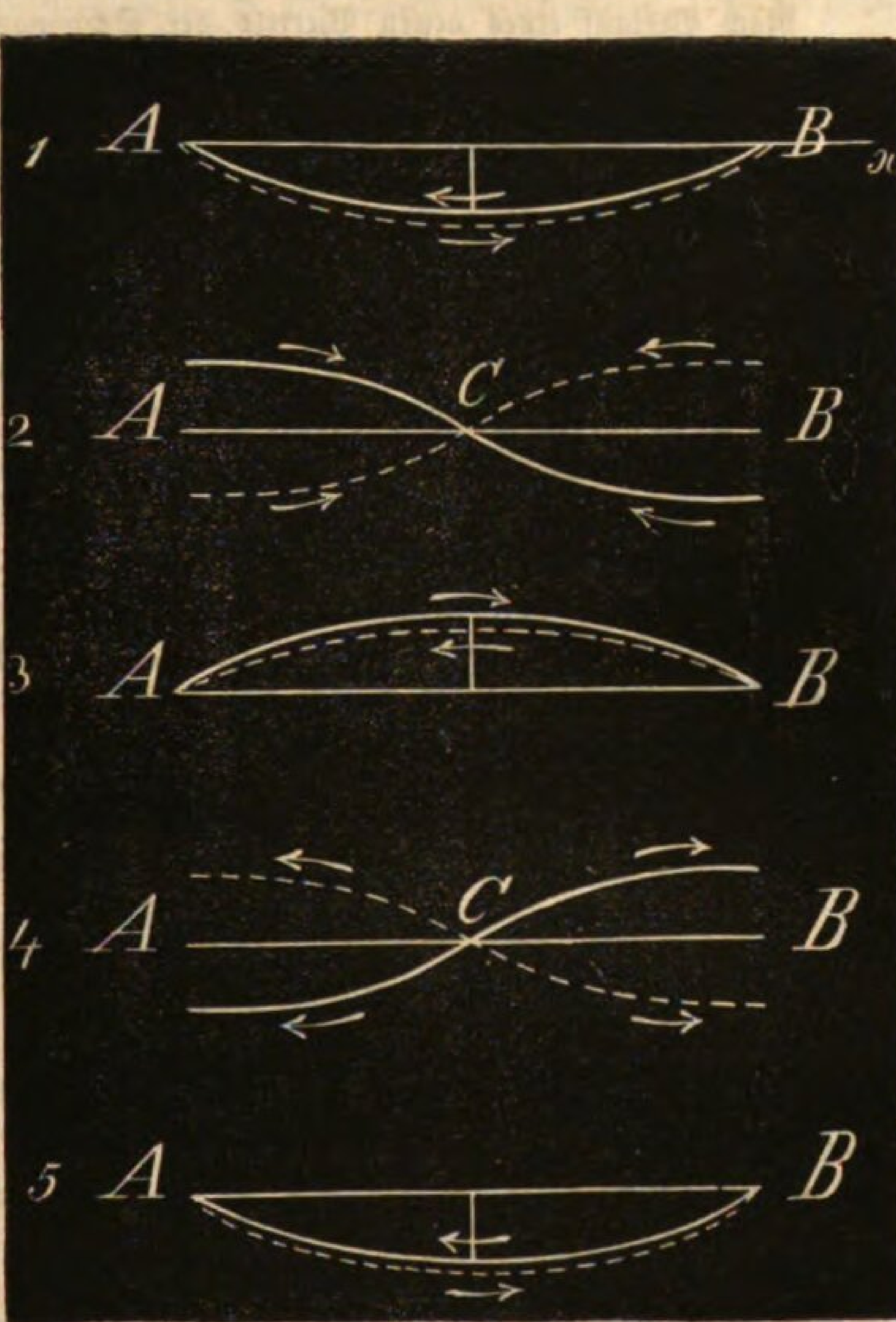
Zu demselben Resultat gelangt man, wenn man die Schwingungszahlen der Töne vergleicht, die bei den beiden Pfeifen durch eine andere gleichartige Schwingungsweise hervorgebracht werden. Hieraus folgt: daß bei Pfeifen von verschiedener Länge, aber bei der nämlichen Schwingungsart, sich die Schwingungszahlen zu einander verhalten umgekehrt wie die Längen der Pfeifen. Je kürzer also die Pfeife, desto höher der Ton.

8. Macht man in der Wand der Röhre an einer Stelle, wo eine Luftschichte von unveränderlicher, mit der Dichte der äußern Luft übereinstimmender Dichte sich befindet, einen schmalen Ausschnitt, so wird dadurch keine Aenderung in der Schwingungsweise der Luftsäule und somit auch nicht in der Beschaffenheit des Tons bewirkt, selbst dann nicht, wenn der Ausschnitt um die ganze Röhre geht, und man den Theil der Pfeife von diesem Schnitte an bis zum Boden hinwegnimmt; aber nun bildet der zurückgebliebene Theil eine an beiden Enden offene Pfeife, und läßt uns erkennen, daß die stehende Schwingung in der offenen Pfeife sich in der Art bildet, daß auch die Luftschichte am offenen Ende der Pfeife eine mit der äußern Luft gleiche Dichte unveränderlich behält, und nur hin und her oscillirt. — Da nun sowohl die Luftschichte an einem Ende, als auch die am andern um $\frac{1}{4}$ der Wellenlänge vom nächsten Knoten entfernt sein muß, so ist bei der offenen Pfeife die einfachste Schwingungsart diejenige, wo nur ein Schwingungsknoten entsteht, aber dieser in die Mitte der Pfeife fällt; folglich Wellen von einer Länge λ' sich bilden, deren Hälfte der Pfeifenlänge l gleich ist; es ist also $l = \frac{\lambda'}{2}$.

Die Entstehung dieser stehenden Schwingung wird begreiflich, wenn man berücksichtigt, daß beim Ankommen des verdichteten Wellentheils an die Mündung B der Pfeife AB, Fig. 159, die Theilchen der daselbst befindlichen Luftschichte B, da sie weniger gehindert sind, auszuweichen, als in der Röhre, dem erhaltenen Impulse nachgeben, und wirklich ausweichen, wodurch es geschieht, daß die Theilchen der ersten verdichteten Schichte der ankommenden Welle auch nach dem Anstoße an die Luft-

schichte B in ihrer früheren Richtung Bx sich bewegen, was eine Verdünnung in B zur Folge hat, die sich rückwärts von B nach A von Schichte zu Schichte fortpflanzt. Derselbe Vorgang findet statt, wenn die andern Verdichtungsstufen an B ankommen, so daß eine jede eine ihr entsprechende und rückwärts fortschreitende Verdünnung erzeugt, und auf solche Art wird während der Zeit, in welcher alle Phasen des verdichteten Wellentheils durch B schreiten, ein vollständiger, aus verdünnten Schichten bestehender Wellentheil an der Mündung B gebildet und reflectirt, so daß derselbe genau den Theil der Pfeife einnimmt, in dem sich der verdünnte Wellentheil der directen Welle befindet, wie es Nr. 1 versinnlicht, wo die Pfeifenlänge AB gleich der halben Wellenlänge ist. Da sich die Theilchen in dem reflectirten Wellenstücke in der Richtung Ax, in dem directen hingegen in der entgegengesetzten Richtung bewegen, und die Geschwindigkeiten an jeder Stelle einander gleich sind, so heben sich die Bewegungen überall auf, und alle Schichten sind einen Augenblick in Ruhe, jedoch nimmt der Grad ihrer Verdünnung von A und B, wo die natürliche Dichtigkeit herrscht, gegen die Mitte zu.

Fig. 159.



Nach weiterem Verlauf des vierten Theils der Schwingungsdauer veranlaßt der Vordertheil des directen verdünnten Wellenstücks die Reflexion eines gleich langen verdichteten Wellenstücks, worin die Lufttheilchen in der Richtung BA, mithin genau so wie in dem Hintertheil des directen verdünnten Wellentheils sich bewegen. Bei A hat sich der Vordertheil einer directen verdichteten Wellenhälfte gebildet, und nimmt den nämlichen vierten Theil der Pfeifenlänge ein, welchen der Hintertheil des reflectirten verdünnten Wellenstücks einnimmt.

Nr. 2 versinnlicht den Bewegungszustand der Lufttheilchen in diesem Zeitmomente, und man sieht, daß die Lufttheilchen von beiden Enden gegen die Mitte zu sich bewegen, wo jedoch Ruhe herrscht, während an den Enden das Maximum der Geschwindigkeit, aber die natürliche Dichte erscheint, da hier die Verdichtung durch eine gleich starke Verdünnung aufgehoben wird.

Nr. 3 zeigt den Bewegungszustand nach dem Verlaufe eines zweiten Viertels der Schwingungsdauer, woraus zu ersehen ist, daß ein directer und ein reflectirter verdichteter Wellentheil die ganze Pfeifenlänge einnehmen, die Geschwindigkeit überall Null ist, aber in der Mitte die größte, an den Enden die natürliche Dichte herrscht.

Nr. 4 macht den Bewegungszustand ersichtlich, der nach Verlauf von $\frac{3}{4}$ Theilen der Schwingungsdauer eintritt; die Lufttheilchen bewegen sich von der Mitte, wo Ruhe herrscht, gegen die beiden Enden, wo das Maximum der Geschwindigkeit stattfindet, und überall ist die natürliche Dichtigkeit. Aus der Vergleichung von

Nr. 4 mit Nr. 2 ergibt sich, daß in beiden Fällen an jeder Stelle die nämliche Geschwindigkeit vorkommt, aber die Richtung der Bewegung entgegengesetzt ist.

Nach Verlauf eines neuen Viertels der Schwingungsdauer, also nach Verlauf der Zeit einer Schwingung tritt, wie Nr. 5 zeigt, derselbe Bewegungszustand ein, wie in Nr. 1, worauf wieder die eben betrachteten Phasen auf einander folgen. Man sieht, wie durch den Umstand, daß bei der Reflexion an der Mündung B jeder verdichtete Wellentheil in einen verdünnten und umgekehrt übergeht, bei einer Welle, deren halbe Länge der Pfeifenlänge gleich ist, in der Mitte der Pfeife ein Schwingungsknoten sich bildet.

9. Durch stärkeres Anblasen erzeugt man bei der offenen Pfeife stehende Schwingungen mit 2, 3, 4 . . Schwingungsknoten, und eine Reihe von höheren Tönen, deren Werthe sich aus den Längen der, bei diesen verschiedenen Schwingungsarten gebildeten Wellen bestimmen lassen, wenn man nur berücksichtigt, daß der Abstand zweier benachbarten Schwingungsknoten immer einer halben, und der Abstand der beiden Pfeifenenden von den nächsten Knoten dem vierten Theile einer Wellenlänge gleich ist. Es ergibt sich, daß man die Reihe von Tönen erhält, deren Schwingungszahlen durch die Reihe der natürlichen Zahlen 1, 2, 3, 4 . . . ausgedrückt werden.

Denn bei 1 Schwingungsknoten ist: $l = \frac{\lambda_1}{2}$ und $n_1 \lambda_1 = c$,

„ 2 „ „ $l = 2\frac{\lambda_2}{2}$ „ $n_2 \lambda_2 = c$,

„ 3 „ „ $l = 3\frac{\lambda_3}{2}$ „ $n_3 \lambda_3 = c$,

„ 4 „ „ $l = 4\frac{\lambda_4}{2}$ „ $n_4 \lambda_4 = c$, u. s. f.

mithin $l = \frac{\lambda_1}{2} = 2\frac{\lambda_2}{2} = 3\frac{\lambda_3}{2} = 4\frac{\lambda_4}{2} = \ldots.$

und $c = n_1 \lambda_1 = n_2 \lambda_2 = n_3 \lambda_3 = n_4 \lambda_4 = \ldots$

Nimmt man den Ton der Pfeife, welcher bei der einfachsten Schwingungsart entsteht, als Grundton an, so erhält man für die Töne, die an der offenen Pfeife durch mehr und mehr verstärktes Anblasen hervorgebracht werden, folgende Werthe:

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = 2,\ \frac{n_3}{n_1} = \frac{\lambda_1}{\lambda_3} = 3,\ \frac{n_4}{n_1} = \frac{\lambda_1}{\lambda_4} = 4 \text{ u s. f.}$$

Dieselbe Reihenfolge von Tönen erhält man an allen Instrumenten mit cylindrischen, geraden oder gekrümmten Röhren, deren beide Enden offen sind; die Krümmung der Röhre hat auf die schwingende Bewegung der Luftsäule keinen Einfluß.

10. Vergleicht man die Töne derselben Schwingungsart in zwei offenen Pfeifen von der Länge l und l′ mit einander, und bezeichnet die ihnen entsprechenden Wellenlängen mit λ und λ', die Schwingungszahlen mit n und n′, so ist stets

$n\lambda = c$, und $n'\lambda' = c$. mithin $n\lambda = n'\lambda'$, und

$n : n' = \lambda' : \lambda$; da aber $\lambda' : \lambda = l' : l$,

so ist $n : n' = l' : l$,

d. h. die Tonhöhen derselben Schwingungsart verhalten sich zu einander wie umgekehrt die Pfeifenlängen.

Die verschiedenen Töne einer Orgel werden durch Pfeifen erzeugt, deren Längen so beschaffen sind, daß sie die Töne einer Tonleiter von mehreren Octaven geben. Der Grundton einer Trompete oder eines Waldhorns wird abgeändert, indem man durch Ansätze Veränderungen in der schwingenden Luftsäule vornimmt.

11. Ist L die Länge einer gedeckten Pfeife, λ die Wellenlänge bei der einfachsten Schwingungsart, N die Schwingungszahl des erzeugten Tons; sind ferner l, λ', n dieselben Größen bei einer offenen Pfeife, so hat man:

$$L = \frac{\lambda}{4},\ N\lambda = c,\ l = \frac{\lambda'}{2},\ n\lambda' = c,$$

mithin $N : n = \lambda' : \lambda = l : 2L$.

Ist nun $L = l$, so ist $N : n = 1 : 2$,

d. h. der tiefste Ton der offenen Pfeife ist die Octave von dem tiefsten Tone einer gleich langen gedeckten Pfeife.

12. Setzt man die Geschwindigkeit des Schalls $c = 1024$ Pariser Fuß, was von der wirklichen wenig abweicht, und berücksichtigt, daß beim tiefsten hörbaren Tone 16 Schwingungen stattfinden, so ist

wegen $n\lambda = c$, $\lambda = \frac{1024}{16} = 64$ Fuß,

d. h. die Wellenlänge, die dem tiefsten Tone entspricht, beträgt 64 Fuß; da nun $L = \frac{\lambda}{4}$, und $l = \frac{\lambda'}{2}$, so wird eine gedeckte Pfeife 16, eine offene 32 Fuß Länge haben müssen, um das tiefe C der Orgel zu geben.

13. Da $N\lambda = c$, und $\lambda = 4L$, so ist auch $4LN = c$, und $N = \frac{c}{4L}$; und eben so $n = \frac{c}{2l}$. Daraus wird ersichtlich, daß die Tonhöhe bei einer Pfeife, deren Länge unveränderlich ist, sich so lange nicht ändert, so lange die Fortpflanzungsgeschwindigkeit c denselben Werth behält. Aus dem für Gase gefundenen Werthe von $c = \sqrt{q \cdot \frac{E}{D}}$ ist zu ersehen:

a) daß, wenn die Dichte der Luftsäule in der Pfeife durch Erwärmung kleiner wird, während ihre absolute Expansivkraft E, da sie mit der äußeren Luft in Verbindung steht, ungeändert bleibt, der Werth von c größer, somit der Ton der Pfeife höher wird.

b) Aendert sich die absolute Expansivkraft E in demselben Verhältnisse, wie die Dichte, so bleibt der Quotient $\frac{E}{D}$, d. i. die specifische Expansivkraft und daher auch c unverändert; so kommt es, daß eine Pfeife bei übrigens gleicher Temperatur am Gipfel eines Berges eben so tönt wie am Fuße, weil mit der Abnahme der Dichtigkeit der Luft auch die Expansivkraft im gleichen Verhältnisse abnimmt.

c) Ist eine Pfeife, anstatt mit atmosphärischer Luft, mit einem Gase gefüllt, und steht sie über einer mit demselben Gase gefüllten Windlade, so richtet sich der Ton, den die in eine stehende Schwingung versetzte Gassäule gibt, nach der specifischen Ausdehnsamkeit $\frac{E}{D}$; je größer diese ist, desto höher wird der Ton. Sucht man am Monochord den Ton, der mit dem Tone einer Pfeife, die mit einem

gewissen Gase gefüllt ist, übereinstimmt, so kennt man auch seine Schwingungszahl N, und kann man nach der Formel $4 N L = c$, wenn die Pfeife gedeckt ist, oder nach der Formel $2 n l = c$, wenn sie offen ist, die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalls in diesem Gase berechnen.

Ist n die Schwingungszahl des Tons, den eine Pfeife gibt, wenn die atmosphärische Luft der tönende Körper ist, und n' jene, die dem Tone entspricht, den dieselbe Pfeife gibt, wenn sie mit einer Gasart angeblasen wird, bezeichnet man ferner mit c und c' die Geschwindigkeiten, mit denen sich der Schall durch diese Luftarten unter gleichen Umständen fortpflanzt, so ist

$$c = 2 n l \text{ und } c' = 2 n' l, \text{ mithin } c : c' = n : n'$$

d. h. die Geschwindigkeiten verhalten sich zu einander gerade so wie die Schwingungszahlen der durch dieselbe Schwingungsart erzeugten Töne. Da nun c bekannt ist, so läßt sich auch c' berechnen.

14. Die Größe und Lage des Mundlochs (die Entfernung der Lippen) hat Einfluß auf die Beschaffenheit des Tons; bei vergrößertem Mundloche wird es möglich, leichter den Grundton, bei engerem dagegen leichter die Obertöne zu erzeugen. — Die Breite des Mundlochs äußert Einfluß auf die Tonhöhe; wenn z. B. in einer Pfeife, deren Querschnitt ein Quadrat ist, die Breite des Mundlochs gleich einer Seite ist, so erscheint der Ton höher, als bei kleinerer Breite. Die Orgelbauer pflegen zu beiden Seiten des Mundloches kleine Bleiplatten (Ohren) anzubringen, die man durch Biegen einander nähern, oder von einander entfernen und so der Pfeife die gehörige Stimmung geben kann.

15. Hat die Pfeife Seitenöffnungen, oder ist der Durchmesser größer als $\frac{1}{6}$ der Pfeifenlänge, so schwingt die Luftsäule nach andern Gesetzen. Bei kurzen Pfeifen (Cubische Pfeifen) von ähnlichen Gestalten verhalten sich die Tonhöhen verkehrt wie die homologen Abmessungen; sind die Pfeifen nicht ähnlich, so hat nebst der Länge auch die schwingende Luftmasse einen Einfluß auf die Tonhöhe. Bei kurzen parallelopipedischen Pfeifen von der Einrichtung der Orgelpfeifen, bei denen der Ausschnitt (Mund) die ganze Breite der Pfeife einnimmt, bleibt der Ton derselben, wenn die Länge in demselben Verhältnisse wächst, in welchem die Dicke abnimmt, so daß der Flächeninhalt des auf dem Ausschnitte senkrecht stehenden Durchschnittes derselbe bleibt. Die Tonhöhe bleibt in beiden Pfeifen gleich, wenn die Breite des Ausschnittes gleichmäßig geändert wird. — Bei ganz kurzen Pfeifen, wie z. B. jene sind, womit die Jäger verschiedene Thierstimmen nachahmen, hängt die Tonhöhe ab von der Art des Anblasens, von der Größe und Lage des Mundloches.

Wird eine gläserne Röhre, z. B. von $1\frac{1}{2}$ Zoll im Durchmesser und 2 Fuß Länge über eine Metallplatte gestellt, die beim Streichen mit einem Bogen einen, der Länge der Röhre entsprechenden Ton gibt, so kommt auch die Röhre zum Tönen, und man kann die Lage der Schwingungsknoten sichtbar machen, indem man ein kleines mit einer zarten Membrane überzogenes Rähmchen an Fäden in horizontaler Lage herabläßt; wird es an die Stelle eines Knotens gebracht, so bleibt der Sand, mit dem die Membrane bestreut ist, ruhig, an andern Stellen erscheint er in lebhafter Bewegung.

Auf die Qualität und selbst auf die Höhe des Tons haben die Wände der Pfeife einen Einfluß; so weiß man seit lange, daß beim Horn und der Trompete

nicht bloß die Materie, sondern auch der Grad der Härtung die Qualität des Tons ändert. Savart machte viele Versuche mit Röhren von mehr oder weniger gespanntem Pergament und bei verschiedener Feuchtigkeit des Papiers; bei einer quadratischen Pfeife von Papier von 1 Fuß Höhe und 9 Linien Dicke konnte durch Anfeuchten des Papiers der Ton um mehr als eine Octave herabgestimmt werden.

Neuere Untersuchungen lehren, daß Orgelpfeifen immer einen etwas tieferen Ton geben, als er nach der Länge der Pfeife sein sollte; die Senkung wächst nach Liskovius mit der Größe des Querschnitts, und hat ihren Grund in einer Verlängerung der schwingenden Säule über die Gränzen der Pfeife hinaus; sie ist daher bei offenen Pfeifen, wo diese Verlängerung an beiden Enden eintritt, beträchtlicher, als bei gedeckten. Die hieraus sich ergebenden Correctionen bei der Bestimmung der Schallgeschwindigkeit aus der Tonhöhe einer Pfeife lassen sich berechnen.

§. 134. Zungenpfeifen. Wird an einer Metallplatte eine länglichte, rechteckige Oeffnung ausgeschnitten, und über diese ein dünner elastischer Streifen (die Zunge) so befestigt, daß er oscilliren kann, indem er an 3 Seiten die Oeffnung streift; so hat man ein ganz einfaches Zungenwerk, welches man zum Tönen bringt, wenn man die Metallplatte an die Lippen ansetzt, und den Streifen durch Blasen gegen das freie Ende in eine schwingende Bewegung versetzt, wobei die Oeffnung abwechselnd geöffnet und wieder verschlossen wird, so daß der Luftstrom bald austritt, bald wieder zurückgehalten wird. Auf diese Art entstehen in der Luft Schallwellen, deren Länge von der Anzahl der Schwingungen abhängt, die der schwingende Streifen nach Beschaffenheit seiner Elasticität und seiner Dimensionen in einer Secunde macht, weßhalb der Ton, den man vernimmt, sich nur durch eine beträchtlichere Stärke von jenem unterscheidet, welchen der Streifen selbst gibt, wenn er durch Anschlagen oder Streichen in Schwingung versetzt wird. Die Tonhöhe ist aber unabhängig, sowohl von der Stärke und Beschaffenheit des Luftstromes, als auch von den Dimensionen der Oeffnung.

Befinden sich mehrere solche elastische Streifen an einer Platte neben einander und von solchen Dimensionen, daß sie die Töne einer Tonleiter geben, so hat man ein Instrument, an dem man bekanntlich Melodien spielen kann.

Eine Zungenpfeife besteht aus einem Mundstücke und einem mit diesem verbundenen Ansatzrohre. Das Mundstück ist eine prismatische oder halbcylindrische, an einem Ende geschlossene Röhre, die an der Seite eine rechteckige Oeffnung hat, über welche die Zunge auf die Art wie im früheren Falle befestigt ist; das Ansatzrohr ist ein an beiden Enden offenes Rohr. — Häufig ist über der Zunge ein starker, unten doppelt gekrümmter Metalldraht (Krücke oder Stimmdraht) angebracht, der sich auf und abschieben läßt, und durch den der schwingende Theil der Zunge verkürzt oder verlängert werden kann. Bei gewöhnlichen Mundstücken schlägt die Zunge gegen die Ränder der Oeffnung, was einen rauhen, schnarrenden Ton erzeugt; minder unangenehm ist der Ton, wenn die Ränder mit Leder überzogen sind. Um angenehme Töne zu bekommen, muß die Zunge so abgemessen sein, daß sie ohne die Wände der Röhre zu berühren, sich frei hinein und herauszubewegen vermag. — Das Anblasen geschieht entweder vermittelst eines Windrohrs, das entweder mit dem Mundstücke oder mit dem Ansatzrohr verbunden wird, oder dadurch, daß man das Mundstück mit der Vorsicht in den Mund nimmt, daß man die Bewegung der Zunge nicht hindert.

Die in die Rinne eindringenden Luftstöße bringen die Luft in der Ansatzröhre in eine stehende Schwingung, die auf die schwingende Zunge wieder zurückwirkt; es entstehen aus diesem Zusammenwirken völlig übereinstimmende Schwingungen der Zunge und der Luft im Ansatzrohr, die jedoch in der Art vor sich gehen, daß die Schwingungszahl abweicht, sowohl von der, welche der Zunge, als von jener, welche der Luftsäule im Ansatzrohr eigenthümlich ist, wenn jeder Theil für sich allein in eine stehende Schwingung versetzt wird; dieß ist schon aus dem Umstande ersichtlich, daß der Ton des Mundstückes durch Verlängerung der Ansatzröhre verändert wird, und zwar nach W. Weber in folgender Weise:

1. Setzt man an das Mundstück eine kurze Ansatzröhre, deren Länge kleiner ist als a, d. i. der vierte Theil der Länge einer an beiden Enden offenen Röhre, die für sich denselben Ton gibt, wie die isolirt schwingende Zunge, so ist der Ton kaum merklich tiefer, als er ohne diese Röhre wäre.

2. Wird die Länge des Ansatzrohrs größer als a, so wird der Ton tiefer, als der Ton des Mundstückes, dieß sogar um eine ganze Octave, wenn die Länge des Ansatzrohrs = 4 a ist. — Hiemit schließt die Reihe der Töne, die man durch Verlängerung der Ansatzröhre hervorbringen kann, indem bei fortgesetzter Verlängerung der Ton wieder auf den der isolirt schwingenden Zunge zurückspringt, und bei dieser Höhe bis zur Länge der Ansatzröhre = 5 a sich constant erhält. Bei weiterer Verlängerung der Röhre wird der Ton abermals tiefer, und zwar um die Quart, wenn die Länge des Ansatzrohrs = 8 a ist.

3. Verlängert man die Ansatzröhre noch mehr, so springt der Ton wieder auf den der Zunge ohne Ansatzrohr zurück, bleibt bei dieser Höhe bis die Verlängerung = 9 a wird, worauf er wieder tiefer erscheint, und bei der Länge = 12 a um eine Terz sinkt. — Hieraus ist zu ersehen, daß der Ton desto weniger erniedrigt wird, je mehr die Länge der Pfeife zunimmt. Bei jeder Länge, welche durch 4 a dividirt einen Rest gibt, der kleiner als a ist, erhält man beim schwachen Anblasen den Ton, den die Zunge allein, oder die Pfeife für sich allein zu geben vermöchte.

Das Stimmorgan des Menschen kann zu den Zungenpfeifen gezählt werden; die an den Wänden des Kehlkopfs mit ihren halbkreisförmigen Rändern angewachsenen Stimmbändern, deren freie Enden eine Spalte, die Stimmritze, bilden, und die durch eigene Muskel mehr oder weniger gespannt werden können, werden im gespannten Zustande durch den aus der Lunge gewaltsam austretenden Luftstrom in Schwingungen versetzt, wie die Zunge an einer Zungenpfeife; die Mundhöhle mit der hier vorhandenen Luft bildet die Pfeife. Die neuesten Untersuchungen von Garcia vom Jahre 1855 bestätigen, daß von den Stimmbändern, wovon man untere und obere unterscheidet, die oberen an der Bildung der Stimme keinen directen Antheil nehmen, daß es weder die Schwingungen der Stimmbänder an und für sich, noch diejenigen der Luftsäule in der Mundhöhle sind, welche den kräftigen Klang bewirken, sondern das Zusammenwirken beider. Garcia fand auch, daß bei größerer Stärke der Bruststimme die Stimmbänder sich enger an einander schließen, während der obere Theil des Kehlkopfes sich zusammenzieht und der Kehldeckel sich herabsenkt. Die Stimme erscheint desto mehr gedämpft, je weiter und schlaffer diese Theile auseinander treten. J. Müller nimmt an, daß beim Falsetton die Stimmbänder nur an ihrem Rande schwingen, was nach Garcia nicht stattfindet; dieser behauptet, daß

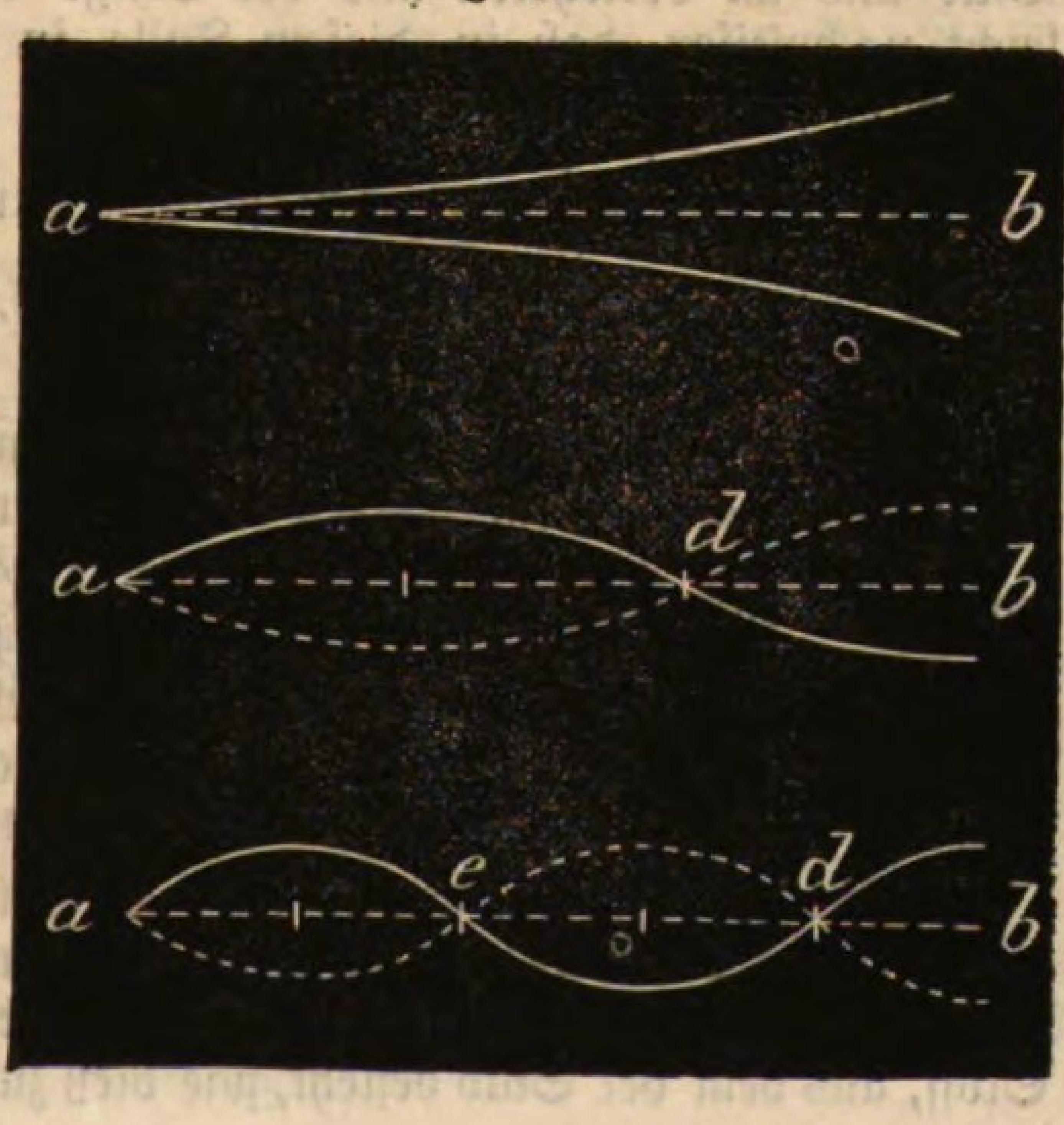
bei hohen Tönen, sie mögen Brust- oder Falsettöne sein, die Stimmbänder sich verkürzen, aber bei letzteren Tönen in größerer Länge schwingen, als bei gleicher Höhe der Bruststimme. Der Hauptunterschied zwischen beiden Arten von Tönen soll aber darin bestehen, daß beim Falset die Stimmritze viel weiter geöffnet ist und die Stimmbänder schlaffer schwingen (Phil. Mag. X. 218) als beim Brustton.

Die Erfahrung, daß der Ton einer angeschlagenen Stimmgabel oder einer Saite, wenn sie verhallt, d. i. wenn die Excursionen schwächer werden, sich etwas in die Höhe zieht, und die bei allen transversal schwingenden Körpern gemachte Beobachtung, daß ihr Ton ein wenig tiefer bei starker, und höher bei schwacher Schwingung erscheint, während bei longitudinal schwingenden Körpern das Gegentheil erfolgt, führte W. Weber zur Construction einer Zungenpfeife, die bei schwachem und starkem Anblasen einen Ton von der nämlichen Höhe, aber von verschiedener Stärke gibt; denn bei Zungenpfeifen schwingt die Zunge transversal, die Pfeife longitudinal, beide aber machen in Folge der Wechselwirkung gleichzeitige Schwingungen; unter gewissen Verhältnissen wird die Luftsäule genöthigt, ihre Schwingungen zu ändern, und denen der Zunge anzupassen, weßhalb bei starkem Anblasen der Ton der Pfeife tiefer erscheint. Bei andern Verhältnissen muß die Zunge ihre Schwingungen denen der Luftsäule anpassen, und die Pfeife tönt höher beim stärkeren Anblasen; es gibt aber auch ein Verhältniß zwischen der Zunge und dem Ansatzrohre, wo beide in der Art auf einander einwirken, daß bei stärkerem Anblasen die Schwingung der Zunge durch die Schwingung der Luftsäule um eben so viel beschleunigt, als letztere durch die Schwingung der Zunge verzögert wird, und daher die Tonhöhe unverändert bleibt. W. Weber verfertigte auch sogenannte Compensationspfeifen, bei welchen der Einfluß der Temperatur ausgeglichen erscheint. — Der Ton eines Blaseinstruments mag einem Beobachter nur deßhalb etwas höher, wenn er sich nähert, und etwas tiefer, wenn er sich entfernt, erscheinen, weil er im ersten Fall stärker und im zweiten schwächer wird.

§. 135. Schwingungen elastischer Stäbe und elastischer Platten.

1. Die transversalen Schwingungen eines elastischen Stabes sind sehr mannigfaltig, da sie auch von dem Umstande abhängen, ob der Stab an beiden Enden frei ist, indem er an zwei Stellen, wo Knotenlinien entstehen, gehalten wird, oder nur an einem Ende frei und am andern befestigt (z. B. in einen Schraubstock eingespannt), oder an einen festen Körper angestemmt, oder ob er an beiden Enden angestemmt, oder an beiden befestigt, oder an einem angestemmt, am andern befestigt ist. In jedem Falle erhält man durch Unterabtheilungen des Stabes, mithin durch Bildung von Knoten, eine andere Reihe von Tönen. Ist z. B. ein elastischer Stab an einem Ende festgemacht, am andern frei, wie in Fig. 160, so schwingt er, wenn man ihm einen Stoß versetzt, ohne Schwingungsknoten und die Anzahl der in einer Secunde vollbrachten Schwingungen nimmt, falls man den Stab verkürzt, in dem Maße zu, in welchem das Quadrat der Länge abnimmt. Berührt man den Stab an einer Stelle, deren Entfernung vom freien Ende $\frac{1}{3}, \frac{1}{5} \ldots$

Fig. 160.



der ganzen Länge beträgt, so schwingt er mit einem oder zwei Schwingungsknoten.

Die Bahnen, welche die Punkte der größten Ausbiegung während einer Schwingung beschreiben, nennt man Schwingungslinien; die Gestalt dieser Linien hängt von der Gestalt des Stabes, von der Schwingungsweite und mehreren andern Umständen ab. Spannt man z. B. ein cylindrisches Stäbchen, eine Stricknadel an einem Ende ein, versieht das andere Ende mit einem glänzenden Knöpfchen und versetzt hierauf das Stäbchen in Schwingungen, so wird wegen der Dauer des Lichteindruckes jede Stelle der Bahn, die das Köpfchen beschreibt, sichtbar, und man nimmt wahr, daß die Schwingungen des freien Endes selten geradlinig, sondern gewöhnlich mit kreisrunden Bewegungen verbunden sind. Mehrere glänzende Knöpfchen oder mehrere an einem Metallblättchen angebrachte kleine Löcher, durch die man nach einer Lichtquelle sieht, bilden beim Schwingen manigfaltige symetrische Figuren. Um diese Figuren hell und deutlich zu sehen, muß man nur ein einziges Licht, z. B. das Licht der Sonne, einer Lampe oder Kerze anwenden. Wheatstone hat einen Apparat construirt, Kaleidophon oder phonisches Kaleidoscop, welcher diese schönen Figuren in großer Mannigfaltigkeit zeigt.

2. Longitudinale Schwingungen eines elastischen Stabes werden hervorgebracht, indem man den Stab der Länge nach mit nassen Fingern, oder mit einem Stückchen Tuch oder mit einem andern weichen Stoffe streicht, den man, wenn der Stab von Glas ist, mit Wasser benetzt oder mit geriebenem Bimsstein bestreut, der aber, wenn der Stab von Holz oder Metall ist, trocken bleibt, und nur mit Geigenharz bestrichen, ja auch die Oberfläche des Stabes selbst damit eingerieben wird. Die Längenschwingungen kann man auch bewirken, wenn man mit einem kleinen Hammer an das eine Ende in der Richtung der Länge schlägt. Auch bei dieser Schwingungsart kommt die Haltung des Stabes in Betracht. Hält man z. B. den Stab in der Mitte, und streicht die eine Hälfte der Länge nach, so pflanzen sich die erzeugten Wellen längs dem Stabe fort, erleiden aber am Ende bei dem Uebergange in die Luft auch eine Reflexion, wo dann durch Interferenz der reflectirten mit den directen Wellen eine stehende Schwingung sich bildet, welche einen Ton erzeugt, dessen Schwingungszahl im geraden Verhältnisse mit der Dicke und im verkehrten mit der Länge des Stabes steht. Man kann leicht nachweisen, daß in diesem Falle in der Mitte ein Schwingungsknoten entsteht. Hält man den Stab an Stellen, deren Abstand vom freien Ende $\frac{1}{4}, \frac{1}{6}, \frac{1}{8}$ von der ganzen Länge des Stabes beträgt, und streicht gegen die Mitte zu, so entstehen 2, 3, 4 .. Schwingungsknoten, und man nimmt dieselbe Tonfolge wahr, wie bei einer offenen Pfeife.

Ist in der Mitte ein Schwingungsknoten, so ist sein Abstand vom freien Ende gleich dem vierten Theil einer Wellenlänge; heißt letztere λ und l die Länge des Stabes, so ist $\frac{l}{2} = \frac{\lambda}{4}$, oder $2\,l = \lambda$; bedeutet n die dem Tone, der in diesem Falle entsteht, entsprechende Schwingungszahl und c die Geschwindigkeit, mit welcher die Schallwelle durch den Stab sich fortpflanzt, so ist $n\lambda = c$, mithin $2nl = c$.

Aus der Vergleichung des vernommenen Tones mit dem gleich hohen Tone eines Monochords findet man den Werth von n, und berechnet dann leicht die Geschwindigkeit der Schallfortpflanzung für den Stoff, aus dem der Stab besteht, wie dieß zuerst von Chladni ausgeführt

wurde. Man gelangt zu demselben Resultate, wenn man eine offene Pfeife von der Länge l nimmt, und die Schwingungszahl n′ für den Ton, den sie beim schwächsten Anblasen gibt, ermittelt; ist c′ die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalls in der Luft, so ist

$$2 n' l = c', \text{ mithin } \frac{n}{n'} = \frac{c}{c'} \text{ oder } c = \frac{n}{n'} c'.$$

So z. B. gibt man einem 8 Fuß langen Stabe von Fichtenholz eine solche Dicke, daß er mit dem Tone $\overline{\overline{\overline{c}}}$ am Clavier im Einklange steht; nun gibt eine 8 Fuß lange offene Pfeife den Ton C; somit ist

$$\frac{n}{n'} = 2^4 = 16, \text{ also } c = 1050 \times 16 = 16800 \text{ Fuß};$$

daher pflanzt sich im Fichtenholze der Schall 16mal schneller fort, als in der Luft. Auf dieselbe Art fand Chladni, daß sich der Schall in andern Holzarten 10 $\frac{2}{3}$ bis 18mal, im Kupfer 12mal, im Silber 9mal, im Glas 16 $\frac{2}{3}$; in Eisen auch 16 $\frac{2}{3}$ mal schneller fortpflanzt, als in der Luft.

3. Wird eine elastische Platte an einer passenden Stelle festgehalten, an einer andern mit einem Violinbogen gestrichen, und so in transversale Schwingungen versetzt, so entstehen Wellen, die von dem Orte des Streichens nach allen Seiten in der Platte sich ausbreiten, aber an den Rändern reflectirt werden. Aus dem Zusammenwirken der directen Wellenreihe mit der reflectirten bildet sich eine stehende transversale Schwingung und ein ihr entsprechender Ton, wobei sich die Platte in Theile abtheilt, wo je zwei benachbarte nach entgegengesetzten Richtungen schwingende durch Knotenlinien von einander getrennt sind, an denen sich der über die Platte gestreute Sand sammelt und eine sogenannte Klangfigur bildet.

a) An die Stelle, an der man die Platte festhält, muß nothwendig eine Knotenlinie fallen, dagegen an der Stelle, die man streicht, die größte Ausbiegung eintreten; daher ändert sich die Klangfigur, sobald man die Stelle des Festhaltens, oder des Streichens oder beide zugleich ändert, auch muß die Figur sich anders gestalten, wenn man mehrere Punkte fixirt. Werden die Stellen, wo man streicht und wo man die Platte fixirt, so gewählt, daß sich damit keine der vielen Schwingungsarten, deren die Platte fähig ist, verträgt, so entsteht kein reiner Ton, und auch keine reine Klangfigur. Es ist für sich klar, daß die Beschaffenheit der Klangfigur auch von der Gestalt der Platte abhängig ist.

b) Man bringt auf derselben Platte auch dadurch verschiedene Figuren hervor, daß man die Geschwindigkeit und die Stärke, mit der man streicht, ändert.

c) Je zusammengesetzter die Figur, mithin je kleiner die Ausdehnung der schwingenden Theile der Platte, desto höher der Ton.

d) Bei gleichartigen und gleichgestalteten Platten steht die absolute Tonhöhe im geraden Verhältnisse mit der Dicke, aber im umgekehrten mit dem Quadrate der homologen Seiten.

e) An kreisrunden Platten ist es möglich, die Knotenlinien, welche eine diametrale Figur von 4, 6 oder 8 Strahlen bilden, während des Tönens in Bewegung zu bringen, so daß sie hin und her schwingen, ja sogar in eine continuirliche Rotationsbewegung kommen und einen ganzen Umlauf machen. Man macht diese Bewegung sichtbar, indem man eine sorgfältig gearbeitete, gleichmäßig dichte Platte von 12 Zoll Durchmesser und 1 Linie Dicke in der Mitte befestiget, mit Semen lycopodii (Bärlappsamen) bestreut, dann den Bogen stark ansetzt, streicht, rasch wieder absetzt, und dieß öfters wiederholt. Savart erklärte diese Erscheinung aus dem Umstande, daß die Elasticität der Scheibe nicht nach allen Richtungen dieselbe ist, sondern daß es zwei Durchmesser gibt, von denen der eine die Richtung der größten, der andere die der kleinsten Elasticität angibt. Fallen beim Streichen der Platte die Knotenlinien in diese beiden Richtungen, so bleiben sie unbeweglich; geschieht dieß nicht, so sind die durch Streichen des Randes der Scheibe erzeugten Bewegungen unsymmetrisch, und die entstandenen Knotenlinien haben das Bestreben, in die erstere Lage zu kommen, weßhalb sie oscilliren, oder auch continuirlich sich drehen, falls sie durch große Excursionen der Scheibe hinreichend große Amplitude erhalten.

f) So wie Platten und Stäbe können auch alle andern festen Körper in eine stehende Schwingung versetzt werden, wo dann die schwingenden Theile durch Knotenflächen getrennt erscheinen; dieß ist z. B. der Fall, wenn ein Block von Stein, Eisen oder Holz, mit einem Hammer geschlagen, einen Ton gibt; allein es ist schwierig, bedeutende Massen in Schwingungen zu versetzen, und von ihnen reine und anhaltende Töne zu erhalten.

g) Holz und Krystalle, die nicht zum hexaëdrischen Systeme gehören, haben nicht nach allen Richtungen dieselbe Elasticität, daher geben kreisförmige, in der Mitte unterstützte Scheiben nicht immer dieselbe Klangfigur, wenn sie an verschieden Stellen des Randes gestrichen werden.

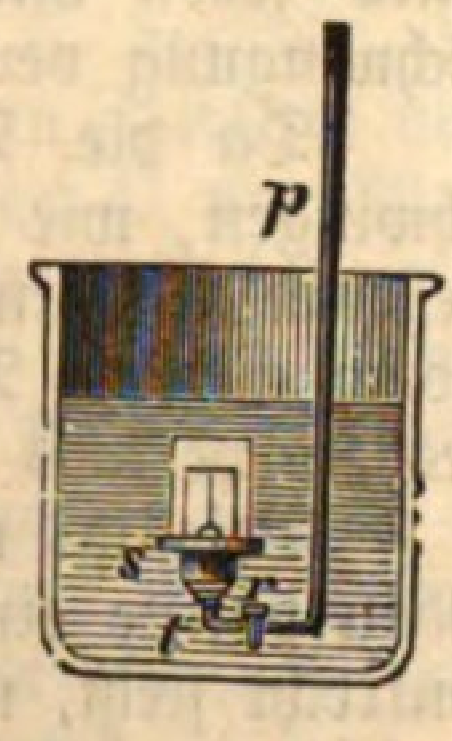
Eine kreisrunde Scheibe versieht man nach Chladni in der Mitte mit einem Loch von 2 Linien im Durchmesser, durch das man ein Bündel Roßhaare durchführt, und dieß hin und her zieht. Die Stellen, an welchen Knotenlinien erscheinen sollen, werden unterstützt.

Bei den Schwingungen der elastischen Flächen wird die angrenzende Luft zurückgestoßen, am meisten an den Stellen, die mit der größten Amplitude schwingen; bei der entgegengesetzten Bewegung dieser Stellen entstehen darüber leere Räume, in welche die Luft von den Seiten, auch von den über den Knoten befindlichen Stellen strömt, die hier etwa vorkommenden leichten Theilchen, z. B. von Semen lycopodii mit sich fortreißt, und an den Stellen der größten Excursionen anhäuft. Im luftleeren Raume findet diese Erscheinung nicht statt.

§. 136. Tönen tropfbar flüssiger Körper. Die bewiesene Elasticität tropfbar flüssiger Körper ließ wohl vermuthen, daß auch diese Körper zu Schallschwingungen geeignet sind; nachgewiesen wurde dieß durch folgenden Versuch: In ein weites und tiefes Gefäß, Fig. 161, wird eine Sirene ohne Räderwerk (siehe §. 139) gestellt, diese mit einer 12 bis 15 Fuß hohen, unten horizontal gebogenen, bei r mit einem Hahn versehenen Röhre p in Verbindung gesetzt, und hierauf so viel Wasser in das Gefäß gebracht, daß die Sirene ganz mit Wasser bedeckt

erscheint. Läßt man nun in die hohe Röhre aus einem Reservoir Wasser eintreten, und öffnet den Hahn r, so dringt das Wasser durch die Oeffnungen der Platte hervor, versetzt diese in eine drehende Bewegung, und man hört einen angenehmen Ton, der offenbar dadurch entsteht, daß der Wasserstrom bald durch die Oeffnungen austritt, bald wieder gehemmt wird, und auf solche Art gegen das Wasser rasch aufeinander folgende Stöße äußert, wie sie durch einen Luftstrom gegen die äußere Luft ausgeübt werden. Je größer die Geschwindigkeit ist, mit der das Wasser durch die Oeffnungen der Sirene austritt, desto schneller dreht sich die bewegliche Platte und desto höher erscheint der Ton.

Fig. 161.



Wertheim hat vor wenigen Jahren einen Apparat construirt, mittelst welchem nicht nur Töne in tropfbaren Flüssigkeiten hervorgebracht, sondern auch die Geschwindigkeit, mit welcher sich der Schall darin fortpflanzt, gemessen werden kann. Wertheim's Untersuchungen lehren, daß die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalls in festen und tropfbar flüssigen Körpern größer ist, wenn sich der Schall nach allen Seiten ausbreiten kann, als in dem Falle, wo derselbe nur nach einer bestimmten Richtung, z. B. durch einen Stab oder durch eine mit einer tropfbaren Flüssigkeit gefüllte Röhre sich fortpflanzt, und es verhält sich letztere Geschwindigkeit zur ersten, wie $\sqrt{2} : \sqrt{3}$. So fand Wertheim, daß die Schallgeschwindigkeit in Röhren mit Wasser 1173 Meter beträgt; nach Colladon ist sie im unbegrenzten Wasser = 1435 Meter; nun verhält sich 1173 : 1435 nahezu wie $\sqrt{2} : \sqrt{3}$.

§. 137. Mittönen der Körper. In einem elastischen Körper A von beschränkter Ausdehnung können die Wellen, die in ihm durch die schwingende Bewegung eines nahe tönenden Körpers B entstehen, häufig an den Grenzen in der Art reflectirt werden, daß durch Interferenz der reflectirten mit den directen Wellen in dem Körper A eine stehende Schwingung gebildet wird, bei welcher die Theilchen in der nämlichen Richtung und mit der nämlichen Schwingungsdauer, wie in den auf A einwirkenden Wellen, vibriren; diese stehende Schwingung erzeugt in dem angrenzenden Mittel Schallwellen, welche die nämliche Länge besitzen, wie die durch den tönenden Körper hervorgebrachten. Auf solche Art wird ein Mittönen des Körpers A veranlaßt, wodurch nach Beschaffenheit der Elasticität und der Dimensionen dieses Körpers der ursprüngliche Ton mehr oder weniger verstärkt wird. Diese Verstärkung nennt man Resonanz. Die auf solche Art gebildete stehende Schwingung ist dem Körper A aufgedrungen worden, und hört augenblicklich auf, wenn die Schwingung des tönenden Körpers nachläßt. Dieselbe stehende Schwingung kann gleichzeitig in mehreren andern an einander grenzenden Körpern hervorgerufen werden wo dann die von ihnen ausgehenden vollkommen gleichartigen Wellen gleichzeitig zum Gehörorgane gelangen, und den ursprünglichen Schalleindruck bedeutend verstärken; so z. B. theilt sich die Schwingung des oberen Bodens bei Saiteninstrumenten vermittelst eines festen Körpers dem untern Boden mit; auch in der eingeschlossenen Luftmasse bildet sich eine stehende Schwingung. — Die schwingenden mit einander verbundenen Körper üben oft gegenseitig einen Einfluß auf einander aus, in Folge dessen die Schwingungen

eines jeden anders vor sich gehen, als wenn er für sich allein in Schwingung versetzt worden wäre.

Da die Theilchen im Körper A genau in derselben Richtung schwingen, wie die in dem ursprünglich tönenden Körper B, so ist die stehende Schwingung in A bald longitudinal, bald transversal, was jedoch auf die Tonhöhe ohne Einfluß ist, da die Bewegung durch die des Körpers B bestimmt wird.

Befestigt man z. B. einen cylindrischen und langen Holzstab im Mittelpunkte einer kreisrunden Metallplatte, so, daß der Stab auf ihr senkrecht steht, und versetzt den Stab, indem man ihn nach seiner Länge streicht, in longitudinale Schwingung, so tönt die Platte mit, indem sie in transversale Schwingungen geräth; der darüber gestreute Sand sammelt sich an den Ruhelinien der schwingenden Platte, so daß eine Figur entsteht, die man zur Unterscheidung von der Klangfigur **Resonanzfigur** nennt, und die aus mehreren concentrischen Kreisen besteht.

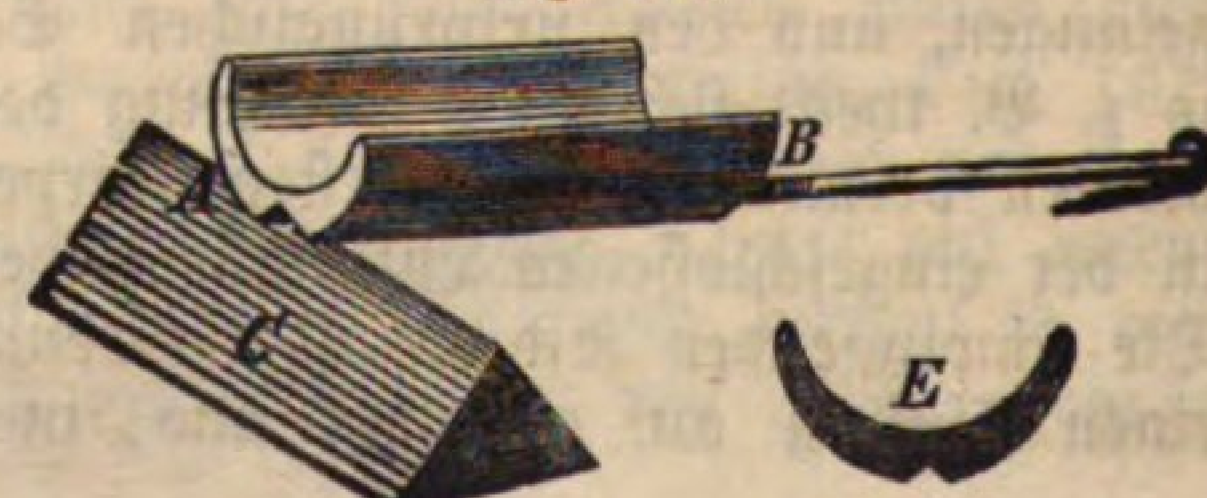
Wenn die Schwingungen des tonerregenden Körpers in Richtungen geschehen, die auf der Oberfläche des mittönenden senkrecht stehen, so ist das Mittönen stärker, als bei einer anderen Richtung; daher erscheint der Ton einer Stimmgabel, die schief auf einem Resonanzboden steht, schwächer, als wenn man sie senkrecht darauf hält.

Auf dem Mittönen der Körper beruht die Anwendung der Resonanzböden bei Saiteninstrumenten. Die Verstärkung der Töne hängt auch von der Gestalt des Resonanzbodens, vorzüglich aber von der Güte des Holzes ab, aus dem das Instrument gearbeitet ist; durch längeren Gebrauch wird das Holz mehr geeignet, durch Mitschwingen die Töne der Saiten zu verstärken, daher gibt man ausgespielten Violinen den Vorzug vor neuen. Die stehende Schwingung in der zwischen den beiden Böden des Saiteninstruments befindlichen Luft soll in der äußeren Luft Schallwellen von derselben Länge, wie die schwingende Saite erzeugen; es ist daher auch die Gestalt des eingeschlossenen Luftraumes und die Lage der Oeffnung nach Außen, durch die die äußere Luft in Schwingung versetzt wird, für die Resonanz von Wichtigkeit.

Daß die in der Luft fortschreitenden Wellen feste Körper zum Mittönen bringen können, ersehen wir an einer Saite, die sogleich tönt, sobald sie von Schallwellen desjenigen Tons, den sie selbst gibt, wenn sie als Ganzes schwingt, oder den sie durch Theilung in gleiche Theile zu geben vermag, getroffen wird. Spannt man z. B. zwei Saiten von gleicher Länge und Dicke so neben einander auf, daß sie im Einklange stehen, und versetzt die eine in Schwingung, so schwingt auch die andere mit, was man an dem Herabfallen der kleinen Reiter, die man darauf gesetzt hat, sehen kann; dieß geschieht jedoch nicht, wenn sie nicht im Einklange, wohl aber, wenn die Töne beider Saiten um eine Octave verschieden sind. — Fensterscheiben klirren unter dem Einflusse gewisser Töne der Stimme oder des Knalls einer Kanone. Das Erzittern fester Körper beim starken Glockengeläute oder beim Trommelschlag kann man schon durch Berührung mit den Fingern wahrnehmen — Insbesondere werden gespannte Membranen durch Luftwellen leicht in Schwingung versetzt; nähert man ihnen z. B. eine tönende Orgelpfeife, und bestreut sie mit trockenem Sande, so bilden sich sogleich Knotenlinien, die eine Figur bilden, deren Beschaffenheit von der Spannung der Membrane und der Tonhöhe abhängt.

Merkwürdig ist **Trevelyan's** Instrument, auch **Thermophon** genannt, dessen Töne erst durch das Mittönen anderer Körper recht bemerkbar werden; es besteht aus einem rinnenartig gestalteten und unten mit einer Furche versehenen Stabe AB, Fig. 162, von Kupfer, Silber, Stahl, Eisen,

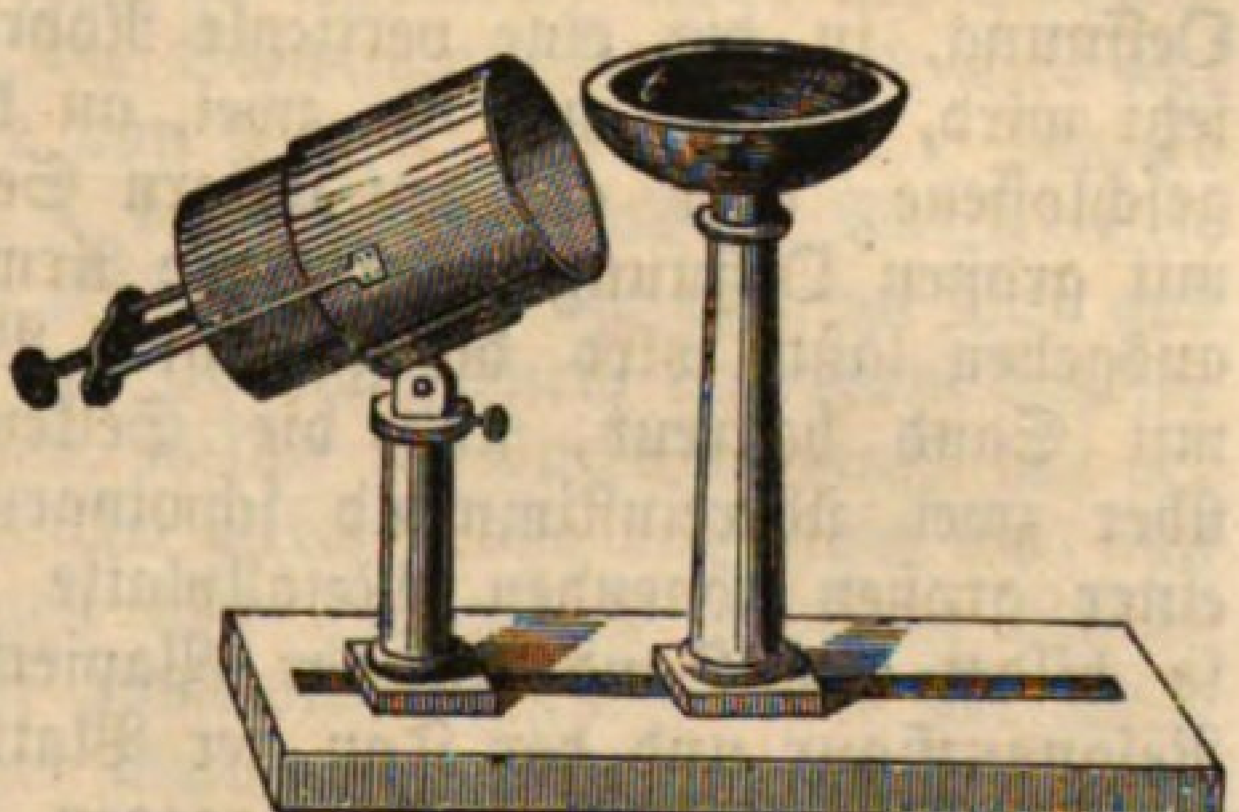
Fig. 162.



kurz aus einem Metalle, das die Wärme sehr leicht fahren läßt; dieser Stab (Wieger genannt), dessen Querschnitt die Figur E darstellt, ist mit einem längeren Stiel versehen, und wird im erhitzten Zustande auf einen, auf einem Tische ruhenden prismatischen Träger C von Blei, das durch die Wärme sich stärker als die andern Metalle ausdehnt, mit seinen Furchenkanten gelegt, auf einer Seite mit dem Finger niedergedrückt, und dann der Schwere überlassen, während der Stiel am Tische aufliegt; nun geräth der Wieger in rasche Schwankungen, indem er bald auf der einen, bald auf der andern Furchenkante ruht, wobei durch die rasch auf einander folgenden Stöße gegen den Träger ein Ton entsteht, der durch das Mittönen der Umgebung verstärkt wird.

H. Seebeck erkannte die Wärme als Ursache der kleinen, den Ton erzeugenden Schwankungen, indem die Wärme es ist, welche eine starke Ausdehnung und Emporhebung der Berührungsstelle des kalten Bleis mit der Kante des heißen Wiegers bewirkt, wodurch dann dieser auf der anderen Seite tiefer fällt, als er vorhin daselbst gehoben worden ist; hierauf geschieht dasselbe auf dieser zweiten Seite, während die Wärme auf der ersten verschwindet, und das Blei sich senkt, so daß daselbst die zurückfallende Kante wieder eine kalte Stelle findet. — Hieraus wird das Tönen eines heißen silbernen Löffels erklärbar, der mit den Rändern seiner Hohlung auf ein kaltes Metall gelegt wird, während der Griff auf dem Tische ruht.

Fig. 163.



Der Ton einer Glocke, Fig. 163, wird durch Mittönen einer nahen Luftsäule auffallend verstärkt, wenn diese die richtige Länge hat; man macht daher die Röhre aus zwei Theilen, wovon der eine in dem andern sich verschieben läßt, und richtet sie auch so ein, daß sie der Glocke genähert und von ihr entfernt werden kann. Stellt man zuerst die Röhre an die Glocke, bringt letztere durch Streichen mit einem Violinbogen zum Tönen, so findet man durch Herausziehen des verschiebbaren Theils bald diejenige Länge, bei welcher der Glockenton bedeutend verstärkt wird; behält die Röhre diese Länge, wird aber von der Glocke stark entfernt, so ergibt sich, daß ein schwacher kaum hörbarer Ton der Glocke bei Annäherung der Röhre immer stärker und stärker vernommen wird.

Werden an den Enden eines dünnen Glascylinders zwei gleich große Glasscheiben in ihren Mittelpunkten angekittet, so daß sie zu einander parallel sind, und versetzt man die obere durch Streichen mit einem Bogen in Schwingungen, so entsteht an beiden Scheiben dieselbe Klangfigur; somit wird die untere Scheibe theils durch das Mitschwingen des Cylinders, der beide verbindet, theils durch die entstandenen Luftwellen in die nämliche Schwingungsweise versetzt.

Wheatstone hat über die Hörbarmachung weit fortgeleiteter Töne durch Resonanz viele interessante Versuche angestellt. Er brachte z. B. den Resonanzboden einer Harfe mittelst eines dünnen Stabes von Tannenholz mit dem Resonanzboden eines in einem andern Stockwerke des Gebäudes befindlichen Fortepianos in Verbindung; wurde nun auf dem letztern gespielt, so theilten sich alle Töne auf die vollkommenste Weise der Harfe mit. — Verbindet man die Resonanzböden zweier Fortepianos miteinander, und zwar vermittelst eines Drahtes von der Dicke einer Schreibfeder, dessen Enden senkrecht auf den Resonanzböden aufstehen, so wird das Spiel auf dem einen auch dem andern mitgetheilt, selbst wenn letzteres in einem entfernten Zimmer steht. Nach unterbrochener Communication werden die fortgeleiteten Töne nicht mehr hörbar.

Helmholz hat thatsächlich bewiesen, (der Pogg. Ann. Band 108), daß bei jedem Vocal, den man singt, mit dem Grundton noch gewisse harmonische Obertöne mitklingen, deren Beschaffenheit und Stärke bei verschiedenen Vocalen verschieden ist;

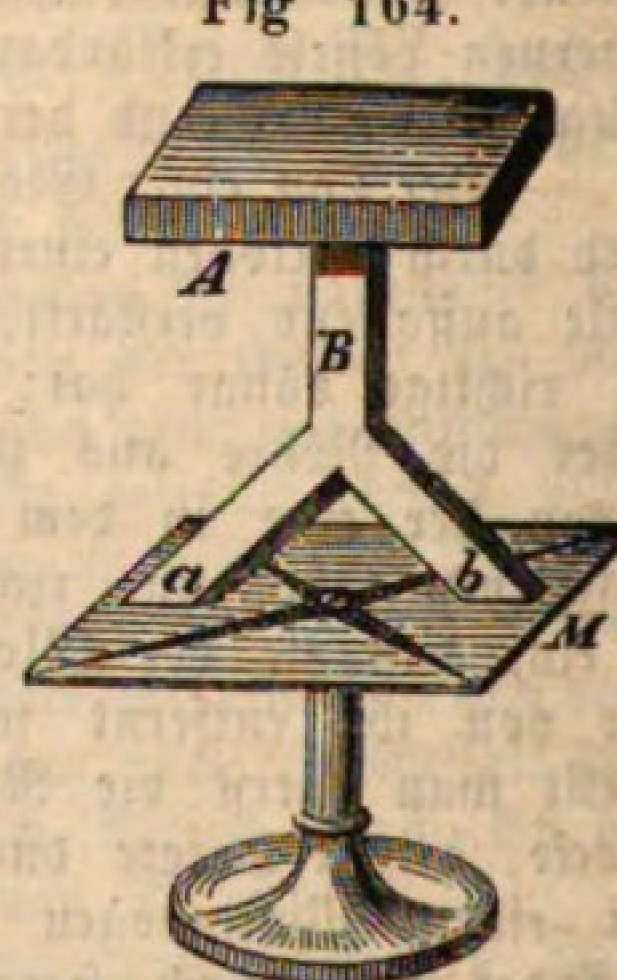
singt man nun in's offene Klavier, dessen Saiten nicht gedämpft sind z. B. den Ton a, so tönen alle Saiten, die den Hauptton und die durch Unterabtheilungen seine höheren Obertöne, von 3 an, zu geben vermögen, so daß man aus dem Klavier den zusammengesetzten Ton a durch Resonanz vernimmt.

Auf der Fortpflanzung des Schalls durch feste Körper beruht das Stethoscop, das aus einem 1 Fuß langem und $1^1/_4$ Zoll dickern Holzcylinder besteht, welcher der Länge nach durchbohrt ist; setzt der Arzt das eine Ende desselben an den kranken Körpertheil des Menschen, und legt sein Ohr an das andere Ende, so nimmt er die Abweichungen von denn normalen Tönen in den verschiedenen Theilen des Organismus wahr, und kann oft die Ursachen derselben erkennen.

Die Töne der Luft können auch dem Wasser mitgetheilt werden, am leichtesten nach J. Müller vermittelst einer offenen Orgelpfeife, deren unteres Ende man mit einer Membrane überzieht und in's Wasser eintaucht. — Die Schwingungen eines festen Körpers werden einer Flüssigkeit mitgetheilt, wenn man ihn an die Wand des mit dieser Flüssigkeit gefüllten Gefäßes ankittet, so daß er daraus ein wenig hervorragt und diesen hervorragenden Theil streicht. Die Schwingungen des Wassers theilen sich in der Richtung, in welche sie stattfinden, einer Glasröhre und andern festen elastischen Körpern leicht mit.

§. 138. Versuche über Interferenz des Schalls. Ein hohles parallelopiped'sches Kästchen A, Fig. 164, von Holz bekommt oben einen Ueberzug von gespanntem Papier, und in der Mitte des Bodens eine Oeffnung, in die eine verticale Röhre B angesetzt wird, welche man in zwei, an den Enden geschlossene, aber an den untern Seitenflächen mit großen Oeffnungen versehene Arme a und b ausgehen läßt; wird die gespannte Papierfläche mit Sand bestreut, und die Seitenöffnungen über zwei übereinstimmend schwingende Theile einer großen tönenden Metallplatte M gestellt, so bildet der Sand an der Papierfläche eine Resonanzfigur und der Ton der Platte erscheint sehr verstärkt; befinden sich dagegen die beiden Seitenöffnungen über solchen Theilen der Platte, die nach entgegengesetzten Richtungen schwingen, so bemerkt man weder eine Verstärkung noch an den Sandtheilchen eine Bewegung, weil im letzteren Falle an einer Seitenöffnung die verdünnte Wellenhälfte in der nämlichen Zeit sich bildet, in welcher an der andern Oeffnung die verdichtete Wellenhälfte entsteht, weßhalb sich die Wellen in der verticalen Röhre durch Interferenz aufheben. Im ersten Falle entstehen an beiden Seitenöffnungen übereinstimmende Wellen, die sich beim Zusammentreffen verstärken.

Fig 164.



Ein anderer Interferenzapparat besteht aus einer zweiarmigen Röhre von Holz, Fig. 165, deren Hälfte gleich ist dem vierten Theile von der Länge derjenigen Schallwelle, welche an einer schwingenden elastischen Platte gebildet wird. Stellt man zuerst die Röhre über die tönende elastische Platte so, daß die Mündungen B und C über zwei gleiche, aber in entgegengesetzten Phasen befindliche schwingende Theile zu liegen kommen, so entstehen bei B und C gleichzeitig Wellen von gleicher Stärke, wovon die eine mit dem verdünnten, die andere mit dem verdichteten Theil voranschreitet,

Fig. 165.



und die sich daher durch Interferenz continuirlich aufheben, weßhalb die Luftsäule in der Röhre nicht mittönt. Bringt man aber in der Mitte der Röhre eine Scheidewand an, und trennt dadurch die beiden Hälften der Luftsäule in der Röhre, so erscheint der Ton der Platte durch das Mitklingen der Luftsäule sogleich verstärkt. — Stehen die Mündungen über Theilen von übereinstimmenden Schwingungsphasen, so tritt immer die Resonanz ein.

Ein schwingender Stab erzeugt vor sich eine verdichtete und hinter sich eine verdünnte Luftwelle, daher muß es um den Stab Stellen geben, wo Verdichtung und Verdünnung so zusammentreffen, daß sie sich aufheben und daher kein Schall wahrgenommen wird. Bei einer schwingenden Stimmgabel bewegen sich die Zinken gegen einander und wieder von einander; stellt man sie nahe an das Ohr oder vor die Oeffnung einer Orgelpfeife, die denselben Ton zu geben vermag, oder auch vor die Oeffnung eines Arzneiglases, das man durch Eingießen von Wasser mit der Stimmgabel in Einklang bringt; so bemerkt man bei einer Umdrehung der Gabel vier Flächen, an denen kein Ton wahrgenommen wird. W. Weber fand, daß die Gestalt dieser Flächen hyperbolisch ist.

§. 139. Mittel zur Bestimmung der absoluten Tonhöhe. Die sichersten Mittel, die absolute Tonhöhe zu ermitteln, sind: das Monochord in Verbindung mit der für die Schwingungszahl im §. 132 angegebenen Formel, und die Sirene von Cagniard-Latour. Letztere besteht aus einem hohlen Cylinder A von 2 bis 3 Zoll im Durchmesser, Fig. 166, durch dessen Boden eine Röhre B geht, die ihm die Luft aus einem Blasebalg zuführt; oben ist der Cylinder durch eine ebene Scheibe m m (Deckplatte) luftdicht verschlossen, welche im Umfange eines mit der Scheibe concentrischen Kreises, z. B. 20 gleich große und gleich weit von einander entfernte, aber schief gegen den Halbmesser gebohrte Löcher hat, durch die die eingeblasene Luft ausströmen kann. Ueber der Deckplatte befindet sich eine zweite etwas kleinere n n, deren untere Fläche genau auf die Deckplatte paßt, ohne jedoch eine merkliche Reibung zu veranlassen, und die um eine durch ihren Mittelpunkt gehende verticale Axe äußerst leicht drehbar ist; an dieser beweglichen Platte sind eben so viele, und eben so angeordnete, nur entgegengesetzt geneigte Löcher angebracht, so daß alle Oeffnungen der Deckplatte bei der Drehung der oberen gleichzeitig geöffnet, und geschlossen erscheinen. Die Fig. 167 zeigt die Einrichtung im Grundriß und Durchschnitt. Die Luft, welche aus den unteren Löchern herausströmt, tritt in die oberen ein, stößt

Fig 167.

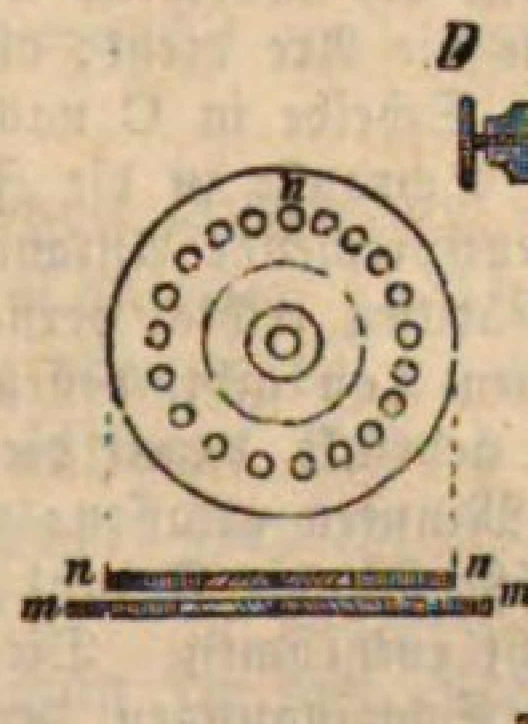
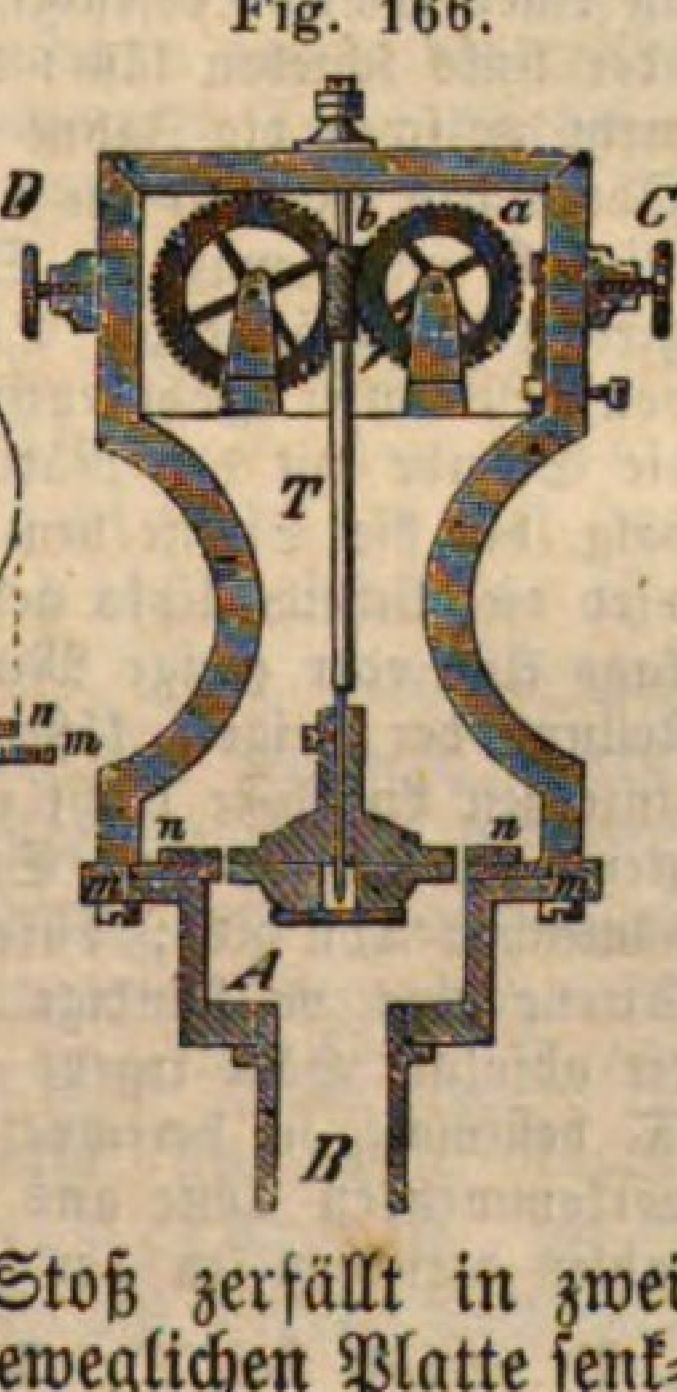


Fig. 166.



aber hier an die geneigte Wandung an; der Stoß zerfällt in zwei Componenten, wovon die eine in der Ebene der beweglichen Platte senkrecht gegen den Halbmesser derselben gerichtet ist, und eine Drehung erzeugt, während die andere gegen die äußere Luft einen Stoß äußert,

wodurch eine Verdichtung bewirkt wird, welcher eine Verdünnung folgt, wenn die Oeffnung geschlossen ist, so daß der Stoß die Bildung einer vollständigen Schallwelle zur Folge hat. Bei der Drehung der Oberplatte wird das Ausströmen der Luft aus einer untern Oeffnung, somit auch der Anstoß gegen die äußere Luft so oft unterbrochen, wie oft ein nicht durchlöcherter Theil der Platte über die untere Oeffnung zu liegen kommt; somit gehen bei jeder Umdrehung der Oberplatte von jeder untern Oeffnung so viele Stöße gegen die äußere Luft, mithin auch so viele Schallwellen aus, als Löcher in der oberen Platte vorkommen. Geht die Drehung der Oberplatte mit einer hinreichend großen Geschwindigkeit vor sich, so hört man einen Ton, der desto höher wird, je größer die Geschwindigkeit ist, mit welcher die Oberplatte sich dreht. Die Anzahl der während einer Secunde stattgehabten Luftstöße und der entstandenen Wellen, die einen bestimmten anhaltenden Ton zur Folge haben, ergibt sich, sobald man die Zahl der in einer Secunde geschehenen Umdrehungen der Oberplatte mit der Anzahl der an ihr vorkommenden Löcher multiplicirt. Durch die größere Anzahl von Löchern an der Deckplatte bekommt man einen viel stärkeren Ton, als wenn nur ein einziges Loch vorhanden wäre. Verstärkung der Luftströmung vergrößert die Umdrehungsgeschwindigkeit der beweglichen Platte und erhöhet dadurch den Ton.

Um die Zahl der während einer bestimmten Zeit geschehenen Umdrehungen zu erfahren, befindet sich am oberen Ende der verticalen Umdrehungsaxe eine Schraube ohne Ende, die ein mit 100 Zähnen versehenes Rädchen a bewegt; an der Axe dieses Rädchens ist ein an der Hinterseite sichtbarer Zeiger, der einen Umlauf macht, wenn die Oberplatte mit ihrer verticalen Axe 100 Umdrehungen vollendet hat; senkrecht zur Axe des Rädchens ist ein Arm befestigt, welcher ein zweites Rädchen bei jedem Umlauf des ersten um einen Zahn weiter dreht. Hat nun das zweite Rädchen auch 100 Zähne, so wird es erst nach 100 Umdrehungen des ersten Rädchens einen einzigen Umlauf machen. Die Anzahl der geschehenen Umdrehungen dieser zwei Rädchen wird mittelst Zeiger auf den außerhalb angebrachten Zifferblättern angegeben. Beide Rädchen sind an einer Scheibe befestigt, die sich durch einen Druck auf C oder D ein wenig rechts oder links schieben läßt; drückt man sie rechts, so greifen die Schraubengänge nicht mehr zwischen die Zähne des Rädchens a ein, daher steht dieses still, wenn sich die Oberplatte und mit ihr die Axe dreht; die Drehung des Rädchens beginnt aber augenblicklich, wenn man die Scheibe in C nach links drückt und dadurch wieder das Eingreifen der Gänge der Schraube in die Zähne hergestellt hat — Um die einem Tone von bestimmter Höhe entsprechende Anzahl von Luftstößen zu ermitteln, drückt man die Scheibe mit den Rädchen rechts, verstärkt dann langsam den Druck auf den Blasebalg, bis die Sirene den Ton gibt, dessen absolute Höhe man bestimmen will; nun wird die Scheibe links gedrückt, damit die Zeiger in Bewegung kommen, und in dieser Lage eine oder einige Minuten gelassen; an der während dieser Zeit bewirkten Verstellung der Zeiger, läßt sich die Anzahl der Umdrehungen und damit auch die der einzelnen Luftstöße leicht entnehmen. Die Anzahl der Stöße einer Sirene ist immer gleich der Anzahl der Schwingungen der Saite eines Monochords, die genau den nämlichen Ton gibt; durch diese Erfahrung wird bestätigt, daß jeder Luftstoß einer Sirene eine vollständige Schallwelle erzeugt. Hat man die Schwingungszahl, d. i. die absolute Höhe irgend eines einzigen Tones in der diatonischen Tonleiter, z. B. von $\overline{a}$ bestimmt, so berechnet man die Schwingungszahlen der andern in der Tonleiter vorkommenden Töne aus dem bekannten Verhältnisse, in welchem die Schwingungszahlen derselben zu der gefundenen Schwingungszahl des ersten Tones stehen. So z. B. verhält sich $\overline{c} : \overline{a} = 1 : \frac{5}{3}$, mithin ist $\overline{a} = \overline{c} \cdot \frac{3}{5}$. Fischer fand, daß der in der Musik mit $\overline{a}$ bezeichnete Ton nicht an allen Orten genau der nämliche ist, indem er nach der herkömmlichen Stimmgabel des Berliner Theaters durch 437, nach

der in der großen Oper zu Paris gebrauchten durch 431, ist aber bis 1858 bis 449 gewachsen, und nach der in der italienischen Oper zu Paris üblichen wird $\overline{a}$ durch 424 volle Schwingungen einer Saite erzeugt. Jetzt sind in Frankreich normale Stimmgabeln mit 435 Schwingungen für $\overline{a}$ vorgeschrieben.

2. Zwei Stimmgabeln auf zwei hohlen, aus dünnem Holze verfertigten Kästchen festgeschraubt, deren jede in einer Secunde 256 Schwingungen macht, also den Ton $\overline{c}$ erzeugt, geben in Verbindung mit einem Monochord eine Vorrichtung zur Bestimmung der Schwingungszahl eines gegebenen Tones; diese Vorrichtung ist das verbesserte Diaspason von Marloye. Man stellt die auf einer Seite offenen Enden der Kästchen in einem Abstande von 1 Zoll einander gegenüber; die ganze Länge vom Anfang des einen bis zum Ende des andern Kästchens beträgt 2 Pariser Fuß oder die Hälfte der dem Tone der Stimmgabel entsprechenden Wellenlänge. Beide Kästchen ruhen auf einer dicken Lage von Fließpapier. Versetzt man durch Streichen mit einem Violinbogen die eine Stimmgabel in Schwingungen, so tönt auch die andere mit, und der Ton hält mehrere Minuten an, während er beim Gebrauche von einem einzigen Kästchen bald unhörbar wird. Man kann nun leicht die Saite eines Monochords von der Länge L so spannen, daß sie auch den Ton $\overline{c}$ gibt, und somit 256 Schwingungen in 1 Secunde macht; hat man nun die Schwingungszahl n für einen gegebenen Ton zu finden, so verkürzt man die Saite des Monochords, bis sie diesen Ton gibt; geschieht dieß bei der Länge l, so ist

$$256 : n = l : L \text{ und } n = 256 . \frac{L}{l}.$$

Eine von Savart angegebene Methode, die absolute Tonhöhe zu bestimmen, besteht darin, daß man ein gezahntes Metallrad, das z. B. 600 Zähne zählt, vermittelst eines andern sich langsam bewegenden Rades in eine schnelle Drehung versetzt, so daß, wenn letzteres sich einmal umdreht, ersteres schon z. B. 10 Umdrehungen macht, und während der Drehung ein Plättchen, z. B. ein Kartenblatt dem Stoße der Zähne aussetzt; durch diese Stöße geräth das Plättchen in Schwingungen, und man hört einen andauernden Ton, dessen Höhe mit der Schnelligkeit der Umdrehung zunimmt. Hat man ermittelt, wie viel Zähne in einer gegebenen Zeit vorübergehen, so weiß man die Anzahl der Schwingungen, die dem vernommenen Tone entsprechen. — Zum Monochord werden Metallsaiten gebraucht, weil ihre Spannung durch die Feuchtigkeit der Luft nicht geändert wird.

§. 140. Bildung der diatonischen Tonleiter. Die relativen Tonhöhen der Töne in einer diatonischen Tonleiter C, D, E, F, G, A, H, c sind 1, $^9/_8$, $^5/_4$, $^4/_3$, $^3/_2$, $^5/_3$, $^{15}/_8$, 2; darunter consoniren mit dem Grundtone 2, $^3/_2$, $^4/_3$, $^5/_4$ $^5/_3$; die anderen sind dissonirend. Die in einem Accorde vorkommenden Töne, Grundton, Terz und Quint, deren relative Tonhöhen durch 1 : $^5/_4$: $^3/_2$ ausgedrückt werden, waren sammt der Octave des Grundtones schon in den ältesten Zeiten bekannt; die Kenntniß derselben führte allmälig zur Bildung der diatonischen Tonleiter; denn indem man den Ton $^5/_4$ als Grundton annahm, und dazu den Accord suchte, erhielt man zur Quint den Ton $^5/_4 \times {}^3/_2 = {}^{15}/_8$, d. i. die Septime in der Tonleiter; man hatte nun den Accord $^5/_4 : {}^3/_2 : {}^{15}/_8 = 10 : 12 : 15$, der ein Moll-Accord ist, da $^3/_2$ rücksichtlich des Tones $^5/_4$ als kleine Terz erscheint, als deren Tonwerth sich die Zahl $^6/_5$ ergibt.

Sucht man den Accord zu dem Tone $^3/_2$, so erscheint die schon aufgefundene Septime als große Terz, und der Ton $^3/_2 \times {}^3/_2 = {}^9/_4$

als Quint; erniedrigt man den Ton $^9/_4$ um eine Octave, so hat man den Ton $^9/_8$, d. i. die Secunde der Tonleiter. Indem man sich bestrebte, den Accord zu finden, in welchem die Octave 2 als Quint erscheint, erhielt man zum Grundton für diese Quinte 2 den Ton $2 : {}^3/_2 = {}^4/_3$, d. i. die Quart in der Tonleiter, deren große Terz der Ton $^4/_3 \times {}^5/_4 = {}^5/_3$, d. i. die Sext in der Tonleiter ist. Auf solche Art konnte der Accord $1 : {}^5/_4 : {}^3/_2$ zur Kenntniß der drei Accorde.

$$^5/_4 : {}^3/_2 : {}^{15}/_8,\ {}^3/_2 : {}^{15}/_8 : {}^9/_4,\ {}^4/_3 : {}^5/_3 : 2$$

führen, und damit zur obigen Stufenfolge von Tönen

$$1\ {}^9/_8,\ {}^5/_4,\ {}^4/_3,\ {}^3/_2,\ {}^5/_3,\ {}^{15}/_8,\ 2;$$

in denen nur die Intervalle $^9/_8$, $^{10}/_9$ und $^{16}/_{15}$ vorkommen, wovon die zwei ersteren die Intervalle von ganzen Tönen, das letzte das Intervall eines halben Tones heißt. Nur diese Stufenfolge von Tönen gewährt dem Gehöre die meiste Befriedigung, und nur bei ihr bleibt die Beziehung auf den Grundton deutlich erkennbar. Hieraus ist ersichtlich, daß die Wahl der Töne in der diatonischen Tonleiter nicht willkührlich war. — Alle Tonverhältnisse, die wesentlich von einander verschieden sind, müssen zwischen 1 und 2 enthalten sein. Alle über 2 oder unter 1 fallende Töne erscheinen als bloße Wiederholungen der ersteren, von höherer oder tieferer Ordnung. Man nennt die angegebene Tonleiter die Dur-Scala, zum Unterschiede von der Moll-Scala, in welcher anstatt der großen Terz $^5/_4$ die kleine Terz $^6/_5$ genommen wird.

Wählt man einen andern Ton als Grundton, und schreitet von ihm zur Octave in den Tonverhältnissen der diatonischen Tonleiter, so bedarf man noch fünf anderer Töne, und erhält die Stufenfolge: C, Cis, D, Dis, E, F, Fis, G, Gis, A, Ais, H und c, welche man chromatische Tonleiter nennt. — Die Töne zwischen c und $\overline{c}$ die genau in den nämlichen Verhältnissen zu einander stehen, wie die zwischen C und c befindlichen, bilden die nächst höhere Octave, und werden mit denselben, aber kleinen Buchstaben des Alphabets bezeichnet; ein jeder erscheint als Octave von dem gleichnamigen Tone der tiefern Tonleiter; daher erhält man seine relative Tonhöhe, wenn man die des gleichnamigen tieferen mit 2 multiplicirt. Die Töne der dritten Octave zwischen $\overline{c}$ und $\overline{\overline{c}}$ stehen wieder in den nämlichen Verhältnissen, wie die der ersten; man bezeichnet sie mit einem, die der vierten Octave mit 2 Querstrichen u. s. f. Die Töne der tieferen Octaven von C unterscheidet man mit 1 oder 2 Querstrichen unter dem C. Die relativen Tonhöhen von C, c, $\overline{c}$, $\overline{\overline{c}}$ sind $1, 2, 2^2, 2^3 \ldots$, daher ist die der siebenten Octave $= 2^7$. Die Tonwerthe für die tiefere Octave von irgend einem Ton erhält man, wenn man den Tonwerth dieses Tons mit 2 dividirt.

§. 141. Temperiren der Töne. Die zu dem Grundtone $\underline{C}$ (welcher Contra C heißt, und der tiefste Ton am Clavier ist 12 aufeinander folgende Quinten sind:

$$\underline{G},\ D,\ A,\ e,\ h,\ \overline{fis},\ \overline{\overline{cis}},\ \overline{\overline{gis}},\ \overline{\overline{\overline{dis}}},\ \overline{\overline{\overline{ais}}},\ \overline{\overline{\overline{\overline{f}}}},\ \overline{\overline{\overline{\overline{c}}}};$$

hieraus wird ersichtlich, daß die 12te Quint mit der siebenten Octave zusammenfällt, und daß diese Quinten mit Ausnahme von $\underline{G}$ gewisse Octaven der 12 Töne sind, die in einer chromatischen Tonleiter vorkommen. Wenn nun ein Instrument z. B. ein Clavier, das 7 Octaven umfaßt, die richtige Stimmung bekommen soll, so sollte man meinen, daß man sie zu Stande bringt, wenn man zuerst die 12 Quinten von $\underline{C}$ in reine Stimmung bringt, und dann die einer jeden Quinte zugehörigen tieferen und höheren Octaven wieder rein stimmt; allein die Töne werden dann nicht im richtigen Verhältnisse erscheinen. Die Ur-

sache liegt in dem Umstande, daß es in der diatonischen Tonleiter große und kleine ganze *Ton-Intervalle* gibt, und auch die halben Ton-Intervalle zwischen den Tönen der chromatischen Tonleiter nicht einander gleich sind; so ist z. B. das Intervall zwischen c und cis etwas größer, als das zwischen d und dis; daher geschieht es, daß, wenn die Töne bezüglich eines Grundtones vollkommen rein sind, sie rücksichtlich eines andern unrein ausfallen, was beim Fortschreiten durch mehrere Octaven sehr auffallend und für das Gehör unerträglich werden kann. Bringt man nämlich die Quint $\underline{G}$ in reines Verhältniß zum $\underline{C}$, so daß der Tonwerth dieser Quint $= {}^{3}/_{2}$ wird, und nimmt hierauf $\underline{G}$ als Grundton an, so erscheint D in der zweiten Octave als seine Quint, demnach ist

$$\underline{G} : D = 1 : {}^{3}/_{2}, \text{ und } D = ({}^{3}/_{2})^{2} = {}^{9}/_{4}.$$

Wird D als reine Quint von G gestimmt, und hierauf $\underline{D}$ als die erste niedere Octave von D genommen, d. h. ${}^{9}/_{4}$ mit 2 dividirt, so bekommt $\underline{D}$ den Tonwerth ${}^{9}/_{8}$, wie es auch sein soll, weßhalb der Ton $\underline{D}$ zu $\underline{C}$ in ganz reinem Verhältnisse erscheint. Der Ton D ist die zweite Quint von $\underline{C}$.

Die Quint von D, d. i. die dritte Quinte bezüglich $\underline{C}$ ist der Ton A in der zweiten Octave; sein Tonwerth ist $= ({}^{3}/_{2})^{3} = {}^{27}/_{8}$; wird nun der Ton $\underline{A}$ als die erste niedere Octave von A gestimmt, so erhält er den Tonwerth ${}^{27}/_{8} : 2 = {}^{27}/_{16}$, der von seinem wahren Tonwerthe bezüglich $\underline{C}$, nämlich von ${}^{5}/_{3}$ abweicht, und zwar um ${}^{27}/_{16} \times {}^{3}/_{5} = {}^{81}/_{80}$ höher ist, als er sein soll. Das Ton-Intervall ${}^{81}/_{80}$ nennt man *Comma*.

Die vierte Quint ist e (in der dritten Octave); wird dieser Ton in reines Verhältniß zu A gebracht, so hat er den Tonwerth

$$({}^{3}/_{2})^{4} = {}^{81}/_{16};$$

stimmt man die Töne E und $\underline{E}$ in der Art, daß E als die erste und $\underline{E}$ als die zweite niedere Octave von e gehört wird, so ist der Tonwerth von $E = {}^{81}/_{32}$, und von $\underline{E} = {}^{81}/_{64}$; beide erscheinen von den ihnen bezüglich C zukommenden Tonwerthen ${}^{5}/_{2}$ und ${}^{5}/_{4}$ um ein Comma höher.

Schreitet man in dieser Art durch lauter reine Quinten zu den höheren Tönen fort, und bringt die einer jeden Quinte zugehörigen Octaven in reine Verhältnisse, so ergibt sich, daß die so erhaltenen Töne von den reinen Verhältnissen zu einander sich mehr und mehr entfernen; was schon aus dem Umstande ersichtlich ist, daß der Thonwerth der siebenten Octave $2^{7} = 128$ mit dem Tonwerthe der zwölften Quinte $({}^{3}/_{2})^{12} = {}^{531441}/_{4096} = 129{\cdot}98$ nicht übereinstimmt, und doch sollen beide Töne zusammenfallen. Der Ton $({}^{3}/_{2})^{12}$ erscheint höher als 2^{7}, das Intervall zwischen diesen zwei Tönen gibt der Quotient $129{\cdot}98 : 128$ an, und heißt das *Pythagoräische Comma*, das nicht vernachlässigt werden darf. Man kann also in der Tonreihe von 7 Octaven Quinten und Octaven nicht zugleich rein stimmen.

Demnach tritt die Nothwendigkeit ein, entweder die Octaven unrein zu nehmen, und jede etwas zu erhöhen, oder auf die Reinheit der Quinten zu verzichten und jede ein wenig niedriger zu stimmen, oder wie man sagt, zu *temperiren*; da aber eine Unreinheit in den Octaven für unser Gehörorgan höchst unangenehm ist, dagegen eine kleine Unreinheit der Quinten leicht ertragen wird, so bleibt nur der letzte Fall möglich. Hier ist es am zweckmäßigsten, den Fehler, nämlich das

Pythagoräische Comma auf alle Quinten gleichmäßig zu vertheilen; wo dann die Octaven in vollkommen reinen Verhältnissen erscheinen, aber die Tonverhältnisse in Beziehung auf einen jeden Grundton unmerklich fehlerhaft sind. Diese Anordnung heißt man **gleichschwebende Temperatur**, zum Unterschiede der **ungleichschwebenden**, bei welcher der Fehler nur auf einige Quinten übertragen wird.

Den relativen Tonwerth x für die erste temperirte Quinte findet man aus der Gleichung

$$(x)^{12} = 2^7, \text{ mithin } x = \sqrt[12]{2^7} \text{ oder } \log. x = \frac{7}{12} \log. 2,$$

woraus $x = 1.4983$.

Aus den Tonwerthen der 12 Quinten lassen sich die Tonwerthe für die temperirten Töne der chromatischen Tonleiter leicht bestimmen; man findet

$$C = 1,\ Cis = \sqrt[12]{2},\ D = \sqrt[12]{2^2},\ Dis = \sqrt[12]{2^3} \text{ u. s. f.}$$

Ist L die Saitenlänge für den Grundton und l die für einen andern Ton, dessen relative Höhe $= n$ ist, so ist

$$n = \frac{L}{l},\ \text{mithin } l = \frac{L}{n}.$$

Bedeutet n den temperirten Tonwerth, so berechnet man leicht die Länge l desjenigen Stückes der Saite, welches den Ton n erzeugt. Es ist daher möglich, am Monochord, dessen Saite bei einer gewissen Spannung den Grundton gibt, eine Abtheilung der Saite anzubringen, die uns in den Stand setzt, die temperirten Töne der chromatischen Tonleiter hervorzubringen, und darnach andere, z. B. die Saiten am Claviere zu stimmen.

Bei jeder Melodie und Harmonie herrscht in der Aufeinanderfolge der Töne auch eine auf ihre Dauer sich beziehende Ordnung, indem man die Reihe der Töne in Abtheilungen von gleicher Dauer, z. B. 2, 1 $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$ Secunde u. s. f. abtheilt, die man **Tacte** nennt. Die Vereinigung der Tacte bildet die **Tactbewegung** oder den **Rhythmus**.

Der tiefste in der Musik vorkommende Ton ist das tiefe $\underline{\underline{C}}$, dessen Schwingungszahl $= 16$ ist, daher die des Contra $\underline{C} = 32$, des großen C des Violoncells $= 64$, des $c = 128$, des höchsten viermal gestrichenen c am Clavier $= 2048$; der höchste Ton unserer Claviere ist noch um eine Sext höher und hat die Schwingungszahl 3072; der tiefste Ton derselben ist das Contra C.

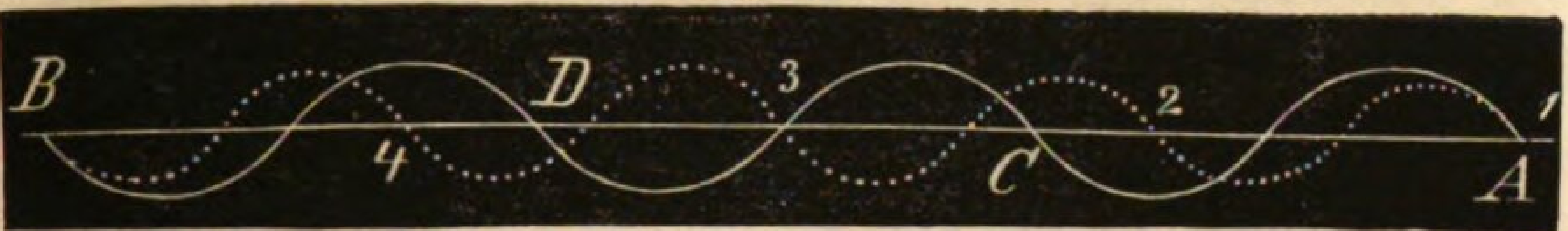
Die 4 Seiten des Contrabasses oder der großen Baßgeige sind nach Quarten gestimmt, und geben die Töne $\underline{E}$, $\underline{A}$, D, G; die 4 Saiten des Violoncells sind nach Quinten gestimmt, C, G, d, a; eben so die der Violine g, $\bar{d}$, $\bar{a}$, $\bar{\bar{e}}$.

Der Umfang der menschlichen Gesangstimme beträgt 3 $\frac{1}{2}$ Octave, und geht gewöhnlich beim **Basse** von F bis $\bar{c}$, beim **Tenor** von c bis $\bar{f}$, beim **Alt** von g bis $\bar{\bar{d}}$, beim **Sopran** von $\bar{c}$ bis $\bar{\bar{g}}$. Einzelne Baßstimmen können noch viel tiefer unter F gehen, und manche Sopranstimmen über $\bar{\bar{g}}$ sich erheben.

§. 142. Stöße und Combinationstöne. Um die Beschaffenheit der Einwirkung auf das Gehörorgan für den Fall zu erkennen, wenn gleichzeitig von zwei neben einander befindlichen tönenden Körpern K und K' Wellenreihen ausgehen und die Töne bezüglich ihrer Höhe nur wenig verschieden sind, so daß die Schwingungszahlen derselben nur um wenige Einheiten sich unterscheiden; wollen wir einen bestimmten Fall annehmen, z. B. den, wo bei einem Tone 18, beim andern 24 Schwingungen stattfinden, mithin auch vom ersten 18, vom zweiten 24 Wellen in der nämlichen Zeit ausgehen. Da sich die Wellen hoher und tiefer Töne mit gleicher Geschwindigkeit fortpflanzen, und hier von nahe bei

einander befindlichen Orten ausgehen, so fallen 3 Wellen der ersten Reihe, wie AC, CD, DB, Fig. 168, mit 4 Wellen der zweiten Wellenreihe

Fig. 168.



genau in den nämlichen Raum. Heißt l die Länge einer Welle von K und l′ die einer Welle von K′, so ist $3l = 4l'$, mithin $l = l' + \frac{l'}{3}$, und jede Hälfte von l um $\frac{l'}{6}$ größer, als eine Hälfte von l′. Theilt man jede Wellenlänge l′ in 6 gleiche Theile, so ist die Lage der größeren Wellen leicht zu ermitteln, und es wird ersichtlich, daß die verdichteten Schichten der ersten Welle von K und K′ zusammenfallen, wodurch eine verstärkte Verdichtung und daher auch ein verstärkter Impuls auf das Gehörorgan entsteht; von der zweiten Welle von K′, die bei 2 beginnt, fallen verdichtete Schichten mit den verdünnten der ersten Welle von K und verdünnte von K′ mit verdichteten von K zusammen; auch sind die Geschwindigkeiten der Wellentheilchen einander entgegengesetzt, daher heben sich die Bewegungen der Theilchen theilweise auf, und der Impuls auf das Gehörorgan wird schwächer; dieß ist in noch höherem Grade bei der dritten Welle der Fall, die in 3 ihren Anfang hat; hier fällt der verdichtete Theil von K′ vollständig in den verdünnten von K, und der verdünnte von K′ in den verdichteten von K; mit der vierten Welle von K′, von welcher ein verdichteter Theil mit einem verdichteten von K zusammenfällt, fängt der Impuls an, wieder stärker zu werden, und erreicht beim Ankommen der 5. Welle von K′, deren Verdichtung mit der Verdichtung der 4. Welle von K eben so wie im Beginne bei 1 zusammenfällt, die größte Stärke, worauf dieselben Aenderungen in der Stärke des Eindruckes sich wiederholen, wie in der ersten Periode, und so kommt es, daß man während einer Secunde 6mal ein Anschwellen und ein darauf eintretendes Nachlassen des Tones, einen sogenannten S t o ß (Schwebung) wahrnehmen wird. Man hört diese Stöße sehr deutlich, wenn man z. B. zwei Stimmgabeln oder zwei Orgelpfeifen, die nahe im Einklange stehen, zum Tönen bringt. Sind die Schwingungszahlen der beiden Töne nur um wenige Einheiten verschieden, so ist die Zahl der in einer Secunde entstehenden Stöße klein, und man kann sie zählen; werden die Unterschiede der Schwingungszahlen größer, so folgen die Stöße rasch auf einander; sind sie so rasch, daß der Eindruck des ersten noch fortdauert, wenn der des zweiten beginnt, so bringen sie einen Ton hervor, den man C o m b i n a t i o n s t o n oder T a r t i n i'schen Ton nennt. Die Töne, aus welchen der letztere Ton entsteht, heißen primäre Töne.

Sind M und N die Schwingungszahlen zweier consonirenden Töne, $N > M$, mithin $\frac{N}{M}$ die relative Höhe des höheren Tones bezüglich des tieferen, und ist ϱ das gemeinschaftliche Maß der beiden Zahlen, so daß

$$\frac{N}{M} = \frac{\varrho n}{\varrho m} = \frac{n}{m},$$

so gibt $\varrho n - \varrho m = \varrho (n - m)$ den Unterschied in den Schwingungszahlen der primären Töne; dieser Unterschied ist gleich der Anzahl der in einer Secunde vorkommenden Stöße oder Schwebungen, mithin die Schwingungszahl des Combinationstones, dessen Verhältniß daher zu dem tieferen Tone M durch den Quotienten $\frac{\varrho m}{\varrho (n - m)} = \frac{m}{n - m}$ ausgedrückt wird. Bringt man z. B. zwei Saiten an einer Violine gleichzeitig zum Tönen, und die Töne verhalten sich wie 2 : 3, d. i. wie der Grundton zur Quint, so hört man einen dritten Ton, der sich zum Grundton verhält, wie 1 : 2, mithin die tiefere Octave des Grundtones. — Verhalten sich diese Töne zu einander, wie der Grundton zur Quart, d. i. wie 3 : 4, so entsteht der Combinationston $^3/_1$, mithin ein tiefer Ton, bezüglich dessen der Grundton als die Quinte von der Octave desselben erscheint. Sind M und N consonirende Töne, so steht auch der Combinationston mit ihnen in einem einfachen Verhältnisse. Tartini untersuchte zuerst die Combinationstöne und machte von ihnen in der Musik Gebrauch. Hällström hatte das obige Gesetz aufgestellt; Scheibler machte von den Stößen die schönsten Anwendungen für die Stimmung der Orgel und des Claviers; soll z. B. die Länge einer Saite ermittelt werden, bei welcher die Saite genau denselben Ton gibt, wie eine Stimmgabel die 216 Schwingungen in einer Secunde macht, so stellt man den Steg so, daß bei gleichzeitigem Tönen der Saite und der Stimmgabel 4 Stöße in einer Secunde gezählt werden; die Saite macht dann entweder 220 oder 212 Schwingungen, darum muß noch ein zweiter Punkt nahe an dem ersten zu finden sein, der die Beschaffenheit hat, daß, wenn man den Steg dahin stellt, abermals 4 Stöße wahrgenommen werden; die Mitte zwischen den beiden Punkten ist nun der Ort, an dem man den Steg anbringen muß, um den beabsichtigten Einklang zwischen der Stimmgabel und der Saite zu erhalten. — Eine vollständige Theorie der Anwendung der Stöße zur Stimmung der Instrumente hat neuestens Vincent aufgefunden.

Es gibt noch Combinationstöne höherer Ordnung; eine Theorie derselben hat Helmholtz gegeben. (Pogg. Ann. XCIX, 497.)

Ein sogenannter kreischender Ton besteht aus mehreren in demselben Körper entstandenen Tönen, die gemeinschaftlich eine unangenehme Wirkung erzeugen.

Vom Lichte.

§. 143. Undulations-Theorie. Die Erklärung der Lichterscheinungen beruht auf Hypothesen, unter denen gegenwärtig die Undulations-Theorie das größte Ansehen behauptet, da sie die Erscheinungen auf das Genügendste erklärt. Nach ihr ist der ganze Weltraum mit einem sehr feinen elastischen Stoffe, Aether genannt, erfüllt; dieser durchdringt alle Körper, nimmt die Zwischenräume derselben ein, besitzt wohl die Eigenschaft der Trägheit, aber die Eigenschaft der Schwere, falls er sie auch besitzen sollte, kann bezüglich der andern Kräfte, von welchen die Lichterscheinungen abhängen, unbeachtet bleiben, und der Aether in einem leeren Raume an allen Stellen als gleichförmig dicht angenommen werden. Die Feinheit des Aethers ist so groß, daß er durch die feinsten Zwischenräume durchzugehen vermag, und der Bewegung der sehr dichten Körper nicht merklich widersteht, jedoch bei der Bewegung der Cometen von sehr geringer Dichte einen merklichen Widerstand äußern kann. — Die Aethertheilchen stehen durch Molecularkräfte mit einander in Wechselwirkung, so daß sich keines bewegen kann, ohne zugleich eine Bewegung der benachbarten Theilchen zu veranlassen.

Der Aether ist vollkommen elastisch, so daß jedes Aethertheilchen, welches durch irgend eine äußere Kraft aus seiner Gleichgewichtslage gebracht wird, mit einer der geschehenen Verschiebung proportionalen

Kraft dahin zu kommen strebt, weßhalb die Schwingung eines Aethertheilchens, so wie die Bildung und Fortpflanzung der Aetherwellen nach den für die elastischen Stoffe aufgestellten Gesetzen vor sich geht. — Auf den in den Zwischenräumen eines Körpers befindlichen Aether üben die Körpertheilchen eine Anziehung aus, in Folge deren seine absolute Elasticität vermindert wird, weßhalb zur Herstellung des Gleichgewichts mit dem Aether der Umgebung ein Theil des letzteren in die Poren eindringt, den hier vorhandenen Aether verdichtet, und die Elasticität desselben so weit steigert, bis sie der Elasticität des äußeren gleich geworden ist; diese Anziehung des Aethers durch die Körpertheilchen begründet daher eine Verschiedenheit der specifischen Elasticität, d. i. des Verhältnisses der absoluten Elasticität zur Dichte, und hängt von der Anordnung der Molecüle eines Körpers ab, kann daher auch nach verschiedenen Richtungen einen verschiedenen Werth haben.

Ein leuchtender Punkt befindet sich in einer schwingenden Bewegung, die in dem ihn umgebenden Aether die Bildung von Wellen (Lichtwellen) veranlaßt, welche sich nach allen Richtungen fortpflanzen, so bis zur Netzhaut unseres Auges gelangen, und hier durch Einwirkung auf den Sehnerven das Sehen des leuchtenden Punktes erzeugen. Die Schwingungen des Aethers geschehen, wie die Theorie lehrt, sowohl in der Richtung, in welcher die Welle fortschreitet, als auch in Ebenen, die auf dieser Richtung senkrecht stehen; sie sind somit sowohl longitudinal als transversal; allein die Wirkung der ersteren auf unser Auge ist bezüglich der durch die transversalen Schwingungen erzeugten, verschwindend klein, weßhalb wir nur letztere beachten werden, während wir beim Schalle nur die longitudinalen berücksichtigt haben. (Kunzek's Studien pag. 297.) — Von der Schwingungsdauer ist bei schallenden Körpern die Tonhöhe, bei leuchtenden die Farbe abhängig; die Fortpflanzungsgeschwindigkeit ist für Licht von jeder Farbe die nämliche, indem sie eben so wie die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Schallwelle der Quadratwurzel aus der specifischen Elasticität des Mittels proportional ist.

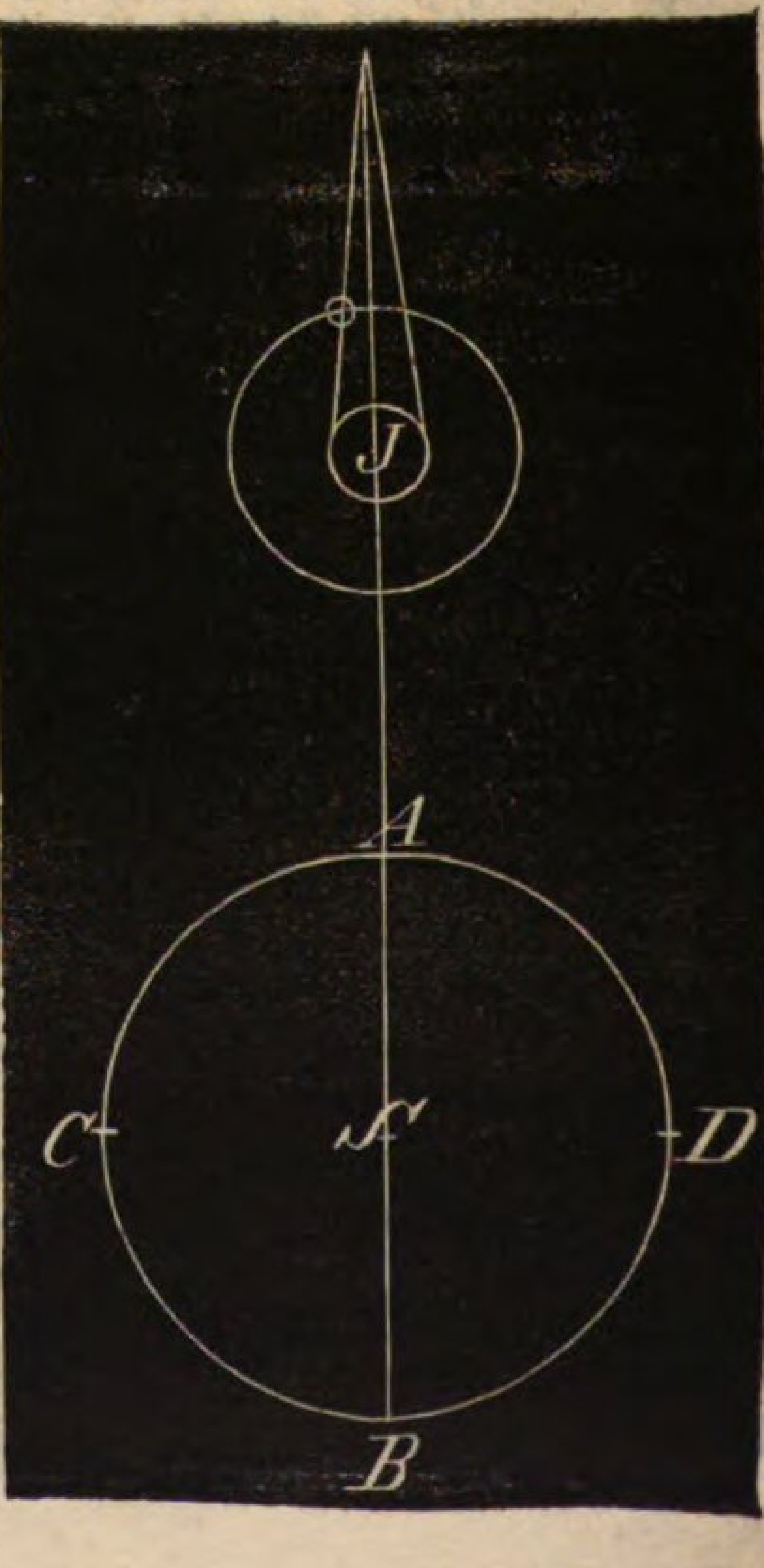
Selbstleuchtende Körper sind solche, welche die Eigenschaft besitzen, den Aether in schwingende Bewegung zu versetzen, also Lichtwellen zu erzeugen; die dunklen werden nur dadurch sichtbar, daß sie die von selbstleuchtenden Körpern kommenden Lichtwellen zurückwerfen. Nach den Gesetzen der Wellenbewegung sind die in einem gleichförmig elastischen Mittel erzeugten Wellen kugelförmig; jeder Halbmesser einer kugelförmigen Lichtwelle ist ein Lichtstrahl, dessen Richtung die Richtung angibt, in welcher die Welle an dem Punkte fortschreitet, den der Lichtstrahl trifft. In einem gleichförmig elastischen Mittel müssen die Lichtstrahlen geradlinig bleiben, weil die Lichtwellen ihre kugelförmige Gestalt fortdauernd behalten. Bei einem gewöhnlichen Lichtstrahle schwingen die ihm zugehörigen Aethertheilchen in allen möglichen durch den Strahl gehenden Ebenen, daher haben alle Seiten des Strahls die nämliche Beschaffenheit, und keine ist durch irgend etwas ausgezeichnet, was nicht alle anderen hätten. Schwingen sämmtliche Aethertheilchen eines Lichtstrahls in parallelen Richtungen, somit in einer und derselben durch den Strahl gelegten Ebene, so heißt der Lichtstrahl ein polarisirter; die Ebene, in welcher die Schwingungen stattfinden, heißt die Schwingungsebene, und die darauf senkrechte die Polarisations-

ebene des Strahls. Von zwei Strahlen, deren Polarisationsebenen senkrecht auf einander stehen, sagt man, daß sie nach entgegengesetzten Richtungen, oder auch, daß sie unter einem rechten Winkel polarisirt sind. Die Thatsache, daß zwei entgegengesetzt polarisirte Lichtstrahlen von gleichen Amplituden sich bei der Interferenz unter Umständen nicht vernichten, ja nicht einmal schwächen, unter welchen nicht polarisirte sich vollständig aufheben, nöthiget zur Annahme der transversalen Schwingung der Aethertheilchen, weil dann ein Aethertheilchen, in welchem zwei entgegengesetzt polarisirte und nach derselben Richtung fortschreitende Lichtstrahlen zusammentreffen, von beiden Strahlen bei jedem Phasenunterschiede nur in Richtungen zur Bewegung angeregt wird, die einen rechten Winkel bilden, daher die resultirende Bewegung niemals gleich Null werden kann.

Encke hat bei dem nach ihm benannten Cometen nachgewiesen, daß die große Axe seiner elliptischen Bahn und daher auch seine Umlaufszeit, die einen Zeitraum von $3\frac{1}{3}$ Jahren umfaßt, immer kleiner wird, was man dem Widerstande des Aethers zuschreibt, der die Tangentialkraft schwächt, und dadurch bewirkt, daß die Centripetalkraft der Sonne den Cometen näher zu sich ziehen, und seine Bewegung beschleunigen kann. — Die chemischen Wirkungen des Lichtes wollte man mit der Undulations-Theorie unvereinbar finden; allein man kann sie leicht erklären, wenn man bedenkt, daß die Körper auch auf die Aethertheilchen anziehend wirken, und die Wirksamkeit der bei den chemischen Wirkungen thätigen Kräfte durch die bei der schwingenden Bewegung vorkommende Annäherung der Theilchen befördert wird. — An den Stellen, wo sich die Wirkungen zweier Lichtwellen aufheben, findet keine chemische Wirkung statt; denn Arago fand, daß an diesen Stellen Chlorsilber nicht geschwärzt wird.

Die Urheber der Undulations-Theorie waren: Huyghens, Descartes und Euler: ausgebildet wurde sie erst im laufenden Jahrhundert durch Young, Fresnel, Fraunhofer, Herschel, Airy und insbesondere durch Cauchy.

Fig. 169.



§. 144. Geschwindigkeit des Lichtes. Der Planet Jupiter J, Fig. 169, wirft, indem er von der Sonne S erleuchtet wird, wie jede undurchsichtige, erleuchtete Kugel hinter sich einen kegelförmigen Schatten; tritt nun einer seiner um ihn herumkreisenden Trabanten in diesen Schattenkegel ein, so wird er für uns unsichtbar, er erscheint verfinstert. Die Zeit zwischen dem Anfange, Mitte oder Ende einer Verfinsterung bis zu demselben Zeitmomente der nächsten darauf folgenden heißt die synodische Umlaufszeit des Trabanten. Die Verfinsterungen der Jupiterstrabanten waren ehemals für die Bestimmung der geographischen Länge eines Ortes sehr wichtig, deßhalb war man bemüht, die Zeitpunkte ihrer auf einander folgenden Eintritte oder Austritte für einen längeren Zeitraum vor-

aus mit Genauigkeit zu ermitteln; dieß schien möglich, sobald der mittlere Werth der synodischen Umlaufszeit eines Trabanten genau bekannt geworden ist; man erhielt ihn, indem man das Zeitintervall zwischen zwei weit von einander entfernten gleichartigen Momenten der Verfinsterung durch die Anzahl der während dieser Zeit stattgehabten Umläufe dividirte. So fand man, daß der erste, das ist der dem Jupiter nächste Trabant bei jedem Umlaufe verfinstert wird, und daß seine synodische Umlaufszeit 42 Stunden, 27 Minuten und 33 Secunden beträgt; hat man nun den Zeitpunkt T des Eintritts einer Verfinsterung beobachtet, so findet man, falls das Licht keine merkliche Zeit braucht, um von dem Trabanten bis auf die Erde zu kommen, den Zeitpunkt für die 1., 2., 3. . . nachfolgende Verfinsterung, wenn man die einfache, die doppelte, die dreifache . . . Umlaufszeit zu T addirt. Allein hat man den Zeitpunkt T eines Moments der Verfinsterung für den Fall bestimmt, wo die Erde in A, also dem Jupiter am nächsten stand, und vergleicht die beobachteten Zeitpunkte der gleichartigen Momente der darauf folgenden Verfinsterungen mit den berechneten; so ergibt sich während der Bewegung der Erde von A durch D nach B, wo die Erde am weitesten vom Jupiter entfernt ist, eine zunehmende Verspätung der beobachteten Zeitpunkte hinter den berechneten; diese Verspätung ist für alle vier Trabanten gleich groß, und beträgt, wenn die Erde in B sich befindet, 16 Minuten, 26 Secunden. Es war der dänische Astronom Olof Römer, dessen Scharfsinn um das Jahr 1675 sogleich erkannte, daß die Ursache der Nicht-Uebereinstimmung der Beobachtung mit der Rechnung nur darin liege, daß man bei der Rechnung auf die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes keine Rücksicht nahm; an dem Orte B sind wir um den ganzen Durchmesser der Erdbahn vom Jupiter weiter entfernt, als in A, und sehen daher den Anfang oder das Ende der Verfinsterungen um so viele Secunden später, als in A, wie viele Secunden das Licht braucht, um den Durchmesser der Erdbahn von 41,316,000 Meilen zurückzulegen. Die Thatsache, daß die Verspätung der Finsterniß genau in demselben Verhältnisse zunimmt, in welchem die Entfernung der Erde vom Jupiter wächst, beweiset, daß die Bewegung des Lichtes eine gleichförmige ist; auch die Erscheinungen der Aberration des Lichtes, die wir in der Astronomie besprechen wollen, lehren, daß das Licht, mag es von einem näheren oder entfernteren Weltkörper kommen, immer mit der nämlichen Geschwindigkeit zu uns gelangt, was nur möglich ist, wenn seine Bewegung gleichförmig vor sich geht. Man braucht daher nur den Durchmesser der Erdbahn durch $16' \, 26'' = 986''$ zu dividiren, um die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes zu finden; es ergibt sich, daß der Weg, den das Licht während einer Secunde zurücklegt, 41,518 geogr. Meilen zählt.

In der neuesten Zeit hat Fizeau durch ein sehr sinnreiches Verfahren die Geschwindigkeit des von einem irdischen Gegenstande, z. B. von einer Lampe ausgestrahlten Lichtes gemessen, und sie beinahe eben so groß gefunden, wie die oben angegebene. Pogg. Ann. 79. Bd. (Kunzek's Lehre vom Lichte, 2. Aufl.)

§. 145. Stärke der Erleuchtung. 1. Die Wirkung, die eine kugelförmige Welle, mithin die Erleuchtung, die eine Lichtwelle an einer Fläche, welche sie in senkrechter Richtung trifft, hervorbringt, wird den Gesetzen der Wellenbewegung gemäß, in dem nämlichen Verhältnisse

kleiner, in welchem das Quadrat der Entfernung der erleuchteten Fläche von der Lichtquelle abnimmt. Dieß wird ohne Berücksichtigung der Wellenbewegung ersichtlich, wenn man sich einen leuchtenden Punkt im Mittelpunkte einer Hohlkugel denkt, und beachtet, daß alle Punkte der innern Kugelfläche, indem sie sämmtlich von senkrecht auffallenden Strahlen getroffen werden, gleichmäßig erleuchtet erscheinen; geht die Hohlkugel in eine größere vom Halbmesser D über, so ist die Erleuchtung noch immer an allen Stellen von der nämlichen, jedoch geringeren Stärke als früher, weil jetzt das Licht auf einer größeren Fläche ausgebreitet erscheint, daher die eine Flächeneinheit treffenden Lichtstrahlen nicht so dicht aneinander sich vorfinden, als bei der früheren kleineren Kugelfläche; die Stärke der Erleuchtung wird offenbar in demselben Maße abnehmen, in welchem die Größe der Kugelfläche zunimmt, mithin so, wie das Quadrat des Halbmessers, d. i. der Entfernung der erleuchteten Fläche von der Lichtquelle wächst.

Bezeichnet man mit J die Beleuchtungsstärke einer Flächeneinheit der Kugelfläche bei dem Halbmesser = 1, und mit J′ jene bei dem Halbmesser D, so ist

$$J' : J = 1 : D^2 \text{ und } J' = \frac{J}{D^2}.$$

Die Größe J ist das Maß der Erleuchtungskraft eines Punktes der Lichtquelle, und wird der wirkliche Glanz derselben genannt.

2. Ist BC, Fig. 170, ein so kleines und schmales Stück einer Fläche, daß man die von einer Lichtquelle darauf fallenden Strahlen als parallel betrachten kann, und stehen diese Strahlen auf BC senkrecht, so ist die Erleuchtungsstärke $J' = \frac{J}{D^2}$; es sei

Fig. 170.



nun AB ein von denselben Lichtstrahlen beleuchtetes Stück einer Fläche, die mit den Lichtstrahlen den Winkel φ einschließt, so erscheint die Erleuchtung derselben, die wir mit E bezeichnen wollen, so viele Mal schwächer als an BC, wie viele Mal das Flächenstück AB größer ist, als das Flächenstück BC, mithin

$$J' : E = AB : BC = 1 : \sin. \varphi,$$

mithin $$E = \frac{J}{D^2} \sin. \varphi,$$

woraus zu ersehen ist, daß die Erleuchtung einer Fläche desto schwächer wird, je mehr der Winkel, unter welchem die Lichtstrahlen auffallen, vom rechten abweicht.

3. Wenn die Lichtquelle nicht ein Punkt ist, so nimmt die Erleuchtung, die sie erzeugt, in dem Maße an Stärke zu, in welchem die leuchtende Oberfläche der Lichtquelle größer wird; heißt A die Größe dieser Oberfläche, so wird die Beleuchtungsstärke E einer in der Entfernung D stehenden, und mit den auffallenden Lichtstrahlen den Winkel φ einschließenden Fläche durch die Formel

$$E = \frac{AJ}{D^2} \sin. \varphi$$

ausgedrückt.

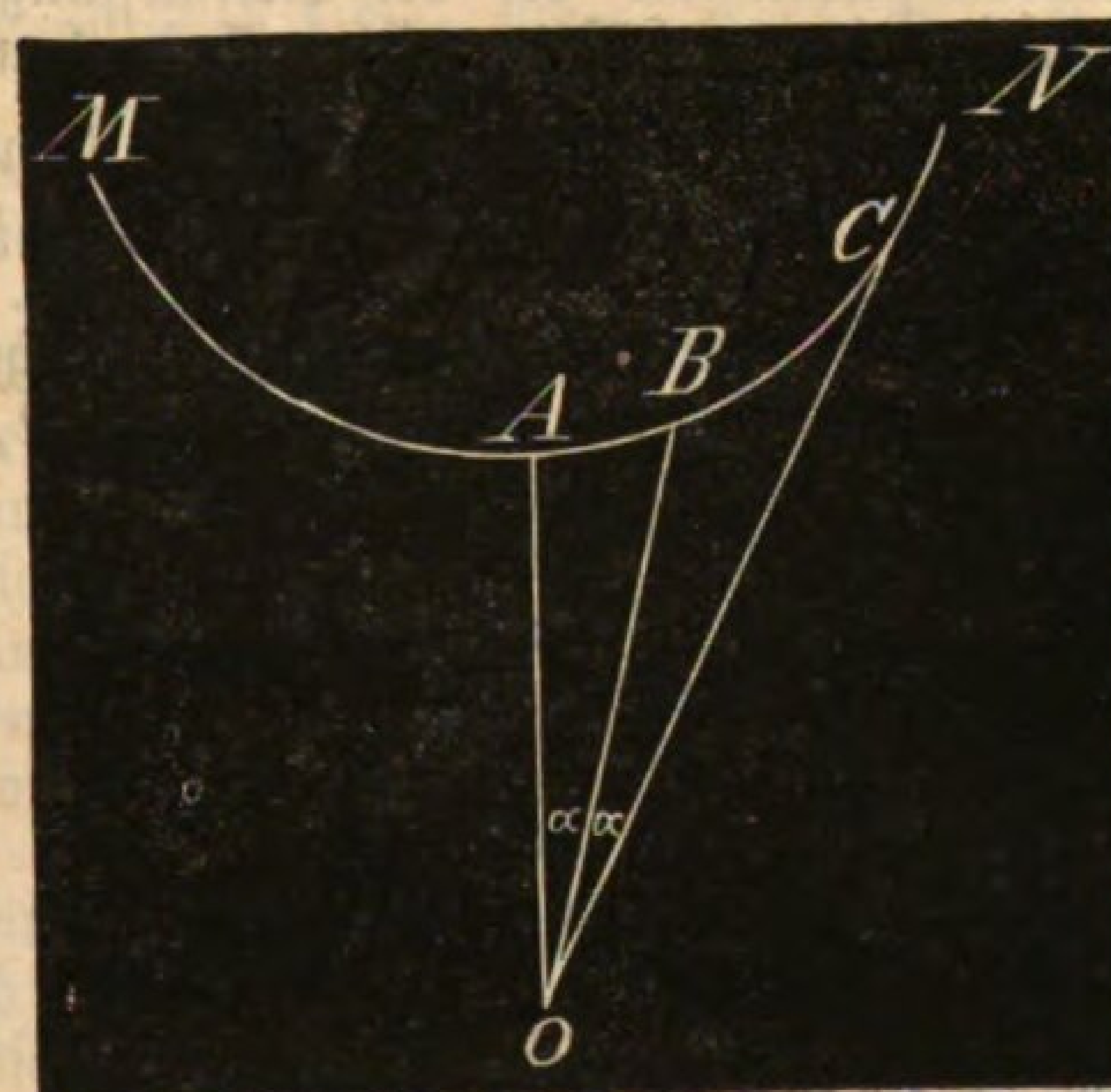
4. Es sei MN, Fig. 171, ein Theil eines kreisförmigen Durchschnittes einer kugelförmigen oder cylindrischen Lichtquelle, in O das Auge des Beobachters; AB und BC seien sehr kleine Bogenstücke, die von O aus unter dem nämlichen Sehwinkel α gesehen werden, so ist

$AB : AO = \sin.\alpha : \sin.\ ABO$ und $BC : BO = \sin.\alpha : \sin.\ BCO$;

da man die geringen Unterschiede in den Entfernungen der einzelnen Stücke von O vernachlässigen, somit $AO = BO$ setzen kann, so ist

$$AB : BC = \sin.\ BCO : \sin.\ ABO.$$

Fig. 171.



BCO und ABO sind Winkel, welche die austretenden Lichtstrahlen mit der leuchtenden Oberfläche bilden; man nennt sie Ausfluß- oder Ausstrahlungswinkel. Die letzte Proportion sagt daher, daß die unter gleichen Sehwinkeln gesehenen Theile der angenommenen Lichtquelle den Sinussen der Ausstrahlungswinkel umgekehrt proportionirt, und daher desto größer sind, je weiter sie von der Mitte A abstehen. Die Erfahrung lehrt aber, daß diese unter gleichen Sehwinkeln erscheinenden Bogenstücke, ungeachtet sie von der Mitte an gegen den Rand zu an Größe zunehmen, dennoch den nämlichen Glanz besitzen, also dieselbe Erleuchtung zu erzeugen vermögen; so z. B. sehen wir die Sonne an ihrer ganzen Ausdehnung von gleichem Glanze; ein glühender Cylinder erscheint in einem verfinsterten Zimmer am Rande eben so glänzend, als in der Mitte. Wenn nun das größere Stück BC die nämliche Erleuchtung erzeugt, wie das kleinere AB, so muß die Erleuchtungsstärke E′ der von BC kommenden, mithin schiefer austretenden Strahlen in dem nämlichen Verhältnisse kleiner sein, als die Erleuchtungsstärke E der von AB ausgehenden Strahlen, in welchem BC größer ist, als AB; man hat daher

$$E' : E = AB : BC,$$

mithin mit Rücksicht auf die obige Proportion:

$$E' : E = \sin.\ BCO : \sin.\ ABO$$

d. h. die Lichtstärke der in schiefer Richtung vom leuchtenden Körper austretenden Strahlen ist den Sinussen ihrer Ausstrahlungswinkel direct proportionirt.

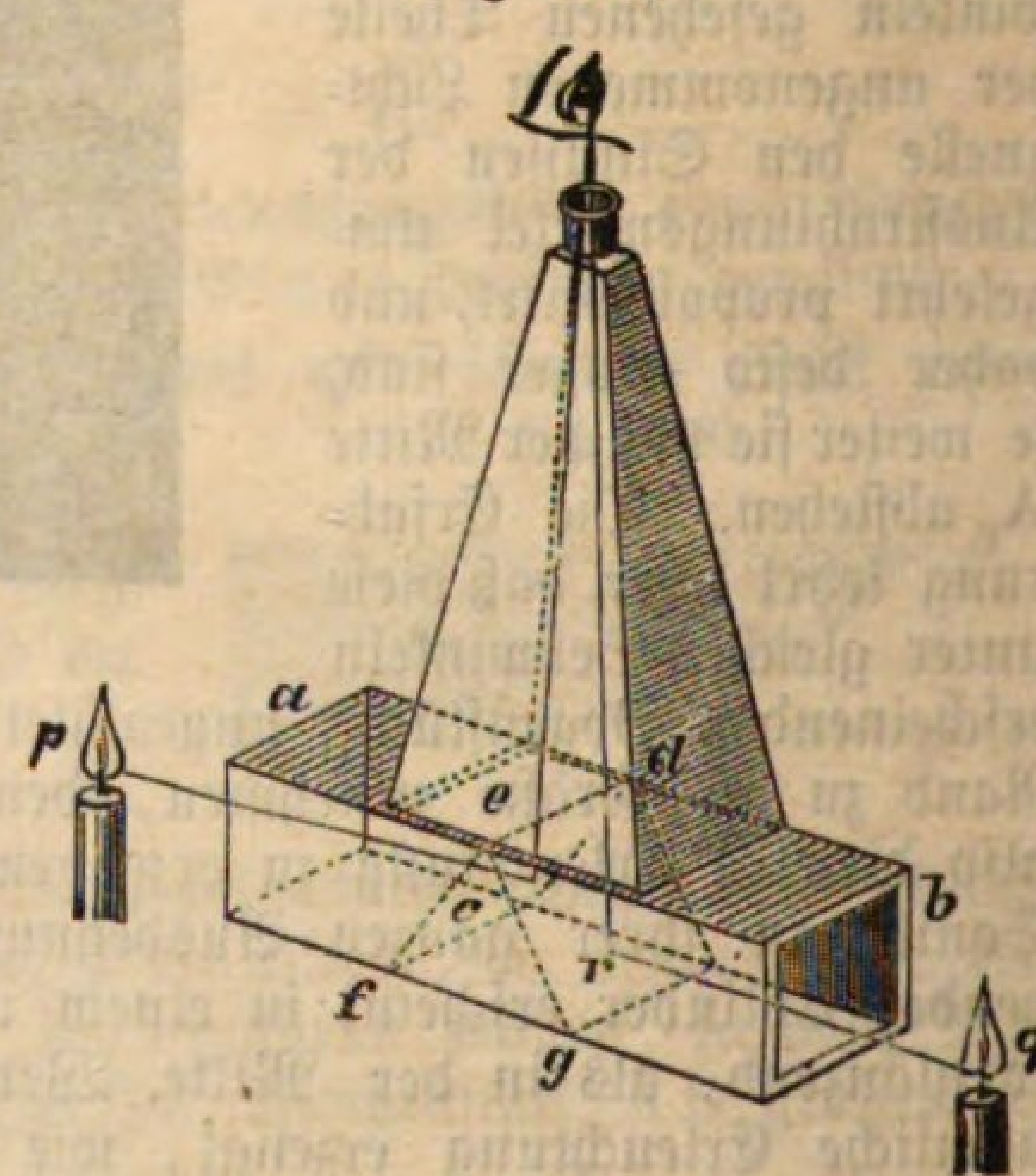
Aus dem Gesagten wird ersichtlich, daß die durch Sonnenlicht auf der Erdoberfläche bewirkte Erleuchtung mit der Größe des Winkels zunimmt, unter dem die Strahlen auffallen, daher mit der Sonnenhöhe sich ändert, an jedem Tage zur Mittagszeit, und im Laufe eines Jahres zur Zeit des Sommersolstitium am stärksten

ist. Eben so ist die Beleuchtung, die das Mondlicht hervorbringt, sehr verschieden, je nachdem der Mond zur Zeit seiner Culmination höher oder niedriger bezüglich des Horizontes steht.

§. 146. Photometer. Die Messung der Lichtstärke erfordert, wie jede andere Messung einen unveränderlichen, mit der zu messenden Größe gleichartigen Maßstab; nun kennen wir keine Lichtquelle, deren Intensität zu allen Zeiten und unter allen Umständen unveränderlich bliebe; auch ist die Färbung des Lichtes sehr mannigfaltig und jede Farbenverschiedenheit begründet eine Art von Ungleichartigkeit. Aus diesen Gründen finden wir bei der Lichtmessung (Photometrie) nicht die Genauigkeit, die zur Lösung vieler Aufgaben nothwendig wäre.

Die gebräuchlichsten Photometer beruhen auf der Eigenschaft des Auges, die Gleichheit oder Ungleichheit zweier gleichzeitig betrachteten Erleuchtungen mit Sicherheit zu erkennen. Ein recht bequemes Photometer hat Ritchie construirt; es besteht aus einem rechtwinklichten, inwendig geschwärzten Kästchen, Fig. 172, das an den Enden offen ist, und in dessen Mitte zwei aus einem Stücke geschnittene Spiegel unter 45° gegen die Axe des Kästchens befestigt sind, wo dann der Winkel an der gemeinschaftlichen Kante ed ein rechter ist; diese Kante halbirt eine über ihr befindliche Oeffnung, die mit einem Streifen von mattgeschliffenem Glase bedeckt wird; ein längs der Kante ed gezogener schwarzer Strich theilt den Glasstreifen in zwei gleiche Theile. Will man zwei Lichtquellen p und q rücksichtlich ihrer Stärke mit einander vergleichen, so stellt man die eine auf eine Seite, die andere auf die andere Seite des Kästchens, und bewegt sie so lange hin und her, bis das matte Glas, auf das man durch eine über ihm angebrachte und inwendig geschwärzte Röhre sieht, auf beiden Seiten von ed gleich stark erleuchtet erscheint, worauf man die Entfernungen der Lichter von der Mitte des Instrumentes mißt, und das Verhältniß der Lichtstärke von p und q dem Verhältnisse der Quadrate dieser Entfernungen gleich setzt. Beträgt die Entfernung der einen Lichtquelle 3 Fuß, die der andern 5, so verhält sich die Stärke der ersten zur Stärke der zweiten wie 9 : 25. Anstatt der Spiegel kann man auch zwei glatte, weiße und aus demselben Stücke geschnittene Papierstreifen nehmen.

Fig. 172.



Bunsen's Photometer ist ein Kasten zur Aufnahme einer Argandischen Lampe mit einem an der ihr gegenüberstehenden Wand angebrachten Auszugsrohr, dessen äußere Oeffnung mit einer weißen Papierfläche verschlossen ist; diese Papierfläche macht man bis auf einen Kreis in der Mitte mit warmem Stearin durchscheinend. Will man die Lichtstärke

einer Lichtquelle B mit der Lichtstärke der Argand'schen Lampe vergleichen, so stellt man B vor die Papierfläche in eine solche Entfernung, daß der ungetränkte Theil dieser Papierfläche eben so hell erleuchtet erscheint, wie der durchscheinende; bei dieser gleichen Helligkeit wird derjenige Theil des von B kommenden Lichtes, welchen der transparente Theil der Papierfläche durchläßt, durch den von der Lampe kommenden und durchgelassenen vollkommen ersetzt; was nur möglich ist, wenn die von B erzeugte Erleuchtung eben so stark ist, wie die von der Lampe hervorgebrachte; mißt man nun die Entfernungen der beiden Lichtquellen von der erleuchteten Papierfläche, so gibt das Verhältniß ihrer Quadrate das Verhältniß der Intensitäten beider Lichtquellen. Der Kasten läßt sich auf einer mit einer Maßeintheilung versehenen Rinne hin und her schieben, so daß die jedesmalige Entfernung der Lichtquelle B von der Papierfläche leicht anzugeben ist.

§. 147. Durchsichtige und undurchsichtige Körper. Abnahme der Lichtstärke beim Durchgange der Strahlen durch ein Mittel. Kommt eine Lichtwelle an die Trennungsfläche zweier Mittel, so versetzt sie den in dem neuen Mittel befindlichen Aether in schwingende Bewegung, so daß jeder Punkt der Trennungsfläche der Mittelpunkt neuer Wellen wird, die theils in dem alten, theils in dem neuen Mittel sich fortpflanzen; letztere mit einer anderen der specifischen Elasticität des dem Mittel angehörigen Aethers entsprechenden Geschwindigkeit, und einer andern von der Beschaffenheit des Körpers abhängigen Schwingungsintensität. Gelangt die durch das neue Mittel fortgehende Welle auf die entgegengesetzte Seite desselben mit einer Schwingungsintensität, die geeignet ist, einen Lichteindruck hervorzubringen, so erscheint das neue Mittel durchsichtig oder durchscheinend; pflanzt sich die Wellenbewegung nicht bis auf die entgegengesetzte Seite fort, oder nur dergestalt, daß die Amplituden, mithin auch die Schwingungsintensitäten zu unbedeutend werden, und das Auge nicht mehr zu afficiren vermögen, so erscheint der Körper undurchsichtig. Hieraus wird ersichtlich, daß das Licht beim Uebergange aus einem Mittel in ein anderes immer eine theilweise Zurückwerfung erfährt, und daher das in den Körper eindringende sowie das reflectirte von geringerer Stärke erscheint, als das auffallende. Eine zweite Schwächung erleidet das Licht beim Austritte auf der entgegengesetzten Seite des Körpers, wo abermals eine theilweise Zurückwerfung stattfindet. Wegen Mangel an Continuität und Gleichartigkeit des Mittels wird das durchgehende Licht fast in jeder Schichte theilweise zurückgeworfen, somit desto mehr geschwächt, je weiter es vordringt.

Um das Gesetz zu finden, nach welchem die Stärke des durch ein Mittel gehenden Lichtes abnimmt, wollen wir ein Mittel annehmen, das in seiner ganzen Ausdehnung dieselbe Beschaffenheit in jeder Rücksicht besitzt, von dem daher gleich dicke Schichten denselben aliquoten Theil des eintretenden Lichtes absorbiren; es sei J die Stärke des Lichtes beim Eintritte in die erste Schichte, und es gehe beim Durchgange durch eine Schichte der nte Theil von J, also $\frac{J}{n} = J\mu$ verloren, wo $\mu = \frac{1}{n}$ ist, und Absorptionscoefficient heißt, so tritt das Licht in die

zweite gleich dicke Schichte nur mit der Stärke $J - J\mu = J(1-\mu)$ ein, und da es daselbst abermals um den nten Theil geschwächt wird, somit den Verlust $\frac{J}{n}(1-\mu) = J\mu(1-\mu)$ erleidet, gelangt es in die dritte Schichte nur noch mit der Stärke

$$J(1-\mu) - J\mu(1-\mu) = J(1-\mu)^2.$$

Der Verlust beim Durchgange durch die dritte Schichte beträgt $J\mu(1-\mu)^2$, mithin ist die Stärke des austretenden und in die vierte Schichte übergehenden Lichtes

$$J(1-\mu)^2 - J\mu(1-\mu)^2 = J(1-\mu)^3$$

u. s. f. Beim Austritte aus der mten Schichte ist die Lichtstärke $= J(1-\mu)^m$.

Die Lichtstärke nimmt also in einer geometrischen Progression ab, wenn der zurückgelegte Weg in einer arithmetischen wächst. Der Werth von μ hängt nicht nur von der materiellen Beschaffenheit des Mittels, sondern auch von der Brechbarkeit der Lichtstrahlen und selbst von der Temperatur des Mittels ab.

Wenn der Absorptionscoefficient für Strahlen gewisser Brechbarkeit größer ist, als für andere, so erscheint das austretende Licht nicht nur bezüglich der Lichtstärke, sondern auch bezüglich seiner Farbe, verändert. Bezeichnen wir mit $J, J', J'' \ldots$ die Intensitäten, und $\mu, \mu', \mu'' \ldots$ die Absorptionscoefficienten der im weißen Lichte befindlichen Strahlen verschiedener Brechbarkeit, so ist die Intensität des aus der mten Schichte austretenden Lichtes

$$J(1-\mu)^m + J'(1-\mu')^m + J''(1-\mu'')_m + \ldots$$

mithin niemals gleich Null; allein wenn der echte Bruch $(1-\mu)$ für irgend einen Strahl eine sehr kleine Größe ist, so wird die Lichtstärke desselben schon bei einer geringen Dicke des Mittels unmerklich. Ist das Mittel unendlich dünn, daher m nahe gleich Null, so ist $J(1-\mu)^m$ nahe $= J$ d. h. es läßt alle Farbenstrahlen durch und erscheint farblos; so sind z. B. sehr dünne Kugeln aus gefärbtem Glase farblos. — Eine Auflösung von Saftgrün hat die Eigenschaft, das äußerste Roth (Dunkelroth) und Grün leichter durchzulassen als andere Strahlen, das Roth sogar viel leichter als Grün; da jedoch das Dunkelrothe ein sehr schwaches, Grün aber ein viel lebhafteres Licht ist, so erscheint uns eine weiße Wand, die wir durch eine dünne Schichte dieser Auflösung ansehen, nur grün; eine dickere Schichte absorbirt fast alles grüne Licht, während das Roth fast ungeschwächt durchgeht, daher sieht man die weiße Wand durch eine dickere Schichte von Saftgrün dunkelroth. Betrachtet man eine Lichtlinie, nachdem die von ihr kommenden Strahlen durch ein Glasprisma durchgegangen sind, mit einem ebenen und polirten Smalteglase von blauer Farbe, so erblickt man, wenn das Glas sehr dünn ist, alle Farben des Spectrums; wird das Glas dicker, so verschwinden manche Farben gänzlich, und man sieht viele schwarze Zwischenräume; bei einer gewissen Dicke sieht man nur das äußerste Roth und Violett.

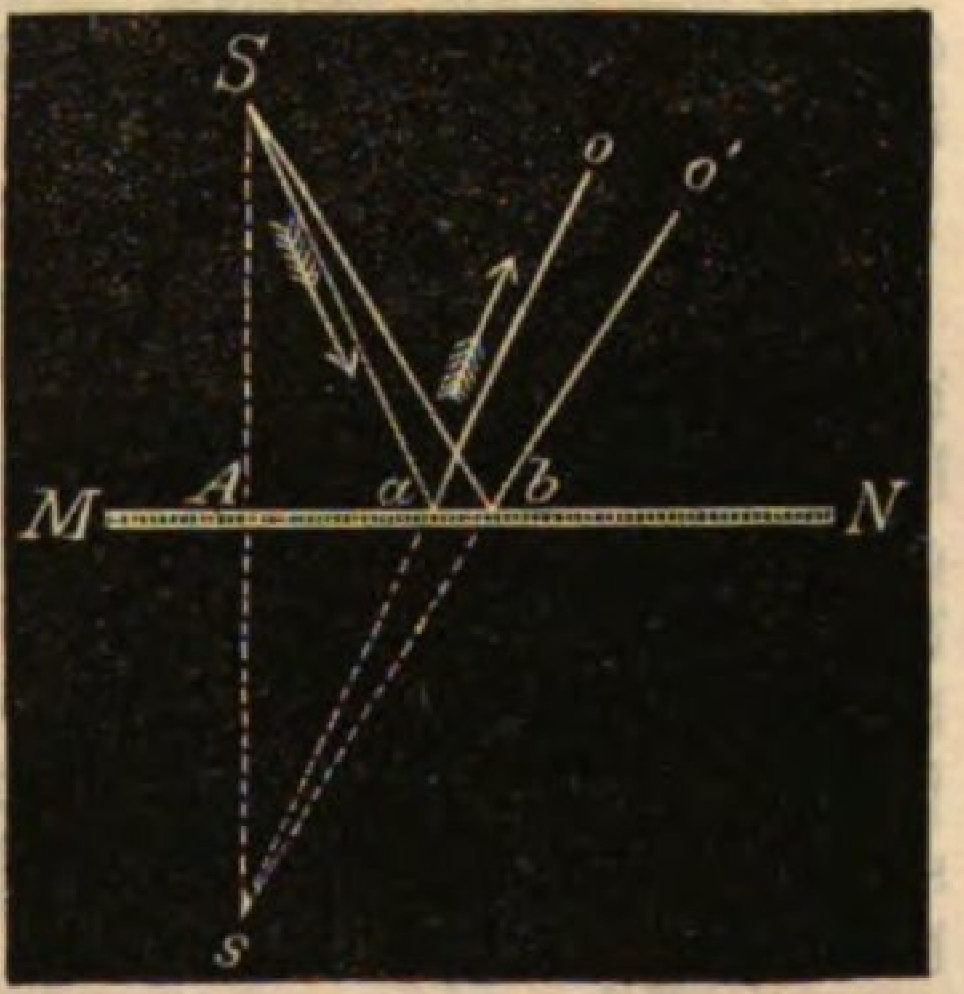
§. 148. Reflexion des Lichtes. Erscheinungen an ebenen Spiegeln.

1. Die Zurückwerfung der Lichtwellen an der Trennungsfläche zweier Mittel erfolgt genau nach den nämlichen Gesetzen, wie die Reflexion der Schallwellen; ist die Fläche sehr glatt, so setzen sich die von den einzelnen Punkten ausgehenden Elementarwellen zu einer einzigen Hauptwelle zusammen; es erscheint der einfallende und reflectirte Strahl mit dem Einfallslothe in der nämlichen Ebene, und der Einfallswinkel ist gleich dem Reflexionswinkel; daher sind auch die Winkel, welche der einfallende und der reflectirte Strahl mit der reflectirenden Ebene einschließt, einander gleich.

Ist die Fläche, auf welche die Lichtwellen auffallen, rauh, so sind die einzelnen kleinen Stückchen derselben verschiedenartig gegen die einfallenden Strahlen geneigt, und die von den einzelnen Stellen ausgehenden Elementarwellen setzen sich nicht mehr zu einer Hauptwelle zusammen, sondern es gehen von jedem Punkte Strahlen nach allen Richtungen aus, deren jeder nur eine sehr geringe Lichtstärke besitzt; dieses Licht heißt zerstreutes Licht, und ist dasjenige, welches jeden Punkt einer Fläche sichtbar macht. Die Sichtbarkeit der vom Lichte getroffenen Stellen eines Körpers, man mag sie von einer beliebigen Seite betrachten, beweiset, daß die Aetherteilchen an diesen Stellen als Mittelpunkte neuer Wellen angesehen werden können, und daß das Licht vom Auffallspunkte nach allen Seiten zerstreut wird. Die von einer glatten Fläche regelmäßig reflectirten Strahlen machen die Lichtquelle sichtbar, und wirken daher als Spiegel; allein selbst bei einer sehr vollkommenen Politur verbleiben kleine unmerkliche Erhabenheiten und Vertiefungen, welche eine schwache Zerstreuung des auffallenden Lichtes veranlassen, weßhalb es möglich ist, den vom Lichte erleuchteten Theil eines wohl polirten Metallspiegels in einem verfinsterten Zimmer von allen Seiten zu sehen. Man hat mit Hilfe des Photometers die Intensität des senkrecht reflectirten Lichtes bei einem Metallspiegel nahe $^3/_5$, bei Quecksilber $^3/_4$, bei Wasser $^1/_{50}$, bei Glas $^1/_{25}$ des einfallenden gefunden. Die Spiegel sind rücksichtlich ihrer Gestalt entweder Planspiegel oder gekrümmte, und dann entweder hohl oder erhaben.

2. Es sei MN, Fig. 173, der Durchschnitt eines Planspiegels mit einer Ebene, S der leuchtende Punkt, von dem die Strahlen Sa und Sb auf den Spiegel MN auffallen; zieht man den reflectirten Strahl ao dergestalt, daß er mit aN einen Winkel einschließt, der dem SaM gleich ist; verlängert dann den reflectirten Strahl ao rückwärts, bis er die von S auf MN gefällte Senkrechte im Punkte s schneidet; so ergibt sich, daß die rechtwinkeligen Dreiecke SaA und Aas congruent sind, da der Winkel SaA = NaO = Aas und die Gerade Aa beiden Dreiecken gemeinschaftlich ist. Hieraus folgt, daß SA = sA. Verbindet man s mit dem Auffallspunkte b irgend eines anderen Strahls Sb und verlängert sb nach o′, so ist diese Verlängerung bo′ die Richtung, in welcher der einfallende Strahl Sb reflectirt wird; denn aus der Congruenz der Dreiecke SbA und sbA folgt, daß die Winkel SbA und sbA einander gleich sind; und da der Winkel sbA seinem Scheitelwinkel Nbo′ gleich ist, so ist auch SbA = Nbo′, mithin bo′ die Richtung des reflectirten Strahls. Demnach wird jeder von dem Punkte S kommende und auf den Spiegel MN auffallende Strahl so reflectirt, daß er rückwärts verlängert den Punkt s trifft; daher gelangt das Lichtbündel Sab durch Reflexion in die zwischen oo′ befindliche Pupille des Auges genau so, wie wenn der Lichtpunkt S in s sich befände; folglich ist auch der Eindruck der näm-

Fig. 173.

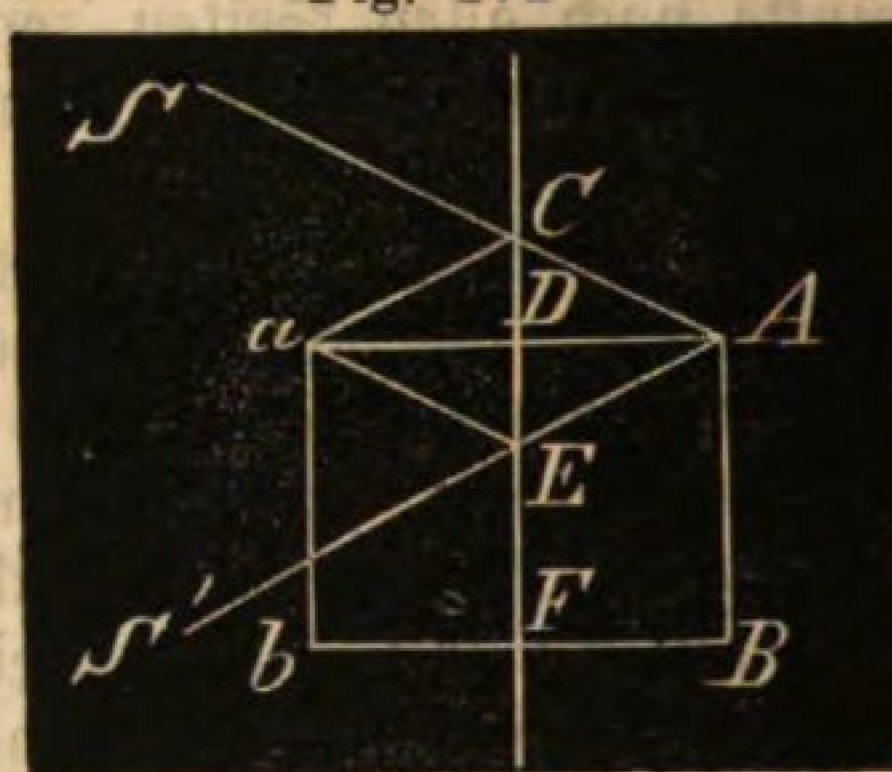


liche, und das Auge erblickt den Punkt S an dem Orte s; dieses s ist das Bild von S, und es steht, da As = AS, eben so weit hinter dem Spiegel, wie weit S vom Spiegel entfernt ist.

Bestimmt man auf die angegebene Art die Lage der Bilder von den Begränzungspunkten irgend eines Gegenstandes, so überzeugt man sich leicht, daß Bild und Gegenstand die nämliche Größe und die nämliche Neigung gegen den Spiegel haben, und daß das Bild nur dann gesehen wird, wenn sich das Auge in der Richtung der reflectirten Strahlen befindet.

3. Fallen die Strahlen SC, S′E, Fig. 174, auf einen Planspiegel MN convergirend auf, so daß sie ohne Spiegel in einem Punkte A sich vereinigen würden, so zieht man von A eine Senkrechte AD auf die Ebene des Spiegels, und verlängert sie so weit, bis sie von dem in C reflectirten Strahl im Punkte a geschnitten wird; aus der Congruenz der Dreiecke ACD und aCD folgt, daß AD = aD ist. Auf gleiche Weise läßt sich zeigen, daß auch der Strahl S′E nach der Reflexion die von A gezogene Senkrechte in a schneidet, und daß somit alle Strahlen, die sich ohne Spiegel in dem Punkte A vereinigt hätten, nach der Reflexion in einem Punkte a zusammentreffen, dessen Abstand vom Spiegel eben so viel beträgt, als der des Punktes A. Würde ohne Spiegel ein Bild eines ausgedehnten Gegenstandes in AB entstanden sein, so wird vermittelst des ebenen Spiegels ein gleich großes Bild ab vor dem Spiegel erzeugt. Dieser Fall kommt bei mehreren optischen Instrumenten vor.

Fig. 174.



4. Läßt sich ein Spiegel um eine in seiner Ebene liegende Axe drehen, und ist C, Fig. 175, ein Punkt dieser Axe, s das Bild eines leuchtenden Punktes S, wenn der Spiegel die Lage MN hat, und s′ das Bild desselben, wenn während der Drehung der Spiegel in die Lage M′N′ kommt, so ist der Drehungswinkel des Bildes $sCs' = BCs' - BCs = SCB - BCs$; da nun der Winkel

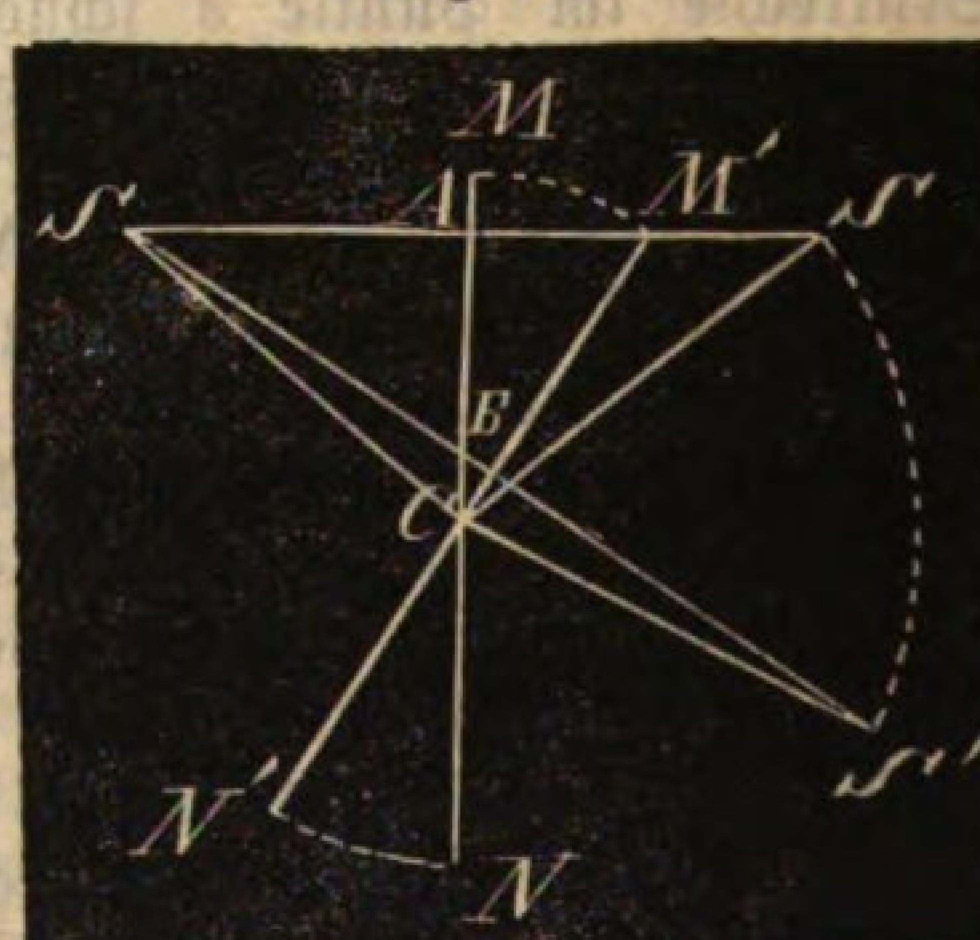
$$SCB = SCA + ACB = ACs + ACB = 2ACB + BCs,$$

so ist

$$sCs' = 2ACB + BCs - BCs = 2ACB$$

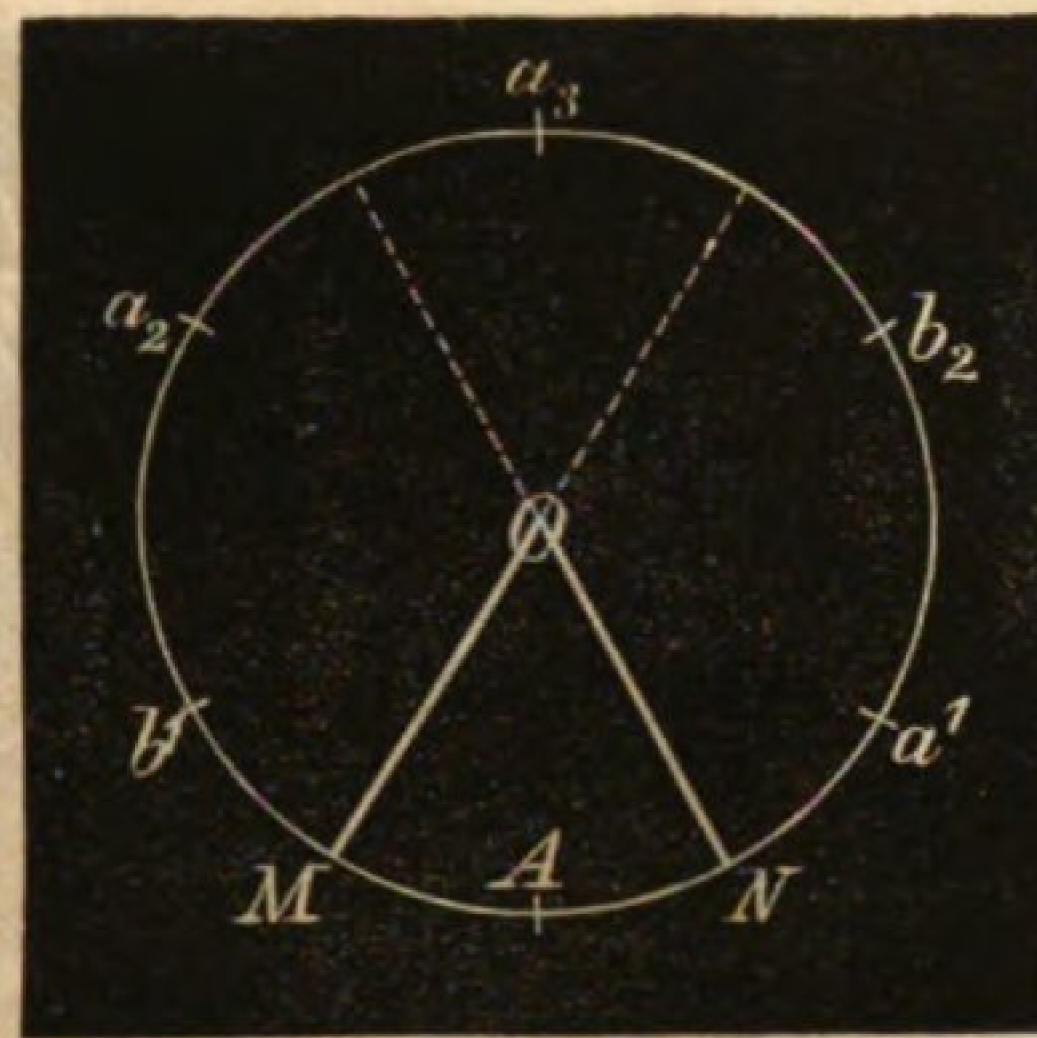
d. h. der Drehungswinkel des Bildes ist doppelt so groß, als jener des Spiegels.

Fig. 175.



5. Es sei A, Fig. 176, ein Lichtpunkt, liegend innerhalb eines von den Planspiegeln MO und ON eingeschlossenen Winkels; nehmen wir an, dieser Winkel zähle 60° und A sei in der Mitte des Winkels. Man beschreibe mit dem Halbmesser AO einen Kreis und berücksichtige, daß jedes in einem Spiegel erscheinende Bild von A bezüglich des anderen

Fig. 176.



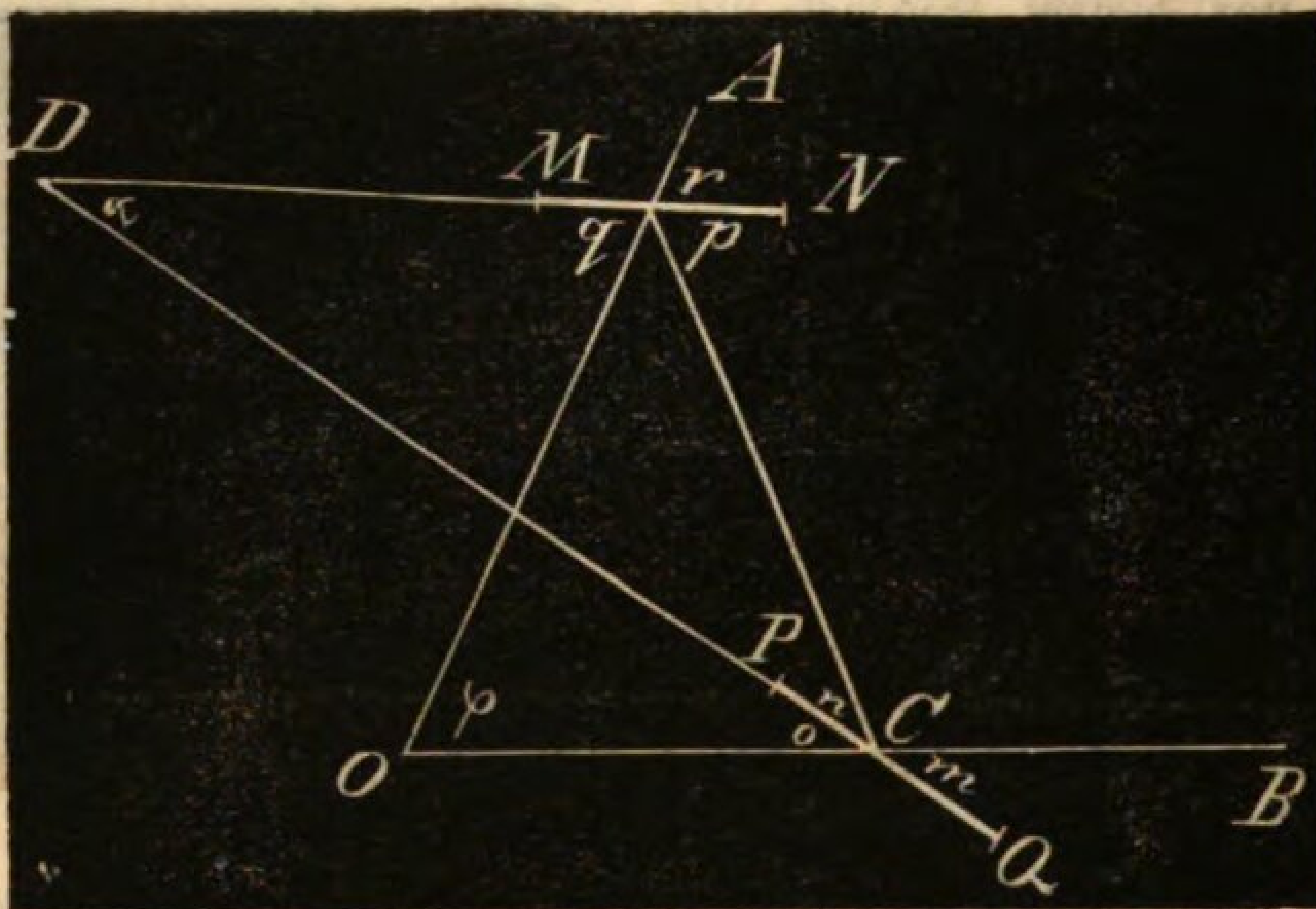
Spiegels als Object zu betrachten ist, sobald es vor diesem Spiegel steht, und daß die Sehne eines Bogens auf dem Halbmesser, der diesen Bogen halbirt, senkrecht steht, und von ihm halbirt wird, so ersieht man, daß, wenn man den Bogen Na_1 gleich macht dem Bogen NA, die Sehne Aa_1 auf ON senkrecht steht und durch ON halbirt, mithin a_1 der Ort des Bildes von A im Spiegel ON ist. Nimmt man $\widehat{Ma_2} = \widehat{Ma_1}$, so ist a_2 der Ort des Bildes von a_1 im Spiegel OM; a_2 erscheint noch vor dem Spiegel ON, macht man $\widehat{Na_3} = Na_2$, so erscheint in a_3 das Bild von a_2 im Spiegel ON. Das Bild a_3 erscheint bereits hinter dem Spiegel MO, daher ist von ihm kein weiteres Bild mehr möglich. Im Spiegel MO erscheint von A auch ein Bild, dessen Ort b_1 man erhält, wenn man $\widehat{Mb_1} = \widehat{MA}$ macht; von b_1 erscheint hinter dem Spiegel NO ein Bild b_2, dessen Lage sich ergibt, wenn man den Bogen Nb_2 gleich nimmt dem Bogen Nb_1. Das Bild b_2 erscheint noch vor dem Spiegel OM, mithin gibt dieser davon noch ein Bild, das an den Ort a_3 fällt, weil der Bogen Mb_2 gleich dem Bogen Ma_3 ist. Aus diesem Beispiele ist zu ersehen, daß sämmtliche Bilder in der Peripherie eines Kreises erscheinen, und bei dem angenommenen Winkel und der angenommenen Lage von A nur 5 Bilder möglich sind.

Man kann allgemein beweisen, daß die Anzahl der Bilder von der Größe des Winkels φ, den die Spiegel einschließen, aber auch von der Lage des Gegenstandes innerhalb dieses Winkels abhängt; ist die Peripherie durch diesen Winkel theilbar, und n der Quotient, den man bei der Division erhält, so ist, falls A in der Mitte des Bogens MN steht, die Zahl der Bilder gleich n — 1; es gibt auch mehrere Fälle, in welchen die Anzahl der Bilder größer ist. (Kunzek's Studien pag. 369.)

In meiner im Jahre 1836 erschienenen Lehre vom Lichte habe ich allgemein bewiesen, daß die Anzahl der Bilder nicht immer = n — 1, wie man behauptete, sondern auch um Eins größer sein kann; und doch hieß es in mehreren Zeitschriften, daß erst Bertin im Jahre 1850 auf diesen Umstand aufmerksam gemacht habe.

6. Vermittelst zweier Spiegel, wovon der eine MN, Fig. 177, eine unverrückbare Lage hat, nur zur Hälfte mit Amalgam belegt, und oben durchsichtig gelassen, der andere PQ dagegen drehbar eingerichtet ist, wird es möglich, den Winkel φ, den die von zwei entfernten Gegenständen A und B zum Auge O gezogenen Visirlinien mit einander einschließen, mit Genauigkeit zu bestimmen; man braucht nur den Spiegel PQ so lange zu drehen, bis der Strahl BC, der daselbst gegen den zweiten Spiegel MN reflectirt wird, nach der Reflexion durch den spiegelnden Theil von MN in der Richtung AO, also in der nämlichen Richtung zum Auge gelangt, in welcher der von A kommende und durch den durchsichtigen Theil von MN gehende Strahl das Auge trifft; dieß findet statt, wenn sich die Bilder der beiden Visirpunkte decken, und es ist in diesem Falle der Winkel φ gleich dem doppelten

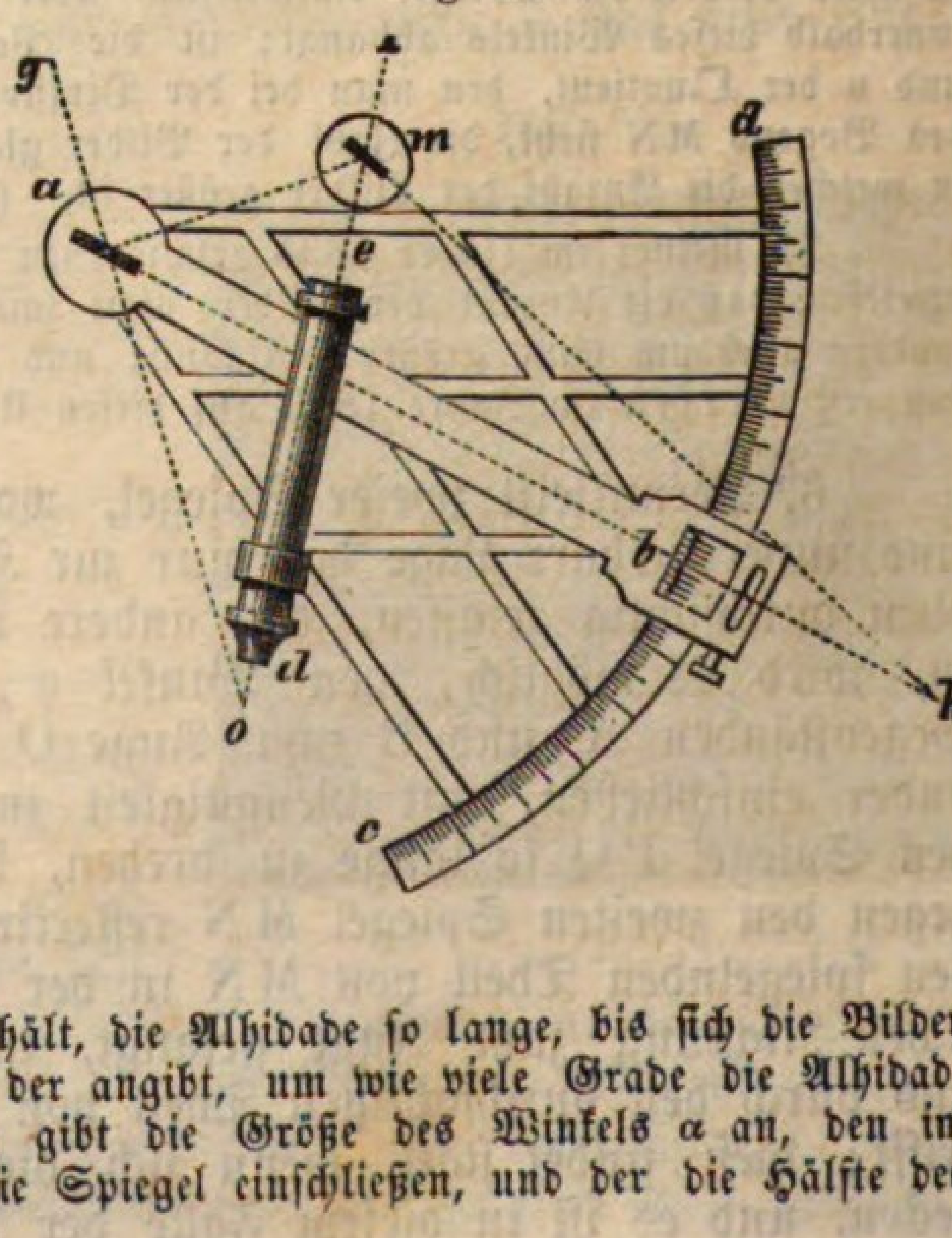
Fig. 177.



Winkel α, den die Richtungen beider Spiegel mit einander bilden; denn da $m = n = o$, $p = q = r$, so ist
$p + r = \varphi + o + n$; oder $2p = \varphi + 2n$, und $p = \alpha + n$, mithin $2\alpha = \varphi$.

Hierauf beruht der Spiegelsextant von Hadley, dessen man sich bedient, um den Winkel, welchen die von zwei entfernten Punkten zum Auge gezogenen Linien miteinander bilden, zu messen, mag die Ebene dieses Winkels eine beliebige Lage gegen den Horizont haben; die Messung ist selbst dann möglich, wenn der Beobachter keinen festen Stand hat, z. B. wenn er auf einem bewegten Schiffe steht. Er besteht aus einem metallenen Kreissector, bei welchem der Bogen nur wenig größer ist, als der sechste Theil der Peripherie, und dessen Centrum bei a, Fig. 178, der Drehungspunkt einer Alhidade ab ist, mit der sich, wenn sie gedreht wird, auch der an ihr senkrecht befestigte, um a drehbare Spiegel PQ bewegt; dieser Spiegel hat eine solche Lage, daß er, wenn die Alhidade auf den Nullpunkt der Scala eingestellt ist, vollkommen zu dem zweiten unverrückbaren Spiegel m parallel ist. An der Alhidade ist ein Nonius und zur genauen Einstellung auch eine Micrometerschraube; auf der Ebene des Sectors ist ein Fernrohr dergestalt befestiget, daß seine Axe gerade durch die Linie geht, welche die Grenze zwischen dem belegten und unbelegten Theile des Spiegels m bildet.

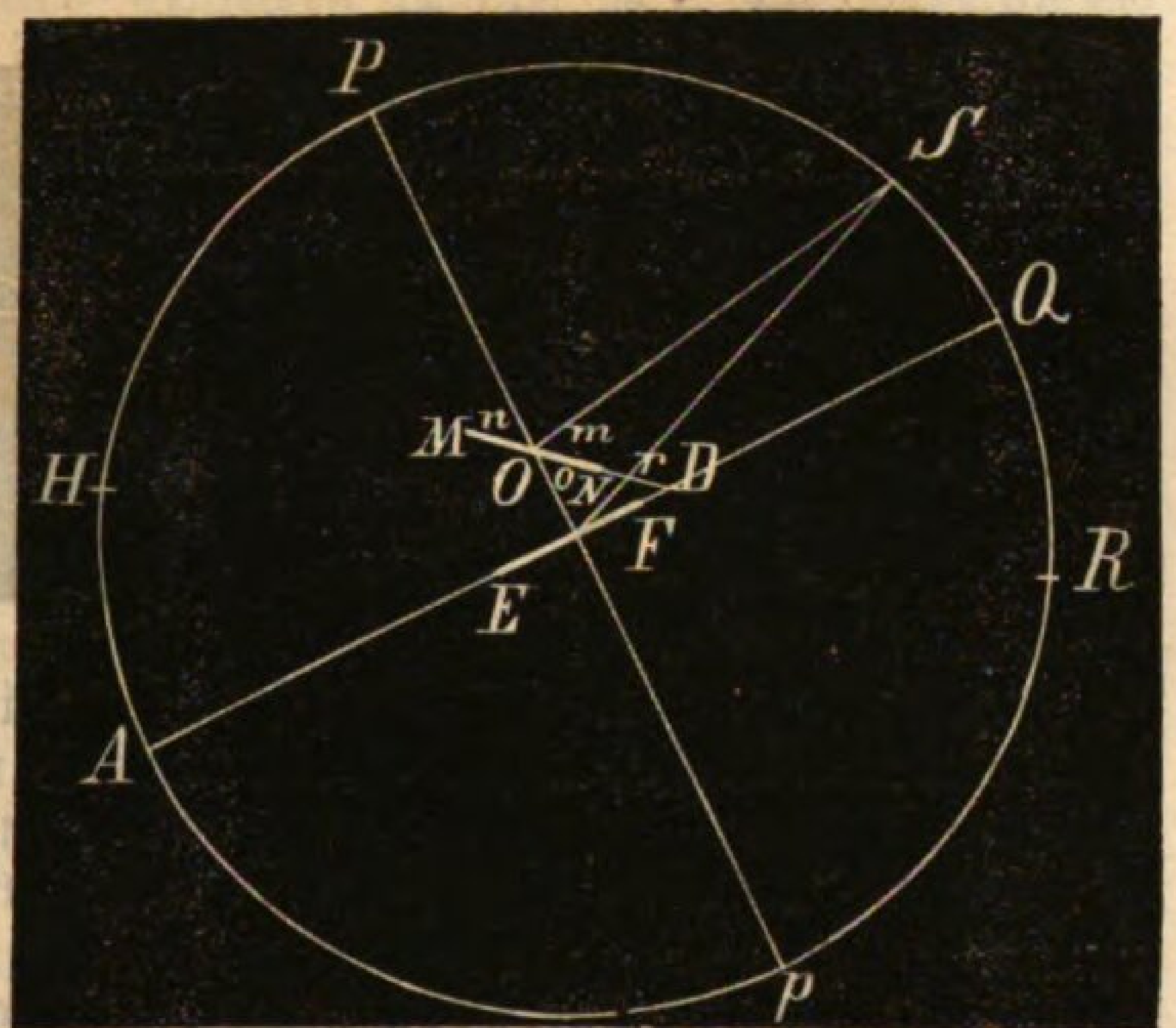
Fig. 178.



Will man nun den Winkel fog messen, so faßt man das Instrument bei dem Handgriffe, womit es versehen ist, bringt die Ebene des Sectors in die Ebene des Winkels fog und dreht, indem man dabei den Punkt f in der Axe des Fernrohres festhält, die Alhidade so lange, bis sich die Bilder von f und g decken; der Grundbogen, der angibt, um wie viele Grade die Alhidade vom Nullpunkte an gedreht worden ist, gibt die Größe des Winkels α an, den im Momente der Deckung beider Bilder die Spiegel einschließen, und der die Hälfte des Winkels fog beträgt.

Ist es bei einem optischen Versuche nothwendig, einen in ein verfinstertes Zimmer getretenen Lichtstrahl längere Zeit in einer und der nämlichen Richtung zu erhalten, so bedient man sich eines Heliostats, der in seiner einfachen Form aus einem in der Art aufgestellten und von einem Uhrwerk bewegten Spiegel besteht, daß der darauf fallende directe Sonnenstrahl, ungeachtet der beständigen Bewegung der Sonne am Himmelsgewölbe, beständig in der Richtung der Weltaxe, deren Lage unveränderlich ist, gegen einen zweiten Spiegel reflectirt, und von diesem dorthin geleitet wird, wo man ihn braucht. Um die richtige Lage des ersten Spiegels zu ermitteln, sei Pp, Fig. 179, die Weltaxe, S die Sonne am Himmelsgewölbe; der durch die beiden Pole und durch S gehende Kreis ist dann der Declinationskreis, dessen Ebene die Ebene des Aequators in der Geraden AQ schneidet; der Bogen $QS = \delta$ ist die Declination der Sonne, und das Maß des Centriwinkels SCQ. Ein Uhrwerk werde so aufgestellt, daß sein Zifferblatt in die Ebene des Aequators zu liegen kommt; mithin mit dem Horizonte einen der Aequatorhöhe des Ortes gleichen Winkel einschließt; EF sei die Gerade, in welcher das Zifferblatt von dem Declinationskreise geschnitten wird, so muß EF mit AQ zusammenfallen, und die Zeigeraxe CO, die auf dem Zifferblatte senkrecht steht, in der Richtung der Weltaxe liegen. Die Zeigeraxe, die innerhalb 24 Stunden eine Umdrehung macht, trägt den Spiegel MN, dessen Lage zu ermitteln ist; dieser Spiegel ist um eine in seiner Ebene liegende und zum Zifferblatte parallele Axe drehbar, und wird gegen die Sonne so gestellt, daß der einfallende Sonnenstrahl SO in der Richtung OP, d. i. in der Richtung der Weltaxe reflectirt wird; in diesem Falle liegt der einfallende Strahl sammt dem reflectirten in der Ebene des Declinationskreises. Diese steht senkrecht auf der Drehungsaxe, mithin auch auf der Ebene des Spiegels, und der Winkel $MDE = p$, den die Durchschnittslinien des Spiegels und des Zifferblattes in der Ebene des Declinationskreises mit einander bilden, gibt die Größe der Neigung des Spiegels gegen das Zifferblatt an, und ist um die jedesmalige halbe Declination der Sonne kleiner als 45°; denn da die auffallenden Sonnenstrahlen SO und SC als parallel zu betrachten sind, so sind die Winkel m und r einander gleich; nun ist der äußere Winkel $r = \delta + p$, mithin auch $m = \delta + p$, oder da $m = n = o$, auch $o = \delta + p$. Aus dem rechtwinkeligen Dreiecke ODC ergibt sich, daß $o + p = 90°$, mithin

Fig. 179.



$$\delta + p = 90 - p, \text{ und } p = 45° - \frac{\delta}{2}.$$

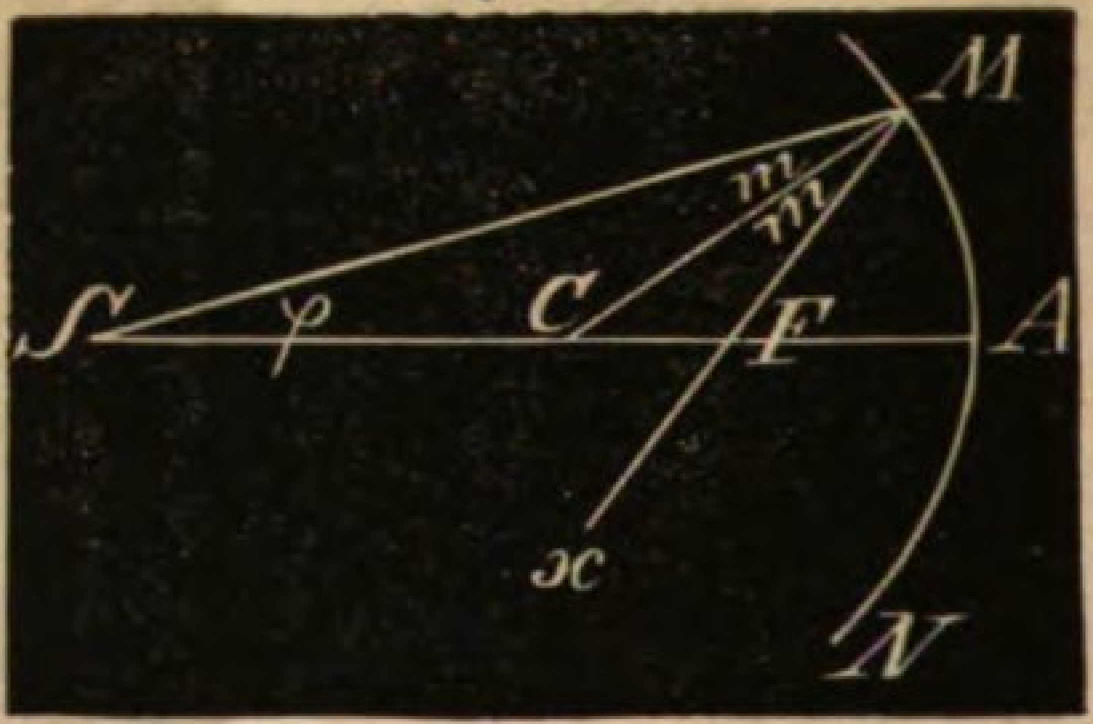
Bei dieser Bestimmung des Winkels p ist die Sonne über dem Aequator, mithin die Declination derselben nördlich oder positiv angenommen worden; hat die Sonne eine südliche Declination, so beträgt die Neigung des Spiegels gegen das Zifferblatt $45° + \frac{\delta}{2}$.

An der Axe des Zifferblattes befindet sich der Stundenzeiger, den man nach der wahren Sonnenzeit richtet, nachdem man dem Zifferblatte eine Stellung gegeben hat, bei der die Zahl 12 in die Meridianebene zu liegen kommt. Haben das Zifferblatt,

der Spiegel und der Stundenzeiger die richtige Stellung erhalten, so wird die Uhr in Gang gesetzt; durch die Axe des Zifferblattes wird nun der Spiegel stets so bewegt, daß der einfallende und der reflectirte Sonnenstrahl beständig in der Ebene des Declinationskreises, dessen Stellung sich mit dem Stande der Sonne ändert, verbleibt und die Reflexion wegen der unveränderlichen Neigung des Spiegels immer in der Richtung der Weltaxe OP erfolgt. (Ueber Silbermann's Heliostat mit einem Spiegel siehe Kunzek's Studien pag. 362.)

§. 149. Sphärische Hohlspiegel. Es sei MN, Fig. 180, der Durchschnitt eines sphärischen Hohlspiegels mit einer durch den Krümmungsmittelpunkt C gehenden Ebene; S sei ein leuchtender Punkt, und SCA sein Hauptstrahl; SM sei ein anderer von S kommender Strahl, der mit dem Hauptstrahle nur einen sehr kleinen Winkel MSA $= \varphi$ einschließt; das in M errichtete Einfallsloth ist bekanntlich der Krümmungshalbmesser MC $=$ r selbst. Zieht man nun die Gerade MF so, daß der Winkel CMF dem Winkel SMC $=$ m gleich wird, so gibt MF

Fig. 180.



die Richtung des reflectirten Strahls, und F ist der Punkt, in welchem dieser mit seinem Hauptstrahle sich vereinigt, und in dem alle andern denselben Winkel φ mit dem Hauptstrahle einschließenden Strahlen des leuchtenden Punktes nach der Reflexion zusammentreffen; der Abstand des Punktes F vom Spiegel nämlich AF $= \alpha$, heißt bekanntlich die **Vereinigungsweite** der reflectirten Strahlen. Um α zu finden, setzt man SA $=$ a, und berücksichtigt, daß nebst φ auch die Winkel m und MFA sehr klein sein müssen, so daß man anstatt ihrer Sinusse immer die Bögen, die ihre Maße sind, setzen kann; man erhält aus den Dreiecken SCM und MCF:

$$SC : CM = \sin. m : \sin. \varphi \text{ und}$$

$$CF : CM = \sin. m : \sin. (\varphi + 2m), \text{ oder}$$

$$a - r : r = m : \varphi, \text{ und } \varphi = \frac{mr}{a-r};$$

ferner $$r - \alpha : r = m : \varphi + 2m = m : \frac{mr}{a-r} + 2m,$$

oder $$r - \alpha : r = 1 : \frac{r}{a-r} + 2;$$

hieraus ergibt sich

$$ar + \alpha r = 2a\alpha, \text{ und } \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{a} = \frac{2}{r}$$

oder wenn man $\frac{r}{2} = p$ setzt:

$$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{a} = \frac{1}{p}$$

d. h. die Summe aus den reciproken Werthen des Abstandes des leuchtenden Punktes vom Spiegel und der Vereinigungsweite der reflectirten Strahlen ist gleich dem reciproken Werthe des halben Krümmungshalbmessers.

Da der Werth von α von der Größe des Winkels φ, wenn dieser sehr klein ist, unabhängig ist; so folgt, daß sämmtliche von S kommende und mit dem Hauptstrahle kleine Winkel einschließende Strahlen durch den Spiegel in einem Punkte vereinigt werden, der das Bild des leuchtenden Punktes darstellt, weßhalb sein Abstand vom Spiegel auch Bildweite heißt. Für einen und denselben Spiegel ist p eine unveränderliche Größe, mithin wird sich die Vereinigungsweite α nur dann ändern, wenn a einen andern Werth erhält.

1. Ist der leuchtende Punkt sehr weit entfernt, also a eine unendlich große Zahl, mithin $\frac{1}{a} = o$; so kann man die von S kommenden und den Spiegel treffenden Strahlen als parallel betrachten; ihre Vereinigungsweite heißt Brennweite, und ist offenbar $= p$, d. h. dem halben Krümmungshalbmesser gleich.

2. Aus $\frac{1}{\alpha} = \frac{1}{p} - \frac{1}{a}$ folgt, daß α so lange positiv, mithin das Bild vor dem Spiegel bleibt, wie lange $a > p$ ist. Läßt man in diesem Falle a beständig abnehmen, so wird α beständig wachsen, d. h. Bild und Gegenstand werden sich einander nähern. Die Brennweite ist demnach die kleinste Vereinigungsweite.

3. Ist $a = 2p$, so ist α auch $= 2p$; d. h. ist der Abstand des leuchtenden Punktes vom Spiegel gleich dem Krümmungshalbmesser, so hat auch die Bildweite denselben Werth; während also der leuchtende Punkt den Weg von einer unendlich großen Entfernung bis zu der des Krümmungshalbmessers macht, legt das Bild nur einen dem halben Krümmungshalbmesser gleichen Weg zurück; allein das Gegentheil stellt sich ein, wenn $a < 2p$, aber noch immer größer als p ist.

Denn ist $a < 2p$, so ist $\frac{1}{a} > \frac{1}{2p}$, und

$$\frac{1}{p} - \frac{1}{a} < \frac{1}{2p}, \text{ mithin } \alpha > 2p;$$

das Bild erscheint in dem letzten Falle vor dem Krümmungsmittelpunkte, und sein Abstand vom Spiegel nimmt in starken Verhältnissen zu, wenn der leuchtende Punkt dem Brennpunkte näher gerückt wird, so zwar, daß, wenn

$$a = p \text{ ist, } \frac{1}{\alpha} = 0 \text{ wird,}$$

mithin α einen unendlich großen Werth erlangt. Stellt man also den leuchtenden Punkt S in den Brennpunkt, so erscheinen die reflectirten Strahlen parallel zu einander.

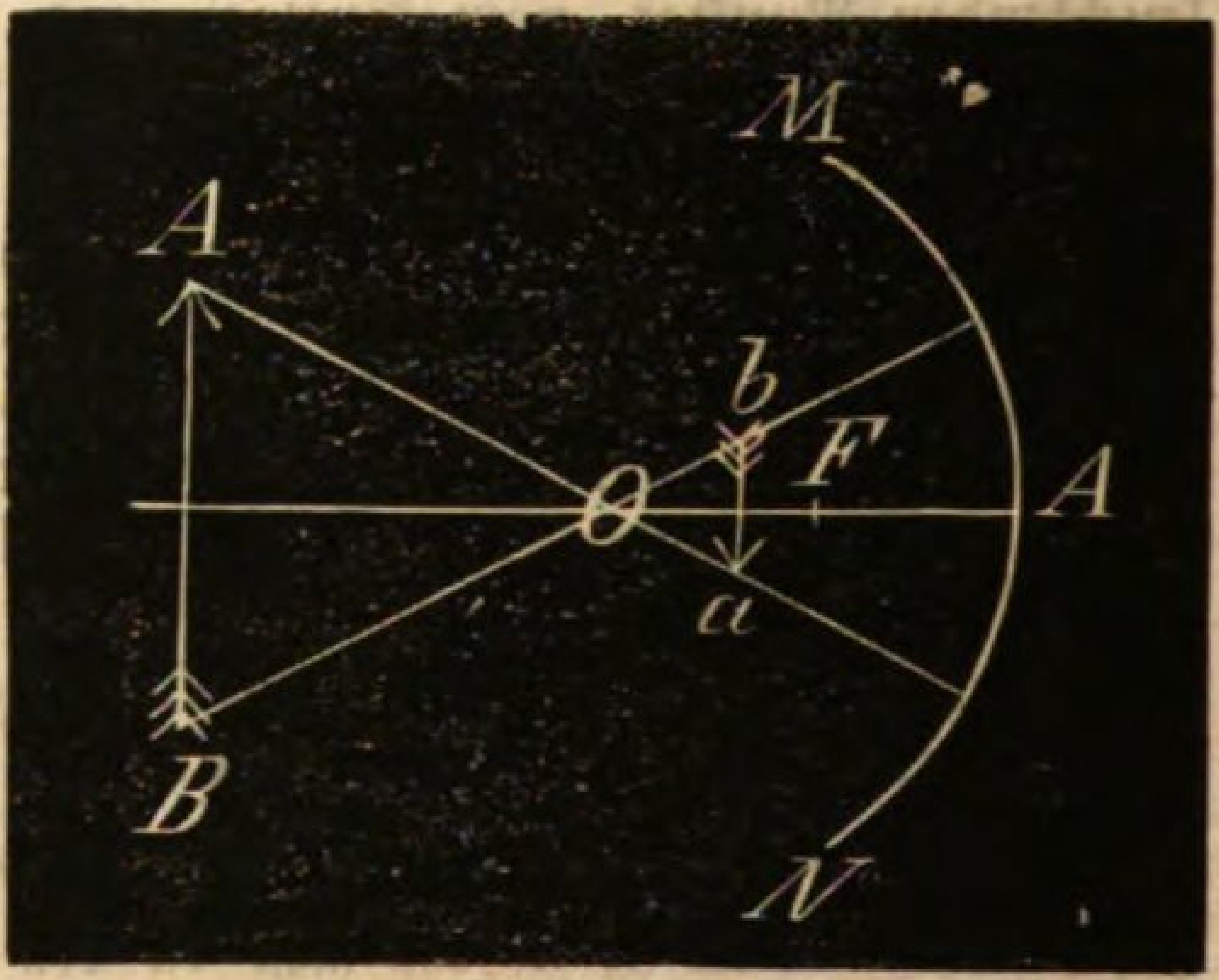
4. Ist der Abstand $a < p$, so ist $\frac{1}{a} > \frac{1}{p}$, mithin α negativ, d. h. befindet sich S innerhalb der Brennweite, so werden die reflectirten Strahlen divergirend, so daß sie rückwärts verlängert in einem Punkte hinter dem Spiegel zusammentreffen; sie gelangen demnach in das Auge eines vor dem Spiegel stehenden Beobachters genau so, wie sie dahin kommen würden, wenn sich S in diesem Vereinigungspunkte hinter dem Spiegel wirklich befände; daher erscheint dieser Punkt als das Bild von S.

5. Fallen die Strahlen convergirend auf den Hohlspiegel auf, so daß sie ohne Spiegel in einem Punkte hinter diesem Spiegel sich vereinigen würden, so ist a negativ zu nehmen, und man hat

$$\frac{1}{\alpha} = \frac{1}{p} + \frac{1}{a}, \text{ daher immer } \alpha < a,$$

d. h. die Strahlen vereinigen sich nach der Reflexion vor dem Spiegel, und früher als ohne Reflexion.

Fig. 181.



2. Ist AB, Fig. 181, eine Dimension irgend eines vor dem Krümmungsmittelpunkte befindlichen Gegenstandes, und ab ihr umgekehrtes Luftbild, so ist

$$\frac{ab}{AB} = \frac{2p - \alpha}{a - 2p} \quad (1)$$

aber $\frac{1}{\alpha} = \frac{1}{p} - \frac{1}{a}$,

und $\alpha = \frac{ap}{a-p}$;

setzt man in (1) für α diesen Werth, so erhält man:

$$\frac{ab}{AB} = \frac{p}{a-p} \quad (2).$$

Hieraus wird ersichtlich, daß $ab < AB$, so lange $a > 2p$, mithin $a - p > p$; daß $ab = AB$, wenn $a = 2p$, mithin $a - p = p$, und daß $ab > AB$ wird, wenn $a < 2p$, daher $a - p < p$; in allen diesen Fällen ist das Bild vor dem Spiegel; im ersten Falle zwischen dem Krümmungsmittelpunkte und der Brennweite; im letzten erscheint es vor dem Krümmungsmittelpunkte, und wird desto größer, je kleiner $a - p$ wird, d. h. je näher der Gegenstand an den Brennpunkt rückt. Für den Fall, daß der Gegenstand innerhalb der Brennweite steht, also $a < p$ ist, bringt man die Gleichung (2) durch Multiplication mit -1 in die Form

$$\frac{ab}{AB} = -\frac{p}{p-a};$$

das negative Zeichen deutet an, daß das Bild, das hier kein wirkliches, sondern ein sogenanntes geometrisches (virtuelles) ist, hinter dem Spiegel erscheint, und zwar, weil $p - a < p$, desto mehr vergrößert, je geringer der Unterschied zwischen der Brennweite und dem Abstande des Gegenstandes vom Spiegel ist.

3. Bei jedem Bilde eines ausgedehnten Gegenstandes haben wir die Eigenschaften der Helligkeit und der Deutlichkeit zu berücksichtigen; erstere hängt von der Menge der in einem Punkte sich vereinigenden Lichtstrahlen ab, letztere aber fordert, wenn sie vollkommen sein soll, daß die von einem Punkte kommenden Strahlen nach geschehener Reflexion oder Brechung sich wieder in einem Punkte vereinigen; dieß findet bei den ebenen Spiegeln wirklich statt, und die Bilder erscheinen daher hier vollkommen deutlich, allein in Folge der sphärischen Gestalt der Hohlspiegel geschieht die Vereinigung der von einem Punkte kommenden Strahlen nach der Reflexion nicht in einem einzigen Punkte, indem diejenigen, deren Auffallspunkte nahe dem des Hauptstrahls liegen, und die Centralstrahlen heißen, sich in einem weiteren Abstande mit ihrem Hauptstrahle vereinigen, als diejenigen, die mit dem Hauptstrahle einen größeren Winkel einschließen, daher den Spiegel am

Rande treffen, und deßhalb Randstrahlen genannt werden. Diese Abweichung des Vereinigungspunktes der Randstrahlen von dem der Centralstrahlen, die man sphärische Abweichung nennt, hat zur Folge, daß das Bild eines leuchtenden Punktes dem Beobachter nicht mehr als ein Punkt, sondern als ein kleiner Kreis erscheint, der jedoch desto kleiner wird, je näher die Vereinigungspunkte der Rand- und Centralstrahlen an einander liegen. Da nun ein ausgedehnter leuchtender Gegenstand als ein Aggregat von leuchtenden, stetig an einander liegenden Punkten zu betrachten ist, so wird sein Bild als ein Aggregat von kleinen Kreisen erscheinen, die sich theilweise decken, weßhalb die einzelnen Punkte nicht mehr scharf von einander unterschieden werden können, und daher das Bild nicht mehr scharf und deutlich gesehen wird. Indessen ist zur Erzielung großer Deutlichkeit schon hinreichend, daß die Bilder der einzelnen Punkte sich als sehr kleine Kreise darstellen, was dann stattfindet, wenn die Oeffnung des Hohlspiegels, d. i. die wirksame Fläche desselben klein, und der Krümmungshalbmesser recht groß ist (Kunzek's Studien pag. 376 bis 381).

Da die der Axe eines Hohlspiegels näher liegenden Lichtstrahlen sich später, als die von ihr weiter entfernten mit ihr vereinigen, so muß ein jeder reflectirte Strahl durch den weiter von der Axe abstehenden durchschnitten werden; es entsteht eine Reihe stetig an einander liegender Durchschnittspunkte, die eine helle krumme Linie von der Beschaffenheit bilden, daß sie alle reflectirten Strahlen tangirt. Man nennt sie die Brennlinie oder kaustische Linie desjenigen Punktes, von dem die Lichtstrahlen auf den Hohlspiegel kommen. Eine polirte kreisförmig gebogene Stahlfeder oder die hohle Fläche einer cylindrischen Porzellantasse, die von einem nahe stehenden Lichte erleuchtet wird, machen diese Brennlinie anschaulich. — Hohlspiegel leisten einen wichtigen Dienst auf Leuchtthürmen, indem sie von den Lichtstrahlen, welche von einer in ihrem Brennpunkte befindlichen intensiven Lichtquelle auffallen, einen großen Theil in einer zur Axe parallelen Richtung zurückwerfen, die Divergenz eines andern Theils stark vermindern, und auf diese Art bewirken, daß diese Lichtstrahlen noch in bedeutenden Entfernungen im Stande sind, einen hinreichend starken Lichteindruck zu erzeugen.

Die Hohlspiegel, die von directen Sonnenstrahlen getroffen werden, erzeugen in ihrer Brennweite ein kleines Sonnenbild; in dem kleinen Raume, den dieses Bild einnimmt, erscheinen alle die Spiegelfläche treffenden Sonnenstrahlen vereinigt, und bringen daselbst eine so bedeutende Hitze hervor, daß brennbare Körper entzündet werden, weshalb dieser Raum Brennraum und der Hohlspiegel Brennspiegel genannt wird. Die Hitze des Brennraums nimmt mit der Größe der Spiegelöffnung im geraden und mit dem Quadrate der Brennweite im umgekehrten Verhältnisse zu; mit Brennspiegeln von bedeutender Wirkung wird es möglich, selbst schwerflüssige Metalle, wie Gold und Platin, zu schmelzen und selbst zu verflüchtigen. (Kunzek's Lehre vom Lichte.)

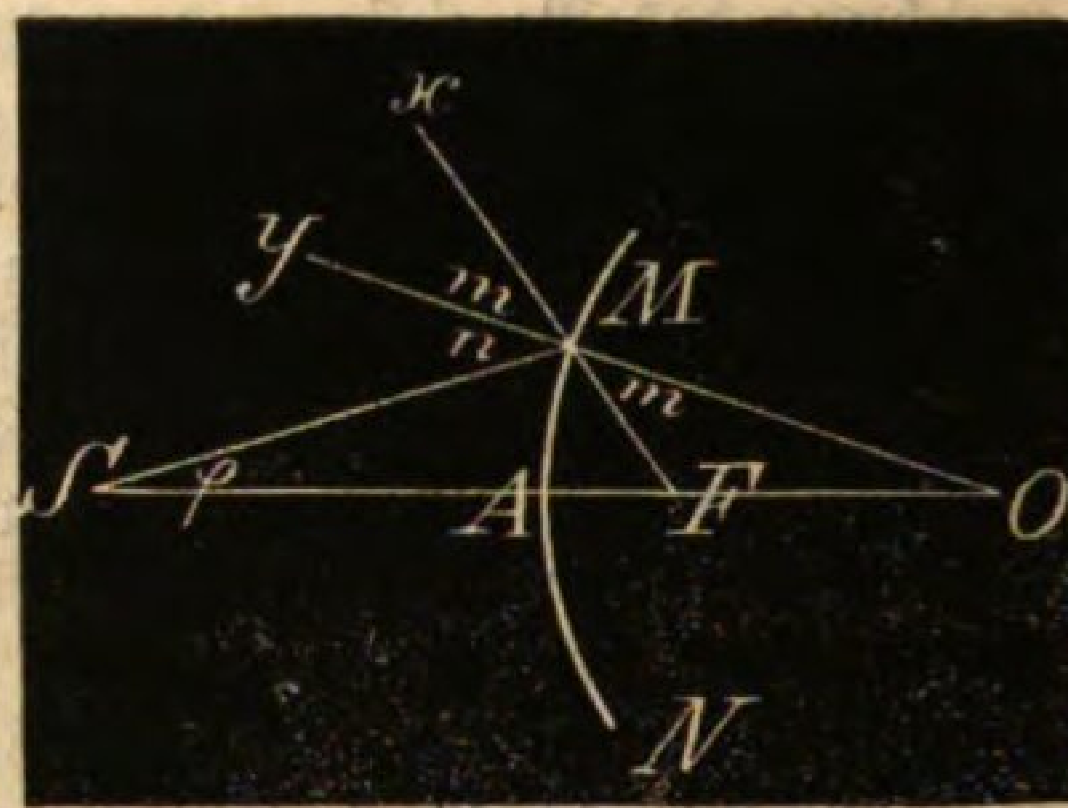
Die Wirksamkeit parabolischer und elliptischer Hohlspiegel ist bezüglich der Lichtstrahlen die nämliche, wie die rücksichtlich der Schallstrahlen, da beide Arten von Strahlen nach denselben Gesetzen reflectirt werden. Lampen mit parabolischen Reflectoren werden an den bei Nacht gehenden Eisenbahnzügen gebraucht.

§. 150. Sphärische Convexspiegel.

1. Ist MN, Fig. 182, der Durchschnitt eines Convexspiegels mit einer durch den Krümmungsmittelpunkt O gehenden Ebene, S der leuchtende Punkt, SM ein Lichtstrahl, der in der auf die andere Seite des Einfallslothes Oy fallenden Richtung Mx reflectirt wird, und rückwärts verlängert mit dem Hauptstrahle SO in dem hinter dem Spiegel liegenden Punkte F zusammentrifft, so ist AF die scheinbare

Vereinigungsweite der von S kommenden Strahlen, und F der geometrische Ort des Bildes von S. Man findet unter der Voraussetzung, daß die den Convexspiegel treffenden Strahlen nur sehr kleine Winkel mit dem Hauptstrahle bilden, den Ausdruck zur Berechnung der Vereinigungsweite AF = α auf dieselbe Art wie beim Hohlspiegel; es ergibt sich nämlich aus den Dreiecken SMO und MOF:

Fig 182.



$$a + r : r = m : \varphi \text{, daher } \varphi = \frac{m r}{a + r}$$

und $r - \alpha : r = \sin. m : \sin. (180 - 2m + \varphi) = m : 2\ m - \varphi$

oder $r - \alpha : r = m : 2m - \dfrac{m r}{a + r} = 1 : \dfrac{2a + 2r - r}{a + r}$;

daraus folgt $a r = 2 a \alpha + \alpha r$ und $\dfrac{1}{\alpha} = \dfrac{2}{r} + \dfrac{1}{a}$, oder

wenn $\dfrac{2}{r} = p$ gesetzt wird:

$$\frac{1}{\alpha} = \frac{1}{p} + \frac{1}{a} \text{ (1).}$$

Berücksichtigt man, daß hier der Vereinigungspunkt der divergirend auffallenden Strahlen immer hinter den Spiegel fällt, und daher die Vereinigungsweite bezüglich jener bei Hohlspiegeln negativ ist, so kann man auch setzen:

$$\frac{1}{\alpha} = -\left(\frac{1}{p} + \frac{1}{a}\right) \text{ (2)}$$

ein Ausdruck, den man aus dem bei den Hohlspiegeln abgeleiteten erhält, wenn man berücksichtigt, daß der Hohlspiegel in einen Convexspiegel übergeht, wenn man ihn umkehrt, also den Halbmesser negativ nimmt.

Aus der Formel (2) wird ersichtlich, daß für parallel auffallende Strahlen wegen $\dfrac{1}{a} = 0$

$$\frac{1}{\alpha} = -\frac{1}{p} \text{ und } \alpha = -p = -\frac{r}{2} \text{ ist,}$$

d. h. die Brennweite der Convexspiegel, die man imaginäre Brennweite nennt, ist abermals gleich dem halben Krümmungshalbmesser.

Je mehr sich der leuchtende Punkt dem Spiegel nähert, je mehr also a abnimmt, desto kleiner wird auch α; mithin nähert sich auch das Bild dem Spiegel. Die Brennweite ist daher bei den Convexspiegeln größer, als jede andere Vereinigungsweite.

Fallen die Lichtstrahlen auf den Spiegel convergirend auf, jedoch so, daß sie ohne Vorhandensein des Spiegels in einem hinter diesem Spiegel liegenden Punkte sich vereinigen würden, so ist a negativ zu nehmen, wo dann

$$\frac{1}{\alpha} = -\frac{1}{p} + \frac{1}{a}$$

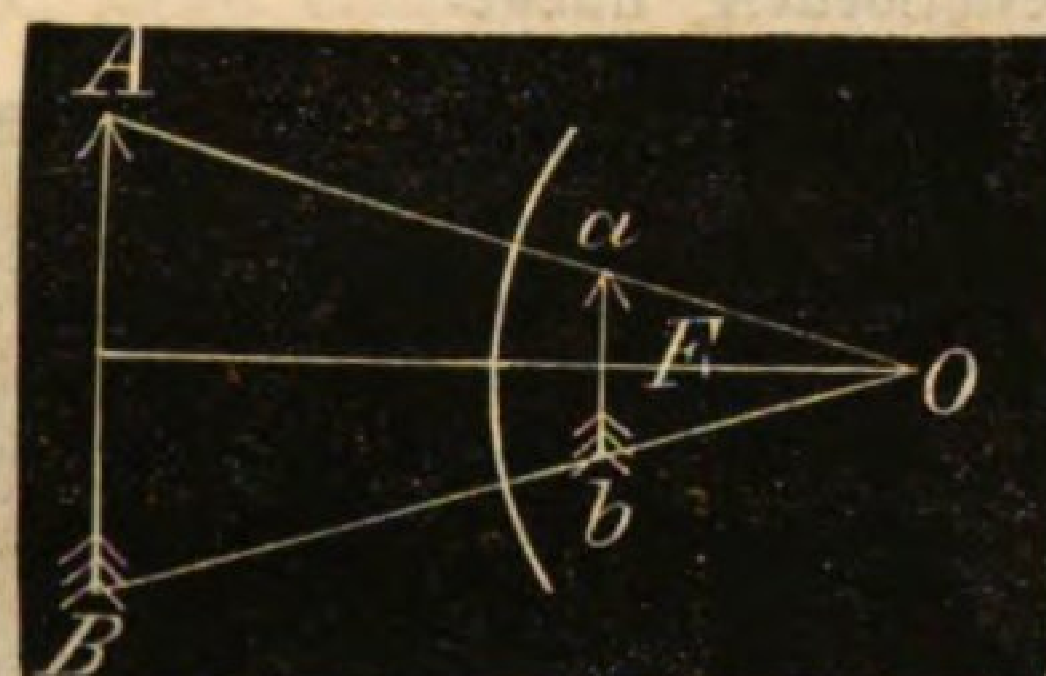
und daher drei Fälle zu unterscheiden sind. Entweder ist $a = p$, oder $a > p$ oder $a < p$; im ersten Falle ist $\frac{1}{\alpha} = 0$, mithin α unendlich groß; kommen also die convergirenden Lichtstrahlen dergestalt auf den Convexspiegel, daß ihr Vereinigungspunkt mit dem Brennpunkte des Spiegels zusammenfällt, so sind die Richtungen derselben nach der Reflexion zu einander parallel. — Im zweiten Falle ist $\frac{1}{a} < \frac{1}{p}$, mithin bleibt α negativ; da jedoch der Rest $\frac{1}{\alpha}$ kleiner, als der Minuendus $\frac{1}{p}$, so ist $\alpha > p$, d. h. die Strahlen werden nach der Reflexion divergirend und vereinigen sich rückwärts verlängert in einem Punkte hinter dem Spiegel, der weiter vom Spiegel entfernt ist, als der imaginäre Brennpunkt. — Im dritten Falle, wo $\frac{1}{a} > \frac{1}{p}$, wird α positiv, d. h. die Strahlen erscheinen nach der Reflexion convergirend, so daß sie in einem Punkte vor dem Spiegel sich vereinigen.

2. Ist AB, Fig. 183, die Dimension eines ausgedehnten vor einem Convexspiegel befindlichen Gegenstandes, sind AO und BO die den Endpunkten zugehörigen Hauptstrahlen, F der imaginäre Brennpunkt, und ab das aufrecht stehende Bild dieser Dimension, so ist

$$\frac{ab}{AB} = \frac{2p - \alpha}{a + 2p};\text{ da}$$

$$\alpha = \frac{ap}{a + p},\text{ so wird,}$$

Fig. 183.



wenn man für α den Werth setzt,

$$\frac{ab}{AB} = \frac{p}{a + p},$$

woraus ersichtlich wird, daß ab immer kleiner erscheint, als AB, und dieß desto mehr, je größer a wird. Kommen die Lichtstrahlen in convergirenden Richtungen auf den Convexspiegel, so daß, falls sie durchgehen könnten, ein Bild zwischen dem Spiegel und dem imaginären Brennpunkte entstehen würde, daher $a < p$ ist, und das Bild vor den Spiegel fällt, so erhält die letzte Formel die Form

$$\frac{ab}{AB} = \frac{p}{p - a};$$

und man ersieht, daß nun das Bild ab größer wird als der Gegenstand, und in aufrechter Lage sich zeigt.

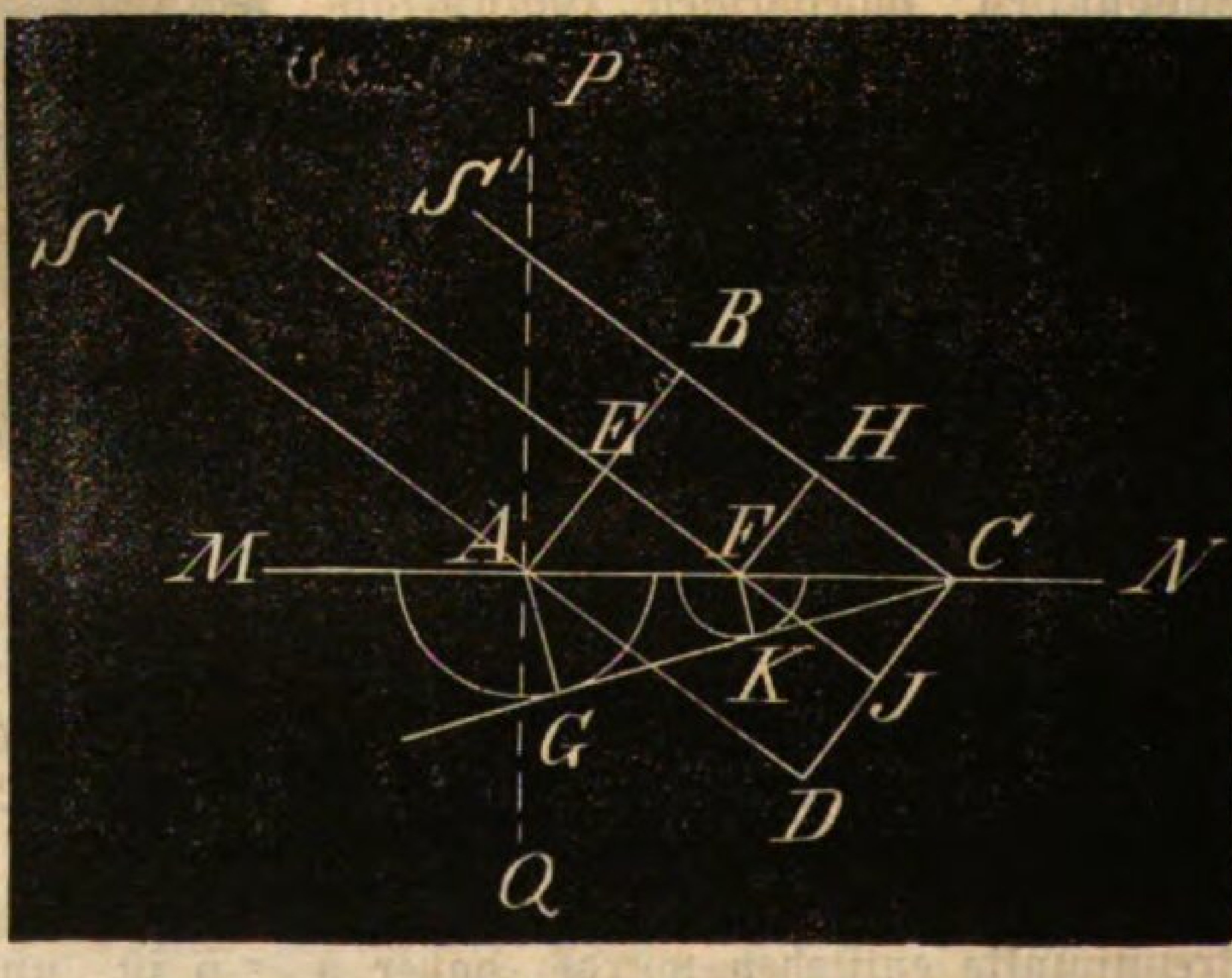
Auch bei den Convexspiegeln erscheinen die Bilder wegen der sphärischen Abweichung nicht vollkommen deutlich. Man macht von Convexspiegeln selten einen andern Gebrauch, als den, daß man sich derselben zur Abzeichnung von Landschaften oder andern Gegenständen, die man im verkleinerten Maßstabe haben will, bedient.

Cylinderspiegel, bei denen die erhabene Seite die spiegelnde Fläche ist, wirken in der Richtung der Axe wie ebene und in der darauf senkrechten wie convexe; die Bilder von ausgedehnten Gegenständen erscheinen daher der Höhe nach in ihrer wahren Größe, der Breite nach dagegen verkleinert. — Eben so wirken conische oder Kegelspiegel in der Richtung einer Seite wie ebene, in den zur Grundfläche parallelen Richtungen wie convexe Spiegel, deren Krümmungshalbmesser mit der Entfernung von der Grundfläche beständig abnimmt, daher erscheinen die Gegenstände

in ihrer natürlichen Höhe, aber in einer nach oben zu abnehmenden Breite. — Katoptrische Anamorphosen oder Zerrbilder sind Bilder von Gegenständen, welche diese Gegenstände dem freien Auge sehr verzerrt, in unnatürlichen Verhältnissen darstellen, in Cylinder- oder Kegelspiegeln dagegen sie in ihren regelmäßigen Gestalten zeigen.

§. 151. Entwicklung der Gesetze der einfachen Brechung des Lichtes nach der Undulations-Theorie. Da in Folge der Anziehung, welche die Molecüle eines Körpers gegen die Aethertheilchen äußern, und deren Stärke bei Mitteln von verschiedener materieller Beschaffenheit verschieden ist, die specifische Elasticität des Aethers in jedem Mittel eine andere ist, so pflanzen sich die Lichtwellen in jedem mit einer andern Geschwindigkeit fort. Diese Aenderung der Fortpflanzungsgeschwindigkeit hat jedesmal eine Ablenkung des Lichtstrahls von seiner geradlinigen Richtung, d. i. eine Brechung desselben zur Folge. Nehmen wir zuerst an, S, Fig. 184, sei ein leuchtender Punkt, von dem Lichtwellen ausgehen, und es kommen die Wellen aus einem leeren Raume, wo freier Aether ist, in ein Mittel, worin der Aether wegen größerer Verdichtung eine geringere specifische Elasticität besitzt; SA und S′B seien zwei nahe aneinander liegende Strahlen, so daß man das zwischen ihnen befindliche Wellenstück AB als eine ebene Fläche betrachten kann; könnte sich die Welle in dem neuen Mittel unterhalb MN mit der nämlichen Geschwindigkeit, wie im luftleeren Raume fortpflanzen, so würde AB parallel mit sich fortschreiten, in dem Augenblicke, wo B nach C kommt, in der zu AB parallelen Lage CD sich befinden, und die von den einzelnen Punkten der Trennungsfläche, wie von A, F ausgehenden Elementarwellen berühren; allein die Fortpflanzungsgeschwindigkeit unterhalb MN ist eine kleinere; daher werden auch die Elementarwellen Wege zurücklegen, die in dem nämlichen Maße abnehmen, in welchem die Fortpflanzungsgeschwindigkeit v im neuen Mittel kleiner ist, als die im leeren Raume, die wir mit V bezeichnen wollen. Heißt x der Weg, welchen die von A ausgehende Welle unterhalb MN in der nämlichen Zeit macht, in der sie oberhalb MN den Weg BC = AD zurücklegt, so ist

Fig. 184.



$$x : AD = v : V \text{ und } x = \frac{v}{V} . AD;$$

setzt man das constante nur von dem Verhältnisse der specifischen Elasticität in den beiden Mitteln abhängige Verhältniß

$$\frac{V}{v} = n, \text{ so ist } x = \frac{AD}{n}.$$

Beschreibt man um A mit dem Halbmesser x, und um F mit dem Halbmesser $y = \frac{HC}{n} = \frac{FJ}{n}$ u. s. f. Halbkugeln unterhalb MN, so geben diese die Lage der von diesen Punkten ausgegangenen Wellen für den Augenblick an, wo die Hauptwelle in C ankommt. Da alle diese Elementarwellen genau in dem nämlichen Verhältnisse kleiner sind, als die, welche von der CD berührt werden, so wird es auch jetzt eine durch den Punkt C gehende Welle geben, welche die Elementarwellen sämmtlich berührt, deren Theilchen daher sämmtlich aus Theilchen der Elementarwellen von der nämlichen Schwingungsphase bestehen, und die man die gebrochene Welle nennt; sie kann wieder als eine Ebene angenommen werden, deren Lage man erhält, wenn man von C zu der um A mit dem Halbmesser x beschriebenen Halbkugel eine tangirende Ebene zieht; diese fällt offenbar oberhalb DC, und da die von A und F zu den Berührungspunkten gezogenen Halbmesser der Elementarwellen auf ihr senkrecht stehen, so müssen letztere die Richtungen AG, FK annehmen, also den in A, F ... errichteten Einfallslothen der Strahlen sich nähern, aber dabei in der Einfallsebene verbleiben. Da die Halbmesser AG, FK die Fortpflanzungsrichtungen der gebrochenen Welle angeben, so zeigen sie auch die Richtungen an, welche die einfallenden Strahlen SA, SF in dem neuen Mittel annehmen; sie sind somit die gebrochenen Strahlen.

Nun ist AD = AC cos. CAD und AG = AC cos. CAG, oder da CAD gleich ist dem Winkel SAM, der mit dem Einfallswinkel SAP = a, 90° bildet, und CAG auch complementär zu dem Brechungswinkel QAG = b ist, so ist

$$AD : AG = \sin. a : \sin. b;$$

und setzt man für AG den Werth $\frac{AD}{n}$, so erhält man: sin. a : sin. b = n : 1, d. h. das Verhältniß zwischen dem Sinus des Einfallswinkels a und dem Sinus des Brechungswinkels ist eine constante Größe, also für jeden Einfallswinkel dasselbe. Die Größe n heißt das Brechungsverhältniß oder der Brechungsindex.

Es ist leicht einzusehen, daß auch in dem Falle, wo die Welle nicht aus einem leeren Raume, sondern aus was immer für einem Mittel kommt und in ein neues Mittel tritt, in welchem sie mit einer geringeren Fortpflanzungsgeschwindigkeit fortschreitet, sie eine ähnliche Wendung erhalten muß, der Strahl wird in solchem Falle immer zum Einfallslothe gebrochen; dagegen geschieht die Brechung vom Einfallslothe, wenn sich die Welle im neuen Mittel mit einer größeren Geschwindigkeit fortpflanzen kann. Der Brechungsexponent n gibt im Allgemeinen das Verhältniß an, in welchem die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Lichtwelle in dem Mittel, aus dem sie kommt, zu der in dem Mittel steht, in das sie eintritt.

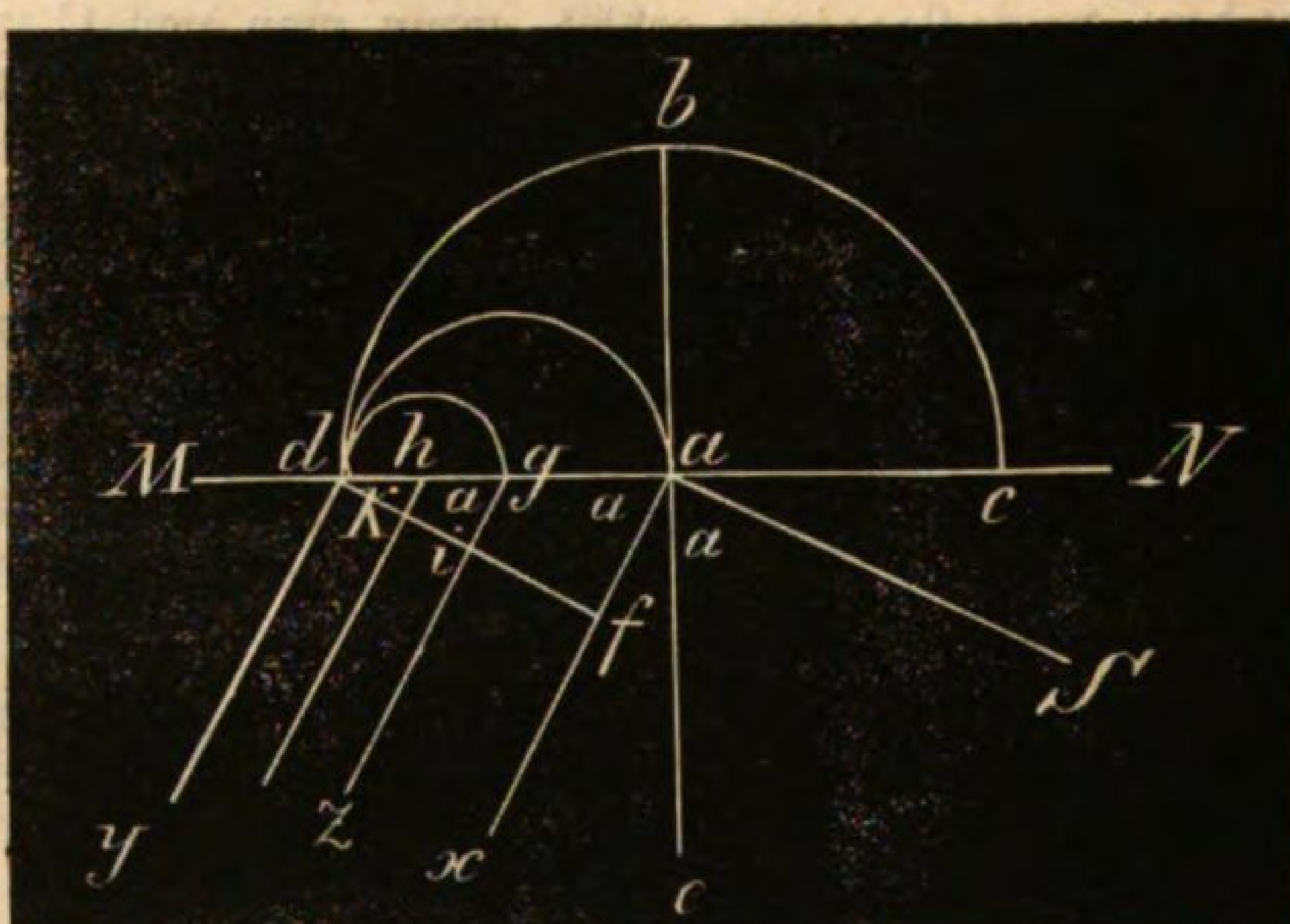
Die von den einzelnen Punkten der Trennungsfläche ausgehenden und in ihren Richtungen von den Richtungen der reflectirten und gebrochenen Lichtstrahlen abweichenden Strahlen schwächen und vernichten sich durch Interferenz.

Fällt ein Strahlenbündel senkrecht auf die Trennungsfläche auf, so geht die zugehörige Welle parallel zu dieser Fläche, so daß alle Punkte derselben gleichzeitig von der Welle getroffen und gleichzeitig Mittelpunkte neuer Wellen werden, so daß die Elementarwellen immer gleich groß, und daher die sie berührende Welle stets parallel zur Oberfläche, folglich der Strahl auf ihr senkrecht bleibt.

Fizeau und Brequet haben durch ein von Arago angeregtes sehr scharfsinniges Verfahren dargethan, daß sich das Licht durch Wasser, das bekanntlich die Strahlen zum Einfallslothe bricht, wirklich langsamer fortpflanzt, als durch die Luft. (Kunzek's Studien pag. 303.)

2. Betrachten wir den Fall, wo die Lichtwelle aus einem Mittel, worin sie mit der Geschwindigkeit v, Fig. 185, fortschreitet, in ein an-

Fig. 185.



deres, oberhalb MN befindliches tritt und daselbst mit der größeren Geschwindigkeit V fortgeht; es sei in diesem Falle

$$\frac{\sin. a}{\sin. b} = n = \frac{v}{V}.$$

Nehmen wir an, ein Lichtstrahl Sa falle auf MN unter einem solchen Einfallswinkel auf, daß die ihm zugehörige Lichtwelle ax während der Zeit, in welcher die in a entstandene und in dem leeren Raume oberhalb MN oder in einem andern schwächer brechenden Mittel kugelförmig fortschreitende Welle die Lage dbc annimmt, und daher den Weg ab = ad zurückgelegt hat, in dem Mittel unterhalb MN von der Lage ax in die parallele Lage dy kommt und daher den Weg df zurücklegt, den man erhält, wenn man von d auf ax eine Senkrechte df fällt. Offenbar ist in diesem Falle der Winkel daf = a, und

$$\frac{df}{ad} = \frac{v}{V} = n = \sin. a;$$

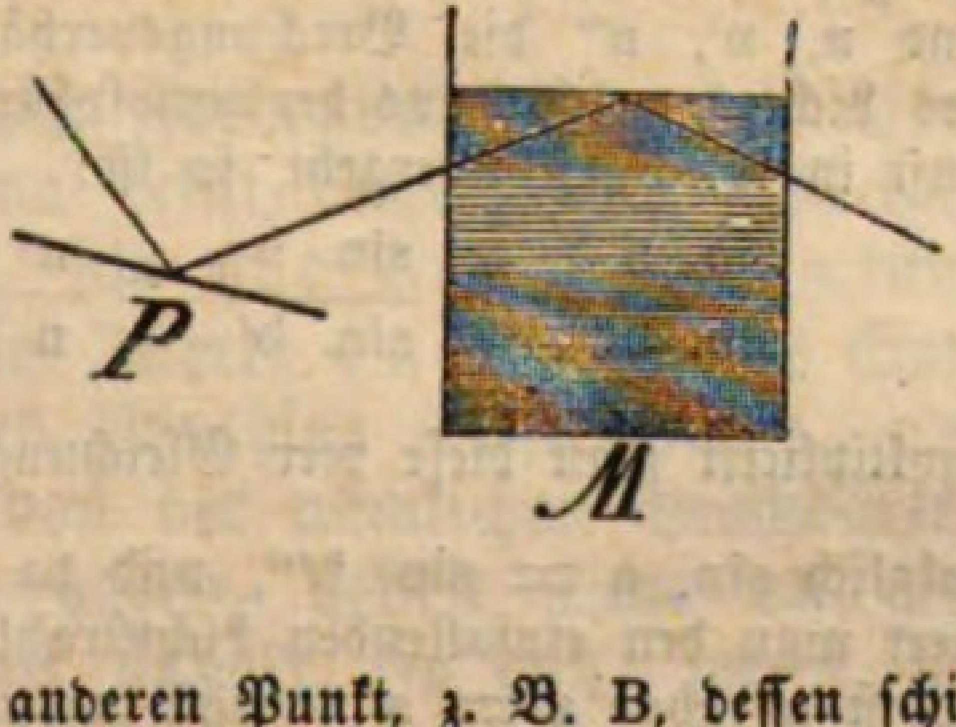
mithin $\sin. b = 1$ und $b = 90^\circ$.

Ist g die Mitte zwischen d und a, so wird der Halbmesser der von g ausgegangenen Elementarwelle in dem Momente, wo ax den Punkt d erreicht, halb so groß sein, als ad, und der Halbmesser der von h, d. i. der Mitte zwischen d und g ausgegangenen Welle in demselben Augenblicke nur halb so groß sein, als dg; daher kommen in dem Augenblicke, wo die Welle ax in d anlangt, alle an den zwischen d und a liegenden Punkten entstandenen Elementarwellen, zugleich in d an, und da diese Elementarwellen sich an keinem andern Punkte durchschneiden, so entsteht nur eine längs der Trennungsfläche MN der beiden Mittel fortschreitende Welle, und es geht, außer dem längs ad sich fortpflanzenden Lichte scheinbar kein Licht in den Raum oberhalb MN über, indem die Elementarwellen für sich keinen bemerkbaren Lichteindruck zu erzeugen vermögen.

Demnach tritt in dem angenommenen Falle der Lichtstrahl Sa in der Richtung aM heraus und der Brechungswinkel ist wirklich ein rechter; der Einfallswinkel, dessen Sinus gleich ist dem Brechungsexponenten, gibt dann die Grenze an, bei welcher noch eine Brechung möglich ist; überschreitet der Einfallswinkel diese Grenze, so liegen wie man sich leicht durch die Zeichnung überzeugt, die Elementarwellen über die Oberfläche so in einander, daß keine mehr die andere berührt, und daher in keiner Richtung mehr über MN ein wirksamer Lichtstrahl wahrgenommen wird; aber der reflectirte Antheil von Sa erscheint stärker, als bei kleineren Einfallswinkeln, weßhalb man glaubte, daß in diesem Falle alles Licht reflectirt wird, und nannte diesen Vorgang **totale Reflexion**.

Die Grenze des Einfallswinkels beim Uebergange eines Lichtstrahls aus dem Wasser in die Luft beträgt 48° 27′ 40″; dieser Winkel ist zugleich der Brechungswinkel für den Fall, daß ein Lichtstrahl aus der Luft in's Wasser nahe unter dem Winkel von 90° eintritt. — Füllt man ein weites cylindrisches Glasgefäß M, Fig. 186, mit Wasser, das man mit Kreidepulver getrübt hat, und leitet mittelst eines Planspiegels P in einem verfinsterten Zimmer directes Sonnenlicht in recht schiefer Richtung gegen die Oberfläche der Flüssigkeit, so wird es entweder längs der Oberfläche fortgehen, oder nach abwärts reflectirt werden; das Licht erleuchtet die Kreidetheilchen, und macht auf solche Art den Weg, den es nimmt, sichtbar.

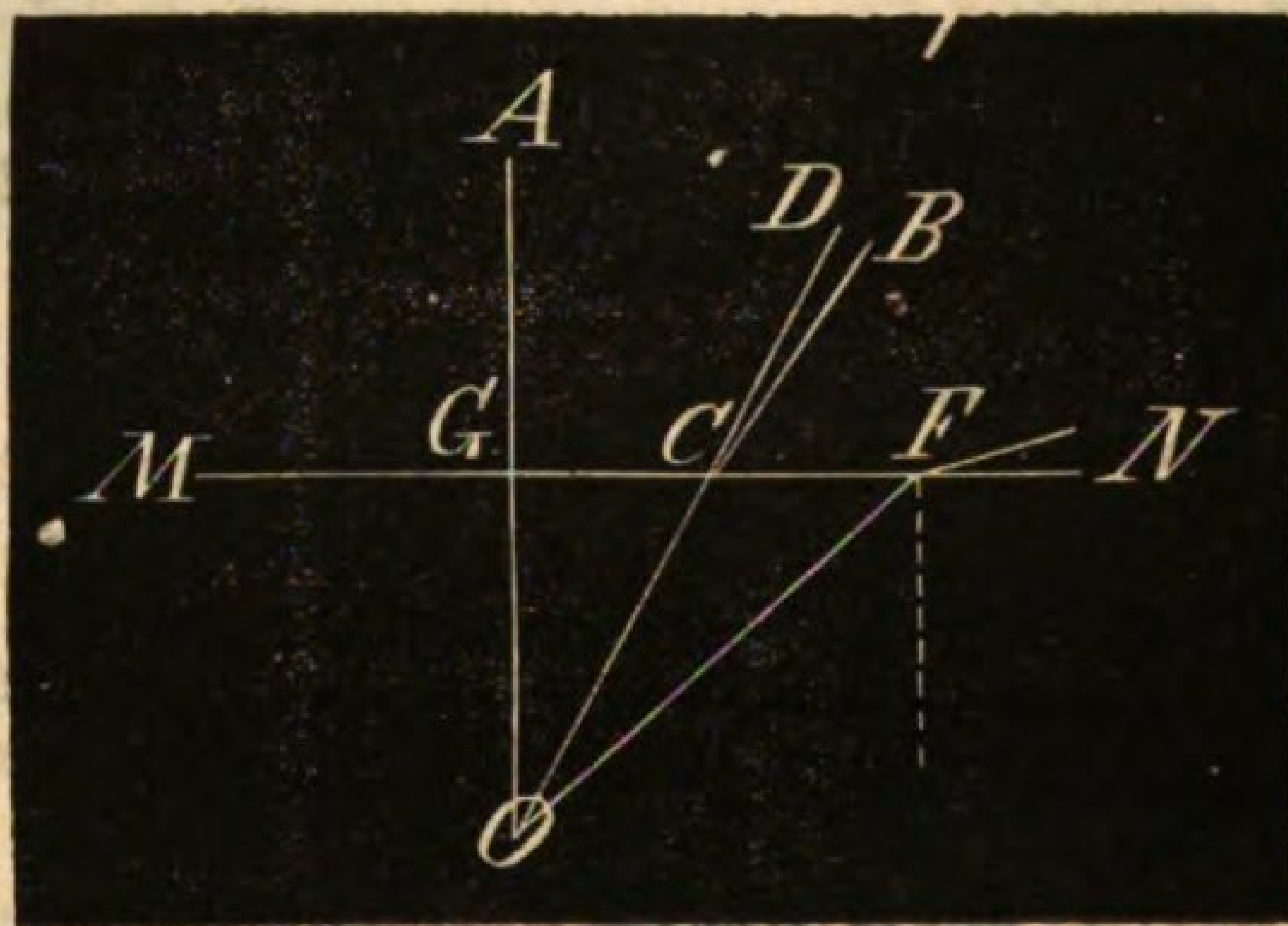
Fig. 186.



Ein Taucher in O unter der Oberfläche eines stillstehenden Wassers sieht nur den Punkt A, der in der durch O gehenden Verticalen liegt, an seinem wahren Orte; jeden anderen Punkt, z. B. B, dessen schief auffallender Strahl BC nach CO gebrochen wird, sieht er höher in D, und alle über dem Wasser befindliche Gegenstände bis zum Horizonte herab erscheinen ihm innerhalb einer kreisförmigen Oeffnung, deren Halbmesser GF, Fig. 187, er unter dem Winkel GOF = 48° 27′ 40″ erblickt. Die dem Horizonte nahe liegenden Gegenstände sieht er sehr verzerrt, und vorzüglich in der Richtung der Höhe sehr zusammengezogen.

Ist n das Brechungsverhältniß für den Fall, wo das Licht aus dem Körper M in den Körper N tritt, so gibt n an, wie vielmal die Geschwindigkeit des Lichtes in M größer ist als in N; bezeichnet n′ das Brechungsverhältniß, wenn das Licht aus M in den Körper P tritt, so ist die Geschwindigkeit in M n′mal größer, als in P.

Fig. 187.



Sind V, v, v' die Geschwindigkeiten des Lichtes in M, N und P, so ist $V = n\,v$, und $V = n'\,v'$, mithin

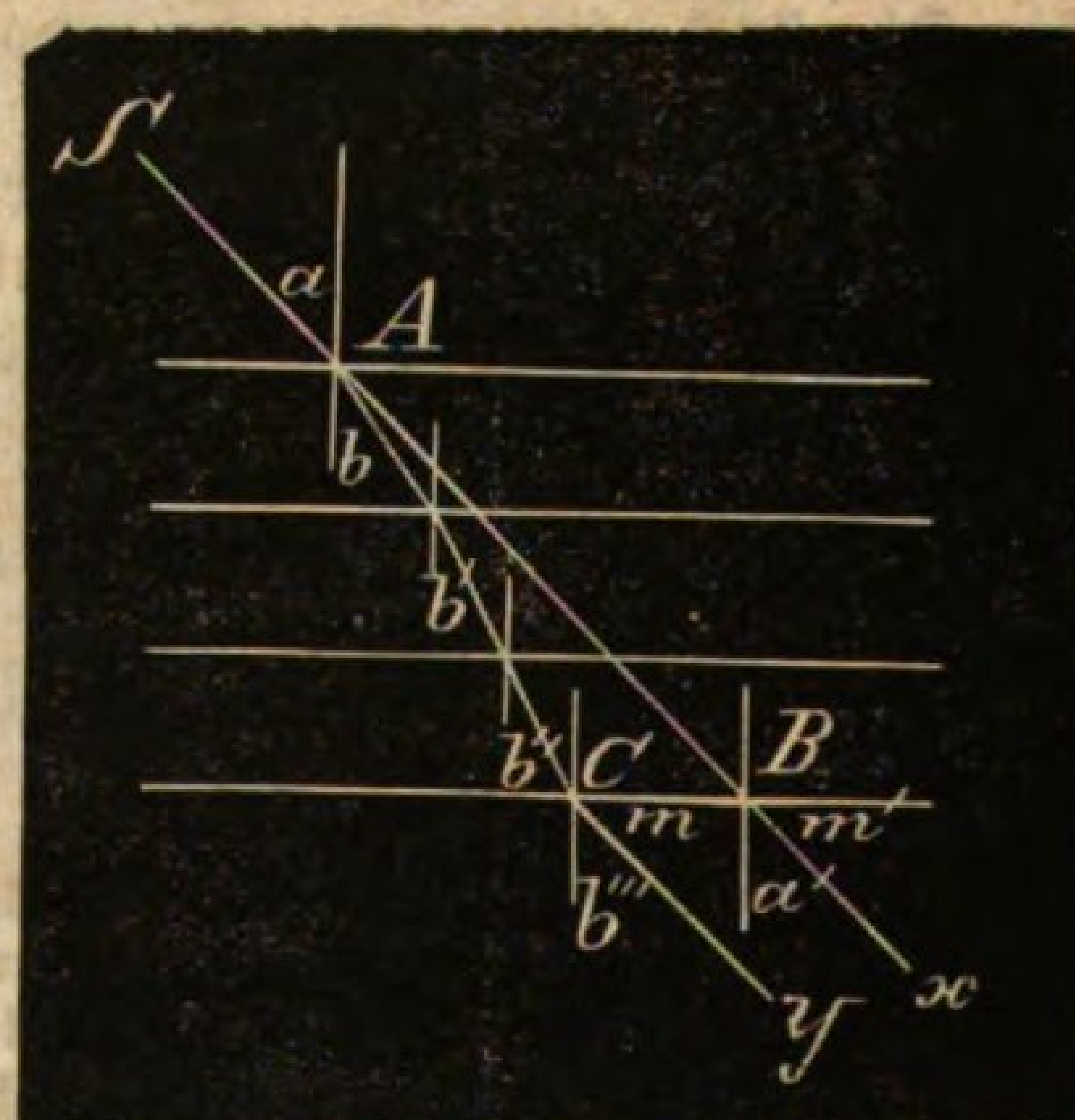
$$n\,v = n'\,v', \text{ und } \frac{v}{v'} = \frac{n'}{n}.$$

Heißt a Fig. 188, der Einfallswinkel eines aus N in P eintretenden Lichtstrahls und b der Brechungswinkel, so ist

$$\frac{\sin. a}{\sin. b} = \frac{v}{v'}, \text{ mithin}$$

$$\text{auch } \frac{\sin. a}{\sin. b} = \frac{n'}{n};$$

Fig. 188.



man findet also das Brechungsverhältniß für den Uebergang des Lichtes aus N in P, wenn das von einem dritten Körper M zu N, und von M zu P bekannt ist, indem man das letztere durch das erstere dividirt.

Geht ein Lichtstrahl SA durch drei verschiedene Mittel M, N, P, deren Trennungsflächen parallele Ebenen sind, und sind n, n', n'' die Brechungsverhältnisse des Lichtes, welches aus der atmosphärischen Luft in M, N, P übergeht, so ist:

$$\frac{\sin. a}{\sin. b} = n, \frac{\sin. b}{\sin. b'} = \frac{n'}{n}, \frac{\sin. b'}{\sin. b''} = \frac{n''}{n'}, \frac{\sin. b''}{\sin. b'''} = \frac{1}{n''};$$

multiplicirt man diese vier Gleichungen mit einander, so erhält man $\frac{\sin. a}{\sin. b'''} = 1$, folglich $\sin. a = \sin. b'''$, und da die Winkel spitzig sind, auch $a = b'''$. Verlängert man den einfallenden Lichtstrahl SA nach ABx, errichtet in B eine Senkrechte, so ist offenbar $a = a'$, mithin $a' = b'''$, daher sind auch ihre complementären Winkel m und m' einander gleich, und somit der austretende Strahl Cy parallel zu dem einfallenden Sx

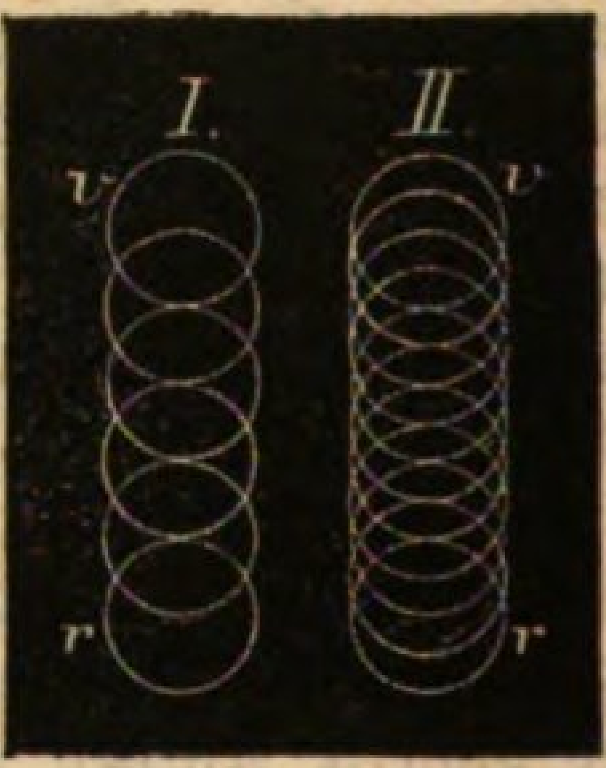
§. 152. Farbenzerstreuung. Leitet man mittelst eines Heliostats directes Sonnenlicht durch eine runde Oeffnung im Fensterladen auf ein in einem verfinsterten Zimmer horizontal liegendes farbloses Glasprisma, dessen brechender Winkel nach abwärts gekehrt ist, so erblickt man bekanntlich auf einer über 12 Fuß entfernten weißen Tafel das Bild der Sonne von dem Orte, wo es ohne Prisma erschienen wäre,

nach oben zu abgelenkt, auch noch von der nämlichen Breite wie ohne Prisma, aber mehrere Mal länger, oben und unten kreisförmig, aber an den Seiten geradlinig begrenzt und aus 6 ungleich breiten Streifen bestehend, deren jeder eine andere glänzende Farbe zeigt; unten ist roth, höher hinauf folgen orangegelb, gelb, grün, blau und zuletzt violett. Hieraus folgt, daß das Sonnenlicht bei der Brechung im Prisma in viele Theile zerlegt wird, deren jeder in einer anderen Richtung abgelenkt erscheint, daher auch eine andere Ablenkungsfähigkeit oder Brechbarkeit besitzt, und im Auge eine andere Farbenempfindung erzeugt. Die geringste Brechbarkeit besitzt der rothe, die größte der violette Antheil des directen Sonnenlichts. Da die Breite des Farbenbildes die nämliche wie die des Sonnenbildes ohne Prisma so geschieht die Zerstreuung der Sonnenstrahlen nur in der Ebene der Brechung. Der Uebergang von einem Farbenton zum anderen geschieht allmälig durch mehrere Abstufungen, die am auffallendsten im Blau hervortreten, wo man hellblau und dunkelblau deutlich unterscheidet. Die Zerlegung des Sonnenlichts in seine verschiedenfarbigen Theile heißt Farbenzerstreuung, auch Dispersion, und das Farbenbild Farbenspectrum. Die Aufeinanderfolge der Farben und ihrer Nüancen bleibt die nämliche, mag das Prisma aus was immer für einem durchsichtigen und farblosen Materiale bestehen. Die Farbenzerstreuung wurde zuerst von Newton untersucht.

Die Strahlen des Spectrums verlieren die Eigenschaft, eine bestimmte Farbenempfindung zu erzeugen, nicht mehr durch eine neue Brechung, und werden dabei auch nicht mehr in andere verschiedenfarbige Theile zerlegt. Davon überzeugt man sich, wenn man das Farbenbild auf eine weiße Tafel fallen läßt, in welcher eine kleine kreisrunde Oeffnung angebracht ist; durch diese Oeffnung gehen die Strahlen derjenigen Farbe, die darauf fällt, hindurch, und werden, wenn sie mit einem zweiten gehörig gestellten Prisma aufgefangen werden, wohl von ihrer Richtung abgelenkt, und zwar desto stärker, je brechbarer sie sind, aber sie erleiden bezüglich ihrer Farbe keine weitere Veränderung.

Um die Begrenzung des prismatischen Farbenbildes zu begreifen, leite man das Licht, bevor es das Prisma trifft, durch ein gefärbtes Glas oder durch eine gefärbte Flüssigkeit, die nur eine Farbengattung durchläßt; man wird auf der weißen Tafel immer ein kreisrundes Sonnenbild von der Farbe der durchgelassenen Strahlen wahrnehmen, und zieht hieraus den Schluß, daß Strahlen von der nämlichen Brechbarkeit ein vollständiges kreisrundes Sonnenbild geben, dessen Lage auf der Tafel sich mit der Brechbarkeit des Lichtes ändert, so daß, wenn der brechende Winkel nach abwärts gekehrt ist, das orangegelbe Bild über dem rothen, das gelbe über dem orangefarbigen liegt u. s. f., wobei sie sich theilweise decken, und ein länglichtes Farbenbild entsteht. Dieses kann nicht etwa nur aus 6 verschiedenfarbigen Strahlen bestehen; denn wäre dieß der Fall, so müßten die übereinander befindlichen und sich theilweise deckenden kreisförmigen Sonnenbilder an den Seiten kreisförmig gebogene Einschnitte zeigen, wie aus der Fig. 189 zu ersehen ist; allein das Farbenbild ist an den Seiten von geraden Linien begrenzt, was nur dann möglich ist, wenn die Anzahl der kreisförmigen

Fig. 189.



Sonnenbilder unendlich groß ist; denn vermehrt man die Zahl der Bilder bedeutend, so verschwinden die Einschnitte an der Seite gänzlich, wie man es deutlich an der Figur II. sieht. Hieraus folgt, daß das directe weiße Sonnenlicht aus unzählig vielen Strahlen, deren jeder eine andere Brechbarkeit besitzt, zusammengesetzt ist. Jeder Strahl erzeugt eine seiner Brechbarkeit entsprechende Farbenempfindung; daher sollte unser Auge im Spectrum unendlich viele Farben wahrnehmen, allein da es einen Unterschied in der Farbe erst bei einem größeren Unterschiede der Brechbarkeit zu bemerken vermag, so wie man den Unterschied zwischen zwei Tönen erst bei einem größeren Unterschiede in der Schwingungszahl bemerkt, so unterscheiden wir im Spectrum nur 6 Hauptfarben, sind aber doch auch im Stande, in jedem Farbenantheile viele Abstufungen der nämlichen Farbe wahrzunehmen.

Die Lichtstrahlen, die von einem Punkte des Spectrums, das man durch Zerlegung des directen Sonnenlichtes mittelst eines Prisma erhält, in unser Auge kommen, sind nicht sämmtlich von der nämlichen Brechbarkeit, mithin das Spectrum nicht homogen; dieß ist schon aus dem Umstande zu ersehen, daß das Spectrum nur ein Aggregat von verschieden gefärbten und sich theilweise deckenden Sonnenbildern ist. — Eine andere Ursache der Ungleichartigkeit der in einem Punkte des Spectrums zusammentreffenden Strahlen liegt in der Größe der Oeffnung im Fensterladen, durch die das directe Sonnenlicht auf das Prisma geleitet wird; durch diese Oeffnung tritt immer ein aus sehr vielen parallelen Strahlen bestehendes Lichtbündel ein; jeder dieser Strahlen wird zerlegt und erzeugt ein Farbenbild, welches auf der Tafel einen gewissen Raum einnimmt. Indem die Farbenbilder der einzelnen Lichtstrahlen nicht denselben Raum einnehmen, da die der höher durch die Oeffnung gehenden Strahlen auch höher liegen, als die der tiefer im Bündel befindlichen, so müssen sie sich theilweise decken, so daß an dieselbe Stelle der Tafel Strahlen fallen, die verschiedenen Theilen der Spectra angehören, somit eine verschiedene Brechbarkeit besitzen. — Die gewöhnlichen Prismen enthalten viele Streifen und Bläschen, die das Licht unregelmäßig zerstreuen, und dadurch veranlassen, daß sich an einer Stelle des Spectrums Strahlen mit einander mengen, die verschiedenen Theilen desselben angehören, somit von ungleicher Brechbarkeit sind.

Um ein möglichst reines Spectrum zu erhalten, muß man möglichst reine Glasprismen anwenden, die Lichtstrahlen nahe an der Kante durchleiten, weil sie da nur einen dünnen Theil der Materie durchlaufen und weniger Streifen und Bläschen antreffen; bevor man die Strahlen auf das Prisma fallen läßt, fängt man sie mit einer Sammellinse auf, und erhält im Brennpunkte ein sehr kleines Sonnenbild; die von diesem Bilde ausgehenden Lichtstrahlen läßt man erst auf eine Tafel mit einer sehr kleinen Oeffnung auffallen, hinter der das Prisma aufgestellt ist. Hat das Prisma einen hinreichend großen brechenden Winkel, und steht die weiße Tafel ziemlich weit vom Prisma, so erscheint das Farbenbild lang genug, um es in allen einzelnen Theilen, die immer einen hohen Grad der Gleichartigkeit besitzen, untersuchen zu können. Nach der Undulationstheorie ist die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der mehr brechbaren Strahlen kleiner, als der minder brechbaren, also ist sie bei den violetten am kleinsten, bei den rothen am größten; die Wellen des violetten Lichtes haben die kleinste

Länge, die des äußersten rothen dagegen die größte. Die Lichtwelle des weißen Lichtes zerfällt bei der Farbenzerstreuung in Wellen von verschiedener Länge, deren jede im brechenden Mittel mit einer andern Geschwindigkeit fortschreitet. Cauchy hat bewiesen, daß in der That die Geschwindigkeit der Fortpflanzung auch von der Wellenlänge abhänge, sobald die Molecüle so gelagert sind, daß ihre gegenseitigen Abstände ein merkliches Verhältniß zur Wellenlänge haben.

§. 153. Homogenes Farbenbild. Um ein solches zu erhalten, leitet man directes Sonnenlicht durch eine verticale schmale, rechteckige, im Fensterladen angebrachte Spalte, oder was noch zweckmäßiger ist, man leitet es zuerst auf einen halben vertical stehenden Glascylinder, der es zu einer Lichtlinie vereinigt, und hierauf erst durch eine enge Spalte auf ein in einem verfinsterten Zimmer befindliches reines Prisma, dessen Kante zu der Spalte parallel, somit auch vertical steht: die gleich brechbaren, aber verschiedenen Strahlen des auffallenden Lichtbündels zugehörigen Theile erleiden beim Durchgange durch das Prisma die nämliche Ablenkung, und treten somit eben so, wie sie auffallen, in parallelen Richtungen heraus, weshalb sie durch das Objectiv eines achromatischen Fernrohres, mit dem man sie auffängt, in der Brennweite zu einer mit der Spalte parallelen Linie vereinigt werden; da jedoch die Strahlen von verschiedener Brechbarkeit in verschiedenen Richtungen aus dem Prisma austreten, und daher auch in verschiedenen Richtungen das Objectiv treffen, so fallen die verticalen Lichtlinien, die jede Strahlengattung bildet, neben einander und zwar in die nämliche Entfernung vom Objectiv, da dieses achromatisch ist, und daher die Brennweite für Strahlen jeder Brechbarkeit gleich groß ist. Auf diese Art entsteht ein horizontal liegendes Farbenbild, das vollkommen homogen ist, indem in jeder verticalen Linie desselben nur Strahlen einer Brechbarkeit vorkommen. Das Fernrohr muß, ehe das Prisma vor das Objectiv aufgesetzt wird, so gerichtet werden, daß man die Spalte deutlich sieht. An diesem homogenen Farbenbilde nimmt man merkwürdige Eigenschaften wahr, wenn man es mit einem stark vergrößernden Oculare ansieht, dieses aber, bevor das Prisma vor das Objectiv aufgesetzt wird, so einstellt, daß die Spalte scharf und deutlich erscheint; es ist

a) von unzählig vielen dunklen und mehreren völlig schwarzen, verticalen Streifen durchschnitten, die auf eine unregelmäßige Art im Spectrum vertheilt, und verschieden breit sind, die dickeren lösen sich bei stärkeren Vergrößerungen in zwei oder mehrere Linien auf. Hieraus folgt, daß in der Reihenfolge der ungleich brechbaren Strahlen des weißen Lichtes vom äußersten Roth bis zum äußersten Violett keine vollkommene Stetigkeit herrscht, sondern daß Strahlen von gewissen Graden der Brechbarkeit gänzlich fehlen, weshalb an den Stellen des Spectrums, wo sie erscheinen sollten, dunkle Linien entstehen. Diese dunklen Linien heißen nach ihrem Entdecker Fraunhofer'sche Linien.

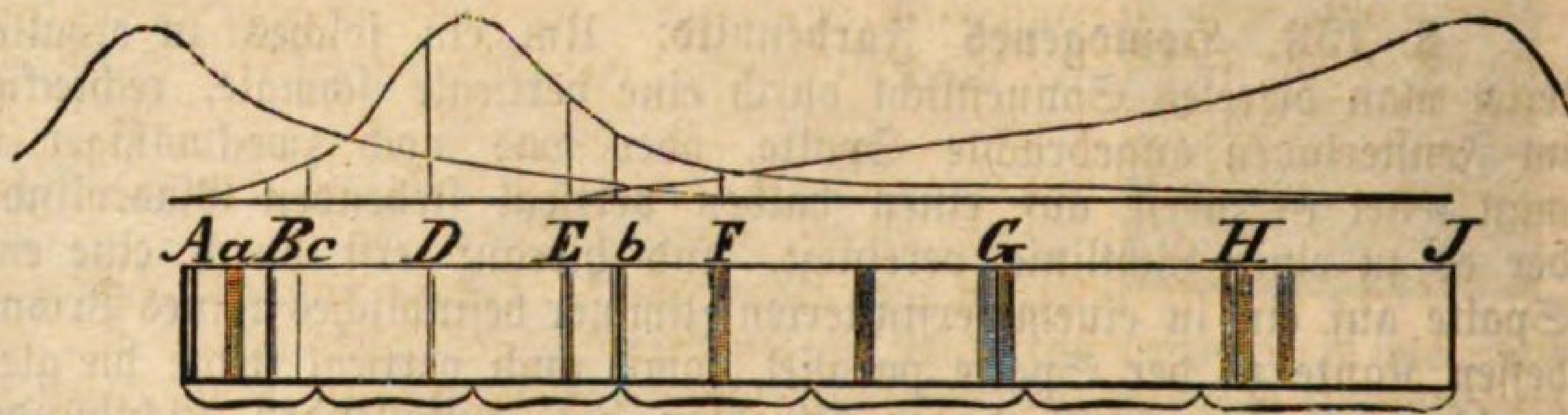
b) Die dunklen Linien liegen immer in einerlei Theilen des Spectrums, und so lange man sich nur des Sonnenlichtes bedient, erscheint das Verhältniß ihrer gegenseitigen Abstände, so wie die Ordnung ihrer Aufeinanderfolge unabhängig von dem brechenden Winkel und von der materiellen Beschaffenheit des Prisma; daraus läßt sich schließen, daß sie dem Spectrum des ungetrübten Sonnenlichtes eigen sind.

c) Man beobachtet einen auffallenden Unterschied in der Intensität der verschiedenen Theile des Spectrums; am intensivsten erscheinen

die zwischen Gelb und Orange befindlichen, am schwächsten die violetten Strahlen.

Die Fig. 190. stellt ein mit einem Flintglasprisma hervorgebrachtes Spectrum vor, bei dem in A die Strahlen der geringsten Brechbarkeit vorkommen; die mit den

Fig. 190.



großen Buchstaben B, C, D, E, F, G, H bezeichneten dunklen Linien sind die hervorragendsten und daher am leichtesten erkennbar; die auf der horizontalen MN bis zu der über A anfangenden krummen Linie errichteten Senkrechten geben nach Fraunhofer's Messungen das Verhältniß der Lichtintensitäten der unterhalb befindlichen Stellen des Farbenbildes an; die krumme Linie W, deren Ordinaten über A am größten sind, gibt auf die nämliche Art die Intensität der Wärmewirkung an, die vom Violett gegen Roth zunimmt, und die dritte rechts stellt die Intensität der chemischen Wirkung des Spectrums dar; letztere beginnt im Grün, nimmt gegen das Violett zu und ist noch jenseits des Violetts erkennbar. — Man kann auch mittelst einer achromatischen Linse von großer Brennweite, die hinter dem Prisma aufgestellt ist, die dunklen Linien auf einem Schirme sichtbar machen.

d) Die Farbenzerstreuung, die Anordnung und Beschaffenheit der dunklen Linien im homogenen Spectrum ist beim Sonnenlichte anders, als bei anderen Lichtquellen. Es gibt auch selbstleuchtende Körper, welche nur homogenes Licht ausstrahlen, so daß das Spectrum nur einfarbig erscheint.

So sind beim electrischen Lichte hellglänzende Linien zu sehen; im Spectrum vom gewöhnlichen Kerzenlichte sieht man zwischen Roth und Gelb einen lichten Streifen, und einen schwächeren im Grün; bei Fixsternen von völlig weißem Lichte sind die dunklen Linien nicht dieselben; überhaupt bietet jede Lichtquelle ein Spectrum mit einem eigenthümlichen Systeme von Streifen, welches, da es unverändert bleibt, zur Unterscheidung einer Lichtquelle von einer andern dienen kann.

Nach Talbot bekommt man ein homogenes gelbes Licht, wenn man auf den Docht einer Weingeistflamme Kochsalz streut, und darauf Sauerstoffgas leitet! aber auch ohne diesen Strom von Sauerstoffgas ist das Licht fast homogen gelb, jedoch minder intensiv. In Farbenbildern, welche unvollkommen brennende Körper liefern, ist Gelb vorherrschend. Leitet man Sonnenlicht durch ein Glasgefäß mit parallelen Wänden, das mit einer Auflösung von Kupfervitriol gefüllt ist, der man so lange Ammoniak zusetzt, bis der anfängliche Niederschlag sich wieder auflöset, so erhält man homogenes blaues Licht.

Betrachtet man die rothe Strontianflamme durch ein Prisma, so sieht man nebst einem orangenfarbigen und einem hellblauen Streifen eine große Anzahl von rothen durch dunkle Zwischenräume von einander getrennten Streifen; das Spectrum von der rothen Lithionflamme ist durchaus roth.

Wheatston fand, daß das Farbenspectrum des electrischen Funkens von der Beschaffenheit des Metalls abhängt, aus dem er gezogen wird, so daß man aus der Farbe und der Anordnung der dunklen Linien die Beschaffenheit des Metalls erkennen kann; die Erscheinungen des electrischen Funkens sind im luftleeren Raume dieselben, wie in der Luft, daher entstehen sie nicht in Folge eines Verbrennungsprocesses.

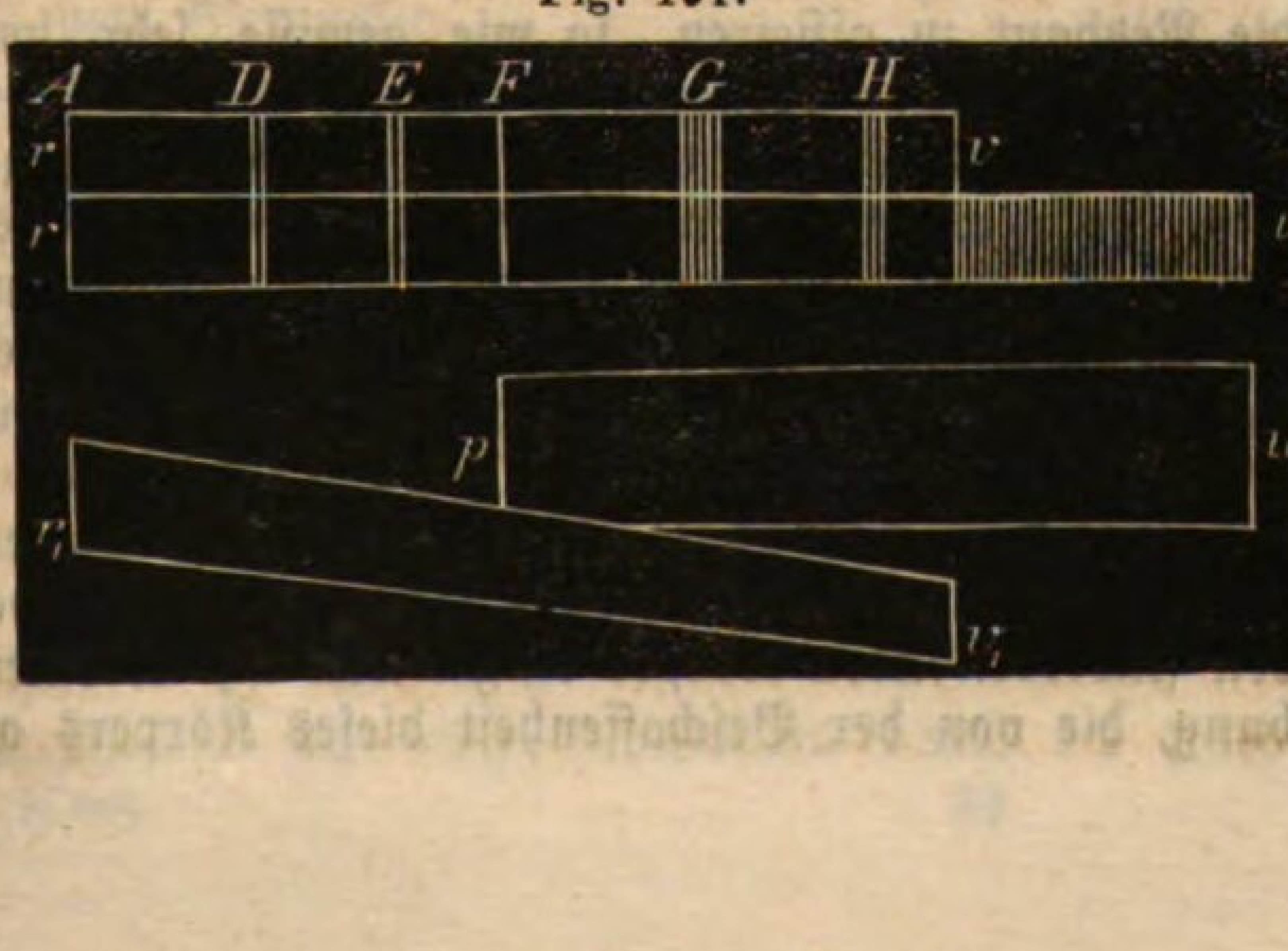
Die Fraunhofer'schen dunklen Linien im homogenen Spectrum sind wohl nur dem Umstande zuzuschreiben, daß gewisse Strahlenarten beim Durchgange durch die Atmosphäre in dieser absorbirt werden; denn auf hohen Bergen ist die Zahl der

dunklen Linien kleiner, dagegen größer beim niedrigem Stande der Sonne. Leitet man das Sonnenlicht durch eine Schichte von den rothen Dämpfen der Untersalpetersäure, die man erhält, wenn Kupfer mit Salpetersäure übergossen wird, hierauf durch ein Prisma und betrachtet das Spectrum durch ein Fernrohr, so sieht man es von unzählig vielen dunklen Linien durchschnitten. Geht das Licht durch ein Glasgefäß (mit parallelen Wänden), in dem man Jod allmälig erwärmt hat, so nimmt man zuerst in dem blauen Lichte nahe am violetten gleich weit abstehende schwarze Streifen wahr, wird der Dampf dichter, so sieht man sie in allen Theilen des Spectrums, im Roth näher bei einander als im Violett; bei einer gewissen Dichte des Joddampfes sieht man nur noch etwas Roth mit sehr viel dunklen Linien. — Offenbar in allen diesen Fällen ist es das Mittel, welches Strahlen von gewisser Brechbarkeit absorbirt.

154. Fluorescenz. Spectralanalyse. Erzeugt man ein Spectrum mit den Fraunhofer'schen Linien durch ein Flintglasprisma, oder noch besser durch ein Bergkrystallprisma, dessen optische Axe auf der brechenden Kante senkrecht steht und das einen brechenden Winkel hat, bei dem unter der Einstellung des Prisma für das Minimum der Ablenkung der gebrochene Strahl die Richtung der Axe erhält, und daher nur ein Farbenbild entsteht; läßt dann das Spectrum, wie es zuerst Stokes gezeigt hat, auf einen Schirm von weißem Pappendeckel, in dessen Mitte ein mit Curcumatinctur wiederholt bestrichener Papierstreifen gespannt ist, in horizontaler Lage und in der Art auffallen, daß eine Hälfte auf den Schirm und die andere auf den Streifen zu liegen kommt, so findet man, daß die Curcumatinctur eine Aenderung in der Beschaffenheit des darauf fallenden Spectrums hervorbringt, denn dieses besteht aus zwei Theilen, wovon der eine die Farben des Lichtes von geringerer Brechbarkeit in ihrer gewöhnlichen Aufeinanderfolge enthält, wie in dem auf dem Schirme erscheinenden Theile, der andere hingegen, der schon zwischen den dunklen Linien F und G beginnt, sich noch weit über die violette Grenze des Spectrums, also in den gewöhnlich unsichtbaren Theil des Raumes erstreckt, und in dieser Verlängerung eine Menge von dunklen Linien zeigt. Das gewöhnliche Blau und Violett verschwindet, und es kommt eine schmutzig grüne Färbung zum Vorschein. War der Papierstreifen mit einer Lösung von schwefelsaurem Chinin, der man einige Tropfen Schwefelsäure zugesetzt hat, getränkt, so erscheint die Färbung dieses zweiten Theils des Spectrums, den man auch das modificirte Spectrum heißt, bläulich weiß.

Betrachtet man nun das Spectrum durch ein zweites Prisma, dessen brechende Kante horizontal liegt und nach abwärts gekehrt ist, so sieht man das gewöhnliche Spectrum r v, Fig. 191, tiefer in der schiefen Lage $r_1 v_1$, da das rothe Licht am wenigsten, das violette aber am meisten abgelenkt erscheint. Das modificirte Spectrum liefert ein zweites $p u_1$, in welchem die pris-

Fig. 191.



matischen Farben in horizontaler Richtung über einander liegen, und man sieht deutlich, daß die grünliche Färbung auf dem Curcumapapier sich dort einstellt, wo Blau, Violett und das ultraviolette (unsichtbare, chemisch wirksame) Licht sich vorfindet, und daß sie aus Roth, Gelb, Grün und Blau zusammengesetzt ist; denn in diese Farben erscheint es nun zerlegt. Das Verhältniß der farbigen Antheile von p u_1 ändert sich mit der Beschaffenheit der Flüssigkeit, womit das Papier wiederholt überstrichen worden ist; war diese Flüssigkeit Stechapfelsamentinctur, so erscheint das modificirte Spectrum als ein hellgrüner Streifen, der schon bei der dunklen Linie F beginnt; es wird sehr schön grün, wenn man das Spectrum mit einer Platte von Annaglas (Canarienglas, mit Uranoxyd gefärbtes Glas) auffängt. Diese Thatsachen lehren, daß die leuchtenden blauen, violetten, dann die übervioletten oder unsichtbaren Strahlen, also Strahlen von sehr großer Brechbarkeit durch die gebrauchten Flüssigkeiten und durch Annaglas in rothe, gelbe, grüne, zum Theil auch in blaue Strahlen, also immer in Strahlen von geringerer Brechbarkeit umgewandelt werden. Man hat aber keine Stoffe gefunden, welche rothe, gelbe und grüne Strahlen in blaue oder violette umgewandelt hätten, denn man hat niemals das modificirte Spectrum unter r_1 v_1 gefunden. Stokes nennt solche Körper, die das auffallende Licht von bestimmter Brechbarkeit in zerstreutes Licht von geringerer Brechbarkeit, also die Lichtwellen von kleinerer Länge in solche von größerer Wellenlänge und längerer Schwingungsdauer umzuwandeln vermögen, fluorescirende Körper, und den Vorgang der Umwandlung Fluorescenz, von Fluorcalium oder Flußspath, von dem es gewisse Varietäten gibt, an welchen diese Eigenschaft zuerst wahrgenommen wurde.

Will man wissen, ob ein Körper die Eigenschaft der Fluorescenz besitze oder nicht, so läßt man auf ihn das Spectrum auffallen, und sieht dieses durch ein Prisma an; ist der Körper fluorescirend, so muß nun ein zweites Spectrum mehr oder weniger sichtbar sein. — Das Spectrum, welches man durch ein Bergkrystallprisma erzeugte, zeigt auf fluorescirendem Papier eine größere Verlängerung des ultravioletten Lichts als das durch ein Flintglasprisma hervorgebrachte, woraus folgt, daß es eine größere Menge von unsichtbaren Strahlen durchläßt als letzteres. Crownglas und manche andere Körper lassen die unsichtbaren Strahlen nicht durch, daher zeigt das durch ein Crownglas bewirkte Spectrum die Erscheinung der Fluorescenz nicht. Wir sehen die ultravioletten Strahlen entweder deshalb nicht, weil sie unvermögend sind, die Netzhaut zu afficiren, so wie gewisse sehr hohe Töne vom Gehörorgan nicht mehr vernommen werden oder weil die durchsichtigen Stoffe im Auge diese Strahlen nicht bis zur Netzhaut gelangen lassen. Leitet man Sonnenlicht in ein dunkles Zimmer, läßt es auf eine Linse, am besten auf eine Linse von Bergkrystall auffallen, und führt den erzeugten Lichtkegel auf die Oberfläche einer fluorescirenden Flüssigkeit oder auf einen Würfel von Annaglas oder Flußspath in der Weise, daß der Brennpunkt in einen kleinen Abstand von der Oberfläche zu liegen kommt, stellt sich dann so, daß man nur das zerstreute Licht in das Auge bekommen kann, so sieht man den Theil des Lichtkegels, der in den fluorescirenden Körper eingetreten ist, in einer eigenthümlichen Färbung, die von der Beschaffenheit dieses Körpers abhängt, aber niemals

violett ist. Diese Färbung ist die Wirkung der durch den Körper hervorgebrachten Umwandlung der Strahlen von sehr hoher Brechbarkeit in zerstreutes Licht von minderer Brechbarkeit. Man nannte früher diese Erscheinung innere Dispersion; da aber Stokes gezeigt hat, daß es auch eine andere Dispersion gibt, bei welcher das durch eine durchsichtige Flüssigkeit gehende Licht von feinen darin suspendirten fremdartigen Theilchen zerstreut wird, dabei in seiner Farbe ungeändert bleibt und in der Reflexionsebene polarisirt ist, dagegen das aus dem Inneren einer Curcumatinctur oder einer Chininlösung zurückgestrahlte Licht unpolarisirt bleibt, so wählte er zur Bezeichnung der inneren Dispersion den Ausdruck Fluorescenz.

Der Lichtkegel erscheint innerhalb eines Würfels von Flußspath in gewissen Richtungen blau, innerhalb eines Würfels von Annaglas grün, in der farblosen wässerigen Lösung von schwefelsaurem Chinin, der man einige Tropfen Schwefelsäure zugesetzt hat, erscheint er hellblau, in dem alcoholischen Auszuge von Stechapfelsamen grünlich, in der gelben Curcumatinctur grün, in dem smaragdgrünen ätherischen Auszug von Blattgrün sieht man ihn roth, in dem bräunlichen Auszug der Roßkastanienrinde in Folge des darin vorkommenden Aesculins hellblau; ein Decoct der Rinde von der gemeinen Esche zeigt schwefelgelbe Fluorescenz. Diese Farben erscheinen am lebhaftesten an der Oberfläche.

Körper, welche vorzugsweise Strahlen von großer Brechbarkeit durchzulassen vermögen, lassen auch eine Menge unsichtbares Licht durch, welches an fluorescirenden Körpern sich lebhaft bemerkbar macht; ist z. B. das directe Sonnenlicht, bevor es auf die Linse kommt, durch eine Lösung von schwefelsaurem Kupferoxydammoniak gegangen, welches nur blaues Licht durchläßt, so erscheint die davon erleuchtete Stechapfeltinctur, so wie das gelbe Annaglas grün, woraus ersichtlich wird, daß fluorescirende Körper auch solche Farben zeigen, die in dem sichtbaren auffallenden Lichte nicht vorkommen, daher aus den auffallenden unsichtbaren Strahlen hervorgehen.

Leitet man Sonnenlicht durch blaues Kobaltglas, so erscheint es blau, enthält aber viel unsichtbare Strahlen, weshalb darin Papier, welches man mit der Chininlösung bestrichen hat, sehr hell erleuchtet, und Annaglas mit grüner Färbung erscheint; dagegen sieht man in diesem Lichte weißes Porzellan, weiße Blumen, da sie nicht fluorescirend sind, blau gefärbt, aber gelbe und braune Blumen erscheinen mit lebhafter rother Farbe, und ihre grünen Blätter mit der dunklen rothen Färbung des Auszugs von Blattgrün.

Geht das Sonnenlicht durch eine vor der Linse stehende Lösung von Chlorkupfer, so erscheint der Lichtkegel in einer Lösung von schwefelsaurem Chinin nicht mehr blau, sondern nur grün, nämlich von der Farbe der Lösung, weil diese die der Umwandlung fähigen Strahlen absorbirt.

Die Fluorescenz-Erscheinungen kann man auch schon beim Tageslichte beobachten, wenn man nur dafür sorgt, daß das Auge nebst dem ungewandelten Lichte nicht auch die lichtstarken gewöhnlichen Strahlen gleichzeitig erhält; insbesondere bei Annaglas und beim Flußspath.

Bekanntlich unterscheiden sich viele Lichtquellen durch die Farbe

ihres Lichtes; die Untersuchungen lehren, daß auch die Menge der unsichtbaren, vorzugsweise chemisch wirksamen Strahlen, die sie aussenden, sehr verschieden ist; viel unsichtbare Strahlen enthalten die Flammen von Wasserstoffgas, Naphtha, Weingeist, der Lichtbogen einer Volta'schen Batterie, das electrische Licht im luftleeren Raume, die Flamme des mit Stickoxyd verbrennenden Schwefelkohlenstoffes; das Kerzen- und Lampenlicht hat sehr wenig unsichtbare Strahlen.

Crookes fand, daß das Sonnenlicht zu allen Jahreszeiten am Mittag mehr Strahlen von sehr hoher Brechbarkeit, daher von starker chemischer Wirksamkeit enthält, als zu einer anderen Tageszeit; ihre Menge zur Mittagszeit wächst vom Wintersolstitium bis zum Sommersolstitium. Er fand auch, daß das dunkelorangefarbene Glas wohl Strahlen von geringer Brechbarkeit leicht durchläßt, aber vollkommen opak ist für alle Strahlen, die jenseits der dunklen Linie E liegen, weshalb es für Photographen zur Beleuchtung ihrer Laboratorien vorzüglich geeignet ist.

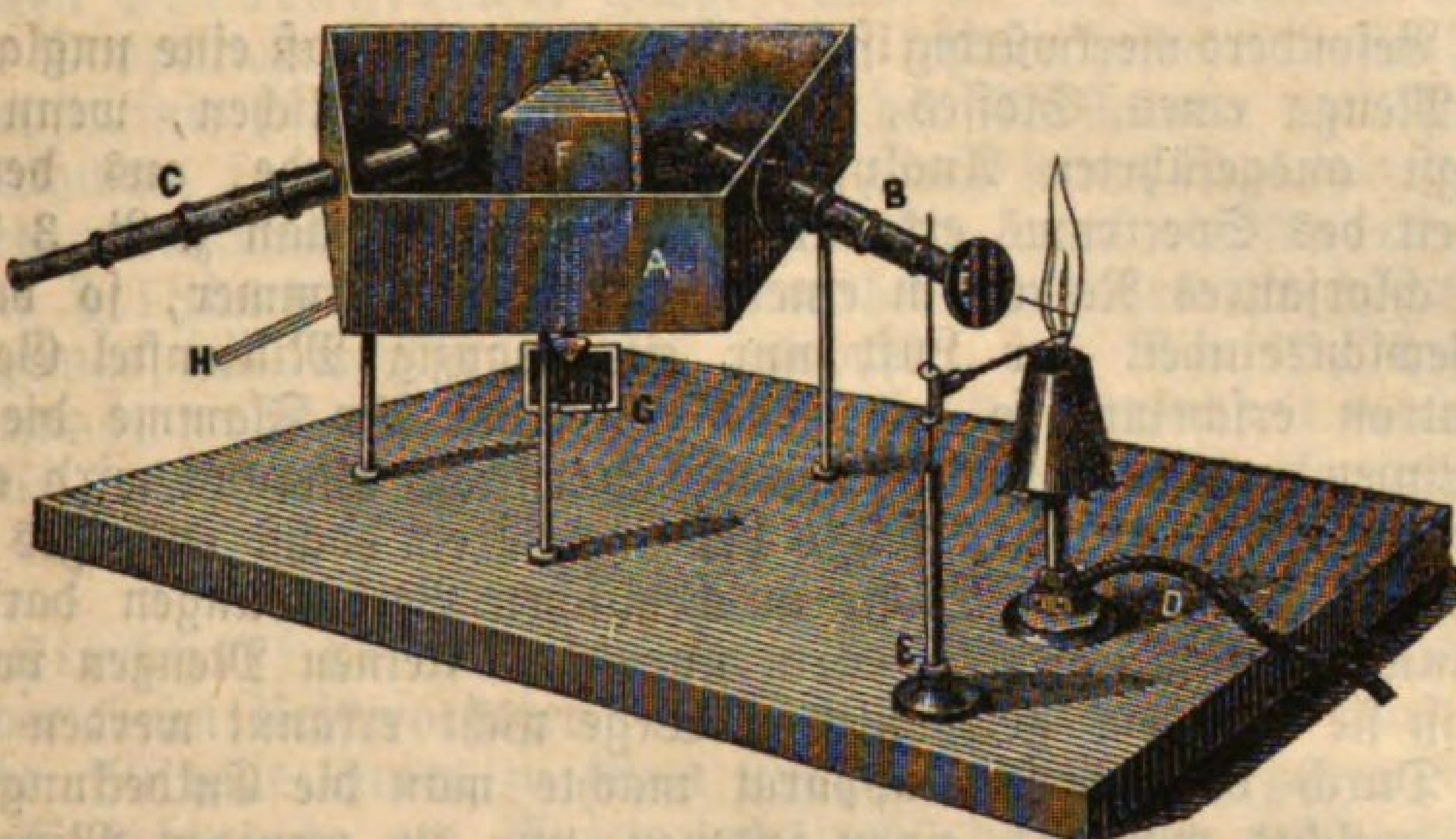
Beleuchtet man einen Körper mit dem blauen Lichte des Kobaltglases oder mit dem des schwefelsauren Kupferoxyd-Ammoniaks, so ist man an der Farbenänderung schon im Stande, seine Fluorescenz zu erkennen, viel sicherer noch, wenn man den Körper auf eine Porzellantafel legt, beide gleichzeitig beleuchtet und dann beobachtet; hält man dicht an die Tafel und den Körper einen Schlitz, so daß beide sichtbar bleiben, und betrachtet den Schlitz durch ein Prisma, so erkennt man auch die Zusammensetzung der durch Fluorescenz entstandenen Färbung. Stokes fand, daß bei den Körpern die Eigenschaft, die Brechbarkeit des einfallenden Lichtes zu verändern, sehr häufig vorkommt; er hat sie auch an Holz, Horn, Knochen, Federn, an der Haut der Hand wahrgenommen.

Mehrere Körper, wie z. B. der Diamant, der Chlorophan, der Flußspath besitzen die Eigenschaft, durch Sonnenlicht (durch Insolation), dem sie einige Zeit ausgesetzt waren, in einen Zustand zu kommen, in welchem sie im Dunklen mit matterm Lichte leuchten, oder wie man sagt, phosphoresciren; der Diamant leuchtet gelbroth, der Chlorophan grün und Flußspath bläulich weiß. Es gibt auch künstliche Leuchtsteine, wie den Bononi'schen Phosphor, den man durch Glühen eines Gemenges von pulverisirtem Schwerspath und Tragantschleim erhält, dann den Osann'schen Phosphor, den man erzeugt, indem man gebrannte Austerschalen mit Schwefelantimon glüht. Stokes hat bewiesen, daß Phosphorescenz und Fluorescenz verschiedene Erscheinungen sind; die phosphorescirenden Körper leuchten immer mit dem ihnen eigenthümlichen Licht, sie mögen vom Lichte von beliebiger Brechbarkeit bestrahlt worden sein, und dieses Lichte vermag auch die benachbarten Theilchen zu erleuchten, was bei dem durch Fluorescenz entstandenen Lichte nicht stattfindet, sonst wären die dunklen Linien im ultravioletten Theile des Spectrums nicht möglich. Die Erscheinung der Fluorescenz verschwindet augenblicklich, wenn man den Zutritt der erregenden Strahlen verhindert, während die phosphorescirenden Körper fortfahren zu leuchten; letztere Körper sind unempfindlich für Fluorescenz.

Spectralanalyse. Um die hellen Linien, die im Spectrum von manchen Flammen beobachtet worden sind, genau untersuchen zu können, haben Bunsen und Kirchhoff einen Spectral-Apparat construirt, der in seiner einfachsten Form aus einem im Inneren geschwärzten Kasten besteht, dessen Boden trapezförmig gestaltet ist, und in dessen Mitte ein Flintglasprisma von 60° auf einer Messingplatte ruht, die um eine verticale Axe drehbar ist; eine von den schiefen Seitenwänden trägt ein Rohr B, dessen gegen das Prisma gekehrtes Ende mit einer achromatischen Sammellinse versehen ist, deren Brennweite an das andere Ende fällt, welches mit einer Platte geschlossen ist, in welcher eine aus zwei Messingschneiden gebildete feine Spalte dem Lichte einer vor ihr stehenden Lampe M den Eintritt in das Rohr gestattet.

In der gegenüberliegenden Seitenwand des Kastens ist ein Fernrohr C von 8maliger Vergrößerung so aufgestellt, daß es die aus dem Prisma austretenden Strahlen aufnehmen kann; um das in der Brennweite befindliche Spectrum mittelst des Oculars deutlich zu sehen, muß dieses in die Lage eingestellt werden, bei der ein sehr entfernter Gegenstand möglichst deutlich erscheint; auch die Spalte muß so eingestellt werden daß sie durch das Fernrohr C betrachtet, sehr deutlich und scharf sich darstellt. An der Seite der Lampe M steht ein Träger der einen

Fig. 192.



feinen Platindraht trägt, dessen Ende zu einem kleinen Oehr gebogen ist, in das man ein kleines Stückchen des zu untersuchenden Körpers legt, und diesen nun in die Flamme der Lampe bringt.

Da man die Erfahrung machte, daß die hellen Linien im Spectrum um so deutlicher hervortreten, je höher die Temperatur und je schwächer die Leuchtkraft der Flamme ist; so wurde bei den Untersuchungen eine von Bunsen erfundene Gaslampe gebraucht, bei welcher eine vollständige Verbrennung der Gasbestandtheile stattfindet, die daher bei sehr hoher Temperatur ein kaum sichtbares Licht verbreitet und für sich allein nur ein schwaches Spectrum erzeugt.

Die Untersuchungen führten zu folgenden Erkenntnissen:

1. Ist in der Flamme eine Spur von einem Natronsalz, so erblickt man im Spectrum nur zwei hellgelbe Linien genau an der Stelle der mit D bezeichneten dunklen Doppellinie im Sonnenspectrum. — Legt man in das Oehr des Platindrahts eine Perle von Chlorstrontium so zeigt das Spectrum eine breite gelbe Linie zwischen den dunklen Linien B und D, dann 6 rothe Streifen in demselben Raume und eine blaue Linie zwischen G und F. — Lithiumsalze in der Flamme zeigen nur eine rothe Linie zwischen B und C und eine gelbe bei D. Andere Stoffe bringen andere Linien im Spectrum hervor.

2. Die Untersuchungen lehrten ferner, daß dasselbe Metall, mag es in was immer für einem Salze vorkommen, wenn dieses in der Flamme flüchtig geworden ist, durch die nämlichen Linien im Spectrum sich erkennbar macht; zu Versuchen eignen sich die flüchtigen Chlorme-

talle am besten. Die Lage dieser Linien ist unabhängig von der Temperatur und der Anwesenheit anderer Dämpfe, nur treten einzelne Linien lebhafter hervor, wenn die Temperatur zunimmt.

3. Ist in der Flamme ein Gemisch von Salzen verschiedener Metalle, so erhält man ein Spectrum, wie es durch Uebereinanderlagerung der den einzelnen Metallen entsprechenden Spectra gebildet würde; daher ist es möglich aus der Beschaffenheit des Flammenspectrums die metallischen Bestandtheile zu erkennen, welche in dem sich verflüchtigenden Stoffe vorhanden sind.

4. Besonders merkwürdig ist die Wahrnehmung, daß eine unglaublich geringe Menge eines Stoffes, welche einer gewöhnlichen, wenn auch sorgfältigst ausgeführten Analyse sich entziehen würde, aus der Beschaffenheit des Spectrums erkannt wird. Verpufft man z. B. 3 Milligramme chlorsaures Natron in einem geräumigen Zimmer, so daß in einer Gewichtseinheit der Luft nur ein zwanzig Millionstel Gewichttheil Natron erscheint, so zeigt das Spectrum der Flamme die zwei gelben Linien, welche das Natrium charakterisiren. Hieraus wird ersichtlich, daß die Spectralanalyse der Chemie ein höchst wichtiges Hilfsmittel zur Entdeckung der Stoffe in chemischen Verbindungen darbietet, selbst dann wenn diese Stoffe darin nur in so kleinen Mengen vorkommen, daß sie auf dem gewöhnlichen Wege nicht erkannt werden könnten. — Durch den Spectralapparat machte man die Entdeckung, daß Lithium, welches man als einen seltenen nur in wenigen Mineralien vorkommenden Stoff kannte, im Mineralreiche sehr verbreitet ist, auch im Meerwasser vorkommt, aber jedesmal nur in sehr geringen Mengen sich darbietet. — Mit dem Spectralapparate entdeckte Bunsen zwei neue Metalle das Rubidium und das Caesium, die in Mineralwässern und auch in festen Körpern vorkommen, und denen Oxyde zu den schwachen Alcalien gezählt werden; die Spectra derselben zeigen einen blauen, einen grünen und einen gelben Streifen, aber das blau des Rubidium liegt zwischen G und H, das des Caesiums zwischen G und F, so ist beim letzteren Metall das Grün näher dem E und das Gelb näher bei D als beim Rudidium. — Crookes entdeckte das Thallium, ein dem Blei ähnliches Metall dessen Flammenspectrum nur eine einzige grüne Linie sehen läßt.

5. Schon Frauenhofer und Wheatstone haben helle Linien in dem Spectrum eines electrischen Funkens beim Ueberspringen von einem Metalldrahte in einen andern beobachtet; Kirchhoff fand, daß diese hellen Linien mit denen übereinstimmen, welche dieselben Metalle im Flammenspectrum zeigen, woraus sich ergibt, daß die electrischen Funken feine Metalltheilchen im glühenden Zustande fortreißen.

6. Kirchhoff hat theoretisch nachgewiesen, daß ein Körper, der im glühenden Zustande nur Licht von einer bestimmten Brechbarkeit ausstrahlt, das darauffallendes Licht von der nämlichen Brechbarkeit absorbirt.

Weißglühendes Glas strahlt Licht von jeder Brechbarkeit aus, absorbirt daher alles darauffallende Licht so, daß kein Lichtstrahl durchgehen kann. — Das gelbe Licht von einer Weingeistflamme, deren Docht mit Kochsalz bestreut war, geht nicht durch

den Natriumdampf, welchen man erzeugt, wenn man in eine mit Wasserstoffgas gefüllte Röhre ein Stückchen Natrium bringt, es erhitzt und durch eine Spitze ausströmen läßt.

7. Im Spectrum des Drumond'schen Kalklichtes, so wie in dem eines weißglühenden Platindrahtes sind keine dunklen und hellen Linien sichtbar.

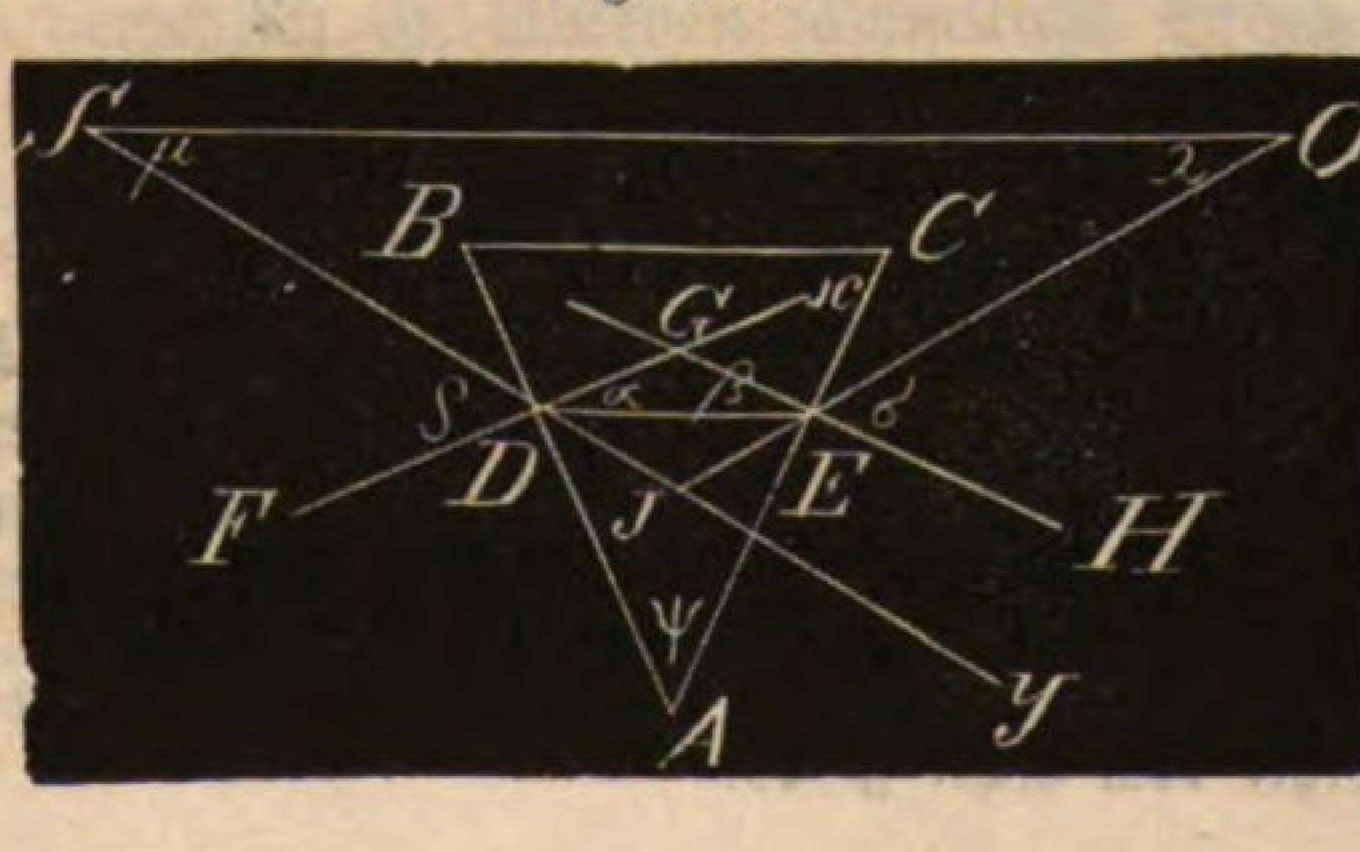
8. Läßt man das Drumond'sche Licht, oder das Licht des weißglühenden Platindrahts durch die Gasflamme gehen, in die man ein Stückchen Chlornatrium gelegt, und die ein Spectrum mit einer gelben Doppellinie erzeugt hat, so wird letztere helle Linie in die dunkle Doppellinie D umgewandelt; ist in der Gasflamme eine Perle von Chlorlithium, so wird die helle rothe Linie seines Spectrums in eine schwarze verwandelt. Die Ursache liegt darin, weil die Natrium-, so wie die Lithiumflamme die Strahlen der nämlichen Brechbarkeit beim Durchgange des weißen Lichtes absorbirt. — Die Umkehrung des Spectrums, wobei die hellen Linien in dunkle verwandelt werden, tritt auch ein, wenn man volles Sonnenlicht durch die Gasflamme durchgehen läßt.

Kirchhoff hat gefunden, daß im Spectrum des electrischen Funkens der beim Ueberspringen aus einem Eisendrahte in einen andern entsteht, 60 helle Linien zu sehen sind, deren Lage er genau durch gewisse Einrichtungen am Spectralapparate bestimmte, und die genau an den nämlichen Stellen sich befinden, an welchen im Sonnenspectrum dunkle Linien zu sehen sind; er nimmt also an, daß die weißglühende Sonne von einer Dampfatmosphäre umgeben ist, in welcher auch Eisendämpfe und nebst diesen auch Dämpfe von Natrium, Magnesium, Calcium und von mehreren anderen Metallen enthalten sind.

Aus dem Gesagten wird nun begreiflich, daß auch beim Durchgange des Sonnenlichtes durch die Erdatmosphäre manche dunkle Linien durch Absorption entstehen können.

§. 155. Ablenkung, die ein Lichtstrahl bei seinem Durchgange durch ein Prisma erfährt. Man versteht in der Optik unter einem Prisma ein jedes durchsichtige brechende Mittel, an welchem zwei ebene, einen Winkel einschließende Flächen vorkommen; die gerade Linie, in welcher sich diese Flächen oder ihre Erweiterungen schneiden, heißt die Kante, der Winkel, den sie einschließen, der brechende Winkel, und jeder auf die Kante senkrecht geführte Schnitt ein Hauptdurchschnitt des Prisma.

Fig. 193.



Es sei SD, Fig. 193, der einfallende Strahl, SDF $= \varrho$ der Einfallswinkel, GDE $= \alpha$ der Brechungswinkel an der Vorderfläche,

DEG $= \beta$ der Einfalls- und OEH $= \sigma$ der Brechungswinkel an der Hinterfläche, und BAC $= \psi$ der brechende Winkel des Prisma; verlängert man sowohl den einfallenden als den austretenden Strahl, so gibt der Winkel OJy, den sie einschließen, die Größe der Ablenkung, welche das Prisma in der Richtung des einfallenden Strahls bewirkt; dieser Winkel OJy = D ist ein äußerer Winkel des Dreiecks DJE, somit $D = \varrho - \alpha + \sigma - \beta = \varrho + \sigma - (\alpha + \beta)$; nun ist in der vierseitigen Figur DGEA

$$\psi + DGE = 180^0 \text{ und } xGE + DGE = 180^0, \text{ mithin}$$
$$\psi = xGE = \alpha + \beta, \text{ folglich}$$
$$D = \varrho + \sigma - \psi \; (1).$$

Diese Ablenkung D erhält ihren kleinsten Werth, sie wird ein Minimum, wenn der Einfallswinkel ϱ dem Austrittswinkel σ gleich, daher auch $\alpha = \beta$ wird *); bezeichnen wir mit d dieses Minimum der Ablenkung, so hat man:

$$d = 2\varrho - \psi, \text{ und } \varrho = \frac{d + \psi}{2},$$

ferner $\psi = 2\,\alpha$, mithin $\alpha = \frac{\psi}{2}$.

Da nun $\frac{\sin.\ \varrho}{\sin.\ \alpha} = n$, so ist auch

$$n = \frac{\sin.\ \frac{(d + \psi)}{2}}{\sin.\ \frac{\psi}{2}} \; (2).$$

Dieser Ausdruck (2) ist ganz vorzüglich geeignet, den Brechungsexponenten zu berechnen, wenn die Werthe von d und ψ bekannt sind. Der Ablenkungswinkel OJy ist aber auch ein äußerer Winkel des Dreieckes SOJ, mithin $d = \mu + \lambda$, und daher

$$n = \frac{\sin.\ \frac{(\mu + \lambda + \psi)}{2}}{\sin.\ \frac{\psi}{2}} \; (3).$$

Ist der Lichtpunkt S sehr weit entfernt, mithin der Strahl SO parallel zu dem Strahl SD, so ist $\mu = o$, $d = \lambda$, mithin

$$n = \frac{\sin.\ \frac{(\lambda + \psi)}{2}}{\sin.\ \frac{\psi}{2}} \; (4).$$

Wenn der brechende Winkel eines Prisma um die sehr kleine Größe γ vergrößert wird, während ϱ, α ungeändert bleiben, so muß, da $\alpha + \beta = \psi$, auch der Winkel β um eben so viel als ψ, also um γ wachsen.

*) Einen einfachen elementaren Beweis dieses Satzes findet man in meiner Lehre vom Lichte §. 40.

Nun ist $\sin.\sigma = n \sin.\beta$; wächst β um γ, so wird auch σ eine kleine Aenderung ε erleiden, und man hat

$$\sin.(\sigma + \varepsilon) = n \sin.(\beta + \gamma) \text{ oder}$$
$$\sin.\sigma + \varepsilon \cos.\sigma = n \sin.\beta + n\gamma \cos.\beta,$$

somit
$$\varepsilon = n\gamma \frac{\cos.\beta}{\cos.\sigma}.$$

Da $\sigma > \beta$, so ist $\cos.\sigma < \cos.\beta$, und $\frac{\cos.\beta}{\cos.\sigma} > 1$; bezeichnet man mit δ die Aenderung des Werthes von D, die in Folge der Vergrößerung von ψ eintritt, so ist

$$D + \delta = \varrho + \sigma + \varepsilon - \psi - \gamma; \text{ mithin}$$
$$\delta = \varepsilon - \gamma = \gamma\left(\frac{n \cos.\beta}{\cos.\sigma} - 1\right);$$

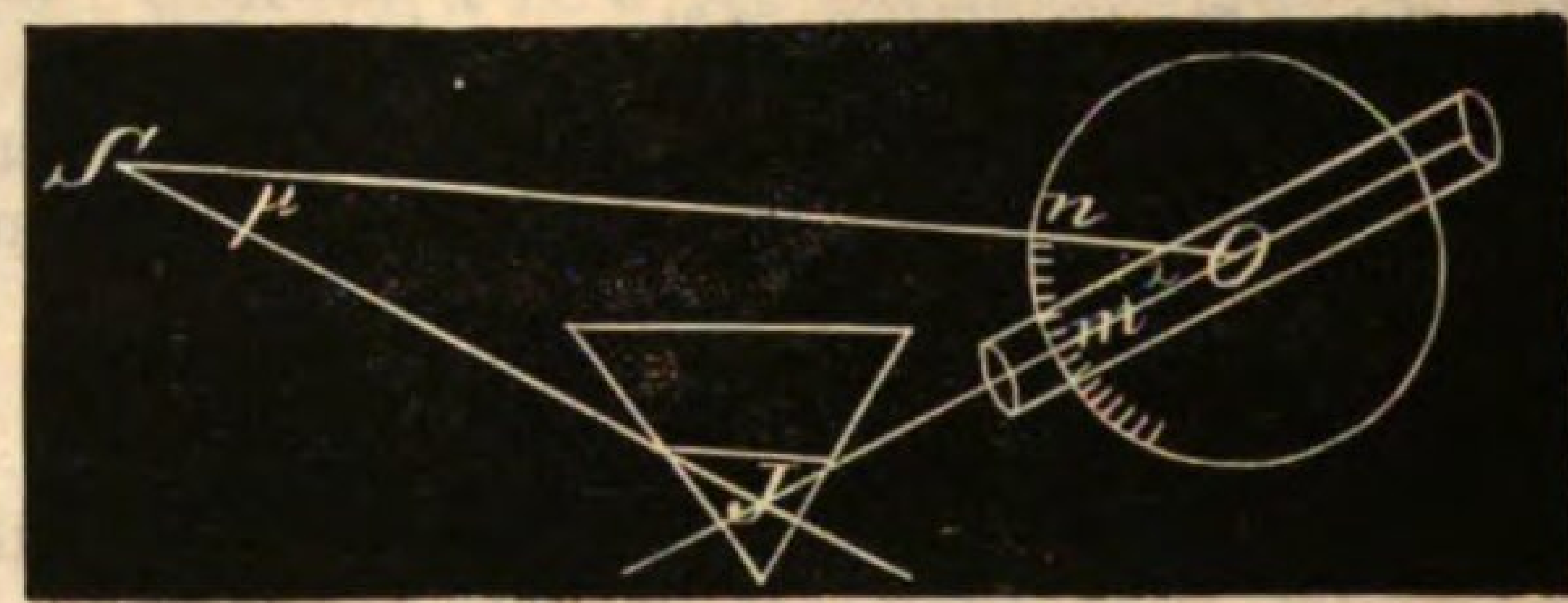
woraus der positive Werth von δ und damit auch ersichtlich ist, daß eine Vergrößerung des brechenden Winkels des Prisma auch eine Verstärkung des Ablenkungswinkels des durchgehenden Lichtstrahls zur Folge hat.

Man kann dem Prisma leicht jene Lage geben, bei welcher die Ablenkung eines durchgehenden Lichtstrahls ein Minimum wird; wenn man die Kante des Prismas horizontal stellt, den brechenden Winkel nach abwärts kehrt, und das Auge so hält, daß man einen auf schwarzem Papier befindlichen Punkt durch das Prisma und zugleich mit dem freien Auge sehen kann; durch das Prisma sieht man den Punkt um den Ablenkungswinkel tiefer, als mit dem freien Auge. Man dreht nun das Prisma um seine Axe langsam nach der Richtung, bei welcher sich das durch das Prisma gesehene Bild dem Gegenstande nähert, bis man wahrnimmt, daß seine Lage einige Augenblicke beim Drehen ungeändert bleibt; diese Lage ist die, bei welcher die Ablenkung ein Minimum ist; denn man überzeugt sich bald, daß bei weiter fortgesetzter Drehung das Bild sich vom Gegenstande zu entfernen beginnt.

§. 156. Bestimmung des Brechungsverhältnisses der durchsichtigen Körper.

1. Man schleift aus dem festen, durchsichtigen Körper, dessen Brechungsverhältniß bezüglich der Luft man erfahren will, ein kleines dreiseitiges Prisma mit möglichst ebenen Flächen, man leitet (nach Fraunhofer's Methode) durch eine verticale, enge, aber hoch liegende und hinreichend weit entfernte Spalte Licht in ein verfinstertes Zimmer; das Prisma ist auf einer drehbaren horizontalen Scheibe so aufgestellt, daß seine Kante zur Spalte parallel, also vertical steht. Das aus dem Prisma austretende Licht fängt man mit einem nahe an dem Prisma befindlichen Fernrohre auf, welches um den Mittelpunkt eines in Grade getheilten horizontalen Kreises beweglich ist. Würden sämmtliche Strahlen des auffallenden Lichtes die nämliche Brechbarkeit besitzen, so hätte man nur nöthig, dem Prisma durch Drehung der Scheibe eine solche Stellung zu geben, daß die Ablenkung des durchgehenden Lichtes ein Minimum werde, und dann das Fernrohr so zu stellen, daß man die Spalte zuerst vermittelst des gebrochenen Lichtes JO, Fig. 194, sieht, dann es direct gegen die Spalte S zu richten und an der Gradtheilung den Bogen mn zu bestimmen, der das Maß des Winkels $SOJ = \lambda$ ist. Aus der bekannten mehrere hundert Fuß betragenden Entfernung SO und der Entfernung JO, die nur wenig Zolle zählt, läßt sich, da

Fig. 194.

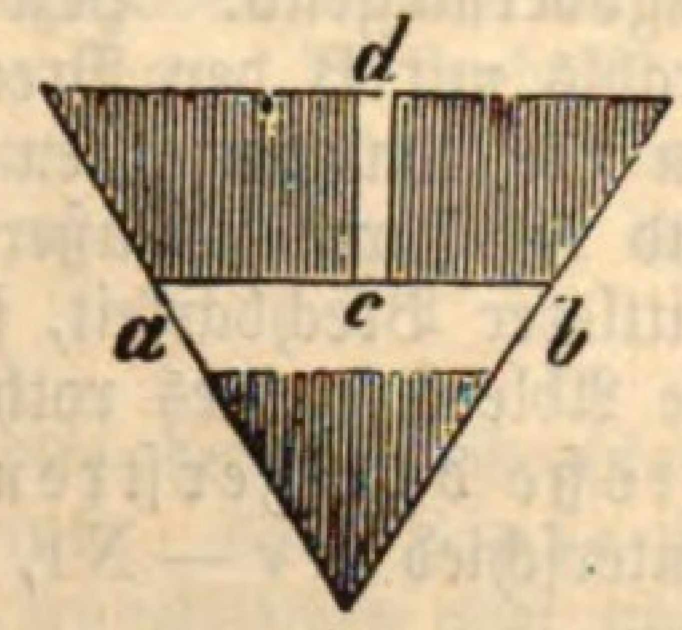


auch der eingeschlossene Winkel bekannt ist, der Winkel μ berechnen. Kennt man die Winkel μ, λ, so braucht man nur noch den brechenden Winkel des Prisma zu finden, was leicht möglich ist, wenn man das Prisma mit seiner senkrecht auf der Kante stehenden Grundfläche auf eine Tafel stellt, zuerst an eine, dann an die andere Seitenfläche ein Lineal anlegt, längs diesem Linien zieht und sie dann verlängert, bis sie in einem Punkte zusammentreffen, worauf sich der Winkel auf der Tafel messen läßt. — Käme das Licht von einem sehr weit entfernten Punkte S, so braucht man nur den Winkel λ zu bestimmen und die Berechnung von n nach der Formel (4) des vorigen §. vorzunehmen.

Allein mit der Brechung ist immer eine Farbenzerstreuung verbunden, daher wird der in das Prisma eintretende weiße Lichtstrahl in farbige Theile zerlegt, deren jeder eine andere Brechbarkeit besitzt, weshalb der Werth von n für jeden anders gefärbten Strahl ein anderer wird. Man sollte also das Fernrohr so stellen, daß einmal der rothe, dann der orangegelbe der gelbe u. s. f. Farbenantheil durch das Fernrohr durchgeht, und in jedem Falle sollte die Größe der Ablenkung oder der Winkel SOJ gemessen werden. Allein jede Farbe nimmt im Farbenbilde einen gewissen Raum ein, und geht unmerklich in eine andere über, so daß die Grenzen der einzelnen Farbenstreifen nicht scharf hervortreten; will man aber eine Vergleichung der Brechungsverhältnisse verschiedener Körper haben, so ist es unerläßlich, daß man die Größe der Ablenkung jedesmal bei dem nämlichen Strahle im Spectrum messe. Frauenhofer's Entdeckung der dunklen Linien setzte uns erst in den Stand, die Messungen mit größter Genauigkeit auszuführen. Man wählt nach Frauenhofer die mit den Buchstaben B, C, D, E, F, G, H bezeichneten dunklen Linien, die das Spectrum in nicht sehr ungleiche Theile theilen, als Vergleichungsstellen, und bestimmt das Brechungsverhältniß bei irgend einem Körper nicht für den rothen, gelben, grünen... Strahl, sondern für diese fehlenden Strahlen, indem man das Fernrohr so richtet, daß die Streifen B, C, D... nach einander in die Mitte des Gesichtsfeldes zu liegen kommen, und in jeder Stellung den Winkel mißt, den der fehlende Strahl mit dem directen einschließt. Da das Prisma jedesmal in der Lage der kleinsten Abweichung sich befinden muß, diese jedoch nur dann stattfindet, wenn der Austrittswinkel des Lichtstrahls dem Einfallswinkel gleich ist, der Austrittswinkel aber mit der Brechbarkeit des Lichtstrahls sich ändert, so muß für jeden andern dunklen Streifen der Einfallswinkel geändert und daher in jedem einzelnen Falle das Prisma etwas anders gestellt werden.

2. Das **Brechungsverhältniß tropfbarer** Körper bestimmt man auf ähnliche Weise, wie jenes der festen Körper; man bohrt in einem Glasprisma ein Loch ab von einer Seitenfläche zur andern durch,

Fig. 195.



wie Fig. 195 zeigt, und führt von der dritten Seite einen engeren Canal c d in dieses Loch; auf die Seitenflächen a und b legt man Spiegelplatten, die von parallelen Ebenen begrenzt sind, und verhindert ihr Herabgleiten durch eine angemessene Metallfassung. Durch den Canal c d wird die Höhlung a b mit der Flüssigkeit, deren Brechungsverhältniß man kennen will, gefüllt, und der Canal mittelst eines Glasstöpsels geschlossen. Die Flüssigkeit hat offenbar die Form eines Prisma's; die von parallelen Ebenen begrenzten Platten sind ohne Einfluß auf den durchgehenden Strahl, so daß dieser nur durch die Flüssigkeit in seiner Richtung abgelenkt wird; man bestimmt die Größe der Ablenkung und berechnet den Brechungsexponenten nach obigen Formeln.

Sind n und n' die Brechungsexponenten für das Glas und die eingeschlossene Flüssigkeit, wenn der Lichtstrahl aus der Luft kommt, so ist $\frac{n'}{n}$ der Brechungsexponent, wenn der Lichtstrahl aus dem Glase in die Flüssigkeit tritt, und es ist

$$\sin. \varrho = n \sin. \alpha, \quad \frac{\sin. \alpha}{\sin. \beta} = \frac{n'}{n}, \text{ mithin } \sin. \varrho = n' \sin. \beta,$$

d. h. die Brechung erfolgt so, als wenn der Lichtstrahl unmittelbar in die Flüssigkeit eingetreten wäre. Heißt β' der Brechungswinkel beim Uebergange des Lichtstrahls aus der Flüssigkeit in die zweite Glasplatte, und σ der Brechungswinkel beim Austritte, so ist

$$\sin. \beta' = \frac{n'}{n} \sin. \alpha', \sin. \tau = n \sin. \beta' = n' \sin. \alpha',$$

mithin erfolgt die Brechung genau so, als wenn der Lichtstrahl unmittelbar aus der Flüssigkeit in die Luft übergehen möchte.

3. Auch bei gasförmigen Körpern bedient man sich eines hohlen Prisma, dessen Seitenflächen von parallelflächigen Plangläsern gebildet werden; das Prisma muß aber, um eine meßbare Ablenkung zu bewirken, einen großen brechenden Winkel von 140 bis 150° und eine Länge von einem Fuß haben, und mit einer Einrichtung versehen sein, die es möglich macht, es luftleer zu machen, dann mit einem Gase zu füllen, die Dichtigkeit des in der Höhlung befindlichen Gases, mithin sowohl seine Temperatur als seine absolute Expansivkraft zu messen.

Die Größe $n^2 - 1$ nennt man die lichtbrechende Kraft oder das absolute Brechungsvermögen des Mittels; heißt d die Dichte dieses Mittels, so ist $\frac{n^2 - 1}{d}$ das specifische Brechungsvermögen. Die Größe $n^2 - 1$ ist dem Verluste oder dem Gewinne an lebendiger Kraft beim Uebergange des Lichtstrahls in ein anderes Mittel, mithin der Wirkung des Lichts auf das Mittel proportionirt.

Der Werth von n bezieht sich in der Regel auf den Strahl von mittlerer Brechbarkeit, der dem gelben Farbenantheil des Spectrums angehört. Die Untersuchungen lehren, daß die brennbaren Körper, wie z. B. Harze und Oele das Licht sehr stark brechen; Newton schloß aus der großen lichtbrechenden Kraft, die der Diamant und das Wasser äußern, daß auch sie aus brennbaren Stoffen bestehen. — Eine Aenderung in der Dichte eines Stoffes bewirkt, daß auch der Brechungsexponent sich ändert. — Die brechende Kraft eines Gases ist seiner Dichte proportional, aber das specifische Brechungsvermögen bleibt bei jeder Temperatur und jedem Drucke gleich. — Die brechende Kraft eines gemengten Gases ist gleich der Summe der brechenden Kräfte der Bestandtheile.

§. 157. Größe der Farbenzerstreuung und des Farbenzerstreuungsvermögens. Bezeichnet man mit a den Einfallswinkel eines Lichtstrahls mit B den Brechungswinkel und mit Nv den Brechungsexponenten für den äußersten violetten Strahl, und dieselben Größen mit b und Nr für den äußersten rothen, und mit b′, Ng für den Strahl von mittlerer Brechbarkeit, so gibt B — a die Ablenkung des violetten, b — a die Ablenkung des rothen, und der Ablenkungsunterschied B — b die Größe der Zerstreuung; diese wird gewöhnlich bestimmt durch den Unterschied Nv — Nr, den man das Maß der Farbenzerstreuung nennt. Der Ausdruck $\frac{Nv - Nr}{Ng - 1}$ heißt das Farbenzerstreuungsvermögen eines Körpers. Bedeutet N′v und N′r die Brechungsexponenten für den violetten und rothen Strahl in einem andern Medium, so ist $\frac{Nv - Nr}{N'v - N'r}$ das Zerstreuungsverhältniß zweier Medien.

Um die genauesten Bestimmungen dieser Größen zu erhalten, bringt man in die Rechnung die Brechungsexponenten der zur Vergleichung dienenden dunklen Linien.

In Betreff der Größe der Farbenzerstreuung lehren die Versuche:

1. Vergrößert man bei einem und demselben Prisma den Ablenkungswinkel des Strahls von mittlerer Brechbarkeit entweder durch Aenderung des Einfallswinkels, oder durch Vergrößerung des brechenden Winkels, oder falls es möglich, durch Verstärkung der Dichte des Prismas, so erscheint die Größe der Zerstreuung in demselben Verhältnisse größer, in welchem der genannte Ablenkungswinkel wächst; mit andern Worten bei einem und demselben Medium wächst die Zerstreuung in demselben Maße wie die Brechung.

2. Bei verschiedenen Medien ist die Farbenzerstreuung von der Brechung unabhängig und befolgt andere Gesetze, so daß man niemals aus der Größe der Brechung auf die Größe der Farbenzerstreuung schließen kann. Das Flintglas z. B. bricht das Licht etwas stärker, als das Crownglas; gibt man jedoch dem brechenden Winkel eines Flintglasprisma eine solche Größe, daß der Ablenkungswinkel des mittleren Strahls eben so groß wird, als wenn er bei dem nämlichen Einfallswinkel durch ein Crownglasprisma durchgeht, so erscheint doch die Zerstreuung beim ersteren Prisma größer, als bei dem letzteren. Das Farbenzerstreuungsvermögen verschiedener Flintglassorten ist wieder sehr verschieden.

Die Zerstreuungsverhältnisse der Flintglassorten, die Fraunhofer mit Nr. 13, 3, 30 und 23 bezeichnet, sind bezüglich des Crownglases Nr. 9

2.09, 1.84, 2.04, 2.08

und ihre Dichten

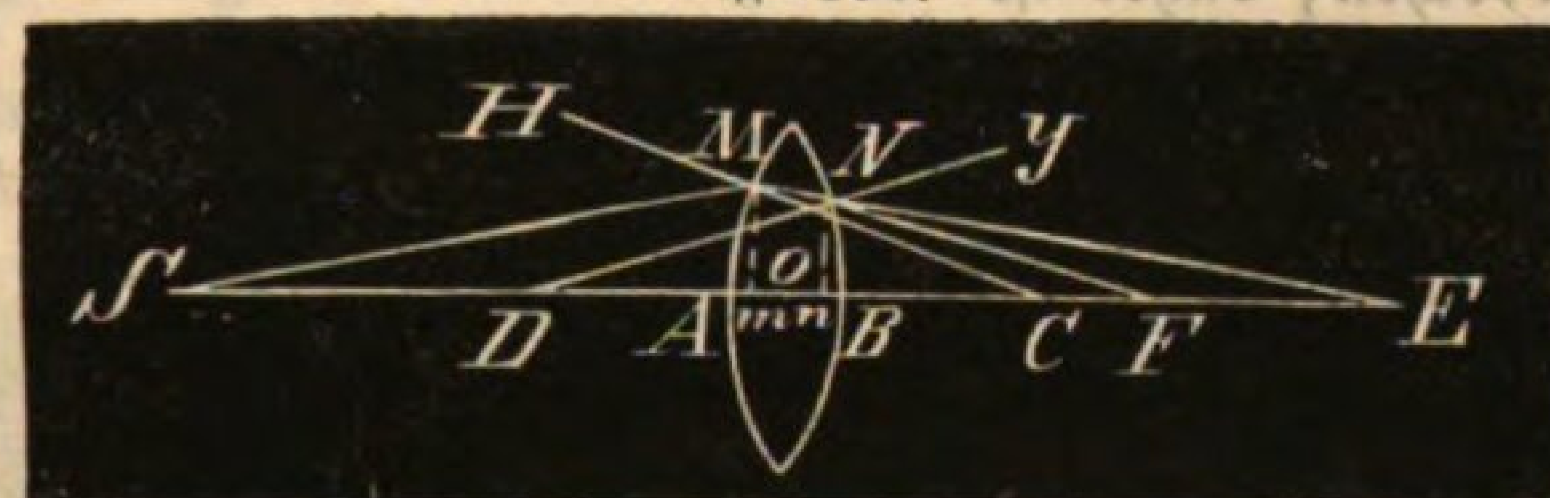
3.723, 3.512, 3.695, 3.724.

3. Untersucht man bei verschiedenen Medien die Größe der Zerstreuung für jede Farbengattung, oder den Unterschied der Brechungsverhältnisse von je zwei der mit B, C, D . . . bezeichneten dunklen Streifen im Spectrum, so ergibt sich, daß die Zerstreuungen der einzelnen Farben nicht im gleichen Verhältnisse wachsen und abnehmen, in welchem die totale Zerstreuung der Strahlen im Prisma wächst und

abnimmt, sondern es kann bei einem die eine Farbe mehr, die andere weniger zerstreut werden, als es nach dem Zerstreuungsverhältnisse dieses Mittels gegen ein anderes Mittel geschehen sollte. So z. B. beobachtet man, daß das Flintglas die violetten Strahlen in einem größeren, die rothen in einem geringeren Verhältnisse zerstreut, als die Strahlen der mittleren Brechbarkeit.

§. 158. Bestimmung der Vereinigungsweite der Lichtstrahlen nach ihrem Durchgange durch eine biconvexe Linse. Eine Linse ist bekanntlich ein durchsichtiger Körper, der von zwei Kugelflächen oder von einer Kugelfläche und einer Ebene begrenzt ist. Die Ebene kann man aber auch als ein Stück einer Kugelfläche von unendlich großem Halbmesser betrachten. Die gerade Linie, welche die Krümmungsmittelpunkte C und D. Fig. 196, der beiden Begrenzungsflächen der Linse verbindet, heißt die Axe der Linse; ein Punkt O der Axe in der Mitte der Linse, um welchen die Masse gleichmäßig und symmetrisch geordnet ist, heißt der optische Mittelpunkt. Die durch A und B gezogenen tangirenden Ebenen stehen auf der Axe senkrecht, und sind somit zu einander parallel; daher geht der mit der Axe zusammenfallende Strahl ungebrochen durch. Dieß ist sehr nahe auch noch bei jedem Strahle der Fall, welcher sehr nahe an der Axe auffält und durch den optischen Mittelpunkt geht. Man nennt denjenigen Strahl, der von einem Lichtpunkte durch den optischen Punkt gezogen wird, den Hauptstrahl, die Nebenaxe oder auch den Richtungsstrahl.

Fig. 196.



1. Es sei der leuchtende Punkt S in der Axe SCD; $AC = MC = f$ ist der Krümmungshalbmesser von der vorderen, und $DB = DN = g$ von der hinteren Begrenzungsfläche; die Dicke AB der Linse wird gewöhnlich so klein angenommen, daß man sie bezüglich der andern Größen vernachlässigen kann. Wir betrachten den Gang nur derjenigen Strahlen, welche mit der Axe sehr kleine Winkel bilden, so daß wir ihre Sinusse den Bögen, durch die sie gemessen werden, gleich setzen können. Es sei der Winkel $MSA = \varphi$; der Winkel $MEB = \varphi'$, und $NFB = \psi$, ferner der Abstand des Punktes S von der Linse $SA = a$, $AE = BE = d$, und $BF = \alpha$.

In dem Dreiecke SMC ist: $\dfrac{a + f}{f} = \dfrac{\sin. SMH}{\sin. \varphi}$,

und im Dreiecke MCE ist: $\dfrac{d - f}{f} = \dfrac{\sin. CME}{\sin. \varphi'}$,

mithin $\dfrac{a + f}{d - f} = \dfrac{\sin. SMH \sin. \varphi'}{\sin. CME \sin. \varphi}$ oder,

da $\dfrac{\sin. SMH}{\sin. CME} = n$,

wo n der Brechungsexponent der Linse ist, so hat man, wenn man für die Sinusse die Bögen selbst setzt:

$$\frac{a+f}{d-f} = n\,\frac{\varphi'}{\varphi},$$

Fällt man von M die Mm senkrecht auf die Axe, so ist

$$Mm = a\,\varphi \text{ und } Mm = d\,\varphi', \text{ mithin}$$

$$\frac{\varphi'}{\varphi} = \frac{a}{d} \text{ und } \frac{a+f}{d-f} = \frac{na}{d};$$

aus der letzten Gleichung findet man

$$d = \frac{naf}{na-a-f} \; (1).$$

An der Hinterfläche tritt der Lichtstrahl in N aus der Linse in die Luft und wird vom Einfallslothe DNy in der Richtung NF gebrochen; daher ist

$$\frac{\sin. MND}{\sin. FNy} = \frac{1}{n}, \text{ und}$$

im Dreiecke DNE: $\frac{d+g}{g} = \frac{\sin. MND}{\sin. \varphi},$

" " DNF: $\frac{\alpha+g}{g} = \frac{\sin. FNy}{\sin. \psi},$

mithin $\frac{d+g}{\alpha+g} = \frac{1}{n}\,\frac{\sin. \psi}{\sin. \varphi'} = \frac{\psi}{n\varphi'}.$

Fällt man von N auf die Axe die Senkrechte Nn, so ist

$$Nn = d\varphi' = \alpha\psi, \text{ mithin } \frac{\psi}{\varphi'} = \frac{d}{\alpha}, \text{ und}$$

$$\frac{d+g}{\alpha+g} = \frac{d}{n\alpha};$$

aus dieser Gleichung erhält man

$$d = \frac{n\alpha g}{\alpha+g-n\alpha} \; (2).$$

Setzt man die für d gefundenen Ausdrücke (1) und (2) einander gleich, so ist

$$\frac{naf}{na-a-f} = \frac{n\alpha g}{\alpha+g-n\alpha}.$$

Dividirt man mit n, und schafft hierauf die Nenner weg, so wird

$$af\alpha + afg - naf\alpha = nag\alpha - ag\alpha - gf\alpha, \text{ und}$$

$$afg + gf\alpha = (n-1)\,af\alpha + (n-1)\,ag\alpha;$$

wird nun die ganze Gleichung mit $afg\alpha$ dividirt, so ergibt sich

$$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{a} = (n-1)\left(\frac{1}{f} + \frac{1}{g}\right) \; (3).$$

Der Quotient $\frac{1}{f}$ gibt die Krümmung der vorderen und $\frac{1}{g}$ die der hinteren Fläche der Linse; daher ist in dem angenommenen Falle:

Die Summe aus dem reciproken Werthe der Vereinigungsweite der Strahlen und des Abstandes des leuch-

tenden Punktes von der Linse gleich der Summe der Krümmungen der beiden Kugelflächen multiplicirt mit dem um Eins verminderten Brechungsexponenten.

Aus dem Ausdrucke (3) wird ersichtlich, daß der Werth von α von der Größe des Winkels φ nicht abhängt, sobald dieser sehr klein ist.

Fallen die Lichtstrahlen parallel zur Axe auf, so ist a unendlich groß und die Vereinigungsweite wird zur Brennweite = p; man hat also für die Brennweite der biconvexen Linse den Ausdruck

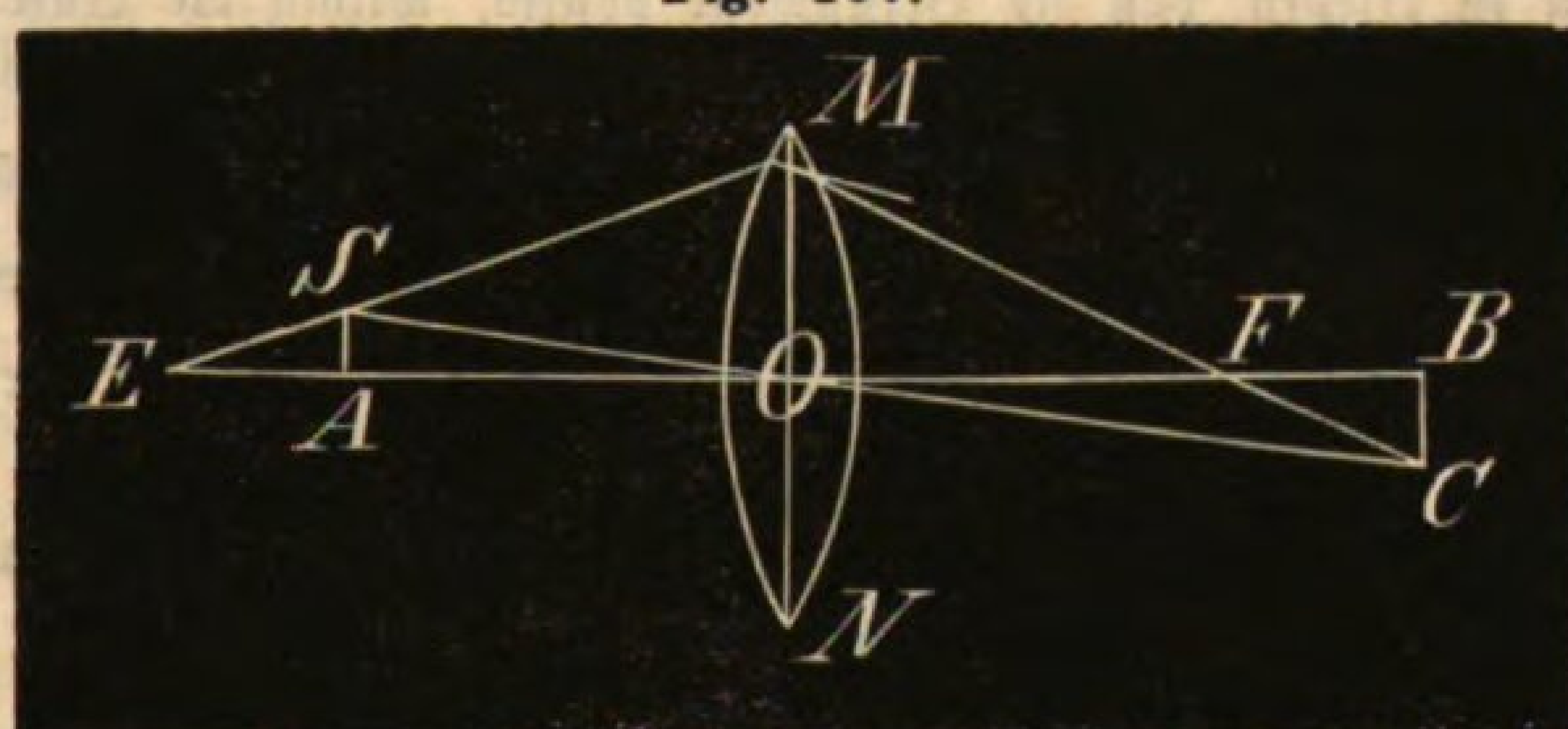
$$\frac{1}{p} = (n - 1)\left(\frac{1}{f} + \frac{1}{g}\right) \quad (4),$$

und die Formel (3) übergeht in folgende:

$$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{a} = \frac{1}{p} \quad (5).$$

2. Es liege der leuchtende Punkt S, Fig. 197, außerhalb, aber doch nahe an der Axe AB; SOC sei der Hauptstrahl, der, da er durch den optischen Mittelpunkt O der Linse geht, keine Brechung erleidet, und SM sei ein anderer Strahl, der mit dem Hauptstrahle nur einen sehr kleinen Winkel einschließt; da die Dicke der Linse vernachläßsigt werden kann, so kann sie durch die Gerade MN vorgestellt werden. Verlängert man den Strahl SM rückwärts, bis er die Axe in E schneidet, so wird klar, daß SM durch die Linse genau so gebrochen wird, wie der von dem in der Axe liegenden Punkte E kommende Strahl EM; letzterer vereinigt sich nach der Brechung in der Linse mit der Axe im Punkte F, also geht auch ersterer nach der Brechung durch F, und trifft mit seinem Hauptstrahle im Punkte C zusammen; dieser Punkt C ist der Vereinigungspunkt aller von S auf die Linse kommenden Strahlen nach ihrem Austritte aus der Linse, daher ist OC ihre Vereinigungsweite.

Fig. 197.



Nun ist: $MO : AS = EO : AE$, und $\frac{MO - AS}{MO} = \frac{AO}{EO}$,

hieraus folgt $\quad \frac{1}{EO} = \frac{MO - AS}{MO \cdot AO}$;

ferner $\quad MO : BC = OF : BF$, und $\frac{MO + BC}{MO} = \frac{BO}{OF}$,

daher $\quad \frac{1}{OF} = \frac{MO + BC}{MO \cdot BO}$;

nun ist $\quad EO = a$, und $OF = \alpha$, mithin

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{\alpha} = \frac{1}{AO} - \frac{AS}{MO \cdot AO} + \frac{1}{BO} + \frac{BC}{MO \cdot BO};$$

da $$\frac{AS}{AO} = \frac{BC}{BO}$$, so folgt, daß
$$\frac{1}{a} + \frac{1}{\alpha} = \frac{1}{AO} + \frac{1}{BO}.$$

Wegen der Nähe des Punktes B und C an der Axe kann man $AO = SO$, $BO = CO$ setzen und da
$$\frac{1}{a} + \frac{1}{\alpha} = \frac{1}{p}, \text{ so ist}$$
$$\frac{1}{SO} + \frac{1}{CO} = \frac{1}{p},$$
d. h. es ist auch in diesem Falle die Summe aus den reciproken Werthen des Abstandes des leuchtenden Punktes von der Linse und der Vereinigungsweite der Strahlen gleich dem reciproken Werthe der Brennweite.

Aus dem Ausdrucke
$$\frac{1}{p} = (n-1)\left(\frac{1}{f} + \frac{1}{g}\right)$$
ist zu ersehen, daß die Brennweite positiv, mithin die Linse eine Sammellinse ist, wenn beide Krümmungshalbmesser f und g positiv sind, mithin die Linse eine biconvexe ist, ferner, wenn ein Krümmungshalbmesser, z. B. g unendlich groß, also $\frac{1}{g} = 0$ ist, in welchem Falle die Linse planconvex ist, aber auch noch in dem dritten Falle, wo g negativ, jedoch $\frac{1}{g} < \frac{1}{f}$, mithin die Linse concavconvex ist, wo jedoch der Krümmungshalbmesser der concaven Kugelfläche größer ist, als jener der converen. Heißen p′ und p″ die Brennweiten der zweiten und der dritten Linse, so ist:
$$\frac{1}{p'} = \frac{n-1}{f} \text{ und } \frac{1}{p''} = (n-1)\left(\frac{1}{f} - \frac{1}{g}\right),$$
daher $$p'' > p' > p.$$

Linsen, bei welchen die Brennweite negativ, oder wie man auch sagt, virtuell ist, heißen Zerstreuungslinsen; zu diesen gehören: die biconcave Linse, in welche die biconvexe verwandelt erscheint, wenn man die Krümmungshalbmesser der beiden Kugelflächen umkehrt, also negativ nimmt; man hat in diesem Falle:
$$\frac{1}{p} = -(n-1)\left(\frac{1}{f} + \frac{1}{g}\right);$$
dann die planconcave, bei welcher g unendlich groß und f negativ, und die convexconcave, wo der Krümmungshalbmesser g der concaven Fläche kleiner ist, als der converen; heißt die Brennweite der ersteren p′, die der andern p″, so ist
$$\frac{1}{p'} = -\frac{(n-1)}{f}, \quad \frac{1}{p''} = -(n-1)\left(\frac{1}{g} - \frac{1}{f}\right), \text{ und}$$
$$p'' > p' > p.$$

§. 159. Erscheinungen, erzeugt durch Linsen. Für Sammellinsen ist:
$$\frac{1}{\alpha} = \frac{1}{p} - \frac{1}{a},$$
hieraus ist zu ersehen, daß α den kleinsten Werth hat und gleich p ist, wenn der leuchtende Punkt sehr weit entfernt ist, daß aber α beständig wächst, wenn a abnimmt; wird $a = 2p$, so ist auch $\alpha = 2p$, mithin sind Bild und Gegenstand gleich weit vom optischen Mittelpunkte der Linse entfernt; von da an nimmt α bei Annäherung des Gegenstandes an den Brennpunkt in einem viel stärkeren Verhältnisse zu, als a

abnimmt, und wird unendlich groß, mithin die austretenden Strahlen unter sich parallel, wenn $a = p$ ist, d. i. wenn der leuchtende Punkt in der Brennweite steht. So lange also die Entfernung des Objects die Brennweite übertrifft, bewegt sich Object und Bild in derselben Richtung, aber mit verschiedener Geschwindigkeit; das Bild bewegt sich langsam bei der Bewegung des Objects von $a = \infty$ bis $a = 2p$, dann aber erfolgt das Gegentheil.

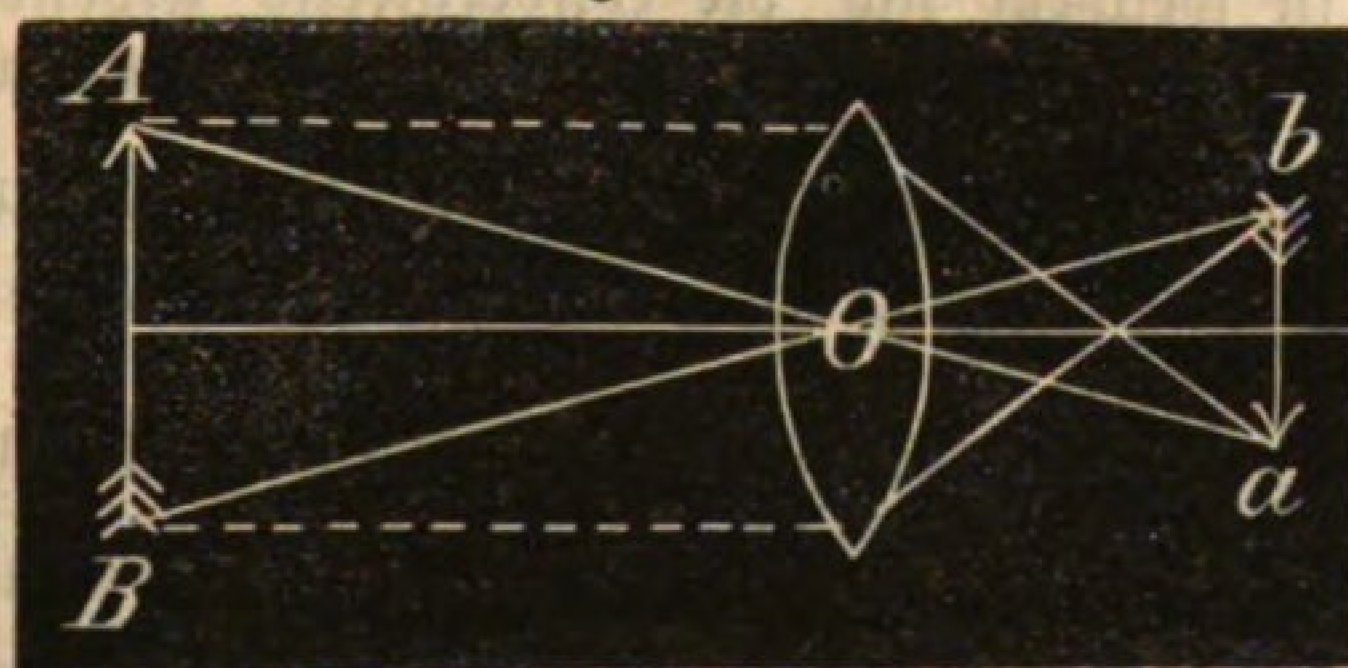
Ist $a < p$, d. h. befindet sich der leuchtende Punkt innerhalb der Brennweite, so ist $\frac{1}{a} > \frac{1}{p}$, mithin α negativ, aber der Minuendus $\frac{1}{a}$ ist größer, als der Rest $\frac{1}{\alpha}$, mithin $\alpha > a$; demnach treten in diesem Falle die Strahlen in divergirenden Richtungen aus der Linse heraus, sind aber weniger divergirend, als beim Eintritt in die Linse so daß sie rückwärts verlängert, in einem Punkte vor der Linse sich schneiden, dessen Abstand vom optischen Mittelpunkte der Linse größer ist, als der des leuchtenden Punktes.

Fallen die Strahlen auf eine Sammellinse convergirend auf, so ist a negativ zu nehmen, daher ist

$$\frac{1}{\alpha} = \frac{1}{p} + \frac{1}{a}, \text{ somit } \frac{1}{a} < \frac{1}{\alpha}, \text{ und } \alpha < a,$$

d. h. convergirend auffallende Strahlen werden durch die Linse noch stärker convergirend, so daß sie sich früher vereinigen, als ohne Linse.

Fig. 198.



2. Ist AB, Fig. 198, die Dimension eines außerhalb der Brennweite einer Linse befindlichen Gegenstandes, und ab sein Bild, so ist:

$$\frac{ab}{AB} = \frac{Oc}{OC} = \frac{\alpha}{a} = \frac{p}{a - p};$$

hieraus folgt, daß, so lange $a > 2p$, also $a - p > p$, auch $AB > ab$, d. h. so lange der Abstand des Gegenstandes vom optischen Mittelpunkte größer ist, als die doppelte Brennweite, erscheint das Bild kleiner als der Gegenstand; es wird aber gleich dem Gegenstande, wenn dieser Abstand gleich ist der doppelten Brennweite, dagegen größer, wenn er die doppelte Brennweite übersteigt; denn ist $a = 2p$, also $a - p = p$, so ist auch $ab = AB$, und ist $a < 2p$, also $a - p < p$, so ist $ab > AB$; im letzteren Falle nimmt die Größe des Bildes desto mehr zu, je kleiner $a - p$ wird, also je mehr der Gegenstand an den Brennpunkt rückt.

Ist der Gegenstand innerhalb der Brennweite, also $a < p$, so ist $\frac{ab}{AB} = -\frac{p}{p - a}$, mithin immer $ab > AB$. Sieht also ein Beobachter durch eine Sammellinse auf einen Gegenstand, so erscheint ihm ein virtuelles Bild vor der Linse vergrößert und weiter vom Auge

entfernt. Im letzten Falle ist das Bild in aufrechter, in den früheren Fällen in umgekehrter Stellung.

3. Die Brennweite der Zerstreuungslinsen ist negativ, daher

$$\frac{1}{\alpha} = -\left(\frac{1}{p} + \frac{1}{a}\right);$$

die Vereinigungsweite der Lichtstrahlen bleibt daher negativ, so lange der leuchtende Punkt vor der Linse steht, und daher die Strahlen auf die Linse divergirend auffallen; da $\frac{1}{\alpha} > \frac{1}{a}$, mithin $\alpha < a$, so treten die Strahlen aus der Linse in solchen divergirenden Richtungen heraus, daß sie rückwärts verlängert in einem Punkte vor der Linse sich schneiden, welcher dem optischen Mittelpunkte näher steht, als der leuchtende Punkt. Demnach haben die Zerstreuungslinsen die Eigenschaft, das Bild des Gegenstandes dem Auge, das durch diese Linsen sieht, näher zu bringen.

Fallen die Strahlen convergirend auf die Zerstreuungslinse auf, so daß, wenn sie ohne Brechung durchgingen, sie sich in einem Punkte vereinigen würden, dessen Abstand vom optischen Mittelpunkte gleich a ist, so ist a negativ, mithin

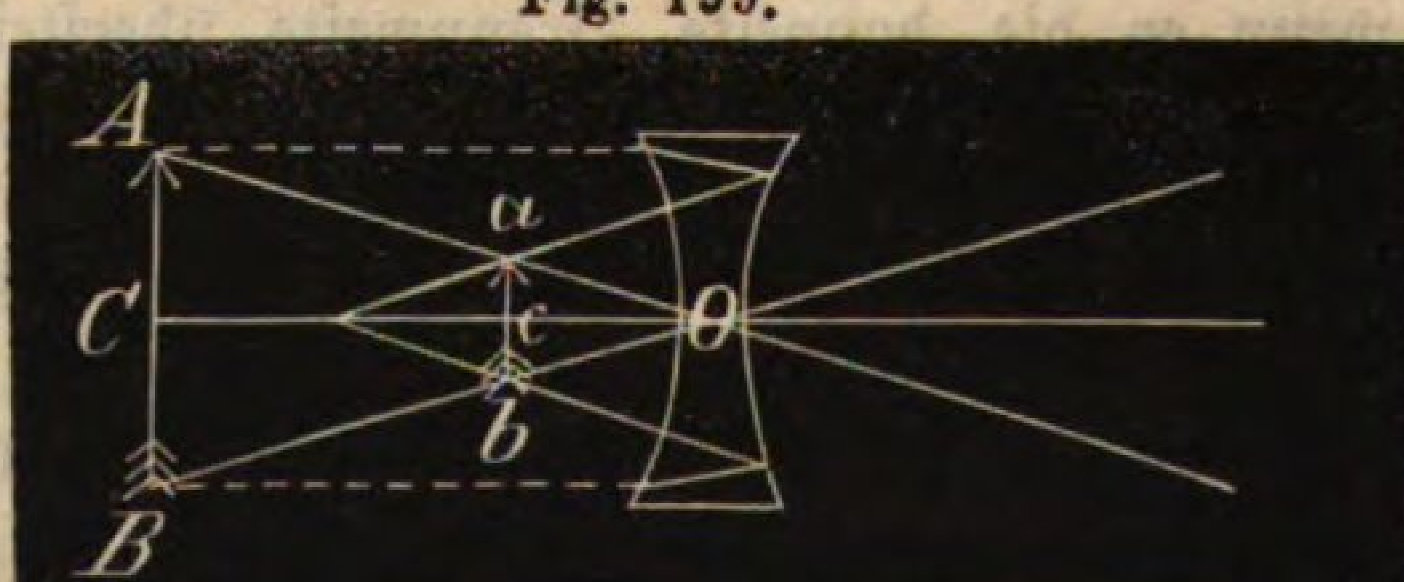
$$\frac{1}{\alpha} = \frac{1}{a} - \frac{1}{p};$$

und nun sind drei Fälle zu unterscheiden: entweder ist $a = p$, oder $a < p$ oder $a > p$. Im ersten Falle, wo der Abstand des Punktes, in welchem sich die convergirend gehenden Strahlen ohne Linse vereinigen würden, gleich der Brennweite ist, treten die Strahlen in parallelen Richtungen aus der Linse heraus, da $\frac{1}{\alpha} = 0$, mithin α unendlich groß wird.

Im zweiten Falle wird $\frac{1}{\alpha}$, mithin auch α positiv, aber $\frac{1}{\alpha} < \frac{1}{a}$, mithin $\alpha > a$, d. h. die Strahlen treten noch immer convergirend aus der Linse heraus, vereinigen sich aber erst in einem weiter von der Linse entfernten Punkte, als es ohne Linse geschehen würde. — Im dritten Falle erscheint α negativ, mithin erscheinen die Strahlen nach ihrem Austritte aus der Linse divergirend, so daß sie rückwärts verlängert in einem Punkte von der Linse sich vereinigen.

Ist A B, Fig. 199, eine Dimension des Gegenstandes, den man mit einer Zerstreuungslinse ansieht, und ist a b das Bild derselben, so ist

Fig. 199.



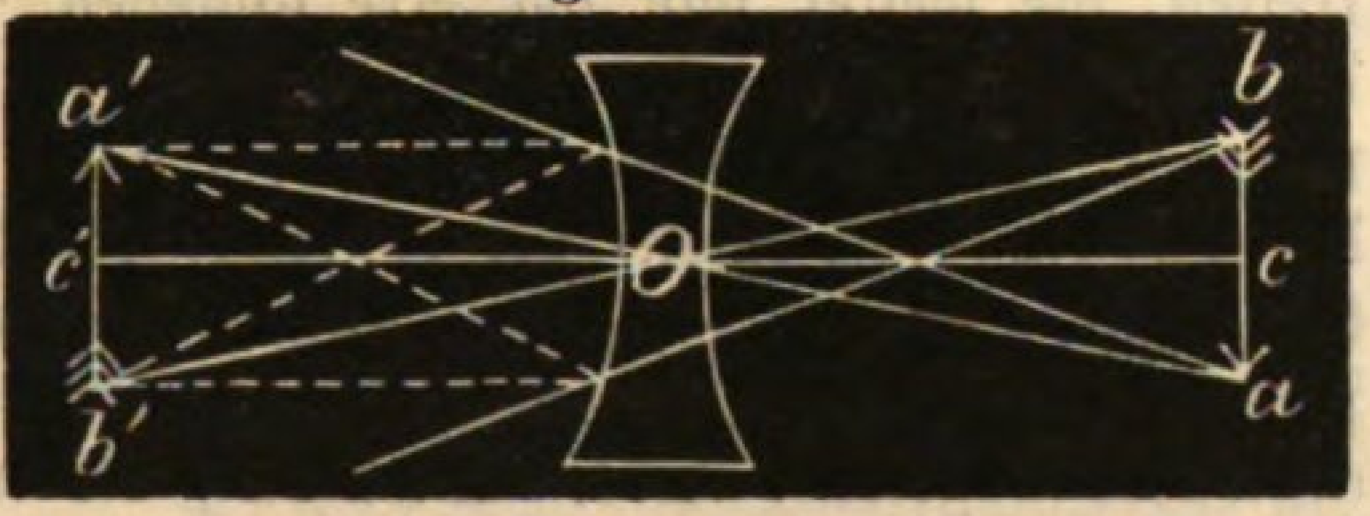
$$\frac{ab}{BA} = \frac{Oc}{OC} = \frac{\alpha}{a}$$

$$= -\frac{p}{a+p},$$

mithin ist $ab < AB$; das virtuelle Bild ist kleiner, dem Auge näher als der Gegenstand und die Stellung aufrecht; je größer a ist, desto mehr erscheint a b verkleinert.

Fallen die Strahlen convergirend auf, so daß sie ohne Linse ein Bild a b, Fig. 200, in dem Abstande O c > p erzeugen würden, so treten die einem Punkte angehörenden Strahlen divergirend aus der Linse heraus, so daß diejenigen, die sich in a vereiniget hätten, nun in einem Punkte a′ des durch O gehenden Strahles, a a′ und die, deren Vereinigung in b stattgefunden hätte, nun in dem Punkte b′ des durch O gehenden Strahls b b′ vereinigt erscheinen; ein an der Hinterfläche der Linse ruhendes Auge erblickt dann ein Bild vor der Linse, das rücksichtlich a b verkehrt erscheint; da in diesem Falle a negativ ist, so hat man

Fig. 200.



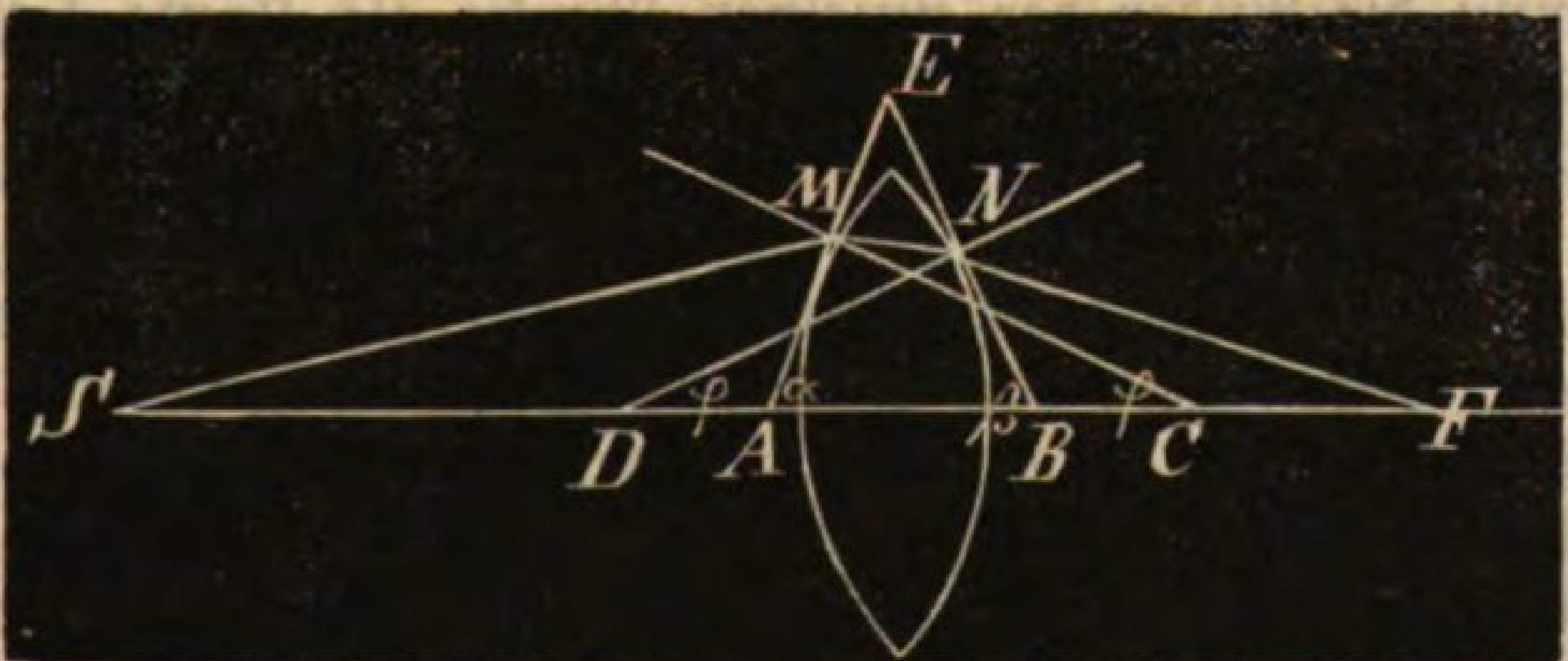
$$\frac{a' b'}{a b} = -\frac{p}{p - a} = \frac{p}{a - p};$$

so lange $a - p < p$, mithin $a < 2p$ ist, erscheint das Bild a′ b′ größer als a b.

Zur größeren Deutlichkeit der Bilder ist es erforderlich, daß der Stoff, woraus die Linse verfertigt wird, vollkommen gleichartig und jede Oberfläche genau kugelförmig sei, weil sonst die Strahlen aus ihrer geometrischen Richtung kommen und Verwirrung erzeugen.

§. 160. Sphärische Abweichung bei den Linsen. Die für die Vereinigungsweite der Strahlen nach ihrer Brechung in Linsen gefundene Formel gilt nur für solche Strahlen, welche eine Linse nahe an der Axe treffen; diejenigen, welche in einem weiteren Abstande von der Axe auf die Linse auffallen, haben andere Vereinigungspunkte. Denn jeder Lichtstrahl, wie z. B. S M, Fig. 201, der am Punkte M in die Linse eintritt, und in N heraustritt, wird durch die Linse genau so gebrochen, wie in dem Prisma A E B, das man erhält, wenn man durch die Punkte M und N Ebenen legt, welche die Kugelflächen berühren; der Strahl wird vom brechenden Winkel E dieses Prisma abgelenkt, und schneidet die Axe in einem Punkte F. Offenbar ist der Winkel $E = 180 - (\alpha + \beta)$;

Fig. 201.



aus dem Dreiecke A M C folgt, daß $\alpha = 90 - \psi$ und

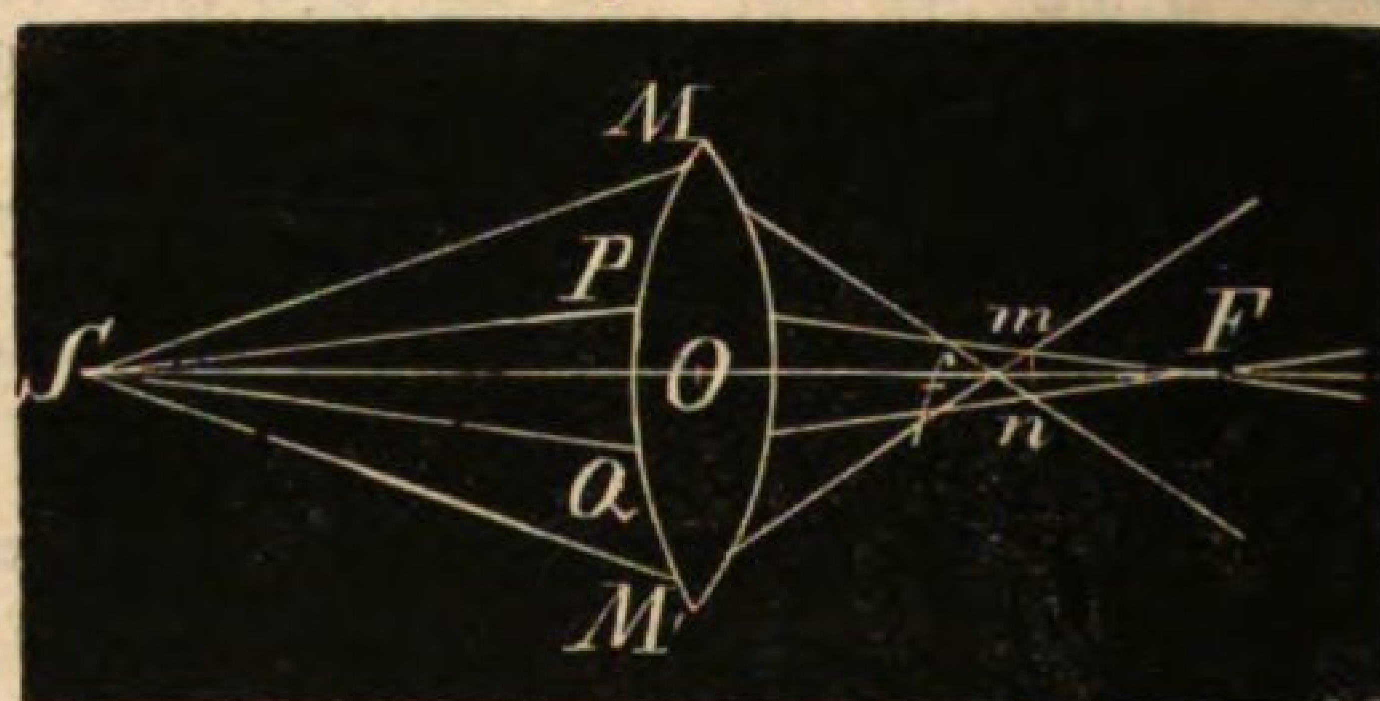
" " " B D N " " $\beta = 90 - \varphi$,

mithin ist $E = \varphi + \psi$,

woraus folgt, daß, je größer die Centriwinkel φ und ψ, also je weiter die Berührungspunkte der Prismaflächen mit den Kugelflächen der Linse von der Axe entfernt sind, desto größer wird der brechende Winkel des

Prisma; da nun laut §. 155 ein Strahl durch ein Prisma desto stärker von seiner ursprünglichen Richtung abgelenkt wird, je größer sein brechender Winkel ist; so müssen die Strahlen, welche die Linsen in Punkten treffen, die weiter von der Axe abstehen, eine stärkere Ablenkung erleiden, und daher mit der Axe sich früher vereinigen, als diejenigen, welche nahe an der Axe in die Linse eintreten. Dieß ist auch der Fall bei den Zerstreuungslinsen, bei denen jedoch der Winkel, den die durch den Ein- und Austrittspunkt des Strahls gezogenen Berührungsebenen einschließen, nach abwärts zu liegen kommt, und daher der Strahl nach aufwärts abgelenkt wird. Strahlen, die in demselben Abstande von der Axe die Linie treffen, vereinigen sich in demselben Punkte. Ist F, Fig. 202, der Vereinigungspunkt der Centralstrahlen SP, SQ, so fällt der Vereinigungspunkt der Randstrahlen SM, SM′ näher an den optischen Mittelpunkt O, z. B. nach f; die Vereinigungspunkte anderer Strahlen, welche zwischen P und M, oder zwischen Q und M′ die Linse treffen, fallen zwischen F und f. Die Verschiedenheit der Vereinigungsweiten der Rand- und Centralstrahlen, deren Ursache in der Kugelgestalt der Linse liegt, nennt man sphärische Abweichung. Schneidet man den austretenden Strahlenkegel irgendwo durch eine Ebene, so ist der Durchschnitt stets ein Kreis, der am kleinsten erscheint, wenn diese Ebene durch mn gelegt wird, dieser kleinste Kreis heißt Abweichungskreis; er enthält sämmtliche durch die Linse durchgehende Strahlen des leuchtenden Punktes S im kleinsten Raume zusammengedrängt, und stellt deshalb am deutlichsten und hellsten das Bild des leuchtenden Punktes vor; wenn nun die Bilder der einzelnen Punkte als Kreise sich darstellen, so muß das Bild eines ausgedehnten Gegenstandes undeutlich erscheinen, indem die kreisförmigen Bilder der einzelnen Punkte theilweise übereinander fallen, so daß eine scharfe Begrenzung kleinster Theile unmöglich wird. Untersuchen wir die Erleuchtung der Fläche des Abweichungskreises, so ergibt sich, daß der Rand alle Centralstrahlen und auch die Randstrahlen enthält; letztere bilden aber den größten Strahlenkegel, somit muß dieser Rand am intensivsten erleuchtet erscheinen; vom Rande gegen das Centrum nimmt die Stärke der Erleuchtung ab, und ist im Centrum selbst am kleinsten, da sich daselbst nur die in einem gewissen Abstande von der Axe zwischen den Central- und Randstrahlen durchgehenden Lichtstrahlen vereinen. Diese Beschaffenheit in der Helligkeit des Abweichungskreises vergrößert bedeutend die Undeutlichkeit der Bilder; der Halbmesser des Abweichungskreises darf daher dem Auge niemals unter einem Winkel erscheinen, der größer ist, als eine Secunde. — Je weniger die Punkte F und f von einander entfernt sind, desto kleiner wird der Abweichungskreis, und daher das Bild deutlicher; daher muß man sich bemühen, diesen Kreis möglichst zu verkleinern, um deutliche Bilder von Gegenständen zu erzielen. Dieß geschieht:

Fig. 202.



a) Durch Verkleinerung der Oeffnung mittelst einer sogenannten Blendung (Diaphragma), d. i. mittelst eines undurchsichtigen Ringes, womit man den Rand der Linse bedeckt, weil dann der Vereinigungspunkt der am weitesten von der Axe durchgehenden Strahlen offenbar dem Punkte F näher liegt; diese Verkleinerung darf nicht zu weit gehen, weil die Helligkeit des Bildes leidet.

b) Durch Verminderung der Krümmungen beider Kugelflächen, also durch Vergrößerung der Brennweite der Linse; denn denkt man sich zwei Linsen, welche dieselbe Axe und denselben optischen Mittelpunkt haben, aber die eine stärker gekrümmt ist, als die andere, so bilden die tangirenden Ebenen, die in denselben Abständen von der Axe an die Ein- und Austrittspunkte der Strahlen gelegt werden, bei den stärker gekrümmten Linsen größere Winkel, weshalb letztere Linsen die Randstrahlen stärker von ihrer ursprünglichen Richtung ablenken und früher mit der Axe vereinen, als Linsen von schwächerer Krümmung; also liegen die Punkte F und f bei Linsen von geringerer Krümmung näher bei einander, als bei der stärker gekrümmten.

c) Durch Aenderung des Verhältnisses der beiden Krümmungshalbmesser kann man bei ungeänderter Oeffnung und Brennweite der Linse die sphärische Abweichung auf ein Minimum bringen; Linsen, bei denen die Abweichung ein Minimum ist, heißen Linsen von bester Form. Planconvexe und planconcave Linsen wirken beinahe so gut, wie Linsen von bester Form, wenn die gekrümmte Fläche dem Objecte zugekehrt wird.

§. 161. Achromatische Prismen und Linsen; aplanatische Linsen. Die von einem Punkte kommenden Lichtstrahlen verschiedener Brechbarkeit können sich nach dem Durchgange durch eine Linse nicht mehr in einem Punkte des Hauptstrahls vereinen, indem bei einer Sammellinse die Vereinigung der violetten früher erfolgt, als wie die der rothen; dagegen bei einer Zerstreuungslinse, die von convergirenden Strahlen so getroffen wird, daß diese nach ihrem Austritte aus der Linse noch convergirend bleiben, sich aber erst in größerer Entfernung vereinigen, als ohne Linse, geschieht die Vereinigung der rothen früher als die der violetten. Der Unterschied beider Vereinigungsweiten heißt die chromatische Abweichung; die Folge derselben ist eine Undeutlichkeit und Färbung der Bilder, die durch Linsen erzeugt werden; wir wollen nun erfahren, in welcher Art es möglich ist, die Wirkung der Farbenzerstreuung bei Prismen und Linsen aufzuheben, und dennoch durch Brechung eine Ablenkung des Lichtstrahls von seiner ursprünglichen Richtung zu bewirken; Prismen und Linsen, welche diese Eigenschaften besitzen, heißen achromatische.

1. Es ist für sich klar, daß die durch ein Prisma bewirkte Farbenzerstreuung nur durch ein zweites Prisma, welches das Licht eben so stark, aber nach entgegengesetzter Richtung zerstreut, aufgehoben werden kann; allein das zweite Prisma darf, wenn es brauchbar sein soll, die durch das erste erzeugte Ablenkung des durchgehenden Lichtstrahls nicht ganz aufheben, so daß der Strahl nach seinem Austritte aus dem zweiten Prisma noch immer von seiner ursprünglichen Richtung abgelenkt

erscheint. Dieß alles ist nur möglich zu erreichen, wenn man hinter ein Prisma ein zweites bringt, dessen brechender Winkel eine Lage hat, die der im ersten Prisma entgegengesetzt ist, wo dann das zweite das Licht in entgegengesetzter Richtung bricht und zerstreut; da jedoch das zweite Prisma eine eben so große Farbenzerstreuung, aber eine kleinere Brechung erzeugen soll, und bei gleichförmigen Stoffen die Größe der Zerstreuung mit der Größe der Brechung wächst, so kann es nicht aus dem Stoffe des ersten Prisma's bestehen, sondern aus einem solchen, dessen farbenzerstreuende Kraft in einem größeren Verhältnisse wächst, als die brechende, damit es schon bei einem kleineren brechenden Winkel, bei welchem die durch das erste Prisma erzeugte Ablenkung nicht aufgehoben werden kann, eben so stark in entgegengesetzter Richtung die Strahlen zerstreue, wie das erste. Besteht das erste Prisma aus Crownglas, so ist es möglich, durch ein zweites Prisma aus Flintglas, dessen brechender Winkel zu dem des Crownglasprisma im gehörigen Verhältnisse steht, den Zweck zu erreichen, also das erste Prisma durch das zweite zu achromatisiren.

Um die Bedingungen zu ermitteln, unter welchen eine Linse achromatisch wird, wollen wir an eine Sammellinse von der Brennweite p eine Zerstreuungslinse von der negativen Brennweite p′ anlegen, und mit Vernachlässigung der Linsendicke zuerst die Vereinigungsweite dieser Doppellinse für parallel auffallende Strahlen bestimmen. Die aus der ersten Linse austretenden Strahlen fallen auf die Zerstreuungslinse dergestalt auf, daß sie sich ohne diese Linse in einem Punkte vereinigen würden, dessen Abstand a vom optischen Mittelpunkte = p ist; dieser Abstand ist bezüglich der Zerstreuungslinse, die von convergirenden Strahlen getroffen wird, negativ zu nehmen; daher hat man für die Vereinigungsweite α der aus der zweiten Linse austretenden Strahlen den Ausdruck

$$\frac{1}{\alpha} = -\frac{1}{p'} + \frac{1}{p};$$

der reciproke Werth der Brennweite der Doppellinse ist demnach gleich der Summe der reciproken Werthe der Brennweiten der Bestandlinsen; ist nun $p < p'$, so ist die Brennweite der Doppellinse, nämlich α positiv; dann ist $\frac{1}{\alpha} < \frac{1}{p}$, mithin $\alpha > p$, d. h. diese Doppellinse ist eine Sammellinse, deren Brennweite größer ist, als die der sammelnden Bestandlinse.

Die Zerstreuungslinse muß, obgleich sie die Größe der Ablenkung des aus der Sammellinse austretenden Strahls nicht aufhebt, dennoch die durch die Sammellinse bewirkte Farbenzerstreuung aufheben; da sie, falls die convergirend auffallenden Strahlen nach ihrem Austritte noch convergirend bleiben, die violetten in einem entfernteren Punkte vereinigt, als die rothen, mithin entgegengesetzt zerstreut, als die Sammellinse, so braucht man nur, wenn die Sammellinse von Crownglas ist, die Zerstreuungslinse aus Flintglas oder einem andern Stoffe von großem Farbenzerstreuungsvermögen zu verfertigen und sie so zu gestalten, daß die Brennweite der Doppellinse für die äußersten Strahlen des Spectrums eben so groß wird, wie die für die Strahlen der mittleren Brechbarkeit. Es sei K die Summe der Krümmungen bei der

Crownglaslinse, und K′ die der Krümmungen bei der Flintglaslinse; n sei das Brechungsverhältniß für den mittleren, n + d das für den äußersten Strahl des Spectrums bei der ersteren Linse, und n′, dann n′ + d′ seien die Brechungsverhältnisse für dieselben Strahlen in der Flintglaslinse, so ist die Brennweite der Doppellinse für die mittleren Strahlen

$$(n - 1)\,K - (n' - 1)\,K'$$

und für die äußersten Strahlen des Spectrums:

$$(n + d - 1)\,K - (n' + d' - 1)\,K';$$

da nun die Vereinigungspunkte der mittleren und der äußersten Strahlen nach ihrem Austritte aus der zweiten Linse zusammenfallen sollen, so ist

$$(n + d - 1)\,K - (n' + d' - 1)\,K' = (n - 1)\,K - (n' - 1)\,K',$$

mithin $dK = d'K'$, oder,

da $K = \dfrac{1}{p\,(n-1)}$ und $K' = \dfrac{1}{p'\,(n'-1)}$,

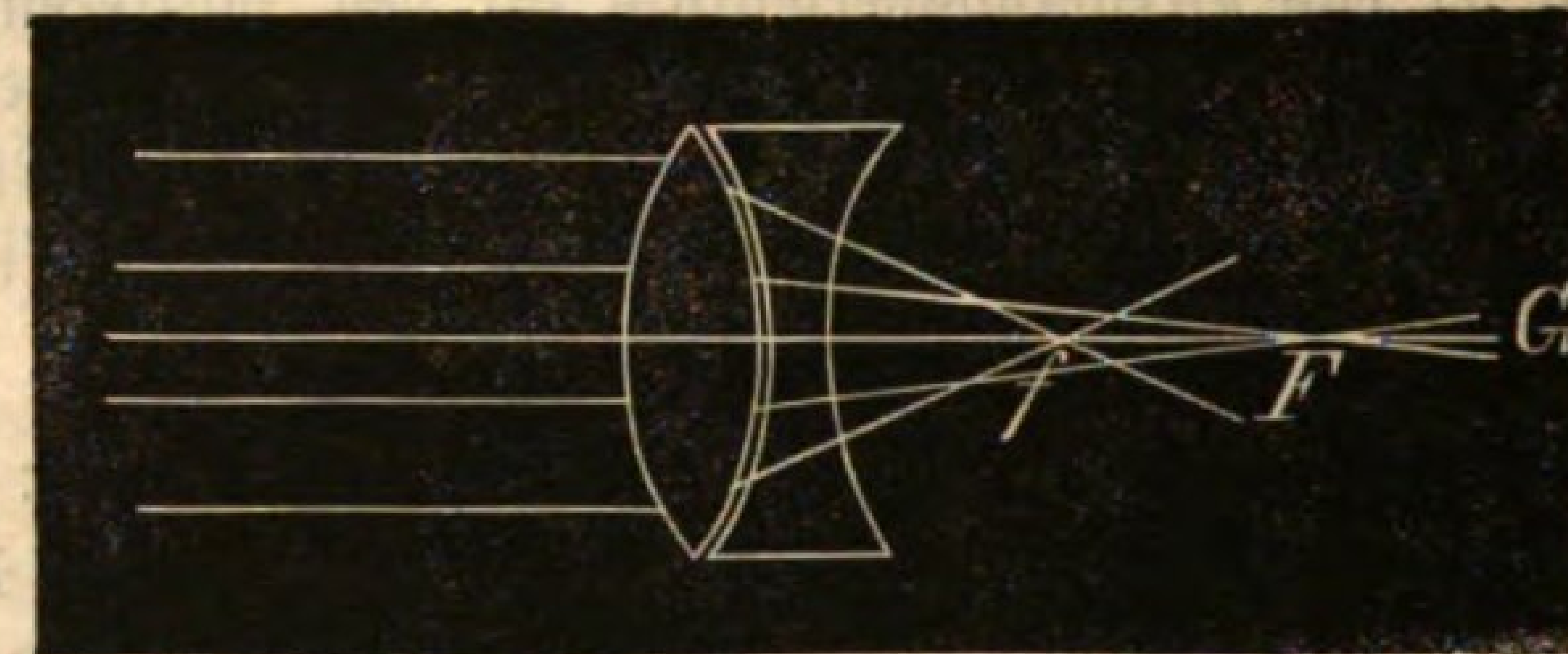
$$\frac{d}{p\,(n-1)} = \frac{d'}{p'\,(n'-1)};\ \text{daher}\ \frac{\dfrac{d}{n-1}}{\dfrac{d'}{n'-1}} = \frac{p}{p'}.$$

Da d und d′ die Unterschiede der Brechungsexponenten für die mittleren und äußersten Strahlen in den Bestandlinsen bedeuten, so drückt die letzte Gleichung aus, daß bei einer achromatischen Linse die **Brennweiten der Bestandlinsen ihren Zerstreuungsvermögen proportional sein müssen.**

Gewöhnlich besteht eine achromatische Linse aus einer biconvexen Linse von Crownglas und einer biconcaven Linse von Flintglas; eine solche Doppellinse vereinigt jedoch nur zwei Strahlen, einen äußersten mit dem mittleren in einem Punkte, dem die Vereinigungspunkte der andern Strahlen sehr nahe liegen, aber nicht mit ihm genau zusammenfallen; dazu kommt noch, daß Flintglas die Strahlen nach einem andern Gesetze zerstreut, als Crownglas; beide Umstände haben zur Folge, daß die chromatische Abweichung durch zwei Linsen nicht vollkommen aufgehoben erscheint, sondern ein sogenanntes secundäres Spectrum sich bildet, das jedoch nur einen unbedeutenden Einfluß auf die Deutlichkeit der Bilder äußert, den man noch dadurch vermindert, daß man die lebhaftesten Farben, nämlich das an das Orange grenzende Roth und das lebhafte Dunkelblau vereinigt, so daß in dem secundären Spectrum nur die schwächsten Farben verbleiben.

3. Eine Zerstreuungslinse, die von convergirenden Strahlen dergestalt getroffen wird, daß diese Strahlen nach ihrem Austritte aus der Linse sich wieder, obwohl in einem entfernteren Punkte, vereinigen, bewirkt, daß die Vereinigung der Randstrahlen später, die der Centralstrahlen früher erfolgt, mithin ist ihre Wirksamkeit bezüglich dieser Strahlen entgegengesetzt jener der Sammellinse, welche die von einem Punkte kommenden Centralstrahlen später und die Randstrahlen früher zur Vereinigung bringt; daher wird es möglich, die Kugelabweichung der Sammellinse von Crownglas durch dieselbe Zerstreuungslinse von Flintglas, welche sie achromatisch macht, aufzuheben; denn ist f, Fig. 203, der Vereinigungspunkt der Randstrahlen und F jener der Centralstrahlen nach der Brechung in der Sammellinse, so wird nach der Brechung in der Zerstreuungslinse, welche die Strahlen weniger convergirend macht,

Fig. 203.



jeder dieser Punkte von der Linse entfernt, aber der Vereinigungs-Punkt der Randstrahlen in größerem Maße, als jener der Centralstrahlen. Wählt man nun die Krümmungshalbmesser der Flintglaslinse in der Art, daß der Vereinigungspunkt der Randstrahlen dem Vereinigungspunkte der Centralstrahlen um eben so viel genähert wird, um wie viel beide Punkte nach der Brechung in der Crownglaslinse von einander entfernt wurden, so werden sich die Rand- und Centralstrahlen nach ihrem Austritte aus der Doppellinse in einem Punkte, z. B. in G vereinigen, und die sphärische Abweichung erscheint aufgehoben. Nun läßt sich die Größe der sphärischen Abweichung durch Veränderung der Werthe der Krümmungshalbmesser mannigfaltig verändern, ohne die Brennweite selbst zu ändern; daher kann man das Verhältniß der Brennweiten der Crown- und Flintglaslinse immer so nehmen, wie es die Aufhebung der chromatischen Abweichung erheischt, und die Verhältnisse der Krümmungshalbmesser so verändern, daß die Gleichheit der entgegengesetzten sphärischen Abweichungen in beiden Linsen erzielt und so auch die sphärische Abweichung aufgehoben, somit die Doppellinse eine aplanatische wird.

Es ist einleuchtend, daß man durch eine Doppellinse die Randstrahlen mit den Centralstrahlen vereinigen kann, daß aber damit noch nicht die Vereinigung der dazwischen liegenden Strahlen erzielt wird, weshalb auch bei einer aplanatischen Linse noch ein Rest der sphärischen Abweichung übrig bleibt.

Man darf niemals unbeachtet lassen, daß sämmtliche die Linsen betreffenden Lehrsätze sich nur auf diejenigen Lichtstrahlen beziehen, welche mit dem Hauptstrahl sehr kleine Winkel einschließen.

§. 162. Das Auge. Das eigentliche Sehorgan ist der Augapfel, dessen Gestalt nahe kugelförmig ist, bei dem jedoch der vordere Theil, die durchsichtige Hornhaut (Cornea) genannt, stärker gekrümmt ist, als der übrige Theil, welcher zunächst aus der harten, weißen, nur schwach durchscheinenden Haut besteht, die den ganzen Augapfel einschließt und gegen äußere nachtheilige Einwirkungen schützt; in ihr ist der Umfang der Cornea eingefügt. An dieser harten Haut ist auch die Iris, ein ringförmiges Diaphragma, mit ihrem äußeren Rande befestigt; die Iris ist bei verschiedenen Menschen verschieden gefärbt, und hängt frei in dem Raume hinter der Cornea. Die in der Mitte befindliche Oeffnung, die man bekanntlich die Pupille nennt, ist bei dem Menschen kreisrund, bildet aber bei vielen Thieren einen länglichen Spalt; sie besitzt die Fähigkeit, sich bei schwachem und bei dem von sehr entfernten Objecten kommenden Lichte zu erweitern, und bei stärkerem Lichteindrucke und dem von nahen Gegenständen kommenden Lichte

zusammenzuziehen. Diese Veränderungen in der Größe der Pupille sind unwillkürlich, werden durch den Lichtreiz veranlaßt, und dienen zur Regelung der in das Auge eindringenden Lichtmenge. Die gerade Linie vom Scheitel der Hornhaut durch den Mittelpunkt der Pupille an die Hinterfläche gezogen, heißt die Augen- oder Gesichtsaxe. Unter der harten Haut breitet sich die von zahlreichen Blutgefäßen durchzogene Aderhaut (Choroidea), deren obere Seite zur Absorption des in das Auge eindringenden diffusen Lichtes von einem klebrigen Pigmente schwarz gefärbt, die innere dagegen glatt und glänzend ist. — Die harte Haut und die Aderhaut werden von dem an der hinteren Seite des Augapfels eintretenden Sehnerven durchbohrt, der sich über der concaven Aderhaut in Form einer äußerst zarten, weißen, blaßröthlichen Haut, die man Netzhaut oder Retina nennt, ausbreitet. Die Netzhaut dient zur Aufnahme des Lichteindruckes, der dann mittelst des Sehnervens zum Gehirn geleitet und zum Bewußtsein gebracht wird; sie besteht aus mehreren Schichten, von denen die hinterste (die der Aderhaut nächste) Stäbchenschicht heißt, und als die eigentlich lichtempfindende Schicht betrachtet wird; diese besteht nach den neuesten mikroscopischen Untersuchungen in der Nähe der Augenaxe, wo man am besten sieht, aus Stäbchen, deren jedes, wie man annimmt, nur eine einzige Wahrnehmung, in jedem Augenblicke aufzufassen vermag. Diese Wahrnehmung kann auch die Resultirende verschiedenartiger gleichzeitiger Reize sein, die dasselbe Stäbchen treffen.

Der lichtbrechende Apparat des Sehorgans besteht aus drei lichtbrechenden durchsichtigen Medien: aus der wässerigen Feuchtigkeit, der Krystalllinse und aus dem Glaskörper. Erstere füllt den Raum zwischen der Cornea und der Krystalllinse aus; dieser Raum wird durch die Iris in die vordere und hintere Augenkammer getheilt; die hinter der Iris befindliche, von einer durchsichtigen Haut, der Linsenkapsel, eingeschlossene biconvexe Krystalllinse ist an der Vorderseite weniger stark gekrümmt, als an der hinteren Seite, und besteht aus mehreren concentrischen Schichten, von denen die inneren dichter sind, als die äußeren. — Der Glaskörper nimmt den Raum zwischen der Krystalllinse und der Netzhaut ein; er ist daher vorne von einer concaven und hinten von einer convexen Fläche begrenzt: seine farblose und vollkommen durchsichtige gallertartige Masse ist durch eine äußerst zarte durchsichtige Haut (membrana hyaloidea) in viele Zellen eingetheilt, und in der Art in jeder Zelle eingeschlossen, daß sie aus einer Zelle in die andere nicht übergehen kann.

Krause fand (1854) beim menschlichen Auge den Brechungsinder
der Hornhaut . . . = 1·3507, der wässerigen Feuchtigkeit = 1·3420,
des Glaskörpers . . = 1·3485, der äußeren Linsenschicht = 1·4053,
der mittleren Linsenschicht = 1·4294, des Kerns der Linse . = 1·4541;
der Brechungsinder des Wassers wurde dabei = 1·33424 angenommen.

Helmholtz hat bewiesen, daß die beiden Flächen der Hornhaut als parallel angenommen werden können, weshalb die Brechung genau so erfolgt, als wenn der Lichtstrahl aus der Luft unmittelbar in die wässerige Feuchtigkeit einträte.

Die Lichtstrahlen, die von einem hellen Punkte, gegen den die Augenaxe gerichtet ist, kommen, werden im Auge durch die linsenartig gestalteten Medien convergirend gemacht, so daß bei einer angemessenen Entfernung des Lichtpunktes, für welche sich das Auge anzupassen vermag, ihr Vereinigungspunkt auf die empfindende Schichte der Netzhaut fällt. Dieß findet auch statt in Bezug auf alle lichtausstrahlenden Punkte eines hellen Objectes, die nicht zu weit von der Augenaxe entfernt sind; daher entsteht auf der empfindenden Netzhautschichte ein sehr deutliches Bild des in angemessener Entfernung befindlichen Objectes, wie man es z. B. an einem frischen Ochsenauge oder am Auge von einem weißen Kaninchen nachweisen kann; diese Deutlichkeit der Bilder auf der Netzhaut beweiset, daß bei dem optischen Apparate im Auge sowohl die sphärische als die chromatische Abweichuug im hohen Grade vermindert ist. Die Entstehung des Bildes auf der Netzhaut und eine hinreichend starke Helligkeit desselben sind wesentliche Bedingungen des Sehens; eine dritte Bedingung ist die Empfindlichkeit der Netzhaut und des Sehnervens; werden letztere gelähmt, so entsteht Blindheit, wenn auch das Auge offen bleibt und die Medien im Auge ihre Durchsichtigkeit behalten. Die Empfindlichkeit der Netzhaut ist nicht bei allen Menschen und Thieren gleich groß; daher kann die von einem Objecte kommende Lichtmenge bei dem mehr empfindlichen Auge hinreichen, um den zur Wahrnehmung desselben erforderlichen Lichtreiz zu bewirken, während dieß in einem Auge von geringerer Empfindlichkeit nicht mehr geschieht. -- Auch besitzen nicht alle Theile der Netzhaut denselben Grad der Empfindlichkeit; der empfindlichste Theil liegt rings um die Augenaxe, hat einen Durchmesser von beiläufig ⅓ Linie und heißt der gelbe Fleck; hier ist die Stäbchenschicht am dichtesten. Hat der Gegenstand, den wir ansehen, eine größere Ausdehnung, so müssen wir, um von allen Theilen eine deutliche Vorstellung zu bekommen, den Augapfel so wenden, daß die Augenaxe nach einander auf die einzelnen Theile gerichtet erscheint. Die Stelle, an welcher der Sehnerv in's Auge tritt, das punctum coecum, ist für die directen Eindrücke des Lichtes wenig empfindlich.

Verbindet man durch gerade Linien einen jeden Punkt des hellen Objectes mit seinem Bildpunkte an der empfindenden Netzhautschichte, so findet man, wie zuerst Volkmann gezeigt hat, daß sich alle in einem etwas hinter der Krystalllinse gelegenen Punkte durchkreuzen; dieser Punkt heißt der Kreuzungspunkt, und ist als der optische Mittelpunkt der aus den drei linsenförmigen Medien zusammengesetzten Linse zu betrachten; die durch diesen Punkt von einem Objectpunkte zu dem zugehörigen Bildpunkte gezogenen geraden Linien sind die Richtungslinien; denn in die Richtung derselben versetzt die Seele den an einem Punkte der Netzhaut veranlaßten Lichteindruck, mithin den oben erzeugten nach unten, und den unten erregten nach oben, und sieht daher den äußeren Gegenstand in aufrechter Stellung, ungeachtet das Bild auf der Netzhaut in umgekehrter Lage sich darstellt.

Der Winkel den die von zwei Punkten gezogenen Richtungslinien miteinander einschließen, ist der Gesichtswinkel, unter dem der Abstand dieser beiden Punkte wahrgenommen wird; so lange die Bilder der

beiden Punkte auf zwei verschiedene Stäbchen an der empfindenden Netzhautschichte fallen, werden beide Punkte wahrgenommen; allein da bei vergrößerter Entfernung derselben vom Auge sich die Bildpunkte einander nähern, so wird es immer eine Entfernung geben, bei welcher beide Bildpunkte an dasselbe empfindende Element fallen, und daher nicht mehr von einander gesondert wahrgenommen werden; deßhalb ist es an Objecten nicht möglich, die einzelnen Punkte scharf von einander zu unterscheiden, sobald die Entfernung derselben eine gewisse Grenze übersteigt. Wenn das optische Bild eines Gegenstandes so klein ist, daß es nur einen sehr kleinen Theil eines Stäbchens deckt, so kann es wohl von einem sehr empfindlichen Auge wahrgenommen werden, aber nicht mehr von einem gewöhnlichen.

Die Pupille hat die Eigenschaft, bei starkem Lichtreiz sich zusammenzuziehen, und so einen zu intensiven schädlichen Eindruck auf die Netzhaut zu hindern, dagegen bei schwacher Erleuchtung des betrachteten Gegenstandes sich zu erweitern, dadurch den Eintritt einer größeren Lichtmenge von jedem Punkte des Gegenstandes, und so die Entstehung eines hinreichend hellen Bildes auf der Netzhaut zu ermöglichen. Treten wir von der Tageshelle in einen finsteren Raum, so sehen wir Anfangs nichts; nach und nach erweitert sich die Pupille, und wir werden fähig, die Gegenstände um uns wahrzunehmen. Bei einem langen Aufenthalte an einem finsteren Orte kann sich die Pupille sehr stark erweitern, so daß bei einem plötzlichen Uebergange von diesem finsteren Orte an einen intensiv erleuchteten sogar eine fortdauernde Blindheit eintreten kann. Die Grenzen der Helligkeit, innerhalb welcher wir sehen, liegen sehr weit aus einander, da es uns möglich ist, sowohl beim Sonnenlichte als bei dem mehr als 300.000 Mal schwächeren Lichte des Vollmondes zu sehen.

Der Sehwinkel, unter welchem ein Gegenstand dem bloßen Auge erkenntlich wird, beträgt bei einem mäßig erleuchteten Gegenstande eine halbe Minute, hängt aber von der Farbe, von der Lichtstärke, von dem Contraste mit dem Hintergrunde ab, von dem sich der Gegenstand abhebt, dann von der Bewegung oder Ruhe des Gegenstandes und von der Natur der Luftschichten, in denen man sich befindet. So werden hellleuchtende Gegenstände auf dunklem Hintergrunde, wie z. B. die Fixsterne, noch gesehen, wenn dieser Winkel wegen seiner Kleinheit nicht mehr meßbar ist, so werden schwache Schatten erst bemerkt, wenn man ihnen eine Bewegung geben kann. — Jeder Lichteindruck braucht eine gewisse Zeit um zum Bewußtsein zu kommen, und dauert dann eine kurze Zeit; den dauerndsten Eindruck bringt weißes Licht hervor, hierauf folgt Gelb, Roth, Blau. Die mittlere Dauer eines Lichteindruckes beträgt 0·4 Sec.; dauert der Eindruck zu kurz, so nehmen wir nichts wahr. Auf der Dauer des Lichteindruckes beruht das Thaumatrop, Stampfer's stereoscopische Figuren, und auch das Anorthoscop von Plateau; dieses besteht aus einer schwarzen undurchsichtigen mit einer Spalte versehenen Scheibe, vor welcher eine zweite transparente sich befindet; beide lassen sich mittelst einer Vorrichtung um eine gemeinschaftliche Axe, aber nach entgegengesetzten Richtungen in der Art drehen, daß die Geschwindigkeit der transparenten viermal größer ist als die der schwarzen. Sieht man durch die Spalte auf einen gegenüber liegenden Punkt a an der transparenten Scheibe, und beginnt die Drehung, so wird dieser Punkt, während die Spalte $1/5$ der Peripherie zurücklegt, $4/5$ der Peripherie in der entgegengesetzten Richtung beschreiben, somit abermals der Spalte gegenüberstehen; dieß findet jedesmal statt, wenn die Spalte um $1/5$ der Peripherie weiter gerückt ist. Beim schnellen Drehen sieht das Auge wegen der Dauer des Lichteindruckes den Punkt a an fünf verschiedenen Stellen. — Verzeichnet man auf einem Sector, welcher den fünften Theil der Kreisfläche beträgt, eine regelmäßige Figur, theilt den Sector durch Radien in gleiche Theile und in eben so viele gleiche Theile eine zweite Scheibe, zieht an beiden eine gleiche Anzahl von concentrischen gleich weit abstehenden Kreisen, und überträgt die Theile der Figur, die in einem Vierecke des Sectors verzeichnet sind, in das entsprechende Viereck der zweiten Scheibe, so erhält man auf dieser letztern eine verzerrte, unkennbare Figur; macht man sie aber transparent, und setzt sie vor die schwarze Scheibe an die gemeinschaftliche Axe, so kommen beim Drehen alle Theile der verzerrten Figur nach einander vor die Spalte,

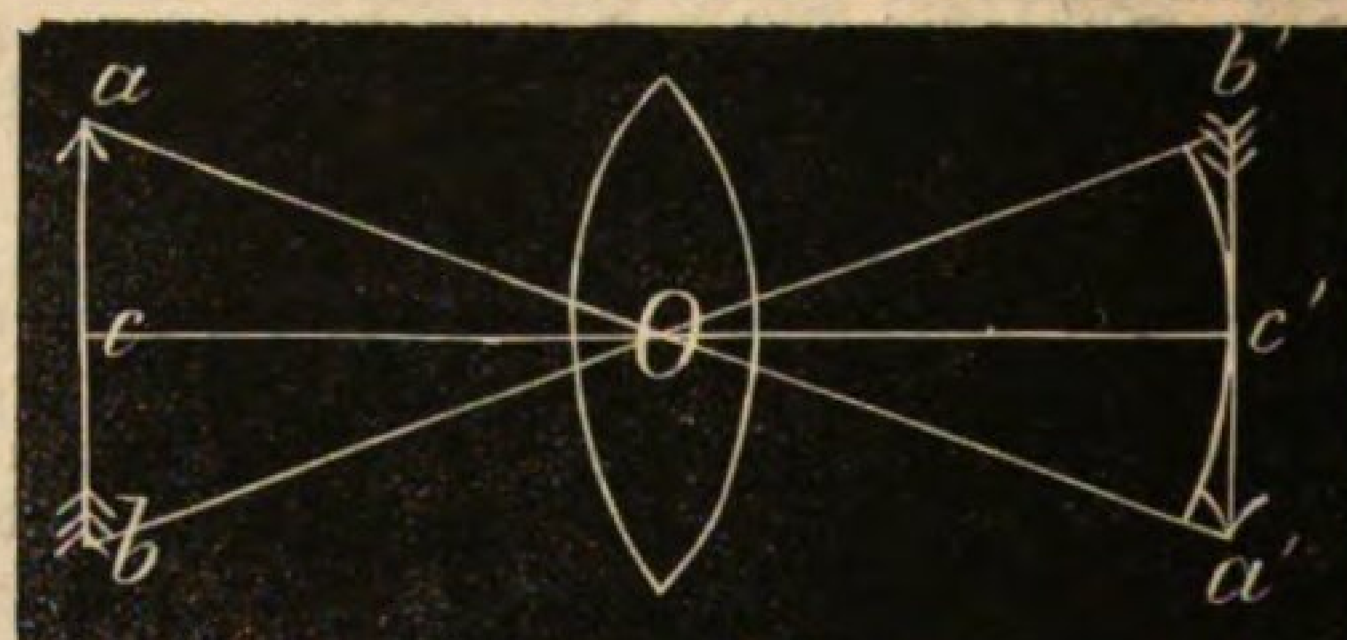
während diese den fünften Theil der Kreisfläche durchläuft; die Figur erscheint daher genau auf einen Kreissector zusammengedrängt, der $^1/_5$ der Kreisfläche beträgt, und wird deshalb in ihren regelmäßigen Dimensionen gesehen, und zwar fünfmal. Man bringt an der schwarzen Scheibe 4 Spalten an, und erzielt damit eine größere Helligkeit, indem die Eindrücke, die jede Spalte gibt, sich gegenseitig decken. — Die im Auge vorhandenen Mittel zur Aufhebung der sphärischen Abweichung sind:

a) Der Bau der Krystalllinse; denn die beiden Oberflächen haben eine verschiedene Krümmung, wie es zur Verminderung der Kugelabweichung nöthig ist; die vordere Fläche ist ferner elliptisch gekrümmt, mithin in der Mitte flächer, als an den Rändern. Dieß hat zur Folge, daß die schief kommenden Strahlen unter kleinen Einfallswinkeln die Linse treffen und daher keine bedeutende Abweichung erleiden können; außerdem nimmt die Dichte der Linse gegen die Mitte zu, wodurch die Vereinigungsweite der Centralstrahlen abgekürzt wird.

b) Die als Blendung wirkende Iris, deren Lage selbst von großem Einflusse ist, indem sie nahe an der Krystalllinse liegend, alle Lichtstrahlen zurückhält, welche wegen ihres schiefen Auffallens eine zu starke Abweichung veranlassen würden. Die hintere Fläche der Iris ist mit einem schwarzen Pigmente bedeckt, das alle von der Krystalllinse zurückgeworfenen Strahlen absorbirt.

c) Die Wölbung der Netzhaut trägt viel zur Deutlichkeit der Bilder bei; denn die Vereinigungsweite der Strahlen, die von einem außerhalb der Brennweite liegenden Punkte kommen, wird desto kleiner, je größer der Abstand des leuchtenden Punktes vom optischen Mittelpunkte ist; liegen daher a und b, Fig. 204, von O weiter entfernt, als die Mitte c, so müssen die Bilder von a und b dem Punkte O näher liegen, als das Bild von c, folglich kann das Bild der geraden Linie ab nicht geradlinig erscheinen, sondern muß eine krumme Linie bilden, deren hohle Seite der Linse zugekehrt ist. Eine solche concave Gestalt hat auch die Netzhaut; sie nimmt alle Vereinigungspunkte auf, weshalb die Bilder nicht bloß in der Mitte, sondern auch an den Rändern sehr deutlich erscheinen.

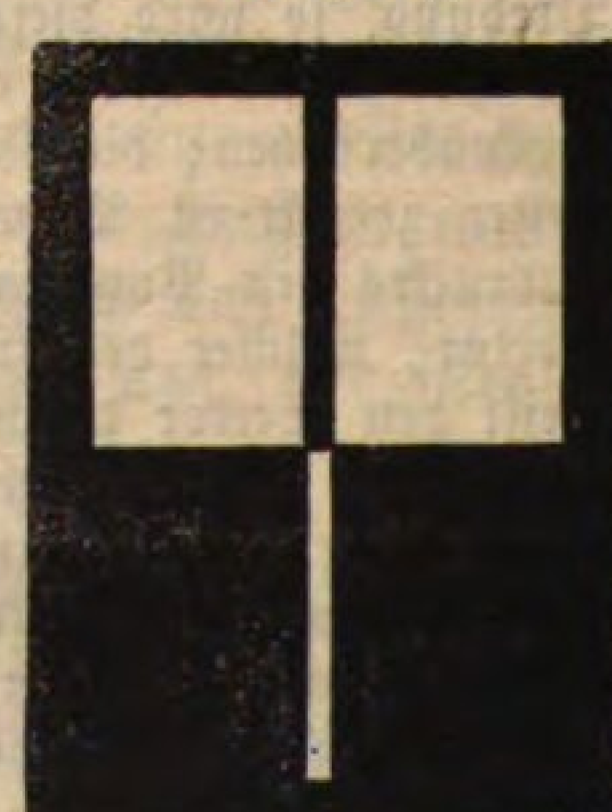
Fig. 204.



Der Achromatismus wird durch die verschiedenen, im Auge befindlichen Feuchtigkeiten erzielt, die als Linsen wirken, und verschiedene lichtbrechende und farbenzerstreuende Kräfte besitzen, indessen ist, wie Fraunhofer zeigte, die Aufhebung der chromatischen Abweichung im Auge nicht vollkommen; sieht man z. B. durch eine kleine Oeffnung, die man beiläufig in der Entfernung von 7 Zoll vom Auge hält, den hellen Himmel an, so erscheint der Rand der Oeffnung gefärbt.

Bei starker Helligkeit des optischen Bildes auf der Netzhaut verbreitet sich der Lichteindruck auch auf die nächste Umgebung, was man Irradiation zu nennen pflegt. Man sieht nach Plateau die Irradiation auffallend, wenn man die obere Hälfte eines viereckigen 8 Zoll hohen und 6 Zoll breiten Streifens zur Hälfte mit weißem Papier, überzieht, und die andere Hälfte schwarz anstreicht; in der Mitte der weißen Hälfte zieht man einen schwarzen 2 Linien breiten Streifen, und in der Verlängerung desselben an der schwarzen Hälfte einen eben so breiten weißen Streifen, wie die Fig. 205 zeigt. Die so hergerichtete Scheibe wird dergestalt aufgestellt, daß sie recht hell erleuchtet erscheint; betrachtet man sie von einer Entfernung von 2 bis $2^1/_2$ Klaftern, so sieht man den weißen Streifen stets breiter, als den schwarzen, und überzeugt sich auf diese Art, daß helle Gegenstände auf einem dunklen Grunde immer breiter, dagegen dunkle auf einem hellen Grunde immer schmäler erscheinen; deshalb scheint die Sichel des Mondes, den man mit freiem Auge betrachtet, einer größern

Fig. 205.



Scheibe anzugehören, als der dunkle Theil desselben. Die Größe der Irradiation wächst mit dem Unterschiede in der Lichtstärke des hellen Gegenstandes und seiner dunklen Umgebung, und mit der Größe der Pupille; sie zeigt sich bei allen Entfernungen, ist jedoch nicht bei allen Personen gleich groß. Man erklärt die Irradiation auch aus der chromatischen Abweichung des Auges.

§. 163. Fähigkeit des Auges, sich verschiedenen Entfernungen der Gegenstände anzupassen; Kurz- und Weitsichtigkeit; Brillen. Denken wir uns, daß die Bildpunkte eines Objectes, auf den das Auge gerichtet ist, an der empfindenden Netzhautschichte liegen, daher das Object vollkommen deutlich gesehen wird, und daß alle Bestandtheile des Auges in dieser Lage, welche sie bei diesem vollkommen deutlichen Sehen annehmen, verbleiben, während die Entfernung des Objectes vom Auge geändert wird; aus der Lehre über die Wirksamkeit der Linsen folgt, daß mit jeder Aenderung in der Lage des Objectes auch eine Aenderung in der Lage der Bildpunkte eintritt, und zwar, daß die Spitzen der gebrochenen Strahlenkegel vor die Netzhaut fallen, wenn man die Entfernung vergrößert, und hinter dieselbe, wenn man diese Entfernung verkleinert, weshalb in beiden Fällen auf der empfindenden Netzhautschichte, da sie dann die Strahlenkegel schneidet, einem jeden leuchtenden Punkte des Objectes ein kleiner erleuchteter Kreis (Zerstreuungskreis) entspricht. Die den einzelnen Punkten des Objectes entsprechenden Kreise fallen theilweise übereinander, und es kommen diejenigen, welche zweien Punkten des Objectes angehören, und die man bei der anfänglichen Entfernung desselben vom Auge gesondert sah, zum Theile auf dasselbe empfindende Element zu liegen, und können daher nicht mehr scharf als zwei Punkte wahrgenommen werden. Der Gegenstand müßte also bei jeder Aenderung in der Lage des Objectes undeutlich erscheinen, wenn alle beim Sehen wirksamen Bestandtheile des Auges rücksichtlich ihrer Lage und Gestalt unveränderlich wären; allein die Erfahrung lehrt, daß man zwei in der Richtung der Augenaxe liegende, jedoch ungleich vom Auge entfernte Gegenstände wohl niemals zu gleicher Zeit, aber doch nach einander mit gleicher Deutlichkeit sehen kann; hieraus folgt, daß das Auge fähig ist, durch gewisse innere Veränderungen die Bildpunkte der Objecte bei verschiedenen Abständen derselben vom Auge auf die empfindende Netzhautschichte zu bringen, also den verschiedenen Entfernungen sich anzupassen; diese Fähigkeit heißt das Accommodationsvermögen des Auges. Diese inneren Veränderungen im Auge werden an einer gewissen Anstrengung wahrgenommen, die man empfindet, so oft man das Auge von einem nahen Gegenstande auf einen entfernten, oder umgekehrt von diesem auf jenen richtet. Man war seit lange vielfältig bemüht, die Accommodation des Auges durch Aufstellung verschiedenartiger Hypothesen zu erklären; hat aber erst in der neuesten Zeit unumstößlich dargethan, daß der Augapfel im Ganzen eine völlig unveränderliche Gestalt besitzt, so daß der Abstand der Netzhaut von der Hornhaut als unveränderlich betrachtet werden darf; ferner daß auch keine Verdichtung der brechenden Medien möglich ist, daß die Hornhautkrümmung bei der Accommodation nicht die geringste Aenderung erleidet, und daß auch keine Ortsbewegung der Krystalllinse stattfindet. Cramer und Helmholtz haben in der neuesten

Zeit die Accommodation des Auges in physikalischer Beziehung vollständig erklärt, indem sie durch höchst scharfsinnige Untersuchungen bewiesen haben, daß bei der Einrichtung des Auges für die Nähe die vordere Linsenfläche stärker gewölbt erscheint und ihr Halbmesser kleiner wird, daß ferner auch der Halbmesser der hinteren Linsenfläche an Größe abnimmt, aber der hintere Linsenscheitel bei allen Anpassungszuständen an dem nämlichen Orte bleibt. Da dabei die Linse ihr Gesammtvolum behaupten muß, so folgt, daß beim Nahesehen die Linse in der Mitte dicker wird, und ihr Umfang in entsprechendem Maße sich verkleinert, dann, daß ihr vorderer Scheitel der Hornhaut näher rückt. Diese stärkeren Krümmungen der Krystalllinse haben eine Verminderung der Vereinigungsweite der Strahlen zu Folge, wie es bei nahen Gegenständen erforderlich ist, wenn die Bildpunkte noch immer auf der Netzhaut bleiben sollen, wie beim Sehen von fernstehenden Gegenständen. Da nach Cramer's Untersuchungen die Krystalllinse des fernsehenden Auges schon am Pupillarrande der Iris anliegt, so muß letzterer beim Nahesehen vorrücken, einmal weil die Linse dicker wird, und auch deshalb, weil die Pupille, die sich bekanntlich dabei verengert, über weiter vorgewölbte Theile der Linse zu liegen kommt. Ueber den Mechanismus im Auge, durch den die angegebenen Veränderungen in der Gestalt der Krystalllinse bewirkt werden, sind die Meinungen der Physiologen noch getheilt.

Wenn man seitwärts von der Sehare eines beobachteten Auges in einer bestimmten Entfernung von ihm eine lebhafte Lichtquelle aufstellt, und von der andern Seite dieser Axe in das Auge sieht, so erblickt man zwei aufrechte Spiegelbilder der Lichtquelle, erzeugt von der Cornea und von der vorderen Linsenfläche, dann noch ein drittes in umgekehrter Lage als Spiegelbild von der hinteren Linsenfläche. Die Größe dieser Bilder wurde gemessen, wenn sich das Auge für die Nähe, und dann wieder, wenn es sich für die Ferne accommodirt hat; aus der Größe dieser Bilder, aus der Entfernung der Lichtquelle vom Auge und den bekannten Brechungsexponenten der wässerigen Feuchtigkeit und der Krystalllinse wurden die Krümmungshalbmesser der Hornhaut, der vorderen und der hinteren Linsenfläche ermittelt, und auch die Abstände des vorderen und des hinteren Linsenscheitels von der Cornea berechnet. Man fand den Krümmungshalbmesser im Hornhautscheitel in allen Fällen = 7·646^{mm}; den Abstand des vorderen Linsenscheitels vom Hornhautscheitel beim Fernsehen = 3·597, beim Nahesehen 3·431, und den Halbmesser der vorderen Linsenfläche im ersten Falle = 8·8^{mm}, im zweiten = 5·9, den der hinteren Linsenfläche = 5·13 beim Fernsehen, etwas kleiner beim Nahesehen.

Diese Accommodationsfähigkeit des Auges ist an gewisse Grenzen gebunden; ist die Entfernung eines Objectes vom Auge kleiner, als 8 bis 10 Zoll, so vermag ein gesundes Auge das Object nicht mehr ohne Anstrengung mit gehöriger Deutlichkeit zu sehen; am deutlichsten erscheinen die Gegenstände an dieser Grenze, weßhalb man die Entfernung von 8 bis 10 Zoll die **normale Sehweite** heißt. Es gibt Menschen welche bei dieser Sehweite die Gegenstände deutlich zu sehen nicht vermögen, sondern die entweder eine größere oder kleinere Entfernung der Objecte, als die von 8 bis 10 Zoll ist, erfordern, um sie mit gehöriger Deutlichkeit zu sehen; erstere heißen **Weitsichtige**, letztere **Kurzsichtige**. Der Vereinigungspunkt der Strahlen, die von einem in der normalen Sehweite befindlichen Objecte kommen, fällt bei den Weitsichtigen hinter, bei den Kurzsichtigen vor die Netzhaut, daher muß der

Weitsichtige durch Vergrößerung des Abstandes des leuchtenden Punktes die Vereinigungsweite der Strahlen vermindern, der Kurzsichtige dagegen durch Annäherung des Gegenstandes an das Auge dieselbe vergrößern, um die Vereinigungspunkte auf die Netzhaut zu bringen, und so das Object deutlich zu sehen. Stellt der Weitsichtige vor sein Auge eine Sammellinse, und sieht durch sie einen innerhalb ihrer Brennweite befindlichen Gegenstand an, so treten die Strahlen aus der Linse so heraus, als befände sich der Gegenstand in einem größeren Abstande vom Auge, weshalb es dem Weitsichtigen möglich wird, durch diese Linse den Gegenstand ganz deutlich zu sehen, sobald dieser in demjenigen Abstande von der Linse sich befindet, bei welchem sein Bild in der Sehweite des Weitsichtigen erscheint. Ein Kurzsichtiger kann einen in der Sehweite des gesunden Auges befindlichen Gegenstand deutlich sehen, wenn er ihn mittelst einer Zerstreuungslinse betrachtet, da diese die von einem Gegenstande kommenden Lichtstrahlen genau so in das Auge führt, wie sie dahin kommen würden, wenn der Gegenstand wirklich näher stände. Linsen, die den Zweck haben, dem Weitsichtigen nahe und dem Kurzsichtigen entfernte Gegenstände deutlich sichtbar zu machen, werden Augengläser oder Brillen genannt. Man kann durch eine einfache Zeichnung sich überzeugen, daß das Bild auf der Netzhaut durch eine Zerstreuungslinse etwas verkleinert und auch seine Helligkeit in Folge der verstärkten Divergenz der von jedem Lichtpunkte kommenden Strahlen vermindert wird; diese Nachtheile werden desto bedeutender, je kürzer die Brennweite der Linse ist und je weiter diese vom Auge absteht; daher müssen Zerstreuungslinsen dem Auge möglichst nahe gebracht werden. Bei Sammellinsen erscheint das Bild auf der Netzhaut etwas größer als ohne Linse, und die Helligkeit wird wegen der verminderten Divergenz verstärkt; auch diese Linsen müssen nahe am Auge sich befinden. Da die Lichtstrahlen beim Uebergange aus dem Wasser in's Auge schwächer gebrochen werden, als beim Uebergange aus der Luft, so kann man unter Wasser nur mit einer Linse von etwa $\frac{1}{2}$ Zoll Brennweite deutlich sehen; daher haben die Fische eine beinahe kugelförmige Krystalllinse von großem Brechungsvermögen; die Fische sehen auch bei so schwachem Lichte, welches für uns Dunkelheit wäre.

Der Winkel, welchen die Strahlen miteinander bilden, die von einem in der Sehweite befindlichen Punkte durch die Pupille auf die Krystalllinse auffallen, ist nur 33 Minuten groß, und er wird bei einem größeren Abstande des leuchtenden Punktes noch kleiner; deshalb nimmt man an, daß zum deutlichen Sehen parallele Strahlen erforderlich sind, was wohl nicht ganz richtig ist, aber die Rechnung oft erleichtert.

Kurz- und Weitsichtigkeit werden häufig durch Angewöhnung erzeugt; Menschen, die häufig in die Ferne sehen, wie z. B. die Jäger, sind gewöhnlich weitsichtig, andere, die Arbeiten verrichten, die recht nahe an's Auge gehalten werden, wie z. B. die Uhrmacher, werden kurzsichtig. Häufiges und anhaltendes Lesen bei schwachem Lichte erzeugt Kurzsichtigkeit, weil sich dabei die Pupille erweitert, diese Erweiterung aber dem deutlichen Sehen naher Gegenstände sehr ungünstig ist, weshalb es dem Auge mehr Anstrengung kostet, dieser geringen Entfernung sich anzupassen; eine öftere Wiederholung dieser Anstrengung hat ein Verharren des Auges in diesem Zustande zur Folge. — Die Weitsichtigkeit stellt sich gewöhnlich im vorgerückten Alter ein, wo wegen Abnahme der Feuchtigkeiten im Auge die Hornhaut und die Krystalllinse weniger convere Formen bekommen.

Kurz- und Weitsichtigkeit haben verschiedene Grade, weshalb auch die Brillen, die diesen Uebeln abhelfen sollen, von verschiedener Beschaffenheit sein müssen. Ist a

die Entfernung des deutlichen Sehens beim kranken Auge, p die Brennweite der Linse, A die Sehweite des gesunden Auges oder der Abstand, in welchem man den Gegenstand bei der Arbeit gewöhnlich hält, und berücksichtigt man, daß das virtuelle Bild in der Entfernung a vom optischen Mittelpunkte erscheinen muß, so hat man

$$-\frac{1}{a} = \frac{1}{p} - \frac{1}{A}, \text{ und } p = \frac{Aa}{a - A}$$

Die letzte Formel gibt die Brennweite der Linse, die für das kranke Auge am passendsten ist. So lange $a > A$, muß die Brennweite positiv, mithin die Linse eine Sammellinse, dagegen eine Zerstreuungslinse sein, wenn $a < A$, d. i. wenn das Auge kurzsichtig ist. Dividirt man Zähler und Nenner mit a, so ist

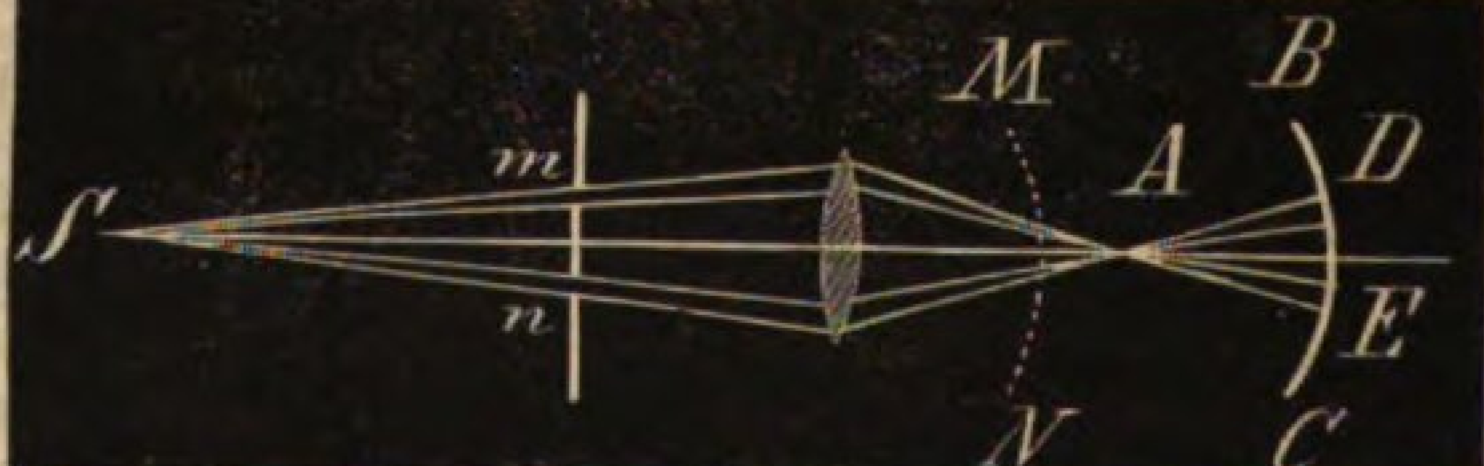
$$p = \frac{A}{1 - \frac{A}{a}} \text{ (1), oder } p = -\frac{A}{\frac{A}{a} - 1} \text{ (2).}$$

Man ersieht aus (1), daß bei größerem Werthe von a, d. h. bei höherem Grade der Weitsichtigkeit die Brennweite abnimmt; die Gleichung (2) lehrt, daß bei geringerem Werthe von a, d. i. bei einem höheren Grade der Kurzsichtigkeit die negative Brennweite der Brille ebenfalls kleiner werden muß.

Man gebrauche die Brillen nur dann, wenn es wirklich nöthig ist, und wähle stets solche, mit denen man die Gegenstände ohne Anstrengung deutlich, aber nicht merklich größer und nicht kleiner sieht, als wie mit freiem Auge; immer soll man den schwächeren, d. i. denjenigen, die eine größere Brennweite haben, den Vorzug geben. Beginnt man Brillen zu gebrauchen, so wähle man Anfangs nur die von sehr großer Brennweite (Conservationsbrillen), und gehe nur nach und nach zu den schärferen über. Die Brillen sollen genau sphärische Krümmungen haben, daher nur von anerkannten Künstlern bezogen werden; das Auge soll möglichst immer durch die Mitte sehen. Schwachen Augen sind die isochromatischen Brillen zu empfehlen, an die eine gleich dicke Schale vom blauen Glase gekittet ist. Sind die Brillen so gefaßt, daß man beliebig die eine oder die andere Seite dem Auge zuwenden kann, wie die Lorgnette und sogenannten Stecher, so sollen die Flächen gleiche Krümmungen haben; wird aber immer die nämliche Fläche gegen das Auge gekehrt, dann sind sogenannte periscopische Brillen, nämlich converconcave Linsen, die so gefaßt sind, daß die concave Seite dem Auge zugekehrt ist, vorzüglich zu empfehlen, weil sie den Vortheil gewähren, daß man auch die seitwärts gelegenen Gegenstände deutlich sieht; dem Uebel, daß die äußere Fläche für die von der inneren nach außen reflectirten Strahlen, wie ein Hohlspiegel wirkt und falsche Bilder veranlaßt, läßt sich dadurch abhelfen, daß der Krümmungshalbmesser der äußeren Fläche sehr groß genommen wird, weil dann die von ihr reflectirten Strahlen das Auge in Richtungen treffen, bei welchen sie sich erst hinter der Netzhaut vereinen. — Der Gebrauch Eines Brillenglases ist nachtheilig, weil dabei immer nur ein Auge thätig ist, was allmälig eine Ungleichheit in der Sehweite beider Augen herbeiführt.

Um die Weite des deutlichen Sehens ungefähr zu finden, bedient man sich des sogenannten Scheiner'schen Versuchs; man macht nämlich in einem Kartenblatte zwei Nadelstiche m, n, Fig 206, neben einander, deren Abstand von einander kleiner ist, als der Durchmesser der Pupille; bringt man diese Oeffnungen dicht vor das Auge, und betrachtet durch sie eine feine in einem Kartenblatte gemachte Spalte S, die man recht nahe an die Oeffnungen bringt, so sieht man die Spalte doppelt, weil die beiden Lichtbündel, die durch die Oeffnungen gegangen sind, nach ihrem Austritte aus der Krystalllinse sich erst hinter der Netzhaut MN in A vereinen, so daß auf dieser jedes Strahlenbündel einen kleinen Kreis bildet; entfernt man langsam die Spalte, so nimmt die Vereinigungsweite ab, und man findet bald den Abstand, bei dem die beiden Bilder zusammenfallen, und nur Ein

Fig. 206.

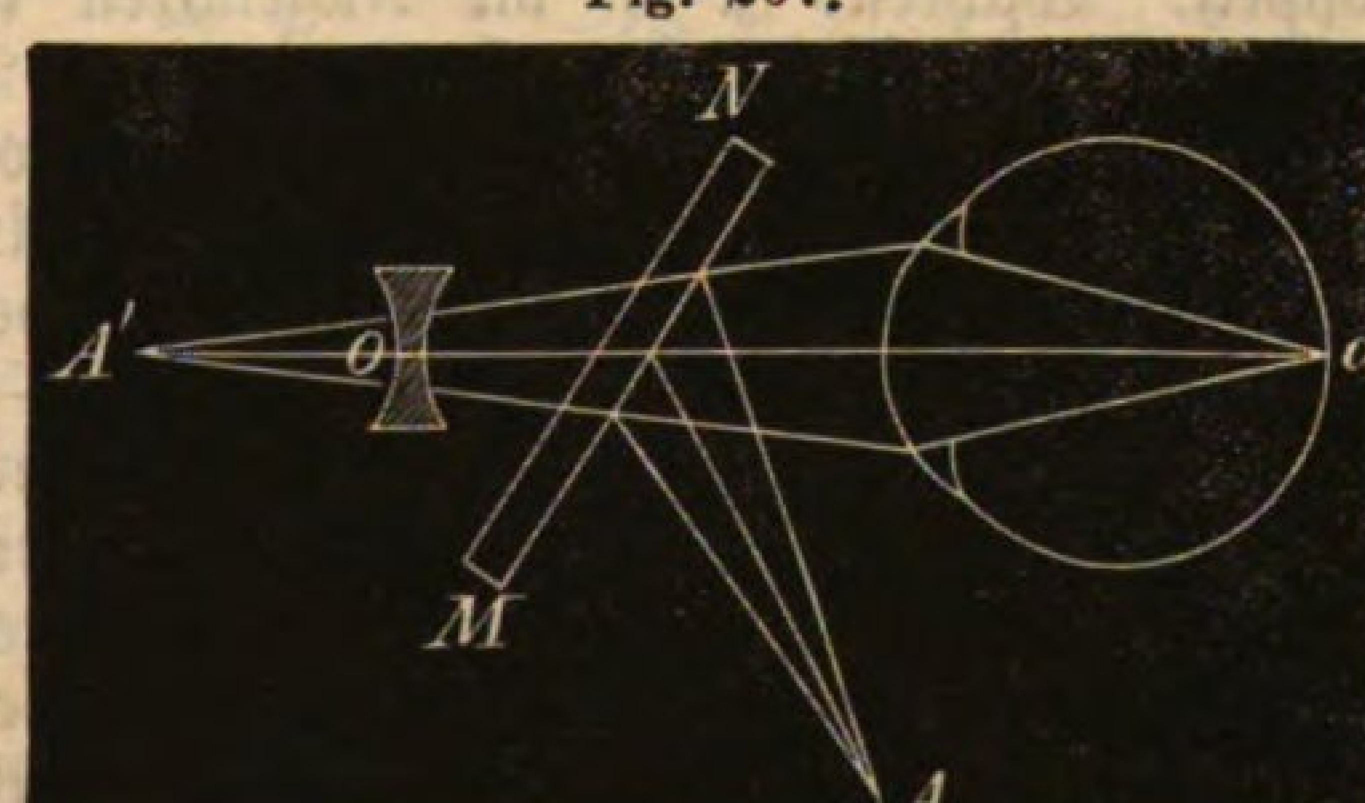


deutliches Bild gesehen wird, indem die Vereinigung beider Lichtbündel auf der Netzhaut stattfindet; dieser Abstand der Spalte vom Auge ist die deutliche Sehweite. Entfernt man die Spalte noch weiter, so erscheint sie wieder doppelt, weil die Vereinigung der Lichtbündel vor der Netzhaut BC stattfindet, und nun jedes Lichtbündel ein Bild auf der Netzhaut erzeugt. — Stampfer hat ein auf den Scheiner'schen Versuch gegründetes Optometer construirt. — Durch eine kleine Oeffnung sieht man nahe und ferne Gegenstände deutlich, weil das von einem Punkte in's Auge gelangende Lichtbündel immer nur in einem äußerst kleinen Kreise die Netzhaut trifft, mag der Punkt nahe oder ferne liegen.

§. 164. Augenspiegel von Helmholtz. Ist ein Auge O auf einen Punkt A, den es betrachtet, eingerichtet, so fällt der Vereinigungspunkt der von A kommenden Lichtstrahlen nach ihrer Brechung im Auge auf einen Punkt a der Netzhaut, der nun erleuchtet, mithin ein Lichtpunkt wird, von dem Lichtstrahlen nach allen Seiten ausgehen, welche aber durch die brechenden Medien genau in die nämlichen Richtungen gebracht werden, in welchen sie in das Auge eingetreten waren, und daher wieder nach ihrem Austritte aus dem Auge in dem Punkte A sich vereinigen, von dem sie ausgegangen sind. Stellt sich ein anderes beobachtendes Auge O′ zwischen A und a, so kann O von Außen kein Licht empfangen, daher kann auch a nicht leuchten und muß dem Auge O′ dunkel erscheinen. Dieß gilt auch von allen andern Punkten der Netzhaut, die ohne O′ von einer Lichtquelle in A erleuchtet werden, weßhalb die Pupille, eigentlich der Augenhintergrund des beobachteten Auges dem Beobachter vollkommen schwarz erscheint. Eine Ausnahme findet bei den weißen Kaninchen deßhalb statt, weil die Iris derselben viel Licht durchläßt, welches den Augenhintergrund zu erleuchten vermag; hält man durch einen Schirm das Licht von der Iris dergestalt ab, daß Licht nur durch eine Oeffnung von der Größe der Pupille eindringen kann, so erscheint der Augenhintergrund dieser Kaninchen auch ganz schwarz.

Der geniale Gelehrte Helmholtz hat einen Apparat, den er Augenspiegel nannte, construirt, der uns in den Stand setzt, die Netzhaut zu beobachten. Die von einer Lichtquelle A kommenden Lichtstrahlen fallen auf eine unbelegte, eben geschliffene Glasplatte MN, die so geneigt ist, daß ein großer Theil der Strahlen gegen das Auge reflectirt, und hier in einem Punkte a der Netzhaut vereinigt wird, wenn sich das Auge auf A eingerichtet hat;

Fig. 207.



von a werden diese Strahlen wieder nach Außen zurückgeworfen, und gelangen in denselben Richtungen, in welchen sie eintraten, auf die Glasplatte MN, wo ein Theil zur Lichtquelle A zurückkehrt, ein anderer aber durch die Platte durchgeht, und gegen den Punkt A′ convergirt, der eben so weit wie A von der Platte entfernt ist. Diese convergirenden Strahlen fallen aber auf eine Zerstreuungslinse, deren Abstand von A′ größer ist als ihre Brennweite, weßhalb sie in das hinter der Linse befindliche Auge eines Beobachters O in divergirenden

Richtungen eintreten und bei gehörigem Abstande der Linse von A′ ein virtuelles Bild von dem Netzhautpunkte a in der deutlichen Sehweite erzeugen. Ist in A eine Lichtflamme, so sieht der Beobachter ihr vergrößertes Bild auf der Netzhaut, wie durch das Ocular eines holländischen Fernrohrs.

Der Augenspiegel hat bereits mehrfache Abänderungen und Verbesserungen erfahren, die hier nicht näher besprochen werden können. (Theorie der Augenspiegel von Dr. Carl Stellwag von Carion, Wien 1854.)

§. 165. Sehen mit beiden Augen. Richtet man beide Augenaxen nach einem bestimmten Gegenstande B, so erscheinen die Bilder desselben genau auf der Mitte der Netzhaut, beide Eindrücke sind daher vollkommen identisch, und man bezieht sie auf einen und denselben Ort, so daß der Gegenstand mit beiden Augen nur einfach gesehen werden kann; aber auch alle andern neben B, Fig. 208, befindlichen Gegenstände, wie z. B. A und C können nur einfach gesehen werden, da ihre Bilder in beiden Augen auf die nämlichen Stellen der empfindenden Netzhautschichte fallen, indem beide Bilder von A rechts und die von C links von der Mitte entstehen; diejenige Fläche, in welcher bei unverrückter Stellung des Auges die Punkte liegen, die einfach gesehen werden, heißt die Horopterfläche. Fallen jedoch die Bilder eines Gegenstandes in den beiden Augen nicht auf gleich liegende Stellen der Netzhaut, so bezieht man den Eindruck in einem Auge auf einen ganz andern Ort, als den im andern, und erblickt den Gegenstand doppelt. Während z. B. die Augenaxen auf einen in der deutlichen Sehweite befindlichen Gegenstand A, Fig. 209, gerichtet sind, erscheint das Bild eines jeden Gegenstandes, der vor A, oder hinter A steht, wie B und C, in einem Auge rechts, im andern links von der Mitte, und wird deßhalb doppelt gesehen. — Ein Doppeltsehen stellt sich auch ein, wenn man das eine Auge mit dem Finger seitwärts drückt, während das andere auf einen Gegenstand gerichtet ist, weil im letzteren das Bild in der Mitte, im andern wegen Veränderung der Lage der Augenaxe seitwärts entsteht. — Bei manchen Menschen stellt sich ein Doppeltsehen selbst dann ein, wenn man nur mit einem Auge einen entfernten Gegenstand betrachtet, dieß geschieht öfters, wenn das Auge längere Zeit einer Anstrengung, z. B. bei mikroscopischen Untersuchungen ausgesetzt war, ist aber auch häufig Folge eines krankhaften Zustandes.

Fig. 208.

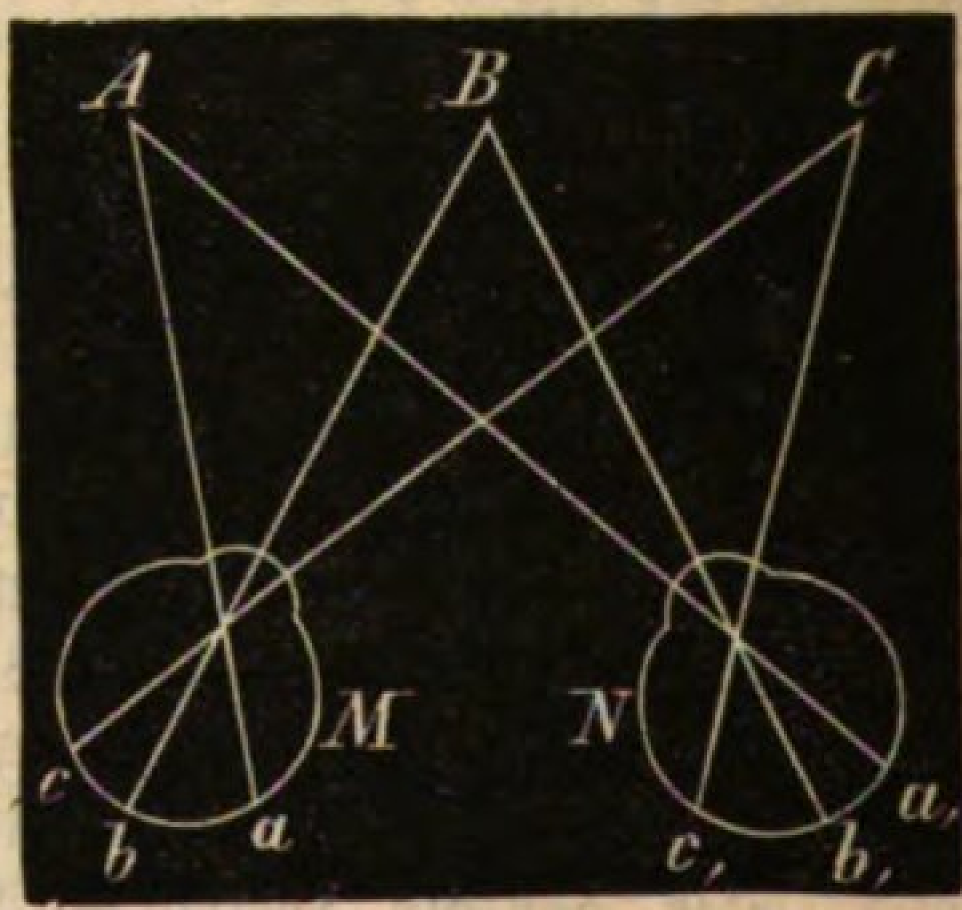
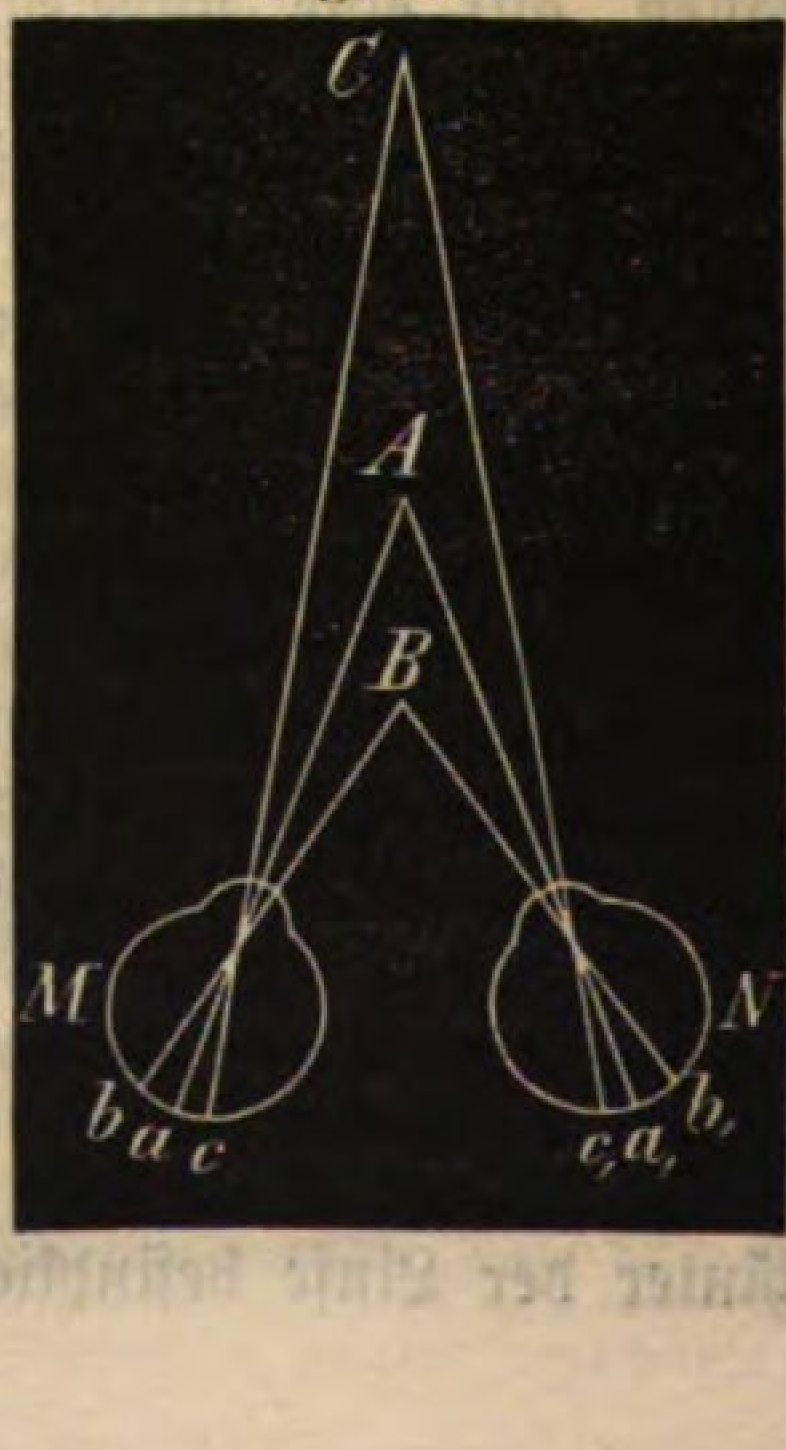
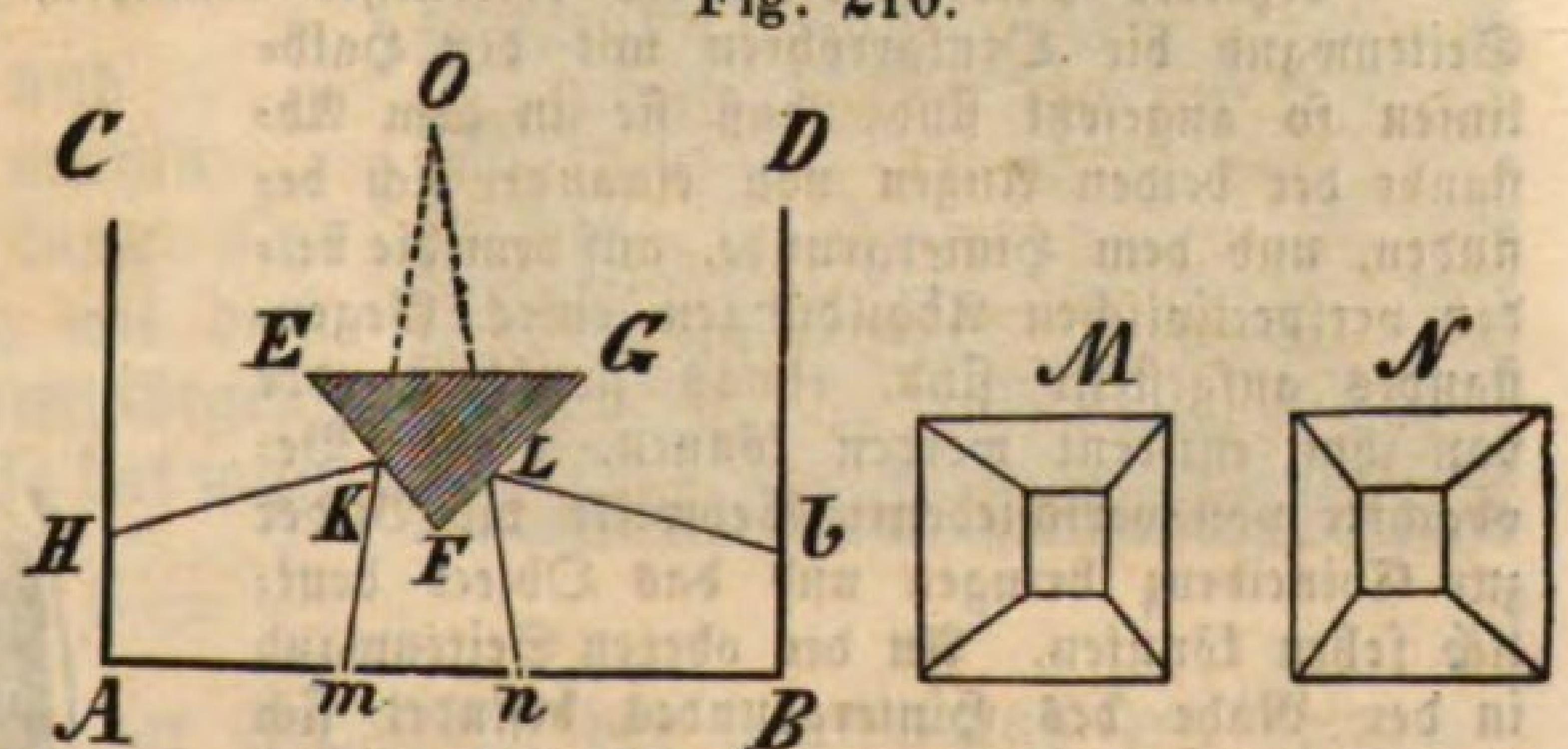


Fig. 209.



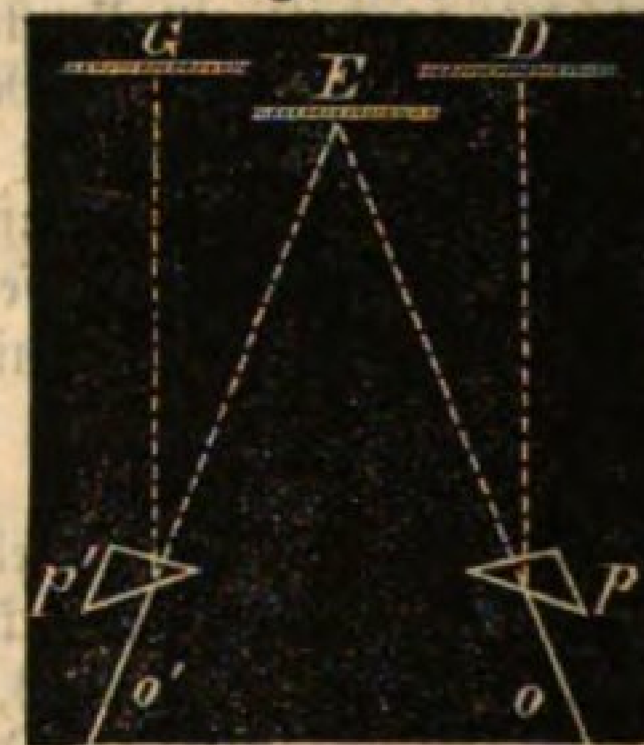
Der Gebrauch beider Augen leistet uns vortreffliche Dienste bei der Beurtheilung der Entfernung eines Gegenstandes; sehen wir mit einem Auge auf einen Gegenstand, so hat das Auge kein Mittel, um genau über dessen Entfernung in der Visirlinie zu urtheilen; wird aber auch das andere Auge auf denselben Gegenstand gerichtet, so tritt ein Umstand hinzu, der mit der Entfernung abgeändert wird, nämlich der Unterschied in der Richtung beider Augenaxen, die desto mehr einwärts gekehrt sein müssen, je weniger der Gegenstand entfernt ist; bei nahen Gegenständen müssen wir uns empfindlich anstrengen, um den Augenaxen die richtige Stellung zu geben; wird ein Auge geschlossen, so ist es schwer eine Nadel in einen kleinen Kreis zu bringen. Man kann aber auch mit einem Auge richtig über die Entfernung urtheilen, wenn man den Kopf merklich bewegt. — Wheatstone machte 1838 die Physiker aufmerksam, daß beim Sehen eines in mäßiger Entfernung stehenden körperlichen Gegenstandes die Bilder desselben auf der Netzhaut nicht ganz ähnlich sind; das linke Auge sieht mehr von dem links befindlichen, das rechte etwas mehr von dem rechts liegenden Theile des Körpers, so daß man bei nahen Gegenständen mit einem Auge weniger sieht als mit beiden. Indem die beiden Bilder der Netzhaut auf einen und denselben Gegenstand bezogen werden, wird derselbe als wirklicher Körper mit drei Dimensionen wahrgenommen. Wheatstone entwarf nun zwei perspectivische Abbildungen eines Gegenstandes auf einer ebenen Fläche, die genau so nachgezeichnet waren, wie der Gegenstand erscheinen muß, wenn er einmal nur mit dem rechten und dann nur mit dem linken Auge angesehen wird; und construirte dann einen Apparat, durch den die beiden Bilder, wenn sie gleichzeitig jedem Auge dargeboten werden, zur Coincidenz kommen; der Erfolg zeigt, daß dann die Körperlichkeit des Gegenstandes, Erhabenheit und Vertiefung auffallend hervortritt. Damit ist auch die Wichtigkeit des Gebrauchs beider Augen bewiesen. Der Apparat, womit die Coincidenz der beiden Abbildungen zu Stande gebracht wird, heißt Stereoscop. Das von Wheatstone erfundene hat folgende Einrichtung: Zwischen drei senkrecht auf einander stehenden Wänden ABCD, Fig. 210, befinden sich zwei einen rechten Winkel EFG einschließende Planspiegel, und an der Vorderwand AB sind zwei Oeffnungen m und n für die beiden Augen angebracht. Bildet man z. B. eine abgestumpfte Pyramide, deren Spitze gegen das Auge gekehrt ist, zuerst so ab, wie sie sich dem linken Auge in der Entfernung mO, dann zum zweiten Male, wie sie sich dem rechten Auge in der nämlichen Entfernung darstellen würde, und wie dieß beiläufig durch die Figuren M und N dargestellt wird; befestigt hierauf die Abbildung M an der Wand AC in H, und die andere N an der Wand BD in J, rückt die beiden Spiegel so weit vor, daß $mK + HK = mO$, und auch $nL + LJ = mO$ wird, wo dann beide Zeichnungen über einander fallen, so daß die durch die Oeffnungen sehenden Augen nur ein Object sehen; man glaubt nun eine wirkliche Pyramide mit der Spitze gegen das Auge gekehrt vor sich zu haben. Verwechselt man die beiden Bilder in ihrer Lage, so sieht man eine Pyramide, deren Spitze vom Auge abgewendet ist. Abbildungen von Büsten, Statuen, Ornamenten und andern erhabenen Gegenständen, die nach den Regeln der Perspective für jedes Auge aufgenommen werden, erscheinen wie Modelle. Einen überraschenden Eindruck erzeugen zwei Lichtbilder von dem nämlichen Gegenstande, die so aufgenommen wurden, wie sie in gehöriger Entfernung dem rechten und dem linken Auge erscheinen. — Der Gebrauch beider Augen erhöhet auch die Helligkeit, denn setzt man an die Stelle der Bilder bloß zwei weiße Blätter, so sieht man das Bild derselben mit beiden Augen viel heller, als mit einem; sind die Blätter mit verschiedenen Farben bemalt, so sieht man mit beiden Augen eine gemischte Farbe, diese wird weiß, sobald die Farben vollkommen complementär sind.

Fig. 210.



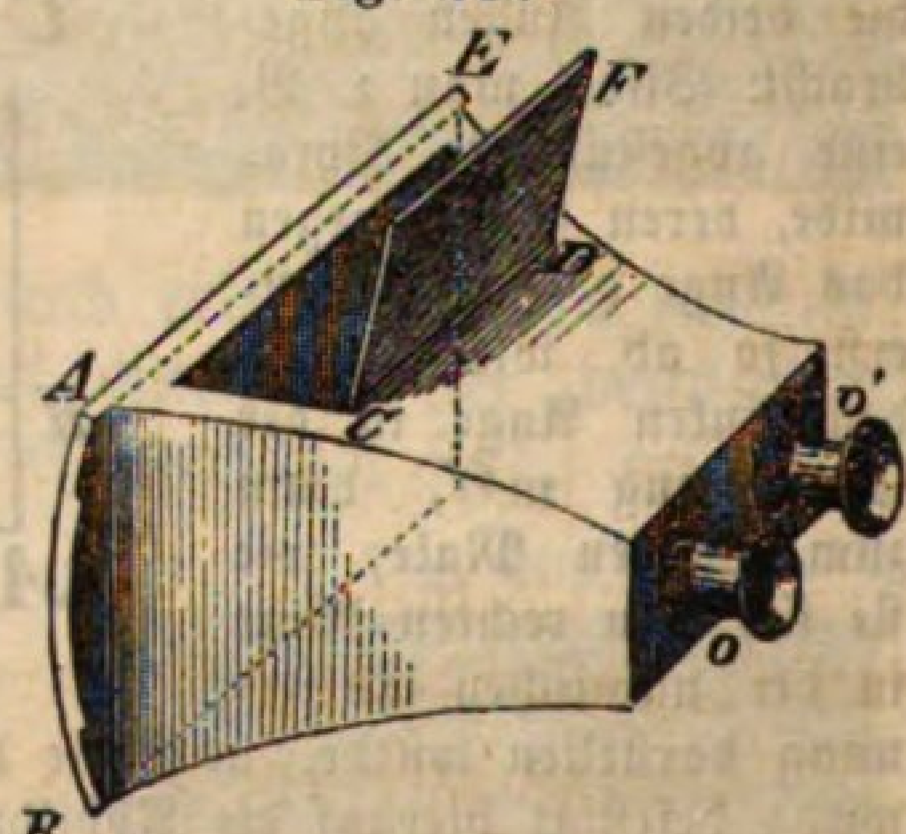
Es seien G und D, Fig. 211, zwei Abbildungen desselben körperlichen Objects, wie dasselbe dem rechten und dem linken Auge erscheint p und p′ seien zwei Prismen mit solchen brechenden Winkeln und in solchen Abständen von G und D, daß die von je zwei identischen Punkten dieser Bilder kommenden Strahlen durch Brechung in die beiden Augen O und O′ des Beobachters gelangen; dem Beobachter werden dann die beiden Punkte an der Stelle E erscheinen, wo die gebrochenen Strahlen in der Verlängerung zusammentreffen, daher fallen auch die beiden Abbildungen in E übereinander, und man erblickt den Gegenstand als Körper mit Erhabenheiten und Vertiefungen. Der Erfolg ist jedoch nur dann sicher, wenn die beiden Prismen vollkommen gleiche brechende Winkel haben; die Schwierigkeit in der Ausführung solcher Prismen hat Brewster dadurch beseitigt, daß er eine biconvexe Linse von etwa 15 Centimeter Brennweite in zwei Hälften theilte und diese anstatt der Prismen in der Art gebrauchte, daß die Schnittflächen von einander abgewandt erscheinen. Das von Brewster erfundene Linsenstereoscop erhielt eine gefällige und leichte Handhabung von Jules Duboscq, der dabei nicht bloß Contourzeichnungen, sondern auch Daguerreotypen und Photographien in Anwendung brachte.

Fig. 211.



Letzteres Stereoscop ist ein viereckiges Kästchen, Fig. 212, an dessen vorderen Seitenwand die Ocularröhren mit den Halblinsen so angesetzt sind, daß sie in dem Abstande der beiden Augen von einander sich befinden, und dem Hintergrunde, auf dem die beiden perspectivischen Abbildungen eines Gegenstandes aufgestellt sind, etwas genähert oder von ihm entfernt werden können, damit Beobachter von verschiedener Sehweite die Bilder zur Coincidenz bringen und das Object deutlich sehen könnten. An der oberen Seitenwand in der Nähe des Hintergrundes befindet sich eine Oeffnung mit einem um CD beweglichen und mit Zinnfolie überzogenen Deckel, um durch Reflexion die Bilder, falls sie undurchsichtig sind, zu beleuchten; sind die Bilder durchsichtig, so wird der Deckel geschlossen, und der Apparat gegen die hellen Wolken oder eine andere erleuchtete Fläche gerichtet.

Fig. 212.



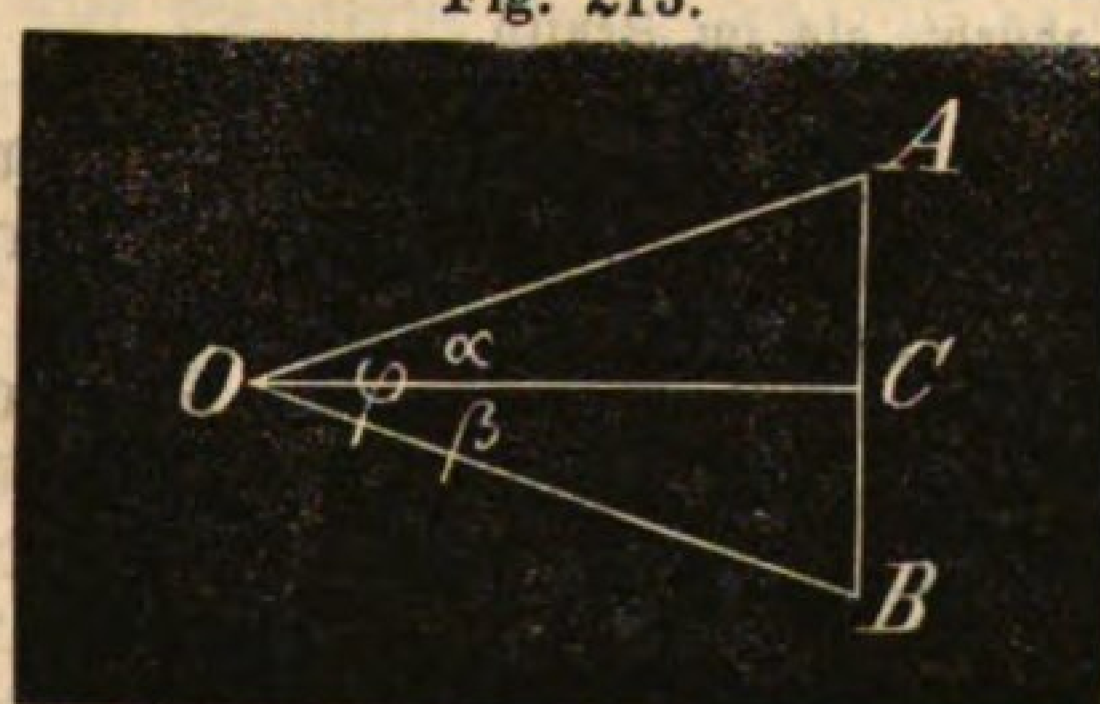
Durch das Stereoscop gewinnen wir die Ueberzeugung, daß von zwei Gegenständen, die unter gleichen Sehwinkeln erscheinen, aber doch in verschiedenen Entfernungen sich befinden, der entferntere größer gesehen wird. So z. B. erscheint der kleine Querschnitt einer abgestutzten Pyramide, wenn sie dem Auge erhaben erscheint, kleiner als dann, wo sie hohl gesehen wird, obgleich dieser Querschnitt im ersten Falle dem Auge genähert, im zweiten entfernter erscheint. Daher sehen wir den Mond und die Sonne am Horizonte größer, weil wir durch Vergleichung seiner Lage mit der Lage der terrestrischen Objecte zu der Ueberzeugung kommen, daß er viel entfernter ist, als alle diese Objecte; diese Täuschung verschwindet, wenn man diese Himmelskörper durch ein geschwärztes Glas beobachtet. In der Höhe erscheint er kleiner, weil er vor der Himmelssphäre und uns näher zu sein scheint.

Das Linsenstereoscop hat von dem Spiegelstereoscop auch den Vorzug, daß es die Objecte vergrößert zeigt.

Außer den genannten gibt es noch mehrere andere verschiedenartig construirte Stereoscope (Farbenlehre und optische Studien von Dove, pag. 190—201). Dove hat gezeigt, daß man in einem Stereoscop eine Druckschrift von einer Copie mithin auch ein echtes Werthpapier von einem falschen unterscheiden könne, indem der Unterschied im Abstande der Worte, den das bloße Auge nicht wahrnimmt, an dem Hervortreten derselben aus der Papierfläche erkannt wird.

§. 166. Größe, Entfernung und Bewegung der gesehenen Gegenstände. Das Auge kann bei jedem Lichteindrucke nichts anderes unmittelbar empfinden, als die Richtung desselben und die von der Brechbarkeit des Strahls abhängige Verschiedenheit in der Affectionsweise der einwirkenden Strahlen, nämlich die Farbe; alle andern Eigenschaften der Körper, zu deren Kenntniß wir durch das Auge gelangen, ergeben sich erst in Folge von Urtheilen, die wir mit solcher Schnelligkeit fällen, daß sie fast mit dem Sinneseindrucke zusammenfallen. Wir können als bekannt annehmen, daß mit der Entfernung eines Gegenstandes vom Auge auch dessen Sehwinkel und die Helligkeit abnimmt, daß uns bei der Beurtheilung der Entfernung auch die Menge und Lage der Gegenstände leitet, die zwischen dem Auge und dem entfernten Gegenstande sich befinden, daß wir aber auch durch ungewöhnliche Helligkeit und Größe der Gegenstände nicht selten irre geführt werden; wir haben nur Weniges noch hinzuzufügen. Ist $AOB = \varphi$, Fig. 213, der Gesichtswinkel, unter dem wir eine Dimension eines in der Entfernung $OC = a$ stehenden Gegenstandes $AB = r$ sehen, so ist

Fig. 213.



$$AC = OC \text{ tang. } \alpha, \text{ und}$$
$$BC = OC \text{ tang. } \beta, \text{ mithin}$$
$$r = a\,(\text{tang. } \alpha + \text{tang. } \beta);$$

ist der Sehwinkel sehr klein, wie dieß bei kleinen oder sehr entfernten Gegenständen immer der Fall ist, so hat man

$$r = a\,(\alpha + \beta) = a\,\varphi \text{ und } \varphi = \frac{r}{a}$$

woraus zu ersehen ist, daß der Sehwinkel der Entfernung des betrachteten Gegenstandes vom Auge umgekehrt proportional ist.

Nehmen wir an, die Entfernung übergehe dadurch, daß der Beobachter seinen Standort ändert, in a', so verwandelt sich der Gesichtswinkel in φ'; und man hat

$$\varphi' = \frac{r}{a'}, \text{ und } \varphi' - \varphi = r\left(\frac{a - a'}{a\,a'}\right).$$

Setzen wir die Aenderung in der Größe der Entfernung des Beobachters von dem betrachteten Gegenstande, nämlich $a - a' = d$, so ist die Aenderung in der scheinbaren Größe

$$\varphi' - \varphi = \frac{d\,r}{a\,(a - d)};$$

woraus folgt, daß bei derselben Ortsänderung d des Beobachters die Aenderung in der scheinbaren Größe der näher liegenden Gegenstände größer ist, als die der weiter entfernten, so daß sie, falls der Gegenstand sehr weit entfernt ist, unmerklich wird.

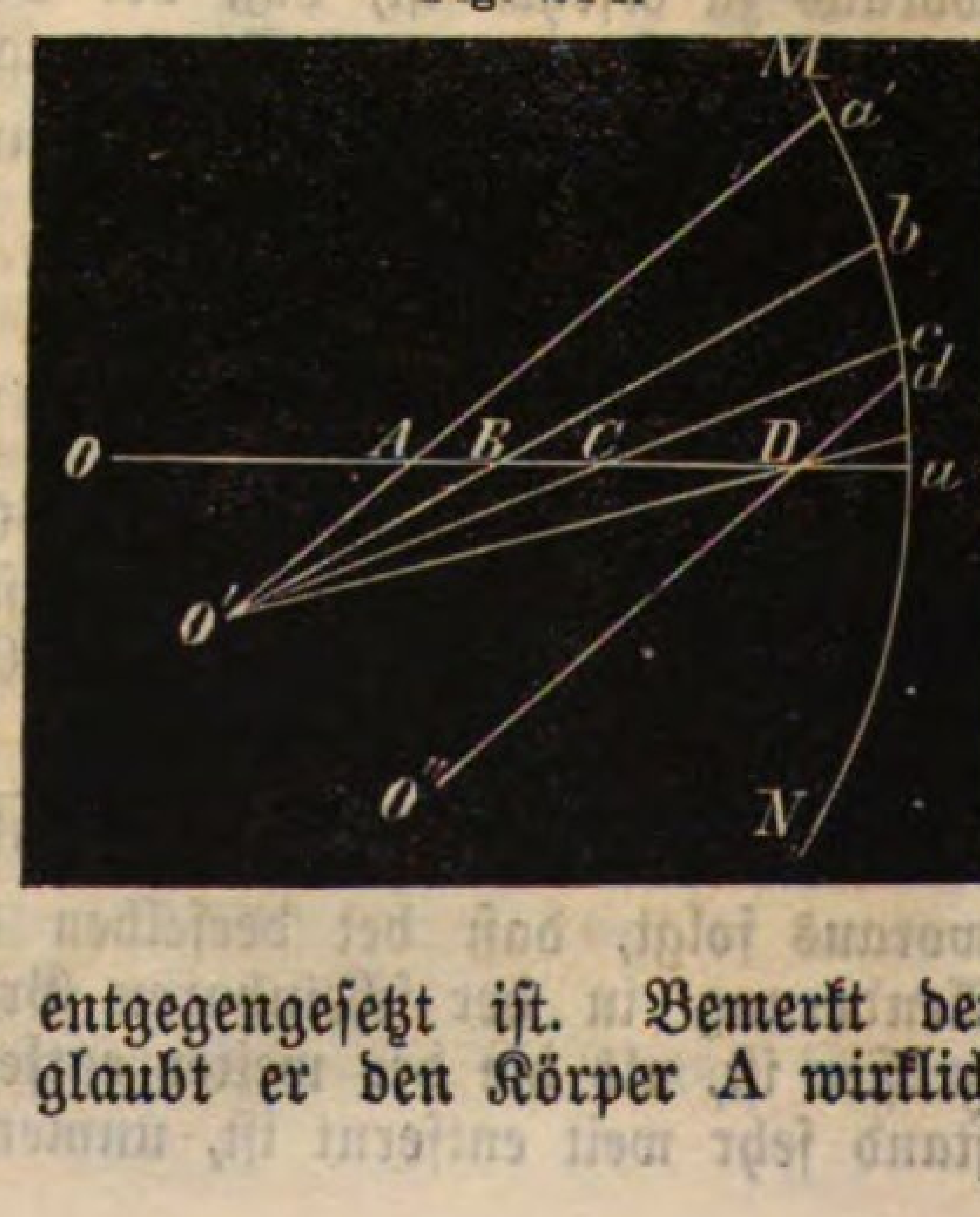
Da wir den Abstand zweier Gegenstände auch nach dem Gesichtswinkel, unter dem er uns erscheint, und den man den scheinbaren Winkelabstand nennt, beurtheilen, so kann r auch diesen Abstand bedeuten, und es ist klar, daß dieser Winkelabstand mit der Entfernung der beobachteten Gegenstände vom Auge abnimmt, weßhalb die Gegenstände desto näher an einander gerückt erscheinen, je weiter sie von uns entfernt sind; in dem Falle, wo sich der Beobachter zweien entfernt stehenden Gegenständen nähert, erscheint die Aenderung des scheinbaren Winkelabstandes desto kleiner, je größer ihre Entfernung vom Beobachter ist.

Die Sterne im Sternbilde der Plejaden erscheinen nur deßhalb so nahe bei einander, weil ihre Entfernung von uns äußerst groß ist; so gibt es Tausende sogenannte Doppelsterne am Himmel, die uns paarweise und äußerst nahe an einander erscheinen, und doch viele Millionen Meilen von einander abstehen. — Wenn wir auf einer Reise die Gegenstände der Landschaft beobachten, nehmen wir leicht wahr, daß während der Aenderung unseres Standorts auch Veränderungen in der gegenseitigen Lage der Gegenstände stattfinden; die Gegenstände, denen wir uns nähern, rücken immer mehr auseinander, die näheren mehr, die entfernteren weniger, und bei den sehr weit im Hintergrunde stehenden wird selbst dann, wenn unsere Ortsänderung recht groß geworden ist, die Aenderung ihrer Winkelabstände unmerklich.

Das Himmelsgewölbe scheint am Horizonte weiter von uns entfernt, als am Zenith, weil die Menge der Gegenstände am Horizonte und die geringere Helligkeit des Himmelsraumes uns zu der Annahme bestimmt, daß letztere hier weiter von uns absteht, als im Zenith.

Den Standort eines Körpers beurtheilen wir nach seiner Lage gegen uns und gegen andere Körper, insbesondere gegen den sphärischen Hintergrund, auf den wir die beobachteten Objecte beziehen; nehmen wir eine Veränderung im Standorte eines Körpers wahr, so erscheint er uns in Bewegung, die entweder wirklich ist, wenn der Körper in der That seinen Standort ändert, oder nur scheinbar vor sich geht, wenn der Körper nur deßhalb seine Lage geändert zu haben scheint, weil der Beobachter seinen Standort wechselte. Ein Beobachter, der in O, Fig. 214, den Gegenstand A in der Gesichtslinie OA sieht, und auf den in dieser Linie liegenden Punkt a des Hintergrundes MN bezieht, erblickt vom Standorte O′ denselben Gegenstand in der Gesichtslinie O′A, mithin im Punkte a′ des Hintergrundes, der nun von A verdeckt erscheint; der Beobachter wird daher, falls er bei seiner Bewegung von O nach O′ den Gegenstand A beständig fixirt, diesen nacheinander an den zwischen a und a′ liegenden Stellen erblicken; daher wird es ihm vorkommen, daß sich der Gegenstand in einer Richtung bewege, die der Richtung seiner eigenen Bewegung entgegengesetzt ist. Bemerkt der Beobachter seine Bewegung nicht, so glaubt er den Körper A wirklich im Zustande der Bewegung.

Fig. 214.



Bei der Fahrt auf einer Eisenbahn oder auf einem Schiffe scheinen sich die Gegenstände in der entgegengesetzten Richtung zu bewegen, die nähern am schnellsten, die entfernteren langsamer.

Die scheinbare Aenderung in der Lage eines von zwei verschiedenen Standorten O und O′ beobachteten Gegenstandes A heißt man *Parallaxe*; ihr Maß ist der Winkel O A O′, den die von O und O′ zu A gezogenen Gesichts- oder Visirlinien mit einander bilden. Die Parallaxe wird desto kleiner, je weiter der Gegenstand vom Beobachter absteht; so sieht der Beobachter in O′ den Gegenstand B in b, C in c u. s. f.; daher ist die scheinbare Ortsänderung von A der Bogen aa′, von dem weiter entfernten B der kleinere Bogen ab, und jene von C der noch kleinere Bogen ac; und so wird es einen Körper geben, z. B. D, dessen Parallaxe unmerklich ist.

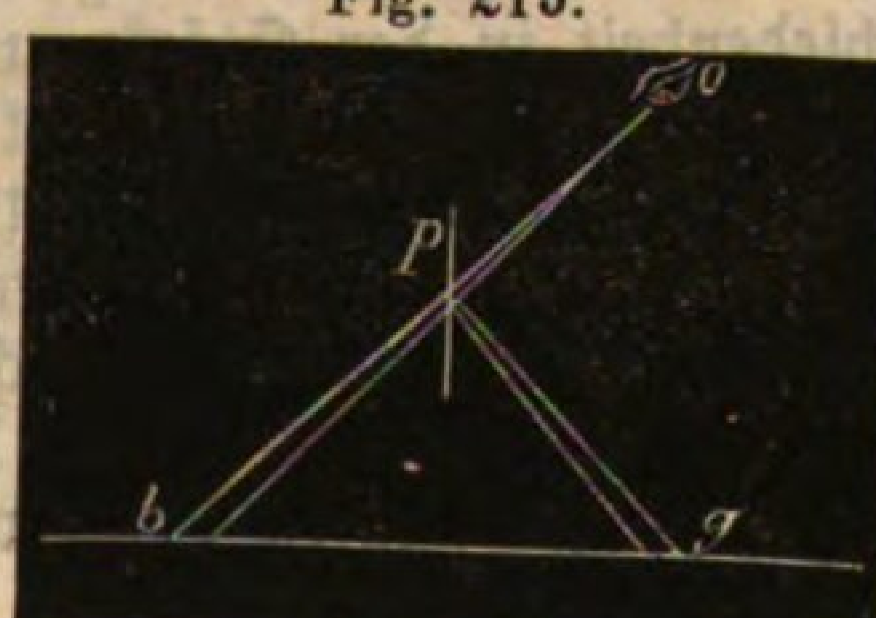
Die Parallaxe wächst, sobald die Ortsänderung des Beobachters vergrößert wird; so kann z. B. von O″ die scheinbare Ortsänderung von D, die in O′ unmerklich war, wahrgenommen und gemessen werden, allein auch für große Aenderungen der Standorte wird es Entfernungen der Körper geben, für welche die Parallaxe so klein wird, daß man sie nicht messen kann.

Aus der Größe der Parallaxe läßt sich die Entfernung eines Körpers bestimmen, diese muß desto größer angenommen werden, je kleiner die Parallaxe bei derselben Aenderung der Standorte erscheint.

§. 167. Farben der Körper. Der Sehnerve besitzt die Fähigkeit, die darauf einwirkenden Aetherschwingungen, deren Dauer innerhalb gewisser Grenzen liegt, als *Helligkeit* und *Farbe* zu empfinden. Wirkt nur eine Art von Schwingungen von bestimmter Dauer auf die Netzhaut ein, so ist die Farbe eine *einfache* oder *homogene*; findet aber eine gleichzeitige Einwirkung mehrerer Schwingungen von ungleicher Dauer statt, so entsteht eine *Mischfarbe*. Da von der Schwingungsdauer die Wellenlänge, mithin auch die Brechbarkeit des Lichtes abhängt, so kann man auch sagen, daß Lichtstrahlen von bestimmter Brechbarkeit eine bestimmte Farbenempfindung auf der Netzhaut erzeugen, und Strahlen von verschiedener Brechbarkeit verschiedene Farbenempfindungen hervorrufen. Betrachtet man eine Mischfarbe durch ein Prisma, so erscheint sie in ihre Bestandtheile zerlegt.

Zu jeder homogenen Farbe gehört eine andere *complementäre*, die der ersteren beigemischt, den Eindruck von *reinem* Weiß hervorbringt. Die complementären oder Ergänzungsfarben sind dem Maler als *Contrastfarben* sehr wichtig. Solche complementäre Farbenpaare sind nach den Untersuchungen von *Helmholtz*: Violett und Grünlichgelb, Indigblau und Gelb, Cyanblau und Goldgelb, Grünlichblau und Roth, Grün und Purpur, d. i. eine aus Roth und Violett gebildete Mischfarbe. Das Verhältniß der beiden Helligkeiten eines complementären Farbenpaars ist dasselbe, in welchem die einzelnen Farben im weißen Lichte vorkommen.

Fig. 215.



Liegen (nach *Helmholtz*) auf einer weißen Fläche bei b und g, Fig. 215, zwei farbige Scheibchen, z. B. eine blaue und eine gelbe Oblate, und

stellt man dazwischen eine Glasplatte so auf, daß ihre Verlängerung die Gerade bg halbirt, so erblickt das durch p auf b sehende Auge das Spiegelbild von g an der nämlichen Stelle, wo b liegt, und sieht die aus beiden Farben hervorgehende Mischfarbe. — Ein anderes Mittel, Farbenmischungen zu erhalten, ist Busolt's Farbenkreisel, der aus mehreren Pfunden Blei besteht, und einmal in schnelle drehende Bewegung versetzt, wegen seines großen Trägheitsmomentes auf einem Teller von Porcellan lange Zeit in dieser Bewegung beharrt; bringt man darauf Scheiben mit verschiedenen Farben bemalt, so erblickt man während der Drehung, wobei die Farben rasch nach einander demselben Punkte der Netzhaut zugeführt werden, und jeder Eindruck einige Zeit dauert, die durch Mischung entstandene Farbe. Theilt man die Scheibe in so viel Sectoren, als Hauptfarben im Spectrum unterschieden werden, nimmt das Verhältniß ihrer Flächen so wie das der Breiten der Farben im Spectrum, und bemalt sie mit diesen Farben, so erscheint die Scheibe bei rascher Drehung des Kreisels weiß. Dove unterscheidet drei Hauptclassen von Farben: prismatische oder Brechungsfarben, Farben der Interferenz und die der Absorption.

Wenn eine Farbe längere Zeit sehr lebhaft auf die Netzhaut eingewirkt hat, so wird diese für diese Farbe immer mehr abgestumpft und nach einiger Zeit für eine schwache Einwirkung derselben Farbe unempfindlich; wendet man nun das Auge gegen eine weiße Fläche, so erscheint derjenige Theil, dessen Bild auf die früher stark afficirten Theile der Netzhaut fällt, von der Farbe, die zu der zuerst betrachteten complementär ist. Leitet man directes Sonnenlicht mittelst eines Heliostats, in dessen Rohre eine biconvexe Linse eingesetzt ist, im dunklen Zimmer auf einen weißen Schirm, und stellt zwischen den Heliostat und den Schirm ein gefärbtes Glas, so erscheint der Schirm in der Farbe des Glases; nimmt man das Glas weg, so sieht man ihn mit der complementären Farbe. Solche Farbenerscheinungen werden subjective auch physiologische Farben genannt. Da Weiß und Schwarz in Beziehung auf das Auge sich genau so verhalten, wie zwei verschiedene Farben, so wird man leicht erklären können, wie es komme, daß, wenn man die dunkel erscheinenden Stäbe eines Fensterkreuzes gegen den hellen Himmel längere Zeit betrachtet hat, hierauf das Auge einer weißen Fläche zuwendet, das Bild des Fensterkreuzes hell und der helle Himmel dunkel erscheint. Schließt man aber das Auge oder sieht man auf eine dunkle Fläche, so behält man noch in Folge des dauernden Lichteindrucks das Bild des dunklen Fensterkreuzes und des hellen Himmels. Man nennt dieses Bild subjectives Nachbild.

Hat man einige Augenblicke lang einen sehr leuchtenden Gegenstand, z. B. die Sonne angesehen, und schließt die Augen oder richtet sie auf eine dunkle Fläche, so erscheint ein Nachbild, das bald gelb, dann orange, roth, violett, grünlich, blau, dabei immer dunkler wird, und endlich verschwindet. Diese allmälige Aenderung der Farben im Nachbilde, das stets von einem anders gefärbten Saume umgeben ist, nennt man das Abklingen der Farben, und ist die Folge der Verschiedenheit in der Stärke und Dauer des Lichteindruckes verschiedener Farben; zuerst verschwindet das Gelb, dessen Eindruck anfangs überwiegend war, dann das Roth und zuletzt bleibt noch ein schwaches Blau übrig, das wohl anfangs rasch abnimmt, dann aber langsamer verschwindet und alle Eindrücke überdauert. — Wendet man das Auge von der Sonne nach einem hellen Hintergrunde, so erscheint das Nachbild anfangs dunkel, dann violett, blau, grün und gelb, und verschwindet endlich.

Beleuchtet man in einem verfinsterten Zimmer einen undurchsichtigen Gegenstand mit directem, mittelst eines Heliostats in das Zimmer geleiteten Sonnenlichte, nachdem es durch ein gefärbtes Glas, z. B. durch ein rothes durchgegangen ist, läßt ihn aber auch vom gewöhnlichen Tageslichte, das durch eine größere Oeffnung im Fensterladen eintritt, beleuchten; so daß der Gegenstand auf einen hinter ihm stehenden weißen Schirm zwei Schatten wirft, so erscheint der dem Tageslichte entsprechende Schatten roth, der andere grünlich blau. Immer sind die Farben der Schatten complementär.

Graf Schaffgotsch hat einen Apparat construirt, den er Diploskop nannte, und der aus einer drehbaren in der Mitte getheilten Scheibe besteht, deren eine Hälfte roth, die andere grün gefärbt ist; sie wird durch zwei vor die Augen gehaltene Röhren so betrachtet, daß das eine Auge nur rothes, das andere nur grünes Licht erhält, und dieß so lange, bis sich der Eindruck abstumpft, worauf die Scheibe in eine schnelle Drehung versetzt wird; nun erscheint keine Mischfarbe, sondern das Auge, welches früher rothes Licht erhielt, sieht jetzt nur Grün, und das andere früher dem Grün zugewandte sieht nur Roth; also jedes Auge ist nur für den Eindruck der Contrastfarbe empfänglich.

Chevreul hat die Contrastfarben genauer untersucht, und stellt Regeln auf, welche bei der Zusammenstellung von Farben zu befolgen sind, wenn sie Wohlgefallen erregen sollen.

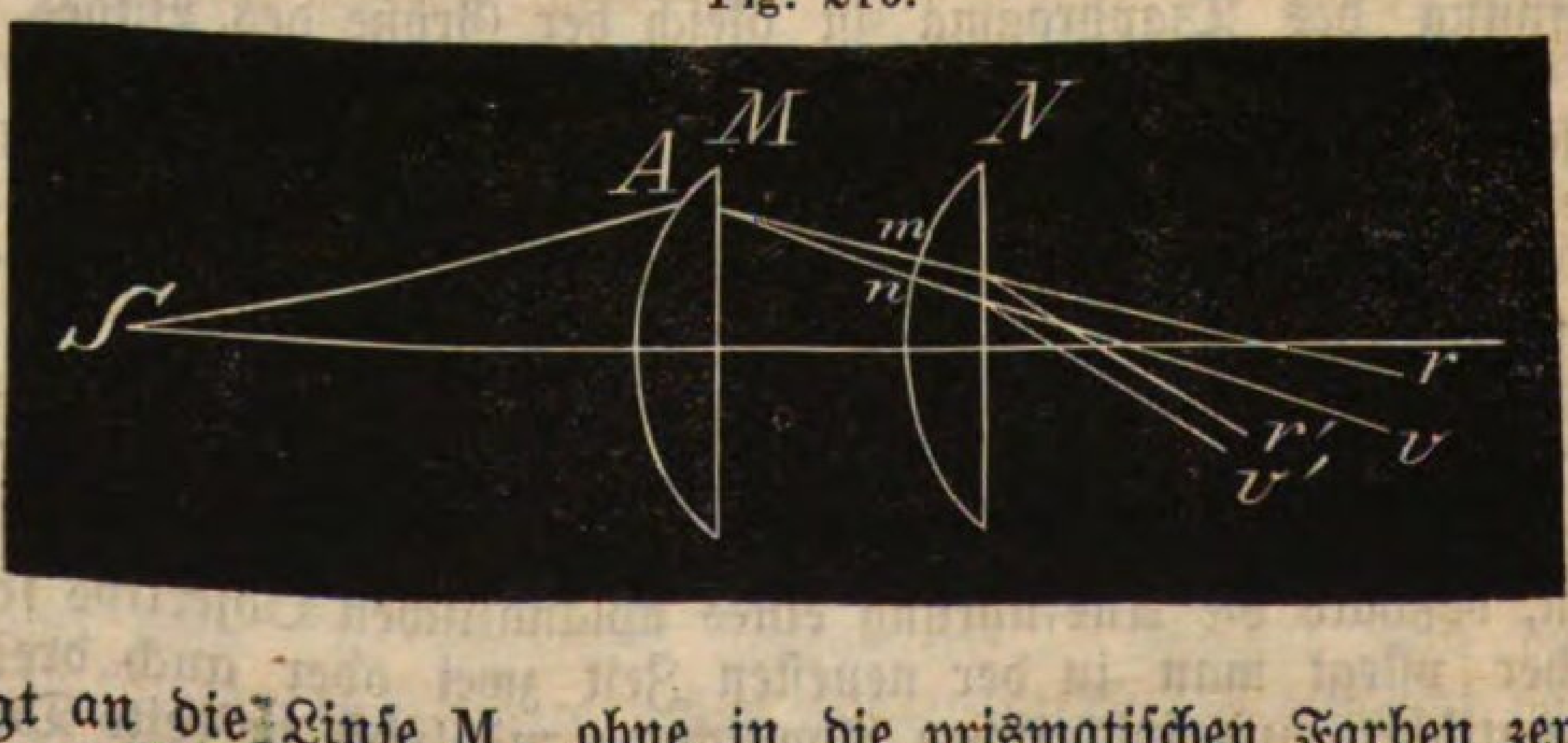
§. 168. Optische Instrumente. Man unterscheidet dioptrische und katoptrische Instrumente; erstere sind solche, die nur aus Linsen bestehen; letztere aber solche, die nebst Linsen auch Spiegel als Hauptbestandtheile enthalten. Die Hauptbestandtheile eines optischen Instrumentes sind in einer eigenen Röhre, die zur Abhaltung alles Seitenlichtes inwendig geschwärzt ist, dergestalt aufgestellt, daß sämmtliche Axen in einer geraden mit der Axe des Rohrs zusammenfallenden Linie liegen; dann heißt das Instrument ein richtig centrirtes. Die richtige Centrirung ist zur Deutlichkeit der Bilder wesentlich nothwendig. An dem Orte im Rohre, an welchem das vom Objectiv erzeugte Bild sich befindet, wird ein Diaphragma, d. i. eine undurchsichtige wohlgeschwärzte Platte mit einer kreisförmigen Oeffnung in der Mitte, angebracht, um die zu schief gehenden Strahlen und auch alles fremdartige Licht abzuhalten, das durch Zurückstrahlung von den Glasflächen und den Wänden des Rohrs an den Grenzen des Bildes die Deutlichkeit stören könnte; die Oeffnung des Diaphragma ist gleich der Größe des Bildes, das stets in der Oeffnung des Diaphragma erscheinen soll. Jedes optische Instrument muß eine Einrichtung bekommen, bei welcher das größtmögliche Gesichtsfeld und die größtmögliche Deutlichkeit, Helligkeit und Vergrößerung aller im Gesichtsfelde befindlichen Gegenstände erzielt wird.

Die Deutlichkeit erfordert, daß das Objectiv ein aplanatisches sei; da bei zusammengesetzten Mikroskopen die Brennweite des Objectivs klein sein muß, so sind auch die Dimensionen der Bestandlinsen sehr klein, deßhalb die Ausführung eines aplanatischen Objectivs schwierig; daher pflegt man in der neuesten Zeit zwei oder auch drei von der chromatischen und sphärischen Abweichung möglichst befreite Doppellinsen mit ihren Fassungen an einander zu schrauben; sie vertreten die Stelle einer einzigen Linse von sehr kurzer Brennweite, und gewähren

viel größere Helligkeit, Reinheit und Deutlichkeit der Bilder, als eine einzige aplanatische Linse von kurzer Brennweite, weil man den einzelnen Bestandlinsen größere Oeffnungen und schwächere Krümmungen geben kann. Werden mehrere Objective übereinander geschraubt, so muß es immer in der vom Künstler angegebenen Ordnung geschehen. — Bei den Fernröhren ist die Anwendung mehrerer Objective nicht möglich, weil das Licht beim Durchgange durch so viele Linsen zu sehr geschwächt würde, und der Mangel an Helligkeit des Bildes nicht durch erhöhte künstliche Beleuchtung des Objects ersetzt werden kann, wie dieß bei den Mikroskopen stets möglich ist; man gebraucht daher bei Fernröhren immer nur ein, aber mit möglichster Genauigkeit ausgeführtes aplanatisches Objectiv.

Das durch das Objectiv erzeugte Bild wird mittelst eines vergrößernden Oculars betrachtet, und muß jedem Beobachter in der deutlichen Sehweite erscheinen; da diese bei verschiedenen Individuen verschieden groß ist, so muß das Ocular beweglich eingerichtet werden, damit es jeder Beobachter seiner Sehweite gemäß einstellen kann. Man kann dem Ocular einen desto größeren Antheil an der Vergrößerung überlassen, je vollkommener das Objectiv, also je größer die Reinheit und Deutlichkeit der von ihm erzeugten Bilder ist; darum gestatten aplanatische Objective viel schärfere Oculare als die nicht aplanatischen. — Das durch ein Ocular betrachtete Bild würde die gewünschte Deutlichkeit nicht besitzen, wenn man nicht auch bei der Ocularlinse sowohl die sphärische als die chromatische Abweichung aufhöbe. Die sphärische Abweichung vermindert man dadurch, daß man anstatt einer einfachen Linse eine eben so stark vergrößernde Verbindung von zwei Linsen, ein sogenanntes Doppelocular gebraucht; denn indem jede einzelne Linse eine größere Brennweite, daher eine kleinere Krümmung hat, erlangt man den Vortheil einer größeren Oeffnung und den einer verminderten Kugelabweichung; ja man hebt letztere fast vollständig auf, wenn das Ocular aus planconvexen, mit der Krümmung gegen das Object gewendeten Linsen besteht, und überdieß eine Blendung fast die halbe Oeffnung bedeckt. Bei einem gewissen Abstande der beiden Linsen des Doppeloculars erscheint auch die chromatische Abweichung aufgehoben; denn jeder vom Objectiv kommende Lichtstrahl, wie z. B. SA, Fig. 216,

Fig. 216.



gelangt an die Linse M, ohne in die prismatischen Farben zerlegt zu werden, allein bei der Brechung im M wird er in seine farbigen Bestandtheile zerlegt, so daß nach dem Austritte aus M der rothe Bestand-

theil die Richtung A r und der violette, der stärker abgelenkt wird, die Richtung A v erhält; der erstere trifft die zweite Linse in einem Punkte m, der weiter von der Axe absteht, als der vom violetten Strahle getroffene Punkt n; da nun wegen der sphärischen Gestalt der Linse die weiter von der Axe eintretenden Lichtstrahlen stärker zur Axe gebrochen werden, als die der Mitte naheliegenden, so kann dadurch die geringere Brechbarkeit des rothen Strahls ersetzt werden, dieß in einem desto höheren Grade, je weiter die Punkte m und n von einander entfernt sind, da mit der Größe von m n der Unterschied in der Brechung beider Strahlen wegen der Kugelgestalt der Linse wächst. Nun wird m n größer, wenn die Linse N weiter von M absteht; man kann daher durch Vergrößerung des Abstandes beider Linsen bewirken, daß der Unterschied in der Brechung der zwei äußersten Strahlen in Folge der Kugelgestalt der Linse gleich wird dem Unterschiede der Brechung dieser Strahlen wegen ihrer verschiedenen Brechbarkeit; ist diese Gleichheit erreicht, so treten beide Strahlen aus der Linse N in parallelen Richtungen heraus, und die chromatische Abweichung ist fast ganz aufgehoben. Man nennt die Sammellinse M vorzugsweise Collectivlinse.

Campani führte bei den zusammengesetzten Mikroskopen die Anordnung ein, bei welcher das vom Objectiv erzeugte Bild zwischen die beiden Linsen des Oculars fällt, wo dann die auf M convergirend auffallenden Strahlen durch M noch mehr convergirend werden, und das Bild kleiner wird als ohne die Linse M. Bei den astronomischen Fernröhren sind an einem Ringe in einer Ebene, die durch den Brennpunkt des Objectivs geht und senkrecht auf der Axe steht, zwei unter einem rechten Winkel sich kreuzende feine Fäden gespannt, entweder Spinnfäden, deren Dicke $^1/_{6000}$ Linien beträgt, oder Platinfäden von solcher Feinheit, daß 80000 derselben erst die Dicke eines Zolls haben; die Fäden werden vom Lichte beleuchtet, welches zur Seite des Fernrohrs einfällt. Der Durchschnittspunkt derselben bietet dem Beobachter einen festen unveränderlichen Punkt dar, mit welchem man die Lage der Gestirne leicht und sicher vergleichen kann, indem man bei jeder Beobachtung den Stern in diesen Durchschnittspunkt bringt. Damit dieses Fadenkreuz bei Einstellung des Oculars nach der Sehweite des Beobachters nicht in Bewegung komme, sondern eine feste Stellung im Rohre behalte, brachte Ramsden beide Oculare auf eine Seite des vom Objectiv erzeugten Bildes, bei welcher Anordnung jedoch der Achromatismus außerhalb der Axe nicht so vollständig erreicht wird, als bei der Campanischen. Der Optiker Kellner änderte neuestens die Ramsden'schen Anordnungen in der Art, daß er die zweite Linse N aplanatisch einrichtet, die Collectivlinse aber einfach läßt; diese Einrichtung gewährt ein größeres Gesichtsfeld und einen im ganzen Gesichtsfelde gleich hohen Grad der Deutlichkeit.

Daß die Brennweite eines Doppeloculars kleiner ist, als die der einzelnen Bestandlinsen, ist schon aus dem Umstande zu ersehen, daß in parallelen Richtungen auffallende Strahlen durch die erste Sammellinse M convergirend gemacht, und diese Convergenz durch die zweite Sammellinse N noch mehr verstärkt wird, so daß sie sich früher vereinigen, als es bei einer einzigen Linse geschehen wäre. Um die Brennweite P des Doppeloculars für den Fall zu finden, daß p und p' die Brennweiten der Bestandlinsen bedeuten, und der Abstand der Linse N von M gleich d ist, hat man zu beachten, daß die aus der Linse M austretenden Strahlen dergestalt convergirend auf N auffallen, daß der Abstand des Punktes, in welchem die Vereinigung ohne N stattfinden würde, von der Linse N gleich ist p — d, mithin ist

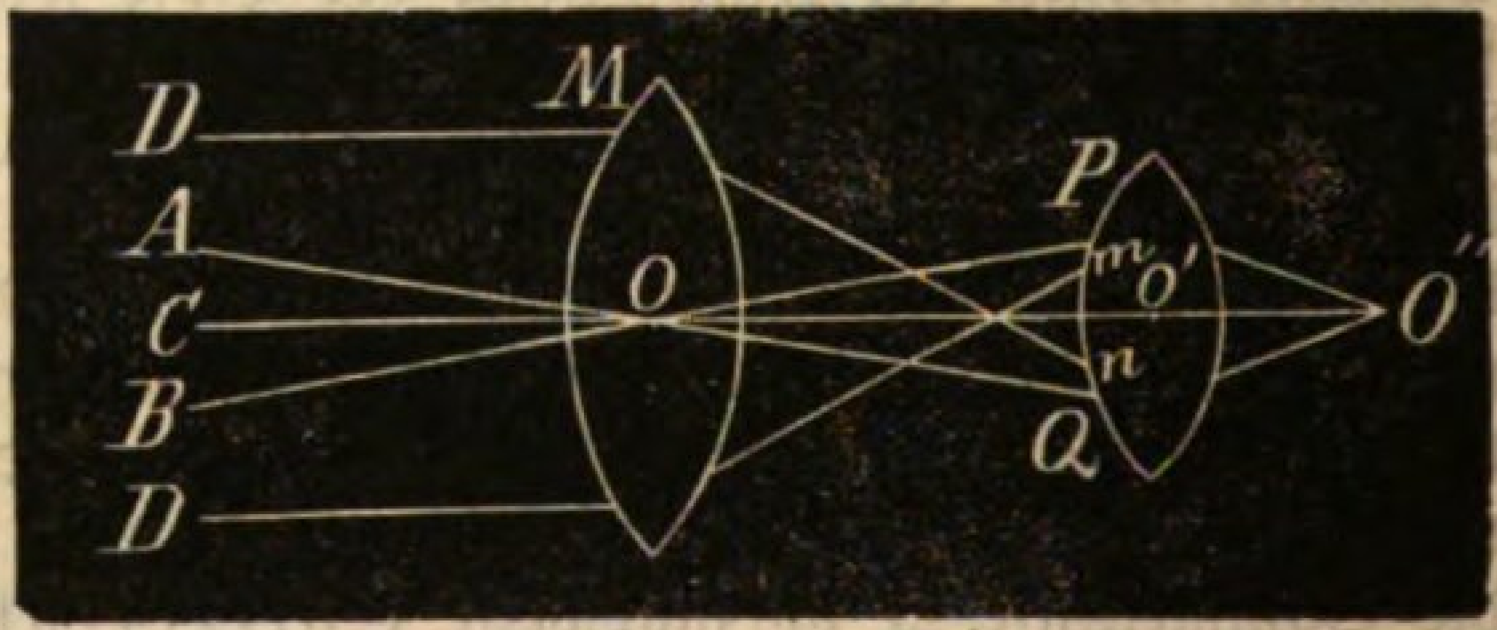
$$\frac{1}{P} = \frac{1}{p'} + \frac{1}{p-d}, \text{ und } P = \frac{p'(p-d)}{p+p'-d}.$$

Liegen die Linsen ganz an einander, so daß sie nur durch ein dünnes an den Rändern liegendes Plättchen von einander getrennt sind, wie bei zusammengesetzten Loupen, so ist $d = o$, und $P = \frac{pp'}{p+p'}$. Bei achromatischen Doppellinsen ist nicht nur

$d = o$, sondern p' auch negativ, daher $P = \frac{p\,p'}{p' - p}$ ist. Sind P, p, p' gegeben, so findet man d.

2. Dividirt man den Sehwinkel, unter welchem eine Dimension des betrachteten Gegenstandes vermittelst des Instruments gesehen wird, durch denjenigen Sehwinkel, unter dem diese Dimension dem freien Auge erscheint, so erhält man die lineare Vergrößerung des Gegenstandes.

Fig. 217.



3. Sind A O Q und B O P, Fig. 217, die von den Grenzpunkten des Gesichtsfeldes kommenden Hauptstrahlen, die noch durch die Ocularlinse durchzugehen vermögen, so ist der Winkel A O C, den wir φ nennen wollen, der Winkel, unter welchem der Halbmesser des Gesichtsfeldes erscheint, und O′Q gibt den Halbmesser der Oeffnung, welche das Ocular haben muß, damit alles innerhalb dieses Gesichtsfeldes Befindliche übersehen werde; O′Q heißt der Oeffnungshalbmesser wegen des Gesichtsfeldes. Es ist leicht einzusehen, daß das Gesichtsfeld desto größer wird, je mehr die Oeffnung des Oculars erweitert wird; da jedoch das Ocular eine kurze Brennweite, mithin eine starke Krümmung hat, so darf die Oeffnung des Oculars nur eine Größe haben, welche die Deutlichkeit nicht vermindert. — Um das durch den Winkel φ bestimmte Gesichtsfeld ganz zu übersehen, muß sich das Auge in dem Punkte O″ befinden, wo sich alle Hauptstrahlen der im Gesichtsfelde liegenden Punkte nach ihrem Austritte aus dem Oculare vereinigen; der Abstand dieses Punktes von O′ ist gleich der Vereinigungsweite der von O kommenden Lichtstrahlen.

4. Die Helligkeit des Bildes nimmt mit der Menge der Lichtstrahlen zu, die von jedem Punkte des Objectes in's Auge gelangen. Beim Gebrauche eines Fernrohrs wird der Lichtcylinder, den die von einem Punkte des Objectes, z. B. von der Mitte C, Fig. 217, kommenden und das Objectiv treffenden Strahlen bilden, nach seinem Austritte aus dem Ocular bedeutend enger; ist x der Oeffnungshalbmesser M O des Objectivs, und y der Abstand desjenigen Punktes n von der Axe, in welchem der Randstrahl D M das Ocular trifft, mithin y der Oeffnungshalbmesser des Oculars wegen der Helligkeit, und F der Brennpunkt, so ist aus der Figur zu ersehen, daß

$$x : y = OF : O'F = p : p,'$$

wenn p die Brennweite des Objectivs und p′ die des Oculars bezeichnet. Es ist somit das Licht in dem aus dem Ocular austretenden Lichtcylinder bedeutend verdichtet, daher bedeutend intensiver, als das natürliche auf das Objectiv auffallende, und so erhält auch die Pupille von einem Punkte mehr Licht beim Gebrauche des Fernrohrs, als ohne dasselbe. Der günstigste Fall ist jener, wo der Durchmesser des austreten-

den Lichtbüschels dem der Pupille gleich ist, und wo daher alles austretende Licht in's Auge gelangt.

Sieht man ein Object mit dem freien Auge an, so tritt von jedem Punkte desselben ein Lichtkegel in's Auge, der nur die Pupille zur Basis hat; wird es aber vermittelst eines Fernrohrs betrachtet, so erhält das Auge von jedem Punkte einen Strahlenkegel, dessen Basis die Oeffnung des Objectivs ist, mithin verhält sich die Helligkeit H im letzten Falle zu der im ersten, die wir die natürliche Helligkeit nennen, und als Einheit annehmen, wie das Quadrat von x zum Quadrat des Halbmessers r der Pupille; daher ist

$$H = \frac{x^2}{r^2}.$$

Dieß gilt jedoch nur bezüglich eines Punktes, also auch eines Fixsternes; allein bei Gegenständen von angebbarem Durchmesser, wie z. B. bei Planeten, deren Bilder auf der Netzhaut vergrößert erscheinen, wird die Helligkeit in dem Maße vermindert, in welchem die Vergrößerung des Bildes wächst; ist m die Vergrößerung einer Dimension des Gegenstandes, so ist die Helligkeit desselben

$$H = \frac{x^2}{m^2 r^2}.$$

Die erleuchtete Atmosphäre kann als ein Planet von unbestimmter Ausdehnung betrachtet werden; der Theil derselben, der im Gesichtsfelde des Fernrohrs sich befindet, erscheint in Folge der Vergrößerung nur sehr schwach erleuchtet; das Verhältniß der Helligkeit eines Planeten und der Luft im Gesichtsfelde bleibt sich bei allen Vergrößerungen gleich, so daß das Fernrohr das Sehen der Planeten nicht merklich rücksichtlich der Lichtstärke begünstigt. Anders ist es beim telescopischen Sehen der Fixsterne; während die Luft im Gesichtsfelde des Fernrohrs bedeutend schwächer erleuchtet, mithin dem Auge verdunkelt erscheint, werden von jedem Fixsterne, ohne merkliche Vergrößerung seines Bildes, eine Menge von Lichtstrahlen dem Auge zugeführt, und so kommt es, daß ein Fixstern, selbst einer von der 9. Größe, an dem dunklen Grunde des Gesichtsfeldes auch am Tage gesehen werden kann. Das Uebergewicht in der Lichtstärke der Fixsterne über das der Atmosphäre bei Beobachtungen mittelst der Fernröhre nimmt mit der vergrößernden Kraft des Fernrohrs zu. Es war Arago, der das telescopische Sehen der Sterne am Tage zuerst genügend erklärte. (Kunzek's Lehre vom Lichte.)

Der franz. Astronom Morin hatte zuerst im Jahre 1634 den Gedanken gefaßt, das Fernrohr an die Alhidade eines Meßinstrumentes zu befestigen und die Gestirne am Tage telescopisch zu beobachten; im Jahre 1691 stellte Römer große Mittagsfernröhre auf, und seitdem sind Tagesbeobachtungen der Gestirne häufig und fruchtbar geworden.

Es gibt nach Prof. Petzval noch mehrere, bei den durch Linsen-Combinationen erzeugten Bildern zu berücksichtigende Umstände, wie den geometrischen Ort (d. i. die Fläche, in welche die Vereinigungspunkte der gebrochenen Strahlen fallen), die Aehnlichkeit mit dem Objecte, oder die perspectivische Richtigkeit des Bildes, bei welchem die bisherige Theorie der Künstler jedesmal rathlos läßt, wo er durch eine Verbindung von Linsen ein großes, in seiner ganzen Ausdehnung gleichförmig scharfes und lichtstarkes Bild zu Stande bringen soll, wie z. B. bei der Camera obscura, beim Sonnen-, Gas- oder Lampen-Mikroscop, beim Kometensucher und beim galiläischen Fernrohre. Das Fernrohr und das zusammengesetzte Mikroskop konnten leicht mit großer Vollkommenheit hergestellt werden, weil dazu nur die Erfüllung zweier Bedingungen hinreichte, nämlich Farblosigkeit und Schärfe

der Bilder in der Mitte, was sich mit den bekannten Mitteln leicht erreichen ließ. Prof. Petzval kam bei seinen dioptrischen Untersuchungen zu folgenden merkwürdigen Ergebnissen:

a) Ein System aneinander liegender oder in sehr kleinen Abständen von einander angeordneter, wenn auch noch so zahlreicher brechender oder reflectirender Flächen kann niemals ein in seiner ganzen Ausdehnung vollkommen scharfes Bild erzeugen, daher gibt das achromatische Objectiv eines Fernrohres selbst dann, wenn es aus vielen einzelnen aneinander liegenden Linsen bestehen würde, nur ein Bild, das an der Axe und sehr nahe daran scharf ist, aber desto deutlicher kommen die Mängel am Rande des Gesichtsfeldes zum Vorschein. Die Theorie lehrt, daß um ein deutliches, wenn auch kein vollkommen scharfes Bild zu erzeugen, zur Entstehung der verschiedenen Punkte desselben verschiedene Stellen der Oeffnung wirksam gemacht werden müssen; so darf zur Abbildung einer Stelle in der Mitte des Gesichtsfeldes nur eine Stelle in der Mitte der Oeffnung, zur Abbildung eines Punktes am Rande nur eine Stelle des Objectivs am Rande wirksam sein; zu diesem Behufe dient beim Feld- oder Theaterstecher ein Diaphragma zwischen dem Objectiv und dem Ocular; deßhalb brachte Daguerre bei seiner Camera obscura ein Diaphragma in der Entfernung von 3 Zoll vor dem Objectiv an, wodurch dessen Oeffnung auf einen Zoll reducirt wurde. Allein diese Hilfsmittel sind unzureichend, wo das Bild durch eine große Schärfe, Lichtstärke und Treue der Abbildung in seiner ganzen Ausdehnung sich auszeichnen soll, wie beim Sonnen-Mikroskope und bei der Camera obscura zum Portraitiren mittelst Photographie.

b) Der reciproke Werth des Krümmungshalbmessers R des geometrischen Ortes des Bildes von einem planen, auf der Axe des Systems senkrecht gestellten Gegenstande, und zwar am Scheitel desselben ist gleich der Summe der Produkte aus den reciproken Werthen der Brennweiten in die reciproken Werthe der Brechungsverhältnisse der einzelnen Bestandlinsen; mithin

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{np} + \frac{1}{n'p'} + \frac{1}{n''p''} \cdots$$

Will man also ein ebenes Bild haben, so muß $R = 0$ sein, folglich

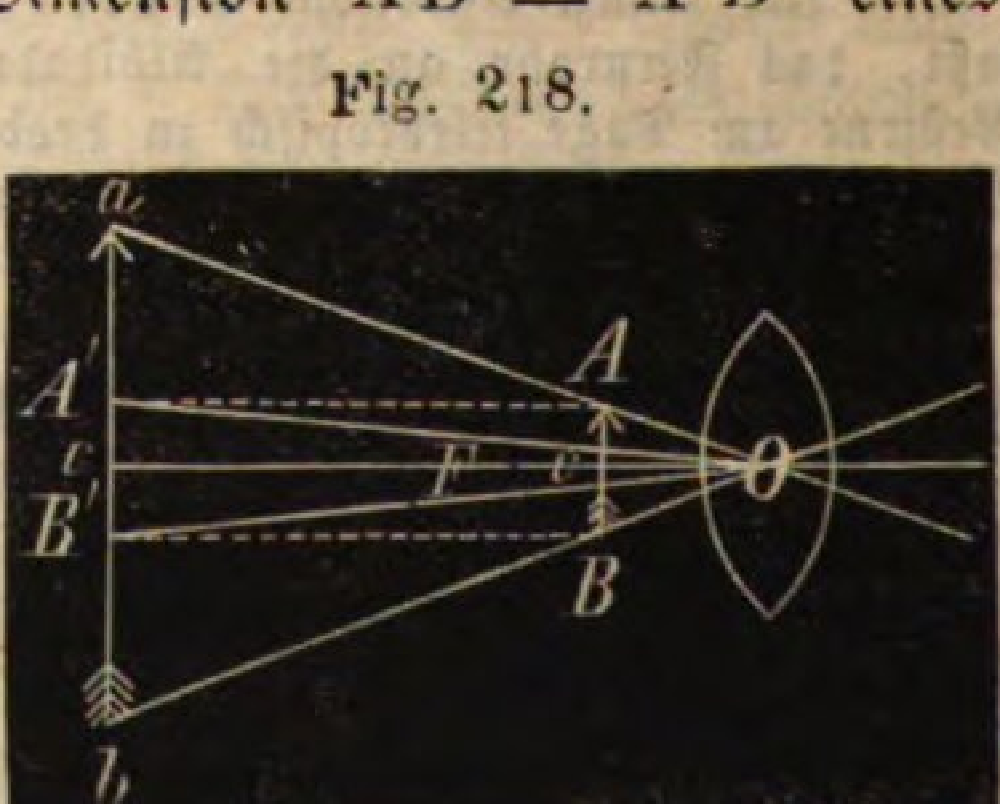
$$\frac{1}{np} + \frac{1}{n'p'} + \frac{1}{n''p''} + \ldots = 0,$$

woraus ersichtlich wird, daß dieß nur durch ein gewisses Gleichgewicht zwischen Sammel- und Zerstreuungslinsen zu erreichen ist. Da beim Sonnen-Mikroskop die Sammellinsen den Vorzug haben, so kann es nur ein schlechtes Bild geben.

Das erste praktische Ergebniß von Petzval's dioptrischen Untersuchungen war die Construction einer zum Portraitiren dienlichen Camera obscura, in welcher die Bilder durch eine aus zwei achromatischen Crown-Flintglas-Doppellinsen erzeugt werden und jeder Anforderung vollkommen entsprechen. Diesen Objectiven hat Petzval 1858 eine neue Einrichtung gegeben, wodurch sie auch zur Abbildung von Landschaften geeignet werden.

§. 169. Einfaches Mikroskop. Heißt φ der Sehwinkel, unter dem das freie Auge in O, Fig. 218, die Dimension $AB = A'B'$ eines Gegenstandes in der deutlichen Sehweite $Oc = h$ sieht, und ψ der Sehwinkel AOB, unter dem das Auge vermittelst einer Sammellinse diese Dimension erblickt, wenn der Gegenstand innerhalb der Brennweite in einem solchen Abstande a vom optischen Mittelpunkte, also auch vom Auge sich befindet, daß das Bild ab auch in der deutlichen Sehweite erscheint, so ist bekanntlich, da beide Sehwinkel sehr klein sind,

Fig. 218.



$A'B' = h\varphi$, und $AB = a\psi$, mithin

$$a\psi = h\varphi, \text{ und } \frac{\psi}{\varphi} = \frac{h}{a}.$$

Da h die Bildweite ist, und diese negativ sein muß, so ist

$$-\frac{1}{h} = \frac{1}{p} - \frac{1}{a}, \text{ und } \frac{1}{a} = \frac{1}{p} + \frac{1}{h}; \text{ mithin,}$$

wenn wir die lineare Vergrößerungszahl $\frac{\psi}{\varphi} = m$ setzen,

$$m = \frac{h}{p} + 1.$$

Der gefundene Ausdruck macht ersichtlich, daß die Vergrößerung bei einem weitsichtigen Auge beträchtlicher, bei einem kurzsichtigen geringer ist, als bei einem normalen Auge, bei jedem aber desto bedeutender, je kleiner die Brennweite wird. Man verfertigt Linsen, deren Brennweite kleiner, als eine halbe Linie ist. Zur Erzielung einer großen Deutlichkeit wählt man eine Linse von der besten Form, hält die Randstrahlen durch eine Blendung ab, und vermindert die chromatische Abweichung dadurch, daß man die Linse aus einem Stoffe verfertigt, welcher ein großes Brechungs- aber ein kleines Zerstreuungsvermögen hat; solche Stoffe sind: Saphir, Rubin, Diamant und andere Edelsteine. Man verfertigt auch achromatische Loupen. Zusammengesetzte Loupen gewähren die Vortheile des Doppeloculars.

Die Oeffnung des einfachen Mikroskops bleibt immer klein, deßhalb erhält man die gehörige Helligkeit nur durch eine starke Beleuchtung des Objectes mittelst eines unter dem Objecte angebrachten Hohlspiegels, der dem Gegenstande Sonnen- oder Lampenlicht zuführt. — Man bedient sich auch eines kleinen metallenen Hohlspiegels, der in der Mitte eine Oeffnung hat, in die man ein einfaches Mikroskop einsetzt; das auf den Hohlspiegel auffallende Licht wird auf die vordere Fläche des vor der Linse stehenden Gegenstandes concentrirt zurückgeworfen, und so die nothwendige Erleuchtung hervorgebracht; solche Spiegel eignen sich vorzüglich für undurchsichtige Körper (opake Objecte).

Nach Brewster ist es vortheilhaft, homogenes Licht zur Beleuchtung anzuwenden. Befände sich das Auge im optischen Mittelpunkte, so wäre die Größe des Gesichtsfeldes unbestimmt; da es jedoch nur hinter der Linse sein kann, so erscheint das Gesichtsfeld desto mehr beschränkt, je kleiner die Oeffnung der Linse und je weiter das Auge von der Linse entfernt ist.

Ein an beiden Enden convex geschliffener Glascylinder leistet die Dienste einer zusammengesetzten Loupe; auch kleine Glaskügelchen, ein Wassertropfen, hängend in der kreisförmigen Oeffnung einer Metallplatte, wirken als einfache Mikroskope.

§. 170. Zusammengesetztes Mikroskop. Sind φ und φ' die kleinen Sehwinkel, unter welchen das freie Auge die Dimensionen AB und ab in der deutlichen Sehweite h sehen würde, so ist

$$AB = h\varphi \text{ und } ab = h\varphi' \text{ mithin } \frac{\varphi'}{\varphi} = \frac{ab}{AB};$$

aus der Aehnlichkeit der Dreiecke AOB und aOb folgt, wenn die Bildweite $Oc = \alpha$, und der Abstand des außerhalb der Brennweite stehenden Objectes $CO = a$ gesetzt wird, daß

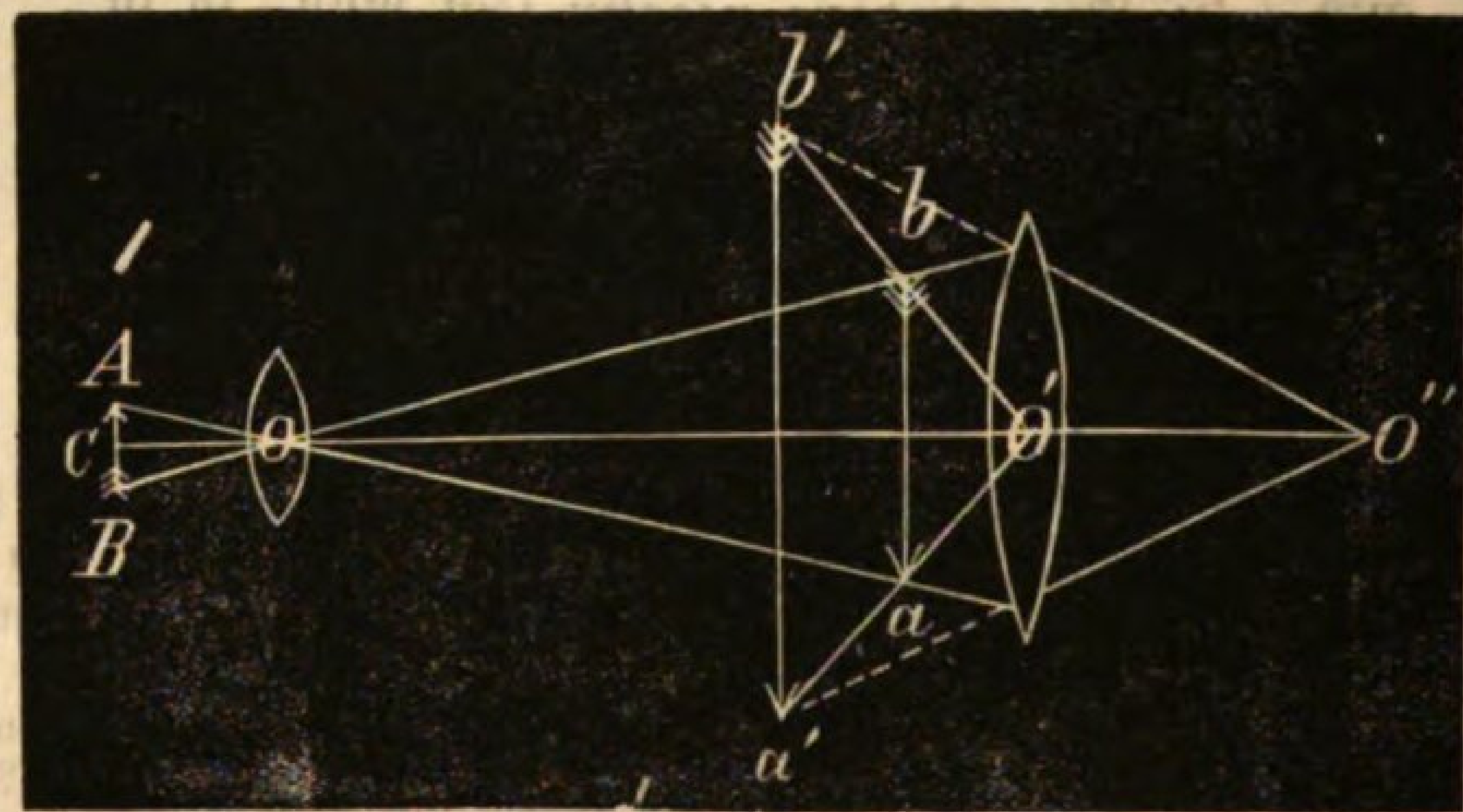
$$\frac{ab}{AB} = \frac{\alpha}{a}, \text{mithin } \frac{\varphi'}{\varphi} = \frac{\alpha}{a} \quad (1)$$

Da ab bezüglich des Oculars ein Object ist, und dieses Ocular wie ein einfaches Mikroskop wirkt, so ist

$$\frac{\psi}{\varphi'} = \frac{h}{p'} + 1 \quad (2)$$

wenn ψ der Sehwinkel ist, unter welchem ab, Fig. 219, dem bewaffneten Auge erscheint, und p' die Brennweite der Ocularlinse. Multi-

Fig. 219.



plicirt man die beiden Gleichungen (1) und (2) miteinander, so erhält man die lineare Vergrößerung

$$m = \frac{\psi}{\varphi} = \frac{\alpha}{a}\left(\frac{h}{p'} + 1\right),$$

und die Länge des Instruments $L = \alpha + p'$.

Man gibt dem Mikroskope eine zur Handhabung der Gegenstände, die man beobachtet, bequeme unveränderliche Länge; für denselben Werth von α wird der Werth von a desto kleiner, je kleiner die Brennweite des Objectivs wird, mithin wächst die lineare Vergrößerung des zusammengesetzten Mikroskops, wenn die Brennweiten des Objectivs und des Oculars kleiner werden. Man hat für dasselbe Objectiv mehrere Oculare von verschiedener Brennweite, um verschiedene Vergrößerungen zu bewirken, was man auch durch Anwendung verschiedener Objective und desselben Oculars erzielt. Hat das Objectiv eine kleinere Brennweite, so muß a kleiner werden, weßhalb man dem Instrumente eine Einrichtung gibt, welche entweder eine Annäherung des Objectenträgers an das Objectiv, oder die Annäherung des Objectivs an den Objectenträger gestattet.

Die Einrichtung des Instruments, um sehr deutliche, hinreichend helle Bilder und ein großes Gesichtsfeld zu bekommen, ist schon früher besprochen worden.

Bei nicht starken Vergrößerungen gewährt das direct auf das Object auffallende Licht eine hinreichende Helligkeit, weßhalb man die geschwärzte Rückseite des Hohlspiegels dem Objecte zuwendet. Zum deutlichen Sehen ist es nöthig, das von der Seite zum Oculare und zum Auge kommende Licht mit der Hand oder einem Schirme abzuhalten. — Die einem Mikroskope beigegebenen Probeobjecte hat man zwischen zwei dünnen, eben geschliffenen Glasplatten liegen; bei starken Vergrößerungen ist es nothwendig, sie auf eine Glasplatte zu legen, weil schon die Dicke des Glasdeckels die nöthige Annäherung des Gegenstandes an das Objectiv verhindern könnte. — Beim Einstellen des Mikroskops müssen die letzten Bewegungen sehr langsam geschehen, weil das Object in der Nähe des Brennpunktes steht, wo eine geringe Aenderung im Werthe von a sehr starke Aenderungen im Werthe von α erzeugt. Will man einen Gegenstand durch mikroskopische Betrachtungen genau kennen, so ist es räthlich, mit den kleinsten Vergrößerungen zu beginnen und stufenweise zu den größeren überzugehen. — Zu Probeobjecten eignen sich vorzüglich: die Flügel der gemeinen Hausfliege, der Gelse, die Schuppen von einem Flügel des gemeinen weißen Schmetterlings (papilio Crataegi und Brassicae), derlei von dem brasilianischen

Schmetterling (papilio Menelaus) und von der Kleidermotte. Mit einem guten Mikroskope sieht man schon bei 60maliger Vergrößerung an den Schuppen der Schmetterlingsflügel feine parallele Streifen scharf von einander gesondert.

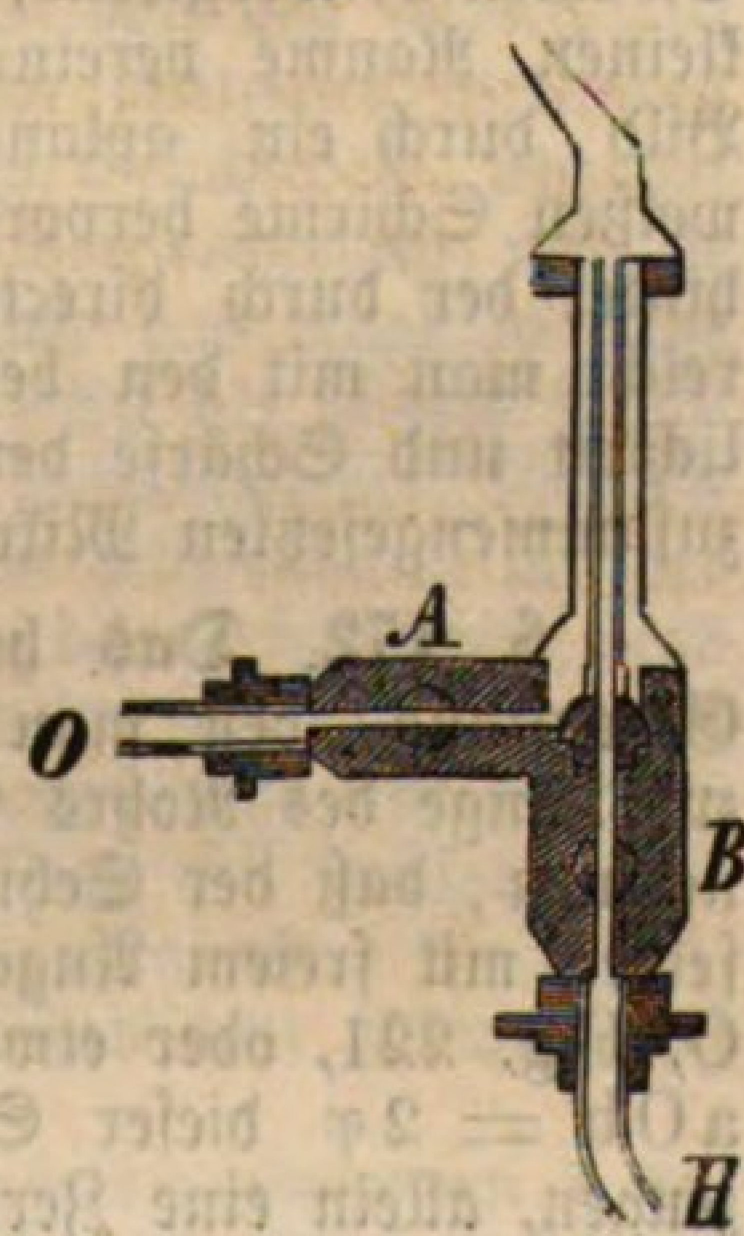
Bei den größeren Mikroskopen von Plößl besteht der Objectenträger aus zwei übereinander befindlichen durchbohrten Platten, wovon die untere feststeht, die obere aber mittelst Schrauben nach zwei Richtungen, die einen rechten Winkel einschließen, beweglich ist; auf diese Art wird es möglich, den Gegenstand nach einer beliebigen Richtung in einer Ebene zu bewegen, ohne das Bild aus der Gesichtsweite zu verlieren.

Freiherr von Jacquin erfand ein sehr sinnreiches Verfahren zur Ermittlung der linearen Vergrößerung eines zusammengesetzten Mikroskops. Ein kleines Metallspiegelchen (das sogenannte Sömmering'sche Spiegelchen) oder auch ein unbelegtes Glasplättchen wird mittelst einer Fassung an den Theil des Mikroskops, welcher das Ocular trägt, befestigt, und kann sowohl auf und ab in verticaler, als auch in horizontaler Richtung bewegt, und auch um eine durch seine Ebene gehende horizontale Axe gedreht werden; man bringt das Spiegelchen nahe an das Ocular und neigt es gegen die Axe des Rohrs um 45°, gebraucht als Object ein Glasmikrometer, d. i. ein Glasgitter aus quadratisch gezogenen Linien, bei dem die Furchen nach oben gekehrt sein müssen, und stellt hinter das Spiegelchen in einer Entfernung, die vom Ocular aus gerechnet, gleich der Sehweite ist, ein verticales Brett mit einer z. B. in Wiener Linien getheilten Scala so auf, daß das vergrößerte Bild einer gewissen Anzahl von Theilen des Mikrometers von dem beobachtenden Auge dicht an der Scala gesehen wird. Hat man dem Mikrometer die Lage gegeben, bei welcher die Theilungslinien im Bilde mit denen der Scala parallel liegen, so wird es bei richtig gewählter Stellung des Auges leicht möglich, anzugeben, wie viel Scalentheile von dem Bilde der sichtbaren Mikrometertheile bedeckt erscheinen; dividirt man die an der Scala gemessene Länge des Bildes durch die wirkliche Länge aller wahrgenommenen Mikrometertheile, so gibt der Quotient die Vergrößerung an, die das Mikroskop zu bewirken vermag. Man hat Mikroskope, die mehr als 1200mal linear vergrößern.

Die Deutlichkeit der Bilder erfordert: a) daß ihre Umrisse rein und scharf, dann b) daß auch die kleinsten Einzelnheiten genau unterschieden werden; erstere Eigenschaft heißt die definirende, letztere die penetrirende Kraft des Mikroskops. Nach Jacquin prüft man die definirende Kraft an den Haaren der Hausmaus, auf denen man die weißen Stellen scharf begrenzt sehen muß, oder an den Haaren der Fledermaus, welche in deutliche Trichterchen zerlegt erscheinen; zur Prüfung der penetrirenden Kraft dienen die Schuppen von verschiedenen Schmetterlingsflügeln; man sieht deren Längenstreifen schon bei einer 40maligen Vergrößerung und bei großer Schärfe des Mikroskops und starker Vergrößerung erblickt man auch Querstreifen. — Nach Hugo von Mohl wächst die penetrirende Kraft eines Mikroskops nicht mehr, wenn die Vergrößerung über das 300fache gesteigert wird.

Eine vollständige Anleitung zum Gebrauche und zur Prüfung eines Mikroskops findet man in dem Werkchen: das dioptrische Mikroskop von Karl Heller, Wien 1856, und insbesondere in Mohls Mikrographie, Tübingen 1846.

Fig 220.



§. 171. Hydro-Oxygengas-Mikroskop.

In der neuesten Zeit construirte man Mikroskope, bei denen zur Beleuchtung des Objects das Sonnenlicht, das uns nicht immer zu Gebote steht, durch das sogenannte Drummond'sche, sehr intensive Licht ersetzt wird. Man erhält dieses Licht, wenn man eine Knallgasflamme auf einen Kalkcylinder leitet, wobei man sich des von Daniel construirten Doppelhahns, Fig. 220, bedient. Zwei Hähne A und B sind an einem Messingstücke angebracht, an dem zwei Röhren O und H angeschraubt sind, wovon O mit einem durch Kautschuck luftdicht gemachten Sacke, der mit Sauerstoffgas

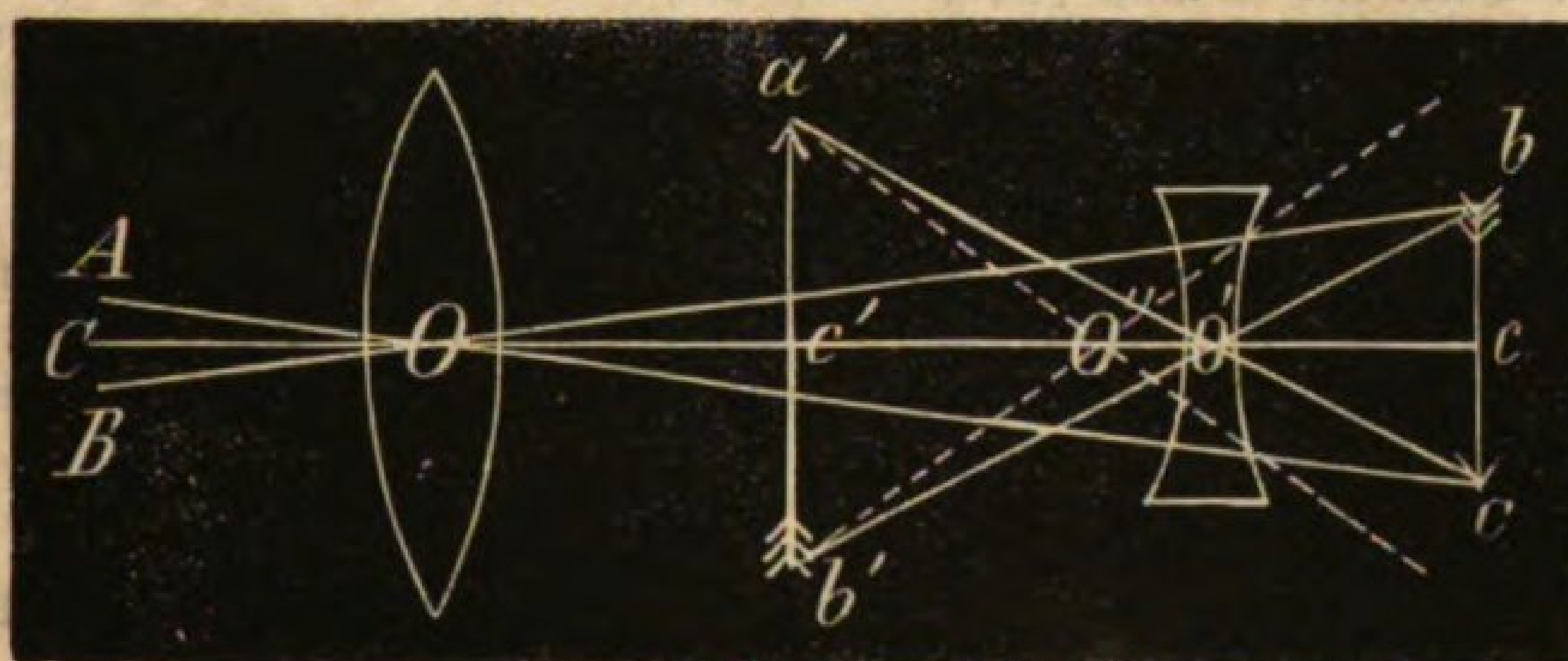
gefüllt ist, und H mit einem andern, der Wasserstoffgas enthält, mittelst biegsamer luftdichter Röhren verbunden ist. Das Wasserstoffgas strömt zu der Spitze, die von Platin ist, durch eine besondere Röhre, die von einer andern concentrischen umgeben ist, durch die das Sauerstoffgas geht, so daß die Mengung beider Gase erst oben in dem angesetzten Winkelrohre vor sich geht, und dieß stets nur in geringer Menge, weßhalb eine gefährliche Explosion unmöglich ist. Dem Winkelrohr gegenüber steht auf einem Stifte ein in der Mitte durchbohrter Cylinder von Kalk, der mit Gummi angemacht ist. Man belastet die Säcke mit großen Gewichten, öffnet zuerst den Hahn H und zündet das ausströmende Wasserstoffgas an, worauf man durch langsames Oeffnen des zweiten Hahnes die ausströmende Sauerstoffmenge vergrößert, so lange ein Zunehmen in der Lichtstärke des nun glühenden Kalkcylinders beobachtet wird; tritt das Maximum der Lichtstärke ein, so geschieht die Mengung genau in dem Verhältnisse, in welchem sie Knallgas bilden. Der Stift, welcher den Kalkcylinder trägt, ist mit einem Uhrwerke in Verbindung, das den Cylinder langsam um seine Axe dreht und zugleich in die Höhe schiebt und dadurch bewirkt, daß der Flammenspitze des Knallgases immer neue Stellen des Kalkcylinders dargeboten werden, so daß an jeder Stelle nur wenig und immer gleich viel Kalk verflüchtigt, mithin die Entfernung der Oberfläche von der Ausflußöffnung des Winkelrohrs nicht bedeutend geändert wird. Der Stift läßt sich sammt dem Uhrwerke in horizontaler Richtung hin und her bewegen, um den Kalkcylinder jedesmal in die Entfernung vor der Ausflußöffnung des Rohrs zu stellen, bei welcher die Lichtstärke am größten erscheint. Die Lichtstärke hängt aber auch von der Menge des in jeder Secunde ausströmenden Knallgases, mithin von der Belastung der Säcke ab.

Das Kalklicht befindet sich in einem von allen Seiten verschließbaren und mit Thüren versehenen Kasten, der an einer Seitenwand eine runde Oeffnung hat, in die man den Linsenapparat einsetzt; dieser besteht aus einer stark convexen Beleuchtungslinse, in deren Brennpunkte der glühende Kalkcylinder steht, und die daher die von ihm kommenden Strahlen parallel macht. Durch eine zweite Sammellinse werden diese Strahlen convergirend, noch mehr durch eine dritte, die sie in einem kleinen Raume vereinigt, in den man das kleine Object stellt, dessen Bild durch ein aplanatisches Objectiv an einem gehörig aufgestellten weißen Schirme hervorgebracht wird. Die Helligkeit bleibt jedoch immer hinter der durch directes Sonnenlicht erzeugten weit zurück; auch erreicht man mit den besten aplanatischen Objectiven niemals die Deutlichkeit und Schärfe der Bilder in ihrer ganzen Ausdehnung, wie beim zusammengesetzten Mikroskop.

§. 172. Das holländische oder galiläische Fernrohr. Da der Gegenstand, den man durch ein Fernrohr betrachtet, im Verhältnisse zur Länge des Rohrs sehr weit entfernt ist, so kann man immer annehmen, daß der Sehwinkel, unter welchem man eine Dimension desselben mit freiem Auge sieht, der nämliche ist, mag sich das Auge in O, Fig. 221, oder etwas weiter in O′ befinden; demnach ist $AOB = aOb = 2\varphi$ dieser Sehwinkel. Das Objectiv sollte ein Bild ab erzeugen, allein eine Zerstreuungslinse, deren Abstand von ab größer ist

als ihre Brennweite p, läßt dieses Bild nicht entstehen, sondern bewirkt, daß die einem Punkte zugehörigen convergirend auffallenden Strahlen divergirend austreten, so daß bei gehöriger Einstellung des Oculars in der normalen Sehweite ein virtuelles Bild gesehen wird; das am Ocular anliegende Auge sieht den Gegenstand unter dem Sehwinkel

Fig. 221.



$a' O' b' = a\ O'\ b = 2\ \psi$; somit ist die lineare Vergrößerung

$$m = \frac{\psi}{\varphi}.$$

Nun ist O′ c nahe der Brennweite p′ des Oculars, und

$$\text{tang. } \psi = \frac{a\,c}{O'c} = \frac{a\,c}{p'}, \text{ und}$$

$$\text{tang. } \varphi = \frac{a\,c}{O\,c} = \frac{a\,c}{p};$$

wegen der Kleinheit der Winkel kann man auch setzen:

$$\psi = \frac{a\,c}{p'} \text{ und } \varphi = \frac{a\,c}{p};$$

$$\text{mithin } m = \frac{\psi}{\varphi} = \frac{p}{p'};$$

d. h. die lineare Vergrößerung ist gleich der Brennweite des Objectivs, dividirt durch die Brennweite des Oculars.

Die Länge des Fernrohrs L = p — p′. Da bei diesem Fernrohre das Auge in dem Punkte O″, wo sich die von den Grenzpunkten des Gesichtsfeldes kommenden Lichtstrahlen nach erlittener Brechung im Ocular schneiden, nicht sein kann, so ist das Gesichtsfeld jederzeit klein, und wird desto kleiner, je bedeutender die Vergrößerung und je entfernter das Auge vom Oculare ist; daher muß das Auge so nahe als möglich am Oculare liegen. Das Ocular wird bei diesem Fernrohre gewöhnlich nicht durch ein Collectivglas achromatisirt, sondern bleibt einfach, weil die Wirkung der chromatischen Abweichung bei der geringen Vergrößerung der Gegenstände, die man damit betrachtet, und bei dem Umstande, daß man das Auge ganz nahe am Oculare hält, wo die zerstreuten Strahlen wenig divergiren, immer sehr unbedeutend ist; man verfertigt jedoch auch achromatische Oculare, bei welchen, weil sie Zerstreuungslinsen sind, die Crownglaslinse biconcav und die Flintglaslinse biconvex ist. Zur Verminderung der sphärischen Abweichung macht man die Ocularlinse planconcav.

Plößl verfertigt ausgezeichnet gute galiläische Fernröhre, sogenannte Feldstecher, die er mit 3 oder 4 verschiedenen Ocularen versieht, die eine 4, 8, 13 und

20malige lineare Vergrößerung gestatten. Professor Petzval's Theaterstecher übertreffen alle andern an Lichtstärke, Gleichförmigkeit und Treue des Bildes, so wie an Größe des Gesichtsfeldes.

Ist a die Entfernung des Bildes ab vom Ocular, und $\alpha = O' c'$, so ist, da die Brennweite $p' < a$ sein muß,

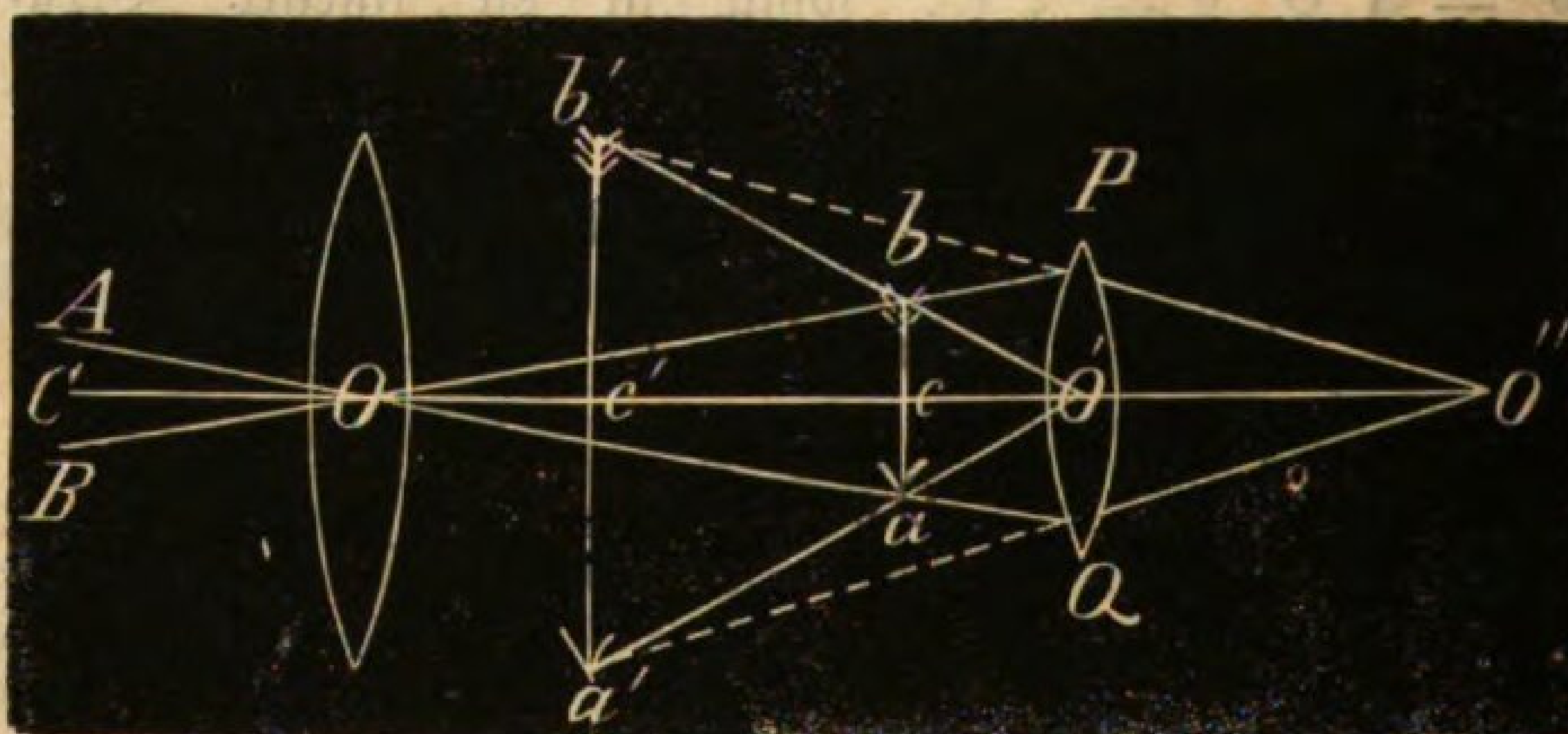
$$\frac{1}{\alpha} = -\left(\frac{1}{p'} - \frac{1}{a}\right).$$

Die Bildweite α muß jederzeit der Sehweite des Beobachters gleich sein; ein Kurzsichtiger muß daher, um deutlich zu sehen, α verkleinern, was nur durch Vergrößerung des Werthes von a, mithin dadurch möglich wird, daß er das Ocular weiter in das Rohr schiebt. — Bedient sich ein Beobachter eines Oculars von kürzerer Brennweite, so wird die Bildweite α kleiner; will er nun deutlich sehen, so muß er auch a verkleinern, was durch weiteres Herausziehen des Oculars bewirkt wird.

Das erste Fernrohr verfertigte im Jahre 1608 Hans Lippersch ey zu Middelburg in Holland; Galilëi hörte davon, und es ist ihm gelungen durch eigenes Nachdenken die Construction im J. 1609 zu finden.

§. 173. Das astronomische oder Keplers Fernrohr. Das vom Objectiv in der Brennweite p, Fig. 222, erzeugte Bild ab eines ent-

Fig. 222.



fernten Gegenstandes AB, den das freie Auge unter dem Sehwinkel $AOB = aOb = 2\varphi$ sieht, wird mittelst eines Oculars betrachtet, dem man eine solche Stellung gibt, daß das Bild in der deutlichen Sehweite $O' c' = h$ erscheint; da in diesem Falle die von einem Punkte kommenden Strahlen beinahe in parallelen Richtungen austreten, so kann man den Winkel $PO''Q$, unter dem ein durch das Fernrohr sehendes Auge in O'' das Object wahrnimmt, dem Winkel $bO'a = 2\psi$ setzen; demnach ist die lineare Vergrößerung $m = \frac{\psi}{\varphi}$.

Beide Winkel sind klein, und lassen sich aus den Dreiecken aOc und aO'c berechnen; es ist

$$\psi = \frac{ac}{O'c} = \frac{ac}{a}, \text{ und } \varphi = \frac{ac}{p},$$

mithin $$m = \frac{\psi}{\varphi} = \frac{p}{a}; \text{ oder}$$

da der Unterschied zwischen a und der Brennweite p' der Ocularlinse immer nur sehr klein sein kann,

$$m = \frac{p}{p'},$$

d. h. die lineare Vergrößerung eines astronomischen Fernrohrs ist gleich

dem Quotienten aus der Brennweite des Oculars in die Brennweite des Objectivs. Die Länge des Fernrohrs $L = p + p'$.

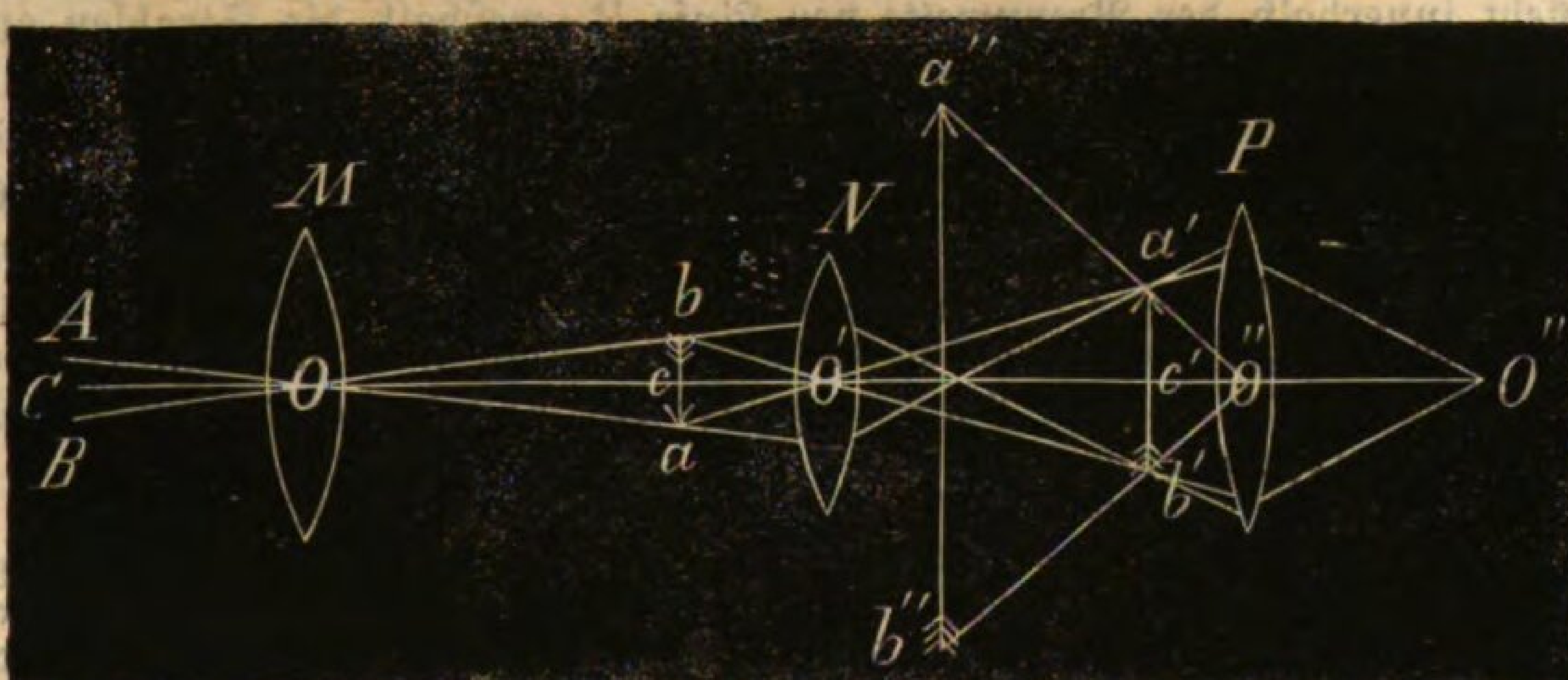
Das astronomische Fernrohr wird mit der größten Sorgfalt ausgeführt, um die Himmelskörper nicht nur vergrößert, sondern auch mit der größtmöglichen Deutlichkeit und Reinheit zu sehen. Ein Fernrohr, das zur Aufsuchung der schwach leuchtenden Kometen gebraucht wird, heißt ein Kometensucher; bei einem solchen ist es nicht so sehr um Vergrößerung, als um eine große Lichtstärke und um ein großes Gesichtsfeld zu thun; darum bekommt es ein Objectiv mit einer großen Oeffnung, um von jedem Punkte des entfernten Körpers möglichst viel Lichtstrahlen in's Auge zu bringen.

Die Refractoren von Merz in München auf den Sternwarten zu Pulkawa und zu Cambridge (in Nordamerika) haben Objective von 14 Zoll Oeffnung und 21 Fuß Brennweite, die lineare Vergrößerung ist 2000. Eine Uhr regulirt die Bewegung des Rohrs um die Weltaxe so genau, daß ein Stern in der Mitte des Fernrohrs vollkommen unbewegt erscheint.

Clark verfertigte ein Fernrohr dessen Objectiv $18\frac{1}{2}$ Zoll Oeffnung und 23 Fuß Focallänge hat; mit ihm ist der Begleiter des Sirius entdeckt worden.

§. 174. Das Erdfernrohr. Mit dem astronomischen Fernrohre sieht man die Gegenstände in umgekehrter Stellung, was bezüglich der Himmelskörper gleichgültig, aber bezüglich der terrestrischen unangenehm ist. Um nun letztere in aufrechter Stellung wahrzunehmen, construirt man das Erdfernrohr, indem man eine zweite Linse N, Fig. 223,

Fig. 223.



so aufstellt, daß das vom Objective M in der Brennweite p erzeugte Bild ab vor die Brennweite p'' der Linse N fällt, und daher ein zweites Bild a'b' in aufrechter Lage entsteht, welches durch ein Ocular P von der Brennweite p' angesehen wird. Setzen wir $AOB = aOB = 2\varphi$, $aO'b = 2\varphi'$, $a'O''b' = 2\psi$, $cO' = a$ und $O'c' = \alpha$, so ist

$$\varphi = \frac{ac}{p},\ \varphi' = \frac{ac}{a},\ \varphi' = \frac{a'c'}{\alpha},\ \text{und}\ \psi = \frac{a'c'}{p'},$$

$$\text{mithin ist}\ \frac{\varphi'}{\varphi} = \frac{p}{a},\ \frac{\psi}{\varphi'} = \frac{\alpha}{p},\ \text{und}\ m = \frac{\psi}{\varphi} = \frac{p\alpha}{p'a};$$

$$\text{da nun}\quad \frac{1}{\alpha} = \frac{1}{p''} - \frac{1}{a},\ \text{und}\ \alpha = \frac{ap''}{a - p''},\ \text{so ist}$$

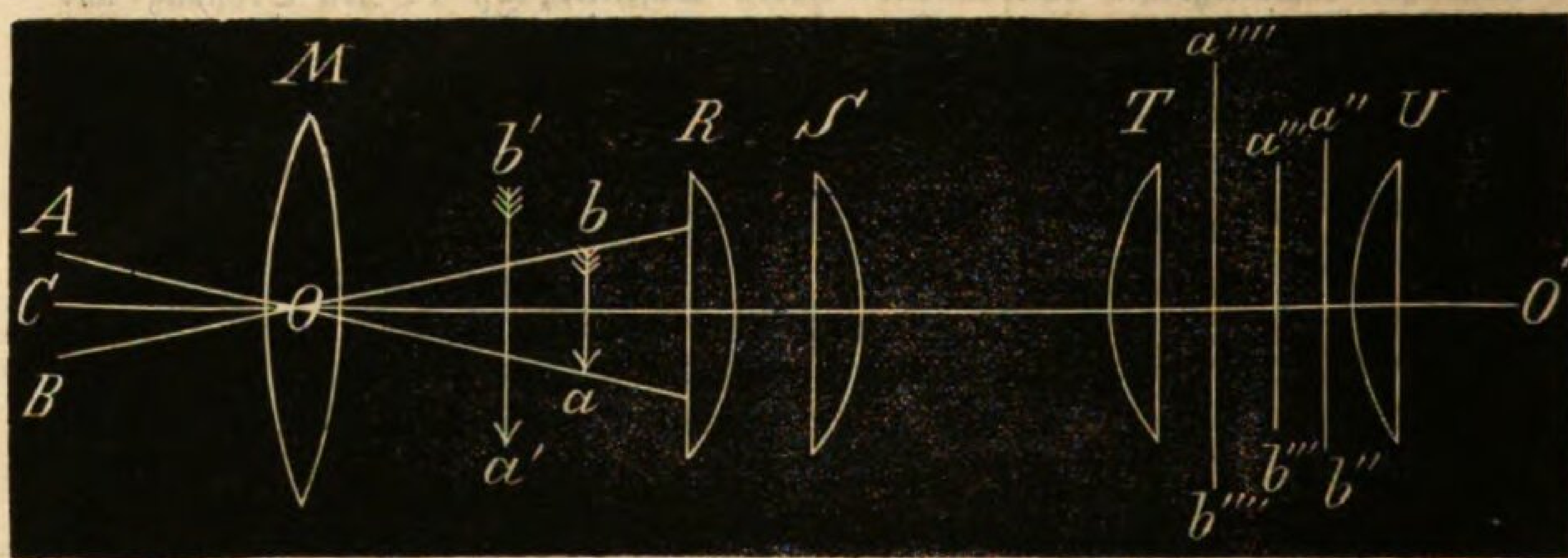
$$m = \frac{pp''}{p'(a - p'')};$$

demnach wächst die lineare Vergrößerung, wenn die Brennweite der

bilderzeugenden Linsen größer und die der Ocularlinse kleiner wird, für $a = 2p''$ ist $m = \frac{p}{p''}$, wie beim astronomischen Fernrohr.

Bei vollkommener Einrichtung dieses Instruments wird sowohl die Linse N als die Linse P durch zwei planconvexe Linsen ersetzt; jedes Paar muß dieselbe Brennweite haben, wie die Linse, an deren Stelle es gesetzt wird. Die gewöhnlich vorkommende Anordnung macht die Fig. 224 ersichtlich; das durch das Objectiv hervorgebrachte Bild a b

Fig. 224.



steht innerhalb der Brennweite der Linse R, weßhalb die Strahlen aus ihr so heraustreten, als kämen sie von einem entfernteren Objecte a' b', das außerhalb der Brennweite der Linse S stehen muß, damit hinter S ein Bild a'' b'' entstehen könne; bevor sich die aus S austretenden Strahlen zu diesem Bilde vereinigen, fallen sie auf die Linse T, wodurch sie früher zur Vereinigung kommen und das Bild a'' b'' der Linse T näher, nach a''' b''' gebracht wird; dieses Bild wird nun mittelst der einfachen mikroskopischen Linse U angesehen, und in der deutlichen Sehweite vergrößert wahrgenommen.

Da die Brennweite eines jeden Linsen-Paares, wie die von R und S, von T und U, nämlich p'', p', auch vom gegenseitigen Abstande der Bestandlinsen abhängt, und auf die lineare Vergrößerung auch der Abstand a vom Einflusse ist, so wird ersichtlich, daß man durch Aenderung der gegenseitigen Abstände der einzelnen Linsen die Vergrößerung vielfältig abändern kann; allein nur bei einer bestimmten Lage der Linsen wird die gewünschte Deutlichkeit des Bildes erzielt, deßhalb werden die 4 planconvexen Linsen gewöhnlich in eine eigene Röhre so eingesetzt, daß ihr gegenseitiger Abstand unverrückbar bleibt; die Röhre selbst ist wie jedes Ocular beweglich, um sie der Sehweite des Beobachters gemäß einstellen zu können.

Kleinere Instrumente, deren Länge nicht über zwei Fuß beträgt, bestehen aus mehreren in einander verschiebbaren Zugröhren, um sie bequem tragen zu können; bei größeren ist das nicht möglich, weil lange Zugröhren, wenn sie herausgezogen werden, nicht ein vollkommen gerades Rohr bilden. Die Länge eines jeden Fernrohrs hängt von der Brennweite des Objectivs ab, und mußte zu jener Zeit sehr beträchtlich sein, wo man keine aplanatischen Objective zu construiren verstand, daher das Bild mit beiden Abweichungen behaftet erschien, und dem Ocular keine starke Vergrößerung überlassen werden konnte, weil dieses auch die im Bilde vorkommenden Fehler vergrößert. Die achromatischen Fernröhre zeichnen sich nicht nur durch eine große Reinheit und Deutlichkeit der Bilder aus, sondern gewähren auch den Vortheil, daß sie bei derselben Vergrößerung, welche die langen nicht achromatischen Fernröhre bewirken, viel kürzer sein können, indem man Oculare von sehr kurzer Brennweite anwenden kann; diese kürzere Länge hat ein größeres Gesichtsfeld zur Folge. Bei dem nicht achromatischen Fernrohre mußte zur Verminderung der sphärischen Abweichung die Oeffnung

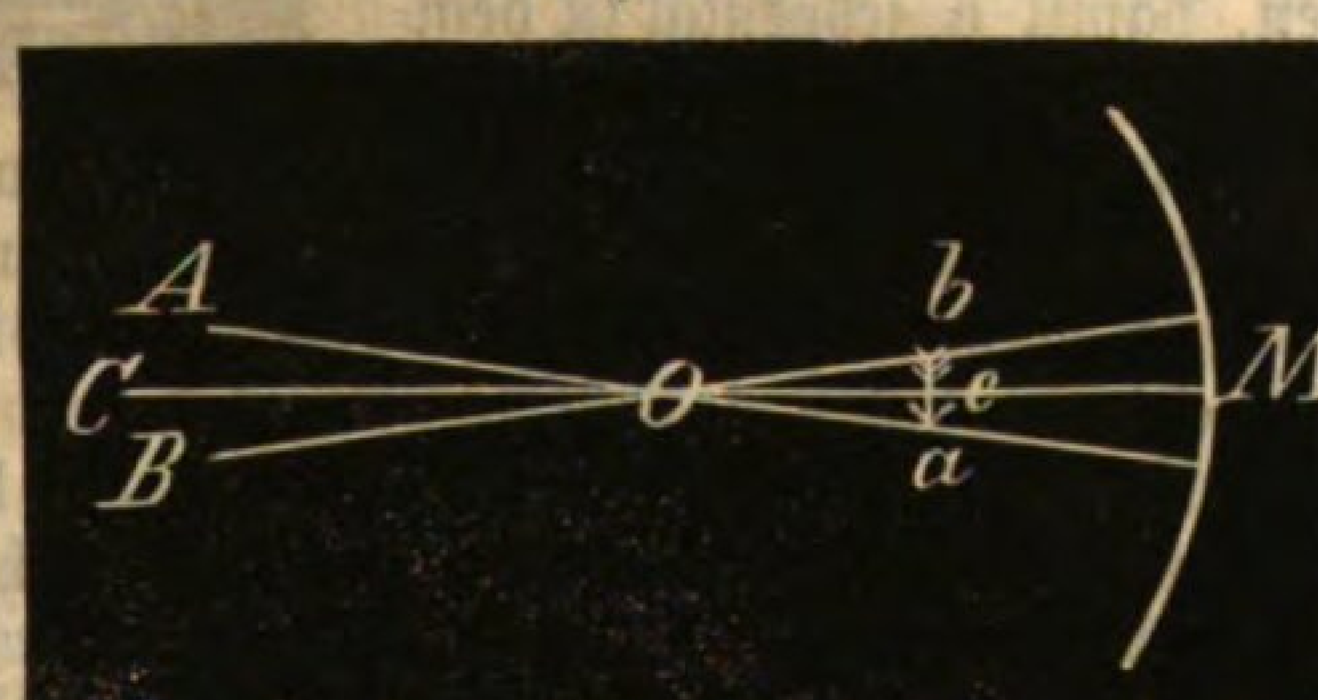
des Objectivs sehr vermindert werden; das achromatische verträgt eine weit größere Oeffnung, und gewährt daher eine größere Helligkeit.

Die Schwierigkeit größere Stücke von reinem und wellenfreiem Flintglas zur Achromatisirung größerer Objective zu bekommen, veranlaßte J. von Littrow zur Erfindung der Theorie des dialytischen Fernrohrs (von διαλύω trennen), bei dem die Flintglaslinse in einiger Entfernung hinter der Crownglaslinse steht, und bei einem kleineren Durchmesser die in convergirenden Richtungen auffallenden Strahlen zu achromatisiren vermag. Plößl in Wien verfertigt dialytische Fernröhre, die nicht nur durch große Deutlichkeit und Schärfe der Bilder ausgezeichnet, sondern auch bedeutend kürzer sind, als gewöhnliche Fernröhre von gleicher Leistung. (J. Littrow's Dioptrik und Kunzek's Lehre vom Lichte 2. Auflage).

Man kann die Vergrößerung eines Fernrohrs auf mehrfache Weise practisch finden; ausgezeichnet durch Scharfsinn ist folgendes Verfahren: das Objectiv eines Fernrohrs wird von Strahlen, die parallel zur Axe auffallen, erleuchtet, dann muß hinter dem Ocular ein Bildchen von der Oeffnung des Objectivs in Form eines Kreises erscheinen; man läßt es auf eine mit einer Mikrometerscala versehene Glastafel fallen, an der man den Durchmesser desselben genau messen kann; wird durch diesen Durchmesser der Durchmesser von der Oeffnung des Objectivs dividirt, so gibt der Quotient die Vergrößerung, die durch das Fernrohr erzielt wird. Darauf beruht das Dynamometer oder Auxometer von Ramsden. (Die Begründung dieses Verfahrens findet man in Baumgartner's Physik, sechste Auflage und in Weisser's Physik, Wien 1854).

§. 175. Catoptrische Fernröhre. Das Objectiv dieser Fernröhre ist ein großer, sorgfältig ausgearbeiteter metallener Hohlspiegel, der von dem entfernten Objecte, dem er zugewendet wird, in seiner Brennweite p ein umgekehrtes Bild erzeugt. Ist AB, Fig. 225, eine Dimension des entfernten Objectes und ab ihr Bild O der Krümmungsmittelpunkt, Oc = Mc die Brennweite des Hohlspiegels; so kann man immer annehmen, daß der Winkel AOB = aOb = 2φ derjenige ist, unter dem eine Dimension des Objects dem freien Auge erscheint; daher immer

Fig. 225



$$2\varphi = \frac{ab}{Oc} = \frac{ab}{p}.$$

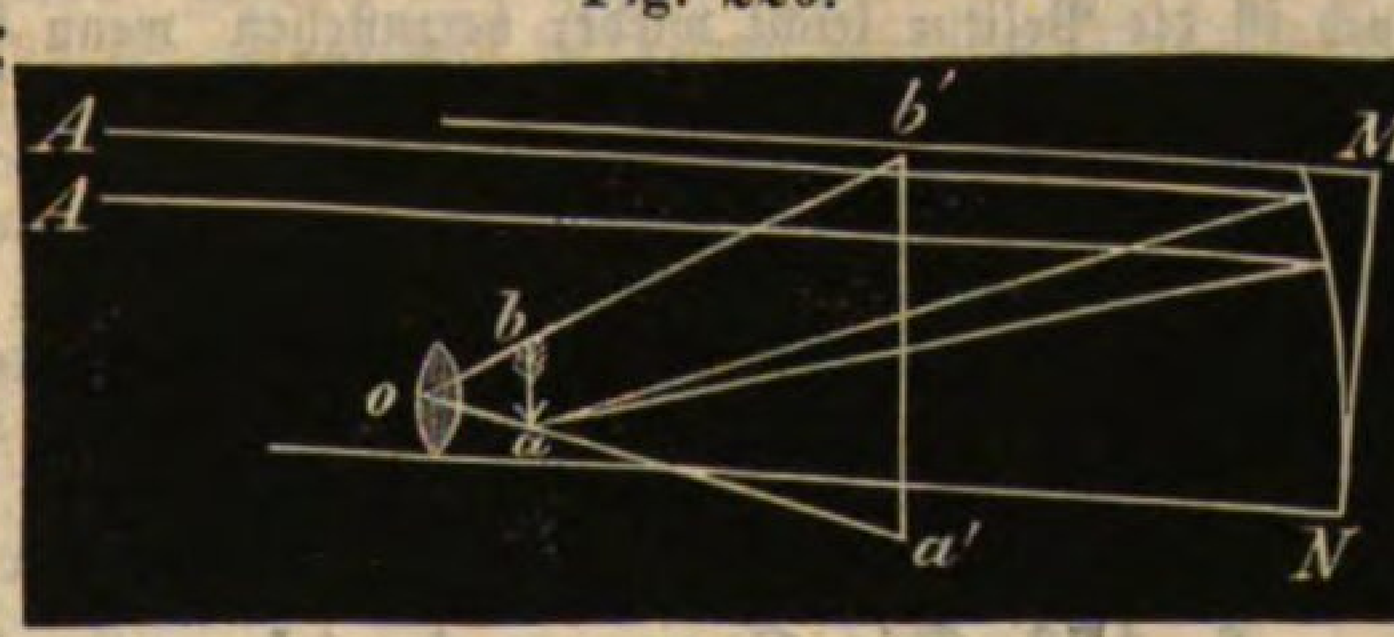
Wird nun dieses Bild vermittelst einer mikroskopischen Linse von der Brennweite p′ angesehen, und ist 2ψ der Winkel, unter dem es nun erscheint, so ist

$$2\psi = \frac{ab}{p'}, \text{ mithin}$$

$$m = \frac{\psi}{\varphi} = \frac{p}{p'};$$

demnach erhält man bei solchen Fernröhren die lineare Vergrößerung, wenn man die Brennweite des Hohlspiegels durch die des Oculars dividirt.

Fig. 226.

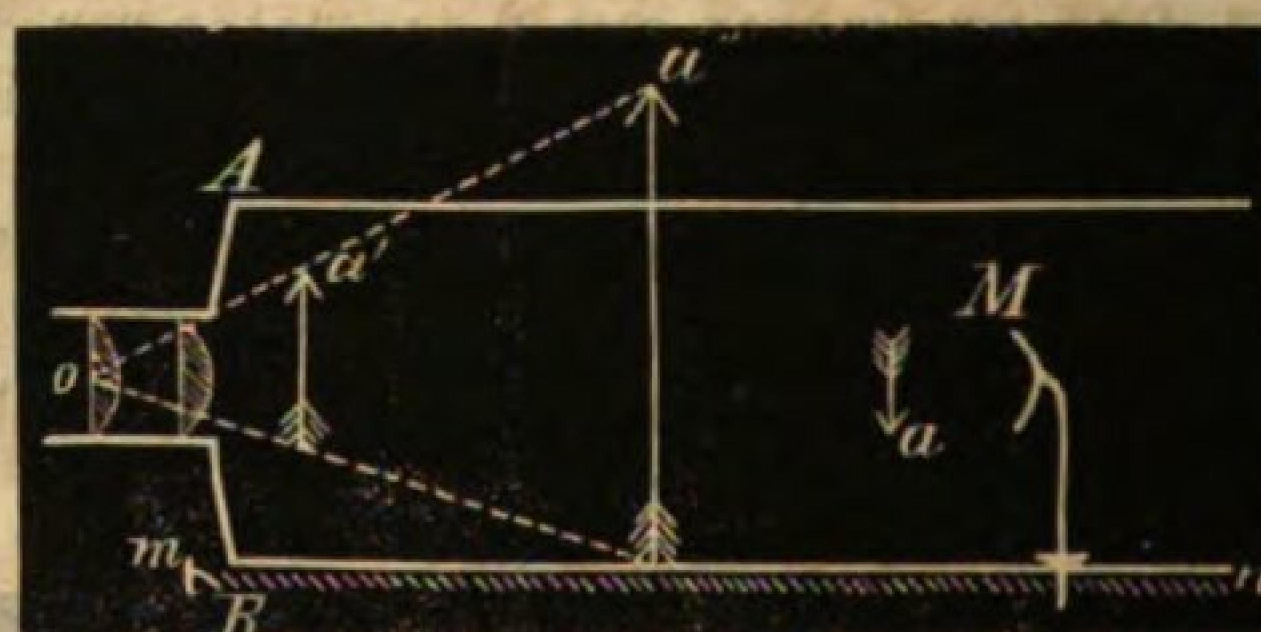


Beim Herschel'schen Teleskop, Fig. 226 ist die Axe des Hohlspiegels etwas nach abwärts

geneigt, damit das Bild an den Rand des Rohrs zu liegen komme, und dort mittelst eines Doppeloculars betrachtet werde. Da der Kopf des Beobachters einen Theil der Lichtstrahlen zurückhält, so müssen diese Teleskope einen großen Durchmesser haben; weil dieser Verlust an Licht bei der Newton'schen Einrichtung nicht stattfindet, so hat man sie in der neuesten Zeit der Herschel'schen vorgezogen.

Das Gregory'sche Fernrohr dient zur Betrachtung irdischer Gegenstände, indem diese in aufrechter Stellung gesehen werden; dem großen Hohlspiegel AB wird ein kleiner M so gegenübergestellt, daß das vom ersteren in seiner Brennweite erzeugte umgekehrte Bild a eines entfernten Objectes zwischen den Brenn- und den Krümmungsmittelpunkt des zweiten fällt, so daß nach der Reflexion der Strahlen am Spiegel M ein Bild von a in a' entsteht, das rücksichtlich a, Fig. 227, umgekehrt, und rücksichtlich des Objectes in aufrechter Stellung und vergrößert erscheint, und zwar innerhalb der Brennweite eines Doppeloculars, das in einer Oeffnung in der Mitte des großen Hohlspiegels befestigt ist. Der kleine Spiegel läßt sich mittelst einer Schraube mn dem Bilde a nähern und von ihm entfernen, damit a jedesmal in demselben Abstande vom Oculare erscheine, den die Sehweite des Beobachters erheischt. — Dieses Fernrohr kann wegen der sphärischen Abweichung an den beiden Hohlspiegeln keine ausgezeichnet deutlichen Bilder erzeugen. Cassegrain suchte die sphärische Abweichung, die der große Spiegel bewirkt, vermittelst eines Convexspiegels aufzuheben, der die vom Hohlspiegel kommenden Strahlen aufnimmt, bevor sie sich zu einem Bilde vereinigen.

Fig. 227.



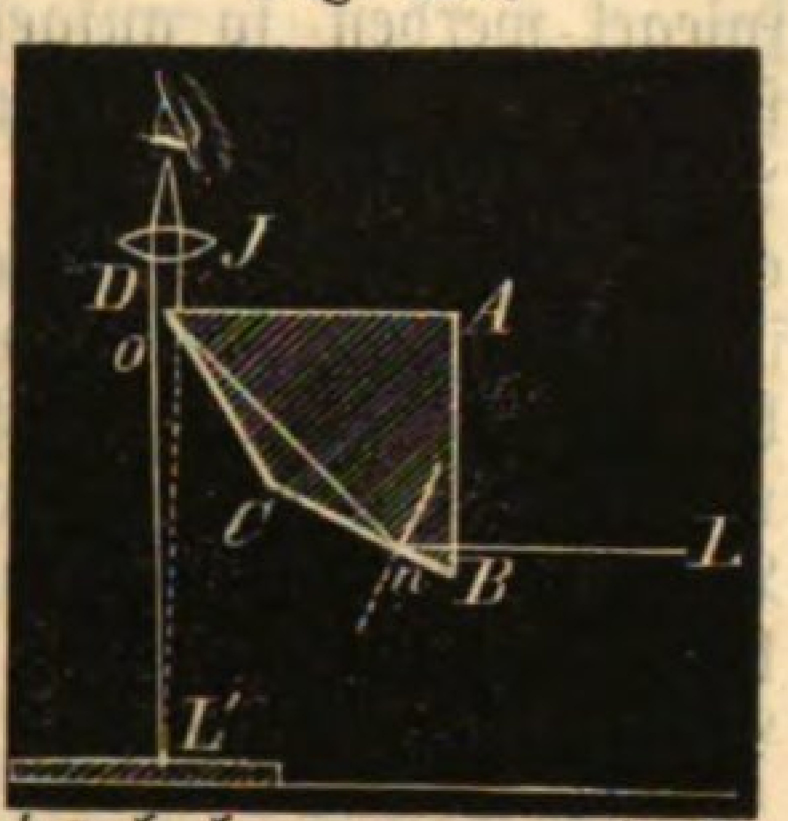
Die catroptischen Teleskope besitzen vor den dioptrischen den Vorzug, daß bei ihren Objectiven die Farbenzerstreuung ganz wegfällt, und die sphärische Abweichung kleiner ist, als bei Objectivlinsen von derselben Oeffnung und Brennweite; ferner, daß ihre Güte von der technisch vollkommenen Ausführung einer einzigen Fläche abhängt; allein die dioptrischen gewähren bedeutend größere Lichtstärke, eine größere Bequemlichkeit in der Handhabung und eine größere Dauerhaftigkeit, weil die Metallspiegel durch die Einwirkung der atmosphärischen Luft mit der Zeit ihre Politur und daher auch ihre Brauchbarkeit verlieren.

Liebig hat 1856 ein Verfahren erfunden, Glas so zu versilbern, daß die Versilberung am Glase festhaftet, ohne daß sie sich abblättert; diese Erfindung hatte die Folge, daß jetzt versilberte Glashohlspiegel zu Teleskopen verwendet werden, bei denen, da ihr Gewicht nicht groß ist, die Schwierigkeit in der Handhabung wegfällt. Auch ist die Politur leicht wieder herzustellen wenn sie gelitten haben sollte. Die reflectirte Lichtmenge ist nach Foucault nicht viel kleiner als diejenige, welche durch ein achromatisches Objectiv durchgelassen wird; da Hohlspiegel bei gleicher Brennweite eine größere Oeffnung vertragen, so kann durch Vergrößerung des Oeffnungsdurchmessers sogar eine größere Lichtstärke erzielt werden, als bei einem dioptrischen Fernrohre von gleicher Länge. Auf der Pariser Sternwarte ist ein Teleskop, dessen versilberter Glasspiegel unter Foucault's Leitung 1862 verfertigt worden war, 29 ½ Par. Zoll im Durchmesser zählt, 14 Fuß Brennweite hat, und äußerst leicht beweglich ist. Steinheil in München verfertigt solche Teleskope von ausgezeichneter Güte.

§. 176. Die Camera lucida von Wollaston, Fig. 228, wird gebraucht, um von einen wohlbeleuchteten Gegenstande, z. B. einem

Gebäude oder einer Landschaft ein treues, deutliches Bild auf einer horizontalen Fläche zu erzeugen und abzuzeichnen. Es besteht aus einem kleinen (1 Zoll langen und $^1/_2$ Zoll breiten) Glasprisma ABCD, welches man so zuschleift, daß AB = AD, der Winkel DAB = 90°, und DC = BC wird, wo dann der Winkel DCB = 135°, daher der Winkel ADC = CBA = 67$^1/_2$ Grade zählt; das Prisma befindet sich in einer Fassung, die auf einem Rohre befestigt ist, das in einem zweiten mit einem gewichtigen breiten Fuße versehenen sich auf und ab bewegen, und so der Papierfläche nähern und von ihr entfernen läßt; da die Röhre selbst vermittelst eines an ihrem unteren Ende angebrachten Scharniers in einer verticalen Ebene beweglich ist, so kann man dem Prisma immer die gehörige Lage gegen die einfallenden Strahlen geben. Man kehrt nämlich die ebene Fläche AB gegen das entfernte Object, das man abzeichnen will, dergestalt, daß sie von den von einem Punkte L ausfahrenden Strahlen in senkrechter Richtung getroffen wird; die Strahlen treten ungebrochen in das Prisma ein, erleiden aber an den Ebenen BC und DC eine totale Reflexion, in Folge welcher sie auf die Ebene AD nahe an der Kante D senkrecht auffallen, und daher wieder ungebrochen in das Auge O gelangen, so daß dieses den Punkt L in L′ auf der hier befindlichen weißen Papierfläche erblickt. Das Auge muß eine solche Lage haben, daß die Mitte der Pupille über der Kante ruht, damit es durch die eine Hälfte der Pupille das Bild in L′, durch die andere aber vermöge des direct kommenden Lichtes den Ort der horizontalen Fläche, auf der das Bild erscheint, sehen könne. Bringt man daher die Spitze des Bleistiftes an einen Punkt des Bildes, so sieht man sie gleichzeitig mit dem Bilde, und kann letzteres nachzeichnen. Um das Auge stets in der passenden Stellung zu erhalten, bedeckt man AD mit einem Metallblättchen, welches dort, wo sich die Pupille befinden soll, einen kleinen Ausschnitt hat. Man sieht deutlicher, wenn man vor das Auge eine passende Sammellinse anbringt.

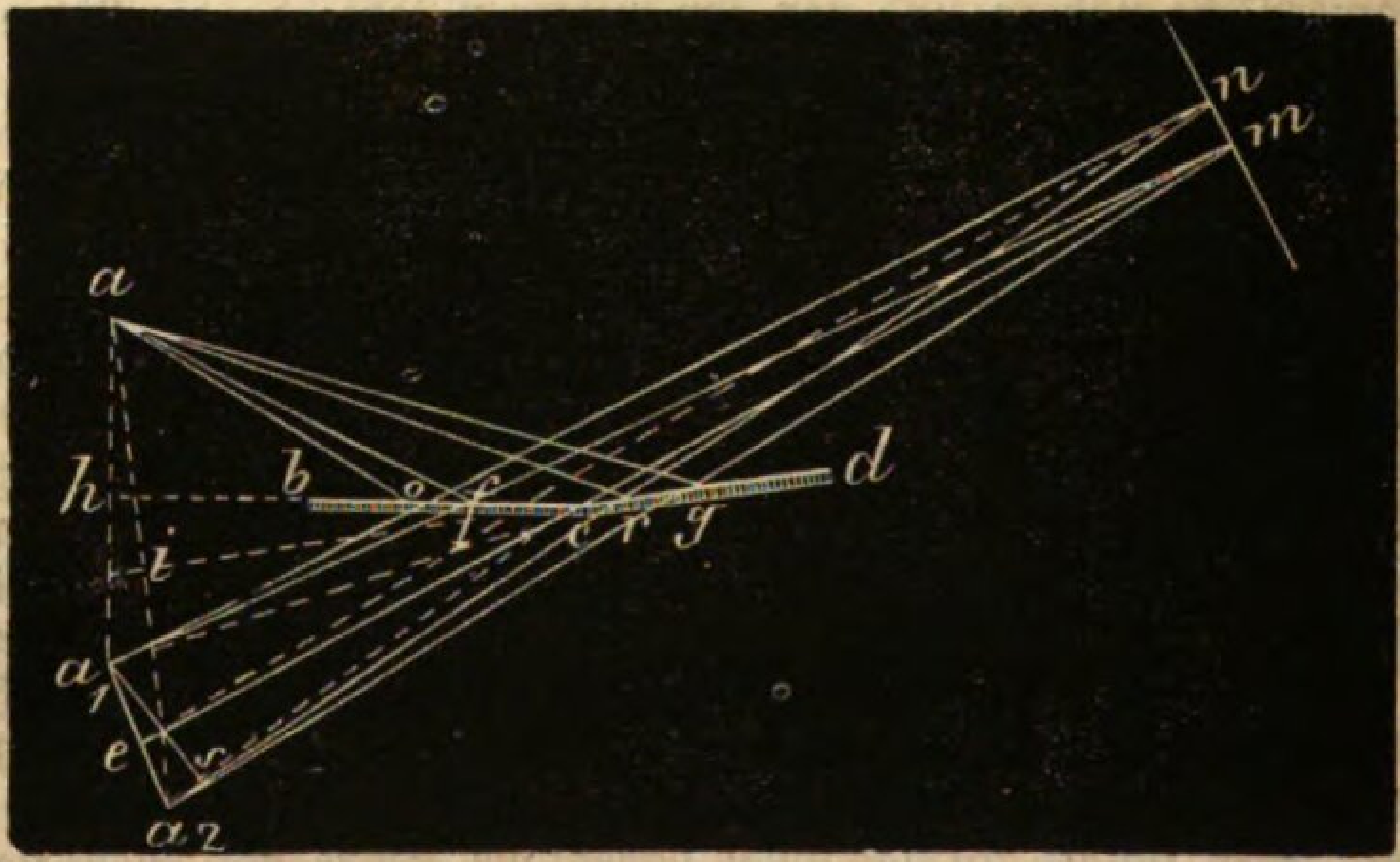
Fig. 228.



§. 177. **Interferenz des Lichtes.** Die Gesetze der Interferenz des Lichtes lassen sich durch den von Fresnel herstammenden Spiegelversuch am vollständigsten nachweisen, und die Erscheinungen am reinsten darstellen, wenn man dicht an der schmalen, rechteckigen Spalte, durch die man directes Sonnenlicht in ein verfinstertes Zimmer leitet, einen Abschnitt eines Glascylinders so einsetzt, daß die ebene Fläche gegen die Spalte, die convexe gegen das Zimmer gewendet erscheint; dadurch wird das eintretende Sonnenlicht zu einer mit der Spalte parallelen Lichtlinie concentrirt. Will man die Untersuchung mit homogenem Lichte anstellen, so wird das weiße Licht vor der Spalte mittelst eines dreiseitigen Prisma in seine farbigen Bestandtheile zerlegt, und nur eine Farbengattung durch die Spalte geleitet, oder man läßt das zu einer Lichtlinie concentrirte Licht durch ein farbiges Glas durchgehen, welches nur eine Farbengattung durchzulassen vermag; ja es ist hinreichend, das Phänomen mittelst eines solchen farbigen Glases zu betrachten. — Zwei an der Hinterseite geschwärzte, und unter einem

sehr stumpfen, wenig von 180° abweichenden Winkel geneigte Planspiegel werden so aufgestellt, daß die Kante, in welcher sie zusammenstoßen, zu der Spalte und der Lichtlinie parallel steht. Um die geringe Neigung zu bewirken, bringt man die beiden spiegelnden Flächen in eine Ebene, bewegt hierauf die eine Fläche äußerst wenig, und so, daß immer die aneinanderstoßenden Kanten genau zu einander parallel bleiben. Die auf die zwei Planspiegel auffallendeu Lichtstrahlen werden so reflectirt, daß man sowohl in einem als in dem andern ein Bild der Lichtlinie erblickt. Es seien bc und cd, Fig. 229, die Durchschnitte der beiden Planspiegel mit einer Ebene, a ein in dieser Ebene liegender Punkt der Lichtlinie, so ist a_1 das Bild dieses Punktes in einem, und

Fig. 229.



und a_2 das Bild desselben im andern Spiegel; sämmtliche von a auf bc und cd auffallende Strahlen werden demnach von den Spiegeln so reflectirt, als wären a_1 und a_2 vollkommen gleichartige Lichtpunkte, mithin Mittelpunkte von Lichtwellen von vollkommen gleichen Längen. Der Abstand der beiden Bilder a_1 und a_2, dessen Größe wir mit b bezeichnen wollen, kann nur immer sehr klein sein; verbinden wir den Mittelpunkt e desselben und auch die Punkte a_1 und a_2 mit c, so sieht man, daß wegen der Congruenz der Dreiecke ach und a_1 ch auch ac $= a_1$ c, und wegen der Congruenz der Dreiecke aci und a_2 ci auch a_2 c $=$ ac, mithin daß a_1 c $= a_2$ c, daher auch das Dreieck a_1 ce congruent mit dem Dreiecke a_2 ce ist, und die Gerade ce auf der a_1 a_2 senkrecht steht.

Stellt man in einer hinreichend großen Entfernung (10 bis 15 Fuß) einen weißen Schirm senkrecht auf die Verlängerung von ec auf, und verbindet den Punkt m des Schirmes, den die verlängerte ec trifft, sowohl mit a_1 als auch mit a_2, dann die Punkte f und g, in welchen die Geraden a_1 m und a_2 m die Spiegelfläche schneiden, mit dem Lichtpunkte a, so sind af und ag die Strahlen, die nach erlittener Reflexion sich im Punkte m durchkreuzen, und zwar wegen der Kleinheit von a_1 a_2 im Vergleich zu der Entfernung des Punktes m vom Spiegel, unter einem so kleinen spitzigen Winkel, daß man die Richtungen a_1 m und a_2 m als parallel betrachten, und daher auch annehmen kann, daß das am Durchkreuzungspunkte (Interferenzpunkte) befindliche

und in einer auf dem Strahle senkrecht stehenden Richtung vibrirende Aethertheilchen m von jedem einzelnen Strahle beinahe in der nämlichen Richtung zur Schwingung angeregt wird, weßhalb man, um die resultirende Schwingung zu erfahren, nur auf den Unterschied der Schwingungsphasen im Momente des Zusammentreffens zu sehen hat. Dieser Unterschied hängt von der Differenz der Wege ab, welche die interferirenden Strahlen von der gemeinschaftlichen Lichtquelle an bis zum Interferenzpunkte zurückgelegt haben. Nun ist:

1. $af = a_1 f$, weil die Dreiecke afh und a_1 fh congruent sind: ferner $ag = a_2 g$, da auch agi und a_2 gi congruent sind, mithin ist $af + fm = a_1 m$, und $ag + gm = a_2 m$; aus der Congruenz der Dreiecke a_1 me und a_2 me folgt aber, daß $a_1 m = a_2 m$, und daß daher die von a ausgehenden und in einem Punkte m der verlängerten Geraden ec zusammentreffenden Lichtstrahlen gleiche Wege zurücklegen, daher wird das Aethertheilchen in m von beiden Strahlen gleichzeitig zur Schwingung nach der nämlichen Richtung angeregt; der Unterschied der Schwingungsphasen ist demnach gleich Null, folglich die Amplitude, die das Aethertheilchen durch die Interferenz erhält, doppelt so groß als in dem Falle, wo m nur durch die Einwirkung eines Strahls (einer Welle) in Schwingung versetzt worden wäre; da dieß von jedem Punkte der durch a gehenden verticalen Lichtlinie gilt, so sieht man auf dem Schirme in m eine auf em senkrecht stehende Linie (einen Streifen) von der Farbe des auf die Spiegel auffallenden Lichtes, und von einer Intensität, die doppelt so groß ist, als die Summe der Intensitäten der einzelnen Strahlen, da bekanntlich die Lichtintensität dem Quadrate der Amplitude proportionirt ist.

2. Nehmen wir in der auf em senkrechten Geraden einen nicht weit von m entfernten Punkt n an, so bilden die hier zusammentreffenden Strahlen noch immer einen sehr spitzigen Winkel, sie sind beinahe zu einander parallel, und auch von gleicher Intensität. Untersuchen wir die Unterschiede der Wege der in n zusammentreffenden Strahlen $ao + on$ und $ar + rn$; so ist, da $ao = a_1 o$ und $ar = a_2 r$, der Strahl $ao + on = a_1 n$, und der andere $ar + rn = a_2 n$. Denkt man sich um den Punkt n mit dem Halbmesser $a_1 n$ einen Kreisbogen $a_1 s$ beschrieben, so gibt $a_2 s$ den Unterschied der Wege der in n zusammentreffenden Strahlen; der Bogen $a_1 s$ kann wegen seiner Kleinheit als eine gerade auf ns senkrecht stehende Linie angenommen werden, und da en zu sn nahe parallel ist, so steht $a_1 s$ auch auf en senkrecht; daher ist der Winkel $a_2 a_1 s$ gleich dem Winkel men. Setzen wir diesen Winkel $a_2 a_1 s = \varphi$, und $a_2 s = \delta$, $mn = d$, und $em = c$, so ist

$$\delta = b \sin. \varphi, \text{ und } d = c \text{ tang. } \varphi,$$

oder da der Winkel φ immer nur sehr klein ist,

$$\delta = b\,\varphi \text{ und } d = c\varphi.$$

Die Größen d, c, b lassen sich messen, und hieraus φ und δ berechnen.

3. Die Erscheinungen auf dem Schirme stehen mit der Theorie in vollkommenster Uebereinstimmung; denn die Untersuchungen lehren, daß an jeder seitwärts von m in einem solchen Abstande (d) befindlichen Stelle n, für welche δ gleich wird einer geraden Anzahl von halben Wellenlängen, ein farbiger Streifen von der Lichtstärke des in m vorkommenden zum Vorschein kommt; dagegen an jenen dazwischen liegenden

Stellen, für welche δ einer ungeraden Anzahl von halben Wellenlängen gleich ist, ganz dunkle Streifen entstehen, indem sich daselbst die Strahlen vollkommen auslöschen. Ist der Werth von δ weder ein gerades noch ein ungerades Vielfaches einer Wellenlänge, so ist die resultirende Schwingungsintensität des im Interferenzpunkte befindlichen Aethertheilchens zwischen Null und der zweifachen partiellen Schwingungsintensität, und nähert sich der einen oder der andern Grenze mehr oder weniger, je nachdem δ, d. i. der Unterschied der Wege der interferirenden Strahlen, sich einer der angegebenen Grenzen mehr oder weniger nähert.

4. Ist λ die Länge einer Welle, so ist $\delta = \frac{n\lambda}{2}$

$$\text{und } \varphi = \frac{\delta}{b} = \frac{n\lambda}{2b} \ (1),$$

wo n für helle Streifen eine gerade, und für dunkle eine ungerade Zahl bedeutet. Für den nächsten weiter von m abstehenden hellen oder dunklen Streifen übergeht δ in δ', n in n + 2, und φ in φ', mithin ist

$$\varphi' = \frac{\delta'}{b} = \frac{(n+2)\,\lambda}{2b}, \text{ folglich } \varphi' - \varphi = \frac{\lambda}{b},$$

somit der Abstand je zwei nächster heller oder dunkler Streifen von einander

$$d' - d = \frac{c\lambda}{b} \ (2);$$

hieraus ergibt sich:

a) daß jede hellste Linie genau in der Mitte zwischen je zwei dunkelsten Linien liegt; die Lichtstärke nimmt also zu beiden Seiten der hellsten Linien allmälig bis zur vollständigen Dunkelheit ab; nennt man den zwischen je zwei dunkelsten Linien liegenden Theil ein Spectrum, so ist die Größe $\varphi' - \varphi$ oder $d' - d$ das Maß der Breite eines Spectrums.

b) Bei demselben Lichte, also bei unveränderlichem Werthe der Wellenlänge haben alle Spectra dieselbe Breite; diese wird desto größer, je größer c und je kleiner b wird, d. h. die hellsten Linien rücken desto mehr auseinander und die Streifen erscheinen desto breiter, je weiter der Schirm von den Spiegeln entfernt wird, und je mehr sich der Neigungswinkel dieser Spiegel dem Winkel von 180° nähert.

c) Da die Wellenlänge verschiedenfarbiger Strahlen verschieden groß ist, und zwar am kleinsten bei den violetten und am größten bei den rothen, so folgt, daß die Breite eines Spectrums im rothen Lichte am größten ist, mit der Brechbarkeit des Lichtes aber abnimmt, so daß sie im violetten unter denselben Umständen am kleinsten wird. Violette Streifen stehen demnach näher bei einander als rothe.

5. Dieselbe Reihenfolge von parallelen farbigen und dunklen Streifen, die auf einer Seite von m erscheint, bildet sich auch auf der andern Seite von m. Zählt man die Streifen von m an, so ist für den ersten, zweiten, dritten . . . . hellen Streifen der Werth von δ gleich $\frac{2\lambda}{2}, \frac{4\lambda}{2}, \frac{6\lambda}{2} \ldots.$, mithin d gleich $\frac{c\lambda}{b}, \frac{2c\lambda}{b}, \frac{3c\lambda}{b} \ldots.$ Bestimmt man den irgend einem Streifen zugehörigen Werth von φ durch wirkliche Messung, so ergibt sich aus der Gleichung (1)

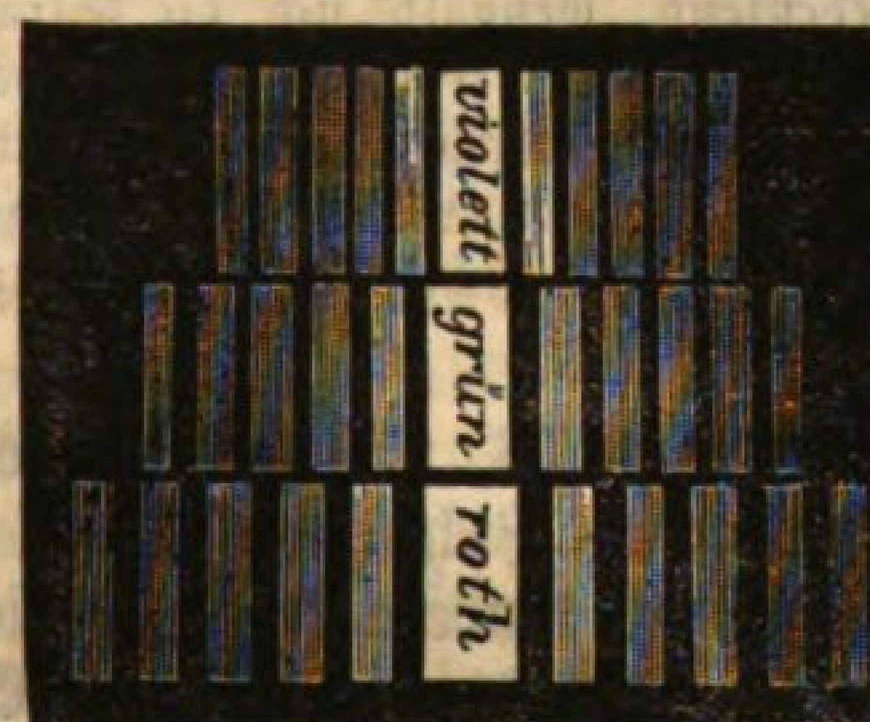
$$\lambda = \frac{2b}{n} \cdot \frac{d}{c};$$

somit läßt sich die Größe der Wellenlänge berechnen.

Bedeckt man den einen Spiegel, so verschwindet die Interferenzerscheinung und der Schirm erscheint gleichmäßig beleuchtet. Läßt man die einen Spiegel treffenden Strahlen durch eine durchsichtige, von parallelen Seitenflächen begrenzte Platte durchgehen, so wird die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Strahlen beim Durchgange durch diese Platte geändert, was die nämliche Folge hat, als wenn eine Aenderung im Unterschiede der Wege der an einer Stelle interferirenden Strahlen eingetreten wäre, weßhalb die Lage der Punkte, wo sich die Strahlen am meisten verstärken oder schwächen, auch eine Aenderung, also die Lage der Streifen eine Verrückung erfährt, aus deren Größe sich der Brechungsexponent für die Platte berechnen läßt.

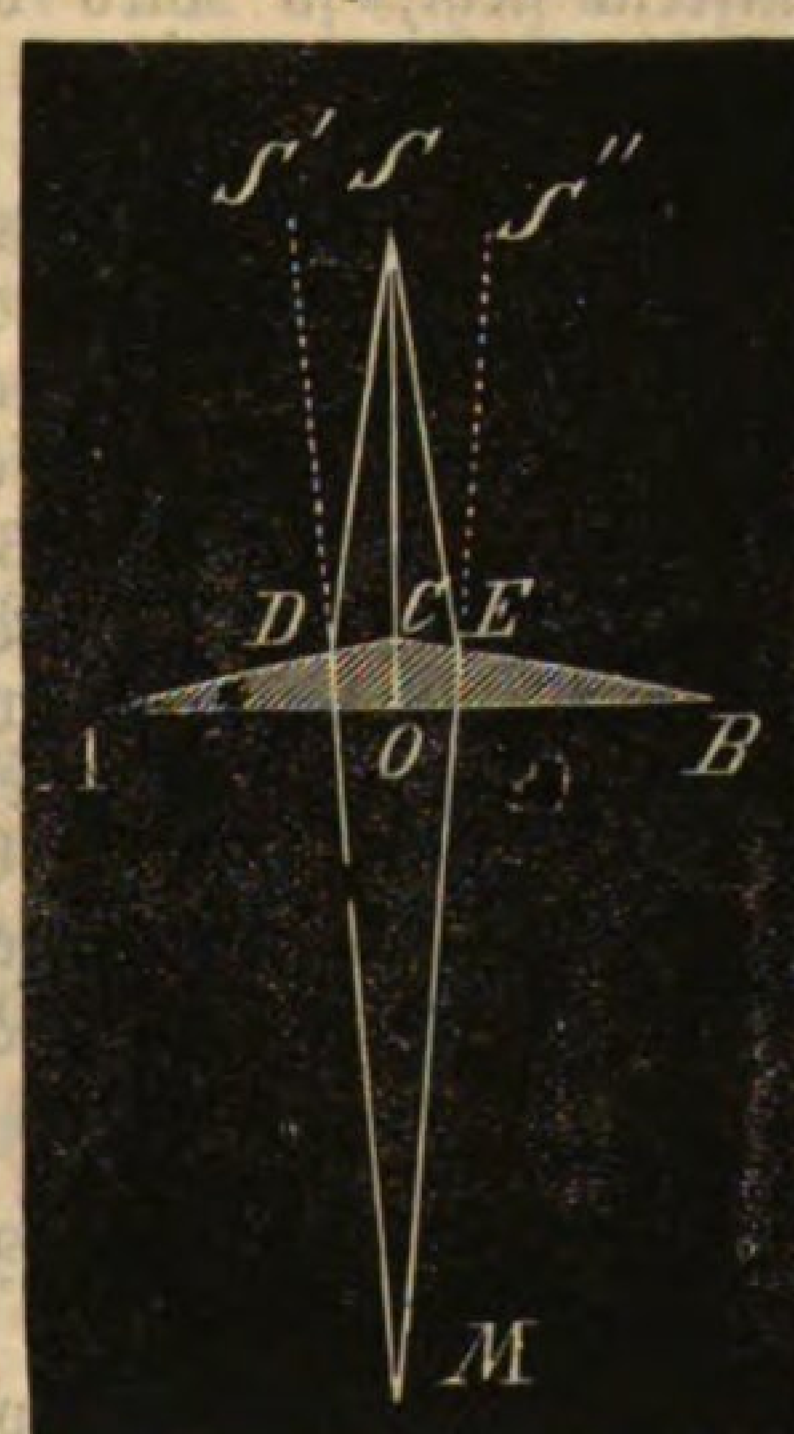
6. Fällt weißes Licht auf die Spiegel auf, so bildet jede Farbengattung desselben parallele Spectra; da die Spectra einer Farbe eine andere Breite haben, als die einer andern, so fallen, wie die Fig. 230 zeigt, die Spectra verschiedener Farben nur in der Mitte m aufeinander, weßhalb daselbst ein weißer Streifen entsteht, der nach innen gelbliche und nach außen rothe Ränder hat; die andern fallen an verschiedene Stellen des Schirms, decken sich theilweise, so daß in die einer Strahlengattung zugehörigen dunklen Theile die hellen Streifen einer anderen zu liegen kommen, aber auch helle Streifen verschiedener Farben sich theilweise über einander lagern, und gemischte Farben erzeugen; man sieht daher an beiden Seiten des weißen Streifens eine Reihe paralleler Streifen von verschiedenartigen Farben.

Fig. 230.



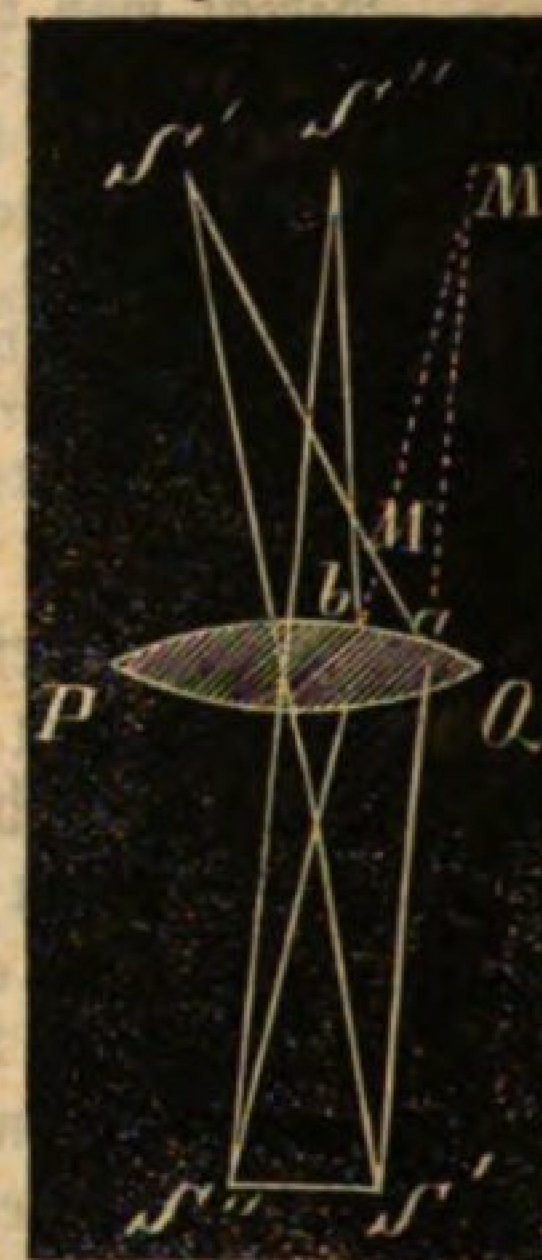
Das eben beschriebene Interferenzphänomen erzeugt man auch durch ein dreiseitiges Glasprisma von einem sehr stumpfen und zwei sehr spitzigen Winkeln, wovon ABC, Fig. 231, einen Durchschnitt mit einer auf den Kanten senkrecht stehenden Ebene vorstellt. Sieht man durch das Prisma nach dem Lichtpunkte S, indem man es so aufstellt, daß die Gerade SC auf AB senkrecht steht, so erblickt man ihn doppelt, weil man eigentlich durch zwei Prismen ACO und BCO sieht, von denen das erste den Lichtpunkt links nach S', der zweite rechts nach S" verschiebt, welche Verschiebung jedoch wegen der Kleinheit der brechenden Winkel nur gering sein kann, weßhalb die beiden Bilder nahe bei einander erscheinen. Die Strahlen treten demnach aus dem Prisma so heraus, als wenn sie von zwei nahe bei einander befindlichen Lichtpunkten kämen; sie werden daher in einer gewissen Entfernung vom Prisma unter sehr spitzigen Winkeln zusammentreffen und dasselbe Interferenzphänomen hervorbringen, wie nach der Reflexion an den Interferenzspiegeln. So z. B. werden die Strahlen SD und SE nach ihrem Austritte aus dem Prisma im Punkte M sich durchkreuzen. — Das Interferenzphänomen, mag es durch ein Prisma oder durch Spiegel hervorgebracht worden sein, betrachtet man mit einer Loupe, die in einem Abstande von 10 bis 12 Zoll so angebracht ist, daß ihre Axe mit der Geraden CS zusammenfällt. Die vortheilhafteste Stellung des Auges wird durch fol-

Fig. 231.



gende Betrachtung ermittelt: Es sei PQ, Fig. 232, die Loupe, welche von den Punkten S' und S'' die Bilder s' und s'' hervorbringt, welche, da die von jedem Punkte kommenden Strahlen beinahe parallel auffallen, nahe in der Brennweite dieser Linse erscheinen; daher wird der Strahl S'a, der mit dem Strahl S''b im Punkte M vor der Linse zur Interferenz kommt, im Punkte s', und S''b im Punkte s'' mit seinem Hauptstrahle sich vereinigen. Verlängert man diese Strahlen vorwärts, so treffen sie im Punkte M' zusammen, und in diesem Punkte sieht nun das in s's'' befindliche Auge die in M sich ergebende Interferenz-Erscheinung und darin jeden Farbenstreifen vergrößert. Da alle von S' kommenden Strahlen sich in s', und die von S'' ausgehenden sich in s'' vereinigen, so empfängt das Auge, dessen Pupille den Ort s'' s' einnimmt, die größte Menge der interferirenden Strahlen. — Beim Gebrauch des Interferenzprisma wendet man homogenes Licht an, weil im weißen Lichte wegen der bei der Brechung eintretenden Farbenzerstreuung das Interferenzphänomen sich nicht rein darstellt.

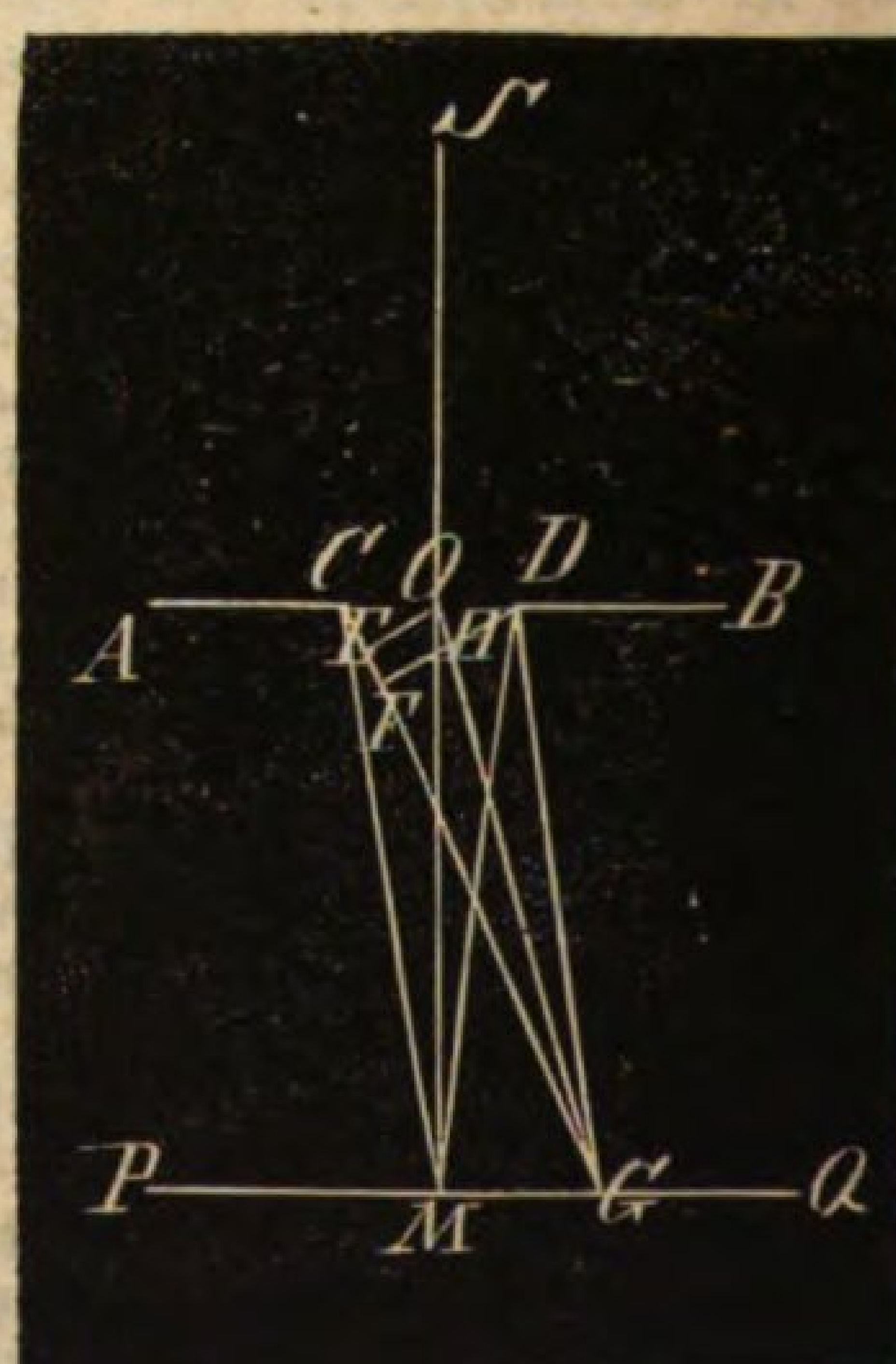
Fig. 232.



Ist der Unterschied der Wege der zusammentreffenden Strahlen groß, so ist auch der Unterschied in der Intensität bedeutend, weßhalb sich die Strahlen niemals vollständig aufheben können; jedoch haben in der neuesten Zeit Fizeau und Foucault durch Versuche dargethan, daß bei ganz homogenem Lichte auch bei einem Gangunterschiede von mehreren Tausend Wellenlängen sichtbare Interferenzen möglich sind.

§. 178. Beugung des Lichtes durch eine enge Spalte. Läßt man homogenes Licht durch eine schmale Spalte in ein verfinstertes Zimmer eintreten, concentrirt es, wie bei dem früheren Interferenzversuche vermittelst eines cylindrischen Glasabschnittes zu einer Lichtlinie, und leitet es hierauf auf eine zweite, zur Höhe der erstern parallele rechteckige Spalte, die in einer Metallplatte angebracht ist, sich erweitern und verengern läßt, und 1 bis 2 Klafter weit von der ersten Spalte entfernt steht, so wird das Licht durch die letztere Spaltöffnung gebeugt, d. h. von seiner geradlinigen Richtung seitwärts abgelenkt, und es erscheint auf einer hinter der beugenden Spalte in hinreichend großem Abstande stehenden weißen Tafel das Interferenzphänomen. Denn es sei AB, Fig. 233, die mit einer engen Spalte von der Breite CD versehene Metallplatte, die von homogenen Lichtstrahlen, welche von einer entfernten, zur Höhe der Spalte CD parallelen Lichtlinie ausgehen, in senkrechter Richtung getroffen wird; PQ sei die Tafel, auf der die Erscheinung zu sehen ist, und die man parallel zu AB aufstellt, so daß der durch O die Mitte von CD gehende Strahl SO auf ihr senkrecht steht. Wegen des großen Abstandes der Lichtquelle von AB und der Kleinheit von CD kann man die von einem Punkte S an die Spalte CD gelangenden Lichtstrahlen

Fig. 233.



als unter sich parallel, mithin das Stückchen der kugelförmigen Lichtwelle, die von S ausgeht und die beugende Spalte trifft, als eine mit dieser Spalte zusammenfallende Ebene annehmen; sämmtliche in der Spalte befindliche Aethertheilchen werden daher gleichzeitig zur Schwingung angeregt, und befinden sich in jedem Augenblicke in vollkommen gleichen Schwingungsphasen. Indem jedes Aethertheilchen die Schwingungsphase, in der es sich befindet, nach allen Seiten fortpflanzt, gerade so, als wenn es ein selbstleuchtendes Theilchen wäre, bildet es einen Mittelpunkt von Lichtwellen, und sendet nach allen Seiten Strahlen aus, welche eigentlich die Richtungen bezeichnen, längs welcher die dem Aethertheilchen eigenthümlichen Schwingungsphasen sich fortpflanzen; demnach gehen von jedem Punkte der Spalte CD gleichzeitig Wellen aus, und daher auch Lichtstrahlen nach allen Richtungen.

Die Lichtstrahlen, die von jedem Punkte des Wellenstücks CD ausgehen, und in irgend einem Punkte der entfernt stehenden Tafel PQ zusammentreffen, sind, da sie unter sehr spitzigen Winkeln sich schneiden, als parallel zu betrachten; diejenigen, die in dem Punkte M, welcher von der auf PQ senkrechten SOM getroffen wird, sich vereinigen, sind sämmtlich zu OM parallel, daher sind die Wege, die sie bis zum Punkte M zurücklegen, nahe einander gleich, und die Schwingungsphasen, in denen sie in M ankommen, vollkommen übereinstimmend, weshalb in M eine Helligkeit entsteht, die an keinem andern Orte der Tafel PQ vorkommen kann, weil nirgends mehr ein so übereinstimmendes Zusammenwirken der von CD ausgehenden Strahlen stattfindet; denn an jedem andern Punkte G treffen ungleich lange Strahlen, mithin verschiedenartige Schwingungsphasen zusammen, deren Ergebniß man findet, wenn man um G mit dem kürzesten Strahl DG einen Kreisbogen DF beschreibt, so daß DG = GF wird; da DF als eine gerade auf CG senkrecht stehende Linie angenommen werden kann, so ist, wenn man den Unterschied zwischen dem längsten und dem kürzesten Strahl des Lichtbündels CGD, nämlich CF mit δ und den Winkel CDF, den man Beugungswinkel nennt, mit φ bezeichnet, ferner CD = b, OM = c, MG = d setzt, und berücksichtigt, daß die Winkel MOG und CDF, deren Schenkel stückweise aufeinander senkrecht stehen, einander gleich und sehr klein sind:

$$\varphi = \frac{\delta}{b} \text{ und } d = c\varphi = \frac{c\delta}{b}.$$

Ist der Abstand des Punktes G von M so beschaffen, daß $\delta = \frac{\lambda}{2}$, d. h. gleich einer halben Wellenlänge ist, so werden sich wohl die Strahlen CG und DG vernichten, allein durch das Zusammenwirken der übrigen wird noch immer eine Lichtstärke erzeugt, die 0.4 von der der ungebeugten Strahlen beträgt; daher erstreckt sich der helle Streifen an beiden Seiten von M bis $d = \frac{c\lambda}{2b}$. Hierauf wird die Erleuchtung unmerklich, und ist Null, wenn G so weit entfernt ist, daß $\delta = \frac{2\lambda}{2}$, mithin die von O auf CG gefällte Senkrechte CE $= \frac{\lambda}{2}$ wird; denn es werden sich

in G nicht nur die Strahlen CG und OG aufheben, sondern es wird, da derselbe Gangunterschied zwischen je zwei von C und O gleich weit abstehenden Strahlen besteht, die Wirkung aller von CO ausgehenden Strahlen durch die entgegengesetzte der von OD kommenden aufgehoben, und der Punkt G wird dunkel erscheinen; der Abstand dieses Punktes G von M, nämlich MG ist nun gleich $\frac{c\lambda}{b}$. Ist $\delta = \frac{4\lambda}{2}$, so theilt man CD in vier gleiche Theile, und es ist leicht einzusehen, daß der Gangunterschied der im ersten und zweiten, so wie jener der im dritten und vierten Theile gleichliegenden Strahlen eine halbe Wellenlänge beträgt, und daß daher im Punkte G die Wirkung des ersten Theils durch die des zweiten, und die des dritten Theils durch die des vierten abermals aufgehoben wird, und daher die Lichtstärke in G auf Null herabsinkt. — Die nämliche Dunkelheit muß an allen Stellen herrschen, für welche δ einer geraden Anzahl von halben Wellenlängen gleich ist.

Hat ein Punkt J eine solche Lage, daß $\delta = \frac{3\lambda}{2}$, so denkt man sich CD in 3 gleiche Theile getheilt, die Strahlen des ersten und des zweiten Drittels, da der Gangunterschied je zwei gleichliegender $= \frac{\lambda}{2}$ ist, heben sich in J gegenseitig auf, und es bleibt nur die Wirkung des letzten Drittels übrig, weßhalb der Punkt J hell erscheint; aber die resultirende Schwingungsintensität, mithin auch die Lichtstärke ist viel kleiner, als in M. Auf ähnliche Art läßt sich nachweisen, daß an allen Stellen, für welche der Werth von δ eine ungerade Anzahl von halben Wellenlängen beträgt, ein Maximum der Lichtstärke vorkommt, aber daß die Helligkeit desto geringer wird, je größer der Gangunterschied δ, also je weiter die Stelle von M entfernt ist, indem bei $\delta = \frac{5\lambda}{2}$ nur $^1/_5$, bei $\delta = \frac{7\lambda}{2}$ nur $^1/_7$ von CD wirksam bleibt. Man erblickt daher an beiden Seiten von M eine abwechselnde Folge von hellen und dunklen Streifen, wie bei den früheren Interferenzphänomenen; aber die Helligkeit nimmt mit der Entfernung von m beständig ab.

Der Winkel φ, den ein gebeugter Strahl mit dem einfallenden oder mit SM einschließt, heißt sein Ablenkungswinkel; er ist derselbe für alle gebeugten in einem Punkte der Tafel PQ zusammentreffenden Strahlen, da dieselben als zu einander parallel betrachtet werden können. Setzt man $\delta = \frac{n\lambda}{2}$, so ist $\varphi = \frac{n\lambda}{2b}$, und $d = c\,\frac{n\lambda}{2b}$; für das nächstfolgende Maximum oder Minimum der Lichtstärke ist

$$\varphi' = \frac{(n+2)\lambda}{2b} \text{ und } d' = \frac{c(n+2)\lambda}{2b},$$

$$\text{mithin } \varphi' - \varphi = \frac{\lambda}{b} \text{ und } d' - d = c\,\frac{\lambda}{b}.$$

Die zwischen zwei Minima der Lichtstärke fallende Beugungserscheinung nennt man ein Beugungsspectrum; aus den letzten Ausdrücken ist zu ersehen, daß zu beiden Seiten von M die hellen und dunklen Streifen in der Art geordnet erscheinen, daß je zwei Minima der Licht-

stärke stets gleich weit von einander abstehen, und alle Spectra eine Breite haben, die dem Abstande des ersten Minimum von M gleich ist; ferner, daß in der Mitte eines jeden Spectrums ein Maximum der Lichtstärke stattfindet, zu beiden Seiten desselben aber die Lichtstärke bis zu Null abnimmt. M G wird auch als ein Spectrum betrachtet. Die Breite der Spectra ist wieder dem Abstande der Tafel von der beugenden Spalte und der Wellenlänge direct, und der Breite der Spalte umgekehrt proportionirt, was alles mit der Erfahrung vollkommen übereinstimmt.

Die Verschiedenheit in der Größe der Breite der Spectra bei verschiedener Brechbarkeit des Lichtes hat zur Folge, daß im vollen Sonnenlichte nur in der Mitte M ein weißer Streifen und zu beiden Seiten desselben eine Reihe von Farbenbildern erscheint.

Der weiße Streifen in der Mitte entsteht, weil dahin bei jeder Strahlengattung ein heller Streifen fällt; da jedoch der dahin fallende rothe und auch der gelbe von den andern schmälern nicht ganz gedeckt werden können, so ist an den Seiten des weißen Streifens ein gelber und rother Saum bemerkbar; an diesen schließt sich ein vollständiges Farbenbild an, in welchem, wie leicht zu begreifen ist, die violette Farbe dem weißen Streifen am nächsten steht, die rothe dagegen von ihm am weitesten entfernt ist. In dem nächstfolgenden Farbenbilde fällt das Violett mit einem Theile des vorhergehenden Roth zusammen, wodurch Purpurroth entsteht.

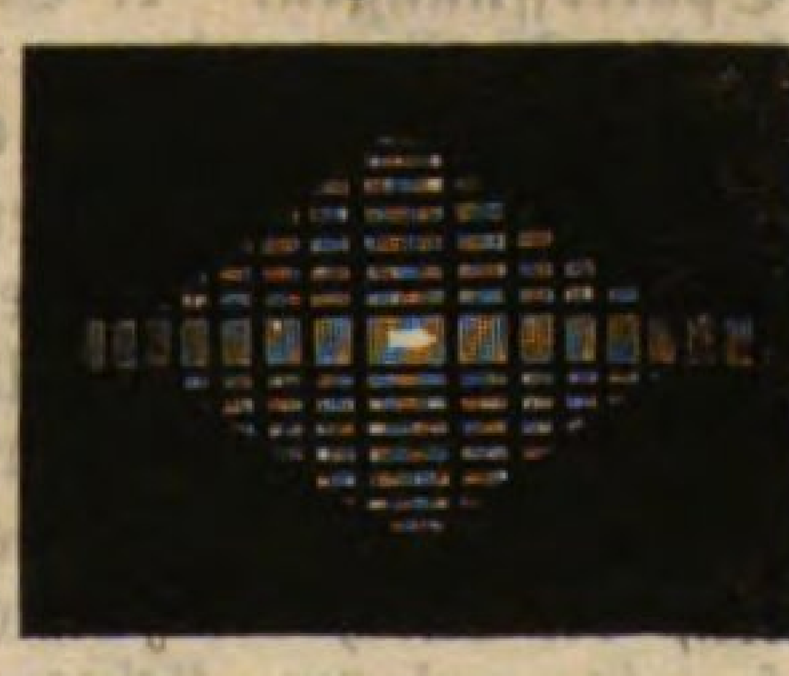
In einem dritten Farbenbilde fehlt das Blau, zuletzt bemerkt man nur schwaches Grün und Roth. — Diese Ordnung und Beschaffenheit der Farben ist an beiden Seiten von M vollkommen gleich. — Ist die Lichtquelle eine Spalte im Fensterladen, so hat die Breite derselben einen Einfluß auf die Reinheit und Deutlichkeit der Beugungserscheinung, indem das durch die verticale Spalte eindringende Lichtbündel aus mehreren verticalen Linien zusammengesetzt erscheint, deren jede ein eigenes System von Farbenstreifen bildet; bei einer breiteren Spalte muß die theilweise Uebereinanderlagerung der Streifen verschiedener Systeme eine Undeutlichkeit und bei einer gewissen Breite der Spalte sogar ein Verschwinden der Streifen bewirken.

Das beschriebene Beugungsphänomen erscheint ausgezeichnet lebhaft, wenn die beugende Spalte vor das Objectiv eines achromatischen Fernrohrs gestellt wird, wo dann die Strahlen, die auf der Tafel P Q in einem Punkte zusammentreffen, in parallelen Richtungen von der Spalte auf das Objectiv fallen, und daher ohne Aenderung ihres Gangunterschiedes in der Brennweite vereinigt werden. Die in der Brennweite gebildete Interferenzerscheinung wird mittelst eines Oculars betrachtet. Die Breite der beugenden Spalte kann nun größer sein, weil die in diesem Falle sich bildenden schmalen Streifen durch das Ocular vergrößert werden; die größere Breite der Spalte bewirkt eine größere Helligkeit der Erscheinung. — Man kann die Beugungserscheinung in einem gewissen Abstande von der Spalte auch vermittelst einer Loupe betrachten.

Bringt man dicht vor das Auge eine sehr enge Spalte, und sieht durch sie auf eine parallele Lichtlinie, so werden auch die von den verschiedenen Punkten der Spalte unter demselben Winkel gebeugten, also unter sich parallelen Strahlen in einem Punkte der Netzhaut vereinigt, und bringen daselbst eine Interferenzerscheinung hervor.

Läßt man das Licht durch eine kleine runde Oeffnung in ein verfinstertes Zimmer eintreten und leitet es hierauf durch eine kleine quadratförmige Oeffnung in einer Metallplatte, so wird es sowohl in horizontaler als in verticaler Richtung gebeugt und man erblickt ein farbiges Kreuz. Die Fig. 234 stellt es für homogenes Licht dar. — Ist die Oeffnung in der Metallplatte kreisrund, so erfolgt die Beugung nach allen Richtungen im gleichen Grade, weßhalb im homogenen Lichte das kreisrunde Bild der Oeffnung concentrische dunkle und helle Ringe umgeben; der erste dunkle Ring hat den Halbmesser $\frac{c\lambda}{b}$, wo c die **Brennweite** ist, wenn man die

Fig. 234.



Beugungserscheinung durch ein Objectiv erzeugt, und die kreisrunde Oeffnung unmittelbar vor der Linse steht.

Hieraus wird ersichtlich, daß das durch eine aplanatische Linse erzeugte Bild eines leuchtenden Punktes S, mag auch die Linse vollkommen sein, niemals als ein Punkt erscheinen kann, wenn die Strahlen vor ihrem Eintritte in die Linse durch kreisrunde Oeffnungen durchgehen mußten, wie z. B. durch die Pupille des Auges oder durch die Objectivöffnung eines Fernrohrs oder eines Mikroskops; das Bild erscheint in Folge der Beugung auf der Netzhaut oder in der Brennweite des Objectivs als ein kreisrundes Scheibchen, das von einem vollkommen dunklen Ringe vom Halbmesser $\frac{c\lambda}{b} = c\varphi$ umgeben ist; λ ist die Wellenlänge des homogenen Lichts, das der Lichtpunkt aussendet, b der Durchmesser der kreisrunden Oeffnung, c der Abstand der Beugungserscheinung von der Oeffnung, und φ der Winkel MOG, Fig. 233, für $\delta = \lambda$. Diesen Kreis, auf den zuerst Prof. Petzval aufmerksam machte, kann man den Abweichungskreis wegen der Beugung nennen. Das Bild eines zweiten Punktes S′, der so nahe an S ist, daß S′O mit SO einen Winkel SOS′ einschließt, der kleiner ist als $\varphi = \frac{\lambda}{b}$, erscheint auch als ein Kreis, welcher den ersteren zum Theil deckt, weßhalb beide Punkte nicht mehr scharf gesondert gesehen werden können. Diese Beugungserscheinung stört daher das deutliche Sehen. Ist CD = b der Durchmesser der Pupille, O ihr Mittelpunkt, so kann man den Winkel SOS′ dem Gesichtswinkel gleich setzen, unter dem der Abstand der beiden Punkte S und S′ gesehen wird; sollen diese Punkte gesondert auf der Netzhaut erscheinen, so darf der Gesichtswinkel SOS′ nicht kleiner sein als $\frac{\lambda}{b}$.

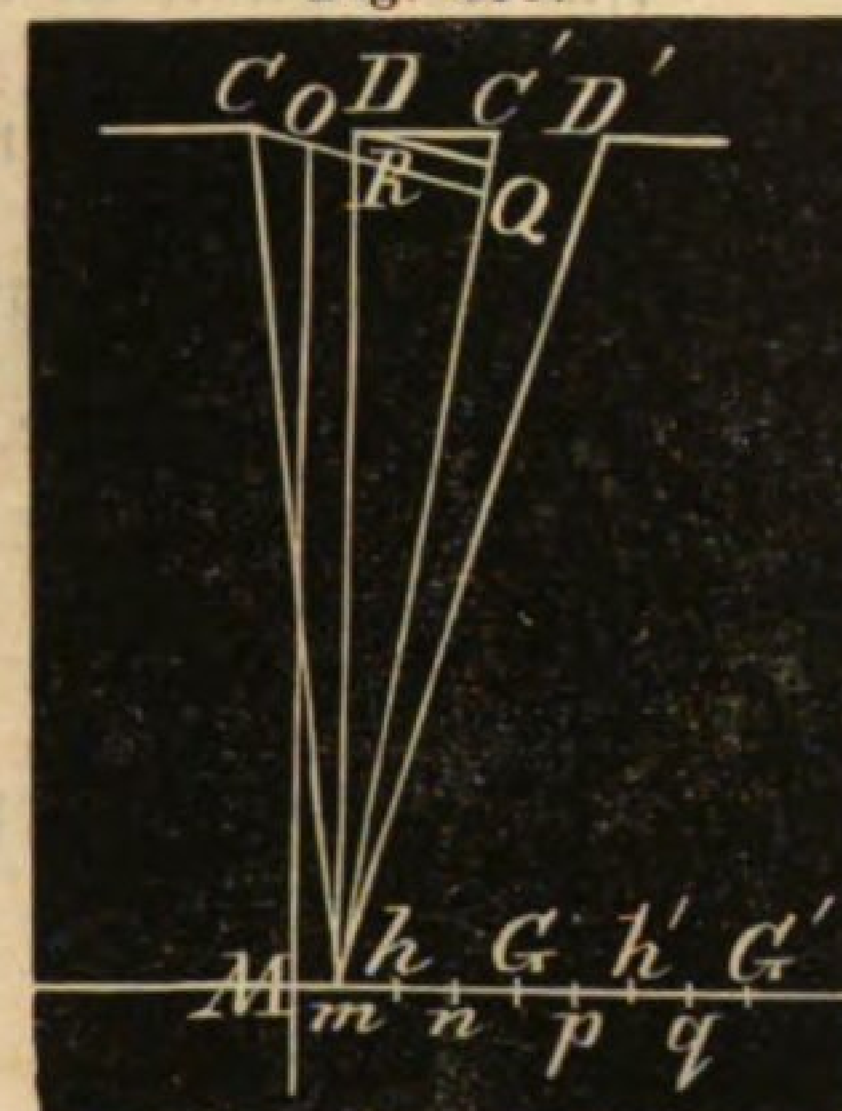
Da der Durchmesser der Pupille bei mäßiger Lichteinwirkung 4^{mm} beträgt, und an dem Orte D des orangegelben Lichtes im prismatischen Farbenbilde $\lambda = 0.0005888^{mm}$ zählt, so ist der Bogen $\varphi = 0.000147$ Theile des Halbmessers = 1. Dividirt man diesen Bogen mit der Länge von Arc. 1″ = 0.0000048481, so erhält man die Größe des Bogens φ in Secunden ausgedrückt; man findet $\varphi = 30''.3$; dieß ist nun der kleinste Winkel, unter dem uns der Abstand zweier Punkte erscheinen muß, wenn wir sie von einander unterscheiden sollen. Wir sind daher nicht im Stande, an Gegenständen von sehr geringer Ausdehnung die einzelnen Theile wahrzunehmen. Aus dem Ausdrucke für φ ist ersichtlich, daß dessen Werth wächst, wenn die Pupillenöffnung abnimmt; da letztere bei den Insecten, wenn ihre Augen eben so eingerichtet wären, wie die unsrigen und die der Wirbelthiere, sehr klein sein müßte, so wäre ihnen mit solchen Augen ein deutliches Sehen unmöglich; daher gab ihnen der Schöpfer Facettenaugen, nämlich eine Menge durchsichtiger auf einer converen Nervenhaut rechtwinkelig aufgestellter Kegel, deren jeder nur die Gegenstände zur Wahrnehmung bringt, die in seinem kleinen Gesichtsfelde sich vorfinden, so daß die Außenwelt diesen Geschöpfen in einer Menge von gesonderten Punkten vorgeführt wird.

Bei Fernröhren ist die lichtbeugende Oeffnung des Objectivs groß, daher der Werth von φ wohl gering, aber niemals gleich Null, und kann bei starken Vergrößerungen und nicht zu großer Oeffnung auf die Deutlichkeit störend wirken.

§. 179. Beugung des Lichtes durch zwei, drei, vier und mehrere Spaltöffnungen. 1. Es seien CD und C′D′, Fig. 235, zwei gleich breite Spalten und nur um die Breite einer Spalte von einander entfernt, daher CD = DC′ = C′D′; leiten wir homogenes, von einer zur Spalthöhe parallelen Lichtlinie kommendes Licht durch die beiden Spalten, und beobachten die sich bildende Beugungserscheinung auf einer gehörig weit gestellten Tafel PQ, oder mittelst eines hinter den Spalten stehenden Fernrohrs, so finden wir, daß die Spectra, die bei einer Spalte gebildet werden, in Folge der Interferenz mit den Strahlen, die durch die zweite Spalte gebeugt werden, durch schwarze Streifen in mehrere kleinere Spectra getheilt erscheinen, die man dann

secundäre oder Spectra **zweiter Klasse** nennt, denn

Fig. 235.



a) Die Strahlen die in beiden Spalten dieselbe Ablenkung erfahren, also in parallelen Richtungen von beiden ausgehen, werden in der Brennweite des Fernrohrs in einem Punkte vereinigt, oder sie treffen in einem Punkte der Tafel PQ zusammen. Ist die Ablenkung der von **einer** Spaltöffnung in parallelen Richtungen ausgehenden Strahlen, die wir ein Strahlenbündel nennen wollen, von der Art, daß sie sich im Interferenzpunkte aufheben würden, so kann durch das Hinzutreten des parallelen von der zweiten Spalte kommenden Strahlenbündels, da sich dessen Strahlen auch auslöschen, kein Licht erzeugt werden; daher werden die dunklen Theile der bei einer Spalte entstandenen Spectra noch immer dunkel bleiben, wenn auch eine zweite gleich breite Spalte neben der ersten angebracht wird. Es seien G, G' . . . die auf einer Seite von M befindlichen Minima der Lichtstärke, so ist

$$\text{für G, } \varphi = \frac{\lambda}{b}, \text{ und } d = \frac{c\lambda}{b},$$

$$\text{für G', } \varphi' = \frac{2\lambda}{b}, \text{ und } d' = \frac{2c\lambda}{b} = 2d, \text{ u. s. f.}$$

b) Die hellen Streifen im Beugungsbilde einer Oeffnung können durch das von der zweiten Spalte gebeugte Licht verändert werden; denn es kann jedes Strahlenbündel für sich an einer Stelle Helligkeit erzeugen, allein immer ist es möglich, daß die an einer Stelle durch ein Strahlenbündel erzeugte Schwingungsintensität im Gegensatze steht zu der, die an derselben Stelle durch das zweite erzeugt wird, weßhalb durch das Mitwirken des zweiten Strahlenbündels an Stellen Dunkelheit entstehen kann, welche im Beugungsbilde einer Oeffnung hell erscheinen. Nehmen wir an, m sei eine Stelle, für welche der Gangunterschied δ der Strahlen C'm und Cm gleich ist einer halben Wellenlänge, also

$$C'Q = \delta = C'm - Cm = \frac{\lambda}{2},$$

$$\text{mithin} \qquad DR = \frac{\lambda}{4} = \delta';$$

die Stelle m müßte daher durch die Strahlen der Oeffnung CD erleuchtet erscheinen; allein so wie die Strahlen Cm und C'm, eben so werden auch die ähnlich liegenden Strahlen der beiden Oeffnungen wegen des gleichen Gangunterschiedes von $\frac{\lambda}{2}$ im Punkte m sich gegenseitig vernichten, mithin wird in m die Lichtstärke auf Null herabsinken.

Für den Punkt m ist der Ablenkungswinkel

$$\varphi = \frac{DR}{b} = \frac{\lambda}{4\,b}, \text{ und } Mm = \frac{c\,\lambda}{4\,b} = \frac{d}{4}, \text{ da } d = \frac{c\,\lambda}{b} \text{ ist}$$

Eben so ist klar, daß an den Stellen n, p, q, für welche

$$\delta = \frac{3\lambda}{2}, \frac{5\lambda}{2}, \frac{7\lambda}{2} \ldots\ldots, \text{ mithin}$$

$$\delta' = \frac{3\lambda}{4}, \frac{5\lambda}{4}, \frac{7\lambda}{4} \ldots\ldots,$$

und der Abstand von M die Werthe

$$= \frac{3d}{4}, \frac{5d}{4}, \frac{7d}{4} \ldots \text{ erlangt,}$$

die Wirkung der Strahlen der ersten Oeffnung durch die der zweiten Oeffnung abermals aufgehoben wird, daher die Stellen n, p, q, auch vollkommen dunkel erscheinen. Da nun

$$Mm = \frac{d}{4}, \; Mn = \frac{3d}{4},$$

$$MG = d, \; Mp = \frac{5d}{4}, \; Mq = \frac{7d}{4},$$

und $MG' = 2d = \frac{8d}{4}$ u. s. f.,

so wird jedes Spectrum der ersten Klasse durch zwei dunkle Streifen in drei Spectra der zweiten Klasse getheilt; so z. B. MG durch die dunklen Streifen in m und n, das zweite MG′ durch die in p und q; die Breite des mittleren secundären Spectrums ist $mn = \frac{2d}{4}$, mithin doppelt so groß, als die der beiden andern. An den Stellen h, h′..., wo die Mitte des Spectrums der ersten Klasse mit der Mitte eines Spectrums der zweiten Klasse zusammenfällt, für welche daher $\delta = \frac{2d}{2}$, $\frac{6\lambda}{2} \ldots\ldots$, deren Abstände von M gleich $\frac{2d}{4}, \frac{6d}{4} \ldots$ sind, erscheinen die Wirkungen beider Strahlenbündel gleich und übereinstimmend, daher die hier erzeugte Schwingungsintensität doppelt, und die Lichtstärke viermal so groß, als bei einer Oeffnung.

2. a) Nehmen wir drei Spaltöffnungen von gleicher Breite an, und jede sei von der andern um die Breite einer Oeffnung entfernt; m, Fig. 236, sei ein Punkt, für welchen $C'Q = \frac{\lambda}{3}$, mithin auch $C''Q' = \frac{\lambda}{3}$ ist, eben so groß ist auch der Gangunterschied zwischen den gleichliegenden Strahlen zweier benachbarten Oeffnungen. In diesem Falle wird in m die vom nächsten Punkte C kommende Schwingungsphase um zwei Drittel einer Schwingungsdauer T, also um $^2/_3$ T und die von C′ ausgehende um $\frac{T}{3}$ früher eintreffen, als die, welche gleichzeitig von C′, ausgeht. Ist v die Geschwindigkeit, welche das

Aethertheilchen in m in Folge der von C″ kommenden Einwirkung besitzt, wenn vom Beginne der Schwingung die Zeit t verflossen ist, so ist

Fig. 236.



$$v = a\sqrt{k}\ \cos.\ 2\pi\frac{t}{T} \text{ oder,}$$

$$v = J\ \cos.\ 2\pi\frac{t}{T},$$

wenn man $a\sqrt{k} = J$ setzt, wo J die Schwingungsintensität bezeichnet. Sind v′ und v″ die Geschwindigkeiten, die m in dem nämlichen Augenblicke in Folge der von C und C′ kommenden Einwirkungen besitzt, so ist

$$v' = J\ \cos.\ \frac{2\pi}{T}\left(t + \frac{2T}{3}\right) \text{ und}$$

$$v'' = J\ \cos.\ \frac{2\pi}{T}\left(t + \frac{T}{3}\right);$$

nun ist $v + v' + v'' = o$, mithin vernichten sich die Strahlen im Punkte m, weßhalb dieser völlig dunkel erscheint.

Ist $C'Q = \frac{\lambda}{3}$, so ist $DR = \frac{\lambda}{6}$ und $Mm = \frac{c\lambda}{6b} = \frac{d}{6}$.

Es ist:

$$v' = J\left(\cos.\ 2\pi\frac{t}{T}\cos.\ \frac{4\pi}{3} - \sin.\ 2\pi\frac{t}{T}\sin.\ \frac{4\pi}{3}\right)$$

$$v'' = J\left(\cos.\ 2\pi\frac{t}{T}\cos.\ \frac{2\pi}{3} - \sin.\ 2\pi\frac{t}{T}\sin.\ \frac{2\pi}{3}\right).$$

Nun ist:

$$\cos.\ \frac{4\pi}{3} = -\cos.\ \frac{\pi}{3} = -\frac{1}{2}, \text{ und } \sin.\ \frac{4\pi}{3} = -\sin.\ \frac{\pi}{3},$$

$$\cos.\ \frac{2\pi}{3} = -\cos.\ \frac{\pi}{3} = -\frac{1}{2}, \text{ „ } \sin.\ \frac{2\pi}{3} = +\sin.\ \frac{\pi}{3},$$

mithin ist:

$$v + v' + v'' = J\left(\cos.\ 2\pi\frac{t}{T} - \cos.\ 2\pi\frac{t}{T}\right) = o.$$

b) Ist der Punkt n so gelegen, daß $\delta = C'Q = \frac{2\lambda}{3}$, so ist auch $C''Q' = \frac{2\lambda}{3}$, und das Theilchen in n wird von C aus um $^4/_3$ T, und von C′ aus um $^2/_3$ T früher als von C″ in Schwingungen versetzt; nun läßt sich auf dieselbe Art, wie früher nachweisen, daß sich sämmtliche Strahlen in n aufheben müssen. Da für diesen Fall

$$DR = \delta' = {}^1/_2\, C'Q = \frac{2\lambda}{6} \text{ ist, so ist}$$

$$Mn = \frac{2c\lambda}{6b} = {}^2/_6\, d.$$

Eben so erscheinen die Stellen dunkel, für welche

$$\delta = \frac{4\lambda}{3}, \frac{5\lambda}{3}, \frac{7\lambda}{3} \ldots\ldots$$

und $\delta' = \frac{4\lambda}{6}, \frac{5\lambda}{6}, \frac{7\lambda}{6} \ldots$

ist, und deren Abstände von M

$$= \frac{4d}{6}, \frac{5d}{6}, \frac{7d}{6} \ldots \text{sind;}$$

hieraus ist zu ersehen, daß das Spectrum MG durch 4 dunkle Streifen m, n, o, p, in 5 Theile getheilt wird, und daß die Breite des mittleren Theils no $= \frac{2d}{6}$, während die der anderen $= \frac{d}{6}$ ist. Auch ist leicht zu ersehen, daß die Mitte h des Spectrums der ersten Klasse mit der Mitte des Spectrums no zusammenfällt, und daß daher daselbst eine Helligkeit entsteht, die größer ist, als die bei zwei Oeffnungen.

3. Bei 4 Oeffnungen von der nämlichen Breite, deren jede wieder um die Breite einer Oeffnung von der andern entfernt steht läßt sich wieder leicht nachweisen, daß an allen Stellen, für welche

$$\delta = \frac{\lambda}{4}, \frac{2\lambda}{4}, \frac{3\lambda}{4}, \frac{5\lambda}{4}, \frac{6\lambda}{4}, \frac{7\lambda}{4} \ldots, \text{ mithin}$$

$$\delta' = \frac{\lambda}{8}, \frac{2\lambda}{8}, \frac{3\lambda}{8}, \frac{5\lambda}{8}, \frac{6\lambda}{8}, \frac{7\lambda}{8} \ldots, \text{ und}$$

deren Abstände von M

$$= \frac{d}{8}, \frac{2d}{8}, \frac{3d}{8}, \frac{5d}{8}, \frac{6d}{8}, \frac{7d}{8} \ldots.$$

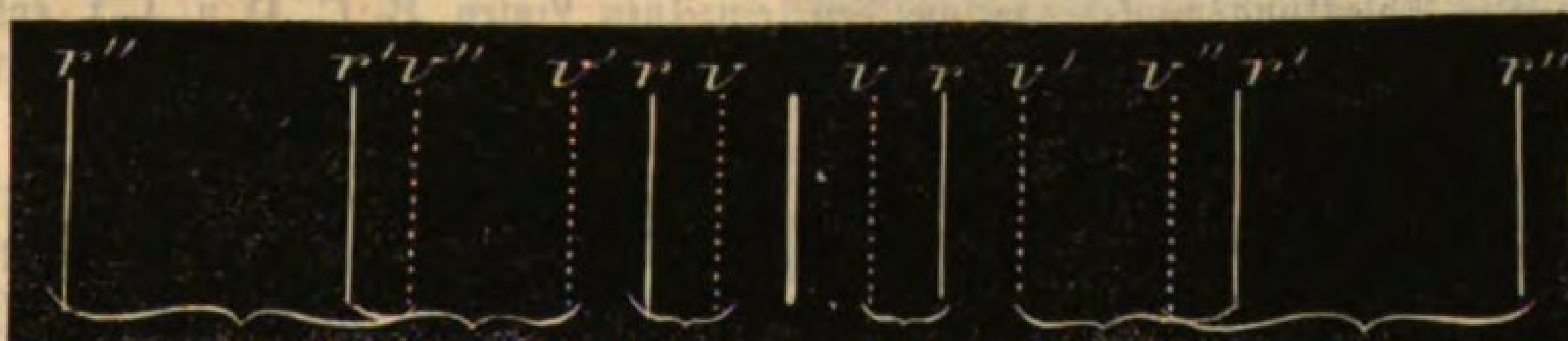
sind, Dunkelheit, dagegen in dem Abstande von M $= \frac{4d}{8}$, d. i. in der Mitte von MG eine größere Helligkeit herrscht, als bei drei Oeffnungen; demnach erscheint das Spectrum MG durch 6 dunkle Streifen in 7 besondere Spectra getheilt, von denen das mittlere noch einmal so breit ist, als die anderen, indem seine Breite $= \frac{2d}{8}$ und die der anderen nur $= \frac{d}{8}$ ist.

4. Aus dem Gesagten ergibt sich, daß das Spectrum der ersten Klasse bei 2 Spalten in 3, bei 3 Spalten in 5, bei 4 Spalten in 7 Spectra der zweiten Klasse getheilt wird, u. s. f.; daß die Breite dieser Spectra der zweiten Klasse, mit Ausnahme des mittleren, das immer doppelt so breit, als die andern ist, bei 2 Oeffnungen $= \frac{d}{4}$, bei 3 gleich $\frac{d}{6}$, bei 4 gleich $\frac{d}{8}$, mithin desto kleiner wird, je mehr die Anzahl der Spaltöffnungen zunimmt. Betrachten wir den Werth von δ, bei welchem die von 2, 3, 4 ... r Spalten gebeugten Strahlen an einer Stelle sich vernichten, so sehen wir, daß er gleich ist einer Wellenlänge, multiplicirt

mit einem Bruche $\frac{u}{r}$, dessen Nenner gleich ist der Anzahl r der Spaltöffnungen, und dessen Zähler u durch den Nenner nicht theilbar ist; der Beugungswinkel φ ist für diese dunklen Stellen $= \frac{u\lambda}{2rb}$ und ihr Abstand von $M = \frac{u}{2r}$ d.

Da mit der Anzahl der Spaltöffnungen die Anzahl der dunklen Linien in jedem Spectrum der ersten Klasse zunimmt, daher diese Linien immer näher an einander rücken; so muß bei einer sehr großen Anzahl von einander nahen gleich breiten, und gleich weit von einander abstehenden parallelen Spaltöffnungen, mithin auch bei einem Gitter überall Dunkelheit herrschen, mit Ausnahme derjenigen Stellen, für welche $\delta = n\lambda$, daher $\delta' = \frac{n\lambda}{2}$, $\varphi = n\frac{\lambda}{2b}$, die Abstände von $M = \frac{nc\lambda}{2b} = \frac{nd}{2}$ und n eine ganze ungerade Zahl ist, indem an diesen Stellen ein Maximum der Lichtstärke herrscht. Setzt man daher ein feines Gitter vor ein nach einer Lichtlinie gerichtetes Fernrohr, so daß die Oeffnungen desselben zu dieser Linie parallel stehen, so beobachtet man im homogenen Lichte, wenn das Fernrohr so eingestellt war, daß man die Lichtlinie in der Mitte des Gesichtsfeldes sehr deutlich wahrnahm, das Bild dieser Linie abermals in der Mitte des Gesichtsfeldes, außerdem zu beiden Seiten eine Reihe gleich weit von einander abstehender und durch dunkle Zwischenräume von einander getrennter heller Streifen r, r′, r″ an den Stellen, wo die Mitte des Spectrums der ersten Klasse mit der Mitte des mittleren Spectrums der zweiten Klasse zusammenfällt; es müssen wohl auch noch die andern übrig bleibenden hellen Linien vorkommen, diese sind aber so lichtschwach, daß sie bei der großen Lichtstärke der in r, r′, r″, Fig. 237,

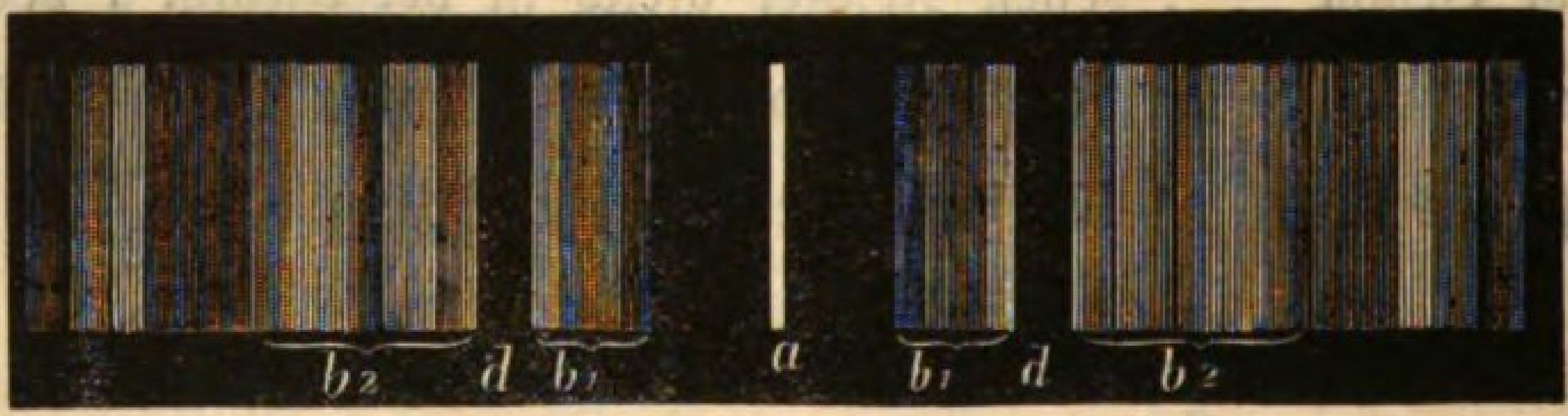
Fig. 237.



vorkommenden schwer wahrzunehmen sind. — Da die hellen Streifen den Stellen entsprechen, für welche $\varphi = n\frac{\lambda}{2b}$, und n eine ganze ungerade Zahl ist, so müssen die violetten Streifen, für welche λ den kleinsten Werth hat, der Mitte viel näher liegen, als die rothen; die hellen Streifen anderer Farben liegen zwischen den rothen und den violetten. Für den ersten hellen Streifen ist n = 1, für den zweiten n = 3 u. s. f.

Bei Anwendung des directen Sonnenlichtes sieht man die Lichtlinie s, Fig. 238, in der Mitte des Gesichtsfeldes scharf und farblos, wie ohne Gitter, auf jeder Seite derselben einen völlig dunklen Raum, an den sich ein Farbenbild anschließt, wie man es durch Zerlegung des weißen Lichts mittelst eines Prisma erhält; hierauf kommt wieder

Fig. 238.



ein dunkler Raum d, und nun erscheint eine Reihe von Farbenbildern, die mit der Entfernung von der Mitte breiter, aber desto weniger lebhaft werden, je weiter sie sich von der Mitte entfernen. Das Violett liegt der Mitte näher, als das Roth, allein man nimmt es nur beim ersten und zweiten Farbenbilde wahr; beim dritten fällt es schon mit dem äußersten Roth des zweiten zusammen, wodurch Purpurroth entsteht.

Bei den noch weiter abstehenden Farbenbildern vermischen sich mehrere Farben mit denen des nächstvorhergehenden, wodurch gemischte Farben zum Vorschein kommen.

Bei den lebhaftesten, der Mitte a nächsten Farbenbildern sieht man die Fraunhofer'schen schwarzen Linien, welche das homogene Farbenbild charakterisiren, und man unterscheidet ganz deutlich die früher mit B, C, D, E, F, G, H bezeichneten; denn jedes Spectrum besteht nur aus den aneinander gereihten. den verschiedenen Lichtgattungen gehörenden Bildern der Lichtlinie S; fehlt nun eine zwischen dem äußersten Roth und äußersten Violett befindliche Lichtgattung, so wird an der Stelle, wo sie ein Bild der Lichtlinie erzeugen würde, eine Lücke, also eine dunkle Linie entstehen. Die Schärfe der Fraunhofer'schen Linien gestattet bei Anwendung eines feinen Gitters, welches Farbenbilder von großer Ausdehnung erzeugt, eine genaue Messung der Lichtwellen, denn setzt man den Abstand der gleichliegenden Punkte zweier benachbarten Gitteröffnungen, d. i. $2b = e$, und $u = 1$, so erhält man aus $\sin. \varphi = \frac{\lambda}{e}$, $\lambda = e \sin. \varphi$; für kleine Werthe von φ folgt aus der Formel $d = c\varphi = c \frac{\lambda}{e}$ die Größe $\lambda = e \frac{d}{c}$.

Die Ablenkungswinkel, welche den einzelnen Linien B, C, D u. s. f. entsprechen, und die bei feinen Gittern nicht mehr für ihre Sinusse gesetzt werden können, lassen sich eben so wie e genau messen.

Eisenlohr lehrte die Beugungserscheinung auf einen weißen Schirm zu projiciren; man leitet mittelst eines Heliostats durch einen engen Spalt Sonnenlicht horizontal in ein verfinstertes Zimmer auf ein in 4 bis 12 Meter Entfernung aufgestelltes achromatisches Objectivglas von 3 Meter Brennweite, das in dem runden Loche eines hölzernen Schirmbrettes befestigt ist; unmittelbar vor dem Objective können Scheiben mit Gittern verschiedener Art angebracht werden. In der Vereinigungsweite der von dem Spalte kommenden Strahlen wird der weiße Schirm aufgestellt, auf dem sich das Beugungsphänomen in ausgezeichneter Schönheit darstellt. Eisenlohr fand, daß sich das sichtbare, durch ein Gitter erhaltene Beugungsspectrum auf Seite der brechbarsten, ultravioletten Strahlen, mithin gegen die Mitte hin erweiterte, wenn der Schirm ein fluorescirender Stoff war; auch war das Spectrum daselbst scharf begrenzt, so daß eine genaue Bestimmung der Wellenlänge des Grenzstrahls möglich wurde. Eisenlohr ermittelte aus dem Gitterspectrum auf Chininpapier durch genau ausgeführte

Messungen für das äußerste sichtbare Roth die Wellenlänge $\lambda = 0.^{mm}0007064$, für das äußerste sichtbare Violett $\lambda = 0.^{mm}0003956$, und für die brechbarsten unsichtbaren Strahlen $\lambda = 0.000354$, mithin enthält das Licht vom äußersten Roth bis zum brechbarsten unsichtbaren Strahl eine vollkommene Octave. Die Grenze der unsichtbaren brechbarsten Strahlen zeigte sich auch als die Grenze der chemisch auf Jodsilber wirkenden Strahlen; die zweite Grenze der noch chemisch wirksamen Strahlen bilden die von der Wellenlänge $= 0.^{mm}000433$.

Das bei der Ermittlung der Wellenlänge beobachtete Verfahren findet man in der sehr lehrreichen Abhandlung von Eisenlohr in Pogg. Ann. XCVIII und XCIX, worin auch die Entstehung des Beugungsspectrums auf eine einfache und scharfsinnige Weise entwickelt wird. — Empfehlungswerth ist auch eine Abhandlung über Wellenmessung im Spectrum jenseits des Violett von Ernst Esselbach, Pogg. Ann. XCIII.

Die schönsten Beugungsphänomene werden erzeugt, wenn man das Licht durch mehrere runde oder eckige, symmetrisch geordnete Oeffnungen leitet. Schwerd's Beugungserscheinungen. (Manheim 1835.)

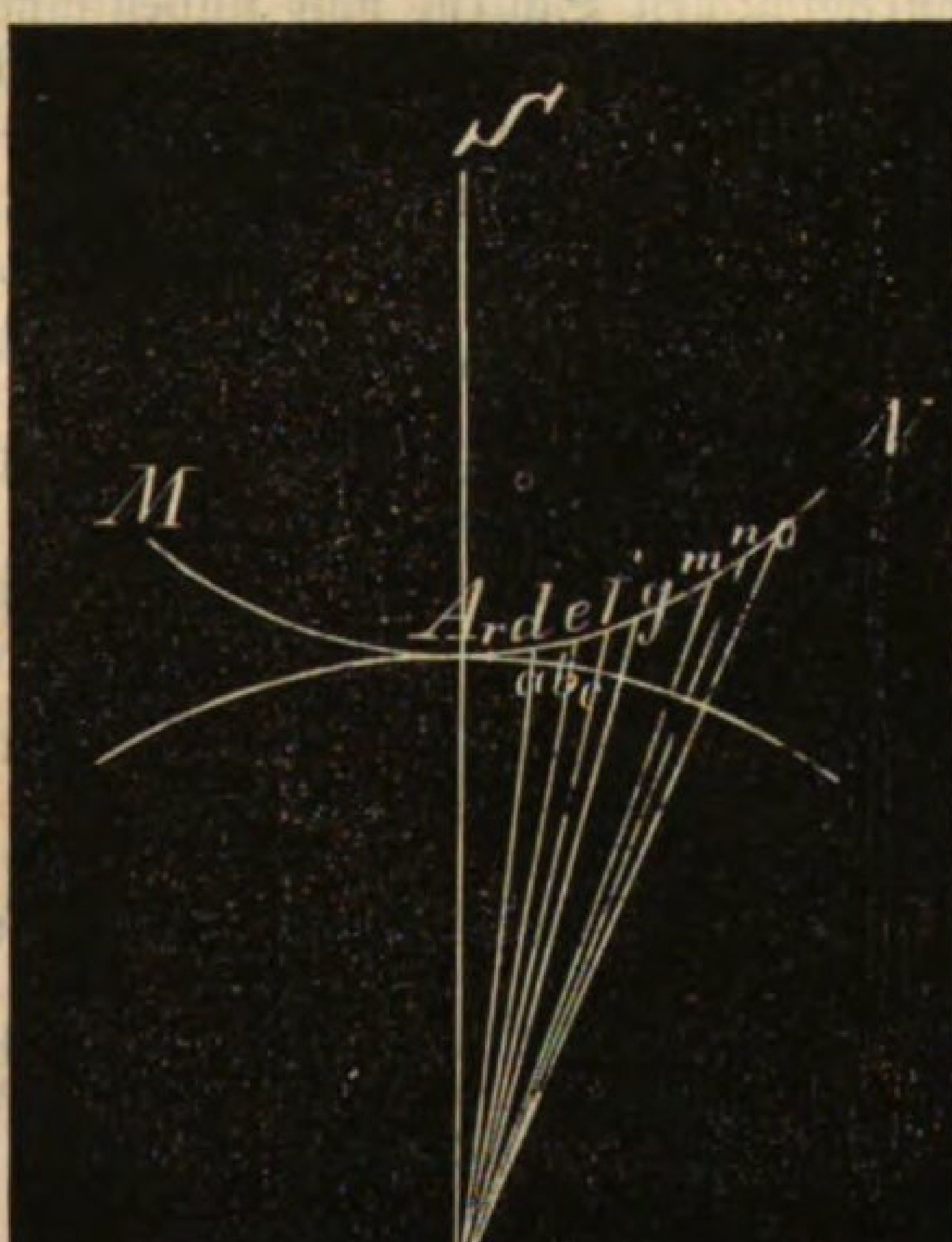
Beugende Oeffnungen verschafft man sich nach Schwerd, wenn man in Stanniolplättchen mittelst einer Nadel Stiche macht, oder eckige Oeffnungen ausschneidet; sind diese Oeffnungen klein, so braucht man sie nur dicht an das Auge zu bringen und nach der Lichtquelle zu sehen, um ein schönes Beugungsphänomen wahrzunehmen.

§. 180. Beugung des Lichtes an den Rändern eines undurchsichtigen Schirms und bei der Reflexion. 1. Es sei S, Fig. 239, ein homogenes Licht ausstrahlender Punkt, mithin der Mittelpunkt einer Welle MN, und in P eine Tafel, auf der die Gerade SAP senkrecht steht; beschreibt man um den Punkt P mit dem Halbmesser AP einen Kreisbogen, zieht von P die geraden Linien Pd, Pe, Pf, . . . in der Art, daß

$$ad = \frac{\lambda}{2}, eb = \frac{2\lambda}{2},$$

$$ef = \frac{3\lambda}{2}$$ u. s. f., wo λ die Länge einer Welle vorstellt; und untersucht die Wirkung, die durch die von den einzelnen Theilchen der ursprünglichen Welle MN ausgehenden secundären Wellen in P erzeugt wird; so ergibt sich, daß die Schwingungsphasen, die von den ähnlich liegenden Punkten zweier aufeinander folgenden Bogenstücke ausgehen, einander entgegengesetzt sind und sich aufheben müßten, wenn sie dieselbe Intensität und Richtung hätten; allein, da die Intensität von der Größe eines Bogenstückes und von dem Gesetze der Seitenfortpflanzung abhängt, vermöge dessen die Intensität der Strahlen desto schneller abnimmt,

Fig. 239.



je schiefer sie das Bogenstück verlassen, so kann die Wirkung von Ad durch die von de nicht vollständig aufgehoben werden, weil Ad > de und weil die von Ad zu P kommenden Strahlen weniger schief sind, als die von de austretenden. Aus gleichem Grunde wird auch die Wirkung von ef nur theilweise durch die von fg aufgehoben werden; erst die weiter von A entfernten Bogenstücke mn, no nähern sich sehr schnell der Gleichheit, und die von ihnen ausfahrenden und in P zusammentreffenden Strahlen werden nahe zu einander parallel, weßhalb sich die Wirkungen von je zwei aufeinander folgenden Bogenstücken vollständig aufheben, so daß man nur die Einwirkung der nahe an A befindlichen Theile zu berücksichtigen hat. Da der erste Bogen Ad alle andern an Größe übertrifft, und die von ihm ausgehenden Strahlen nur wenig von der ursprünglichen Richtung abweichen, so bringt er die stärkste Wirkung in P hervor, und die Resultirende aller vom Wellenstücke AN auf P übertragenen partiellen Bewegungen wird dieselbe, wie sie eine Welle erzeugen würde, die von einem gewissen noch in dieses erste Bogenstück fallenden Punkte r ausgeht.

Bezeichnen wir die Lichtintensität, die das Wellenstück MA oder NA in P für sich allein erzeugt, mit Eins, und die vom ersten, dritten, fünften .... Bogenstücke hervorgebrachten Wirkungen in P mit a, a′, a″ ...., und mit b, b′, b″ diejenigen, welche das zweite, vierte, sechste ... Bogenstück daselbst erzeugt, so ist 2 die Gesammtwirkung beider Wellenstücke AM und AN. Bringt man jedoch in A einen undurchsichtigen Schirm von unbestimmter Breite an, der das ganze Wellenstück AN zurückhält, so ist die Lichtstärke in $P = 1$; steht der Schirm in d, so kommt zu der Wirkung des Wellenstückes AM noch die Wirkung von Ad; nun ist

$$a - b + a' - b' + a'' - b'' + \ldots = 1, \text{ mithin}$$
$$a - (b - a') - (b' - a'') - \ldots = 1,$$

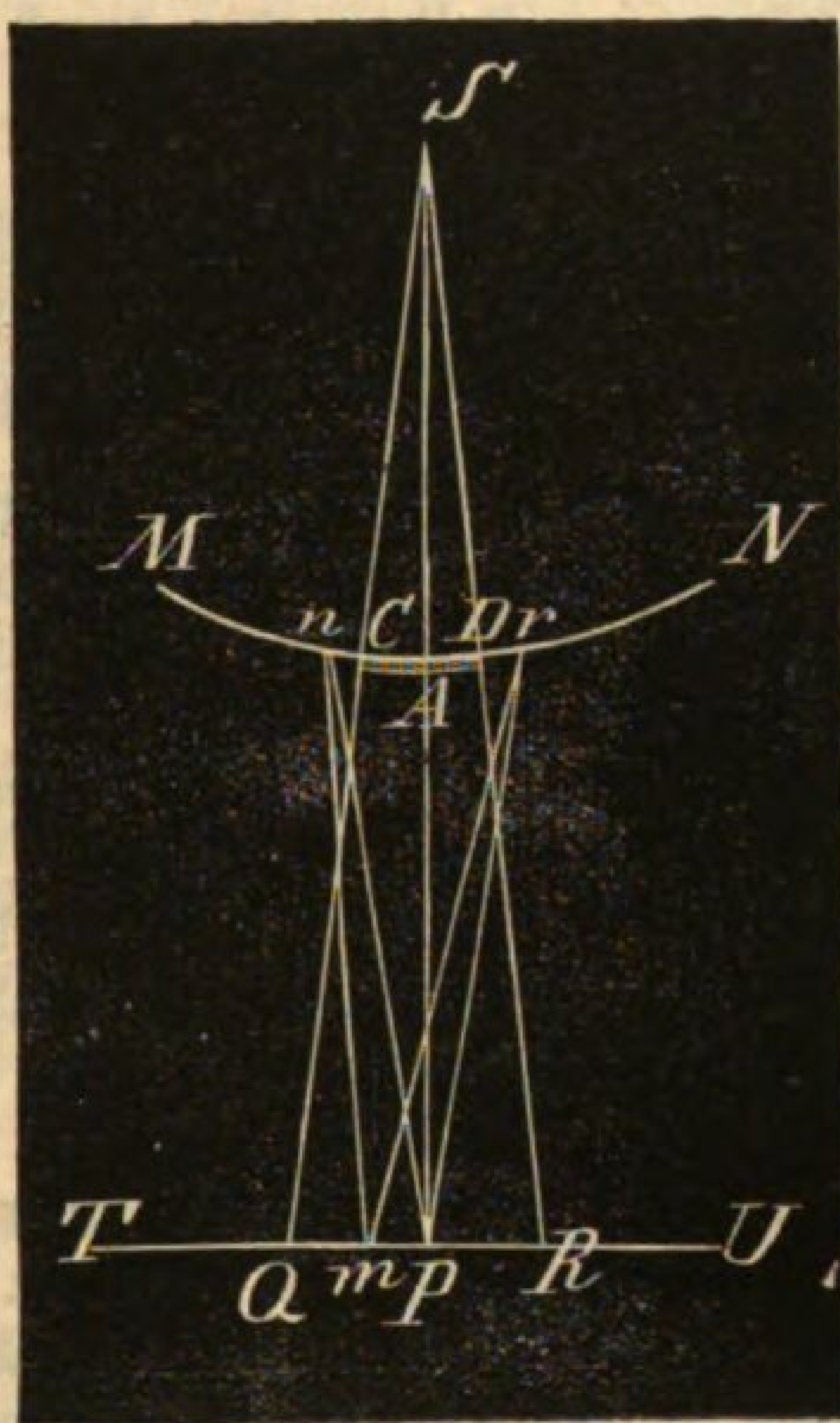
da nun $b > a'$, $b' > a''$ ..., so sind die Differenzen sämmtlich positiv und $a > 1$. Hat demnach der Punkt P eine solche Lage, daß $Sd + Pd$ um eine halbe Wellenlänge größer ist, als der directe Strahl SP, so ist seine Lichtstärke größer, als ohne Schirm.

Steht der undurchsichtige Schirm in e, so ist zu der von AM erzeugten Lichtstärke $= 1$ noch die von $a - b < 1$ zu addiren; folglich ist im Punkte P, dessen Lage eine solche ist, daß $Se + eP - SP = \frac{2\lambda}{2}$ die Lichtstärke kleiner, als ohne Schirm. Befindet sich der Schirm in f, so hat man zu 1 noch die Lichtstärke $a - (b - a') > 1$ zu addiren, also ist in P das Licht wieder viel stärker, als wenn der Schirm, der das Wellenstück fN zurückhält, nicht vorhanden wäre.

Aus dem Gesagten ist zu ersehen, daß durch die Anwesenheit des undurchsichtigen Schirmes seitwärts von der Linie, welche den geometrischen Schatten begrenzt, im homogenen Lichte eine Reihe von sehr hellen Streifen entsteht, die durch dunkle von einander getrennt sind, und daß im vollen Sonnenlichte mannigfaltig gefärbte Streifen zum Vorschein kommen müssen.

2. Fällt die von S, Fig. 240, kommende Welle MN auf einen sehr dünnen undurchsichtigen Körper CD, z. B. auf ein gerades dünnes Drahtstück, und sind SQ und SR die geraden an den Kanten C und D gezogenen Linien, die den geometrischen Schatten von CD begrenzen, so ergibt sich in Folge der Beugung an den Kanten der Durchschnitt des Schattens an einer Tafel etwas größer, als QR, also größer, als er bei einer geradlinigen Fortpflanzung der an den Kanten vorbeigehenden Strahlen sein würde. Im homogenen Lichte beobachtet man außerhalb des Schattenraumes eine Reihe von hellen mit dunklen wechselnden Streifen, die auf dieselbe Weise gebildet werden, wie die vorhin betrachteten, die bei der Beugung des Lichtes an der Kante eines Schirmes von unbestimmter Breite entstehen; aber auch innerhalb des Schattenraumes sieht man helle mit dunklen wechselnde Streifen, deren Bildung man leicht begreift, wenn man berücksichtigt, daß das aus dem Zusammenwirken aller Theile eines Wellenstücks MC an einer Stelle der Tafel TU entstehende Ergebniß mit der Wirkung übereinstimmt, die daselbst eine von einem nahe an C befindlichen Punkte n ausgehende Welle zu erzeugen vermöchte. Eben so wird die aus der Einwirkung des Wellenstückes DN hervorgehende Resultirende eine von dem nahe an D befindlichen Punkte r ausgehende Welle sein; somit hängt die an irgend einem Punkte von QR erzeugte Wirkung von der Differenz der Wege ab, welche die von n und r gleichzeitig ausgehenden Strahlen bis zu diesem Punkte zurücklegen; diese Differenz ist für alle Punkte der durch die Mitte von CD gehenden und auf TU senkrechtstehenden Graden gleich, also $nP = rP$, mithin wird die Mitte P des Schattens stets hell erscheinen. Ein seitwärts von P befindlicher Punkt m wird hell erscheinen, wenn $mr - mn$ gleich einer geraden Anzahl von halben Wellenlängen ist, dagegen dunkel gesehen, wenn diese Differenz eine ungerade Anzahl von halben Wellenlängen zählt.

Fig. 240.



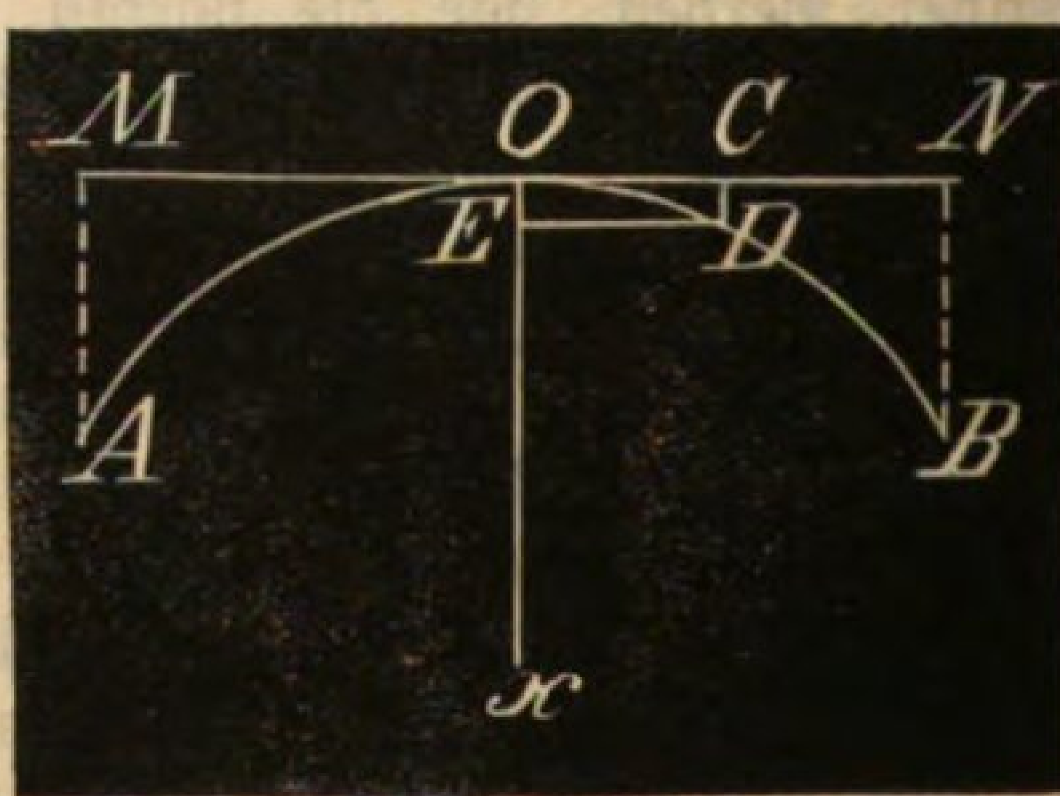
Man ersieht zugleich, daß, wenn die Wellenlänge des auffallenden Lichtes kleiner wird, sowohl die hellen als die dunklen Stellen der Mitte P näher rücken, und daß in dem Falle, wo das eine Wellenstück, z. B. DN durch einen undurchsichtigen Körper zurückgehalten wird, die Interferenzerscheinung innerhalb des Schattenraumes verschwinden muß. Beim Gebrauch des weißen Lichtes müssen mannigfaltige Farben entstehen, wie bei andern Interferenzfällen.

3. Leitet man in schiefer Richtung Lichtstrahlen auf ein feines Gitter, das man erhält, wenn man auf einem mit Blattgold belegten Planglase gleich weit von einander abstehende Linien nahe an einander

radirt, und stellt sich so, daß das Auge die reflectirten Strahlen entweder unmittelbar oder durch ein Fernrohr erhält, so beobachtet man dasselbe Beugungsphänomen, wie beim Durchgange der Strahlen durch ein Gitter, weil zwischen den reflectirten Strahlen ganz genau dieselben Gangunterschiede bestehen, wie zwischen den durch die Gitteröffnungen durchgegangenen. Die Farbenbilder erscheinen desto breiter und ihre Abstände von der Axe desto größer, je schiefer die Strahlen einfallen.

§. 181. Farben dünner Körper. Ein merkwürdiges Interferenzphänomen sind die Farben, die wir an durchsichtigen dünnen Körpern selbst dann, wenn sie in dickeren Schichten ganz farblos sind, beobachten, und deren Beschaffenheit von der Dicke, dann von dem Brechungsverhältnisse dieser Körper abhängt und auch mit der Richtung des einfallenden Lichtes sich ändert. Um die Gesetze dieser Erscheinungen zu finden, construirte Newton das nach ihm benannte Farbenglas, welches aus einem convexen Glase AB, Fig. 241, von großem Krümmungshalbmesser von 5 bis 6 Fuß und einer daran liegenden Glasplatte MN besteht; die Berührung beider Gläser findet nur in einem Punkte O statt. Man erhält auf diese Art eine zwischen den beiden Gläsern befindliche durchaus dünne Luftschichte, die in gleichen Abständen von O gleich dick ist, somit die nämliche Farbe, also einen ganzen Farbenring zeigt, deren Dicke jedoch, und mit dieser auch die Beschaffenheit der Farbe im vollen Sonnenlichte mit der Entfernung von O sich nach einem gewissen Gesetze ändert. Man kann dem Farbenglase auch eine Einrichtung geben, bei welcher der Raum zwischen den beiden Gläsern luftleer gemacht, und mit einer tropfbaren farblosen Flüssigkeit oder mit einem Gase gefüllt werden kann.

Fig. 241.



Ist Ox die Richtung des auf MN senkrecht stehenden Halbmessers = R, so ist die zu Ox parallel gezogene CD = x die dem Abstande OC = r entsprechende Dicke; zieht man die DE parallel zu OC, so ist DE = OC = r, und

$$r^2 = (2R - x)\,x \text{ daher } x = \frac{r^2}{2^2} \quad (1)$$

weil x^2 wegen seiner Kleinheit bezüglich des großen Durchmessers vernachläßigt werden kann. Aus der letzten Formel läßt sich die jedem Abstande r entsprechende Dicke der zwischen den Gläsern befindlichen Schichte leicht berechnen.

Erleuchtet man das Farbenglas mit homogenem Lichte, so sieht man bei jedem zwischen den beiden Gläsern befindlichen farblosen Mittel sowohl im reflectirten als im durchgelassenen Lichte eine Reihe von hellen, durch dunkle Zwischenräume von einander getrennten concentrischen Ringen, deren Farbe mit der des auffallenden Lichtes übereinstimmt; die Lichtstärke ist in der Mitte eines jeden Ringes am größten, nimmt zu beiden Seiten allmälig ab, und wird in der Mitte des benachbarten dunklen Zwischenraumes gleich Null. Die Mitte O erscheint im reflectirten Lichte schwarz, im durchgelassenen weiß.

Versteht man unter dem Halbmesser eines Ringes den Abstand seines hellsten oder dunkelsten Theils vom Berührungspunkte O, so lehren die Messungen, daß im reflectirten Lichte die Quadrate der Halbmesser der farbigen Ringe im Verhältnisse der ungeraden Zahlen und jene der dunklen im Verhältnisse der geraden Zahlen zunehmen; im durchgelassenen Lichte findet das Gegentheil statt, da in dem Abstande, wo im reflectirten Lichte ein Maximum der Lichtstärke herrscht, im durchgelassenen ein Minimum vorkommt, dagegen ein Maximum der Helligkeit dort wahrgenommen wird, wo im reflectirten die größte Dunkelheit erscheint. Da $r^2 = 2 R x$ ist, so folgt, daß die Dicken des Mittels, die den hellsten Stellen im reflectirten Lichte entsprechen, wie die ungeraden Zahlen wachsen, während jene, die den dunkelsten Theilen angehören, die Reihe der geraden Zahlen bilden. Ist c die Dicke der Schichte an der Stelle, wo der hellste Theil des ersten Farbenringes im reflectirten Lichte erscheint, so sind die Dicken für die auf einander folgenden Farbenringe c, 3 c, 5 c, 7 c u. s. f., und die für die auf einander folgenden dunklen 0, 2 c, 4 c u. s. f.

Vergleicht man mit einander die Halbmesser der farbigen Ringe der nämlichen Ordnung bei verschiedener Brechbarkeit des auffallenden Lichtes, aber bei unverrückter Stellung des Auges, so ergibt sich, daß jeder Halbmesser desto mehr abnimmt, je mehr die Brechbarkeit des auffallenden Lichtes wächst, so daß die Ringe vom äußersten Roth am größten, vom äußersten Violett am kleinsten sind; hieraus folgt, daß die Dicke c mit der zunehmenden Brechbarkeit des Lichtes abnimmt, daher ein Plättchen bei einer geringen Dicke violett und erst bei einer größeren roth erscheinen kann. Die Größe der Farbenringe richtet sich auch nach der Größe der Neigung, unter welcher die Lichtstrahlen in das Auge eintreten, diese Ringe erscheinen am kleinsten, wenn das Auge die Strahlen erhält, die durch das Mittel in senkrechten Richtungen durchgehen; sie werden aber desto größer, je schiefer sie das Glas verlassen, also je schiefer die Richtung ist, in der sie durch das Mittel gegangen sind.

Die Breite der Ringe von derselben Ordnung nimmt ab, wenn die Brechbarkeit des Lichtes größer wird. — Weil die Quadratwurzeln der ungeraden Zahlen, denen die Halbmesser der farbigen Ringe im reflectirten Lichte proportional sind, eine Reihe bilden, deren Differenz immer kleiner wird, je größer diese Zahlen sind, so müssen die Farbenringe immer mehr an einander rücken, und schmäler werden, je weiter sie vom Mittelpunkte entfernt sind. — Die Lebhaftigkeit der Farbenringe nimmt mit der Entfernung vom Mittelpunkte ab. Untersucht man die Größe der Farbenringe derselben Ordnung bei verschiedenen zwischen den beiden Gläsern befindlichen Flüssigkeiten, so findet man sie desto kleiner, je größer das Brechungsvermögen der Flüssigkeit ist. Genaue Messungen lehren, daß die Dicken verschiedener Flüssigkeiten, bei denen dieselbe Farbe zum Vorschein kommt, ihrem Brechungsexponenten umgekehrt proportional sind.

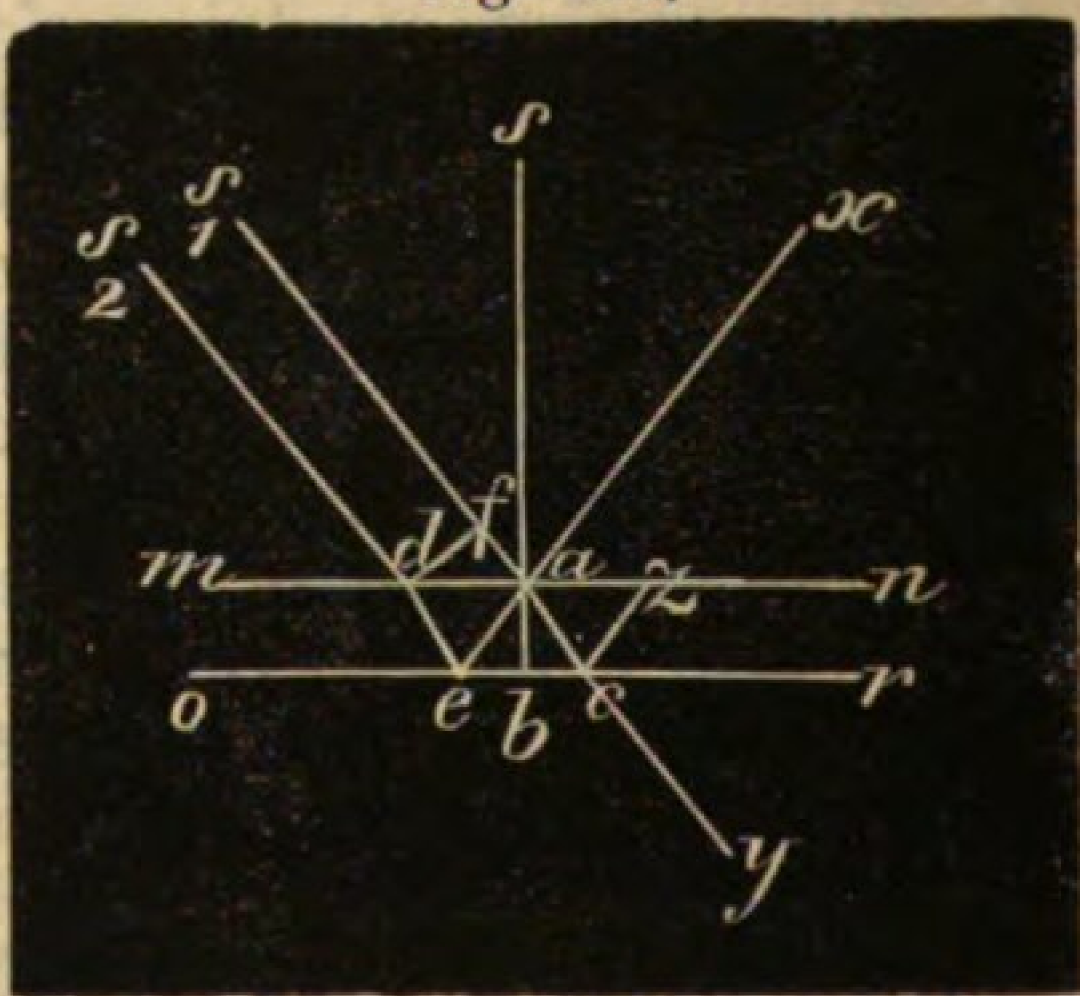
Fällt volles Sonnenlicht auf das Farbenglas, so bildet jede Strahlengattung ein Ringsystem, wie wenn sie allein vorhanden wäre, bei jedem bleibt die Mitte dunkel, aber die Ringe werden desto kleiner und schmäler, je größer die Brechbarkeit ist; in Folge der theilweisen

Uebereinanderlegung der verschiedenen Ringsysteme entsteht eine Farbenfolge von Ringen, die der bei der Beugung des weißen Lichtes durch eine Spalte ähnlich ist. Hält man das Auge so, daß nur durchgelassenes Licht das Auge trifft, so erscheinen die Farbenringe minder lebhaft, und die Farbe eines jeden ist complementär zu der, die an derselben Stelle im reflectirten Lichte zu sehen ist.

Die Gläser des Farbenglases sind in eine Fassung so eingeschlossen, daß sie sich mittelst Schrauben mehr oder weniger an einander drücken, aber auch von einander entfernen lassen. Vermehrt man den Abstand beider Gläser allmälig, so verschwindet zuerst das schwarze Scheibchen in der Mitte, und seine Stelle nimmt der erste farbige Ring ein, während alle andern sich zum Mittelpunkte hinziehen; hierauf verschwindet auch der erste Farbenring, indem er dem zweiten den Platz räumt, u. s. f., bis endlich alle Ringe verschwinden. Bei der Annäherung der Gläser an einander erscheint jeder Ring zuerst als ein Scheibchen in der Mitte, erweitert sich dann mehr und mehr, bis die Mitte schwarz sich zeigt.

Um die Bildung der Farbenerscheinungen an dünnen Körpern zu erklären, nehmen wir ein dünnes Plättchen an, das von den parallelen Ebenen mn und or, Fig. 242, begrenzt ist, und von parallelen homogenen Lichtstrahlen getroffen wird; untersuchen wir zuerst den einfachen Fall, wo das Auge die vom Plättchen reflectirten Lichtstrahlen fast in senkrechter Richtung erhält. Es sei sa ein senkrecht auffallender Lichtstrahl; von diesem wird beim Eintritte ein Theil in der Richtung as reflectirt, ein anderer tritt in das Plättchen ein, und erleidet an der Hinterfläche abermals eine Theilung, indem ein Theil nach ba zurückgeworfen wird, und an der Vorderfläche in der Richtung as austritt, der andere dagegen an der Hinterfläche das Plättchen in senkrechter Richtung verläßt. Da beim senkrechten Einfallen des Lichtes die Intensität des reflectirten Antheils nur gering ist, so sind die Intensitäten der in a und b in der nämlichen Richtung reflectirten, mithin zusammenfallenden Strahlen nahe einander gleich; allein da der eine dieser Strahlen in a von einem stärker brechenden Mittel in ein schwächer brechendes, der andere dagegen in b von einem schwächer brechenden in ein stärker brechendes reflectirt wird; so übergeht bei der in a reflectirten Welle der Wellenberg wieder in einen Wellenberg, das Wellenthal wieder in ein Wellenthal, während bei der in b zurückgeworfenen eine Umkehrung ihrer beiden Hälften eintritt, was zwischen den beiden zugehörigen Strahlen einen Phasenunterschied von einer halben Schwingungungsdauer herbeiführt, weßhalb die beiden Strahlen selbst dann, wenn sie bis zum Interferenzpunkte vollkommen gleiche Wege zurückgelegt hätten, in diesem Punkte die nämliche Wirkung hervorbringen würden, wie zwei Strahlen bei einem Gangunterschiede von einer halben Wellenlänge. Wir müssen daher, um den Erfolg der Interferenz der in a und b nach der nämlichen Richtung reflectirten, gleich intensiven Strahlen im Interferenzpunkte a zu erfah-

Fig. 242.



ren, zu dem Unterschiede ihrer Wege, der offenbar gleich ist 2 a b, noch den Gangunterschied von einer halben Wellenlänge hinzu addiren. Setzen wir die Dicke des Plättchens $ab = d$, die Wellenlänge $= \lambda$, so folgt, daß der Punkt a hell erscheint, wenn

$$2d + \frac{\lambda}{2} = 2n\frac{\lambda}{2}, \text{ mithin } d = (2n-1)\frac{\lambda}{4},$$

dagegen dunkel, wenn

$$2d + \frac{\lambda}{2} = (2n+1)\frac{\lambda}{2}, \text{ mithin } d = 2n\frac{\lambda}{4},$$

wo n eine ganze Zahl ist; hieraus wird ersichtlich, daß wenn die Dicke des Plättchens gleich

$$\frac{\lambda}{4}, \frac{3\lambda}{4}, \frac{5\lambda}{4}, \ldots.$$

wird, mithin so wächst, wie die ungeraden Zahlen, eine lebhafte Färbung des Plättchens hervortritt, dagegen nur Dunkelheit sich zeigt, wenn die Dicke

$$0, \frac{2\lambda}{4}, \frac{4\lambda}{4}, \frac{6\lambda}{4}, \ldots.$$

wird, mithin so zunimmt, wie die geraden Zahlen. Die am Farbenglase im reflectirten Lichte beim senkrechten Auffallen der homogenen Strahlen sich darbietende Erscheinung läßt sich auf diese Art genau erklären; das im Berührungspunkte beobachtete schwarze Scheibchen erscheint nach J. Wilde nur dann, wenn die beiden Gläser stark an einander gedrückt werden, weil sie dann an der Berührungsstelle gleichsam eine Masse bilden, und das Licht durchlassen. Daß nur an dünnen Plättchen die angeführte Erscheinung vorkommt, kommt daher, weil nur bei solchen der Unterschied in der Lichtstärke der interferirenden Strahlen sehr klein sein kann, wie es nöthig ist, wenn sich die Strahlen an gewissen Stellen auslöschen sollen.

Die Färbung im durchgelassenen Lichte für den Fall, wo das Auge die in senkrechter Richtung durchgehenden Strahlen erhält, entsteht durch Interferenz des in a und b durchgelassenen Lichtantheils und desjenigen, der zuerst in b gegen a, dann abermals in a gegen b reflectirt wird, und dann in b austritt; beide haben nach dem Austritte in b die nämliche Richtung, und der Unterschied der zurückgelegten Wege ist wieder gleich $2ab = 2d$. Da die Lichtwelle nicht nur bei der Reflexion in b eine Umkehrung ihrer beiden Hälften, sondern eine abermalige Umkehrung in a erfährt, so ist die Anordnung ihrer beiden Hälften wieder genau dieselbe, wie die der andern Lichtwelle, weßhalb die Umkehrungen ohne Einfluß auf das Ergebniß der Interferenz bleiben, so daß dieses nur von dem Wegunterschiede 2 d abhängt; demnach wird der Punkt b hell erscheinen, wenn

$$2d = 2n\frac{\lambda}{2}, \text{ mithin } d = 2n\frac{\lambda}{4},$$

also, wenn die Dicke so zunimmt, wie die geraden Zahlen wachsen, dagegen nur dunkel gesehen,

$$\text{wenn } 2d = (2n+1)\frac{\lambda}{2} \text{ und } d = (2n+1)\frac{\lambda}{4}$$

wird, mithin, wenn die Dicke des Plättchens so wächst, wie die ungeraden Zahlen. Die Intensität desjenigen Strahls, der erst nach einer

zweimaligen Reflexion an der Hinterfläche durchgeht, ist kleiner, als die des unmittelbar durchgehenden, weßhalb sich die Strahlen bei der Interferenz nicht so vollständig aufheben und auch nicht in dem Grade verstärken können, als im reflectirten Lichte; daher ist im durchgelassenen Lichte die Dunkelheit schwächer, und die Färbung minder lebhaft, als im reflectirten.

Fallen die Strahlen auf das Plättchen schief auf, wie z. B. s_1 a, so wird ein Theil in der Richtung ax reflectirt, der andere Theil in der Richtung ac gebrochen; letzterer erleidet in c abermals eine Theilung, indem ein Theil in der Richtung cz reflectirt, der andere in der Richtung cy gebrochen wird. Zieht man von a die Gerade ae parallel zu cz, und von e die ed parallel zu ac, so ist d der Einfallspunkt eines Strahls s_2 d, der in der Richtung de gebrochen, und wovon in e ein Theil nach ea reflectirt wird, in a abermals eine Theilung erfährt, indem ein Theil in der Richtung ax heraustritt, während der andere nach ac reflectirt wird, und größtentheils in der Richtung cy das Plättchen verläßt.

Der Strahl s_2 d hat demnach eine solche Lage, daß ein Theil desselben nach zweimaliger Brechung und einer einmaligen Reflexion in der Richtung ax heraustritt, und mit dem in a reflectirten Antheil des Strahls s_1 a zusammenfällt, während ein anderer Theil nach zweimaliger Brechung in d und c und einer zweimaligen Reflexion in e und a in der Richtung cy aus dem Plättchen tritt, und daher mit dem durchgehenden Antheile von s_1 a zusammenfällt. Auf die nämliche Art, wie man den Einfallspunkt d des Strahls s_2 d gefunden hat, findet man den Einfallspunkt eines dritten, vierten, ... Strahls von der Beschaffenheit, daß von jedem ein gewisser Antheil in der Richtung ax und ein anderer in der Richtung cy das Plättchen verläßt, und mit den andern, in diesen Richtungen gehenden zur Interferenz kommt. Der Erfolg der Interferenz hängt aber hauptsächlich nur von den zwei nächsten Strahlen s_1 a und s_2 d ab, indem die von den andern Strahlen kommenden und bei der Interferenz mitwirkenden Lichtantheile wegen der vielmaligen Reflexionen, die sie erleiden, eine sehr geringe Intensität besitzen.

Auf das Ergebniß der Interferenz im reflectirten Lichte hat abermals die Umkehrung der Wellen bei der Reflexion an der Hinterfläche den Einfluß, als wenn sie hinter der in a reflectirten um eine halbe Wellenlänge zurückgeblieben wären. — Fällt man von d auf s_1 a die Senkrechte df, so erhält man die Theilchen d und f der beiden Strahlen s_1 a und s_2 d, die in der nämlichen Schwingungsphase sich befinden. Sind v und v′ die Geschwindigkeiten, mit welchen sich der Lichtstrahl im Mittel oberhalb des Plättchens, und im Plättchen selbst fortpflanzt, so ist $\frac{fa}{v}$ die Zeit, welche der Strahl braucht, um den Weg fa zurückzulegen, während dem bewegt sich der andere Strahl auf den Wegen de und ea im Plättchen, und braucht dazu die Zeit $\frac{de + ea}{v'}$. Der Unterschied

$$\frac{de + ea}{v'} - \frac{fa}{v} = \delta$$

dieser Zeiten gibt an, um den wievielten Theil einer Schwingungsdauer das Aethertheilchen in a durch den Strahl s_1 a früher, als durch den interferirenden Lichtantheil von s_2 d zur Schwingung angeregt wird; zu diesem Unterschiede δ muß noch wegen der Umkehrung der an der Hinterfläche reflectirten Welle die halbe Schwingungsdauer hinzugesetzt werden, um den Erfolg der Interferenz in a zu finden.

Um das Ergebniß der Interferenz der in c in der nämlichen Richtung austretenden Strahlen zu ermitteln, hat man die Zeit $\frac{fa}{v} + \frac{ca}{v'}$, welche der hier austretende Lichtantheil des Strahls s_1 a braucht, um von f nach c zu kommen, mit derjenigen Zeit zu vergleichen, welche der mit ihm zusammenfallende Antheil des Lichtstrahls s_2 d im Innern des Plättchens bis zur Ankunft in c braucht, und die $= \frac{de + ae + ac}{v'}$ ist; die Differenz dieser zwei Zeiten gibt den Phasenunterschied der interferirenden Strahlen, von dem, so wie auch von ihrer Intensität das Ergebniß der Interferenz abhängt, indem die zweimalige Umkehrung der einen Welle ohne Einfluß bleibt. Die Rechnung lehrt, daß sich nur das reflectirte Licht, nicht aber das durchgelassene bei der Interferenz vollständig aufheben kann, weßhalb die Farbenringe am Farbenglase, die durch das durchgelassene Licht gebildet werden, stets bedeutend schwächer sind, als die vom reflectirten erzeugten. (Siehe Kunzek's Studien pag. 355.)

Nach Böttger erhält man dauernde Farbenerscheinungen dünner Blasen, wenn man 8 Theile Colophonium mit einem Theile Leinöl zusammenschmilzt und bei 96 bis 98° C. Wärme, Kugeln daraus bläst; eben so auch durch Schütteln von Seifenbrühe in einer durch Sieden luftleer gemachten Phiole. — Vergoldet man einen Zoll breit den Rand einer ebenen Glasplatte ringsum, legt sie an eine andere und drückt beide in der Mitte zusammen, so entstehen sehr schöne Farbenringe. — Nach Eisenlohr erhält man lebhafte Farbenringe, wenn man in eine Glaskugel von 2 bis 5 Zoll Durchmesser etwas Wasser und geschabte venetianische Seife bringt, sie erhitzt, bis die Wasserdämpfe die Luft verdrängt haben, dann die Kugel verschließt, und dergestalt aufhängt, daß der Aufhängepunkt, die Mitte des Korkpfropfen und der Mittelpunkt der Kugel in dieselbe Verticale zu liegen kommen. Schüttelt man die Kugel, bis sie von einigen Häutchen von Seifenbrühe quer durchzogen erscheint, und versetzt sie hierauf in eine rasche drehende Bewegung, so werden die Häutchen in der Mitte immer dünner, und lebhafte Farbenringe kommen zum Vorschein. — Biegt man nach Wrede ein Glimmerplättchen cylindrisch, und hält es so gegen ein Kerzenlicht oder gegen das von einem Metallspiegel reflectirte Sonnenbild, daß eine leuchtende Linie im reflectirten Lichte sichtbar wird, die das Licht bildet, welches von der Vorder- und von der Hinterseite reflectirt wird; letzteres erleidet eine desto größere Verzögerung, je dicker das Plättchen ist. Die Lichtlinie erscheint gefärbt, wenn das Plättchen dünn ist, dagegen bei dickeren Plättchen weiß; zerlegt man letzteres Licht mittelst eines Prisma, und betrachtet man das Spectrum mittelst eines Fernrohrs, so nimmt man eine Menge von dunklen Linien wahr, deren Anzahl mit der Dicke des Glimmerplättchens wächst. Diese dunklen Linien sind offenbar durch Interferenz der an der Vorder- und an der Hinterfläche reflectirten Strahlen entstanden.

H. Erman hat nachgewiesen, daß die dunklen Linien, die im Spectrum nach dem Durchgange des weißen Lichtes durch Brom- und Joddämpfe wahrgenommen werden, und die als ein Ergebniß der Absorption des Lichtes angesehen wurden, durch Interferenz zweier Wellensysteme gebildet werden, wovon das eine das direct durchgehende ist, das andere aber dasjenige, welches durch eine zweimalige innere Reflexion entsteht.

§ 182. **Doppelte Brechung.** Alle durchsichtigen Krystalle, die nicht zum tessularen Krystallsysteme gehören, besitzen die Eigenschaft, jeden sie treffenden Lichtstrahl in zwei Strahlen zu theilen, deren jeder nach einem andern Gesetze gebrochen wird, die daher in verschiedenen Richtungen durch den Krystall durchgehen, und als zwei abgesonderte Strahlen heraustreten. Dieser Vorgang wird doppelte Brechung genannt; sie hat zur Folge, daß uns die Gegenstände, die wir durch solche Krystalle anschauen, doppelt erscheinen. Diese Entdeckung machte zuerst 1669 Bartholin am isländischen Kalkspath, den man deßhalb auch Doppelspath nannte, und bei dem die doppelte Brechung am auffallendsten hervortritt. Dieses Mineral läßt sich durch Spalten in den Richtungen seiner dreifachen, parallel zu den Begrenzungsflächen laufenden Blätterdurchgänge auf die Gestalt eines Rhomboëders bringen, an dem zwei stumpfe Ecken, gebildet von drei stumpfen Winkeln, vorkommen. Die gerade Linie, welche diese zwei Eckpunkte verbindet, und gegen die drei in einem stumpfen Eck zusammenstoßenden Begrenzungsflächen gleiche Neigung hat, heißt die Hauptaxe oder optische Axe des Krystalls. Auch die kleinsten Ergänzungstheilchen, in die der Krystall bei weiterer Theilung zerfällt, sind Rhomboëder, deren Seiten mit der Lage der Seiten des ganzen Krystalls übereinstimmend sind; daher hat auch jedes Ergänzungstheilchen eine optische Axe, die zu der des Ganzen parallel ist; weßhalb man nicht bloß die Mittellinie der stumpfen Ecke, sondern eine jede zu ihr parallele Gerade optische Axe nennt. Eben so verhält es sich bei allen andern Krystallen; die optische Axe des ganzen Krystalls ist eigentlich nur eine Linie von einer bestimmten Richtung, welche zur optischen Axe der kleinsten Krystalle, welche die Ergänzungstheilchen des großen Krystalls bilden, parallel läuft. Eine jede Ebene, welche die Richtung einer optischen Axe enthält und auf einer Theilungsfläche oder auf einer künstlich durch Anschleifen erzeugten senkrecht steht, ist als Hauptschnitt zu betrachten. Die schon von Huyghens mit Genauigkeit ermittelten und später von Wollaston, Malus, Biot und Fresnel bestätigten Gesetze der doppelten Brechung im Kalkspath sind:

1. Der eine von den durch doppelte Brechung entstandenen Strahlen befolgt die gewöhnlichen Brechungsgesetze, und heißt der ordentliche oder gewöhnliche Strahl; der andere heißt der außerordentliche oder ungewöhnliche, weil er auf eine andere Weise gebrochen wird. Ein senkrecht auf eine Theilungsfläche des Krystalls auffallender Lichtstrahl zerfällt in zwei Strahlen, wovon der eine ungebrochen durchgeht, der andere aber um 6° 12′ 38″ gegen einen spitzigen Winkel an der Austrittsfläche abgelenkt wird; aber beide Theile bleiben in dem durch den Einfallspunkt geführten Hauptschnitte.

2. Bei einem schief einfallenden Strahle haben wir zu unterscheiden, ob die Einfallsebene mit einem Hauptschnitte zusammenfällt oder nicht; im ersten Falle bleiben beide Strahlen in der Einfallsebene; im zweiten Falle tritt der ungewöhnliche Strahl aus der Einfallsebene desto mehr heraus, je mehr sich der Winkel, den diese mit dem Hauptschnitte bildet, einem rechten nähert, so daß die Ablenkung am größten wird, wenn dieser Winkel ein rechter wird. In beiden Fällen ändert sich der Brechungsexponent des ungewöhnlichen Strahls, sobald der Einfallswinkel ein anderer wird.

Hieraus folgt, daß der gewöhnliche Strahl, er mag in was immer für einer Richtung durchgehen, immer mit der nämlichen Geschwindigkeit sich fortpflanzt, während die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des ungewöhnlichen nach verschiedenen Richtungen rücksichtlich der Axe verschieden ist, aber jedesmal größer, als die des gewöhnlichen ist, weil letzterer immer stärker zum Einfallslothe gebrochen wird.

3. Bildet man zwei wohl polirte, ebene Schnittflächen, die auf der optischen Axe senkrecht stehen, so geht ein darauf senkrecht auffallender, mithin zur Axe paralleler Strahl ungebrochen und ungetheilt durch; allein ein Lichtstrahl, der schief auf eine dieser Schnittflächen auffällt, erleidet die doppelte Brechung, wobei auch der ungewöhnliche Strahl in der Einfallsebene verbleibt, weil eine jede Einfallsebene die Axe enthält und daher ein Hauptschnitt ist, aber er entfernt sich desto mehr von der Axe, je größer der Einfallswinkel wird. Da der parallel zur Axe durchgehende Strahl keine doppelte Brechung erleidet, so müssen wir schließen, daß in diesem Falle beide Lichtbündel mit der nämlichen Geschwindigkeit im Krystalle sich fortpflanzen; dieß bestätigt auch der Umstand, daß dieser Strahl beim Austritte selbst dann nicht doppelt gebrochen wird, wenn er die Austrittsfläche in schiefer Richtung trifft.

4. Erzeugt man zwei künstliche Schnittflächen, deren Lage zur optischen Axe parallel ist, und läßt auf eine derselben einen Lichtstrahl so auffallen, daß die Einfallsebene auf der Axe senkrecht steht, so bleiben beide Strahlen in der Einfallsebene, und bei beiden ist für alle Einfallswinkel das Brechungsverhältniß constant; es verhält sich der Sinus des Einfallswinkels zum Sinus des Brechungswinkels bei dem ordentlichen Strahl wie $1.6543 : 1 = 1 : 0.6045$, und beim außerordentlichen wie $1.4833 : 1 = 1 : 0.6742$.

Hieraus ist zu ersehen, daß der ordentliche Strahl dem Einfallslothe näher ist, daher mit einer geringeren Geschwindigkeit durch den Krystall sich fortpflanzt, als der auf die ungewöhnliche Weise gebrochene.

Fällt ein Lichtstrahl auf die zur Axe parallele Schnittfläche senkrecht auf, so geht sowohl das gewöhnliche als auch das ungewöhnliche Lichtbündel ungebrochen durch, weßhalb beide zusammenfallen und keine doppelte Brechung bemerkbar ist; allein die Geschwindigkeiten, mit welchen beide Lichtbündel sich fortpflanzen, sind ungleich, weßhalb in dem Falle, wo die Austrittsfläche zur Eintrittsfläche nicht parallel ist, und daher in schiefer Richtung, bei der noch keine totale Reflexion stattfindet, von den vereinigten Lichtbündeln getroffen wird, beim Austritte eine doppelte Brechung stattfindet.

Nach denselben Gesetzen erfolgt auch die Brechung in allen Krystallen, die in das rhomboëdrische oder in das pyramidale System gehören, deren Krystallgestalten sich nämlich aus einem Rhomboëder, oder aus einer gleichkantigen vierseitigen Pyramide ableiten lassen; bei allen diesen gibt es eine und nur eine Richtung, längs welcher der durchgehende Strahl eine doppelte Brechung selbst beim Austritte nicht erleidet; also nur eine optische Axe, und diese fällt mit der Hauptaxe des Krystalls zusammen. Man nennt diese Krystalle einaxige und unterscheidet zwei Klassen, nämlich solche, bei welchen der Brechungsexponent für den ungewöhnlichen Strahl kleiner, und andere, bei denen der-

selbe größer ist, als der des gewöhnlichen Strahls. Erstere heißen **negative**, wie Doppelspath, Turmalin, Saphir, Rubin, Smaragd, Beryll; die andern **positive**, z. B. Bergkrystall, Boracit, Eis. Bei allen negativen Krystallen erhält der Brechungsexponent des ungewöhnlichen Strahls den kleinsten, bei den positiven aber den größten Werth, wenn dieser Strahl in einer auf der optischen Axe senkrechten Richtung durchgeht; mithin ist nach dieser Richtung bei den ersteren die Fortpflanzungsgeschwindigkeit am größten, bei den letzteren dagegen am kleinsten.

Schneidet man aus einem Stücke Kalkspath oder Bergkrystall ein Prisma in der Weise, daß seine brechende Kante zur optischen Axe parallel wird, und läßt auf eine von den Seitenflächen, welche den brechenden Winkel bilden, einen Lichtstrahl so auffallen, daß die Einfallsebene auf der Axe senkrecht steht, so treten aus der zweiten Seitenfläche zwei Lichtbündel heraus, deren Richtungen stark von einander abweichen, und die auch zwei Farbenspectra erzeugen. Man kann mittelst eines solchen Prisma, wenn man es auf das Minimum der Abweichung einstellt, die Brechungsexponenten für die beiden Strahlen nach der gewöhnlichen Methode bestimmen.

Ist das Prisma so geschnitten, daß die optische Axe auf der brechenden Kante senkrecht steht, und läßt man einen Lichtstrahl so eintreten, daß die Richtung desselben nach der Brechung zur optischen Axe parallel wird, so geht der Strahl einfach durch, und man erhält nur ein Farbenbild.

5. **Gesetze der doppelten Brechung bei zweiaxigen Krystallen.** Alle Krystalle, die das Licht doppelt brechen, und deren Krystallgestalt sich nicht von einem Rhomboëder oder von einer gleichkantigen vierseitigen Pyramide ableiten läßt, die daher einem der prismatischen Systeme angehören, besitzen zwei Richtungen, längs welchen keine doppelte Brechung erfolgt; diese Krystalle haben also zwei optische Axen und heißen deßhalb **zweiaxige**.

Solche sind: Arragonit, Topas, einige Glimmerarten, Salpeter, Zucker, Gyps, Feldspath, kohlensaures Bleioxyd (Weißbleierz), schwefelsaurer Strontian, Eisenvitriol, chlorsaures Kali, schwefelsaures Kali und noch viele andere.

Bei zweiaxigen Krystallen befolgt keines der beiden Bündel, in welche sich der einfallende Lichtstrahl theilt, die gewöhnlichen Brechungsgesetze, und der Unterschied zwischen einem ordentlichen und außerordentlichen Strahl ist nur noch bezüglich einiger Brechungsebenen anwendbar. Hieraus schließen wir, daß in zweiaxigen Krystallen die Fortpflanzungsgeschwindigkeit beider Lichtbündel nur in den Richtungen der Axen die nämliche, nach jeder anderen Richtung aber verschieden ist, daß sie bei jedem Bündel mit dem Einfallswinkel sich ändert, und daß nur in gewissen Ebenen das eine Lichtbündel bei jedem Einfallswinkel mit der nämlichen Geschwindigkeit durch den Krystall durchgeht.

Der Winkel, den die beiden optischen Axen mit einander einschließen, ist bei verschiedenen Krystallen verschieden groß; aber auch bei dem nämlichen Krystalle ändert sich sowohl die Größe dieses Winkels, so wie auch die Lage seiner Ebene mit der Aenderung der Brechbarkeit des einfallenden Lichtes und mit der Temperatur des Krystalls; es kann sogar der Fall eintreten, daß die Neigung beider Axen bei einer gewissen Temperatur gleich Null wird, und so der zweiaxige Krystall in einen einaxigen übergeht.

Der Winkel beträgt bei Salpeter 5° 20′, bei Glimmer 6°, bei Arragonit 18° 18′, bei Topas von Brasilien 50°, bei Gyps 60°, bei essigsaurem Bleioxyd 70° 25′.

§. 183. Erklärung der doppelten Brechung. Da die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Lichtwellen von der specifischen Elasticität des Aethers in der Richtung, nach welcher dessen Theilchen schwingen, abhängig ist, die Schwingungen aber senkrecht auf die Fortpflanzungsrichtung stattfinden, so muß diese Elasticität in der Richtung der optischen Axe bei den einaxigen negativen Krystallen größer, als in jeder andern Richtung, jedoch in allen gegen diese Axe gleich geneigten Richtungen gleich groß, und in einer darauf senkrechten Richtung am kleinsten sein; bei den einaxigen positiven Krystallen ist die Elasticität in der Richtung der Axe ein Minimum und in der darauf senkrechten Richtung ein Maximum.

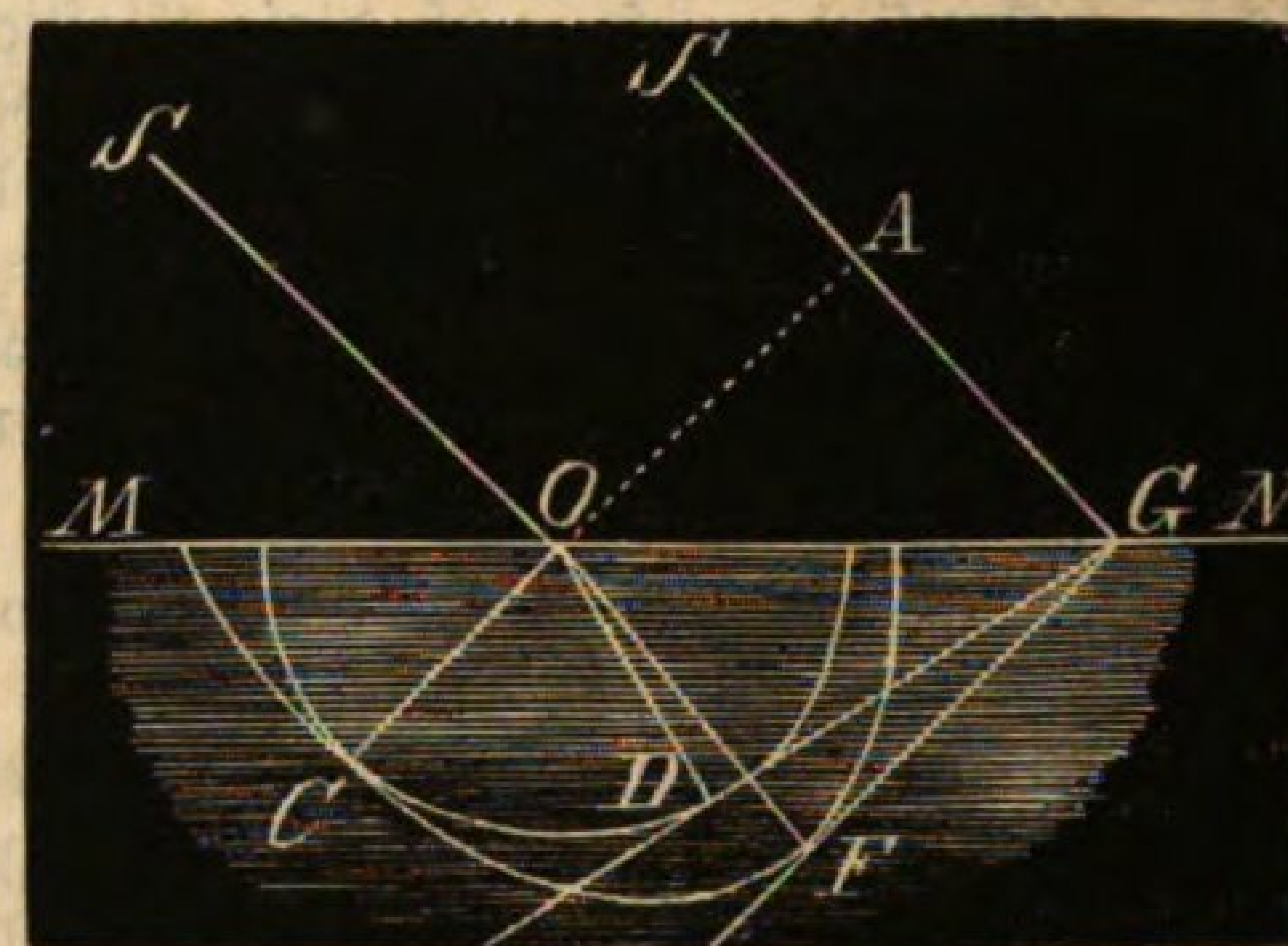
Bei den zweiaxigen Krystallen ist die Elasticität des Aethers nach verschiedenen Richtungen verschieden, so daß es daselbst keine Richtung gibt, um welche herum die Elasticität des Aethers symmetrisch ist, wie bei den einaxigen; es gibt aber Richtungen, sogenannte Axen der größten, kleinsten und mittleren Elasticität, die senkrecht aufeinander stehen; die zwei ersteren liegen in der Ebene der optischen Axen, die letztere steht auf dieser Ebene senkrecht.

Die Verschiedenheit der specifischen Elasticität des Aethers nach verschiedenen Richtungen kommt daher, daß die Molecüle eines krystallisirten Körpers nach verschiedenen Richtungen verschieden angeordnet sind, wie schon die Verschiedenheit in den Eigenschaften der Härte, Spaltbarkeit, Elasticität bezeuget, weshalb auch die Molecularkräfte auf die Aethertheilchen, welche die Molecüle umgeben, nach verschiedenen Richtungen verschieden einwirken; wird die Gleichförmigkeit in der Anordnung der Molecüle, z. B. durch einen nach einer Seite ausgeübten Druck oder durch ungleiche Erwärmung aufgehoben; so erhält der Körper sogleich die Eigenschaft der doppelten Brechung. Drückt man z. B. einen beiläufig 1 Zoll dicken Glaswürfel mittelst einer kleinen eisernen Presse nur mäßig zusammen, so sieht man damit eine Nadelspitze doppelt.

Der auf die gewöhnliche Weise gebrochene Strahl, da er nach jeder Richtung mit der nämlichen Geschwindigkeit durchgeht, gehört einer Lichtwelle an, die wie bei der gewöhnlichen Brechung kugelförmig ist; die dem ungewöhnlich gebrochenen Strahle entsprechende Lichtwelle kann nicht kugelförmig sein, da sich die Fortpflanzungsgeschwindigkeit dieses Strahls mit dem Winkel ändert, den seine Richtung mit der Axe einschließt. Man kann alle bei einaxigen Krystallen vorkommenden Erscheinungen der doppelten Brechung leicht erklären, wenn man annimmt, daß beim Einfallen eines Lichtstrahls in einen Krystall vom Einfallspunkte nebst einer kugelförmigen gleichzeitig eine ellipsoidische Welle ausgeht; die Lage und Gestalt der letzteren erhält man, wenn man eine Ellipse verzeichnet, deren Mittelpunkt der Einfallspunkt ist, deren eine Axe (die kleine bei negativen, und die große bei positiven Krystallen) die Richtung der optischen Axe und eine Größe hat, die sich zu der darauf senkrechten zweiten Axe gerade so verhält, wie die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des ordentlichen Strahls zu der des außerordentlichen, und wenn man die so gebildete Ellipse um die erstere Axe herumdreht, durch welche Umdrehung ein sogenanntes Ellipsoid entsteht.

Um die Richtung der beiden Strahlen bei der Brechung im Kalkspathe für jeden Einfallswinkel zu finden, sei SO, Fig. 243, der einfallende Strahl, MN die Oberfläche des Krystalles, OC die optische Axe, liegend in der Einfallsebene; man ziehe S'G parallel zu SO, fälle von O auf S'G die Senkrechte OA, und beschreibe um O einen Kreis, dessen Halbmesser sich zu AG verhält, wie die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Lichtwelle im Krystalle zu der in der Luft, also wie 1 : 1·654; zieht man hierauf von G zu dem Kreise eine Tangente GD, so gibt die Gerade OD, welche den Berührungspunkt D mit dem Mittelpunkte verbindet, die Richtung des gewöhnlich gebrochenen Strahls. — Schneidet man von der in O auf der OC errichteten Senkrechten ein Stück ab, welches sich zu OC eben so verhält, wie 1.654 : 1.483; macht dieses Stück zur großen, und OC zur kleinen Axe einer um O verzeichneten Ellipse, und zieht von G aus eine Tangente GF zu dieser Ellipse, so gibt die OF die Richtung des außerordentlichen Strahles. — Befindet sich die optische Axe nicht in der Einfallsebene, so muß man in G auf die Einfallsebene, d. i. die Ebene des Papiers eine Senkrechte errichten und durch diese eine Ebene so legen, daß sie die ellipsoidische Wellenoberfläche berührt; die Gerade, welche den Berührungspunkt mit O verbindet, ist die Richtung des außerordentlichen Strahls, die offenbar nicht immer in der Einfallsebene liegen kann.

Fig. 243.



Schneidet man von den drei Elasticitätsaxen eines zweiaxigen Krystalls Stücke ab, die sich zu einander verhalten, wie die ihren Richtungen entsprechenden Fortpflanzungsgeschwindigkeiten, und beschreibt über diese drei Axen ein Ellipsoid, so läßt sich mit Hilfe desselben das Gesetz angeben, nach welchem die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Strahls sich ändert, wenn seine Richtung eine andere wird.

Die Gesetze der Doppelbrechung in zweiaxigen Krystallen hat zuerst Fresnel in einer Abhandlung (Pagg. Aera Bd. XXIII) theoretisch aus der Undulationstheorie abgeleitet; spätere Versuche bestätigten die Richtigkeit dieser Gesetze und mithin auch die der Undulationstheorie. Ueber Doppelbrechung siehe Dr. Wülners Physik 1. Bd.

§. 184. Polarisation des Lichts durch doppelte Brechung. Leitet man das in ein verfinstertes Zimmer eingetretene Lichtbündel durch ein achromatisirtes Doppelspathprisma, und untersucht die beiden durch doppelte Brechung entstandenen Strahlen, den gewöhnlichen O und den ungewöhnlichen E, indem man sie einzeln auf einen Doppelspathkrystall auffallen läßt, hinter dem ein weißer Schirm aufgestellt wird, so ergibt sich:

a) daß bei paralleler Lage der Hauptschnitte der beiden Krystalle O im zweiten Krystalle vollständig auf die gewöhnliche und E vollständig nur auf die ungewöhnliche Weise gebrochen wird;

b) stehen die Hauptschnitte auf einander senkrecht, so erleidet O im zweiten Krystalle nur die ungewöhnliche und E nur die gewöhnliche Brechung;

c) schließen jedoch die beiden Hauptschnitte einen Winkel ein, der von 0° und 90° abweicht, so wird sowol O als E doppelt gebrochen, und es entstehen aus O die Strahlen Oo und Oe und aus E die Strahlen Eo und Ee; jedes Paar erscheint aber nur dann von gleicher Intensität, wenn die Hauptschnitte den Winkel von 45° mit einander bilden.

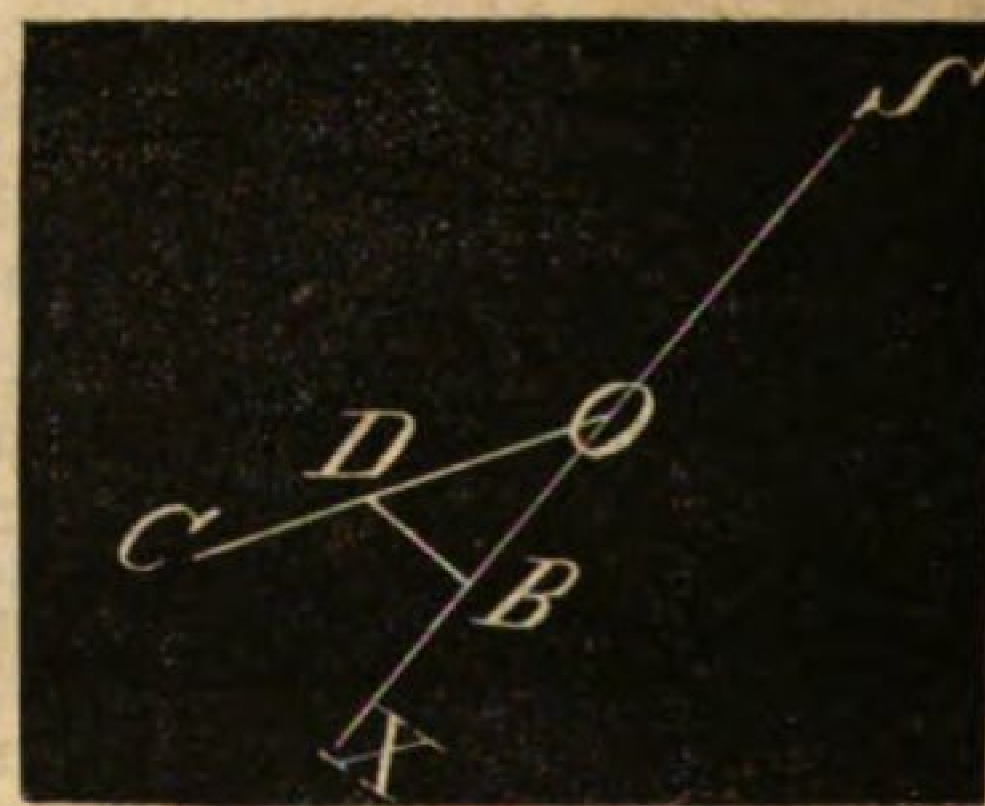
Demnach erhält ein Lichtstrahl bei der doppelten Brechung im ersten Krystalle eine besondere Modification, vermöge welcher derselbe in einem zweiten doppelt brechenden Körper entweder vollständig auf die gewöhnliche oder ungewöhnliche Weise gebrochen wird, und daher einfach aus diesem Körper heraustritt, oder in zwei Strahlen sich theilt, die jedoch ungleich intensiv sind und nur in einem bestimmten Falle eine gleiche Intensität besitzen. Man nennt diese Umwandlung, die ein Lichtstrahl durch die doppelte Brechung in seiner Beschaffenheit erhält, Polarisation des Lichts; und den mit der angeführten Eigenschaft begabten Lichtstrahl einen polarisirten. Weil der Lichtstrahl E in dem Falle, wo O auf die gewöhnliche Art gebrochen wird, nur die ungewöhnliche Brechung erleidet und umgekehrt; so sagt man, sie seien entgegensetzt oder unter einem rechten Winkel polarisirt. Ein Lichtstrahl wird nicht nur durch den Doppelspath, sondern durch jeden doppelt brechenden Körper in zwei Strahlen getheilt, deren jeder dabei die Eigenschaft erhält, beim Durchgange durch einen zweiten Krystall sich in zwei Theile zu theilen, welche Veränderungen in ihrer Intensität darbieten, die von der Größe des Winkels, den die Hauptschnitte der beiden Krystalle mit einander bilden, abhängen, so daß ein Theil sogar verschwindet und der andere ein Maximum der Intensität erhält, wenn dieser Winkel gleich Null oder ein rechter wird.

Der Zustand der Polarisation des Lichts wird dadurch bewirkt, daß die Schwingungsrichtungen sämmtlicher, einem Strahle zugehörigen Aethertheilchen in die nämliche Ebene gebracht werden; man hat Grund zu der Annahme, daß bei den einaxigen Krystallen die Schwingungsebene des ordentlichen Strahls auf der Ebene des Hauptschnittes senkrecht steht, und die des außerordentlichen mit dem Hauptschnitte zusammenfällt, daß daher die Polarisationsebene von O in der Ebene des Hauptschnittes und die von E mit dieser Ebene einen rechten Winkel einschließt.

Leitet man den polarisirten Strahl O auf einen einaxigen Krystall, dessen Hauptschnitt zu der Polarisationsebene von O parallel ist, und läßt ihn in einer gegen die optische Axe des Krystalls schiefen Richtung eintreten; so schwingen die diesem Strahle zugehörigen Aethertheilchen in Richtungen, die auf der Ebene des Hauptschnittes, mithin auch auf der in dieser Ebene liegenden optischen Axe senkrecht stehen; da aber die spezifische Elasticität des Aethers in allen auf dieser Axe senkrechten Richtungen gleich groß ist, so wird auch die Fortpflanzung der Schwingungen in allen Aetherschichten mit gleicher Geschwindigkeit vor sich gehen, mag die Neigung des Strahls gegen die Axe beliebig groß sein; demnach wird in diesem Falle der Strahl vollständig auf die gewöhnliche Weise gebrochen, und die Lage seiner Polarisationsebene bleibt ungeändert.

d) Steht die Polarisationsebene des einfallenden Lichtstrahls auf der Ebene des Hauptschnittes senkrecht, wie bei dem Strahl E, so schwingen die Aethertheilchen in der Ebene des durch den einfallenden Strahl S O, Fig. 244, und durch die optische Axe O C gehenden Hauptschnittes und zugleich in einer gegen den gebrochenen Strahl senkrechten Richtung, z. B. in der Richtung B D, die offenbar mit der Axe O C einen Winkel einschließt, welcher complementär ist zu dem Winkel C O x, und sich daher mit der Neigung des Strahls gegen die Axe ändert. Da nun die spezifische Elasticität des Aethers nach den verschiedenen, gegen die Axe geneigten Richtungen verschieden groß ist, so folgt, daß die Fortpflanzungsgeschwindigkeit für eine bestimmte Neigung des Strahls gegen die Axe bei allen Aethertheilchen gleich groß bleibt, aber sich ändert, so wie der Einfallswinkel des Strahls ein anderer wird; daher wird der Lichtstrahl in diesem Falle einfach, aber auf die ungewöhnliche Weise gebrochen, und tritt wieder ohne Aenderung seines Polarisationszustandes heraus.

Fig. 244.



e) Ist der einfallende Strahl in einer gegen den Hauptschnitt geneigten Ebene polarisirt, so schwingen auch die Aethertheilchen in einer gegen den Hauptschnitt geneigten Ebene senkrecht auf der Richtung des Strahls; die Versuche lehren, daß in diesem Falle der Strahl sich in zwei Bündel theilt, wovon das eine auf die gewöhnliche, das andere auf die ungewöhnliche Weise gebrochen wird; die Lichtstärke derselben ist nur dann gleich, wenn die Polarisationsebene des einfallenden Strahls mit dem Hauptschnitte den Winkel von 45° bildet; untersucht man den Polarisationszustand der beiden Lichtbündel nach ihrem Austritte aus dem Krystall, so findet man, daß die Polarisationsebene des ordentlichen zu dem Hauptschnitte parallel ist, die des andern auf ihm senkrecht steht; man sagt daher, der erste Strahl sei in der Ebene des Hauptschnittes, und der andere in einer auf dem Hauptschnitte senkrechten Ebene polarisirt.

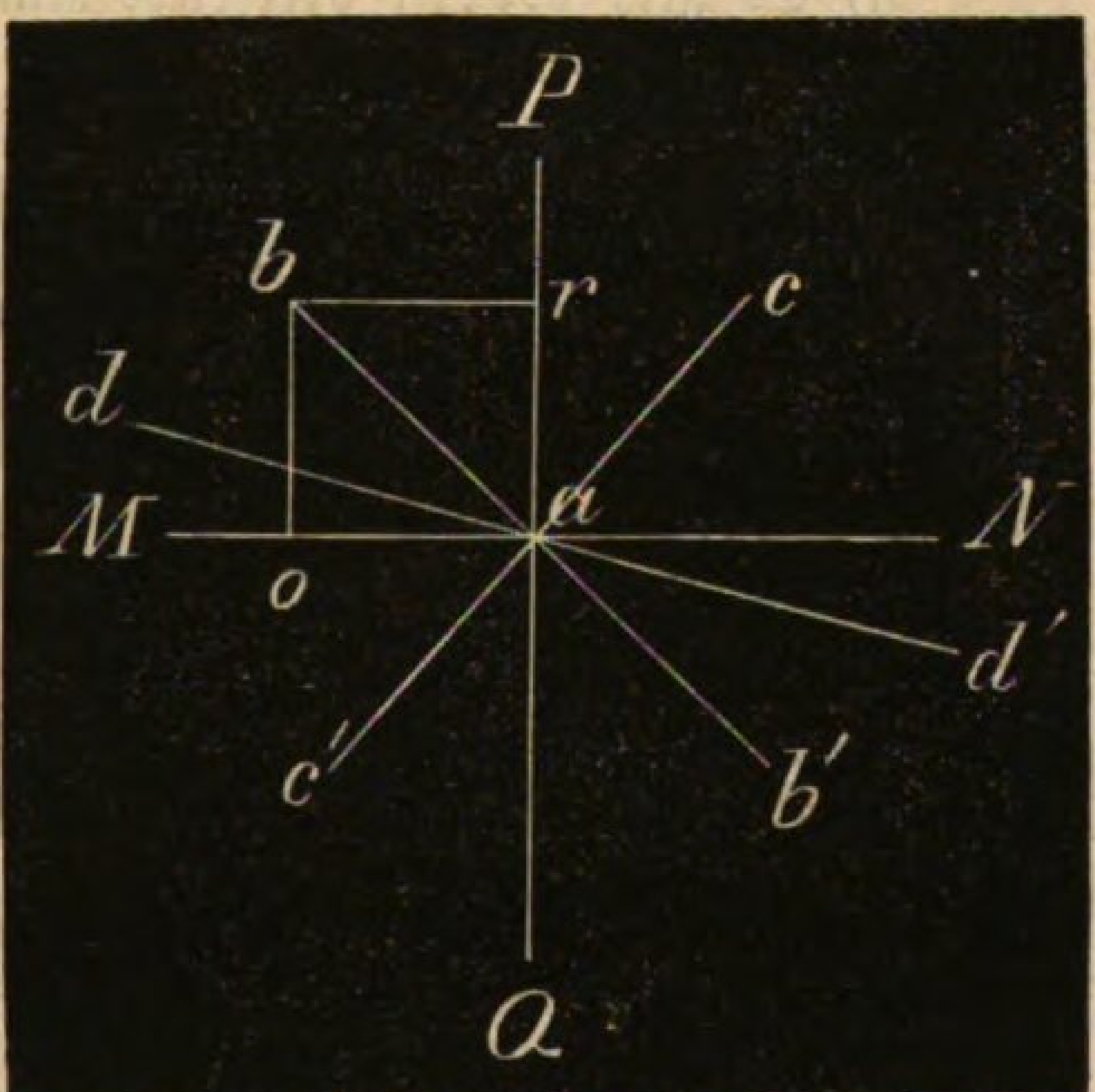
Die Erklärung dieser Erscheinung ist leicht gegeben, wenn man berücksichtigt, daß sich jede geradlinige Schwingung von der Amplitude a in zwei Componenten zerlegen läßt, wovon die eine senkrecht gegen den Hauptschnitt, die andere parallel zu ihm gerichtet ist; die Geschwindigkeiten, mit der sich die erstere fortpflanzt, ist verschieden von der, mit welcher letztere fortschreitet; da aber eine andere Fortpflanzungsgeschwindigkeit eine andere Richtung des Strahls bei der Brechung veranlaßt, so wird der einfallende Lichtstrahl in zwei Theile gespalten, deren Polarisationsebenen auf einander senkrecht stehen oder die, wie man sagt, unter einem rechten Winkel polarisirt sind, und zwar wird derjenige, dessen Polarisationsebene zum Hauptschnitte parallel ist, die gewöhnliche, der andere die ungewöhnliche Brechung erleiden.

Heißt α der spitzige Winkel, welchen die Polarisationsebene und β jener, den die Schwingungsebene des einfallenden Strahls mit dem Hauptschnitte bildet, so sind die Amplituden der einen rechten Winkel einschließenden Componenten a sin. $\beta =$ a cos. α, und a cos. $\beta =$ a sin. α; die Intensitäten der beiden durch Theilung des einfallenden polarisirten Strahles entstandenen Bündel sind den Quadraten der Amplituden der schwingenden Theilchen proportional, und werden somit durch $a^2 \cos.^2 \alpha$, und $a^2 \sin.^2 \alpha$ ausgedrückt; der erstere Ausdruck gibt die Intensität des ordentlichen (O) und der letztere die des außerordentlichen (E), was nach Malus mit der Erfahrung vollkommen übereinstimmt.

Setzt man $O = a^2 \cos.^2 \alpha$ und $E = a^2 \sin.^2 \alpha$, so ist für $\alpha = o, O = a^2$, und $E = o$; für $\alpha = 90°$ ist $O = o$, und $E = a^2$, für $\alpha = 45°$, ist $O = E$, d. h. die Intensitäten beider Strahlen sind einander gleich.

f) Ist a der Einfallspunkt eines die Ebene des Papiers treffenden gewöhnlichen (nicht polarisirten) Lichtstrahls, sind MN und PQ, Fig. 245, die Durchschnitte der Papierfläche mit zwei auf einander senkrecht stehenden Ebenen, $b b_1$, $c c_1$, $d d_1$, die verschiedenen Richtungen, in welchen die dem Strahle zugehörigen Aetherteilchen schwingen; so kann man immer die Schwingungen in zwei andere, einen rechten Winkel bildende zerlegen; ist z. B. ab die Amplitude eines Aethertheilchens, so zerlegt man sie in die Componenten ar und ao, wovon ar in der Ebene PQ, und ao in der Ebene MN liegt. Verfährt man auf gleiche Weise mit den Schwingungen aller im Strahle befindlichen Aethertheilchen, und berücksichtigt, daß wegen der Vielheit der Fälle die Zerlegung nach der Richtung PQ eine eben so große Summe gibt, als die nach der Richtung MN; so wird ersichtlich, daß man sich einen gewöhnlichen Strahl aus zwei rechtwinklig gegen einander polarisirten Strahlen von gleicher Intensität zusammengesetzt denken kann.

Fig. 245.



Fällt nun ein gewöhnlicher Strahl auf einen einaxigen Krystall, so wird er nicht nur doppelt gebrochen, sondern die beiden entstehenden Lichtbündel erscheinen polarisirt, der eine in der Ebene des Hauptschnittes, der andere darauf senkrecht; diese Thatsache, so wie die unter (e) erwähnte beweiset, daß in den einaxigen Krystallen nur Schwingungen möglich sind, die entweder auf dem Hauptschnitte senkrecht stehen, oder zu ihm parallel sind; weshalb der gewöhnliche Strahl bei seinem

Eintritte in einen einaxigen Krystall sogleich in seine zwei Hälften zerfällt, wovon die eine aus Aethertheilchen, deren Schwingungen senkrecht gegen den Hauptschnitt, mithin auch gegen die Axe gerichtet sind, besteht und deßhalb die gewöhnliche Brechung erleidet; die andere Hälfte enthält Theilchen, die in der Ebene des Hauptschnittes in Richtungen schwingen, die mit der Axe einen Winkel einschließen, der zu dem complementär ist, welchen der Strahl mit der Axe bildet, weshalb die zweite Hälfte die ungewöhnliche Brechung erfährt. Beide Theile, in die sich der gewöhnliche Strahl spaltet, sind bei jeder Stellung der Einfallsebene gleich intensiv. — In dem Falle jedoch, wo der gewöhnliche Strahl parallel zur optischen Axe einfällt, schwingen alle seine Aethertheilchen senkrecht zur Axe, mithin ist die Fortpflanzungsgeschwindigkeit bei allen die nämliche, weshalb keine Theilung des Strahls Statt findet, und der austretende Strahl auch nicht polarisirt erscheint.

g) In zweiaxigen Krystallen halbirt die Polarisationsebene desjenigen Strahls, der in gewissen Ebenen die gewöhnliche Brechung erfährt, den Winkel, den die beiden optischen Axen einschließen; jene des andern steht auf der ersteren senkrecht.

h) Es gibt doppelt brechende Körper, welche nach gewissen Richtungen die Fortpflanzung des einen durch doppelte Brechung entstandenen Lichtbündels, oder einiger farbigen Bestandtheile desselben nicht gestatten; so z. B. absorbirt eine Turmalinplatte, wenn sie parallel zur Krystallaxe, die hier zugleich die optische Axe ist, aus einer Turmalinsäule ausgeschnitten ist, das gewöhnlich gebrochene Licht desto mehr, je tiefer dieses in das Plättchen eindringt; so daß bei einer gewissen Dicke der Platte nur das ungewöhnlich gebrochene Licht durchgeht. Die Polarisationsebene des durchgelassenen Strahls steht senkrecht gegen die optische Axe, die hier zu den Ebenen parallel ist, die das Turmalinplättchen begrenzen.

Schneidet man aus einem Turmalinkrystalle ein dreiseitiges Prisma, dessen brechender Winkel sehr klein, und dessen Kante zur Krystallaxe parallel ist, und sieht durch den dünnsten Theil eine Nadelspitze an, so sieht man sie doppelt: wie man aber das Auge mehr und mehr hebt, wird das gewöhnliche Bild immer schwächer, und verschwindet bei einer gewissen Dicke desjenigen Theils des Prisma's, durch den man sieht.

Legt man auf ein so zugeschnittenes Turmalinplättchen ein zweites, so, daß die beiden Axen zu einander parallel liegen, so sind auch die Hauptschnitte parallel, und der aus dem ersten Plättchen austretende ungewöhnlich gebrochene und polarisirte Lichtstrahl wird im zweiten Plättchen nur auf die ungewöhnliche Weise gebrochen, und geht ohne bedeutende Verminderung seiner Intensität durch dieses Plättchen durch. Wird aber das zweite Plättchen gedreht, während man das erste in einer festen Lage hält, so nimmt die Intensität des durchgelassenen, d. i. des ungewöhnlich gebrochenen, Strahls immer mehr ab, da das auf das zweite Plättchen fallende Licht nun in zwei Bündel zerfällt, wovon das gewöhnliche absorbirt wird, das andere aber an Intensität desto mehr abnimmt, je größer der Winkel wird, den die beiden Axen einschließen; ist dieser Winkel ein rechter, so wird die Intensität des ungewöhnlich gebrochenen Strahls im zweiten Plättchen auch Null, und

die beiden Plättchen erscheinen undurchsichtig. Man hat zu diesem und zu anderen Versuchen eine eigene Vorrichtung, die Turmalinzange, wo jedes Plättchen mit einer Fassung versehen und das eine drehbar eingerichtet ist. — Eine von Herapath dargestellte Jod-Chinin-Verbindung, Herapathit genannt, besitzt dieselbe Eigenschaft, wie der Turmalin, ist aber farblos und deshalb brauchbarer als Turmalin.

Die Fähigkeit vieler doppelt brechenden Krystalle eines der beiden Strahlenbündel oder gewisse Farben beider zu absorbiren, hängt auch von der Neigung des einfallenden Lichtes ab; die Folge davon ist die Eigenschaft, nach Verschiedenheit der Lage der Axe des Krystalls gegen das einfallende Licht, verschiedene Farben zu zeigen. Man nennt diese Eigenschaft Dichroismus; so erscheint z. B. der Dichroit, wenn man auf gewöhnliches Licht längs der Richtung der Axe sieht, dunkelblau, jedoch gelblich oder grau in der darauf senkrechten Richtung. Häufiger bemerkt man den Dichroismus, wenn man polarisirtes Licht durch die Krystalle leitet. Die Erhitzung hat oft, wie Brewster dargethan hat, auf die Beschaffenheit der Farbe einen großen Einfluß; so z. B. kann man gelben Topasen, bei denen das eine durch doppelte Brechung gebildete Bild röthlich erscheint, durch Erhitzung die höher geschätzte blaßrothe Farbe geben. — Schleift man aus Krystallen, die mit der Eigenschaft des Dichroismus begabt sind, Kugeln, so zeigen sie in den Richtungen der beiden Axen die Hauptfarben, in anderen Richtungen alle andern dazwischen liegenden Farben. Haidinger brachte für diese Erscheinung, die er zuerst beobachtete, und die im polarisirten Lichte besonders lebhaft hervortritt, das Wort Pleochroismus in Vorschlag.

Auf ähnliche Weise, wie die Turmalinplatte, wirkt ein von Nicol construirtes, durch die Fig. 246 in natürlicher Größe dargestelltes Prisma von Kalkspath; ab a'b' ist der Hauptschnitt; die Längenkanten ab' und ba' sind zwei der natürlichen stumpfen Kanten des Krystalls; die Endflächen ab und a'b' werden durch Schleifen erzeugt, und bilden mit den Kanten in a und a' Winkel von 68°, während die natürlichen Endflächen Winkel von nahe 71° einschließen. Diese so zugerichtete Säule wird in der Ebene bb' senkrecht gegen den Hauptschnitt und gegen die beiden Endflächen in zwei Theile durchschnitten, deren Schnittflächen man polirt, und hierauf mittelst Canadabalsam zusammenkittet. Die zusammengekitteten Theile werden in einen hohlen Korkcylinder eingepaßt und dieser in eine Metallröhre eingeschoben. Die Seitenflächen sind schwarz angestrichen. Nicol's Prisma ist das sicherste Mittel ein ungefärbtes und vollkommen polarisirtes Strahlenbündel zu erhalten.

Fig. 246.

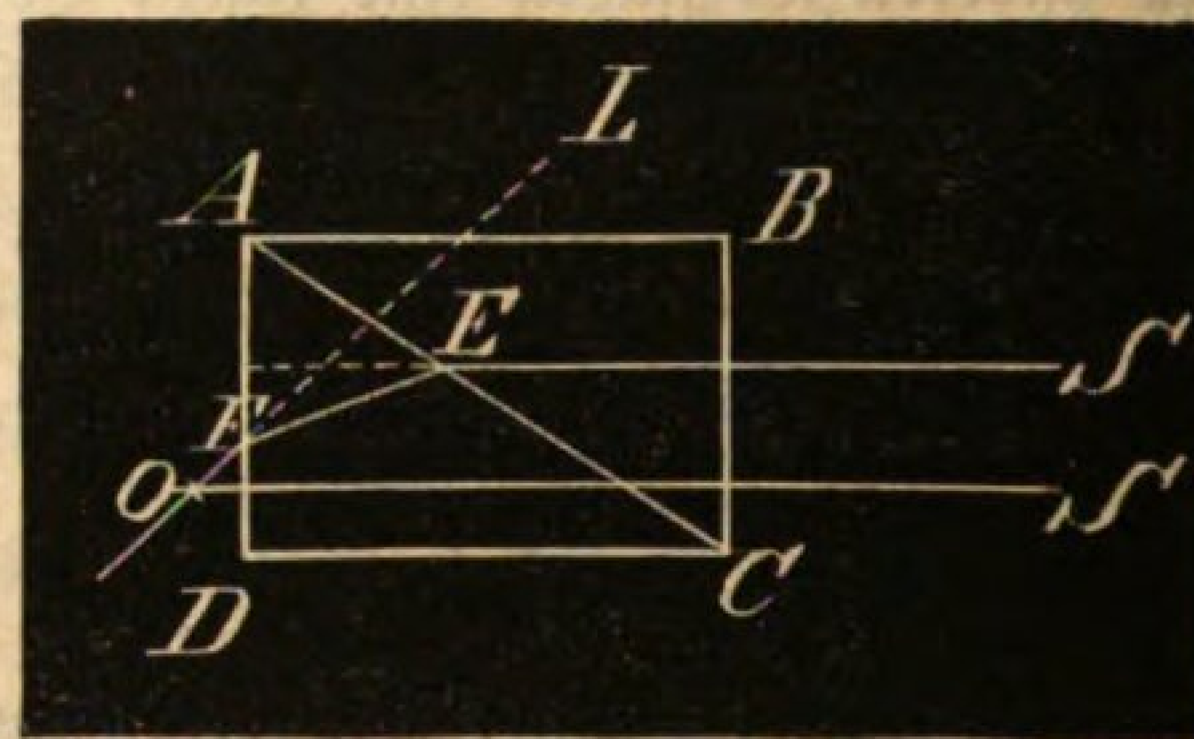


Ein auf eine Endfläche fallender Lichtstrahl erleidet eine doppelte Brechung; das ordentliche Lichtbündel, welches die Schichte von Canadabalsam in sehr schiefer Richtung trifft, und diese wie ein schwächer brechendes Mittel (n ist = 1.549) wirkt, erleidet daselbst eine totale Reflexion, und wird seitwärts abgelenkt, so daß es nicht das nach der Länge des Prismas beobachtende Auge treffen kann; gegen das ungewöhnliche Lichtbündel verhält sich der Canadabalsam wie ein stärker brechendes Mittel; daher durchdringt es diese Schichte und gelangt in das Auge. Nicol's Prisma hat vor einem parallel zur Krystallaxe geschnittenen Turmalinplättchen den Vorzug der Farblosigkeit und einer größeren Lichtstärke.

Eine zu diesen Versuchen nützliche Vorrichtung ist Rochons Prisma, das aus zwei gleichen dreiseitigen Prismen von Bergkrystall mit rechtwinkeligen Grundflächen ABC und ADC, Fig. 247, besteht; diese sind so geschnitten, daß die optische Axe bei dem ersten auf der gegen das Object gekehrten Seitenfläche BC senkrecht,

folglich mit AB parallel wird, bei dem andern aber mit der Kante C und daher mit allen drei Seitenflächen parallel läuft. Diese Prismen werden mittelst Mastix in lacrimis an den Hypothesenflächen zu einem rechtwinkeligen Parallelepiped mit einander verbunden. Ein senkrecht auf BC einfallender Lichtstrahl SE geht im ersten Prisma, da er zur Axe parallel ist, einfach und ungebrochen durch, wird aber an der Hypothenusenfläche in E in zwei Theile getheilt; der ordentliche Theil geht ungebrochen durch, der außerordentliche wird nach EF, und in F in der Richtung FO gebrochen. Sieht ein Auge in O mittelst dieses Prismas nach einem entfernten Punkte S, von dem die Strahlen auf BC parallel auffallen, so erblickt es das ungewöhnliche Bild in der Richtung OFL; aber es sieht auch das gewöhnliche Bild von S vermöge des in ungeänderter Richtung durchgehenden auf die gewöhnliche Weise gebrochenen Theiles eines anderen Strahles S' O. Ein solches Prisma bringt die durch doppelte Brechung entstehenden Bilder viel weiter auseinander, als ein einziges Stück des Krystalls von derselben Dicke. Anstatt Bergkrystall kann auch Doppelspath verwendet werden. Dieses Prisma kann in Verbindung mit einem Fernrohr zur Bestimmung der Entfernug eines Gegenstandes dienen. (Siehe Kunzeks Lehre vom Lichte).

Fig. 247.



Hieher gehört auch Haidinger's dichroskopische Loupe, die aus einem länglichen Stücke eines Dopplspathes besteht, an dessen beiden Endflächen zur Compensirung ihrer Neigung Glasprismen mit einem brechenden Winkel von 18° angekittet sind. Das Ganze ist in ein kleines Rohr gefaßt, bei dem an einem Ende eine quadratische, bei dem andern eine runde Oeffnung in der Mitte sich vorfindet; vor der letzteren ist eine aplanatische Linse angebracht, durch die man auf die zweite Oeffnung sieht, die nun im gewöhnlichen Lichte doppelt erscheint. Die Größe der vierеckigen Oeffnung und die Länge des Kalkspaths stehen in einem solchen Verhältnisse, daß sich die beiden viereckigen Bilder der Oeffnung berühren. Ist das einfallende Licht polarisirt, so verschwindet das eine Bild, wenn man die Vorrichtung um einen gewissen Winkel gedreht hat. Betrachtet man durch diese Loupe Krystalle, welche mit Dichroismus begabt sind, so erscheinen die beiden Bilder der Oeffnung verschieden gefärbt.

Aus dem Gesagten ist leicht zu entnehmen, wie es möglich wird, polarisirtes Licht vom unpolarisirten zu erkennen; man braucht nur das Licht durch eine runde Oeffnung in einer schwarz angestrichenen Metallplatte zu leiten, und diese Oeffnung mittelst eines Kalkspath-Rhomboëders anzusehen, dabei aber den Krystall stets so zu stellen; daß das durch die Oeffnung gehende Licht eine natürliche Fläche desselben senkrecht trifft. Erscheint sie bei jeder Stellung des Krystalls doppelt, und haben die Bilder stets dieselbe Intensität, so ist das Licht ein gemeines, nicht polarisirtes; sieht man während der Drehung immer zwei Bilder, beobachtet aber Veränderungen in ihrer Lichtstärke, so ist das Licht zum Theile polarisirt; sieht man aber bei einer gewissen Stellung des Kalkspaths, bei welcher das Licht weder parallel zur Axe, noch senkrecht auf ihr durchgeht, nur ein Bild, und nachdem man den Krystall um 90° gedreht hat, abermals nur ein Bild, in den Zwischenlagen aber zwei Bilder, deren Intensität sich mit der Stellung des Hauptschnittes bezüglich des einfallenden Lichtes ändert, so ist das Licht vollständig polarisirt.

Man kann auch eine zur Axe parallel geschnittene Turmalinplatte, oder ein Nicol'sches Prisma gebrauchen; verschwindet bei einer gewissen

Stellung derselben das Bild der Oeffnung, so ist das durchgehende Licht polarisirt, und der Hauptschnitt des Krystalls, durch den man die Oeffnung ansieht, steht dann senkrecht auf der Polarisationsebene dieses Lichtes. Sieht man während einer ganzen Umdrehung des Krystalls die Oeffnung mit gleicher Intensität, so ist das Licht nicht polarisirt; ändert sich dabei die Lichtstärke, so ist das Licht nur zum Theile polarisirt.

W. Haidinger hat die Entdeckung gemacht, daß schon das freie Auge das polarisirte Licht an zwei blaßgelben in der Polarisationsebene liegenden Lichtbüscheln zu erkennen vermag, dieß am leichtesten, wenn man eine weiße mäßig erleuchtete Wolke, deren Licht nicht polarisirt ist, betrachtet, dann schnell ein Nicol'sches Prisma vor das Auge stellt und dieses dreht; man erblickt die blaßgelben Büschel, die sich mit dem Prisma drehen und dabei leichter sichtbar werden. Ein aufmerksamer Beobachter bemerkt noch zwei andere Lichtbüschel von blauvioletter, mithin von complementärer Farbe. Mit einer dichroskopischen Loupe sieht man zwei Bilder der gelben Lichtbüschel in einem in der Stellung)(im zweiten in der Stellung ≍.

Arago fand, daß das von brennenden Körpern ausgestrahlte Licht ein polarisirtes ist, wenn diese Körper fest oder flüssig sind, daher nur glühen, aber daß es niemals polarisirt erscheint, wenn es von gasförmigen Körpern ausgeht. Da nun das Sonnenlicht niemals polarisirt ist, so schließt man, daß die dunkle Kugel der Sonne von einer leuchtenden Gasatmosphäre (Photosphäre) umgeben ist. Derselbe Gelehrte fand auch, daß das Licht der Fixsterne nicht polarisirt, aber das von Planeten und Kometen kommende Licht stets polarisirt ist, ferner, daß auch das Licht des blauen Himmels partiel in einer Ebene polarisirt ist, die durch den betrachteten Punkt am Himmel, durch die Sonne und den Beobachter geht. Ist der betrachtete Punkt der Polarstern, so geht die Polarisationsebene durch die Weltaxe und die Sonne, fällt somit zur Mittagszeit mit dem Meridian des Beobachters zusammen und macht wie die Sonne während eines Tages eine volle Umdrehung von 360° um die Erdaxe. Richtet man bei einem heiteren Himmel ein Nicol'sches Prisma auf den Polarstern und dreht es bis dieser verschwindet, so gibt die Lage des Hauptschnittes die der Polarisationsebene, somit erkennt man selbst zur Nachtszeit die Stellung der Sonne am Himmel, mithin auch wie zuerst Dove nachgewiesen hat, die Tagesstunde wie an einer Sonnenuhr. Auf dieser Thatsache beruht Wheastone's Polaruhr.

§. 185. Polarisation des Lichtes durch Reflexion und durch einfache Brechung. Malus, der Entdecker der Polarisation des Lichts, fand, daß ein Lichtstrahl auch durch Reflexion an einer Glasplatte, auf die er unter dem Neigungswinkel von 35° 25′ auffällt, eben so polarisirt wird, wie der auf die gewöhnliche Weise gebrochene Strahl im Doppelspath; ferner daß die Polarisation des Lichts auch durch andere reflectirende Flächen bewirkt wird, wenn diese von den auffallenden Lichtstrahlen unter gewissen Neigungswinkeln getroffen werden. Malus machte auch die Entdeckung, daß ein polarisirter Lichtstrahl auch die Eigenschaft besitzt, sich der Reflexion an einer Fläche zu entziehen, sobald er diese unter dem Neigungswinkel trifft, unter dem gewöhnliches Licht polarisirt wird, und die Einfallsebene mit seiner Polarisationsebene einen rechten Winkel bildet. Die bei dieser Polarisation ermittelten Gesetze sind:

a) Ein Lichtstrahl wird durch Reflexion an einer Fläche nur dann vollständig polarisirt, wenn der Einfallswinkel eine bestimmte, von der materiellen Beschaffenheit der reflectirenden Fläche abhängige Größe besitzt; man nennt diesen Einfallswinkel den Polarisationswinkel. Brewster fand aus zahlreichen Versuchen, daß die Tangente des Polarisationswinkels P, Fig. 248, dem Brechungsverhältnisse n des reflec-

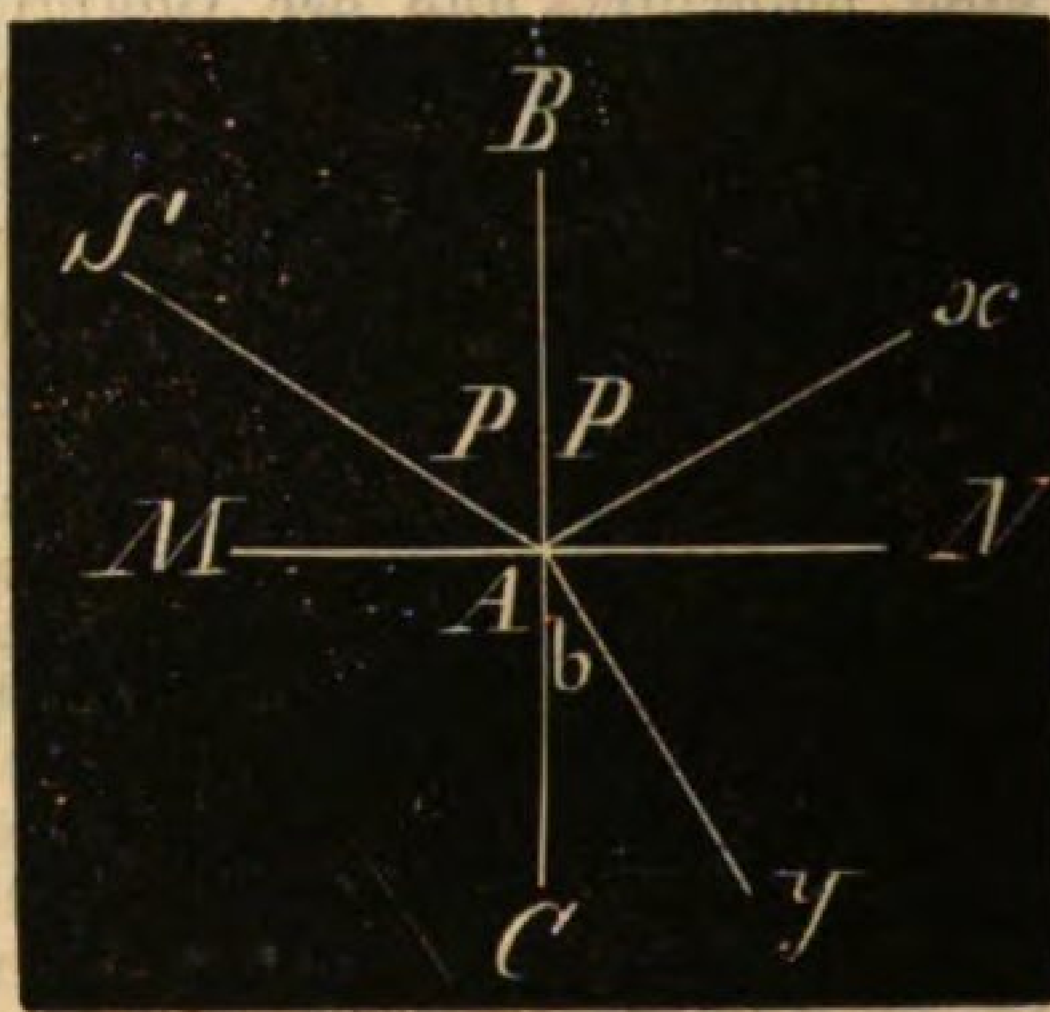
tirenden Mittels gleich ist, also daß stets tang. $P = n$, und da $\frac{\sin. P}{\sin. b} = n$ ist, $\sin. P = n \cos. P$, auch $\sin. b = \cos. P$, mithin

$P + b = 90^0$, und

$x\, A\, y = 90^0$,

d. h. der Polarisationswinkel ist derjenige Einfallswinkel, unter dem ein Lichtstrahl auffallen muß, damit der reflectirte Antheil mit dem gebrochenen einen rechten Winkel bilde. Für Glas beträgt der Polarisationswinkel $54^0\ 35'$, d. i. das Compliment zu dem Neigungswinkel von $35^0\ 25'$; für Obsidian 57^0, für Wasser 53^0.

Fig. 209.



Da der Werth von n für jede einzelne Farbengattung ein anderer ist, so hat auch jede Farbengattung einen eigenen Polarisationswinkel, weßhalb bei einem bestimmten Einfallswinkel nicht alles auffallende weiße Licht vollkommen polarisirt werden, daher auch nicht der Reflexion an einem zweiten gehörig gestellten, an der Hinterseite geschwärzten Spiegel sich vollständig entziehen kann. Hat man z. B. den Spiegel so aufgestellt, daß die von einer weißen Wolke kommenden Lichtstrahlen ihn unter dem Polarisationswinkel der gelben intensivsten Strahlen treffen, und nach der Reflexion auf einen zweiten Spiegel, unter dem nämlichen Winkel, aber so auffallen, daß die Einfallsebene des zweiten Spiegels mit der des ersten einen rechten Winkel bildet, so wird die Wolke im zweiten Spiegel nicht völlig schwarz, sondern schwach purpurroth gesehen, weil die äußersten Strahlen des Spectrums nicht vollkommen polarisirt sind. — Die Menge des unpolarisirt bleibenden Lichtes ist bei den Körpern größer, die das Licht stark brechen. Metalle polarisiren das Licht niemals vollkommen, weil sie ein großes Brechungsvermögen besitzen.

b) Weicht der Einfallswinkel von dem Polarisationswinkel ab, so wird das Licht nur unvollkommen polarisirt, wie man sich leicht mittelst eines Turmalinplättchens überzeugen kann.

c) Die Polarisationsebene des durch Reflexion polarisirten Lichtes ist die Einfalls- oder Reflexionsebene, demnach schwingen die Theilchen nach geschehener Reflexion in Richtungen, die auf der Einfallsebene senkrecht stehen, und die Schwingungsebene steht somit auf der Reflexionsebene senkrecht.

d) Fällt polarisirtes Licht auf eine reflectirende Fläche unter dem Winkel der vollkommenen Polarisation auf, so hängt die Intensität desselben nach der Reflexion von dem Winkel α ab, den die Einfallsebene mit der Polarisationsebene des auffallenden Lichtes einschließt, und den man das Azimuth der Polarisationsebene nennt. Setzt man die Intensität des auffallenden Lichtes $= 1$, so ist, wie Arago durch directe Versuche bewiesen hat, die Intensität J des reflectirten immer $= \cos.^2 \alpha$, mithin:

für $\alpha = o$, $J = 1$, d. h. wenn die Einfallsebene mit der Polarisationsebene des auffallenden Lichtes parallel ist, so wird alles Licht vollständig reflectirt;

für $\alpha = 45^0$, ist $J = {}^1/_2$, und

für $\alpha = 90^0$, ist $J = 0$; mithin

je größer das Azimuth wird, desto schwächer erscheint das reflectirte Licht; bei 45° hat es nur noch die halbe Lichtstärke und verschwindet vollständig, wenn die Einfallsebene auf der Polarisationsebene senkrecht steht.

Ein gewöhnlicher Strahl kann aus zwei unter einem rechten Winkel polarisirten gleich intensiven Lichtbündeln zusammengesetzt gedacht werden; liegt nun die Polarisationsebene des einen rechts von der Einfallsebene und ist der Winkel α ihr Azimuth, so ist das Azimuth des zweiten $90 - \alpha$; mithin ist $\cos.^2 \alpha$ die Intensität des einen reflectirten und $\sin.^2 \alpha$ die des zweiten reflectirten Lichtbündels; die Summe beider ist offenbar $= 1$, d. h. die Menge des reflectirten Lichtes bleibt immer die nämliche, mag man die Einfallsebene was immer für einer Seite des gewöhnlichen Lichtstrahls zukehren. Fällt das polarisirte Licht nicht unter dem Polarisationswinkel auf eine reflectirende Fläche auf, so läßt sich die Intensität des reflectirten Antheils nicht mehr durch eine so einfache Formel ausdrücken, kann aber jedesmal nach einem von Fresnel entwickelten Ausdrucke berechnet werden. — Das von den Mauern, Kästen, Tischen reflectirte Tageslicht zeigt sich theilweise polarisirt.

Sieht man durch ein Turmalinplättchen oder durch ein Nicol'sches Prisma auf die Oberfläche des Wassers in einer solchen Richtung, daß die unter dem Neigungswinkel von 37° reflectirten Strahlen in's Auge gelangen; so sind diese Strahlen polarisirt, weßhalb sie beim Durchgange durch das Turmalinplättchen bei gehöriger Stellung desselben absorbirt, und beim Durchgange durch das Nicol'sche Prisma seitwärts abgelenkt werden; das Auge erhält daher vom Wasser kein reflectirtes, sondern nur das aus der Tiefe kommende Licht, und es wird nun möglich, die im Wasser befindlichen Gegenstände zu sehen, die das freie Auge wegen der großen Intensität des von der Oberfläche zurückgeworfenen Tageslichtes nicht deutlich wahrnehmen kann. — Nach Brewster eignet sich das polarisirte Licht vorzüglich zur Besichtigung solcher Gegenstände unter dem Mikroskope, welche das Licht doppelt brechen, in welchem Falle sich beinahe alle Thier- und Pflanzenfasern befinden.

Leitet man gewöhnliches Licht auf eine Glasplatte unter dem Polarisationswinkel, so erscheint auch der durchgehende, mithin gebrochene Antheil polarisirt; aber nur theilweise; leitet man ihn aber durch eine zweite zur ersten parallele Glasplatte, so wird in dem ausgetretenen Antheile die Menge des polarisirten Lichtes größer, und noch größer nach dem Durchgange durch eine dritte, vierte .... Platte, so daß dasjenige Licht, das durch 6 oder 10 übereinander gelegte, eine Glassäule bildende Glasplatte durchgegangen ist, bereits vollständig polarisirt erscheint. Die Polarisationsebene des durch Brechung beim Durchgange durch eine Glassäule polarisirten Lichtes steht auf der Einfalls- oder Brechungsebene senkrecht und schließt somit mit der Polarisationsebene des durch Reflexion an der Glasplatte polarisirten Antheils einen rechten Winkel ein; demnach sind die beiden Lichtantheile, in welche sich ein unter dem Polarisationswinkel auf eine Glasplatte auffallender Lichtstrahl theilt, nämlich der reflectirte und der gebrochene immer entgegengesetzt polarisirt, weßhalb das Verhalten des durch Brechung polarisirten Strahls, sobald er auf eine reflectirende Fläche unter dem Winkel der vollkommenen Polarisation auffällt, oder in einen doppelt brechenden Körper eintritt, stets entgegengesetzt ist zu dem des durch Reflexion polarisirten Strahls; somit verhalten sich diese beiden Strahlen gerade so zu einander, wie die durch doppelte Brechung entstandenen.

Fresnel hat auch einen Ausdruck zur Berechnung der Intensität der durch Brechung polarisirten Strahlen auf theoretischem Wege ermittelt, der eben so wie die

Intensitätsformel für die durch Reflexion polarisirten Strahlen mit den Ergebnissen der Erfahrung übereinstimmt. (Kunzek's Studien pag. 343 bis 345.)

§. 186. Interferenz polarisirter Lichtstrahlen. Aus der Theorie ergibt sich, daß zwei von der nämlichen Lichtquelle ausgehende und nach einerlei Richtung polarisirte Strahlen, wenn sie unter einem sehr spitzen Winkel in einem Punkte zusammen treffen, oder indem sie in derselben Richtung fortschreiten und auf ein Aethertheilchen gleichzeitig einwirken, das Aethertheilchen in parallelen Richtungen zur geradlinigen Schwingung anregen und daher durch Interferenz die nämliche Erscheinung hervorbringen, wie im unpolarisirten Zustande; allein zwei Strahlen, die unter einer solchen Phasendifferenz zusammentreffen, daß sie sich vollständig aufheben müßten, wenn sie unpolarisirt wären, heben sich nicht mehr auf, wenn sie unter einem rechten Winkel polarisirt sind; denn dann erfolgen die Schwingungen der Aethertheilchen in den beiden Strahlen in Richtungen, die einen rechten Winkel bilden, weßhalb auch das im Punkte des Zusammentreffens befindliche Aethertheilchen in rechtwinkeligen Richtungen zur Schwingung angeregt wird, aber in diesem Falle können die Strahlen, sie mögen in was immer für Phasen sich befinden, keinen schwächenden Einfluß auf einander äußern.

Läßt man, wie bei den Beugungsversuchen, die von einer Lichtlinie kommenden Strahlen auf zwei in einem Metallschirme befindliche enge, und zur Lichtlinie parallele Spalten auffallen, so erhält man das jeder Spalte entsprechende Beugungsphänomen, und in der Mitte des Gesichtsfeldes, die durch Interferenz der von beiden Spalten kommenden und auf einander wirkenden Strahlen erzeugten Streifen; die Erscheinung bleibt ungeändert, wenn man vor beide Spalten gleich dicke, zur Krystallare parallel geschnittene Turmalinplättchen so anbringt, daß ihre Axen zu einander parallel stehen; dreht man aber das eine Plättchen, so nimmt die Lichtstärke der letzterwähnten Interferenzstreifen mehr und mehr ab und sie verschwinden gänzlich, wenn sich die Axen der beiden Turmalinplättchen kreuzen und daher das aus ihnen austretende Licht unter einem rechten Winkel polarisirt erscheint.

Sind a und b die Amplituden der Schwingungen bei zwei übereinstimmend polarisirten Strahlen, d ihre Phasendifferenz, und treffen sie in parallelen Richtungen oder unter einem sehr spitzigen Winkel zusammen, so erhält man nach §. 125 für die Amplitude A und die Phasendifferenz D der zusammengesetzten Schwingung die Ausdrücke:

$$A^2 = a^2 + b^2 \pm 2\,a\,b \cos. \frac{2\,\pi\,d}{T}, \text{ und}$$

$$A \cos. \frac{2\,\pi\,D}{T} = a \pm b \cos. \frac{2\,\pi\,d}{T};$$

das obere Zeichen gilt für den Fall, wenn die Anregungen zur Bewegung des Aethertheilchens nach derselben Richtung und das untere, wenn sie nach gerade entgegengesetzten Richtungen erfolgen. Aus diesen Formeln ergibt sich:

a) daß die Schwingungen der Aethertheilchen in dem zusammengesetzten Strahle längs derselben geraden Linie vor sich gehen, wie bei den Componenten, und daß daher der durch Interferenz entstandene Strahl nach der nämlichen Richtung polarisirt erscheint, wie die Strahlen, aus denen er sich gebildet hat;

b) daß man die Amplitude und die Phase der resultirenden Schwingung erhält, wenn man ein Parallelogramm verzeichnet, dessen anliegende Seiten den Amplituden der Componenten proportional sind, und einen der Größe $\frac{2\pi d}{T}$ gleichen Winkel einschließen. Sind beide Strahlen gleich gefärbt, ihre Amplituden (somit auch die Intensitäten) einander gleich und beträgt d den vierten Theil einer Schwingung, ist mithin $\frac{2\pi d}{T} = \frac{\pi}{2}$; so müssen die Seiten des Parallelogramms gleich groß sein und einen rechten Winkel einschließen, wo dann die Diagonale mit jeder Seite den Winkel von 45° bildet,

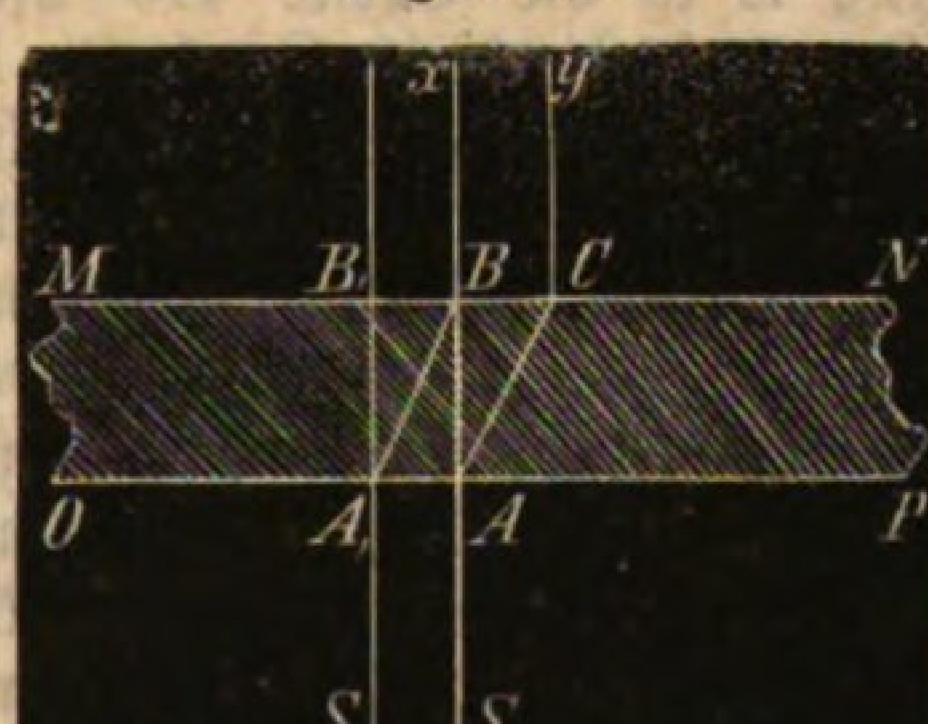
$$A^2 = 2\,a^2, \text{ und } \frac{2\pi D}{T} = \frac{\pi}{4}, \text{ mithin } D = \frac{T}{8}$$

ist; d. h. die Intensität des resultirenden Strahls ist doppelt so groß als die eines Seitenstrahls, und seine Phasenzeit ist um den achten Theil der Schwingungsdauer von der der Seitenstrahlen verschieden. Hieraus folgt wieder

c) daß man einen jeden geradlinig polarisirten Strahl von der Intensität J zerlegen kann in zwei andere nach derselben Richtung polarisirte Lichtbündel, deren jedes die Intensität $\frac{J}{2}$ hat und deren Phasenzeit um den vierten Theil der Schwingungsdauer verschieden ist.

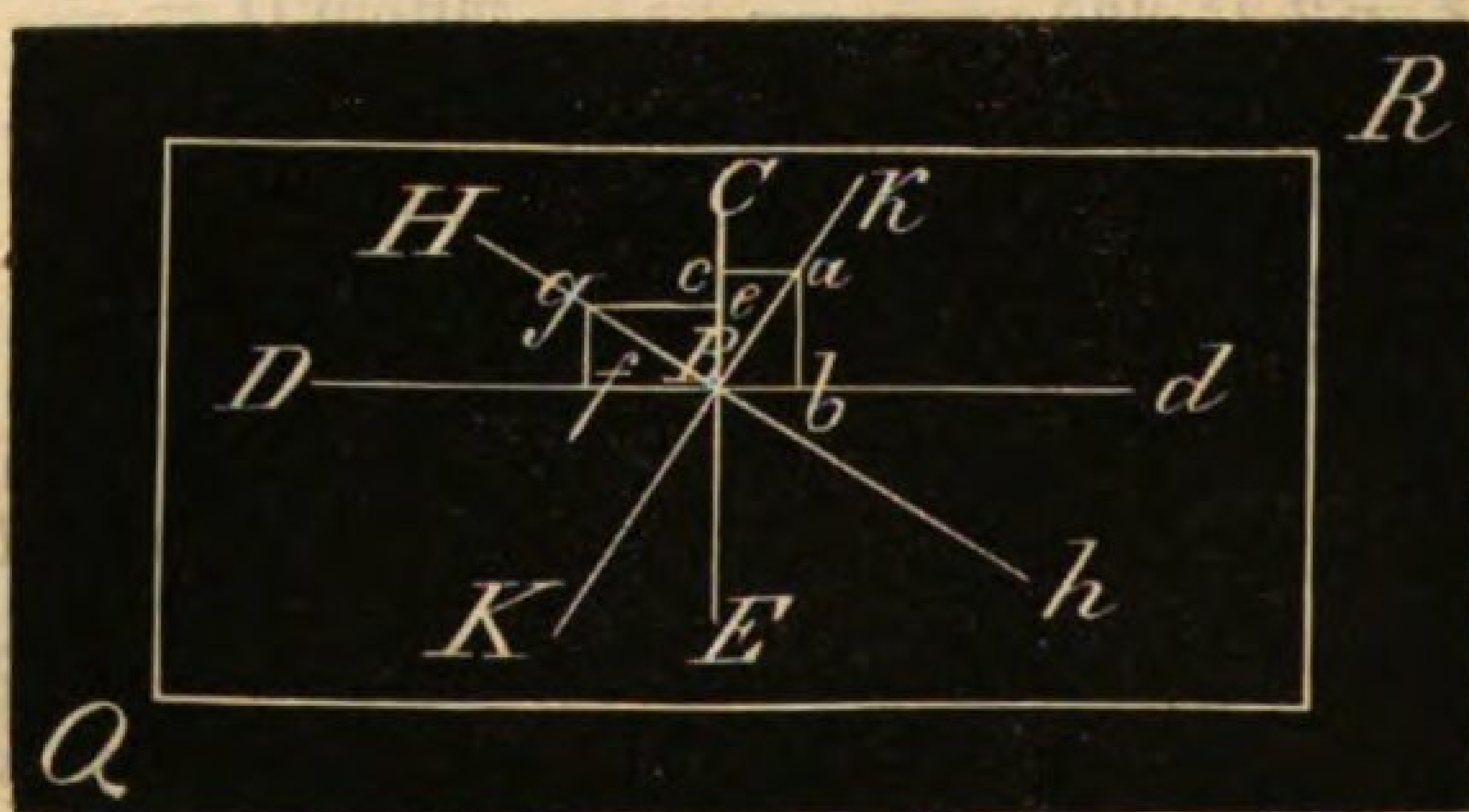
§. 187. Farbenerscheinungen, welche dünne Platten von doppelt brechenden Körpern im polarisirten Lichte darbieten. Auf ein von parallelen Ebenen begrenztes dünnes Plättchen MNOP, Fig. 249, von einem doppelt brechenden Krystalle, z. B. von blättrigem Gyps, der sich leicht in durchsichtige farblose Plättchen von gleicher Dicke zerspalten läßt, lasse man nach einerlei Richtung polarisirte homogene Lichtstrahlen in senkrechter Richtung auffallen, und gebe dem Plättchen eine solche Lage, daß jeder Strahl, z. B. SA in zwei Bündel zerfällt, wovon das eine AB mit dem gewöhnlich gebrochenen Strahle in Krystallen mit einer Axe übereinstimmt und im Hauptschnitte, d. i. in der Ebene polarisirt ist, welche den Winkel von 60°, den die beiden optischen Axen des Gypses mit einander bilden, halbirt, weßhalb wir ihn kurzweg den gewöhnlichen Strahl nennen und mit O bezeichnen wollen; das andere Bündel AC ist senkrecht gegen die Ebene des Hauptschnittes polarisirt, und soll mit E bezeichnet werden; beide Strahlen treten aus dem Plättchen in den Richtungen Bx und Cy heraus, die zum einfallenden Strahle, mithin auch unter sich parallel sind. Zieht man von B die Gerade A_1B parallel zu AC, so ist A_1 der Einfallspunkt eines andern Strahls S_1A_1, dessen gewöhnlich gebrochener Strahl parallel mit AB, der andere aber den Weg A_1B nimmt, und in der Richtung Bx heraustritt, somit nach seinem Austritte aus dem Plätt-

Fig. 249.



chen mit dem gewöhnlichen Bündel des Strahls SA in der nämlichen Richtung fortschreitet. Wir haben demnach in Bx zwei entgegengesetzt polarisirte Strahlen vereinigt, die sich mit ungleicher Geschwindigkeit durch das Plättchen fortgepflanzt haben, weßhalb ein von der Dicke des Plättchens und der Verschiedenheit der Fortpflanzungsgeschwindigkeit der beiden Lichtwellen abhängiger Unterschied in der Phasenzeit sich ergeben wird. Um den weiteren Vorgang leichter zu begreifen, wollen wir annehmen, die Oberfläche des Krystallplättchens liege in der Ebene des Papiers; B sei der Punkt, wo die in Bx vereinigten Strahlen O und E austreten, Hh, Fig. 250, sei die Lage des Hauptschnittes, mit

Fig. 250.



der ursprünglichen Polarisationsebene des auffallenden Lichtes einen spitzen Winkel bildend; Dd sei die Stellung des Hauptschnittes eines Kalkspath-Rhomboëders, durch den man auf das Krystallplättchen sieht. Da das Lichtbündel O in der Ebene Hh, und E in der auf Hh senkrecht stehenden Ebene Kk polarisirt ist, so können sie durch Interferenz einander nicht schwächen; bei dem Durchgange durch den Kalkspath wird jedes dieser Lichtbündel in zwei Theile zerlegt, O in die Theile Oo und Oe, und E in die Theile Eo und Ee; davon sind Oo und Eo in der Ebene Dd, und Oe mit Ee in der darauf senkrechten Ebene CE polarisirt. Geht nun die Schwingung von O in einem Momente von B nach k, und stellt Ba die Amplitude vor, so zerlegt sich diese Schwingung im Kalkspathe in die zwei Componenten Bb und Bc, wo dann $Bc = a$ die Amplitude einer Schwingung von Oo und $Bb = a'$ die Amplitude einer Schwingung von Oe angibt. Die Schwingungsrichtung von E stellt BH, und die Amplitude die Gerade Bg vor; jede Schwingung von E zerfällt im Kalkspathe in zwei besondere Schwingungen, deren Richtungen und Amplituden durch Be und Bf gegeben sind; $Be = b$ ist die Amplitude der Schwingung von Eo, und $Bf = b'$ die von Ee. Demnach erhält man zwei Paare von Lichtbündeln: das eine bilden Oo und Eo deren Schwingungen übereinstimmen, daher ihre Elongationen x und y sich addiren, während in dem Paare Oe und Ee die Anregungen nach den entgegengesetzten Richtungen Bb und Bf erfolgen, weshalb die Elongation des resultirenden Strahls $= x - y$ sein muß. Jedes Paar besteht aus Strahlen, die nach einerlei Richtung polarisirt sind und bei denen derselbe Gangunterschied besteht, wie zwischen O und E; aber die zwei durch Zusammensetzung entstandene Lichtbündel

sind rechtwinkelig polarisirt und im Allgemeinen von ungleicher Intensität, jedoch die Summe derselben bleibt immer die nämliche, indem sie immer der Summe der Intensitäten der Strahlen O und E gleich ist.

Denn sind A und A_1 die Amplituden der zusammengesetzten Strahlen und setzt man $\frac{2\pi d}{T} = h$,

so ist $A^2 = a^2 + b^2 + 2ab \cos. h$, und

$A_1{}^2 = a_1{}^2 + b_1{}^2 - 2a_1 b_1 \cos. h.$

Schließen die Schwingungsebenen Kk und EC den Winkel α ein, und sind p und q die Amplituden von O und E, so ist:

$a = p \cos. \alpha$, $a_1 = p \sin. \alpha$, $b = q \sin. \alpha$, $b_1 = q \cos. \alpha$,

mithin $a^2 + a_1{}^2 = p^2$, und $b^2 + b_1{}^2 = q^2$,

ferner $ab = pq \cos. \alpha \sin. \alpha = a_1 b_1$;

$A^2 + A_1{}^2 = p^2 + q^2$.

Bildet der Hauptschnitt des Krystallplättchens mit der ursprünglichen Polarisationsebene den Winkel von 45°, so haben O und E gleiche Intensität, und wenn derselbe auch mit dem Hauptschnitte des Kalkspaths den Winkel von 45° einschließt, so ist $a = b$, $a_1 = b_1$, und $a = a_1$, mithin

$$A^2 = 2a^2 (1 + \cos. h) \text{ und } A_1{}^2 = 2a_1{}^2 (1 - \cos. h).$$

Wäre nun der Gangunterschied der in einem Paare befindlichen Strahlen von der Größe, daß er den Unterschied in der Phasenzeit

$$0, \frac{T}{2}, \frac{2T}{2}, \frac{3T}{2} \ldots .$$

herbeiführt, so ist $\cos. h = \pm 1$, wo dann die Intensität des einen Bündels gleich $4a^2$ und die des andern gleich Null ist.

Aus dem Gesagten ist zu ersehen, daß die Intensität eines jeden der durch Interferenz entstandenen Lichtbündels sowohl von der Lage des Hauptschnittes des Krystallplättchens gegen die ursprüngliche Polarisationsebene und gegen die Ebene des Kalkspaths, als auch von dem Gangunterschiede der interferirenden Strahlen abhängt; da jedoch derselbe Unterschied der Wege bei verschiedenfarbigen Strahlen wegen Verschiedenheit der Schwingungsdauer einen verschiedenen Unterschied in der Phasenzeit, somit auch eine andere Verschiedenheit in der Intensität der aus der Interferenz hervorgehenden Strahlen herbeiführt, so wird dadurch das Mischungsverhältniß der Bestandtheile des weißen Lichtes gestört, so daß sich in dem einen Strahlenpaare gewisse Lichtsorten aufheben oder wenigstens schwächen, aber in demselben Maße im andern Strahlenpaare verstärken müssen, weßhalb das Plättchen an der Stelle, von welcher die Strahlen in's Auge kommen, und die vermittelst des Kalkspaths doppelt gesehen wird, gefärbt erscheint. Die Farben der beiden Bilder sind complementär, denn ist z. B. das rothe Licht an einem Strahlenpaare durch Interferenz verschwunden, so erzeugt dieses eine grüne Färbung, im anderen Strahlenpaare erscheint aber das Roth in dem Maße verstärkt und das Grün in dem Maße geschwächt, in welchem das erstere im ersten Paare geschwächt und das andere ver-

stärkt wurde, weßhalb die durch das andere Strahlenpaar bewirkte Farbe roth sein wird.

Die Beschaffenheit der Farbe hängt offenbar von der Dicke des Krystallsplättchens und von dem Unterschiede der Geschwindigkeiten des gewöhnlichen und des ungewöhnlichen Strahls, mithin von dem Brechungsexponenten des Plättchens ab. Bei schief auffallenden Strahlen, da sie einen längeren Weg im Plättchen zurücklegen, und deßhalb der eine Strahl mehr hinter dem andern zurückbleibt, wird die Farbe eine andere, als unter den nämlichen Umständen beim senkrechten Durchgange der Strahlen. — In den Fällen, wo der Hauptschnitt des Krystallplättchens zu der ursprünglichen Polarisationsebene des auffallenden Lichtes oder zu dem Hauptschnitte des Kalkspathes parallel ist, oder auf einer dieser Ebenen senkrecht steht, erscheint das Plättchen nicht gefärbt, weil dann entweder im Plättchen oder im Kalkspathe keine doppelte Brechung und somit auch keine Interferenz eintritt. — Die größte Lebhaftigkeit erhalten die Farben, wenn der Hauptschnitt des Plättchens mit den beiden andern Ebenen den Winkel von 45° einschließt.

Wenn der Hauptschnitt des Kalkspathes um 90° gedreht wird, so geht die Farbe eines jeden Bildes in die complementäre über, weil dann bekanntlich das gewöhnliche Bild in ein ungewöhnliches und das ungewöhnliche in ein gewöhnliches übergeht.

Fallen auf das Krystallplättchen unpolarisirte Lichtstrahlen auf, so sind keine Farbenerscheinungen möglich, denn jedes der beiden polarisirten Lichtbündel, aus denen der gewöhnliche Strahl besteht, erzeugt an der nämlichen Stelle eine Farbe; da aber diese Farben complementär sind, so erscheint die Stelle weiß.

Wird vor ein achromatisches Kalkspathprisma ein Gypsplättchen so gestellt, daß dessen Hauptschnitt mit dem des Kalkspaths den Winkel von 45° einschließt, so hat man Arago's Polariskop; fällt polarisirtes Licht darauf, so sieht man zwei Bilder complementär gefärbt.

§. 188. Polarisationsapparate. Nicht nur zu den Untersuchungen über die Veränderungen in der Lichtintensität polarisirter Strahlen, die sich ergeben, wenn die Polarisationsebene eines polarisirenden Körpers bezüglich der Polarisationsebene der auffallenden Strahlen eine andere Stellung erhält, sondern vorzüglich um die Farbenerscheinungen an doppelt brechenden Körpern im polarisirten Lichte bequem zu beobachten, und die Gesetze mit Genauigkeit festzustellen, hat man eigene Polarisationsapparate construirt; bei einem jeden solchen Apparate kommt ein Haupttheil vor, der das gewönhnliche Licht in polarisirtes umwandelt, und den man den polarisirenden Theil (Polariseur) nennt; ein zweiter Haupttheil dient zur Zerlegung des durch einen Körper, z. B. durch ein Gypsplättchen geleiteten und dabei modificirten polarisirten Strahls in zwei besondere Strahlenpaare, deren Bestandtheile durch Interferenz vereint werden, weßhalb dieser Haupttheil der analysirende (Analyseur) genannt wird.

Bei Nörrenberg's Polarisationsinstrumente ist die unter dem Polarisationswinkel bezüglich der auffallenden Strahlen geneigte Glasplatte der polarisirende Bestandtheil. Die polarisirten Strahlen werden vertical nach abwärts reflectirt und unten von einem horizontalen ebenen

Spiegel vertical aufwärts geworfen; bringt man das doppelt brechende Krystallplättchen auf ein horizontales Tischchen am Apparate, so wird es von den polarisirten Strahlen in senkrechter Richtung getroffen. Gebraucht man einen Kalkspath-Rhomboëder als Analyseur, so legt man auf das Krystallplättchen eine geschwärzte, mit einer runden Oeffnung in der Mitte versehene Metallplatte; man erblickt dann durch den Kalkspath zwei zum Theil übereinanderfallende Bilder der Oeffnung und zwar mit complementären Farben. Die Stelle, wo sich die Bilder decken, erscheint weiß; dieß beweiset, daß die Farben wirklich complementär sind.

Rochon's Prisma, oder ein achromatisches Doppelspathprisma als Analyseur verwendet, bringen die beiden Bilder weiter auseinander.

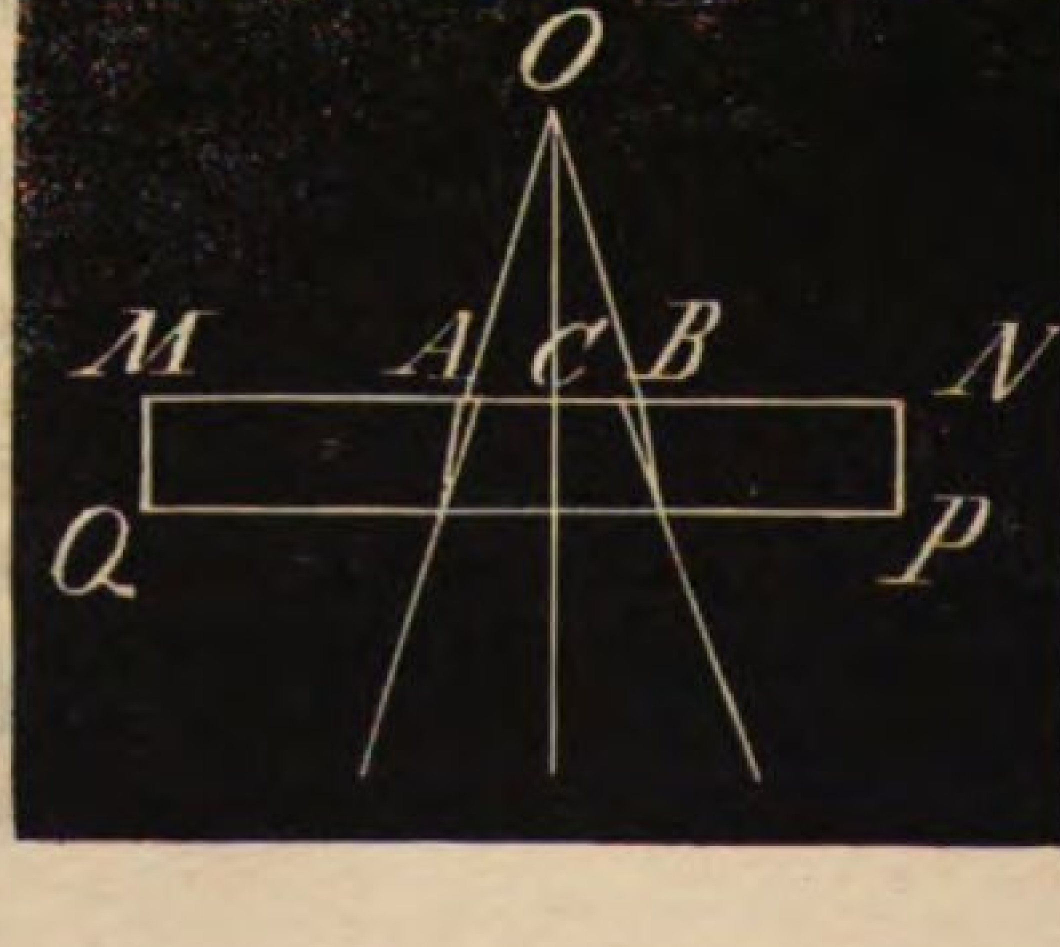
Als Analyseur gebraucht man auch Nicol's Prisma oder einen an der Hinterseite geschwärzten Glasspiegel, der parallel zu der polarisirenden Platte aufgestellt wird, oder ein zur Krystallaxe parallel geschnittenes Turmalinplättchen; man sieht dann das Plättchen einfach, aber bei gehöriger Einstellung gefärbt; die Farbe übergeht in die complementäre, wenn man den Analyseur um 90° in horizontaler Richtung gedreht hat.

Bringt man an die Stelle des an der Hinterseite geschwärzten, als Analyseur dienenden Spiegels eine Glassäule, stellt diese unter dem Polarisationswinkel gegen die Axe des Instrumentes, und zugleich so auf, daß die Einfallsebene zur Reflexionsebene des Polariseurs parallel wird, während der Hauptschnitt des Krystallplättchens mit diesen beiden Ebenen, z. B. den Winkel von 45° einschließt; so wird der gewöhnliche Strahl O durch die Glassäule in zwei gleich intensive Theile Oo und Oe zerlegt, wovon Oo reflectirt, dagegen Oe durchgelassen wird; die Polarisationsebene von Oo fällt mit der Einfallsebene zusammen, die von Oe steht darauf senkrecht. Der andere Strahl E, der mit O in der nämlichen Richtung geht, aber nach entgegengesetzter Richtung polarisirt ist, zerfällt an der Glassäule ebenfalls in einen Theil Eo, der reflectirt wird und in der Einfallsebene polarisirt ist, und in einen zweiten Ee, der durchgelassen wird und dessen Polarisationsebene auf der Einfallsebene senkrecht steht. Demnach besteht jeder reflectirte Strahl aus zwei Theilen Oo und Eo, die nach der nämlichen Richtung polarisirt sind, aber zwischen denen ein Gangunterschied besteht, weßhalb sie sich durch Interferenz zu einem Strahl von einer gewissen Intensität verbinden, der beim Gebrauch des weißen Lichtes farbig erscheint. Eben so werden sich die durchgelassenen Strahlen Oe und Ee zu einem Bündel vereinen, dessen Farbe im weißen Lichte zu der des andern zusammengesetzten Bündels complementär ist. Man sieht also beim Gebrauche der Glassäule das Krystallplättchen im reflectirten Lichte von einer gewissen Farbe, im durchgelassenen erscheint die Farbe desselben complementär. — Dreht man die Glassäule, ohne die Neigung derselben zu ändern, so nimmt die Lebhaftigkeit der Farben immer mehr ab, sie verschwinden dann gänzlich, und gehen bei weiterer Drehung in complementäre über, die am lebhaftesten zum Vorschein kommen, wenn man um 90° gedreht hat. Dieselben Veränderungen ergeben sich während der Drehung in jedem andern Quadranten und zwar beim Gebrauche eines jeden Analyseurs.

Man pflegt Gypsplättchen von verschiedener Dicke, indem man sie nebeneinander mittelst Canadabalsam zwischen zwei Glasplatten festkittet, so zusammenstellen, daß sie im polarisirten Lichte sehr schöne regelmäßige und gefärbte Figuren, z. B. Blumen, Schmetterlinge u. dgl. darbieten. An sphärisch geschliffenen Plättchen sieht man concentrische Farbenringe, an keilförmig d. i. in Form eines dreiseitigen Prisma mit sehr kleinen brechenden Winkeln geschliffener Plättchen, an denen die Stellen von gleicher Dicke in gerader zur Axe des Prisma parallelen Linien liegen, erscheinen parallele Farbenstreifen. Bei Betrachtung dieser Farbenerscheinung bringt man den doppelt brechenden Körper am Polarisationsinstrumente in die deutliche Sehweite; daher wird das Tischchen tiefer gestellt oder der Körper auf den unteren horizontalen Spiegel gestellt, wo dann die Erscheinung dieselbe ist, wie sie sich bei der doppelten Dicke des Körpers zeigen würde.

Aehnliche Farbenerscheinungen beobachtet man an Glasstücken, die man entweder in einer kleinen Presse nach einer Seite hin zusammendrückt, oder die stark erhitzt und hierauf rasch abgekühlt wurden, oder die man von einer Stelle aus erwärmt, so daß eine Ungleichheit der Temperatur in der Masse eintritt; in allen diesen Fällen erhält das Glas die Eigenschaft der doppelten Brechung, und zeigt farbige Figuren, wenn man es auf das Tischchen des Polarisationsinstrumentes legt, und mittelst des gehörig eingestellten Analyseurs ansieht. Ein nach einer Seite gepreßter Glaswürfel zeigt eine schöne Farbenerscheinung; läßt der Druck nach, so verschwinden die Farben. Ein Glasstreifen, den man in einer dazu geeigneten Vorrichtung biegt, zeigt im polarisirten Lichte Farbenstreifen, die auch nur so lange sichtbar sind, wie lange der Glasstreifen gebogen bleibt. — Erhitzt man ein Glasstück an der Oberfläche mittelst einer Weingeistlampe, oder indem man es in einen erhitzten hiezu passenden Metallrahmen legt, oder auch dadurch, daß man es an ein stark erhitztes Eisen anlegt; so beobachtet man ebenfalls Farbenerscheinungen, die jedoch sogleich verschwinden, wenn die Glasmasse durchaus dieselbe Temperatur angenommen hat. Erhitzt man einen Glascylinder entweder vom Umfange aus, indem man ihn in einen erhitzten Eisenring einstellt, oder vom Mittelpunkte aus, indem man in ein daselbst vorhandenes rundes Loch heißes Quecksilber gießt; so zeigt er im polarisirten Licht, sobald man ihn vermittelst eines Analyseurs ansieht, concentrische Farbenringe mit einem schwarzen Kreuz. Man kann die an einem Glasstücke im polarisirten Lichte bei ungleicher Temperatur seiner Masse beobachteten Farbenerscheinungen bleibend machen, wenn man den Glaskörper nach starker Erhitzung durch Eintauchen in's kalte Wasser, oder an kalter Luft rasch abkühlt, wobei die äußersten Theile, denen die Wärme zuerst rasch entzogen wird, sich stark zusammenziehen, die inneren dagegen erst allmälig abkühlen, aber in Folge der Einwirkung der äußeren stark verdichteten Theilchen sich nicht mehr ihren Molecularkräften gemäß zusammenziehen können, und so in einer Art Spannung sich befinden, in welcher aber auch die äußeren durch die die inneren Theilchen zusammenziehenden Kräfte erhalten werden. Die Anordnung der Theilchen ist demnach eine ganz andere, als sie beim langsamen Abkühlen der Glasmasse wäre; weßhalb diese die Eigenschaft der doppelten Brechung besitzt. Die Beschaffenheit der farbigen Zeichnungen hängt ab: von der Dicke und Gestalt des Glaskörpers, von der Schnelligkeit, mit der die Abkühlung vorgenommen wurde; und von der Stellung desselben bezüglich der Polarisationsebene. Dreht man den Analyseur um 90°, so gehen die Farben in complementäre über, und das schwarze Kreuz verwandelt sich in ein weißes.

Fig. 151.



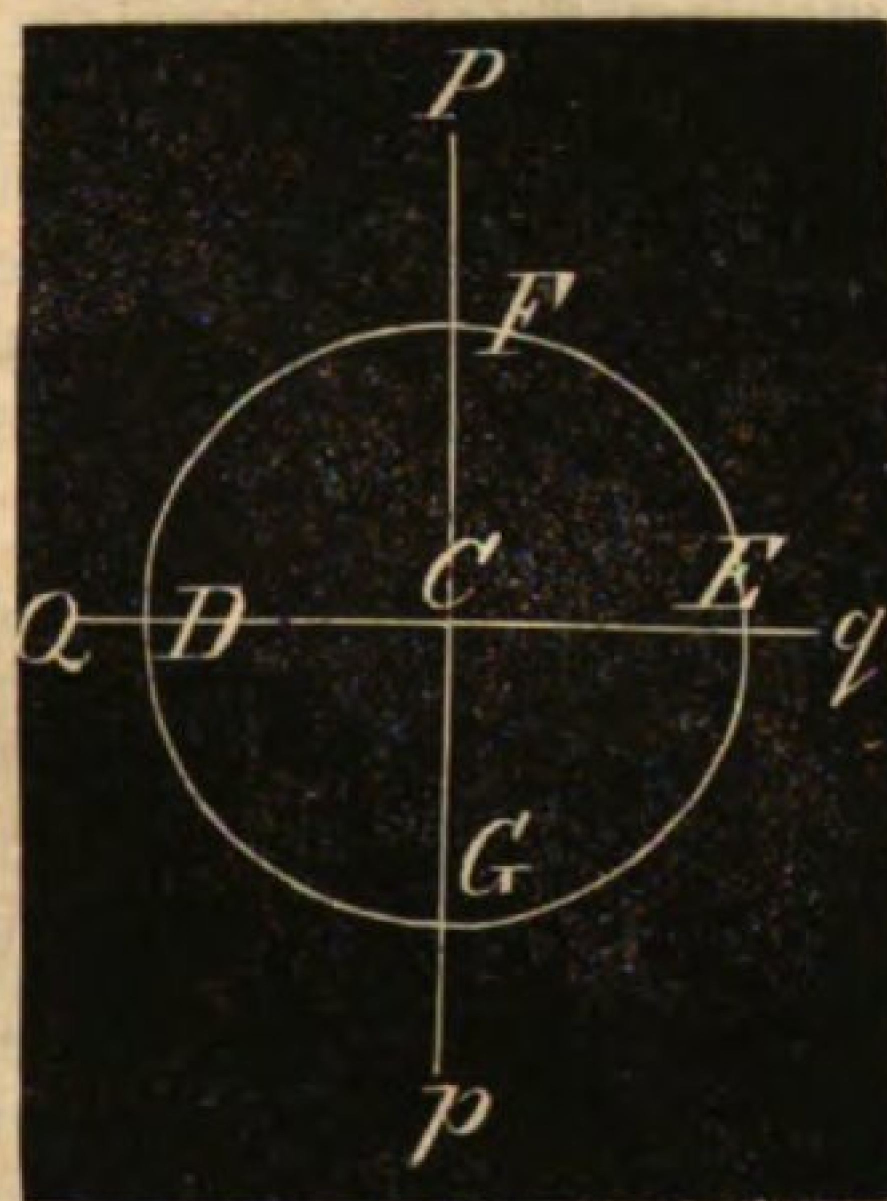
§. 189. Farbenringe.

1. An einaxigen Krystallen. Es sei MNOP, Fig. 251, eine dünne Kalkspathplatte K, die von parallelen, auf der optischen Axe senkrechten Ebenen begrenzt ist, durch die ein polarisirter Lichtkegel, welcher Strahlen verschiedener Incidenz enthält, geleitet wird, und die wie in früheren Fällen mittelst eines Analyseurs, z. B. mittelst einer Turmalinplatte

oder mittelst eines Nicol'schen Prismas betrachtet wird. In diesem Falle ist jede Einfallsebene als Hauptschnitt zu betrachten, weßhalb bei vorkommender doppelter Brechung beide Lichtbündel in der Einfallsebene verbleiben. Der in der Richtung der Axe gehende, mithin mit der Axe des Lichtkegels zusammenfallende Lichtstrahl geht einfach, ungebrochen und ohne Aenderung seines Polarisationszustandes durch; die ihm nahe liegenden Strahlen werden wohl doppelt gebrochen, aber nur unmerklich.

Um die Modificationen zu erfahren, welche die andern Strahlen beim Durchgange durch das Plättchen erleiden, sei C der Punkt, wo der zur Axe parallele Lichtstrahl die Oberfläche des Plättchens, die wir mit der Ebene des Papiers zusammenfallend annehmen wollen, verläßt; Pp, Fig. 252, sei die Richtung der Polarisationsebene der auffallenden Strahlen, und Qq die Richtung der darauf senkrechten Ebene. Die Strahlen, die in dem mit Pp zusammenfallenden Hauptschnitte sich befinden, werden nur die gewöhnliche Brechung erleiden und auch ihren Polarisationszustand behalten; die in der auch mit einem Hauptschnitte zusammenfallenden Ebene Qq einfallenden Strahlen werden nur auf die ungewöhnliche Weise gebrochen, und ihre Polarisationsebene steht auf Qq senkrecht, mithin zu Pp parallel, somit bleibt ihr Polarisationszustand ungeändert. Kommen nun die in den Ebenen Pp und Qq befindlichen Strahlen in eine Turmalinplatte, deren optische Axe zu der Ebene Pp parallel ist, so werden sie daselbst nur die gewöhnliche Brechung erfahren, und somit beim Durchgange absorbirt werden, weshalb das durch das Turmalinplättchen sehende Auge in den Richtungen Pp und Qq ein schwarzes Kreuz wahrnimmt, das sogleich in ein weißes übergeht, wenn man das Turmalinplättchen in seiner Ebene um 90° gedreht hat, weil dann die besprochenen Strahlen auf die ungewöhnliche Weise gebrochen und daher durchgelassen werden.

Fig. 252.



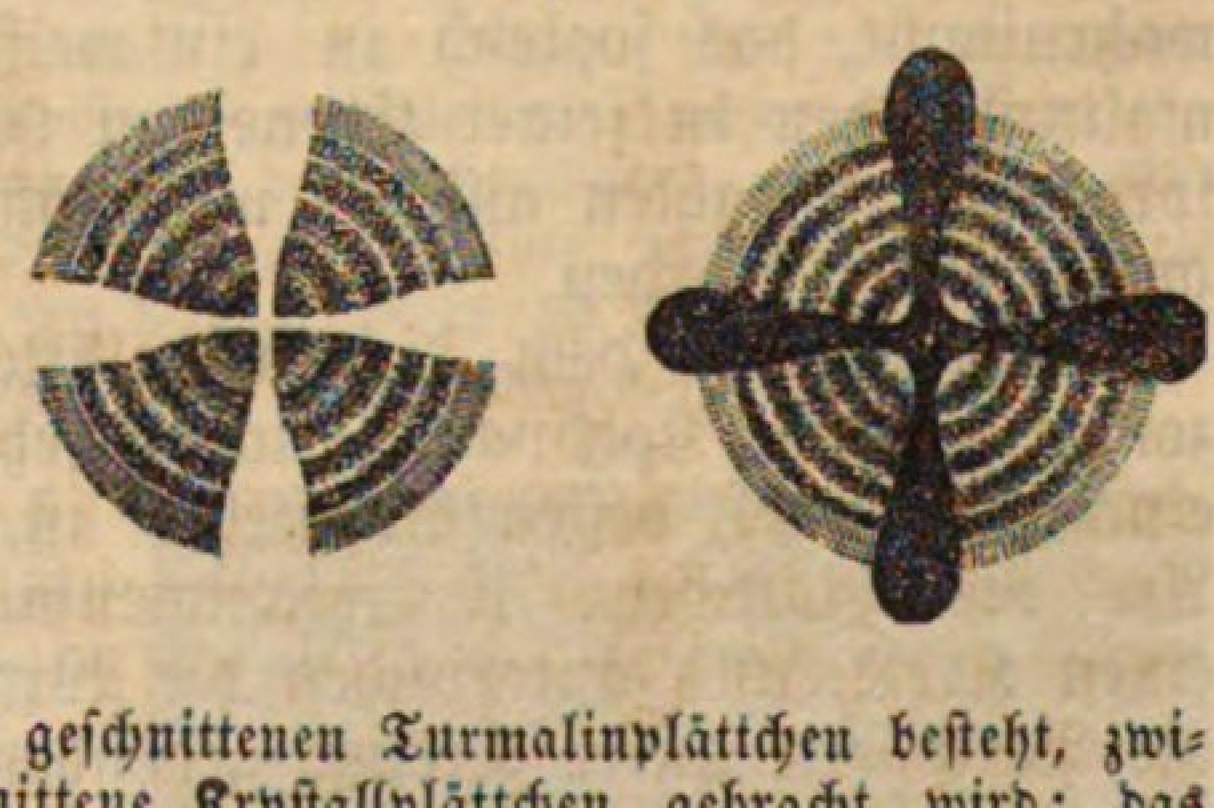
Das hinter dem Turmalinplättchen befindliche und auf das horizontal liegende Kalkspathplättchen sehende Auge O empfängt offenbar einen Lichtkegel, dessen Scheitel O ist, und dessen Axe mit der optischen Axe des Plättcheus K zusammenfällt; beschreiben wir in C irgend einen Kreis, und untersuchen die Wirkung des Kalkspathes auf die durch die Peripherie dieses Kreises gehenden Strahlen; so finden wir, daß, mit Ausnahme der in den Punkten D, E, F, G austretenden, alle andern im Kalkspathe doppelt gebrochen werden; das gewöhnliche Bündel O erscheint immer in dem durch den Einfallspunkt und durch C gehenden Hauptschnitte, das ungewöhnliche E in einer darauf senkrechten Ebene polarisirt. In der Richtung, welche das gewöhnliche Bündel eines Lichtstrahls nach seinem Austritte aus dem Kalkspathe nimmt, befindet sich auch das ungewöhnliche Bündel E eines nahen benachbarten

Lichtstrahls; beide nun in der nämlichen Richtung zum Auge fortschreitende Strahlen sind unter einem rechten Winkel polarisirt, aber sie kommen nicht in übereinstimmenden Phasen in's Auge, da wegen der Ungleichheit der Fortpflanzungsgeschwindigkeit im Kalkspathe ein Unterschied in der Phasenzeit sich einstellt, der sich nicht ändert, wenn beim Eintritte in das Turmalinplättchen O in Oo und Oe und E in Eo und Ee sich spaltet, wovon Oo in Eo die gewöhnliche Brechung erleiden und in der Ebene Pp polarisirt sind, daher verschwinden; Oe und Ee dagegen ungewöhnlich gebrochen und in der nämlichen Ebene Qq polarisirt sind, daher durchgelassen werden, und eine Interferenzerscheinung erzeugen. Das Auge sieht beim Gebrauche des weißen Lichtes den ganzen Kreis von der nämlichen Farbe, oder wie man sagt, isochromatisch; die in einem weiteren Abstande von C durchgehenden und zum Auge gelangenden Strahlen machen einen längeren Weg durch das Plättchen von Kalkspath, daher wird der Phasenunterschied zwischen O und E größer, und somit der Ring anders gefärbt erscheinen. Das Auge sieht daher eine Reihe von farbigen concentrischen Ringen, deren Farben aus denselben Gründen wie bei den früher besprochenen Farbenerscheinungen in complementäre übergehen, wenn man den Analyseur um 90° dreht.

Wird das Kalkspathplättchen dünner, so werden die Ringe größer, weil zur Bildung eines Ringes von einer bestimmten Ordnung immer ein gewisser Phasenunterschied erforderlich ist, der bei einem dünnen Plättchen erst dann die erforderliche Größe erreicht, wenn die in's Auge kommenden Strahlen schiefer durch das Plättchen gehen.

Dieselben Farbenringe bieten auch alle andere einaxige Krystalle mit Ausnahme des Bergkrystalls dar, wenn sie von Ebenen begränzt sind, die auf der Axe senkrecht stehen; nur erscheint die Größe der Ringe von der nämlichen Farbe vom Brechungsexponenten des Krystalls abhängig. Die Fig. 253 stellt die Beschaffenheit der Ringe vor.

Fig. 253



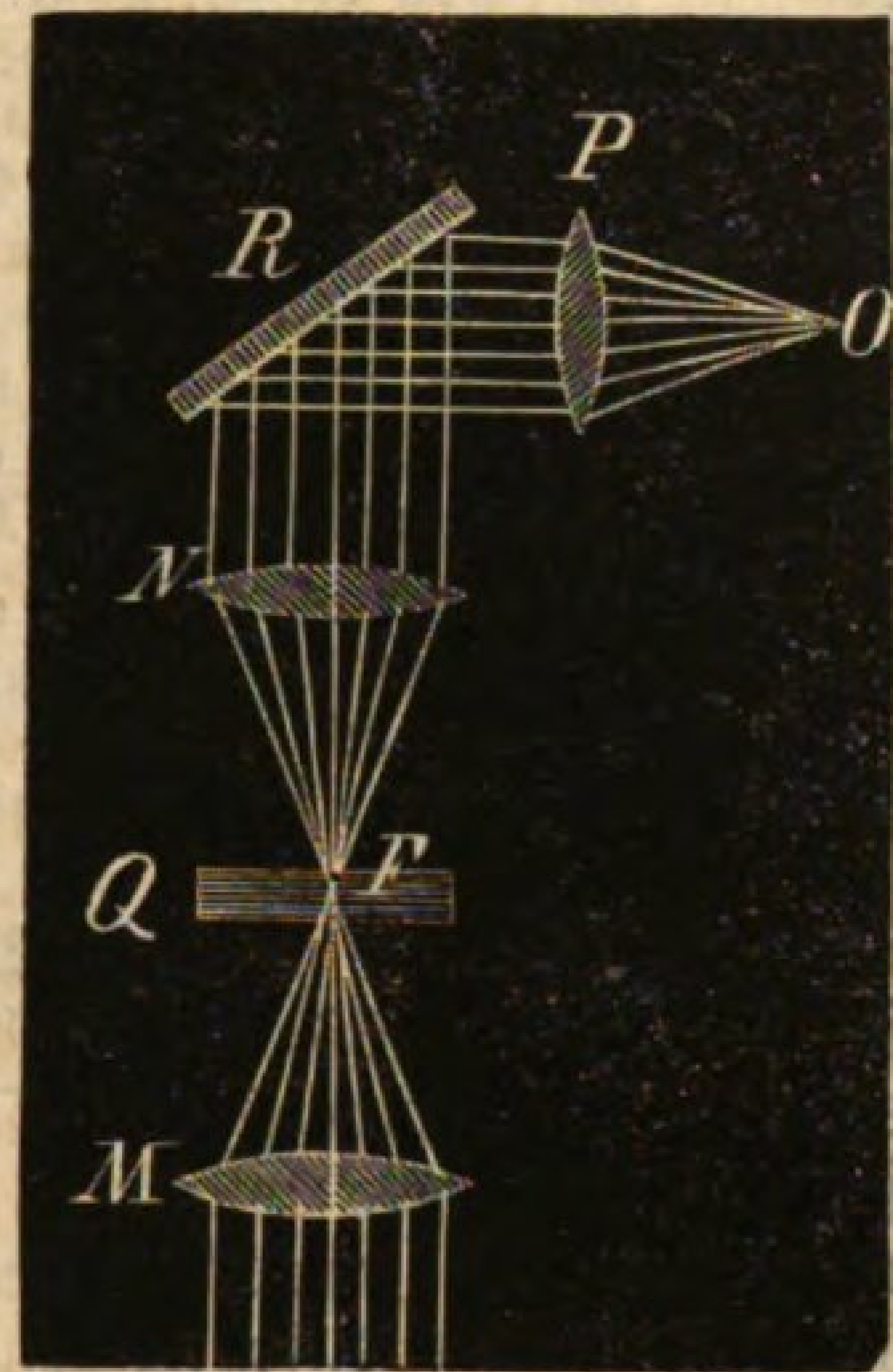
Die Farbenringe erscheinen viel schöner, wenn man Nicol's Prisma statt des Turmalins zum Analyseur nimmt. — Die Ringe erscheinen doppelt, aber von complementären Farben, wenn man die Krystallplättchen mittelst eines Kalkspath-Rhomboëders oder Rochon's Prisma betrachtet.

Der einfachste Apparat zur Darstellung der Farbenringe ist die sogenannte Turmalinzange, die aus zwei eingefaßten und durch eine Feder gegen einander gedrückten, senkrecht auf die Axe geschnittenen Turmalinplättchen besteht, zwischen die das auf die Axe senkrecht geschnittene Krystallplättchen gebracht wird; das erste Plättchen, durch welches das gewöhnliche Licht eintritt, polarisirt das Licht, das andere dient als Zerleger. Kreuzen sich die Axen, so sieht man, wenn man die Vorrichtung gegen den hellen Himmel oder gegen eine helle Wand wendet, die Ringe mit dem schwarzen Kreuz.

Um an Nörrenberg's Polarisationsinstrumente die Farbenringe zu beobachten, befindet sich oberhalb der polarisirten Glasplatte eine verschiebbare Sammellinse M Fig. 254, in deren Brennweite das senkrecht auf die Axe geschnittene Krystallplättchen Q sich befindet; die Linse M bewirkt, daß die parallel auffallenden polarisirten

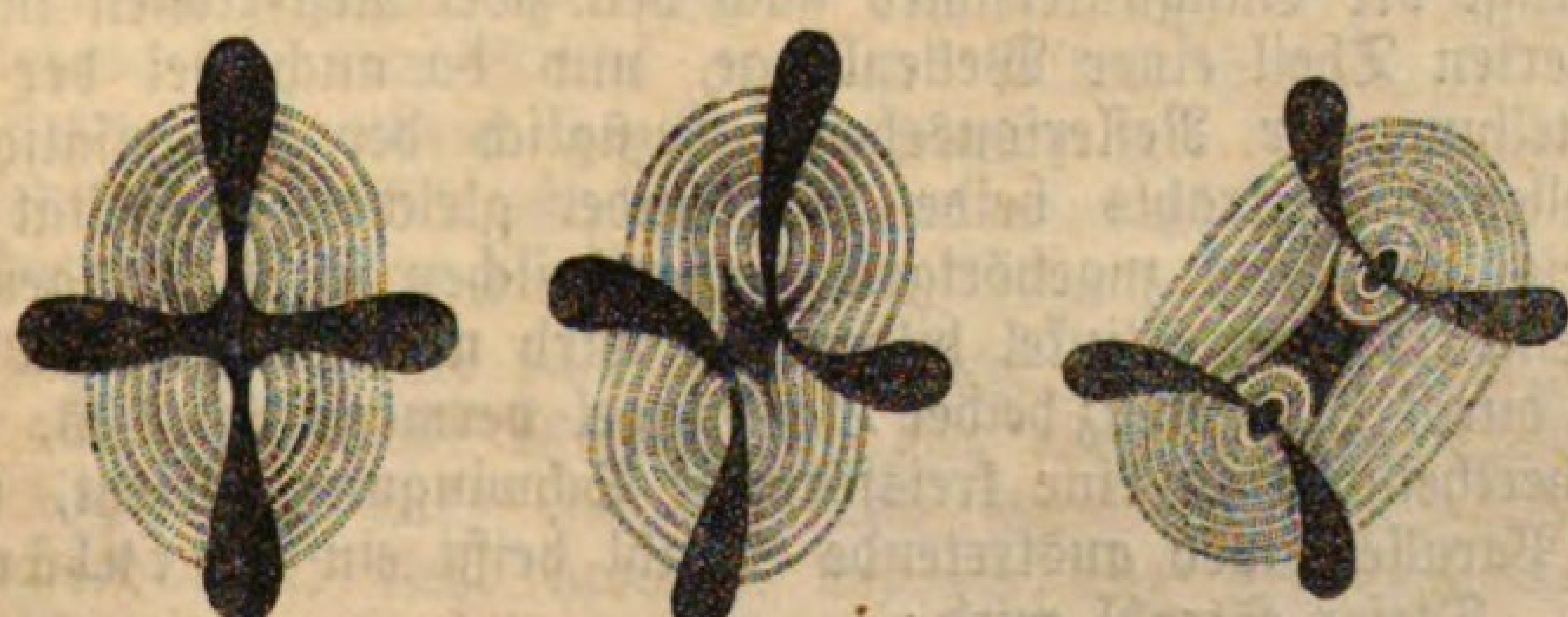
Strahlen nach ihrem Austritte aus der Linse einen Strahlenkegel bilden, dessen Spitze F in die Krystallplatte Q fällt: und weil die Linse M nur die verticalen Strahlen in F vereinigt, so bewirkt sie, daß nur vollständig polarisirte Strahlen an der Krystallplatte vereinigt werden. Um die aus Q austretenden divergirenden Strahlen dem analysirenden Theile, nämlich einer an der Hinterseite geschwärzten Glasplatte zuzuführen, dient eine zweite Linse N, deren Axe mit der Axe von M zusammenfällt, und deren Abstand von F gleich ihrer Brennweite ist, weßhalb die Strahlen in parallelen Richtungen die zerlegende Platte R treffen, von wo sie mit den durch Interferenz erzeugten Modificationen auf die Lampe P gelangen, in deren Brennweite sich das Auge O befindet. Bei gehöriger Brennweite der Linse P wird der Winkel, den die einzelnen Strahlen mit der Axe des Strahlenkegels nach dem Austritte aus P bilden, kleiner als der, den diese Strahlen beim Austritte aus Q einschließen, weßhalb die Ringe kleiner, aber sehr lebhaft erscheinen. Die Linsen N und P befinden sich sammt dem Zerleger in einer Fassung und heißen zusammen Airy's Ocular.

Fig. 254.



2. Aus zweiaxigen Krystallen schneidet man Platten aus, die von Ebenen begrenzt sind, welche senkrecht stehen auf der Linie, die den von den optischen Axen eingeschlossenen Winkel halbirt; man beobachtet an ihnen um jede Axe ein eigenes Ringsystem, und erhält beide im Gesichtsfelde, wenn die Axen nur einen kleinen Winkel einschließen, wie z. B. beim krystallisirten Salpeter, eben so beim Arragonit und beim kohlensauren Bleioxyd. Bei Krystallen, bei denen dieser Winkel groß ist, wie z. B. beim Gyps, muß man die Platte zuerst nach einer, dann nach der entgegengesetzten Richtung neigen, um beide Ringsysteme wahrzunehmen. Die Fig. 255 stellt in I die Farbenringe an einem, zwi-

Fig. 255.



schen zwei Turmalinplättchen befindlichen Salpeterkrystall dar, bei dem die durch die Axen gehende Ebene mit der Polarisationsebene der einfallenden Strahlen parallel ist; während einer Drehung des Analyseurs von 45° erleidet die Figur die anderen angegebenen Aenderungen.

Bringt man vor ein zur Axe parallel geschnittenes Turmalinplättchen eine Kalkspathplatte, die senkrecht gegen die Axe geschnitten ist, und sieht durch beide nach

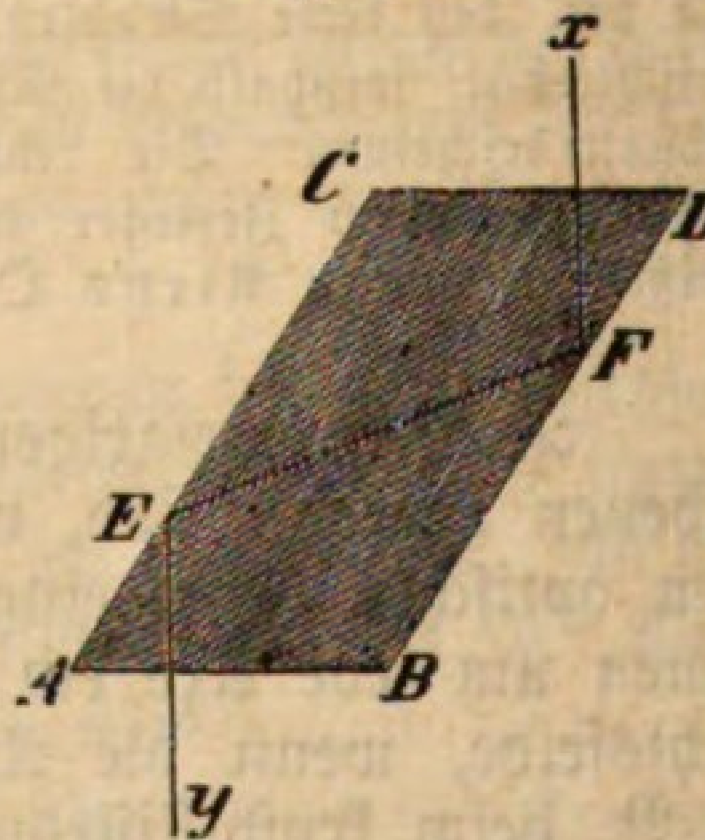
einer Lichtquelle hin, so müssen Farbenringe zum Vorschein kommen, sobald das Licht polarisirt ist. Aus der Beschaffenheit der Farbenringe an Krystallplatten kann man erkennen, ob der Krystall ein- oder zweiaxig ist, man hat nur nöthig, die Richtungen der Schnitte, durch die man Platten erhält, so lange abzuändern, bis man Farbenringe erhält; sieht man nur ein System, so ist der Krystall einaxig; bei zweiaxigen erscheinen zwei Ringsysteme. Es ist sogar möglich, aus dem gegenseitigen Abstande der Pole der beiden Ringsysteme und der Stellung des Auges die Neigung der optischen Axen gegen einander zu bestimmen. — Aus dem Verhalten der Krystalle im polarisirten Lichte läßt sich selbst eine geringe Verschiedenheit in der Bauart und der chemischen Zusammensetzung der Krystalle erkennen.

Brewster fand, daß ein einaxiger Krystall, den man senkrecht gegen die Axe drückt, zwei Ringsysteme zeigt, und daher zweiaxig wird.

Man hat auch Apparate zur objectiven Darstellung der Polarisationserscheinungen construirt. Siehe Kunzek's Lehre vom Lichte, zweite Auflage.

§. 190. Circuläre Polarisation. 1. Durch Reflexion. Es sei A D, Fig. 256, der nach der Reflexionsebene genommene Durchschnitt eines Parallelepipeds von Crownglas, bei dem jeder der spitzigen Winkel A und D 54°.5 zählt, wenn das Brechungsverhältniß des Glases = 1.51 ist, und das so aufgestellt wird, daß die Reflexionsebene eines senkrecht auf die Fläche A B einfallenden geradlinig polarisirten Strahls mit der Polarisationsebene desselben den Winkel von 45° einschließt. Der Strahl tritt ungebrochen ein, wird in E und F total reflectirt, trifft die Fläche C D in senkrechter Richtung, und tritt hier ungebrochen hinaus. Fresnel hat nun aus den früher erwähnten Intensitätsformeln nachgewiesen, daß bei der angenommenen Gestaltung des Parallelepipeds und dieser Stellung der Reflexionsebene A D eine jede innere Reflexion zwischen den beiden Lichtbündeln, in die man sich den geradlinig polarisirten Strahl zerlegt denken kann, und wovon das eine in der Reflexionsebene und das andere senkrecht darauf polarisirt ist, einen Gangunterschied von $^1/_8$ einer Wellenlänge bewirkt; daher beträgt der Gangunterschied nach den zwei Reflexionen in E und F den vierten Theil einer Wellenlänge, und da auch bei der angegebenen Stellung der Reflexionsebene bezüglich der Polarisationsebene des einfallenden Strahls beide Lichtbündel gleiche Intensität haben, und zugleich die ihnen zugehörigen Aethertheilchen in Richtungen schwingen, die einen rechten Winkel bilden; so wird nach der zweiten inneren Reflexion durch Interferenz beider Lichtbündel vermöge §§. 125, 126 ein jedes Aethertheilchen in eine kreisförmige Schwingung versetzt, und der aus dem Parallelepiped austretende Strahl heißt ein circulär polarisirter. Dieser Strahl wird:

Fig. 256.



a) da er aus zwei unter einem rechten Winkel polarisirten und gleich intensiven Lichtbündeln zusammengesetzt ist, gerade so wie ein unpolarisirter Strahl durch doppelte Brechung im Kalkspath in zwei Theile von gleicher Intensität zerlegt; wird er mit einer Turmalinplatte aufgefangen, so zeigt er während der Drehung dieser Platte keine Aenderung in seiner Intensität, und verhält sich somit wie ein unpolarisirter Strahl; allein

b) stellt man ein doppeltes Fresnel'sches Parallelopiped, welches, so wie es die Fig. 257 zeigt, eingefaßt ist, auf das Tischchen des Polarisationsinstrumentes, so tritt der im ersten Parallelepiped circulär polarisirte Strahl wieder senkrecht in das zweite vollkommen gleiche Prisma ein, erleidet daselbst abermals eine zweimalige totale Reflexion, und verhält sich nach seinem Austritte wie ein geradlinig polarisirter Strahl, dessen Polarisationsebene auf der ursprünglichen senkrecht steht, aber mit der Ebene, in welcher die Reflexionen stattfinden, stets einen Winkel von 45° bildet; denn die zwei inneren Reflexionen im zweiten Parallelepiped, die unter gleichen Verhältnissen wie im ersten erfolgen, erhöhen den Gangunterschied zwischen den zwei gleich intensiven Componenten des geradlinig polarisirten Strahls auf eine halbe Undulation; aber bei diesem Unterschiede entsteht durch Interferenz der zwei Componenten wieder eine geradlinige Schwingung, also ein geradlinig polarisirter Strahl. Ist Pp, Fig. 258, die Richtung der ursprünglichen Polarisationsebene, AB die der beiden Reflexionsebenen, und DE die der darauf senkrechtstehenden Ebene, und berücksichtigt man, daß die Schwingung bei der einen Componente in der Reflexionsebene, z. B. mit der Amplitude Ca, bei der andern senkrecht darauf, z. B. mit der Amplitude Cd erfolgt, und wegen der gleichen Intensität der Strahlen auch die Amplituden gleich sind, der eine Strahl aber um eine halbe Schwingung voraus ist, daher z. B. schon den Weg von C nach c, und zurück nach C gemacht hat, so wird ersichtlich, daß die Schwingungen des zusammengesetzten Strahls in der Richtung Cb die mit der Reflexionsebene DE den Winkel von 45° bildet, stattfinden, weßhalb auch die Polarisationsebene Qq dieses Strahls mit der Reflexionsebene den Winkel von 45° einschließt, und auf der ursprünglichen Polarisationsebene senkrecht steht, was die Versuche vollkommen bestätigen.

Fig. 257.

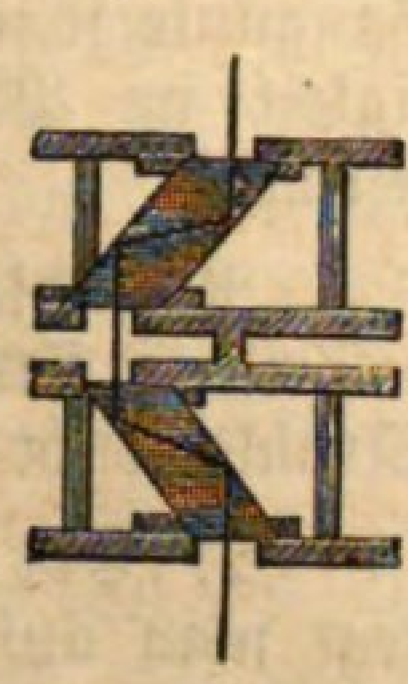
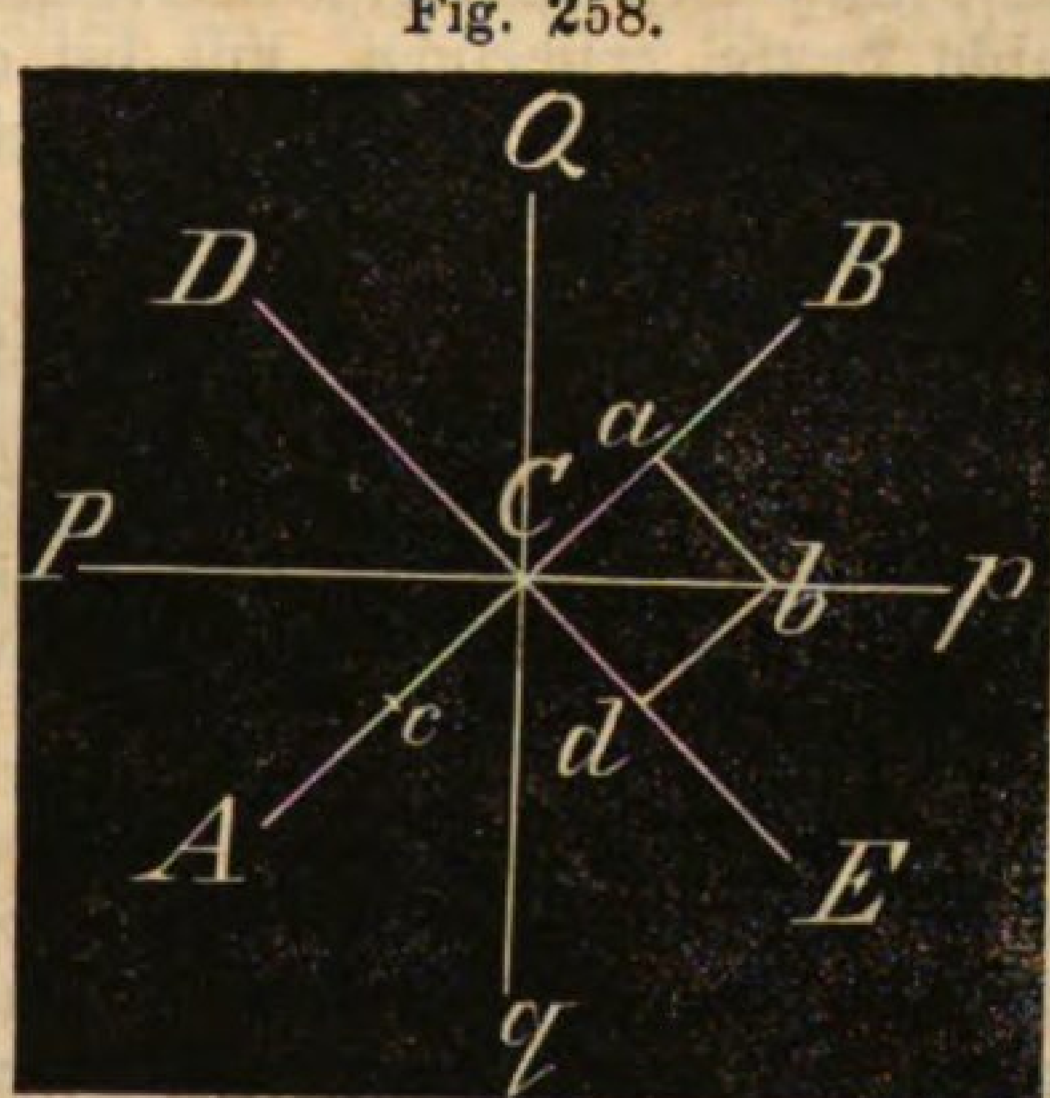


Fig. 258.



c) Geht ein circulär polarisirter Strahl durch ein Gypsplättchen, über dem eine geschwärzte Metallplatte mit einer runden Oeffnung in der Mitte liegt, und wird die Oeffnung durch ein Kalkspath-Rhomboëder angesehen, so sieht man sie doppelt und von complementären Farben; allein die Farben sind diejenigen, die man im geradlinig polarisirten Lichte bei einer Dicke des Gypsplättchens wahrnimmt, die den Gangunterschied des gewöhnlichen und des ungewöhnlichen Strahls um den vierten Theil der Wellenlänge erhöhet; denn der circulär polarisirte Strahl läßt sich beim Eintritte in das Krystallplättchen in zwei gleich intensive Lichtbündel zerlegen, wovon das eine in der Ebene des Hauptschnittes des Plättchens, das andere in einer darauf senkrechten Ebene polarisirt ist, und zwischen denen schon ein Gangunterschied von

$^1/_4$ Wellenlänge besteht; daher müssen sich diese Lichtbündel bei der Zerlegung mittelst eines Kalkspath-Rhomboëders so verhalten, wie geradlinig polarisirtes Licht, nur mit dem Unterschiede, daß man zu dem Gangunterschiede, der sich aus der ungleichen Fortpflanzungsgeschwindigkeit im Plättchen ergibt, noch $^1/_4$ einer Wellenlänge hinzu addiren muß.

Nach diesen eben angegebenen Eigenschaften läßt sich der circulär polarisirte Strahl vom geradlinig polarisirten so wie vom gewöhnlichen Strahle leicht unterscheiden.

2. Circuläre Polarisation, erzeugt durch Brechung. Legt man auf das Tischchen des Polarisationsinstrumentes eine senkrecht auf die Axe zugeschnittene Bergkrystallplatte, darauf, oder auch auf den unteren Spiegel einen geschwärzten mit einer kleinen runden Oeffnung versehenen Deckel, hält darüber, um homogenes Licht zu erhalten, z. B. ein nur rothe Strahlen durchlassendes Glas, und betrachtet die runde Oeffnung mittelst eines Nicol'schen Prisma's, dessen Hauptschnitt zur ursprünglichen Polarisationsebene parallel ist; so wird die Oeffnung nicht dunkel erscheinen, wie bei andern einaxigen senkrecht auf die Axe geschnittenen Krystallplatten; allein

a) dreht man das Prisma langsam, so findet man, daß das helle Bild der Oeffnung bei einem gewissen Drehungswinkel verschwindet; hieraus schließt man mit Recht, daß die Polarisationsebene des durch den Bergkrystall parallel zu dessen Axe durchgehenden Strahls aus ihrer ursprünglichen Lage um den Winkel gedreht worden ist, welchen beim Verschwinden des Lichtes der Hauptschnitt mit der ursprünglichen Polarisationsebene bildet.

b) Nimmt man nun das Bergkrystallplättchen weg, und bringt an dessen Stelle ein anderes aus demselben Krystall geschnittenes von 2, 3, 4 . . . n mal größerer Dicke, so verschwindet das Bild der Oeffnung erst dann, wenn der Drehungswinkel 2, 3, 4 . . . n mal größer geworden ist; woraus folgt, daß der Winkel, um welchen die Polarisationsebene des Strahls, der in der Richtung der Axe durch die Bergkrystallplatte geht, während des Durchgangs gedreht wird, der Dicke des Plättchens direct proportional ist.

c) Es gibt zwei Bergkrystall-Varietäten, eine dreht die Polarisationsebene des durchgehenden Strahles rechts, die andere links; zwei aufeinandergelegte Bergkrystallplatten verstärken oder schwächen die Drehung, je nachdem sie die Polarisationsebene nach derselben oder nach entgegengesetzter Richtung drehen.

d) Der Drehungswinkel der Polarisationsebene nimmt bei unveränderter Dicke des Bergkrystallplättchens mit der Brechbarkeit des Lichtes zu, daher können bei Anwendung des weißen Lichtes bei keinem Drehungswinkel alle farbigen Strahlen zugleich verschwinden, sondern es müssen die zur Axe parallel gehenden Strahlen bei jeder Stellung der Turmalinplatte eine gewisse Färbung erzeugen. Bringt man das Bergkrystallplättchen zwischen zwei Turmalinplättchen oder zwischen zwei Nicol'sche Prismen, deren Hauptschnitte auf einander senkrecht stehen, so beobachtet man im weißen Lichte concentrische Farbenringe ohne

schwarzes Kreuz, und an der Stelle des dunklen Fleckes in der Mitte eine gleichförmige, von der Dicke des Plättchens abhängige Farbe; beim Drehen des Analyseurs ändert sich die Farbe und zwar in der Ordnung, in welcher die Farben im prismatischen Farbenbilde auf einander folgen; war z. B. anfänglich die Mitte roth, so wird sie bei zunehmender Drehung orange, gelb, grün, blau und endlich dunkel violett, und dieß bei einer Drehung nach rechts, wenn der Krystall ein rechtsdrehender ist, oder bei einer Drehung nach links, wenn der Krystall zu den linksdrehenden gehört. Will man nun die Färbung in der Mitte des Plättchens beobachten, so legt man es nur auf das Tischchen des Polarisationsinstrumentes und gebraucht den schwarzen Spiegel als Zerleger. Legt man zwei gleich dicke Bergkrystallplatten, deren eine rechts, die andere links drehend ist, auf einander, oder auch nur eine auf den unteren Spiegel des Nörrenberg'schen Apparates, welche dann, da das Licht durch sie hin und zurück geht, so wirkt, wie zwei Platten von entgegengesetztem Drehungsvermögen; so erhält man in convergirendem Lichte eine unter dem Namen der Airy'schen Spiralen bekannte Farbenerscheinung, die aus kreisförmigen Ringen mit vier krummen, sichelförmigen Speichen besteht.

e) Biot entdeckte, daß es viele organische Flüssigkeiten gibt, die das Vermögen besitzen, die Polarisationsebene des durchgehenden Lichtes zu drehen, und bewies durch Versuche, daß bei allen mit Ausnahme der Weinsteinsäure, die Drehung nach demselben Gesetze erfolge, wie beim Bergkrystall; doch ist der Drehungswinkel bei gleicher Dicke bedeutend kleiner (bei den wirksamsten 30 bis 40mal kleiner) als beim Bergkrystall, weßhalb man längere Flüssigkeitssäulen braucht, um meßbare Ablenkungen der Polarisationsebene zu bekommen. Einige Flüssigkeiten drehen rechts, andere links. Rechtsdrehende sind z. B. Citronenöl, eine Lösung von Rohrzucker, von festem Traubenzucker, Runkelrübensaft, Dextrin, eine Lösung von Kampfer in Alcohol; zu den links drehenden gehören: Terpentinöl, Lorberöl, Gummi, Traubenzucker, so lange er noch in Pflanzensäften im flüssigen Zustande ist. — Eine Mischung mehrerer Flüssigkeiten, die das Vermögen, die Polarisationsebene zu drehen, besitzen, bewirkt eine Drehung, der die algebraische Summe der Drehungswinkel gleich ist, die jede Flüssigkeit für sich allein bewirkt haben würde.

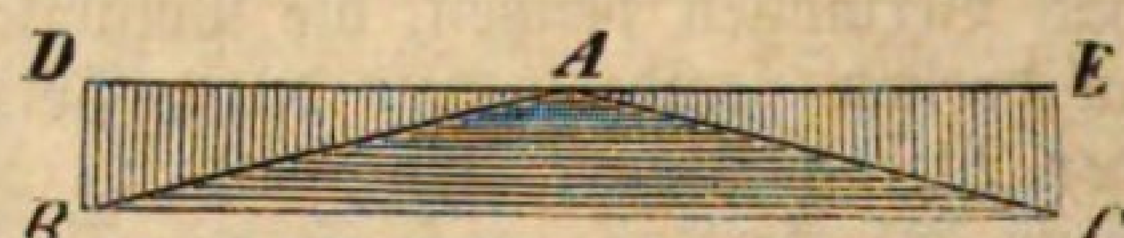
Um eine ganz geringe Drehung wahrzunehmen, und das Drehungsvermögen genau zu bestimmen, gebraucht man nach Soleil zwei gleich dicke Bergkrystallplatten und zwar von der Dicke 7.5 Millimeter, von denen die eine rechts, die andere links drehend ist; diese werden neben einander gekittet, dann abgeschliffen und polirt; bringt man diese Doppelplatte dicht hinter ein Nicol'sches Prisma, das als Polariseur dient, und betrachtet sie mittelst eines zweiten, dessen Hauptschnitt auf dem des ersten senkrecht steht, so zeigt die Platte einen zwischen Roth und Violett befindlichen Farbenton an beiden Hälften; diese Gleichheit verliert sich bei der geringsten Drehung des Ocularprismas oder der Polarisationsebene, so daß die eine Hälfte sogleich roth, die andere blau erscheint. Man nennt diesen zwischen Roth und Violett liegenden Farbenton, der zur Pointirung ganz vorzüglich geeignet ist, die Uebergangsfarbe (teinte de passage) oder auch den empfindlichen Farbenton (couleur sensible).

Stellt man zwischen das Ocularprisma und die Doppelplatte die das Licht circulär polarisirende Flüssigkeit in einer messingenen, mit ebenen Glasplatten ver-

schlossenen, und in der Mitte mit einem kleinen zur Füllung dienenden Trichter versehenen Röhre von 8 Zoll Länge; so verliert sich die Gleichheit der Färbung an der Doppelplatte, wird aber wieder hergestellt, wenn man das Ocularprisma um einen gewissen Winkel gedreht hat, der dann die Größe der Drehung der Polarisationsebene durch die Flüssigkeit angibt. Füllt man die Röhre mit einem zuckerchaltigen Safte an, so hat man ein Saccharimeter, indem aus der Größe der Drehung der Polarisationsebene der Gehalt an Zucker in der Flüssigkeit leicht berechnet werden kann, da die Größe des Drehungswinkels der Polarisationsebene bei unveränderter Länge der Flüssigkeiten mit der Menge des gelösten Zuckers im geraden Verhältnisse wächst. Noch genauer ist die Bestimmung des Zuckergehaltes möglich mit Soleil's Saccharimeter, der bereits eine ausgedehnte Anwendung gewonnen hat. Siehe Kunzek's Lehre vom Lichte zweite Auflage, oder W. Eisenlohrs Physik 9. Auflage.

§. 191. Erklärung der circulären Polarisation, erzeugt durch Brechung. Fresnel, dessen Scharfsinne wir die Erklärung verdanken, zeigte, daß der durch einen Bergkrystall durchgehende, ungetheilt gebliebene Strahl aus zwei Bündeln besteht, die mit verschiedener Geschwindigkeit durch den Krystall fortschreiten, und von denen das eine rechts, das andere links circulär polarisirt ist. Es sei BAC, Fig. 259, ein Prisma aus Bergkrystall, bei dem der Winkel A 150° beträgt, und dessen Seiten gegen die zu BC parallele Axe gleich geneigt sind. Auf jede Seite kittet man die Hälfte eines ganz gleichen Prismas, das jedoch die Polarisationsebene rechts dreht,

Fig. 259.

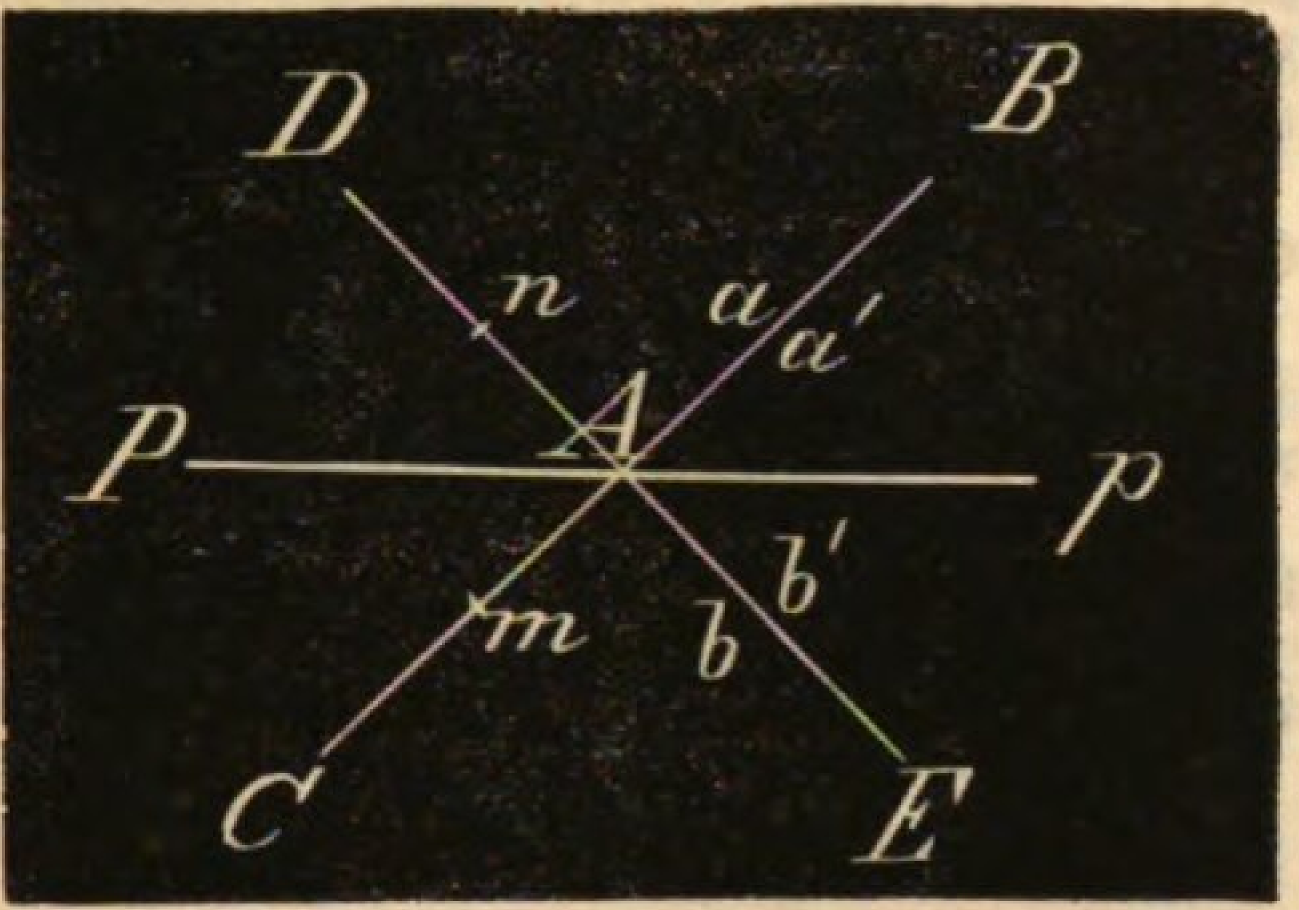


wenn das erstere die Drehung nach links bewirkt. Leitet man senkrecht auf BD einen geradlinig polarisirten homogenen Strahl, so sollte dieser nach den gewöhnlichen Brechungsgesetzen ungebrochen, und da er in der Richtung der optischen Axe fortschreitet, auch einfach durch das Prisma durchgehen; wird jedoch der Strahl bei seinem Eintritte in zwei circulär und entgegengesetzt polarisirte Bündel R und L getheilt, wovon das eine, z. B. R sich schneller als das andere bewegt, so muß beim Uebergange in das zweite mit einem entgegengesetzten Drehungsvermögen begabte Prisma, wo L schneller und R langsamer fortschreitet, das Bündel R zum, und das andere vom Einfallslothe, mithin das erstere abwärts und das andere aufwärts gebrochen werden; sie fahren also auseinander und dieß noch mehr beim Uebergange in das Prisma ACE. Auf diese Weise erhielt Fresnel zwei einen merklichen Winkel mit einander bildende Strahlen, die sich bei der Untersuchung als circulär und entgegengesetzt polarisirt bewährten. — Diese Thatsache nöthigt eine besondere Anordnung der Theilchen im Bergkrystall anzunehmen, vermöge welcher die Elasticität des Aethers rings um die Axe in der Drehungsrichtung von der Rechten zur Linken eine andere ist, als in der entgegengesetzten Richtung, weßhalb die zwei circulär polarisirten Bündel, in die der geradlinig polarisirte Strahl beim Eintritte in den Bergkrystall getheilt wird, mit verschiedener Geschwindigkeit sich fortpflanzen.

Der einfallende geradlinig polarisirte Strahl kann in zwei gleich intensive Lichtbündel A und B, Fig. 260, zerlegt werden, deren Schwin-

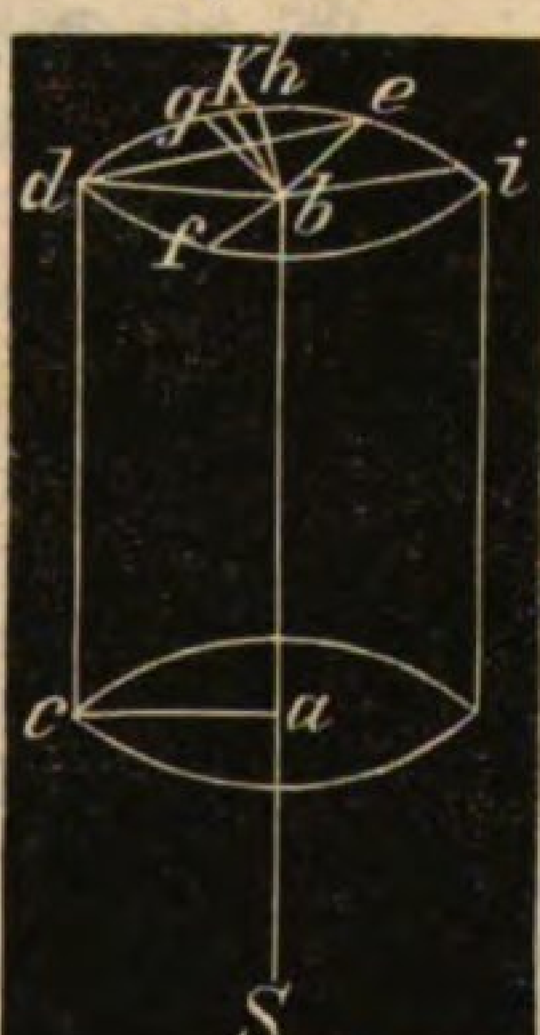
gungsebenen CB und DE mit der anfänglichen Polarisationsebene Pp die Winkel + 45° und — 45° einschließen; jedes derselben läßt sich wieder in zwei parallele, gleich intensive Componenten zerlegen, zwischen denen ein Gangunterschied von $^1/_4$ Wellenlänge besteht; es seien a, a′ die Componenten von A, und b, b′ jene von B; die Schwingungsebene des ersten Paares ist CB; die des anderen DE.

Fig. 260.



Die Phase von a ist um $+\frac{\lambda}{8}$ und die von a′ um $-\frac{\lambda}{8}$ verschieden von A; eben so ist die Phase von b um $+\frac{\lambda}{8}$ und die von b′ um $-\frac{\lambda}{8}$ verschieden von B, wo λ eine Wellenlänge bedeutet. Nehmen wir an, daß, wenn kein Gangunterschied zwischen den Strahlen stattfände, das Aethertheilchen A zur Schwingung nach den Richtungen AC und AD gleichzeitig angeregt würde; nun sind die Lichtbündel a und b′ entgegengesetzt polarisirt, und ihre Phasen um $\frac{\lambda}{4}$ verschieden, so daß sich das Theilchen A bereits in m befindet, wenn es von b′ in einer zu AD parallelen Richtung zur Schwingung angeregt wird; sie setzen sich daher zu einem circulär polarisirten Strahl R zusammen, in welchem die Drehung nach rechts stattfindet, wie bei dem Zeiger einer Uhr. Aus gleichem Grunde bilden die beiden Bündel b und a′ einen circulär polarisirten Strahl L, bei dem die Drehung nach links geschieht, indem das Theilchen vermög der Anregung von b schon in n sich befindet, wenn es von a′ die Anregung zur Bewegung parallel zu AC erhält. R und L schreiten im Bergkrystalle mit ungleicher Geschwindigkeit fort, und müßten sich deßhalb von einander trennen, wenn die Austrittsfläche gegen die Axe schief wäre; ist sie aber, wie wir annehmen, senkrecht, so bilden beide Bündel nach dem Austritte nur einen Strahl.

Fig. 261.



Ist ac, Fig. 261, die Richtung der Schwingungen des einfallenden polarisirten Strahls Sa bei seinem Eintritte in den Krystall, dessen Dicke ab wir so groß annehmen wollen, daß während der Zeit, in welcher das Licht in dem Krystalle den Weg ab zurücklegt, ein Theilchen c von R einen ganzen Umlauf vollendet, dagegen ein in entgegengesetzter Richtung kreisendes Theilchen von L nur einen Theil der Peripherie durchlaufen hat; so wird bei dem ersten circulär polarisirten Strahl R das Theilchen d an der Oberfläche in der nämlichen Zeit

zur Bewegung angeregt, in welcher bei dem zweiten erst das Theilchen e zur Bewegung kommt. Der Winkel d b e = x gibt die Größe der Verzögerung von L an. Man zerlegt R in zwei Componenten a und b, deren Schwingungsebenen b g und b f mit b d die Winkel + 45° und — 45° einschließen, und von denen a um $\frac{\lambda}{8}$ voraus, und b um eben so viel zurück ist; eben so zerlegt man den Strahl L in zwei Componenten a′ und b′ deren Schwingungsebenen b h und b i mit b e die Winkel + 45° und — 45° bilden, und von denen a′ um $\frac{\lambda}{8}$ voraus, und b′ um eben so viel zurück ist.

Da a und a′, deren Schwingungsebenen b g und b h sind, um $\frac{\lambda}{8}$ voraus, mithin in übereinstimmenden Phasen und auch von gleicher Intensität sind, so setzen sie sich zu einem einzigen Strahle A zusammen, dessen Schwingungsebene den Winkel g b h = d b e — d b g — e b h = x — 90 halbirt. Ist b k die Gerade, die den Winkel g b h halbirt, so ist g b k = $\frac{x}{2}$ — 45, mithin d b k = $\frac{x}{2}$.

Die Lichtbündel b und b′, deren jedes um $\frac{\lambda}{8}$ zurück ist, lassen sich aus gleichem Grunde zu einem Strahle B zusammensetzen, dessen Schwingungsebene den Winkel f b i = f b d + d b e + e b i = x + 90° halbirt, mithin mit f b den Winkel $\frac{x}{2}$ + 45, und mit d b den Winkel $\frac{x}{2}$ einschließt, folglich mit der Schwingungsebene b k zusammenfällt.

Die gleich intensiven Strahlen A und B, deren Schwingungsebenen zusammenfallen und die in ihrer Phasenzeit um $^1/_4$ einer Schwingungsdauer von einander verschieden sind, setzen sich zu einem einzigen geradlinig polarisirten Strahle zusammen, dessen Intensität doppelt so groß ist, als die eines einzigen Strahls, dessen Schwingungsebene b k aber mit der des einfallenden Strahls b d einen Winkel einschließt, welcher dem halben Verzögerungsraume gleich ist.

Ist die Dicke des Plättchens so beschaffen, daß der Verzögerungsraum d e einer ganzen Anzahl von Umläufen gleich ist, so wird die Schwingungsebene des austretenden Strahls mit der des eintretenden, daher auch die Polarisationsebene des ersten mit der des zweiten zusammenfallen. — Ist die Dicke des Plättchens 2, 3, . . . n mal größer als a b, so wird auch der Verzögerungsraum und daher auch der Winkel d b k 2, 3, . . . n mal größer; demnach nimmt auch der Winkel, um den sich die Polarisationsebene des austretenden Strahls dreht, in demselben Maße zu, wie die Dicke des Plättchens wächst.

§. 192. Elliptische Polarisation. Nach den Gesetzen der schwingenden Bewegung entstehen jedesmal Schwingungen der Aethertheilchen in elliptischen Bahnen, deren Ebenen auf der Richtung des Strahls senkrecht stehen, wenn zwei entgegengesetzt und geradlinig polarisirte Strahlen in ungleichen Phasen zusammentreffen, und der Phasenunterschied weder $^1/_2$ noch eine ungerade Anzahl von Vierteln einer Schwin-

gungsdauer beträgt, indem im ersten Falle ein geradlinig, im zweiten ein circulär polarisirter Strahl durch Interferenz erzeugt wird. Ein elliptisch polarisirter Strahl zeigt sich beim Durchgange durch ein Turmalinplättchen, oder durch ein Nicol'sches Prisma wie ein unvollkommen geradlinig polarisirter; wird er nämlich nach seinem Durchgange durch ein dünnes Krystallplättchen, z. B. mittelst eines Kalkspath-Rhomboëders analysirt, so gibt er zwei Bilder von complementären Farben, welche Farben zwischen denen liegen, die an demselben Plättchen im geradlinig und circulär polarisirten Lichte wahrgenommen werden.

Ein geradlinig polarisirter Strahl wird in einen elliptisch polarisirten umgewandelt:

a) durch totale Reflexion im Inneren eines durchsichtigen, einfach brechenden Körpers, so wie auch

b) durch Reflexion an einem Metallspiegel; jedoch darf in beiden Fällen die Reflexionsebene zur ursprünglichen Polarisationsebene weder parallel sein, noch auf ihr senkrecht stehen, auch darf der Einfallswinkel nicht 90° betragen. Bei der Reflexion an Metallflächen erlangt der geradlinig polarisirte Strahl die elliptische Polarisation erst bei einem bestimmten, von der Natur der Metallfläche abhängigen Einfallswinkel, so z. B. an einer Stahlplatte, deren Reflexionsebene mit der ursprünglichen Polarisationsebene den Winkel von 45° bildet, bei dem Einfallswinkel von 75°.

Hieraus folgt, daß zwischen den beiden Lichtbündeln, aus denen der geradlinig polarisirte Strahl zusammengesetzt gedacht wird, und wovon der eine in der Reflexionsebene, und der andere senkrecht zu ihr polarisirt ist, bei jeder unter den angegebenen Umständen vor sich gehenden Reflexion ein gewisser Gangunterschied herbeigeführt wird, welcher die Bildung einer elliptischen Schwingungsart im reflectirten Lichte veranlaßt; dieser Gangunterschied kann nach mehreren Reflexionen so groß werden, daß der elliptisch polarisirte Strahl wieder in einen geradlinig polarisirten übergeht; so z. B. wird der durch Reflexion an einer Stahlplatte bei dem Einfallswinkel von 75° entstandene elliptisch polarisirte Strahl wieder in einen geradlinig polarisirten übergehen, wenn er abermals von einer zweiten Stahlplatte unter dem Winkel von 75° reflectirt wird, aber seine Polarisationsebene bildet mit der ursprünglichen einen Winkel, der kleiner ist als 45°, wodurch er sich von einem circulär polarisirten unterscheidet.

c) Nach Airy wird das Licht durch die doppelte Brechung im Bergkrystalle jedesmal elliptisch polarisirt, wenn der Lichtstrahl nicht längs der Axe durchgeht.

Eine Erscheinung der elliptischen Polarisation kann man nach W. Eisenlohr beobachten, wenn im Nörrenberg'schen Apparate ein kleiner Metallspiegel M an die Stelle des schwarzen so eingestellt wird, daß seine Reflexionsebene mit der von der polarisirenden Glasplatte entweder den Winkel 0° oder von 90° einschließt und betrachtet das von M reflectirte Licht durch eine Turmalinplatte, so findet man es nur geradlinig polarisirt; bilden aber die genannten Reflexionsebenen den Winkel von 45° und befindet sich eine Kalkspathplatte, senkrecht auf die Axe geschnitten, vor der Turmalinplatte, deren Axe um 45° gegen die Reflexionsebene von M geneigt ist; so erblickt man statt des schwarzen Kreuzes eine vollständige dunkle Hyperbel, zwischen deren vier Schenkeln die farbigen Kreise etwas verschoben erscheinen.

Ueber circuläre und elliptische Polarisation siehe Kunzek's Studien pag. 325; oder Wüllners Physik 1863.

§. 193. Physiologische und chemische Wirkungen des Lichtes. Das Licht macht uns nicht allein die äußern Gegenstände sichtbar, sondern es spielt in der Natur noch eine andere, nicht minder wichtige, aber noch nicht hinlänglich erforschte Rolle, dieß sowohl im unorganischen, als im organischen Reiche. Das Licht befördert manche chemische Verbindungen, bewirkt aber auch chemische Zerlegungen; jedoch ist die Kraft, chemische Wirkungen hervorzubringen, nicht allen farbigen Strahlen im gleichen Grade eigen, sondern sie ist im ultravioletten Theile des Sonnenspectrums am größten, und nimmt gegen das rothe Ende rasch ab, so daß im rothen und gelben Lichte die chemischen Wirkungen fast gar nicht erfolgen; allein, wenn sie im violetten oder blauen begonnen haben, werden sie vom rothen und gelben Lichte fortgesetzt; man schloß daraus, daß das Sonnenlicht besondere chemische Strahlen enthalte, zu denen man die blauen und violetten, und auch solche zählt, welche noch brechbarer als die violetten sind.

Das Licht ist eine unerläßliche Bedingung für das Gedeihen des Thierlebens und für die vollkommene Ausbildung der auf einer höheren Stufe organischer Entwickelung stehenden Pflanzen; nur unter der Mitwirkung des Lichtes wird die von den Pflanzen aus dem sie umgebenden Medium aufgenommene Kohlensäure zerlegt (§. 33); es ist allgemein bekannt, daß der Abschluß des Sonnenlichtes dem menschlichen Organismus sehr nachtheilig ist, und krankhafte Zustände zur Folge hat. Nur der Same entwickelt sich im Dunkeln.

Ein Gemenge von gleichen Theilen Chlor- und Wasserstoffgas (Chlorknallgas) in einem farblosen Glase bleibt im Dunklen lange unverändert, die Gase vereinigen sich aber zur Salzsäure im Tageslichte ziemlich schnell, im Sonnenlichte aber plötzlich und mit heftiger Verpuffung. — Salpetersäure verliert durch den Einfluß des Lichtes einen Theil ihres Sauerstoffes, und wird in Untersalpetersäure verwandelt. — Das weingelbe tropfbare Chlor wird, indem das Licht das Wasser zersetzt, in Salzsäure verwandelt, wobei der Sauerstoff in Freiheit gesetzt wird. — Chlorsilber wird unter Einwirkung des Lichtes zuerst violett, dann schwarz, indem sich metallisches Silber in Form des feinsten Pulvers ausscheidet; auch Gold wird aus manchen seiner Auflösungen niedergeschlagen. — Mit Jod- oder Bromsilber überzogenes Papier, auf das noch kein Licht eingewirkt hat, erleidet im rothen und im gelben Lichte keine Veränderung; war jedoch das Papier vorher dem Tageslichte, oder auch nur dem violetten oder blauen Lichte eine kurze Zeit ausgesetzt, und hat es dadurch eine Veränderung erfahren, so wird diese durch das rothe oder gelbe Licht weiter fortgesetzt.

Bunsen und Roscoe haben einen Apparat construirt und ein Verfahren erfunden, bei dem das Chlorknallgas zur genauen Messung der chemischen Intensität der Lichtstrahlen gebraucht werden kann (Pogg. Ann. C und CI). Zantedeschi und Borlinetto fanden, daß die vorzugsweise chemisch wirsamen Strahlen im Allgemeinen nicht einem bestimmten Theile des Spectrums angehören, sondern daß je nach der Natur der lichtempfindlichen Substanz, die man anwendet, dieser oder jener Theil des Spectrums der vorzugsweise wirksame sei. Auf Jodsilber wirkt insbesondere der violette Theil, und die Wirksamkeit erstreckt sich abnehmend bis zum Grün und andererseits in die unsichtbaren Strahlen; auf Bromsilber wirkt die Mitte des Hellblau am stärksten, und die Wirksamkeit erstreckt sich bis zum Orange und in's Violett. (Berichte der Wiener Akad. XXII und XXIII.)

§. 194. Die Veränderungen, welche Chlor-, Jod- und Bromsilber durch die Einwirkung des Lichtes erleiden, haben die Erfindung der

Kunst veranlaßt, die Bilder der Camera obscura auf einer ebenen, für die Einwirkung des Lichtes empfänglich gemachten Fläche zu fixiren, aber auch der Camera obscura eine solche Vervollkommnung zu geben, daß die Lichtbilder mit ausgezeichneter Schärfe in wenigen Secunden erzeugt werden. Diese Kunst heißt Photographie. Daguerre erfand 1838 das Verfahren, Lichtbilder von großer Deutlichkeit auf mit Silber belegten und polirten Kupferplatten darzustellen, Talbot lehrte, sie auf Papier, das für den Einfluß des Lichtes empfindlich gemacht worden ist, hervorzubringen; Niepçe erzeugte sehr schöne Lichtbilder auf einer mit einer dünnen Schichte von Eiweiß überzogenen Glastafel; Archer gebrauchte Collodium, dem etwas Jod-Kalium zugesetzt wird, anstatt des Eiweißes, da dieses die größte Empfindlichkeit für das Licht besitzt und ausgezeichnet schöne Bilder gibt. Die Photographie hat in der letzten Zeit eine erstaunlich große Verbreitung und Anwendung in Kunst und Wissenschaft erfahren, dabei auch an Ausbildung in so hohem Grade gewonnen, daß das dabei zu beobachtende Verfahren aus den zahlreichen über Photographie erschienenen Werken erlernt werden muß und in Lehrbüchern nur die wissenschaftliche Begründung des gegenwärtigen allgemein gebrauchten Verfahrens angegeben werden kann.

Fast alle photographische Operationen werden in einer dunklen Kammer, in welche das Tageslicht nur durch ein orangefarbiges, die chemisch wirksamen Strahlen nicht durchlassendes Glas eintritt, vorgenommen. Das mit der nothwendigen Menge von Jod-Kalium gemischte Collodium, womit eine sorgfältigst gereinigte Spiegelglasplatte gleichförmig überzogen wird, ist so wie auch das bei der Photographie gebrauchte Papier, bereits ein von den Photographen benützter Handelsartikel geworden. Man gießt das Collodium an einer oberen Ecke der Glasplatte auf und sorgt, indem man sie hin und her neigt, daß sich ein gleichmäßiger Ueberzug bilde, worauf sie in ein tiefes aber schmales Gefäß, das mit einer Lösung von salpetersaurem Silberoxyd gefüllt ist, eingetaucht und darin einige Minuten gelassen wird; es bildet sich salpetersaures Kali, das gelöst wird und Jodsilber, welches an der Collodiumschichte zurückbleibt. Hierauf wird die noch feuchte Platte unter Abschluß des Tageslichtes in die Camera obscura eingesetzt, welche schon vorher auf den Gegenstand, den man abbilden will, so eingestellt war, daß das Bild desselben auf einer beweglichen mattgeschliffenen Glastafel sehr deutlich und scharf sich zeigte; nun wird der vor dem Objective befindliche Deckel abgenommen und es beginnt die Einwirkung des von dem gehörig erleuchteten Gegenstande kommenden Lichtes auf die Jodsilberschichte, diese Einwirkung läßt man nach Beschaffenheit der Lichtstärke 10 bis 30 Secunden fordauern, nimmt dann die Platte abermals unter sorgfältiger Abhaltung des Lichtes heraus und schreitet in der dunklen Kammer zur Hervorrufung des Bildes, die darauf beruht, daß das Silber an den vom Lichte getroffenen Stellen von gewissen Substanzen z. B. von der Pyrogallussäure rasch und in desto größerer Menge reducirt wird, je bedeutender die Lichtstärke war; deßhalb und auch zur Erzielung einer Verstärkung des Bildes bereitet man sich zwei Flüssigkeiten, nämlich: eine Lösung aus 2 Theilen salpetersaurem Silberoxyd in 100 Theilen Wasser, und eine zweite beste-

hend aus 10 Theilen Essigsäure, $^1/_2$ Theil Pyrogallussäure und 100 Theilen Wasser; von diesen Flüssigkeiten mischt man aber erst in dem Augenblicke, wo damit die Collodiumschichte übergossen werden soll, so viel in gleichen Theilen als nöthig ist, um die Platte zu bedecken; ist diese Bedeckung geschehen, so wird das Silber an den Stellen, die der stärksten Lichteinwirkung ausgesetzt waren in größter Menge, an denen, welche schwächer erleuchtet waren in geringerer Menge und an den dunkel gebliebenen gar nicht reducirt; auf solche Art erhält man ein negatives Bild bei dem die hellen Stellen des Originals dunkel und die dunklen hell erscheinen. Ist das Bild mit gehöriger Deutlichkeit hervorgetreten, so wird die Flüssigkeit abgegossen und die Platte mit Wasser wiederhollt abgewaschen, worauf man das Bild fixirt d. h. gegen die Einwirkung des Tageslichtes unempfindlich macht, indem man es mit einer Lösung von unterschwefligsaurem Natron übergießt, weil dieses die Eigenschaft besitzt, die an der Platte zurückgebliebenen Reste von Jodsilber schnell aufzulösen wobei das reducirte Silber unberührt bleibt; dieses letztere Verfahren wiederholt man mehrere Mal, um jede Spur von Jodsilber zu entfernen. Hierauf wird das negative Bild getrocknet und um es vor dem Staube zu schützen, mit Krystalllack überzogen, den man wieder trocken werden läßt.

Um positive Bilder auf Papier zu erhalten, an welchen Licht und Schatten genau so wie am Originale vertheilt erscheint, wird möglichst feines, weißes Papier mit einer Seite, die man bezeichnet, 2 Min. lang auf eine Lösung von 4 Theilen Kochsalz in 100 Theilen Wasser gelegt, dann getrocknet und an einem dunklen Orte mit der bezeichneten Seite auf eine Lösung von 1 Theil salpetersaurem Silberoxyd in 5 Theilen Wasser gelegt; man kann auch das Papier an den Rändern schüsselförmig biegen und mit der Lösung übergießen. Nach einer 3 bis 4 Minuten dauernden Einwirkung der Lösung wird das Papier im Dunklen aufgehängt und getrocknet, muß aber bald darauf verwendet werden, weil es schon nach 24 Stunden unbrauchbar wird. Das negative Bild legt man mit der Glasseite auf eine dicke in einem Rähmchen befindliche Glasplatte, darauf das Papier mit der empfindlichen Seite auf die Collodiumschichte und bedeckt dieses mit einem schwarzen Brettchen, welches mittelst Schrauben das Papier gegen das negative Bild preßt. Läßt man nun das directe Sonnenlicht einige Minuten lang auf das negative Bild einwirken, so geht dieses durch die hellen Theile durch und schwärzt die dahinter liegenden Theile auf dem empfindlichen Papier, während diejenigen, welche unter den dunklen undurchsichtigen Stellen des negativen Bildes sich befinden, hell bleiben; man gewinnt auf solche Art auf dem Papier ein Lichtbild bei dem die hellen Stellen des Originals wieder hell, die dunklen dagegen dunkel erscheinen; ein solches Bild heißt ein positives; auch wird dieses Bild ein directes bei dem die einzelnen Theile genau dieselbe Lage haben, wie am Originale, wenn das negative Bild ein inverses war, d. i. ein solches, bei dem der linke Theil des Originals rechts, und der rechte links dargestellt erscheint. Negative Bilder erscheinen auch dann positiv, wenn man sie auf einen dunklen Grund legt.

Hat das positive Bild die gehörige Stärke erlangt, so wird es auch an einem dunklen Orte mit reinem Wasser sehr gut abgewaschen,

sodann legt man es in eine Kochsalzlösung mehrere Minuten lang und behandelt es zuletzt mit einer Lösung von unterschwefeligsauren Natron; das Kochsalz (Chlornatrium) verwandelt die zurückgebliebenen Reste des salpetersauren Silbers am Papier in Chlorsilber, welches durch das Natronsalz aufgelöst und dann mit reinem Wasser weggewaschen wird; man wiederholt dieses Verfahren mehrere Male und läßt hierauf das Bild noch 24 Stunden lang in einer mit reinem Wasser gefüllten Schüssel liegen, welches während dieser Zeit 5 bis 6mal erneuert werden muß; dann wird es zwischen Fließpapier getrocknet und nun kann man sicher sein, daß es keine weitere Aenderung durch Lichteinwirkung erfährt.

Thermographie. Niepçe machte die Entdeckung, daß man auch Bilder von Kupferstichen auf Papier erhalten kann, wenn man eine Seite des Papiers zuerst mit einer Lösung von salpetersaurem Silberoxyd behandelt, langsam trocknet und dann mit einer Lösung von Goldchlorür überzieht, wieder trocknet, und die auf solche Art präparirte Papierseite auf einen Kupferstich legt, dessen Rücken auf einer Metallplatte aufliegt. Man bedeckt das Ganze mit einer Glastafel und erwärmt die Metallplatte, indem man sie mit siedendem Wasser in Berührung bringt; das Bild kommt in wenigen Minuten zum Vorschein; die schwarzen Stellen des Kupferstiches erscheinen veilchenblau. Man erklärt die Entstehung dieser Bilder auf die Art wie die der Moser'schen, pag. 198.

Von der Wärme.

§. 195. Befindet sich ein Körper mit einem anderen von höherer Temperatur in Berührung, so erhält zunächst die berührende kältere Schichte Wärme, die sich dann von Schichte zu Schichte weiter im Körper fortpflanzt, indem zur Herstellung der Gleichheit der Temperatur jedes wärmer gewordene Theilchen der kälteren ihn berührenden Umgebung einen Theil der erhaltenen Wärme mittheilt, aber gleichzeitig von der wärmeren Schichte Wärme erhält. Diese von Schichte zu Schichte in Körpern fortschreitende Wärme nennt man geleitete Wärme, und diese Fortpflanzungsweise der Wärme Wärmeleitung.

Die Wärme, welche von einem Körper in einen anderen fernstehenden selbst dann zu übergehen vermag, wenn beide durch einen leeren Raum von einander geschieden sind, wird strahlende Wärme genannt; diese Bewegungsweise der Wärme heißt Wärmestrahlung.

In Betreff der Wärmeleitung theilt man bekanntlich die Körper in gute und schlechte Wärmeleiter ein; zählt zu den ersteren diejenigen, welche die Wärme leicht annehmen, und schnell weiter fortpflanzen, die daher schnell erwärmt werden, aber eben so schnell wieder die Wärme verlieren; dazu gehören vorzugsweise die Metalle. Zu den schlechten Wärmeleitern gehören diejenigen, welche die Wärme nur langsam annehmen und langsam weiter leiten, die daher nicht leicht erwärmt werden können, aber die erhaltene Wärme nur langsam der kälteren Umgebung mittheilen; daher pflegt man einen Körper, der die erhaltene Wärme nicht leicht verlieren soll, mit schlechten Leitern zu umgeben.

Man sieht leicht ein, daß beim Betasten ein guter Leiter bei höherer Temperatur wärmer, bei niederer kälter uns erscheint als ein schlechtleitender.

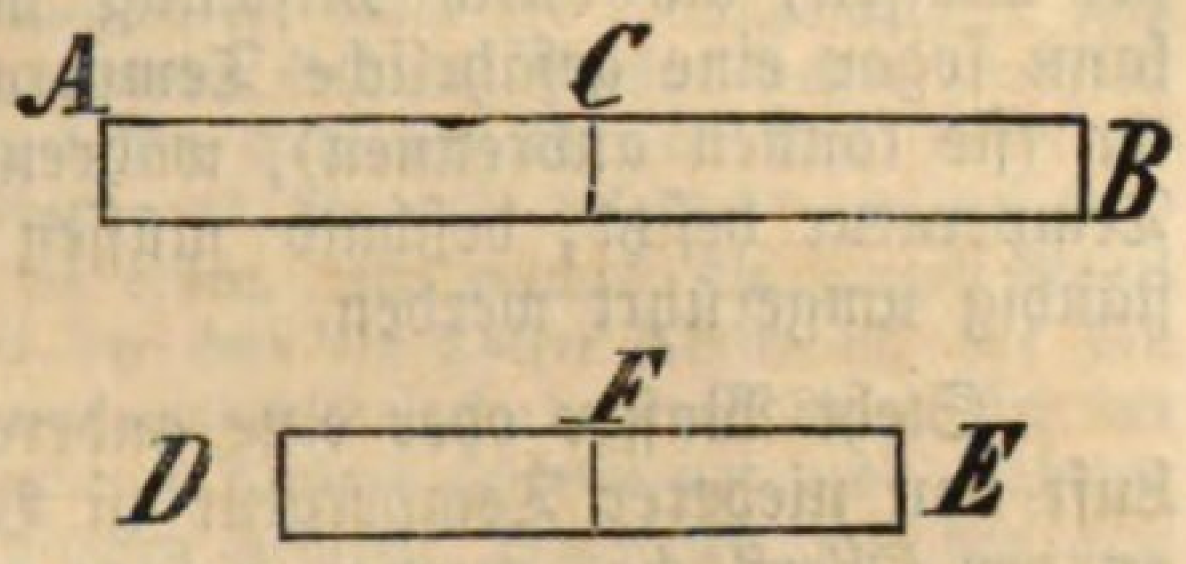
§. 196. Verbreitung der Wärme durch Leitung. Um das Gesetz, nach welchem sich die Wärme in einem festen Körper von der Wärmequelle aus vertheilt, durch Versuche zu ermitteln, haben Biot und in neuerer Zeit Despretz in Metallstangen von durchaus gleichen Querschnitt und gleicher Länge, mehrere, gleich weit abstehende Vertiefungen angebracht, diese mit Quecksilber gefüllt, in jede die Kugel eines Thermometers gesetzt, und hierauf das eine Ende in eine Wärmequelle von constanter Temperatur gestellt. Die Wärme pflanzt sich von Theilchen zu Theilchen fort, so daß nach und nach die Temperatur an allen Stellen der Metallstange steigt, aber bald einen unveränderlichen Stand annimmt, ungeachtet ihnen die Wärmequelle fortwährend Wärme mittheilt; dieser Zustand tritt dann ein, wenn der Wärmeverlust, den ein Querschnitt durch Mittheilung an die Luft und durch Ausstrahlung in jeder Secunde erleidet, der Wärmemenge gleich wird, die er in der nämlichen Zeit von der Wärmequelle erhält. Untersucht man bei diesem stationären Stand der Thermometer die Temperaturen an den verschiedenen Stellen, so ergibt sich, daß die Temperatur derjenigen Stellen, deren Abstände von der Wärmequelle eine zunehmende arithmetische Progression bilden, in einer geometrischen Progression abnehmen. Will man die Wärmeleitungsfähigkeit verschiedener Körper mit einander vergleichen, so gibt man allen dieselbe Oberfläche, indem man sie vergoldet oder mit einem Firniß überzieht, und dadurch eine gleichmäßige Wärmeausstrahlung bewirkt.

Aus dem angeführten Gesetze folgt, daß die Metallstange an dem von der Wärmequelle entfernten Ende niemals die Temperatur, die am andern Ende herrscht, erhalten kann, ferner, daß der Wärmeverlust eines Querschnittes desto größer wird, je höher die Temperatur desselben ist, weßhalb die Erkaltung bei demselben Körper um so rascher vor sich geht, je größer der Temperaturunterschied d zwischen ihm und seiner Umgebung ist; ist d klein, so kann der Wärmeverlust diesem Unterschiede proportional angenommen werden. — Despretz fand durch Versuche, daß die Wärme beim Uebergange von einem festen Körper zum andern eben so geschwächt wird, wie das Licht und der Schall, daher es wahrscheinlich ist, daß sie auch strahlend im Innern der Masse sich verbreitet.

Senarmont's Untersuchungen lehren, daß sich die Wärme nur in den Krystallen, die das Licht nicht doppelt brechen, mit gleicher Geschwindigkeit nach allen Seiten fortpflanzt, in den doppelt brechenden verbreitet sie sich in der Richtung der größeren Elasticitätsaxe rascher als in der Richtung der kleineren.

Sind AB und DE, Fig. 262, zwei verschiedenartige Metallstangen von gleicher Dicke und Breite, die in A und D gleich stark erhitzt werden, und sind B und E Querschnitte, die bezüglich der Luft gleiche Temperaturunterschiede zeigen, so muß B eben so viel Wärme in jeder Secunde verlieren als E, und es müssen auch die Temperaturunterschiede bezüglich der Luft an den in der Mitte liegenden Stellen C und F einander gleich sein. Wäre nun $BC = 2 FE$, so verliert die Oberfläche von BC

Fig. 262.



doppelt so viel Wärme an die Luft, als die Oberfläche von FE; sie muß daher auch zweimal mehr von der Wärmequelle bekommen; aber diese doppelte Wärmemenge hat in AB einen zweimal längeren Weg in derselben Zeit zurückzulegen, als die in DE, daher muß die Wärmeleitungsfähigkeit von AB 4mal größer sein, als die von DE. Despretz hat nun geschlossen, daß sich die Wärmeleitungsfähigkeiten verschiedener Körper zu einander verhalten, wie die Quadrate der Entfernungen der Wärmequelle von denjenigen Stellen, für welche die Temperaturunterschiede mit der Luft einander gleich sind. Neuere Untersuchungen lehren, daß man nach diesem Gesetze für die Leitungsfähigkeit nur Werthe erhält, die sich der Wahrheit nähern. Nach diesem Gesetze fand Despretz, daß sich die Leitungsfähigkeit verschiedener Körper durch folgende Zahlen ausdrücken läßt: Gold 1000, Platin 981, Silber 973, Kupfer 898, Eisen 374, Zink 363, Zinn 304, Blei 179, Marmor 23, Porzellan 12, Mauerstein 11, Wasser 9. Knoblauch fand, daß Hölzer in der Richtung der Fasern besser leiten, als in der dazu senkrechten Richtung.

Ist die Oberfläche eines schlechtleitenden Körpers groß, so wird die Wärme, die an die kältere Umgebung entweicht, durch Zuströmen aus dem Inneren nicht sogleich ersetzt, weßhalb die Temperatur an der Oberfläche schneller als bei guten Leitern sinkt, die innere Masse aber sehr lang wärmer bleibt. Hieraus erklärt sich die große Hitze, die man nach Jahren noch im Inneren von Lavamassen fand, welche bereits ohne Gefahr betreten werden konnten.

Rumford hat zuerst bewiesen, daß tropfbare Flüssigkeiten, mit Ausnahme des Quecksilbers, die Wärme sehr schlecht leiten, indem er sie von oben mit einem heißen Körper erwärmte. Despretz unternahm in der neuesten Zeit genaue Untersuchungen über die Wärmeleitung der Flüssigkeiten, wenn sie von oben erwärmt werden, gebrauchte als heißen Körper ein Kupfergefäß, das mit siedendem Wasser beständig gefüllt blieb, und beobachtete die Temperatur der in einem cylindrischen Gefäße befindlichen Flüssigkeit an Thermometern, die in gleichen Abständen von oben nach unten horizontal in Oeffnungen der Seitenwand des Gefäßes angebracht waren. Das Ergebniß der Untersuchung war, daß sich die Wärme in Flüssigkeiten nach demselben Gesetze wie in Metallen fortpflanzt, aber äußerst langsam von Schichte zu Schichte geleitet wird.

Eine Flüssigkeit kann daher in einem Gefäße nur dann schnell erwärmt werden, wenn der Boden des Gefäßes von einer Wärmequelle beständig Wärme erhält, die er sogleich der nächsten Flüssigkeitsschichte mittheilt, wodurch ihre Theilchen nicht nur erwärmt, sondern auch specifisch leichter werden, deßhalb sogleich in die Höhe steigen, während die kältern sich hinabsenken und nach geschehener Erwärmung am festen Boden sich auch erheben.

Auf solche Art entsteht eine doppelte Strömung der Flüssigkeitstheilchen, nämlich nach aufwärts und nach abwärts; man kann sie dadurch sichtbar machen, daß man leichte Körperchen, z. B. Bernsteinpulver, Sägespäne der Flüssigkeit beimischt. In Folge dieser Strömungen tritt bald in der ganzen Höhe der flüssigen Masse eine nahe gleichmäßige Erwärmung ein. Bei geringerer Beweglichkeit der Theil-

chen, wie bei viscosen Flüssigkeiten, z. B. bei dicken Syruparten, oder bei Stoffen, die durch Mischung mit andern dickflüssig geworden sind, kann sogar eine gefährliche Temperatur in den unteren Theilen eintreten (sie können anbrennen), während die Oberfläche eine viel niedere Temperatur besitzt; deßhalb müssen solche Stoffe beim Erwärmen beständig umgerührt werden.

Steht Wasser oder eine andere Flüssigkeit mit der atmosphärischen Luft von niederer Temperatur in Berührung, so erkalten die Theilchen an der Oberfläche, werden dichter und fallen gegen den Boden, während tiefer liegende an die Oberfläche treten, die der Luft Wärme mittheilen und hierauf auch nach abwärts sich senken. Diese doppelte Strömung dauert fort, bis die Flüssigkeit die größte Dichte erlangt hat, wo dann bei weiterer Abkühlung der Oberfläche die Theilchen sich wieder ausdehnen und specifisch leichter werden, deßhalb nicht mehr hinabsinken können.

Will man das Verhalten der atmosphärischen Luft oder eines anderen Gases bei der Erwärmung von oben nach unten untersuchen, so müssen die in verschiedenen Tiefen angebrachten Thermometer durch Schirme gegen die Wärmestrahlung des heißen Körpers geschützt werden. Man findet, daß die Wärmeleitungsfähigkeit der Gase noch geringer ist, als die der tropfbaren Stoffe, weßhalb die Luft ganz vorzüglich geeignet ist, die Wärme eines Körpers zusammenzuhalten insbesondere wenn sie durch Späne, Stroh u. dgl, gehindert ist, zu circuliren (Doppelthüren, Doppelfenster, Doppelböden).

Geschieht die Erwärmung der Gase von unten, so tritt dieselbe doppelte Strömung ein wie bei tropfbaren Flüssigkeiten, geht aber wegen der größeren Beweglichkeit und der bedeutenderen Verminderung in der Dichtigkeit der Gase viel rascher vor sich. In der abgeschlossenen Luftmasse eines Zimmers wo die Wärme großentheils durch Strömung sich verbreitet, hat die Luft an der Decke eine Temperatur, die um mehrere Grade höher ist als die am Boden; dieser große Temperaturunterschied tritt bei der Meißner'schen Heizmethode nicht ein.

Schon Newton fand folgendes Erkaltungsgesetz: Das Sinken der Temperatur in einer Zeiteinheit, d. i. die Geschwindigkeit der Erkaltung ist dem Unterschiede zwischen der Temperatur des Körpers und seiner kälteren Umgebung direct proportional, woraus dann leicht durch Rechnung gefunden wird, daß der Temperaturüberschuß des erkaltenden Körpers in einer geometrischen Progression abnimmt, wenn die Zeit in einer arithmetischen Progression wächst. Dieses Gesetz ist richtig für kleine Temperaturunterschiede, und wir haben es auch pag. 211 angewendet. — Dulong und Petit haben beobachtet, daß die Abkühlung eines Körpers theils durch Wärmeausstrahlung, theils durch die Berührung mit der Luft bewirkt wird, und suchten das Erkaltungsgesetz zuerst für den Fall zu ermitteln, wenn die Erkaltung nur durch Strahlung erfolgt; sie haben die Kugel eines Thermometers in die Mitte einer hohlen inwendig berußten und luftleeren Kupferkugel, deren Temperatur constant blieb, aufgestellt, daselbst konnte die Abkühlung der Thermometerkugel nur durch Ausstrahlung erfolgen. — Ließ man dann den Thermometer im lufterfüllten Raume erkalten, so sank die Temperatur rascher als früher wegen der Mittheilung der Wärme an die Luft; aus dem Unterschiede in der Temperaturabnahme in den beiden Fällen konnte der Antheil erkannt werden, den die Berührung mit der Luft an der Abkühlung hatte.

Holz, Stroh, Wolle, Haare, Pelzwerke, ruhige atm. Luft und Gase sind schlechte Wärmeleiter. Wird ein Körper gepulvert, oder in kleine Theilchen zerschnitten, oder in Faden zerlegt, so erscheint er als ein schlechterer Leiter, wie im compacten Zustande.

Eine Schichte von Sägespänen von Holz so dicht, daß die Luft zwischen den Theilchen nicht frei circuliren kann, hält die Wärme besser zurück als dieselbe Masse compacten Holzes; preßt man sie mehr und mehr zusammen, so wird ihre Leitungsfähigkeit vermehrt, und sogar größer, als die des Holzes, wenn sie durch Pressen dichter geworden ist, als das Holz — Die Vögel, welche in kalten Regionen sich aufhalten, rüstet die Natur mit einer Decke von zarten Flaumfedern aus, die ganz besonders geeignet sind, die Wärme zurückzuhalten; sie sind auch die ersten, mit welchen die jungen Vögel bedeckt erscheinen. — Das Pelzwerk, womit der Leib der Thiere bedeckt ist, hat den Zweck, die im Organismus entwickelte Wärme zurückzuhalten, denn es ändert sich mit der Jahreszeit und dem Clima; es ist in warmen Ländern schütter und grob, während es in kalten Climaten von einer außerordentlichen Feinheit, Leichtigkeit und von großer, ganz gleichförmiger Dichte ist, daher ganz vorzüglich geeignet, der Wärme den Durchgang zu erschweren. — Die Rinde der Bäume besitzt ebenfalls eine sehr poröse Structur, bei welcher sie die Wärme viel schlechter leitet, als das Holz, und daher geeignet ist, die Wärme im Baume mehr zurückzuhalten.

Wirkungen der Wärme.

§. 197. A. Ausdehnung der Körper durch die Wärme. Die Wärme, die ein Körper von einer Wärmequelle aufnimmt, wirkt in ihm auf zweifache Weise; ein Theil steigert seine Temperatur, wirkt auf ein mit dem Körper in Berührung gebrachtes Thermometer ein, und vermag überhaupt an die kältere Umgebung zu übergehen; dieser Theil heißt freie oder thermometrische Wärme. Der zweite Theil der aufgenommenen Wärme verstärkt die Abstoßungskräfte der Molecüle des Körpers und veranlaßt, daß zunächst diejenigen, welche die Oberfläche bilden, von den unteren stärker nach Außen abgestoßen werden, daher von den tiefer liegenden sich entfernen; in dieser größeren Entfernung, in die sie kommen, wirken die Abstoßungskräfte, welche sie besitzen, schwächer auf die unter der Oberfläche befindlichen Theilchen nach Innen, als diese von den tiefer liegenden nach Außen getrieben werden, weßhalb sich auch diese der Oberfläche nächste Schichte nach Außen bewegt, was dann wieder eine Bewegung der nächstfolgenden Schichte von Innen nach Außen veranlaßt, und so bewirkt ein Theil der einem Körper mitgetheilten Wärme eine Bewegung aller Theilchen der Masse, wobei ihr gegenseitiger Abstand zunimmt, das Volumen wächst und die Cohäsion vermindert wird; dieser Theil der Wärme nimmt die Form einer bewegenden, die Cohäsionskräfte bekämpfenden Kraft an und heißt latente oder gebundene Wärme.

Um die durch Wärme bewirkte Vergrößerung im Volumen eines Körpers zu finden, sucht man zuerst den Zuwachs an der Längeneinheit bei einer Temperaturerhöhung von einem Grade, d. i. den linearen Ausdehnungs-Coefficienten zu bestimmen. Zu diesem Behufe bedient man sich eines Instrumentes, das man Pyrometer nennt, und das aus einem Winkelhebel von sehr ungleichen Armen r und r′ besteht, wovon der längere r über einen Gradbogen sich bewegt; man gibt dem Körper, dessen lineare Ausdehnung in der Wärme man wissen will, eine cylindrische oder parallelepipedische Form, mißt genau seine Länge bei der Temperatur von 0°, stemmt dann ein Ende desselben an einen festen unverrückbaren Körper, und bringt das andere Ende mit dem Endpunkte des kürzeren Arms r′ in Berührung; damit der Körper in der ganzen Länge gleichmäßig erwärmt werde, muß er in einem

Wasser- oder Oelbade horizontal liegen. Bei einer Erhöhung der Temperatur dehnt sich der Körper aus, und sein bewegliches Ende drückt den kurzen Hebelarm vorwärts, wobei dessen Endpunkt wegen der geringen Längenänderung fester Körper nur einen kurzen Bogen $= x$ beschreibt, den man immer als eine gerade Linie, mithin als das Maß der eingetretenen linearen Ausdehnung des Körpers annehmen kann. Die Bögen, welche die Endpunkte der Hebelarme während der Ausdehnung des Körpers beschreiben, sind ähnliche Bögen; heißt n die bei der Temperatur von t^0 C. am Gradbogen abgelesene Anzahl Grade, die das Ende des längeren Hebelarms beschrieben hat, und ist $\alpha = \frac{\pi r}{180^0}$ die Länge eines Grades, so hat man

$$n\alpha : x = r : r', \text{ und } x = n\alpha . \frac{r'}{r}.$$

Wird der gefundene Werth von x mit der Länge des Körpers bei 0^0 und mit der Temperatur t dividirt, so ist der Quotient der gesuchte Ausdehnungscoefficient, den wir mit c bezeichnen wollen. Die Untersuchungen lehren:

1. Daß bei allen Metallen und den meisten anderen festen Körpern der Werth von c sehr klein ist, und daß bei gleichmäßig dichten Körpern die Ausdehnung während der Erwärmung nach allen Richtungen im gleichen Verhältnisse wächst, daher die geometrische Gestalt des Körpers beständig der anfänglichen bei 0^0 ähnlich bleibt.

2. Daß der Coefficient c von der materiellen Beschaffenheit des Körpers abhängt, daher bei verschiedenartigen Körpern verschieden groß ist, aber bei dem nämlichen Körper von 0^0 bis 100^0 C. constant bleibt. Bei Temperaturen, welche hundert Grade übersteigen, wächst der Zuwachs an Ausdehnung stärker, als die Anzahl der Temperaturgrade.

Heißt v das Volumen eines Körpers bei 0^0, μ die Vergrößerung einer Volumseinheit desselben für einen Wärmegrad, die der kubische Ausdehnungscoefficient heißt, dann a die anfängliche Länge des Körpers und c die Verlängerung einer Längeneinheit bei 1^0 C., so erhält man, wenn berücksichtigt wird, daß das Volumen des Körpers nach der Erwärmung dem anfänglichen ähnlich ist, und daß ähnliche Volumina sich zu einander verhalten, wie die dritten Potenzen ihrer homologen Dimensionen:

$$v : v + v\mu = a^3 : a^3 (1 + c)^3 = 1 : 1 + 3c + 3c^2 + c^3,$$

oder da c eine sehr kleine Größe ist,

$$1 : 1 + \mu = 1 : 1 + 3c, \text{ folglich } \mu = 3c,$$

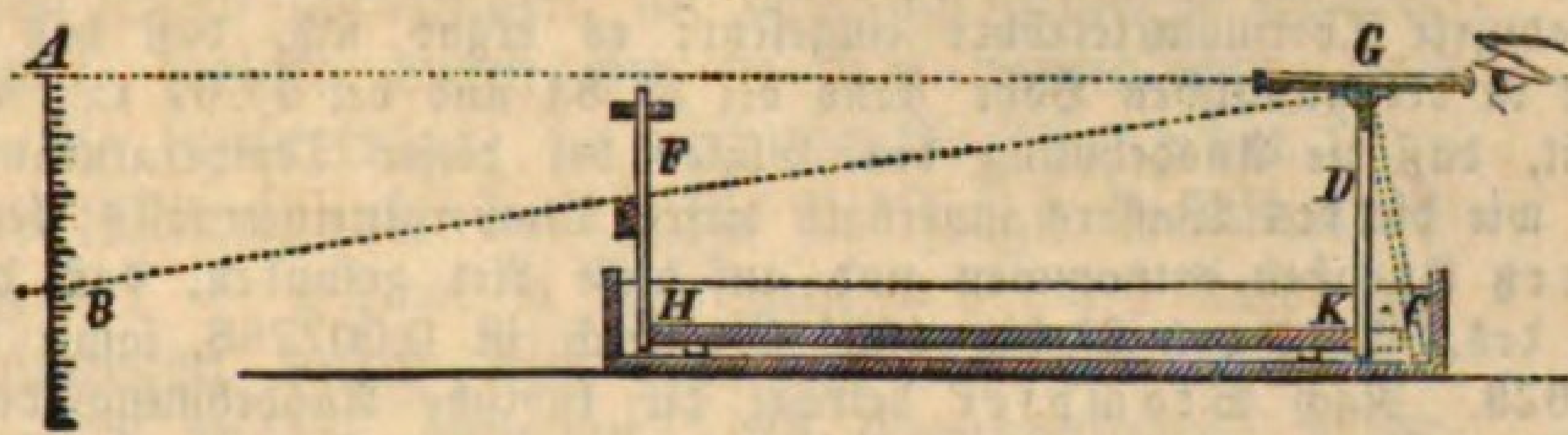
d. h. der kubische Ausdehnungscoefficient eines Körpers wird gefunden, wenn man den linearen mit 3 multiplicirt.

3. Sind die Theilchen eines Körpers nach gewissen Richtungen anders geordnet als nach andern, wie bei gewissen Krystallen, die nach gewissen Richtungen eine andere Härte und Elasticität besitzen, so dehnen sie sich in der Wärme nicht mehr nach allen Seiten gleichmäßig aus. Bei einem Kalkspathrhomboëder z. B. fand Mitscherlich in der Richtung der Hauptaxe eine vorwaltende Ausdehnung, während in einer darauf senkrechten Richtung eine Contraction stattfand.

Kops Untersuchungen lehren, daß der Ausdehnungscoefficient fester Körper gewöhnlich in der Nähe des Schmelzpunktes rasch wächst, bei Eis jedoch unmerklich.

Lavoisier und Laplace haben sehr genaue Messungen der linearen Ausdehnung vieler Metalle mit einem Pyrometer ermittelt, bei dem das eine Ende einer auf zwei Glasrollen in horizontaler Lage ruhenden Metallstange KH, Fig. 263, an

Fig. 263.



einen unverrückbaren Glasstab F sich stemmte, das andere hingegen mit einem Glasstabe D in Berührung stand, den man an einer von zwei steinernen Pfeilern getragenen horizontalen Axe befestigte; diese leicht drehbare Axe trug an einem Ende ein Fernrohr G, dessen optische Axe auf eine sehr weit entfernte in Millimeter getheilte Scala AB gerichtet war. Die Länge der Metallstange wurde bei 0° C. genau gemessen, worauf man sie in das Bad brachte, dessen Temperatur jedesmal an einem eingetauchten Thermometer erkannt werden konnte. In Folge der Erwärmung dehnte sich die Stange nur gegen K hin, z. B. bis C aus, wobei der zweite Hebelarm als auch gleichzeitig das um dieselbe Axe bewegliche Fernrohr um den nämlichen Winkel gedreht und die optische Axe nach einem tiefer liegenden Punkte B gerichtet erscheint. An diesem Apparat ist $KC = x$, $GK = r'$ und $AG = r$; da AG sehr lang war, so konnte AB als eine gerade Linie angenommen werden; es war

$$x = \frac{r'}{r} . AB.$$

Wird dieser Werth von x mit der Temperatur, und dann mit der in Millimetern ausgedrückten Länge der Metallstange bei 0° dividirt, so ist der Quotient der gesuchte Ausdehnungscoefficient.

Bei Temperaturen über 300° C. bediente sich Pouillet zweier Fernröhre von kurzer Brennweite, von denen das eine unbeweglich, das andere aber um eine Axe drehbar war; die optischen Axen beider waren nach den Endpunkten des Metallstabes gerichtet und lagen bei 0° genau zu einander parallel; bei einer höheren Temperatur bildeten sie mit einander einen Winkel, aus dessen Größe und dem Abstande der Drehungsaxe des beweglichen Fernrohrs vom Metallstabe die Längenvergrößerung leicht berechnet werden konnte.

Der lineare Ausdehnungscoefficient ist

bei englischem Flintglas	= 0·000008613,
„ Platin	= 0·000008842,
„ Stahl, ungehärtet .	= 0·000010788,
„ Gußeisen . . .	= 0·000011250,
„ Schmiedeisen . .	= 0·000012204,
„ Stahl, gehärtet .	= 0·000012394,
„ Gold	= 0·000014660,
„ Kupfer	= 0·000017182,
„ Messing	= 0·000018782,
„ Silber	= 0·000019097,
„ Zink	= 0·000029417.

Man muß jedoch bei Metallen beachten, daß das Verfahren bei ihrer Erzeugung und Bearbeitung den Coefficienten ändern kann, daher die bedeutenden Abweichungen, die in den Angaben dieses Coefficienten, z. B. für das reine Eisen vorkommen, von 0·000011808 bis 0·000014401.

Da das Gesetz, nach welchem die Längenausdehnung eines Körpers für jede Temperatur t desselben berechnet werden könnte, unbekannt ist, so setzt man die Länge

$$l = l_0 \, (1 + ct + c't^2 + c''t^3 + \ldots)$$

worin l_0 die Länge bei 0° bedeutet; man findet die Constanten c, c′ aus Messungen des Werthes von l bei verschiedenen Temperaturen nach der Methode der kleinsten Quadrate; bei festen Körpern begnügt man sich gewöhnlich mit der Kenntniß von c oder von c und c′.

Joule und Playfair suchten neuestens die Ausdehnung vieler fester Körper zu bestimmen, indem sie sich des Glasfläschchens bedienten, welches man zur Bestimmung des specifischen Gewichtes gebraucht. Zuerst wurde die Ausdehnung des Glases bestimmt; zu diesem Behufe des Fläschchen mit Wasser gefüllt und anstatt des Stöpsels eine graduirte Thermometerröhre eingesetzt; es ergab sich, daß das Wasser in dieser Röhre in der nämlichen Höhe stand bei 3°.84 und bei 7°.67 C., woraus sich schließen läßt, daß die Ausdehnung des Glases bei dieser Temperaturänderung die nämliche ist, wie die des Wassers innerhalb dieses Temperaturintervalls; letztere wurde aus Despretz Angaben entnommen und auf diese Art gefunden, daß die kubische Ausdehnung des Glases von 0° bis 100° C. gleich ist 0.002788, somit die lineare gleich 0.000929. Nach Stampfer beträgt die kubische Ausdehnung des Wassers innerhalb obigen Temperaturintervalls 0.0001111, woraus sich die kubische Ausdehnung des Glases für 1° C. = 0.000029 ergibt und für 100° C. = 0.0029. — Nachdem man die Ausdehnung des Glases erfahren hat, wurde ermittelt, wieviel Terpentinöl das Glasfläschchen bei verschiedenen Temperaturen faßte; die Ausdehnung eines festen Körpers ergab sich, indem man ein abgewogenes Stückchen des Körpers in das mit Terpentinöl gefüllte Fläschchen brachte, hierauf bei verschiedenen Temperaturen das Gewicht des Ganzen bestimmte, und daraus das Volumen berechnete, welches das Körperstück bei verschiedenen Temperaturen besaß. Offenbar ist es jedesmal dem Volumen des durch dasselbe verdrängten und herausgeflossenen Terpentinöl's gleich; da der Versuch das Gewicht dieses Terpentinöls angibt, so hat man nur dieses mit dem bereits ermittelten specifischen Gewichte desselben zu dividiren, um das gesuchte Volumen zu finden.

§. 198. Compensationspendel. Bei allen Pendeln ist die Masse der Linse bedeutend größer als die der Pendelstange, dadurch erzielt man, daß der Schwerpunkt so wie der Schwingungsmittelpunkt nahe an den Mittelpunkt der Linse zu liegen kommt, und die Compensation stattfinden kann, wenn bei allen Temperaturänderungen dieser Mittelpunkt beinahe in demselben Abstande von der Drehungsaxe erhalten wird.

1. Der Engländer Graham (1721) scheint der erste gewesen zu sein, der ein Compensationspendel construirte; von ihm ist die heutzutage wieder beliebte Quecksilber-Compensation. Eine eiserne Pendelstange trägt anstatt der Linse einen hohlen Glascylinder, der mit einer angemessenen Menge Quecksilber gefüllt, und mit einem gefirnißten Deckel sorgfältig verschlossen ist. Heißt l die Länge der ganzen eisernen Pendelstange, c der lineare Ausdehnungscoefficient, so ist cl die Größe, um welche der Schwerpunkt der Quecksilbermasse bei einer Temperaturerhöhung von einem Grade tiefer herabkommt; hat die Quecksilbersäule die Höhe h und ist c′ ihr linearer Ausdehnungscoefficient, so gibt $\frac{c'h}{2}$ die Erhebung seines Schwerpunktes für 1° Erwärmung. Zur Erreichung der Compensirung ist nun nothwendig, daß

$$\frac{c'h}{2} = cl, \text{ somit } h = \frac{2cl}{c}.$$

Die letzte Gleichung gibt die Höhe der zur Compensirung nöthigen Quecksilbersäule doch nur annähernd, da der Schwingungsmittelpunkt nicht mit dem Schwerpunkte des Quecksilbers zusammenfällt; die völlige Rectificirung ist aber leicht auszuführen. — Damit die Erwärmung der

ganzen Pendelmasse gleichmäßig vor sich gehe, macht man auch das hohle Cylindergefäß von Eisen.

2. Häufig wird das von Harrison erfundene Rostpendel angewendet. Besteht die Pendelstange sammt dem äußeren Rahmen a b c d, Fig. 264, aus Stahl, und sind die auf dem Querstücke b d festsitzenden Stäbe m und n von Zink, oben durch einen horizontalen Stab verbunden, an dem die stählerne Pendelstange hängt, welche durch ein in b d befindliches Loch geht, und die Linse trägt; so wird bei Erhöhung der Temperatur der Mittelpunkt der Linse in Folge der Ausdehnung von $ef + gh = a$ und von $ab = l$ tiefer gebracht, hingegen durch die Ausdehnung der Zinkstäbe $m = n = l'$ wieder gehoben; die Compensirung erfordert, daß diese beiden einander entgegengesetzten Aenderungen in der Lage des Mittelpunktes der Linse einander gleich seien.

Fig 264.



Sind c und k die linearen Ausdehnungs-Coefficienten des Stahls und des Zinks, und setzt man die Länge des Pendels vom Aufhängepunkte bis zum Mittelpunkte der Linse, d. i.

$ef + gh + gf = L$, oder da
$gf = ab - m = l - l'$ ist,
$a + l - l' = L$,

so findet die Compensirung statt, wenn

$(a + l)\,c = k\,l'$;

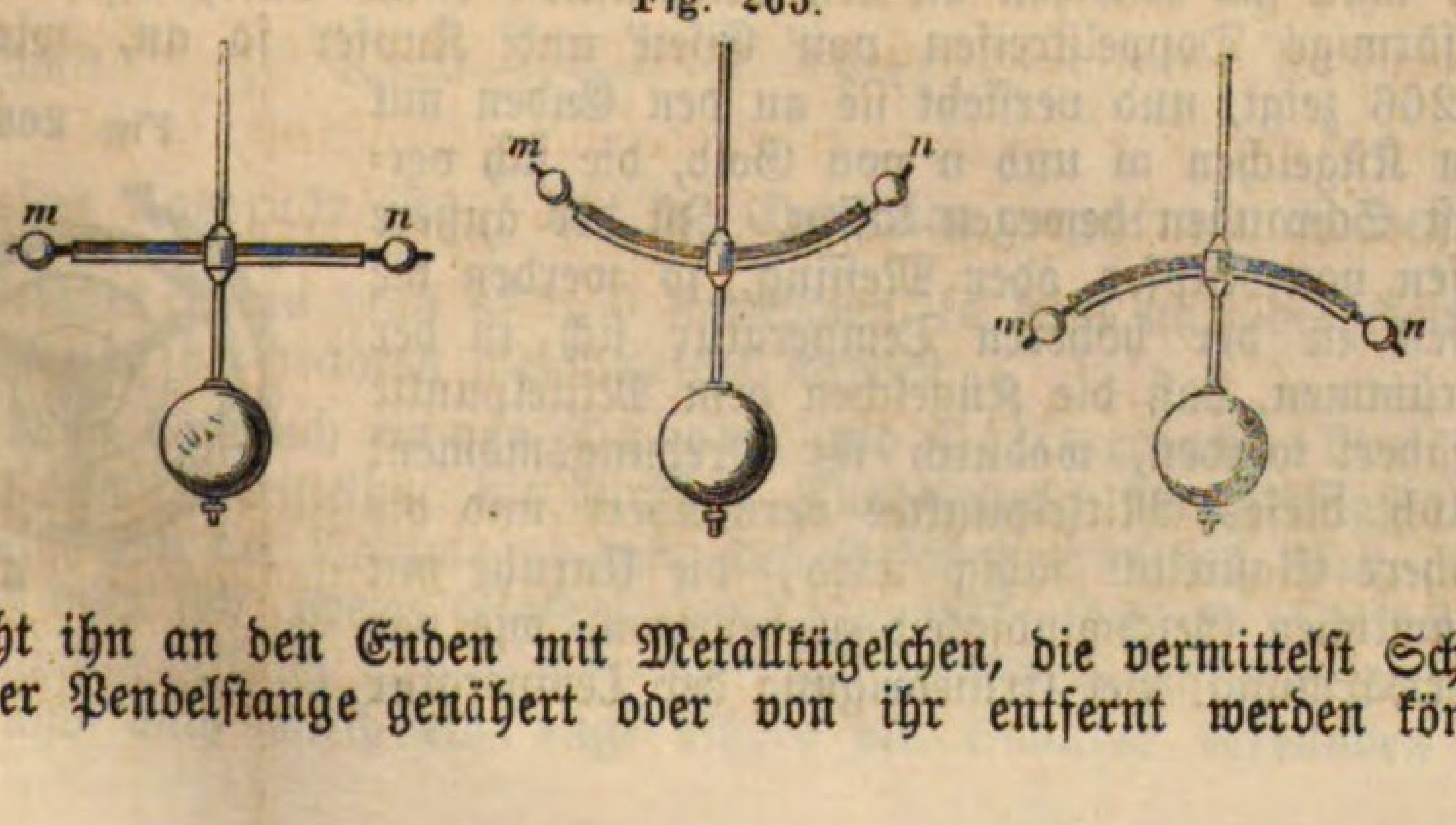
nun ist $a + l = L + l'$; somit

$$(L + l')\,c = kl' \text{ und } l' = \frac{cL}{k - c}.$$

Aus der letzten Gleichung findet man den approximativen Werth für die Länge der compensirenden Zinkstange für jede gegebene Pendellänge L. Wäre z. B. $k = 3c$, so ist $l' = \frac{L}{2}$. Die Ausführung ist möglich, wenn $l' < L$ ist. — Nimmt man andere Metalle, wo z. B. $k = \frac{5}{3}c$, so müßte $l' = \frac{3}{2}L$ sein, was nicht möglich ist; in diesem Falle sind mehrere Stäbe zur Compensirung nöthig.

3. Martin's Pendel-Compensation. Ein Streifen von Eisen wird auf einen Streifen von Kupfer gelegt, und beide werden aneinander gelöthet oder zusammengenietet; diesen Doppelstreifen bringt man mit der Pendelstange in horizontaler Lage in feste Verbindung, Fig. 265, jedoch so, daß das Eisen nach oben gekehrt erscheint, und

Fig. 265.

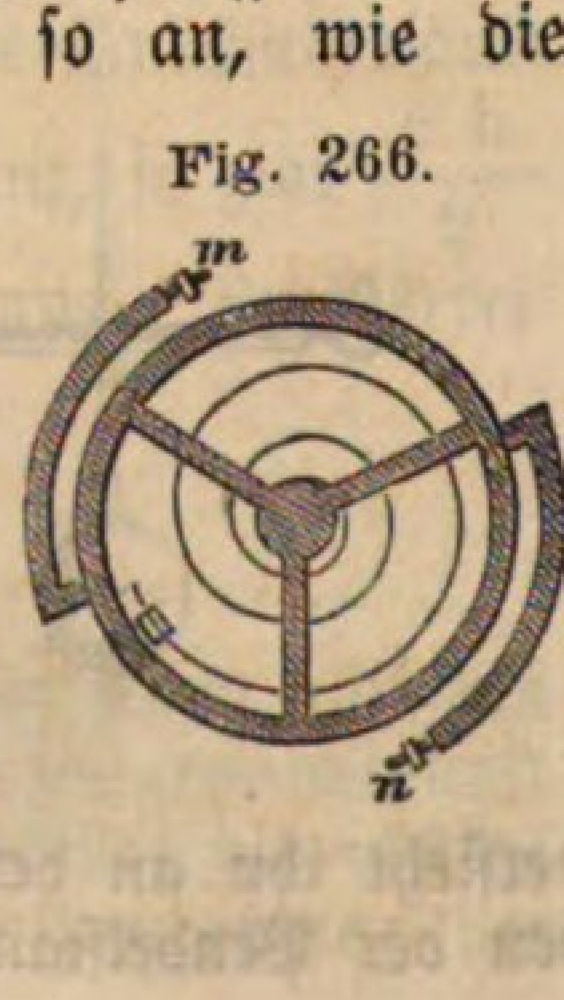


versieht ihn an den Enden mit Metallkügelchen, die vermittelst Schrauben der Pendelstange genähert oder von ihr entfernt werden können.

Nehmen wir an, der Doppelstreifen ist für eine gewisse Temperatur von t⁰ geradlinig und das Pendel habe bei dieser Temperatur die gehörige Länge; wird nun die Temperatur erhöhet, so sinkt der Schwingungsmittelpunkt in Folge der Ausdehnung der Pendelstange; allein, da sich dabei der Doppelstreifen nach aufwärts krümmt, indem das Kupfer sich mehr ausdehnt und daher einen größeren Bogen bildet als das Eisen, so werden dadurch viel Massentheilchen der Drehungsaxe näher gebracht und der Schwingungsmittelpunkt wieder gehoben. Bei Verminderung der Temperatur muß der Doppelstreifen wegen der stärkeren Verkürzung des Kupfers sich nach abwärts krümmen, wodurch viele Massentheilchen von der Drehungsaxe weiter nach unten gerückt werden, was auch ein Sinken des Schwingungsmittelpunktes zur Folge hätte, wenn er nicht gleichzeitig durch die Verkürzung der Pendelstange gehoben würde. Man kann die Dimensionen des Doppelstreifens, so wie seine Lage am Pendel, wie sie zur Compensirung erforderlich sind, annäherungsweise auch durch Rechnung finden, die ganz genaue Compensirung aber nur durch eine richtige Einstellung der Kügelchen m und n bewerkstelligen. Ergibt sich nämlich bei einer höheren Temperatur ein rascherer Gang des Pendels, als er sein sollte; so nähert man die Kügelchen der Pendelstange und entfernt sie auf diese Art von der Drehungsaxe, bis das Pendel den richtigen Gang erhält. Das Gegentheil geschieht, wenn die Bewegung des Pendels in der höheren Temperatur langsamer vor sich geht, als die Pendellänge erfordert.

4. Bei den Taschenuhren ist der Regulator die sogenannte Unruhe, die aus einem metallenen um eine Axe drehbaren Rädchen besteht, an dem nahe an der Axe das eine Ende einer feinen haarförmigen Stahlfeder befestiget ist, die man um die Axe spiralförmig herumwindet, und mit dem andern Ende an einem Punkte des Gestells fest macht. Dreht man das Rädchen ein wenig, so daß sich dabei die Spiralfeder stärker zusammenwindet, und läßt es dann aus, so wird es durch die Elasticität dieser Feder in eine Reihe von Schwingungen versetzt. Bei höherer Temperatur wird die Elasticität der sich verlängernden Feder schwächer, während die Dimensionen der Unruhe sich vergrößern, weßhalb die Bewegung der Unruhe langsamer vor sich geht; bei niederer Temperatur findet das Gegentheil statt. Um nun einen gleichförmigen, von den Temperaturänderungen unabhängigen Gang der Unruhe zu erzielen, wie dieß bei Chronometern auf Schiffen unerläßlich ist, bringt man am Rädchen an den Endpunkten eines Durchmessers kleine bogenförmige Doppelstreifen von Eisen und Kupfer so an, wie die Fig. 266 zeigt, und versieht sie an den Enden mit kleinen Kügelchen m und n von Gold, die sich vermittelst Schrauben bewegen lassen. Ist der äußere Streifen von Kupfer oder Messing, so werden die Streifen in der höheren Temperatur sich in der Art krümmen, daß die Kügelchen dem Mittelpunkte o genähert werden, wodurch ihr Drehungsmoment bezüglich dieses Mittelpunktes vermindert und die schwächere Elasticität fähig wird, die Unruhe mit der nämlichen Geschwindigkeit zu bewegen, wie vor der Erwärmung. Bei Erniedrigung der Temperatur

Fig. 266.



geschieht die Krümmung der Streifen in der entgegengesetzten Richtung, so daß die Kügelchen vom Mittelpunkte entfernt werden und ihr Drehungsmoment in dem Maße wächst, als die Stärke der Federkraft zunimmt.

§. 199. Ausdehnung tropfbarer Flüssigkeiten durch die Wärme. Bei tropfbaren Flüssigkeiten wird nur der kubische Ausdehnungscoefficient bestimmt. Da jede Flüssigkeit in einem Gefäße eingeschlossen ist, dessen Volumen bei Erhöhung der Temperatur auch vergrößert wird, so hat man die scheinbare und die wahre Ausdehnung zu unterscheiden; erstere ist diejenige, die man findet, wenn auf die Ausdehnung des Gefäßes keine Rücksicht genommen wird, letztere hingegen diejenige, die sich ergibt, wenn die Volumvergrößerung des Gefäßes gehörig in Rechnung gebracht wird. Das einfachste Verfahren zur Bestimmung der Ausdehnung der Flüssigkeiten ist das thermometrische, indem man an einer wohlcalibrirten Glasröhre eine größere Kugel anbläst, das Volumen derselben bestimmt und hierauf die Röhre selbst in gleiche Volumtheile theilt, deren Verhältniß zum Volumen der Kugel genau bekannt ist. Wird die Kugel und ein Theil der Röhre mit der Flüssigkeit, deren Ausdehnung in der Wärme man kennen will, gefüllt und dann in ein Bad von bekannter Temperatur eingetaucht, so kann an der Scala die scheinbare Volumvergrößerung erkannt werden.

Heißt v das Volumen der Flüssigkeit bei 0^0 C. und k die scheinbare kubische Ausdehnung einer Volumseinheit bei Erhöhung der Temperatur um t^0, wobei das anfängliche Volumen in v′ übergeht, so hat man

$$v' = v + vk \text{ und } k = \frac{v' - v}{v}.$$

Da sich bei der Erwärmung der innere Raum des Gefäßes, mithin jede Einheit des Volumens v′ erweitert, so wird die scheinbare Ausdehnung kleiner erscheinen als die wirkliche, weßhalb man letztere erst dann erhält, wenn man zu der scheinbaren die Vergrößerung der v′ Volumseinheiten des Gefäßes addirt. Bedeutet k′ den kubischen Ausdehnungscoefficienten des Gefäßes und K die wahre kubische Ausdehnung einer Volumseinheit für die Temperatur von t^0, so ist

$$v'K = v' - v + v'k't,$$

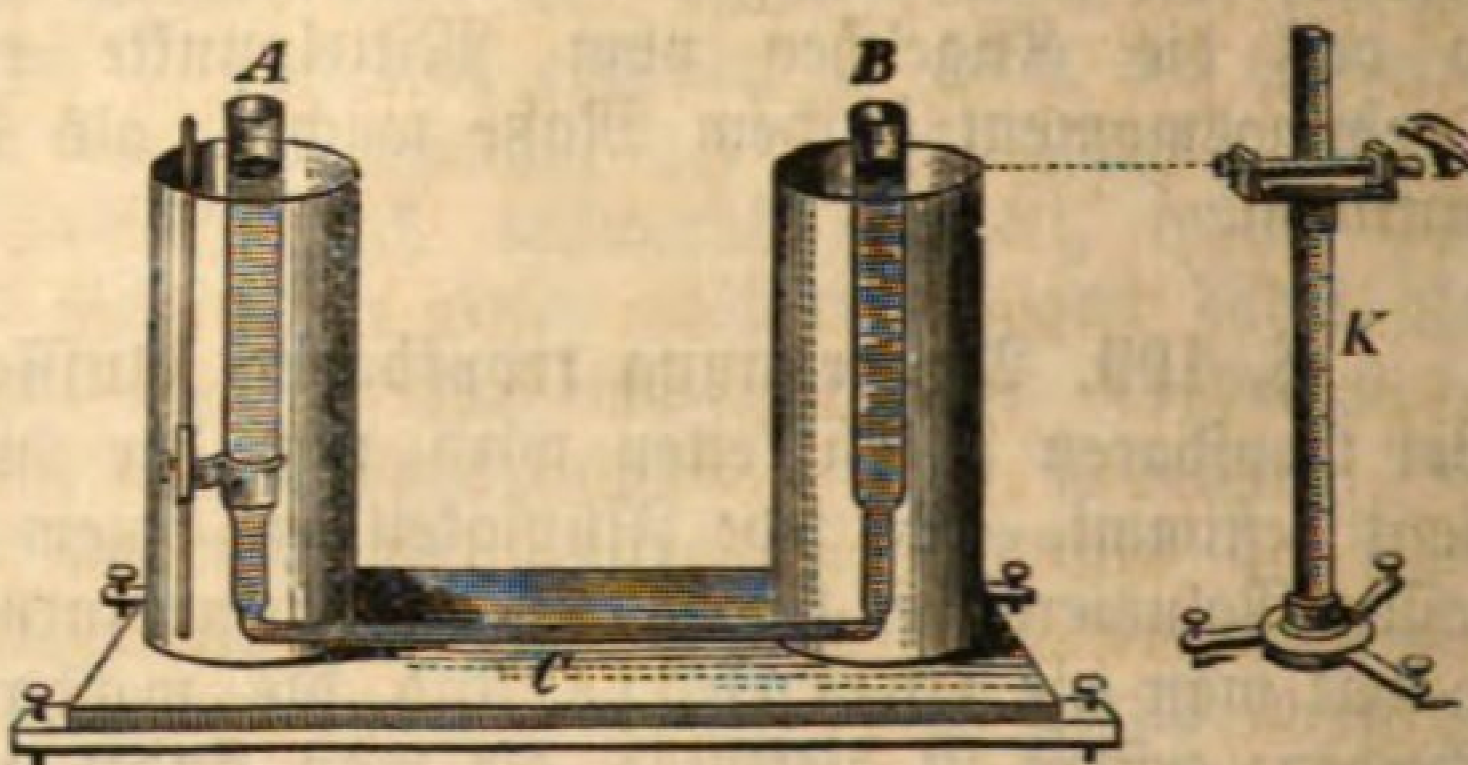
somit

$$K = \frac{v' - v}{v} + \frac{v'}{v}k't;$$

in diesem Ausdrucke ist $\frac{v'}{v}k't$ die Correction wegen der Ausdehnung des Gefäßes; kann man $k' = 0$ annehmen, so kann auch die scheinbare Ausdehnung der wahren gleich gesetzt werden.

Man hat auch ein von Dulong und Petit erdachtes Verfahren, bei welchem unmittelbar die wirkliche Ausdehnung der Flüssigkeit unabhängig von der Volumsänderung des Gefäßes ermittelt wird; dabei bedient man sich zweier Glascylinder, Fig. 267, die zur Vermeidung der Capillarwirkung wenigstens einen Zoll im Durchmesser haben, unten enge und auch durch eine enge Röhre mit einander verbunden sind.

Fig. 267.



Diese Cylinder bilden daher die Arme eines Communications-Gefäßes; wird dieses mit der zu untersuchenden Flüssigkeit zum Theil gefüllt, so steht diese in beiden Armen gleich hoch, so lange die Temperatur in der ganzen Masse dieselbe ist; werden aber beide Cylinder von weiteren Gefäßen eingeschlossen, wovon das eine mit Wasser oder mit Oel (das einen Wärmegrad von 240° R. annimmt) gefüllt, und dessen Temperatur allmälig gesteigert wird, während man das andere Gefäß mit zerstoßenem Eise füllt, und so die Temperatur der Flüssigkeit im zweiten Cylinder beständig bei 0° erhält, so beobachtet man einen Unterschied in den Höhen der Flüssigkeitssäulen in den beiden Cylindern, indem die enge Röhre unten eine Mischung der ungleichwarmen Massen nicht gestattet. Die Messung des Höhenunterschiedes wird mittelst des Cathetometers K vorgenommen, das aus einem horizontal gestellten Fernrohre besteht, welches an einem in Millimeter getheilten massiven Stabe sich verschieben und in jeder Lage feststellen läßt; ein Nonius macht es möglich, noch $^1/_{50}$ Millimeter in der Verschiebung des Rohrs abzumessen. Bevor man die beabsichtigte Messung vornimmt, wird das hölzerne Tischchen, auf dem C ruht, durch Stellschrauben in eine horizontale Lage gebracht, und hierauf das Cathetometer in einiger Entfernung aufgestellt; man richtet die optische Axe des Fernrohrs zuerst nach der Axe der Röhre C, hierauf nach dem Niveau der eiskalten, und zuletzt nach dem Niveau der erwärmten Flüssigkeit; zwei feine Fäden, die sich in der optischen Axe des Fernrohrs kreuzen, dienen zur genauen Einstellung. In jeder der beiden Stellungen wird an der Scala die geschehene Verschiebung des Rohrs abgelesen, und so werden die Höhen der Flüssigkeitssäulen in den Cylindern mit großer Genauigkeit bestimmt. Heißen h und h′ die Höhen der eiskalten und der erwärmten Flüssigkeitssäule, s und s′ seien die specifischen Gewichte, p und p′ die Pressungen derselben auf eine Flächeneinheit in der Axe von C, so ist bekanntlich $h s = h' s'$.

Heißt P die Gewichtsmenge, welche in A das Volumen V, und in B das Volumen V′ hat, so ist

$$P = V s = V' s', \text{ mithin}$$

$$V : V' = h : h', \text{ und } \frac{V' - V}{V} = \frac{h' - h}{h}.$$

Der Bruch $\frac{V' - V}{V}$ gibt die Volumsvergrößerung einer Volumseinheit für die Temperaturerhöhung der Flüssigkeit im Cylinder B an; beträgt diese t^0, so ist $\frac{h' - h}{h t}$ der kubische Ausdehnungscoefficient der

Flüssigkeit. Dieses Resultat ist unabhängig von der Volumsänderung des Gefäßes, da der Höhenunterschied h′ — h nur von der Verschiedenheit der Dichte abhängt, welche in Folge der Ungleichheit der Temperatur in A und B sich ergeben hat.

Die Ausdehnung der Flüssigkeiten ist viel größer als die der festen Körper und von verschiedener Größe bei Körpern von verschiedener materieller Beschaffenheit; sie nimmt innerhalb des Fundamentalabstandes nicht proportional mit der Wärme zu, und wächst bei höheren Temperaturen immer im größeren Verhältnisse, als die Temperatur zunimmt.

Heißt v_0 das Volumen einer Flüssigkeit bei 0°, und v das bei t°, so setzt man

$$v = v_0 (1 + kt + k't^2 + k''t^3 + \ldots)$$

und berechnet, indem man aus Beobachtungen die Werthe von v für verschiedene Temperaturen ermittelt, die Werthe von zwei oder höchstens drei Coefficienten. Die für den practischen Gebrauch höchst wichtige Ausdehnung des Quecksilbers hat Regnault mit großer Genauigkeit bestimmt, und gefunden, daß

$$v = v_0 (1 + 0{\cdot}000179007\, t + 0{\cdot}0000000252316\, t^2);$$

die Aenderungen zwischen 0 und 100° C. sind so gering, daß man den Ausdehnungscoefficienten als constant annehmen und $= 0{\cdot}00018153 = 1/_{5508{\cdot}7}$ setzen kann.

Das Wasser bietet die merkwürdige Anomalie dar, daß sein Volumen bei 4° C. ein Minimum, mithin seine Dichte ein Maximum wird; denn setzt man das Volumen bei 0° = 1, so ist es bei 4° C. = 0.99988. Deßhalb können tiefe stillstehende Gewässer bei anhaltender Kälte nur an der Oberfläche gefrieren.

Auf den Gletschern können im Sommer tiefe Wasserlöcher sich bilden, indem die an der Oberfläche befindlichen Theilchen einer durch Schmelzen des Eises entstehenden Wassermasse durch Luft und Sonne über 0° erwärmt, daher dichter werden, während die unteren die Temperatur von 0°, mithin eine geringere Dichte besitzen; daher sinken die erwärmten Theilchen von der Oberfläche hinab und die unteren von 0° steigen empor; dieß hat eine raschere Schmelzung des Eises am Boden zur Folge.

Salze, die dem Wasser beigemischt werden und die sich darin lösen, bewirken, daß die Temperatur des Maximums der Dichte mit der Vermehrung des Salzgehaltes immer tiefer, sogar bis unter den Gefrierpunkt sinkt. Nach Ermann hat das Meerwasser zwischen + 8 und — 3° C. kein Maximum der Dichte. Hieraus wird die von mehreren Forschern gemachte Beobachtung erklärbar, daß das Wasser der tiefen Landseen am Grunde stets die Temperatur von 4° hat; im Meere hingegen, wo keine Strömungen vorkommen, sinkt die Temperatur mit der Tiefe selbst unter Null herab. Die Ausdehnung des absoluten Alcohols erfolgt von — 26°.11 bis + 37°.22 C, beinahe gleichförmig; bei — 89°.5 C. fand man den Alcohol dickflüssig.

§. 200. B. Aenderung des Aggregationszustandes durch die Wärme. 1. Schmelzung und Erstarrung. Die Wärme, die einem festen Körper zugeführt wird, steigert dessen Temperatur und ändert gleichzeitig die gegenseitige Lage seiner Molecüle, so daß allmälig ein Zustand eintritt, in welchem bei den Molecülen die Ungleichheit der gegenseitigen Anziehung nach verschiedenen Seiten hin, welche die Wirksamkeit der Cohäsionskräfte bei festen Körpern bedingt, verschwindet und die Theilchen des Körpers nach allen Richtungen leicht beweglich und verschiebbar werden, mithin der Körper tropfbar flüssig wird. Der Uebergang eines festen Körpers in den flüssigen Zustand heißt Schmelzung, und die Temperatur, bei der sie erfolgt, heißt der Schmelzpunkt des Körpers.

Sinkt die Temperatur des flüssig gewordenen Körpers in Folge eines Wärmeverlustes an die kältere Umgebung, so rücken die Molecüle näher an einander und kommen nach und nach abermals in die Lage, wo eine Ungleichheit in den Anziehungen nach verschiedenen Richtungen sich einstellt, daher die Wirksamkeit der Cohäsionskräfte sich geltend macht und der Körper wieder fest wird, erstarrt, wobei viele Körper Krystallformen annehmen. Die Erstarrung tritt gewöhnlich bei der nämlichen Temperatur ein, bei welcher der Körper schmilzt; indessen gibt es Substanzen, die sich bei vollkommener Ruhe unter ihrem Schmelzpunkt, ohne zu erstarren, abkühlen lassen.

Beginnt die Schmelzung eines festen Körpers, so wird die Wärme, welche ihm noch zugeführt wird, nicht mehr die Temperatur erhöhen, sondern vollständig zur Schmelzung verwendet, bis diese beendet ist; demnach wird diese Wärme, welche der Körper während des Schmelzens erhält, gebunden (latent), wie man es leicht beim Schmelzen des Eises an einem Thermometer beobachten kann. Die Wärme, die beim Schmelzen gebunden worden ist, wird beim Erstarren wieder in Freiheit gesetzt, und dadurch bewirkt, daß die Wärme, die der Körper an die kältere Umgebung verliert, durch die, welche aus den erstarrten Theilchen heraustritt, ersetzt und daher die Temperatur so lange bei demselben Grade erhalten wird, bis die Masse gänzlich erstarrt ist.

Manche Körper erscheinen schon bei gewöhnlicher Lufttemperatur flüssig, wie z. B. Quecksilber, andere, wie z. B. Stabeisen brauchen eine Temperatur von 1500 bis 1600° C. Kohlenstoff konnte durch keinen Hitzgrad, den wir zu erzeugen vermögen, zum Schmelzen gebracht werden, doch fand ihn Despretz unter dem Einflusse eines sehr intensiven electrischen Stroms biegsam; bei anhaltender Dauer dieser Hitze ging er allmälig in Graphit über. — Viele Körper können durch Wärme nicht geschmolzen werden, weil sie schon früher in ihre chemische Bestandtheile zerfallen; manche gehen unmittelbar aus dem festen in den ausdehnsamen Zustand über, wie z. B. der Kampher. — Hall brachte Marmor zum Schmelzen, indem er ihn während der Erhitzung unter einem sehr hohen Drucke hielt.

Manche Metalllegirungen schmelzen bei niederer Temperatur als ihre Bestandtheile, und werden deßhalb zum Löthen verwendet; z. B. die Rose'sche Metalllegirung aus 1 Theil Zinn, 1 Theil Blei und 2 Theilen Wismuth schmilzt bei 95°, die Darcet'sche aus 3 Thl. Zinn, 5 Thl. Blei und 8 Thl. Wismuth bei 100° C. — Der Schmelzpunkt fester Körper wird durch äußern Druck geändert; so fand Hopkins, daß der Schmelzpunkt von

	Wallrath,	Wachs,	Schwefel,	Stearin
bei 1 Atm. Druck	54°.1,	64°.7,	107°.2,	67°.2 C.
„ 520 Atm. „	60°,	74°.7,	135°.2,	68°.3 „

beträgt. Hieraus folgt, daß der sehr bedeutende Druck, unter dem die Körper während ihres Erstarrens im Inneren der Erde einst standen, viel Einfluß auf ihre mineralogische Eigenschaften übte.

Wasser und eine Glaubersalzlösung erstarren bei vollkommener Ruhe erst bei einer Temperatur, die tiefer ist als diejenige, bei welcher sie schmelzen. Entzieht man dem Wasser die Luft unter dem Recipienten einer Luftpumpe, so kann man es bei — 15° C. flüssig erhalten; aber eine geringe Erschütterung oder die Berührung mit einem Eisstückchen veranlaßt einen raschen Uebergang in Eis, und die Temperatur steigt sogleich auf 0°. Dufour fand, daß Wasser schwebend in einer Flüssigkeit, mit der es sich nicht mischt, und die dasselbe spez. Gewicht hat, z. B. in einem Gemische von Mandelöl und Chloroform, noch weit unter 0° flüssig bleibt. — Werden die Molecüle verhindert die Lage anzunehmen, welche der Uebergang in den festen Zu-

stand erfordert, so wird das Erstarren verzögert. So konnte Desprez das Wasser in sehr engen Haarröhrchen bis auf — 20° C. erkalten, ohne daß es in Eis überging; hieraus wird ersichtlich, daß der Saft in den Gefäßen der Pflanzen bis zu einem gewissen Grade unter Null erkalten kann, ohne zu gefrieren.

Der Gefrierpunkt des Wassers wird durch Salze, die sich darin lösen, erniedrigt, dieß desto mehr, je größer der Salzgehalt wird. Im Meerwasser sind beinahe 4 proc. Salze enthalten deshalb gefriert das Meerwasser erst bei — 2° C.; das Salz wird beim Gefrieren ausgeschieden, daher der Salzgehalt des flüssig bleibenden Meerwassers vergrößert und der Gefrierpunkt desselben noch tiefer gebracht. Auf solche Art wärmt das Wasser im Polarmeer viel länger die Luft als es das Süßwasser vermöchte, wodurch die Strenge der nordischen Kälte ermäßigt wird.

Da jede Krystallisation zunächst an festen Theilchen, die in der krystallrechten Masse sich befinden, beginnt, so geht auch die Eisbildung eines stillstehenden Wassers, das an der Oberfläche bis auf 0° erkaltet ist, vom Lande aus; ist einmal Eis entstanden, so schießen von dem festen Punkte mit großer Geschwindigkeit neue Eisstrahlen aus, an die sich sogleich wieder neue Eistheilchen anlegen, so daß die ganze Oberfläche bald mit einer Eisschichte bedeckt ist, die bei anhaltender Kälte wohl an Dicke zunimmt, aber nur langsam, denn das Wasser unterhalb hat eine höhere Temperatur, und kann wegen der schlechten Wärmeleitungsfähigkeit der Eisdecke nur langsam die Wärme verlieren.

Bei der Bewegung des Wassers in Flüssen veranlassen die Bewegungshindernisse am Boden und am Ufer, daß alle Schichten sich unter einander mengen und das Wasser am Boden niemals eine höhere Temperatur hat, als an der Oberfläche, sondern es kommt, wenn die Kälte lange anhält, endlich dahin, daß die Temperatur oben und am Grunde gleich Null wird. Nun beginnt die Bildung von Eisblättchen an den auf dem Grunde befindlichen Körpern, Felsen, Kieselsteinen, Holzstücken und Wurzeln; die Eisblättchen legen sich an einander und bilden eine schwammige Masse, welche, da das Eis specifisch leichter ist als das Wasser, emporsteigt und die Oberfläche bedeckt. Dieses am Grunde der Flüsse entstandene Eis wird Grundeis genannt. Nicht selten bringt es Körper, an die es sich am Boden in Menge angelegt hat, an die Oberfläche.

Das Wasser dehnt sich beim Gefrieren aus, so daß das Volumen, welches bei 4° C. gleich 1 ist, als Eis das Volumen 1·075, mithin die Dichte 0·93 besitzt; diese Ausdehnung im Momente des Gefrierens geschieht mit einer bedeutenden Kraftäußerung, durch die Felsen, in deren Spalten sich das Wasser angesammelt, zerrissen, Wasserleitungsröhren, die nicht tief genug in der Erde liegen, zur Winterszeit gesprengt werden. Auch Gußeisen, Wismuth und Antimon dehnen sich beim Erstarren aus. Schwefel zieht sich zusammen.

§. 201. 2. Verdampfung und Verdünstung. Durch fortgesetzte Erwärmung einer tropfbaren Flüssigkeit werden die Abstoßungskräfte der Theilchen an der Wärmequelle so sehr gesteigert, daß nicht nur die Cohäsion und an den Wänden auch die Adhäsion der Theilchen, sondern auch der auf ihnen lastende Druck überwunden wird, wo dann diese Theilchen die Dampfform annehmen, sogleich in Form von Bläschen emporsteigen, aber Anfangs in höheren Schichten, deren Temperatur noch nicht so hoch geworden ist, wieder tropfbar werden, was ein eigenthümliches Geräusch veranlaßt, das stets dem Zustande vorangeht, wo die Dampfbläschen bis an die Oberfläche sich erheben und eine Wallung in der Flüssigkeit veranlassen, die man das Sieden und die dabei eingetretene Temperatur den Siedepunkt zu nennen pflegt. Während dieser Umwandlung der tropfbaren Flüssigkeit in Dampf bleibt die Temperatur unverändert die nämliche, so daß eine größere Wärmemenge, die noch zugeführt wird, nur ein rascheres Verdampfen, aber keine Temperaturerhöhung zu bewirken vermag. Demnach wird die Wärme bei der Dampfbildung latent und wieder in Freiheit gesetzt, fähig, die Umgebung zu erwärmen, wenn die Dämpfe tropfbar werden. Der Siedpunkt hängt ab:

a) von der materiellen Beschaffenheit der Flüssigkeit und

b) von der Größe des Druckes, welcher auf der Flüssigkeitsschichte an der Wärmequelle lastet, denn je größer dieser ist, desto mehr müssen die Abstoßungskräfte gesteigert werden, um ungeachtet des größeren Druckes oder Widerstandes den Uebergang der Theilchen in Dampf zu bewirken.

Daher siedet das Wasser in einem luftverdünnten Raume, aus dem die Dünste beständig entfernt werden, schon bei geringer Temperatur; der Siedpunkt desselben wird bei größerem Luftdrucke höher und nimmt mit der Erhebung über die Meeresfläche entsprechend dem Sinken des Barometers beständig ab; daher die Möglichkeit, aus dem auf einem Berge beobachteten Siedpunkte des reinen Wassers die Höhe des Berges zu bestimmen.

Die von der Wärmequelle aufsteigenden Dampfbläschen dehnen sich mit der Annäherung an die Oberfläche mehr und mehr aus, weil die sie drückende Flüssigkeitssäule desto kleiner wird, je mehr sie sich erheben; sie treten an die Oberfläche mit einer Spannkraft, die dem jedesmaligen Luftdrucke gleich ist. — Können die Dämpfe an der Oberfläche nicht entweichen, so wirken sie durch ihre Spannkraft drückend auf die Flüssigkeit und bewirken, daß die von der Wärmequelle zuströmende Wärme die Temperatur der Flüssigkeit und die Abstoßungskräfte der Theilchen wieder so sehr steigert, daß diese den größeren Druck zu überwinden vermögen, als Dampf sich erheben und die Dichte sowie die Spannkraft des bereits vorhandenen Dampfes erhöhen. Auf diese Art kann die Temperatur einer Flüssigkeit und die Spannkraft der entstandenen Dämpfe sehr bedeutend gesteigert werden, wie z. B. im Papinian'schen Topfe, den man benützt, um die auflösende Kraft von Flüssigkeiten zu erhöhen, weßhalb man ihn auch Digestor nennt.

c) Bei Salzlösungen müssen die Theilchen des Auflösungsmittels sich von den Salztheilchen trennen, mithin die Anziehung, mit welcher diese wirken, überwinden, um in Dämpfe zu übergehen, weßhalb der Siedpunkt desto höher wird, je größer der Salzgehalt ist, aber die Temperatur des aufsteigenden Dampfes ist, wie Rudberg fand, immer gleich der Temperatur des siedenden reinen Wassers.

Luftfreies Wasser kommt nach Dony erst bei einer höheren Temperatur zum Sieden; woraus man schließt, daß durch die Anwesenheit der Luft die Cohäsion vermindert wird.

Die Bestimmung des Siedpunktes vom reinen Wasser auf einem Berge zu dem Zwecke, um daraus den hier vorkommenden Luftdruck und aus diesem die Höhe des Berges berechnen zu können, geschieht mittelst eines sehr genauen und empfindlichen Thermometers, bei dem die einzelnen Grade eine Länge von 2 bis 3 Centimeter (1 Cent. = 4·55 W. Lin.) haben, weil eine Aenderung von 27 Millimeter im Barometerstande erst eine Aenderung von 1° im Siedpunkte zur Folge hat. Die Theilung braucht erst bei 85° C. anzufangen; deßhalb ist oberhalb der Kugel eine Erweiterung, die das erwärmte Quecksilber früher ausfüllen muß, bevor es in die enge Röhre tritt, wo jeder Grad wenigstens in 50 gleiche Theile getheilt ist, und daher $^1/_{50}$ eines Grades bestimmt werden kann, was einer Barometeränderung von 0·54 Millimeter und einer Aenderung von 5·68 Meter Lufthöhe entspricht. Ein solches Thermometer heißt Thermobarometer oder Hypsothermometer. Regnault hat aus zahlreichen Beobachtungen eine Tabelle abgeleitet, aus welcher der jedem Siedpunkte entsprechende Barometerstand entnommen werden kann. (Siehe Eisenlohr's Physik. 9. Aufl., pag. 434.)

Es gibt auch Flüssigkeiten, die durch größere Erhitzung nur zersetzt, aber nicht in Dämpfe verwandelt werden können, wie z. B. die fetten Oele.

Bekanntlich haben die Abstoßungskräfte an der Oberfläche einer tropfbaren Flüssigkeit schon bei gewöhnlicher Luftwärme das Uebergewicht über die anziehenden, weßhalb an der Oberfläche bei allen Temperaturen der Luft ohne Zuführung der Wärme von Außen Dämpfe sich bilden, und in dem Raume über der Flüssigkeit sich ausbreiten. Dieser Vorgang heißt Verdunstung oder oberflächliche Dampfbildung. In der freien Luft ist das Gewicht des in einer gewissen Zeit in Dampf umgewandelten Wassers desto größer, je höher die Temperatur steigt, es ist ferner proportional der Ausdehnung der verdünstenden Oberfläche und der Größe $E - e$, d. h. dem Unterschiede aus dem der herrschenden Temperatur entsprechenden Maximum der Spannkraft und derjenigen, welche die vorhandenen Dünste wirklich besitzen. Bei geringerem Luftdrucke, der eine schnellere Ausbreitung der entstandenen Dünste gestattet, geht die Verdünstung rascher vor sich, und wird insbesondere befördert, wenn die bereits gebildeten Dünste durch Luftströmungen stets weggeführt werden. — Die Adhäsion des Wassers zu dem damit benetzten Körper verzögert die Verdünstung, also auch das Trocken werden dieses Körpers; durch Salze wird die Verdünstung des Wassers verlangsamt.

Der Salzgehalt des Meerwassers verzögert nicht nur die Eisbildung in den Polargegenden, sondern verlangsamt auch die Verdünstung desselben in der tropischen Zone; ohne diesen Salzgehalt würde die Menge der Dünste, somit auch die der atmosphärischen Niederschläge beträchtlicher, so daß manche Länder unbewohnbar werden könnten.

Die zur Verdünstung nothwendige Wärmemenge wird der Flüssigkeit entzogen, weßhalb diese und mit ihr die Umgebung kälter wird; so entsteht die Verdünstungskälte, die bei schneller Verdünstung und Wegführung oder Absorption der entstandenen Dünste auch so bedeutend werden kann, daß verdünstendes Wasser gefriert. (Eisbildung unter dem Recipienten einer Luftpumpe.)

Wird eine mit Quecksilber gefüllte Glaskugel mit Baumwolle umwickelt, hierauf mit schwefliger Säure, die schon bei — 10° siedet, benetzt und unter den Recipienten einer Luftpumpe gebracht, so erscheint, wenn man die Pumpe schnell in Thätigkeit setzt, das Quecksilber sehr bald gefroren. — Die Abkühlung der Luft nach einem Regen und nach dem Aufspritzen von Wasser an heißen Tagen ist eine Folge der Verdünstung. — Capitain Parry fand, daß seine Mannschaft auf der Insel Melville eine Temperatur von — 38° R. leicht ertragen hat; hatte sich aber Jemand den starken Winden, welche die Verdünstung an der Oberfläche des Körpers sehr befördern, selbst bei geringer Kälte durch mehrere Stunden ausgesetzt, was manchmal beim Verirren auf der Jagd geschah, so erzeugte die Einwirkung des Windes einen Schmerz mitten auf der Stirne, der so heftig wurde, daß nicht selten eine Betäubung und Irrereden eintrat, was durch äußere Wärme, Speise und Trank wieder gehoben wurde. — In Bengalen, wo das Wasser bei der dort herrschenden Luftwärme niemals gefriert, erzeugt man Eis, indem man bei einer heiteren Nacht in einer ebenen Gegend den Boden beinahe einen Schuh hoch mit Mais- und Zuckerrohrstängeln bedeckt und darauf flache, einige Zoll hoch mit Wasser gefüllte Gefäße reihenweise aufstellt; in Folge der lebhaften Verdünstung und insbesondere, wie Arago bewiesen hat, in Folge der Wärmeausstrahlung bildet sich während der Nacht eine dicke Eisschichte. Das Gefrieren des Wassers in Folge einer raschen Verdünstung sieht man auffallend am Cryophor, d. i. an einer oben gebogenen Glasröhre, die an beiden Enden mit Kugeln A und B versehen ist; Kugeln und Röhre sind luftleer. A ist mit etwas Wasser gefüllt; wird nun B mit einer Mischung von Eis und Salmiak umgeben, so gefriert das Wasser in A, weil die in B vorhandenen Dünste beständig tropfbar werden, wodurch eine rasche Verdünstung des Wassers in A ermöglicht wird. — Leitet man einen Strahl

tropfbar flüssiger Kohlensäure auf die Kugel eines Weingeistthermometers, so sinkt dieses in Folge der Verdünstung der Kohlensäure auf — 90° C. herab; strömt die tropfbar flüssige Kohlensäure aus einer Röhre heraus, so verdunstet ein Theil derselben sehr rasch, der andere aber wird durch die eintretende Verdünstungskälte in schneeweiße Flocken verwandelt. Mischt man die festgewordene Kohlensäure mit Schwefeläther, so entsteht eine sehr bedeutende Kälte, die das Quecksilber rasch zum Gefrieren bringt, und, falls man ein Stückchen dieser Mischung auf die Hand legt, dieselbe schmerzhafte und zerstörende Wirkung äußert, wie ein brennender Körper.

§. 202. Destillation. Die Destillation ist eine Operation, durch die man einen flüchtigen Stoff von einem minder flüchtigen trennt, indem durch Erwärmung des Gemenges bewirkt wird, daß zwar beide Bestandtheile verdampfen, aber der flüchtigere Stoff immer in größerer Menge, als der andere. Die entweichenden Dämpfe werden in einem besonderen Apparate abgekühlt und gehen in tropfbaren Zustande über. Ein Apparat zur Destillation muß demnach aus zwei Theilen bestehen: aus einem Gefäße, in welchem das Gemenge erwärmt wird, und einem zweiten, dem Kühlapparate, in welchem die Dämpfe tropfbar werden. Ersteres Gefäß ist bei der Destillation im Großen ein eigener Kessel, die Destillirblase genannt, den man so einrichtet, daß dem Feuer die größtmögliche Fläche dargeboten wird; er ist mit einem kupfernen oder zinnernen Helme versehen, aus dem die Dämpfe durch ein Rohr in den Kühlapparat gelangen. Bei der Destillation im Kleinen ist der Kühlapparat eine mit kaltem Wasser oder Eis umgebene Vorlage, wohin die Dämpfe aus einer Retorte treten und abgekühlt werden. Destillirt man im Großen, so wird der Dampf in einem langen Rohr von Kupfer oder Zinn, welches schraubenförmig aufgewunden ist und durch ein mit kaltem Wasser gefülltes Faß (Kühlfaß) geht, durch Abkühlung niedergeschlagen, und die entstandene tropfbare Flüssigkeit in einem untergelegten verschlossenen Behälter aufgefangen. Beim Tropfbarwerden der Dämpfe wird die Wärme, welche den dampfförmigen Zustand bewirkte, wieder frei, und steigert die Temperatur der Röhre und der Kühlflüssigkeit; deßhalb pflegt man durch ein bis an den Boden des Kühlfasses gehendes Rohr ununterbrochen kaltes Wasser eintreten, und das warm gewordene, das an die Oberfläche steigt, hier ablaufen zu lassen.

Die durch Abkühlung der Dämpfe entstandene Flüssigkeit ist wieder ein Gemenge, welches jedoch den flüchtigeren Bestandtheil desto reichlicher enthält, je weiter sein Siedpunkt von dem des minder flüchtigen absteht. Oft muß die Destillation wiederholt vorgenommen werden, um den flüchtigeren Stoff concentrirt zu erhalten.

Bei der Destillation des Wassers, um es von den darin gelösten Salzen und anderen Stoffen zu trennen, muß man, falls organische Stoffe darin vorkommen, die Erhitzung nicht so weit treiben, daß diese Stoffe zersetzt werden.

§. 203. Der Leidenfrost'sche Versuch. Läßt man auf einen glühenden Platinlöffel aus einer Glasröhre mehrere Tropfen Wasser darauf fallen, so breitet sich das Wasser nicht aus, sondern behält seine Tropfengestalt, geräth bald in eine rotirende Bewegung, die seine Gestalt verändert, so daß diese oft sternförmig wird; dabei verdünstet das Wasser nur langsam, und seine Temperatur ist unter 100° C. Nimmt man den Platinlöffel vom Feuer weg, so hört die Glühhitze bald auf, und nun sieht man den Tropfen über den Löffel sich ausbreiten und unter lebhaftem Aufkochen rasch in Dämpfe übergehen; dieß erfolgt oft plötz-

lich unter einem lauten Knalle. Dieser von Leidenfrost herrührende Versuch kann auch mit manchen andern Flüssigkeiten und mit Metallen, wie Silber, Eisen in der Weißglühhitze angestellt werden. In einem aus Platindraht gebildeten glühenden Siebe nimmt Wasser, Alcohol, Aether die Tropfenform an, und fällt durch die Maschen des Siebes nicht durch, während die Dämpfe dieser Flüssigkeiten durchgehen.

Der angeführte Versuch beweist, daß zwischen dem glühenden Metalle und der Flüssigkeit keine Berührung besteht; diese Trennung ist jedoch nicht die Wirkung einer eigenen Repulsivkraft, wie man früher glaubte, sondern an der Oberfläche der Flüssigkeit, die auf einem Körper ruht, dessen Temperatur 150° bis 200° C. übersteigt, bildet sich eine Dampfhülle, welche den Contact dieser Flüssigkeit mit dem Metall verhindert; deßhalb wird der Uebergang der Wärme sehr erschwert, so daß die Flüssigkeit vom Metall nur wenig Wärme erhalten, und daher nur wenig Dampf gebildet werden kann. Diese Ansicht bestätigte Person, indem er den Druck bestimmte, den die unter der Flüssigkeit gebildeten Dämpfe ausüben; und bewies, daß die Spannkraft selbst zwischen den Maschen eines glühenden Siebes hinreichend stark ist, die Flüssigkeit schwebend zu erhalten. Ligal machte die Wahrnehmung, daß Aether auf heißem Wasser oder Oel die Tropfenform annimmt, wie auf einer heißen Metallplatte; wobei die flüssige Unterlage unter dem Tropfen sich eben so gestaltet, wie wenn in der Flüssigkeit ein Körper, der von ihr nicht benetzt wird, schwimmen würde; diese Erscheinung beweiset, daß in der höheren Temperatur die Adhäsion des Aethers zum Wasser und Oel kleiner ist, als bei einer niederen. Die Trennung der Flüssigkeit von der glühenden Metallfläche könnte wohl nach Buff immer daher kommen, daß bei steigender Temperatur die Adhäsion der Flüssigkeit zu der Metallfläche in einem größeren Verhältnisse als die Cohäsion ihrer Theilchen vermindert wird, was zur Folge hat, daß die Flüssigkeit bei einer gewissen Temperatur die Tropfenform annimmt, wobei die Berührung mit der Unterlage nicht mehr so innig ist, wie im Zustande der Benetzung, und durch die Dampfschichte, die sich an der Oberfläche des Tropfens bildet, vollends aufgehoben wird.

Taucht man den kirschroth glühenden Stahl in's kalte Wasser, wie dieß beim Härten geschieht, so sieht man ihn anfänglich einige Zeit fortglühen, indem er Dämpfe erzeugt, die ihn einhüllen; aber sobald die Berührung mit dem Wasser an einigen Punkten eingetreten ist, erkalten auch die nächsten Punkte, das Wasser beginnt an diesen Punkten lebhaft aufzukochen, und der Stahl wird plötzlich abgekühlt. — Ein durch einen elektrischen Strom glühend gewordener Platindraht glüht auch unter Wasser fort, ohne jene Erhitzung zu erzeugen, die ein minder warmer bewirkt.

Schweflige Säure, die bekanntlich an der Luft schon bei einer Temperatur von 10 bis 12° C. unter Null verdampft, wobei ihre Temperatur bis auf —20°, und wenn man mittelst eines Blasebalgs einen Luftstrom darauf leitet, sogar bis —40° C. herabsinkt, nimmt in einem glühenden Platintiegel die Kugelform an, erscheint vom Platin getrennt und kann keine Wärme aufnehmen, weßhalb sie nur langsam verdünstet; gießt man etwas Wasser darauf, so erstarrt dieses zu Eis, indem die schweflige Säure rasch verdünstet. Faraday brachte mittelst einer Mischung von Aether und condensirter Kohlensäure, welche in einem glühenden Platintiegel sich befanden, Quecksilber in wenigen Secunden zum Gefrieren.

Boutigny hat in der neuesten Zeit die Thatsache constatirt, daß man den Finger, sogar die Hand in geschmolzenes Blei oder Bronze eintauchen kann, ohne verletzt zu werden; denn die Dampfschichte, die sich aus der Hautfeuchtigkeit bildet, verhindert die Berührung der Flüssigkeit und der Haut, so daß nur die strahlende Wärme auf den eingetauchten Körpertheil wirkt und zur Bildung neuer Dämpfe verwendet wird. Boutigny fand, daß man sich nicht auf die natürliche Feuchtigkeit verlassen dürfe, sondern daß der Versuch am besten gelinge, wenn man die Hand mit Seife gerieben und kurz vor dem Eintauchen in eine kalte mit schwefliger Säure gesättigte Lösung von Salmiak, oder auch nur in eine wässerige Salmiaklösung getaucht hat. Indessen wird die Flüssigkeit bald verdampft und die Hitze könnte wieder gefährlich werden, wenn man den Finger oder die Hand nicht schnell zurückzöge; das Eintauchen und Zurückziehen darf jedoch nicht zu rasch vor sich gehen, weil man durch Anstoßen an die geschmolzene Metallmasse die Dampfhülle verdrängen, dadurch eine Berührung derselben mit dem Körpertheil bewirken, und sich verbrennen könnte. Come empfiehlt die Vorsicht, vor dem Eintauchen die Oxydschichte an der Oberfläche der Bleimasse wegzunehmen, weil sich diese leicht an die Hand anlegen könnte; er befeuchtete die Hand vor dem Eintauchen mit schwefliger Säure, und hatte im flüssigen Blei und selbst im Eisen die Empfindung von Kälte. Dieß ist nach Ligal auch der Fall, wenn man die Hand zuvor mit Aether benetzt hat; man kann die mit Aether befeuchtete Hand auch in siedendes Wasser gefahrlos eintauchen.

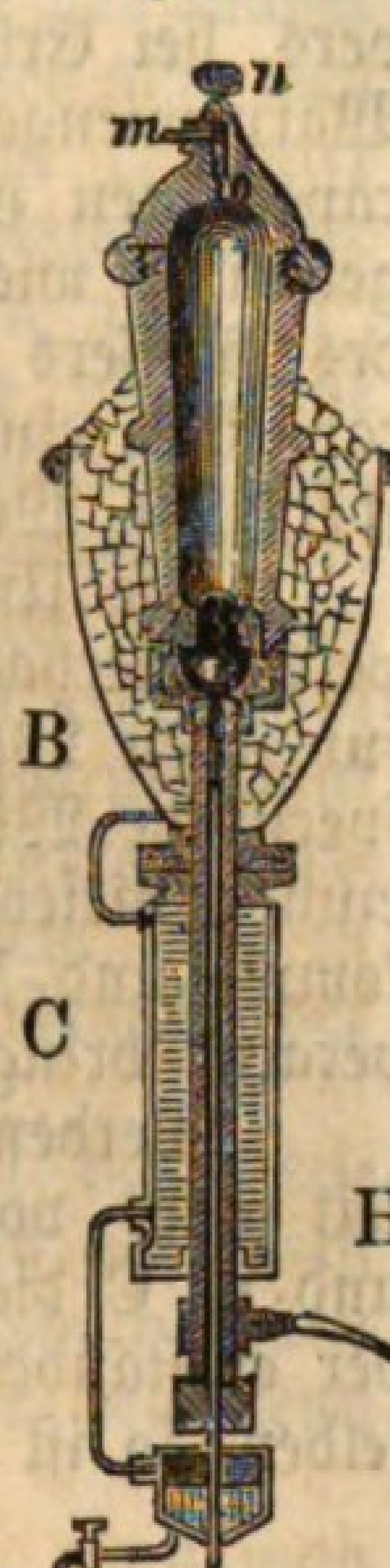
§. 204. Liquefaction der Gase. Bekanntlich wird die Spannkraft der Dämpfe durch Compression und Abkühlung zuerst zum Maximum gebracht, worauf die geringste Verstärkung des Druckes und die geringste Verminderung der Temperatur hinreicht, einen Theil der Dämpfe tropfbar zu machen, oder wie man sagt zu condensiren. Dieselben Mittel kommen in Anwendung, wenn man Gase tropfbar flüssig machen will, da man Gase als sehr verdünnte Dämpfe betrachten kann, die bei dem gewöhnlichen Luftdrucke und der gewöhnlichen Temperatur sehr weit von ihrem Maximum der Spannkraft sich befinden. Einige Gase werden schon durch bloßen Druck oder eine bedeutende Abkühlung condensirt, bei andern muß um sie tropfbar flüssig zu machen, ein beträchtlicher Druck und gleichzeitige Abkühlung in Anwendung kommen. Faraday ist es zuerst gelungen, viele Gase, die man für permanent hielt, auf folgende Art zu condensiren: Er brachte in den einen Schenkel a einer gebogenen Röhre von starkem Glase (Fig. 268) die Stoffe, aus denen in Folge eines chemischen Processes das Gas, welches condensirt werden sollte, sich entwickelte, z. B. Cyanquecksilber, wenn er Cyangas haben wollte, oder Schwefelsäure und darüber vom Papier gehalten, doppelt kohlensaures Natron, wenn man Kohlensäure erzeugen wollte; hierauf wurde das Ende b zugeschmolzen und der Schenkel mit einer Kältemischung umgeben. Wird nun das Cyanquecksilber erhitzt, so entwickelt sich Cyangas, das, da es nicht entweichen kann, auf sich selbst einen sehr bedeutenden Druck ausübt, durch den in Verbindung mit der gleichzeitigen Abkühlung es in den tropfbar flüssigen Zustand gebracht wird, und sich im Schenkel b ansammelt. — Um Kohlensäure zu bekommen, schüttelt man die Röhre, und bringt dadurch das Salz mit der Schwefelsäure in Berührung, welche die Kohlensäure austreibt. Gegenwärtig bedient man sich zur Condensation der Gase des Natterer'schen Apparates; dieser besteht aus einer Flasche A (Fig. 269) von Schmiedeisen, der fähig ist, dem Drucke von mehreren tausend Atmosphären zu widerstehen, und die in umgekehrter Stellung an eine Druckpumpe angeschraubt wird, deren Kolbenstange vermittelst

Fig. 268.



eines Schwungrades und seiner Kurbel, auf und ab bewegt werden kann. A ist von einem mit Eis und Salz gefüllten Gefäße B umgeben, weil durch die Compression des Gases und durch die Reibung des Kolbens viel Wärme entwickelt wird; von diesem Gefäße B geht das eiskalte Wasser in die kupferne Hülle C, welche die Druckpumpe umgibt, und dann nach unten weiter; bei r wird es abgelassen. Der Apparat wird von einem gußeisernen Gestell getragen.

Fig. 269.



Die Druckpumpe saugt bei H das Gas, welches man in einem Gasometer gesammelt hat und das auf seinem Wege bis H durch Chlorcalciumröhren geleitet wird, um es vollkommen auszutrocknen. Die Arbeit ist im Anfange mühsam, bis der Uebergang in den tropfbaren Zustand beginnt, wo dann jede neue eingepumpte Gasmenge tropfbar wird, und die Spannkraft nicht mehr zu erhöhen vermag. — Die Flasche A hat ein Federventil S, welches sich, wie bei einer Windbüchse nach Innen öffnet, und das hineingepreßte Gas nicht entweichen läßt, wenn man die Flasche von der Druckpumpe abgeschraubt hat. Oben hat die Flasche A eine Oeffnung o, die durch eine Schraube n geöffnet und verschlossen werden kann; kehrt man A um und lüftet die Schraube n, so spritzt das tropfbar gewordene Gas durch die Seitenöffnung m heraus.

Natterer machte Stickstoffoxydul tropfbar; in diesem Zustande verdunstet dieser Stoff nur langsam und beharrt fortdauernd bei — 88° C. Kleine Quecksilbermassen gefrieren darin augenblicklich; Wasser darf man nur tropfweise hineinfallen lassen, weil die latente Wärme, die beim Gefrieren des Wassers frei wird, sehr groß ist, und daher beim Gefrieren einer großen Wassermenge das Stickstoffoxydul plötzlich unter Detonation erwärmt und in Gas verwandelt. Eine glühende Kohle verbrennt im tropfbaren Stickstoffoxydul, ungeachtet der niederen Temperatur, mit lebhaftem Glanze.

Faraday ließ gleichzeitig größere Erkältung und großen Druck wirken, indem er die Glasröhren mit dem verdichteten Gase in eine Kältemischung aus fester Kohlensäure und Aether einstellte und das Ganze unter den Recipienten der Luftpumpe brachte, wo durch Beschleunigung der Verdunstung beim Auspumpen der Luft und der entstandenen Dünste die Temperatur auf — 100° C. herabsank. Bei dieser Kälte wurde Leuchtgas, Schwefelwasserstoff, Chlorwasserstoff und mehrere andere Gase tropfbar flüssig; nur Wasserstoff, Sauerstoff, Stickstoff, Stickstoffoxyd, Kohlenoxyd konnten bis jetzt nicht in den tropfbar flüssigen Zustand gebracht werden.

§. 205. Calorimetrie. Bestimmung der specifischen Wärme fester und tropfbarer Körper. Die Calorimetrie lehrt die Wärmemengen zu bestimmen, welche Körper aufnehmen und abgeben, wenn Aenderungen in ihrer Temperatur oder im Aggregationszustande eintreten. Als Wärmeeinheit wird die Wärmemenge angenommen, welche nöthig ist, um eine Gewichtseinheit (ein Pfund oder ein Kilogramm) Wasser von 0° um einen Grad zu erwärmen. Die Anzahl der Wärmeeinheiten, welche die Gewichtseinheit eines Körpers erfordert, damit die Temperatur desselben um einen Thermometergrad sich erhebt, nennt man specifische Wärme; daher ist die specifische Wärme des Wassers = 1;

die der andern kann größer oder kleiner sein. Die Fähigkeit eines Körpers, bei Erhöhung seiner Temperatur um einen Grad eine gewisse Wärmemenge aufzunehmen, heißt seine **Wärmecapacität**. Die Wärmecapacitäten zweier verschiedenartiger Körper verhalten sich zu einander genau so wie ihre specifischen Wärmen; nimmt man die Wärmecapacität des Wassers auch als Einheit an, so ist die Zahl, welche die Wärmecapacität eines anderen Körpers angibt, gleich der Zahl, welche die specifische Wärme desselben ausdrückt.

Die Untersuchungen lehren, daß die specifische Wärme eines Körpers innerhalb des Fundamentalabstandes eine constante Größe ist, also für jeden Wärmegrad gleich groß ist; ist für irgend einen Körper die specifische Wärme $= C$, so ist CT die Wärmemenge, die eine Gewichtseinheit dieses Körpers braucht, damit ihre Temperatur von 0 auf T^0 komme und MCT diejenige, welche M Gewichtseinheiten auf diese Temperatur bringt.

Werden zwei Quantitäten M und m von der nämlichen Flüssigkeit aber von verschiedenen Temperaturen T und t zusammengemischt, und ist C die specifische Wärme dieser Flüssigkeit, t' die Temperatur der entstandenen Mischung, mithin $(M + m)\, Ct'$ die Wärmemenge derselben, so ist

$$(M + m)\, Ct' = MCT + mCt,$$

$$\text{daher } t' = \frac{MT + mt}{M + m}; \text{ und } t' = \frac{T + t}{2} \text{ wenn } M = m \text{ ist.}$$

Diese Formel, die zur Berechnung der Temperatur einer Mischung von gleichartigen Flüssigkeiten dient, heißt die **Richmann'sche** Regel.

Es gibt mehrere Verfahrungsweisen, welche zur Kenntniß der specifischen Wärme der Körper führen. 1. Die Mischungsmethode. Ist K der Körper, dessen specifische Wärme C zu bestimmen ist, so wird das Gewicht M desselben auf die Temperatur von T^0 gebracht, dann rasch in eine Masse kalten Wassers von der Temperatur t' eingetaucht, und nachdem die Gleichheit in der Temperatur des Wassers und des Körpers eingetreten ist, die gemeinschaftliche Temperatur t' an einem eingetauchten Thermometer beobachtet; ist m das Gewicht des Wassers, so ist

$MC\,(T - t')$ die Wärmemenge, welche K verloren, und $m\,(t' - t)$ diejenige, die das Wasser gewonnen hat. Da nun Gewinn und Verlust gleich sein müssen, so ist

$$MC\,(T - t') = m\,(t' - t),$$

$$\text{und } C = \frac{m\,(t' - t)}{M\,(T - t')} \quad (1).$$

Um ganz genaue Resultate zu bekommen, muß auch die Wärmemenge, welche das Gefäß und das Thermometer von dem eingetauchten Körper erhält, in Rechnung kommen; sind σ und σ' die specifischen Wärmen des Gefäßes und des Thermometers p und p' ihre Gewichte, so haben sie zusammen die Wärmemenge

$$(p\sigma + p'\sigma')\,(t' - t)$$

gewonnen; daher ist

$$MC\,(T - t') = (m + p\sigma + p'\sigma')\,(t' - t) \quad (2);$$

den Ausdruck $m + p\sigma + p'\sigma' = \mu$ nennt man die **corrigirte Wärmemenge**.

Um den Wärmeverlust durch Strahlung und durch Mittheilung an die Umgebung unschädlich zu machen, bestimmt man durch einen

vorläufigen Versuch annähernd die Temperaturerhöhung, die das Wasser durch den Körper K erhält; beträgt diese z. B. 10°, so leitet man den Versuch so ein, daß die Temperatur des Wassers zuerst um 5° unter die der umgebenden Luft gebracht und dann erst der erhitzte Körper eingetaucht wird. Die Temperatur des Wassers steigt nun um 10°, also 5° über die der Luft, und so wird die Wärme, welche die Masse während der Erwärmung an die Umgebung abgibt, durch die gleich große, die sie im kälteren Zustande von ihr erhielt, vollkommen ausgeglichen.

Wäre der Körper, dessen specifische Wärme man wissen will, im Wasser löslich, oder von der Beschaffenheit, daß in Folge einer Absorption oder einer chemischen Thätigkeit eine Temperaturänderung eintreten würde, so nimmt man eine andere Flüssigkeit von bekannter specifischer Wärme c und verfährt auf die angegebene Weise; setzt aber in der Formel (2) für m die Größe mc, wo m dann das Gewicht der gebrauchten Flüssigkeit bedeutet.

Die Mischungsmethode beruht auf der Annahme, daß die specifische Wärme für jeden Temperaturgrad den nämlichen Werth hat; dieß ist aber nur bei nicht zu hohen Temperaturen der Fall; deßhalb sollen die Temperaturen der Flüssigkeit und des Körpers K nicht bedeutend von einander abweichen.

Um große Wärmemengen in Rechnung zu bekommen, muß man mit großen Massen operiren.

In neuester Zeit hat Regnault die specifische Wärme vieler Körper nach der Mischungsmethode bestimmt, dabei aber einen von ihm construirten Apparat angewendet. (Eisenlohr's Physik S. 458.)

Heißt σ das specifische Gewicht, C die specifische Wärme, und v das Volumen einer Gewichts- oder Masseneinheit eines Körpers; so ist $v\,\sigma = 1$ und $\sigma = \frac{1}{v}$. Bezeichnen wir mit C' die Wärmemenge, welche eine Volumseinheit eines Körpers zur Erhöhung ihrer Temperatur um 1° C. braucht, und die man die relative Wärme nennt; so ist $C' = \frac{C}{v} = C\,\sigma$, d. h. die relative Wärme findet man, wenn man die specifische Wärme mit dem specifischen Gewichte des Körpers multiplicirt. Für Quecksilber hat man $C = \frac{1}{33}$ und $\sigma = 13.6$, mithin $C' = \frac{13.6}{33} = 0.4121$. Ein Kubikfuß Quecksilber braucht somit beinahe nur 0·4 von der Wärme, deren ein Kubikfuß Wasser bedarf.

Fig. 270.



Pouillet bedient sich bei der Mischungsmethode des durch die Fig. 270 dargestellten Apparates. Der Wasserbehälter ist von dünnem Kupferblech, stehend auf drei an einem hölzernen Untersatze befestigten Korkstücken, und wird eingehüllt von einem zweiten ähnlichen und auf demselben Untersatze ruhenden Gefäße. Der Deckel des Gefäßes hat in der Mitte eine Oeffnung, durch die man den erwärmten Körper in einem Korbe von feinem Metalldrahte rasch in das Wasser einstellt, und in der Mitte desselben hängen läßt. Mittelst eines Stäbchens wird das Wasser umgerührt, damit die Gleichheit der Temperatur sehr bald eintrete; an zwei Thermometern wird die steigende Temperatur des Wassers beobachtet, und diejenige, die bei eingetretener Gleichheit angezeigt wird, in Rechnung gebracht. Die Wärmemengen, welche die Thermometer, der Stab zum Umrühren und der Korb annehmen, müssen zu der, die das Wasser erhält, addirt werden.

2. Ein anderes Verfahren zur Ermittelung der specifischen Wärme wurde von Laplace und Lavoisier in Anwendung gebracht. Sie bedienten sich eines eigenen Gefäßes, das man Calorimeter nennt und das (Fig. 271) aus drei in einander steckenden Metallgefäßen besteht, die vermittelst kleiner Drähte in gewissen Abständen von einander gehalten werden; in das mittlere, das aus Draht geflochten ist, wird der zu untersuchende Körper gebracht, nachdem man sein Gewicht M und seine Temperatur T, die er in einem Wasserbad erhalten hat, sorgfältigst bestimmt hat; der innere Raum um das Drahtgeflecht wird nun mit klein gestoßenem Eise gefüllt, und zur Abhaltung des Einflußes der äußern Luft auch in den Raum zwischen dem ersten und zweiten Gefäße Eis gebracht, und durch einen Deckel, wie die Figur zeigt, geschlossen.

Fig. 271.



Ein Hahn an dem ersten Gefäße führt das durch die Luftwärme geschmolzene Wasser seitwärts ab, während ein am zweiten Gefäße angebrachter Hahn jenes Wasser in ein darunter gestelltes Gefäß leitet, welches durch die Wärme des im Drahtgeflechte befindlichen Körpers bei Erkaltung desselben auf 0° geschmolzen wird. Die Gewichtsmenge dieses Wassers wird bestimmt; nach neueren Untersuchungen ist die zum Schmelzen eines Pfundes Eis verwendete Wärme so groß, daß man damit im Stande wäre, ein Pfund Wasser von 0° bis 79° C. zu erwärmen, mithin ist die zum Schmelzen von N Pfunden Eis verbrauchte Wärme = 79 N Wärmeeinheiten; da diese Wärme das Eis von dem auf 0° abgekühlten Körper erhalten hat, so ist

$$MCT = 79\ N, \text{ und } C = \frac{79 . N}{MT}.$$

Ist der Körper, den man untersucht, tropfbar, so bringt man ihn in ein Metallgefäß, dessen specifische Wärme man vorher bestimmt hat. Nachdem die Flüssigkeit sammt dem Gefäße auf 0° erkaltet ist, wird von dem Gewichte des geschmolzenen Eises dasjenige abgezogen, welches das Gefäß durch seine Wärme allein zu schmelzen vermöchte, und nun berechnet man die specifische Wärme nach der letzten Formel.

Diese Methode gewährt keine genauen Resultate, weil viel von dem geschmolzenen Wasser am Eise hängen bleibt und atmosphärische Luft, die durch die Hähne eindringt, Wärme bringt; dennoch kann sie in mehreren Fällen mit Vortheil angewendet werden, wie z. B. zur Bestimmung der Wärmemenge, welche beim Uebergange eines flüssigen Körpers in den festen Zustand frei wird, so wie zur Ermittlung derjenigen, die durch das Athmen der Thiere in einer gegebenen Zeit entwickelt wird.

3. Dulong und Petit bestimmten die specifische Wärme mittelst der sogenannten Abkühlungsmethode. Sie brachten die bis zu der nämlichen Temperatur erwärmten Körper nach einander in ein Gehäuse

von polirtem Silber, wodurch alle dieselbe Oberfläche und somit die nämliche Wärmeausstrahlungsfähigkeit erhielten; das Gehäuse erhielt zum Beobachten der Temperatur ein sehr empfindliches Thermometer, und hing in der Mitte einer inwendig mit Ruß geschwärzten Kugel, die man möglichst luftleer machte und die sich in einem Wasserbade von constanter Temperatur befand. Die Erkältung erfolgte bei allen Körpern durch Strahlung und dieß auf ganz gleiche Weise, so daß die Wärmemenge, die in einer Zeiteinheit ein Körper verlor, stets dieselbe blieb. Es sei diese Wärmemenge $= x$, und z die Zeit für irgend einen Körper, in welcher dessen Temperatur um t^0 etwa um 5^0 gesunken ist, m sei die Masse und s die specifische Wärme dieses Körpers, so ist $x z = m s t$. Für einen andern Körper von der Masse m' und der specifischen Wärme s' sei z' die Zeit, in welcher er in dem Silbergehäuse die Erniedrigung von t^0 erleidet, wenn seine anfängliche Temperatur dieselbe war, wie die des andern Körpers, so ist

$x z' = m' s' t$, mithin das Verhältniß der Abkühlungszeiten

$$\frac{z}{z'} = \frac{m\,s}{m'\,s'},$$

woraus sich das Verhältniß der specifischen Wärmen beider Körper berechnen läßt.

Das silberne Gefäß wird stets mit dem flüssigen oder pulverisirten festen Körper vollkommen ausgefüllt. — Dieses Verfahren setzt voraus, daß die Erkaltung in allen Theilen der Masse gleichmäßig vor sich gehe und daß alle Körper die Wärme mit gleicher Leichtigkeit an das Silber abtreten, was nicht wahrscheinlich ist, weßhalb es nicht zu den genauen Resultaten führt, wie die mit Umsicht gebrauchte Mischungsmethode.

Regnault fand nach der Mischungsmethode folgende mittlere Werthe für die specifische Wärme zwischen 0° und 100° C. von

Wasser	1·0000	Zink	0·0955
Alkohol	0·7000	Kupfer	0·0951
Eis	0·5130	Messing	0·0939
Holzkohle	0·2411	Silber	0·0570
Schwefel	0·2026	Zinn	0·0562
Glas	0·1977	Quecksilber	0·0333
Diamant	0·1469	Gold	0·0324
Eisen	0·1138	Platina	0·0324

Man ersieht aus dieser Tabelle, daß das Wasser die größte specifische Wärme hat, weßhalb es nur langsam erwärmt werden kann, und während der Erkaltung, z. B. zur Winterszeit eine beträchtliche Wärmemenge der Luft mittheilt. — Die specifische Wärme des Erdbodens ist nahe 0·25, daher kommt es, daß der Erdboden viel rascher erwärmt wird, aber auch rascher abkühlt als das Wasser. Die Metalle, insbesondere Quecksilber und Gold brauchen für jeden Temperaturgrad wenig Wärme, weßhalb ihre Temperatur sehr rasch steigt.

Dulong und Petit fanden, daß die specifische Wärme fester und flüssiger Körper mit der Temperatur zunimmt; so z. B. ist bei 300° C. die specifische Wärme des Silbers 0·0611, des Quecksilbers 0·0350.

Regnault's Untersuchungen lehren, daß die specifische Wärme eines festen Körpers beim Uebergange aus dem festen in den flüssigen Zustand geändert wird; so z. B. ist die des flüssigen Zinnes nicht mehr 0·0562, sondern größer, nämlich $= 0·0637$; die des Wassers fast noch einmal so groß als die des Eises. Die specifische Wärme c des Wassers nimmt mit seiner Temperatur zu und kann nach Regnault für t^0 C. aus folgender Formel berechnet werden:

$$c = 1 + 0·00004\,t + 0·0000009\,t^2.$$

Pouillet brachte eine Platinakugel von bekanntem Gewichte in einen erhitzten Raum, dessen Temperatur er mittelst seines Luftthermometers bestimmt hatte; nachdem man sicher sein konnte, daß sie die Temperatur des erhitzten Raumes angenommen hat, wurde sie schnell in's Wasser, dessen Gewicht genau bekannt war, geworfen, die Zunahme der Temperatur des Wassers beobachtet und hieraus die specifische Wärme c berechnet; diese war bei 100° = 0·03350; für Temperaturen von 100° bis 1200° war $c = 0{\cdot}03350 + 0{\cdot}0000042\ t$.

Diese Gleichung kann man benützen, um z. B. die Temperatur in einem Ofen zu finden. Nehmen wir an, eine Platinakugel von m Gewichtseinheiten bekomme in einem Ofen die Temperatur x, und werde hierauf schnell in's Wasser, dessen Gewicht M ist, geworfen, das von der Kugel eine Temperaturerhöhung von t° erfährt, wenn die Kugel und das Wasser die gemeinschaftliche Temperatur T besitzen. Ist c die specifische Wärme des Platinas bei x°, so ist der Wärmeverlust, den die Kugel im Wasser erleidet, gleich $mc\,(x - T)$, während das Wasser die Wärmemenge Mt erhält; somit ist $mc\,(x - T) = Mt$, oder wenn man T bezüglich des bedeutenden Werthes von x vernachlässigt.

$$(0{\cdot}0335 + 0{\cdot}0000042\ x)\ x = \frac{Mt}{m},$$ woraus sich x leicht berechnen läßt.

4. **Das Gesetz von Dulong und Petit.** Diese beiden Physiker entdeckten in Betreff des Zusammenhanges zwischen den specifischen Wärmemengen und den Atomengewichten der Körper ein merkwürdiges, durch neuere Untersuchungen von Regnault bestätigtes Gesetz, nach welchem das Product aus der specifischen Wärme und dem Atomengewichte für alle Grundstoffe nahe gleich ist einer constanten Größe. Sind nun A und A′ die Atomengewichte zweier Grundstoffe, C und C′ ihre specifischen Wärmemengen, so hat man

$$AC = Q \text{ und } A'C' = Q, \text{ mithin}$$
$$C : C' = A' : A,$$

d. h. die specifischen Wärmemengen sind ihren Atomengewichten umgekehrt proportional. Da das Product AC die Wärmemenge angibt, welche das Gewicht A, also das Gewicht eines Atoms braucht, damit seine Temperatur um 1° erhöhet werde, so folgt, daß diese Wärmemenge für alle Atome gleich groß ist.

So z. B. ist	A	C	AC
für Eisen . . .	28	0·1138	3·18
für Kupfer . . .	31.7	0·0951	3·02

Neumann und Regnault haben gefunden, daß auch bei chemisch ähnlichen Verbindungen, deren atomistische Zusammensetzungsformeln gleich sind, die specifischen Wärmemengen ihren Atomengewichten umgekehrt proportional sind.

B. **Bestimmung der specifischen Wärme der Gase.** Nach Delaroche und Berard wird das wohl getrocknete Gas in einem von siedendem Wasser umgebenen großen Gefäße auf 100° C. erhitzt, und dann in einem langsamen gleichförmigen Strome durch ein schlangenförmig gewundenes Rohr geleitet, das in einem mit kaltem Wasser gefüllten und geschlossenen Cylinder sich befindet. Das Gas tritt einen Theil seiner Wärme an das Wasser ab, wodurch seine Temperatur vermindert und die des Wassers erhöht wird. Ein Thermometer zeigt die Temperatur des Gases beim Eintritte in das Calorimeter an, und ein anderes diejenige, mit welcher es aus demselben austritt. Es sei M

die Gewichtsmenge des Gases, welches die Temperatur der im Cylinder befindlichen Wassermasse m von t^0 auf t'^0 steigert, während seine Temperatur von 100^0 C auf T Grade herabsinkt; bezeichnen wir mit c die specifische Wärme des Gases und mit 1 die des Wassers, so ist

$$M c\,(100^0 - T) = m\,(t' - t) \text{ und}$$

$$c = \frac{m\,(t' - t)}{M\,(100 - T)}.$$

Auf diese Art findet man die specifische Wärme eines Gases bezüglich der des Wassers; man muß bei dieser Untersuchung große Gasmassen anwenden, und, um den Wärmeverlust an die Luft auszugleichen, das Wasser von einer solchen Temperatur nehmen, daß es vor dem Versuche um eben so viele Grade kälter, und nach dem Versuche um eben so viele Grade wärmer ist, als die Luft. — Bei einer zweiten Gasart, deren specifische Wärme c′ ist, sei M′ die Gewichtsmenge, welche die Wassermenge m um t′ — t Grade erwärmt, während seine Temperatur von 100^0 auf T′ herabsinkt, so hat man

$$M'\,(100 - T')\,c' = m\,(t' - t)$$

mithin
$$\frac{c}{c'} = \frac{M'\,(100 - T')}{M\,(100 - T)}$$

Nimmt man die specifische Wärme der atmosphärischen Luft M′ als Einheit an, und ist c′ diese Wärme; so gibt die letzte Formel die specifische Wärme eines Gases bezüglich der atmosphärischen Luft.

Bei diesem Verfahren stehen die Gase unter dem Drucke der atmosphärischen Luft und können sich in dem Gefäße so lange ausdehnen, bis ihre Ausdehnsamkeit dem Luftdrucke gleich wird; man erhält daher nur Resultate, welche die specifische Wärme der Gasarten bei constantem Drucke und veränderlichem Volumen angeben. Von dieser specifischen Wärme ist verschieden die specifische Wärme bei constantem Volumen und veränderlichem Drucke; letztere ist kleiner, weil ein Gas, das sich nicht ausdehnen kann, bei übrigens gleichen Umständen mit einer geringeren Wärmemenge um einen Grad erwärmt werden kann, als in dem Falle, wo es bei der Erwärmung sich ausdehnen kann, und dabei einen Widerstand zu überwinden hat. Bezeichnet man mit C die specifische Wärme bei constantem Drucke und mit c die bei constantem Volumen, so ist nach Doulong's scharfsinnigen Untersuchungen für jede Temperatur $\frac{C}{c} = 1.415 = q$ d. h. wenn wir die Wärmemenge, die nöthig ist, um einen Kubikfuß Gas, das in einem Gefäße eingeschlossen ist und sich nicht ausdehnen kann, um 1 Grad zu erwärmen, als Einheit annehmen, so ist die Wärmemenge, welche dieselbe Gewichtsmenge Gas zur Erhöhung seiner Temperatur um 1 Grad braucht, wenn es sich ausdehnen kann, 1.415.

Die Ermittlung dieses Verhältnisses beruht darauf, daß die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalls

$$c = \sqrt{\frac{E}{D} \cdot q}$$

ist; ermittelt man den Werth von c aus der Tonhöhe einer Pfeife, und bezeichnet mit E und D die Spannkraft und die Dichte des Gases, das in der Pfeife tönt, so läßt sich q berechnen.

Aus dem Gesagten ist zu schließen, daß bei der Erwärmung eines Gases, das sich ausdehnen kann, ein Theil der mitgetheilten Wärme als freie Wärme wirkt und die Temperatur erhöhet, der andere Theil gebunden wird und die Vergrößerung des Volumens erzeugt; letztere Wärme muß in Freiheit gesetzt werden, sobald man durch Druck das Volumen vermindert. Wird also ein Kubikfuß Gas von 0° C. bei 760 Millimeter Barometerstand um 1° C. erwärmt und kann es sich ausdehnen, so beträgt bekanntlich diese Ausdehnung 0·00366 Kubikfuß; wird nun ein Gas von 1° C. und bei 760 Millimeter Barometerstand um 0·00366 Kubikfuß zusammengedrückt, so muß die Temperatur um 0°.415 steigen, weil dieß die gebundene Wärme ist, welche zur Ausdehnung verwendet wurde. Man ist somit im Stande, die Temperaturerhöhung beim Zusammenpressen eines Gases zu berechnen, wenn das Verhältniß $\frac{C}{c}$ für dieses Gas bekannt ist.

Regnault hat (1853) nach einer eigenen Methode die specifische Wärme vieler Gase und Dämpfe bei constantem Drucke und veränderlichem Volumen bestimmt; er fand die specifische Wärme des Wassers = 1 gesetzt,

	für gleiche Gewichte	für gleiche Volumina
atmosphärische Luft	0·2377	0·2377
Sauerstoff	0·2182	0·2412
Stickstoff	0·2440	0·2370
Wasserstoff	3·4046	0·2356
Chlor	0·1214	0·2962
Brom	0·0552	0·2092
Kohlenoxyd	0·2479	0·2399
Kohlensäure	0·2164	0·3308
Wasserdampf	0·4750	0·2950

Die von Regnault ermittelten Werthe sind etwas kleiner als die von Delaroche und Berard gefundenen. Regnault fand auch, daß die specifische Wärme eines Gases sich nicht mit der Temperatur erheblich ändert; so z. B. ist die der atmosphärischen Luft

= 0·2277 zwischen — 30° und + 10°
= 0·2379 „ + 10 „ 100°
= 0·2376 „ 100 und 225°.

§. 206. Bestimmung der Flüssigkeitswärme der Körper. Die Wärmemenge, die beim Schmelzen einer Gewichtseinheit von einem Körper latent wird, heißt seine Flüssigkeitswärme. Ist nicht so viel Wärme vorhanden, als eine gewisse Gewichtsmenge eines Körpers braucht, um zu schmelzen, so wird ein Theil ungeschmolzen zurückbleiben. Nehmen wir an, wir wollten die Wärmemenge bestimmen, die beim Schmelzen von 1 Pfund Eis von 0° gebunden wird; so bringt man in einem Zimmer von 14° C. 46½ Pfund Wasser auf die Temperatur von 16° C., und setzt hinein 1 Pfund zerstoßenes Eis von 0°; das Eis schmilzt, und setzt nach neueren Untersuchungen die Temperatur des Wassers auf 14° herab; mithin ist zur Umwandlung des Eises von 0° in Wasser von 14° eine Wärmemenge verwendet worden, welche 46½ Pfund Wasser um 2°, oder 1 Pfund Wasser um 93° C. zu erwärmen

im Stande wäre; mithin sind 93 — 14 = 79° C., oder 63.2 R. nöthig, um 1 Pfund Eis von 0° in Wasser von 0° zu verwandeln.

Auf ähnliche Weise kann man bei andern Körpern verfahren; man erhöht die Temperatur des vorher abgewogenen Körpers bis zum Schmelzpunkte, bringt ihn hierauf in eine abgewogene Quantität einer Flüssigkeit von noch höherer Temperatur, in der er schmilzt, und sieht, um wie viel Grade die Temperatur der Flüssigkeit beim Schmelzen vermindert wird; man hat dann alle zur Berechnung der Flüssigkeitswärme nothwendigen Daten.

Heißt m die Masse, c die specifische Wärme, t die Temperatur des Schmelzpunktes eines Körpers, M, C, T seien dieselben Größen für die Flüssigkeit, in welcher die Schmelzung stattfindet, x die gebundene Wärmemenge für eine Masseneinheit, und t′ die Temperatur der Flüssigkeit und des Körpers nach der Schmelzung; so ist $MC(T-t')$ die Wärmemenge, welche die Flüssigkeit verloren hat, und die zum Schmelzen und zur Erwärmung des geschmolzenen Körpers auf t'^0 verwendet wurde; mithin ist

$$MC(T-t') = mx + mc(t'-t);$$

woraus x leicht bestimmt wird. Eine richtige Bestimmung des Werthes von x erfordert Beachtung aller bei der Mischungsmethode angegebenen Vorsichten.

Folgende Tafel gibt nach Person's Untersuchungen den Schmelzpunkt und die gebundene Wärme von mehreren Körpern an:

Name des Stoffes.	Schmelzpunkt.	Gebundene Wärmemenge für eine Gewichtseinheit.
Phosphor	44.2 C.	4.71
Gelbes Bienenwachs	62	43.51
Schwefel	115	9.17
Zinn	235	14.30
Wismuth	270	12.40
Blei	332	5.15
Zink	423	27.46

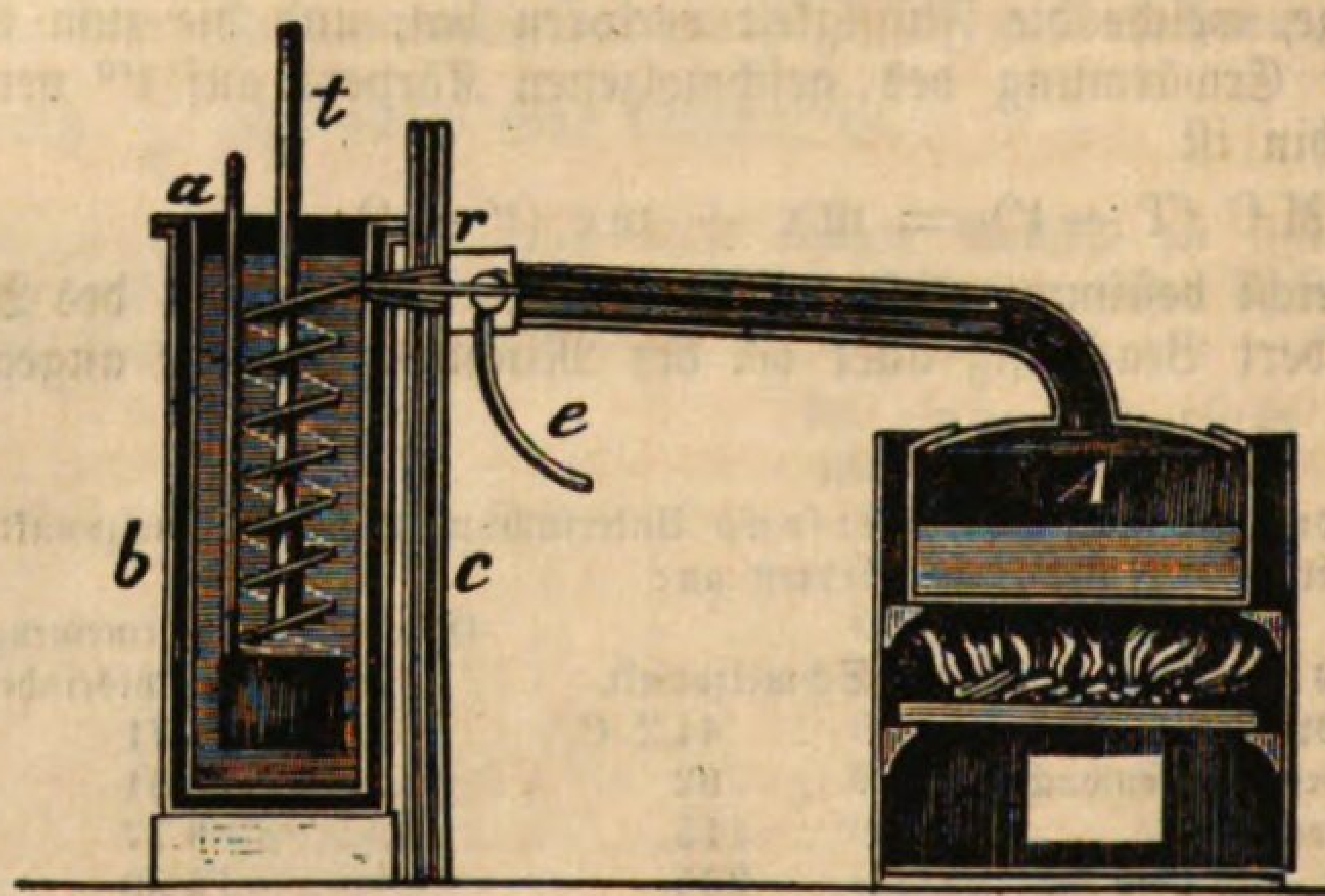
Aus diesen Beispielen ist ersichtlich, daß die Wärmemenge, die beim Schmelzen gebunden wird, bei verschiedenen Körpern sehr verschieden ist; während 1 Pfund Eis 79 Wärmeeinheiten braucht, um zu schmelzen, reichen beim Schwefel 9.17, bei Blei schon 5.15 Wärmeeinheiten aus. Von der Menge der zum Schmelzen erforderlichen Wärme hängt die Raschheit des Schmelzens ab; daher schmilzt Phosphor, Blei sehr schnell, das Eis dagegen sehr langsam, weßhalb sich ein Klumpen Eis in lauwarmer Luft lange Zeit erhält. Die Gletscher erleiden daher während des Sommers nur eine geringe Volumverminderung.

Die Volumänderung, welche beim Festwerden mancher Körper eintritt, ist vom Einfluß auf die Anordnung der Molecüle der erstarrenden Masse. Indem z. B. das Volumen des Wassers beim Gefrieren wächst, so muß die bereits gebildete Eisdecke reißen, um dem neugebildeten Eise Platz zu machen. Findet bei der erstarrenden Masse eine Zusammenziehung statt, so löst sich die äußerste, zuerst erstarrte Schichte tafelartig ab, und indem sich die Ablösung von der erkaltenden Masse mehr oder weniger oft wiederholt, erhält die Masse das platten- oder säulenförmige Aussehen, das wir bei manchen Gesteinsmassen finden, die aus geschmolzenem Zustande in den festen übergegangen sind. — Sandsteine, die im Hochofen eine theilweise Erweichung ihrer Masse erfahren, zerklüften beim Erkalten in der Art, daß sie im Inneren die säulenförmige Absonderung annehmen, wie wir sie bei Basalten, Trachyten, Porphyren finden; wir schließen daraus, daß die säulenförmige Gestaltung der letzteren dem Erkalten nach einer stattgehabten hohen Temperatur zuzuschreiben ist.

Bei einer sehr großen Masse, die aus Stoffen von verschiedener Schmelzbarkeit besteht, wie es z. B. die Lava ist, geht die Abkühlung sehr langsam vor sich, und es können sich die Bestandtheile von einander sondern und dabei zu sehr regelmäßigen Krystallen anschießen; wir finden daher in erstarrten Laven Krystalle mannigfaltiger Art. — Kleine Tropfen von Phosphor und Schwefel bleiben noch bei 12 bis 15° im flüssigen Zustande, aber die Berührung mit dem Bart einer Feder macht, daß sie augenblicklich unter Wärmeentwicklung erstarren. Es gibt noch viele andere Körper, die man unter den Schmelzpunkt erkalten kann, ohne daß sie erstarren.

§. 207. Gebundene Wärme der Dünste. Der Uebergang einer tropfbaren Flüssigkeit in Dünste wird bekanntlich durch die Wärme bewirkt, die in den Dünsten latent wird; diese latente Wärme, die man Verdampfungs- oder Verdünstungswärme nennt, wird beim Tropfbarwerden der Dünste wieder frei, und kann mittelst des Apparates, Fig. 272,

Fig. 272.



gemessen werden. In dem Gefäße A wird die Flüssigkeit zum Sieden gebracht, die entstandenen Dämpfe werden durch ein mit Wasser gefülltes Gefäß b vermittelst eines schlangenförmig gewundenen Rohres geleitet; daselbst werden sie zu einer tropfbaren Flüssigkeit verdichtet, welche sich in einem kleinen Behälter C sammelt, der durch ein Rohr a mit der äußeren Luft in Verbindung steht, damit das Sieden unter dem äußeren Luftdrucke vor sich gehen könne. Ein Thermometer t gibt die Temperatur des Wassers an, das beständig mittelst eines Stabes umgerührt wird, um in der ganzen Masse eine gleichförmige Temperatur zu erhalten. Zwischen A und b befindet sich ein Schirm c, der aus drei, durch Luftschichten von einander getrennten polirten Metallplatten besteht, um jeden Einfluß der Wärme von A auf b abzuhalten. Der Hahn r hat eine doppelte Bohrung; durch eine kann der Dampf von A mittelst des Seitenrohres e in die äußere Luft, und nach einer Viertelumdrehung des Hahns durch die zweite in die schlangenförmige Röhre übergehen. Anfangs läßt man den Dampf durch e in die Luft austreten, hat aber das Sieden begonnen und ist der Hahn gehörig erwärmt, so versetzt man den Hahn in die zweite Stellung.

Die Gewichtszunahme des Gefäßes C gibt das Gewicht der condensirten Dämpfe; diese Größe = m und das Gewicht M der Wasser-

masse in b nebst der Temperaturerhöhung des Wassers setzt uns in den Stand, die beim Uebergange der Dämpfe in tropfbaren Zustand freigewordene Wärmemenge zu berechnen; da diese derjenigen gleich ist, die bei der Dampfbildung gebunden wird, so ist damit auch die letztere bestimmt.

Ist x die Wärmemenge, die von einer Gewichtseinheit Wasserdämpfe beim Tropfbarwerden frei wird; t die anfängliche Temperatur des Wassers im Gefäße b und T diejenige, zu der es durch die tropfbar gewordenen Dämpfe gebracht wird, so ist M (T — t) die von der Wassermasse M gewonnene Wärmemenge; die in das Schlangenrohr eintretenden Dämpfe haben die Temperatur von 100° C.; daher ist mx + m (100 — T) diejenige Wärmemenge, welche die Dämpfe beim Tropfbarwerden dem Wasser mitgetheilt haben, folglich ist

$$M (T - t) = mx + m (100 - T), \text{ und}$$

$$x = \frac{M(T-t) - m (100 - T)}{m}.$$

Würde eine andere Flüssigkeit in Dämpfe verwandelt, so müßte man in dem Ausdrucke m (100 — T) anstatt 100 die Temperatur setzen, bei welcher die Flüssigkeit siedet, und außerdem den Ausdruck mit der specifischen Wärme dieser Flüssigkeit multipliciren. War z. B. bei der Lufttemperatur von 15°.3 anfänglich t = 10°.7, dann T = 20°, M = 1.333 Pf. und m = 0.02 Pf.; so ist

$$x = (1.333 \times 9.3 - 0.02 \times 80) \frac{1}{0.02} = 540,$$

d. h. die Wärmemenge, die ein Pfund Dampf von 100° C. beim Uebergange in tropfbares Wasser in Freiheit setzt, ist so groß, daß man damit 1 Pfund Wasser von 0° bis 540° C., oder 540 Pfund Wasser um 1° erwärmen könnte; mithin ist bei Wasser die Verdampfungswärme 6.8 Mal größer als die Flüssigkeitswärme. Regnault fand die Verdampfungswärme bei Wasser = 536.5.

Um den Wärmeverlust an die Luft nicht in Rechnung ziehen zu müssen, läßt man die Dämpfe in das Gefäß b eintreten, wenn das Wasser um 5 oder 6 Grade weniger warm ist, als die äußere Luft, und verschließt den Dämpfen den Eintritt in das Schlangenrohr, wenn das Wasser um eben so viel wärmer geworden ist, als die Luft. — Es ist auch nothwendig, das Gefäß b mit einem zweiten von dünnem Kupferblech zu umgeben, worin die Luft vollkommen trocken ist, weil sonst der Thau, der das kalte Gefäß bedecken möchte, einen Fehler in der Bestimmung der Größe, die gesucht wird, herbeiführen würde. — Die Wärme, welche die tropfbar gewordenen Dämpfe dem Schlangenrohr und dem Behälter C mittheilen, muß in Rechnung gebracht werden; ist M' das Gewicht und c die specifische Wärme von C und dem Schlangenrohr, so ist M'c (T — t) die Wärmemenge, die sie erhalten; heißt T' die Siedhitze und C die specifische Wärme der Flüssigkeit, deren Verdampfungswärme man sucht, so ist die genauere Formel zur Berechnung der letzteren Wärme:

$$M' (T - t) c + M (T - t) = mx + mC (T' - T).$$

Favre und Silbermann fanden die Verdampfungswärme bei Alcohol 208·92, Holzgeist 263·86, Aether 91·11, Essigäther 105·80, Terpentinöl 68·73, schweflige Säure 94·56.

Neuestens hat Regnault ausgedehnte Versuche über die latente Wärme des Wasserdampfes angestellt und gefunden, daß wenn man mit Q die Anzahl der Wärmeeinheiten bezeichnet, die 1 Gewichtseinheit ge-

sättigter Dampf von t^0 mehr besitzt, als 1 Gewichtseinheit Wasser von 0^0, die x heißen mag, so kann

$Q = 606.5 + 0.305\,t$ gesetzt werden; somit ist die ganze Wärmemenge dieses Wasserdampfes $= x + Q$.

Regnault fand ferner die Wärmemenge q (in Wärmeeinheiten ausgedrückt), welche eine Gewichtseinheit Wasser von t^0 bei dem Erkalten auf 0^0 verliert,

$$q = t + 0.00002\,t^2 + 0.0000003\,t^3;$$

folglich ist die Wärmemenge des Wassers bei $t^0 = x + q$, und $Q - q$ die latente Verdampfungswärme des Wassers für t^0. Diese beträgt 606.5 Wärmeeinheiten für 0^0, 571.6 für 50, 536.5 für 100, 464.3 für 200^0 u. s. f. Auch Pouillet kommt auf einem andern Wege als Regnault zu dem Resultate, daß gesättigter Wasserdampf eine um so größere Gesammtwärmemenge, und eine um so kleinere latente Wärmemenge enthalte, je höher die Temperatur ist.

Watt war der Ansicht, daß die Gesammtwärme Q von 0^0 an gerechnet eine constante Größe sei, daß daher die Verdampfungswärmemenge in dem Maße abnimmt, in welchem die zur Erwärmung der Flüssigkeit verwendete wächst. Southern und Pambour hielten die Verdampfungswärme für constant; Regnault's Untersuchungen belehrten uns, daß beide frühere Ansichten unrichtig waren.

Die große Wärmemenge, die beim Tropfbarwerden des Wasserdampfes frei wird, veranlaßte die Anwendung desselben zur Beheizung von Localitäten in Fabriken, zum Abdampfen und Kochen, zum Trocknen von gefärbten Stoffen. Der Dampf wird in einem länglichten, aber nicht tiefen geschlossenen Kessel erzeugt, und dann durch metallene Röhren dahin geleitet, wo die Erwärmung geschehen soll; indem der Dampf durch Abkühlung tropfbar wird, tritt die Verdampfungswärme in Freiheit und erwärmt die nächste Umgebung. — Führt man die metallenen Dampfleitungsröhren durch Zimmer, so werden diese Röhren, sobald der Dampf condensirt wird, erwärmt, und nun wärmen sie die Luft im Zimmer wie ein geheizter Ofen; ihre gesammte Oberfläche muß der Größe des Locals, das geheizt werden soll, angemessen sein; auch sollen sie so nahe als möglich am Fußboden angebracht sein, um die untersten und kältesten Schichten zu erwärmen; man gibt den Röhren eine geneigte Lage, damit das tropfbare Wasser in den Kessel zurückfließen könne. Da man mit einem Kessel viele Räume zugleich beheizen kann, so hat man den Vortheil, nur ein Feuer unterhalten zu müssen, und man kann den Feuerherd vortheilhafter einrichten als einen Ofen, so daß das Feuer um den eingemauerten Kessel circulirt, wodurch man eine Ersparniß an Brennmaterial erzielt. Man kann bei dieser Heizmethode leicht die Einrichtung treffen, daß nur die Dampfmenge in die Röhrenleitung tritt, die erforderlich ist, um eine gewisse Temperatur hervorzubringen und sie stets auf gleicher Höhe zu halten, was in den Trockenstuben gewisser Fabriken nothwendig ist.

Bei der Verfertigung des Maschinenpapiers wird dasselbe zuletzt zwischen hohle mit Dampf geheizte Walzen geführt, die es glätten und trocknen. — Der Dampfheizung bedient man sich auch beim Abdampfen vieler Flüssigkeiten, z. B. des geklärten Saftes von Runkelrüben, indem man den Dampf durch eine Reihe von Röhren, die am Boden des mit Saft gefüllten Gefäßes sich befinden, leitet; in dem Augenblicke, wo der Saft gehörig eingekocht erscheint, sperrt man den Dämpfen den Zutritt ab, und macht jeden höheren Erwärmungsgrad, der schädlich wäre, unmöglich. — Verwendet man den Dampf zum Kochen, z. B. der Kartoffeln zum Behufe der Branntweinerzeugung, so bekommt das Kochgeschirr einen doppelten Boden; der höhere, über dem die Kartoffeln liegen, ist mit Löchern versehen, durch die der Dampf, der unter diesem Boden eintritt, emporsteigt und bei seinem Uebergange in tropfbaren Zustand die Gegenstände im Gefäße erhitzt. Das entstandene Wasser fließt hinab und wird durch ein mit einem Hahne versehenes Rohr abgelassen.

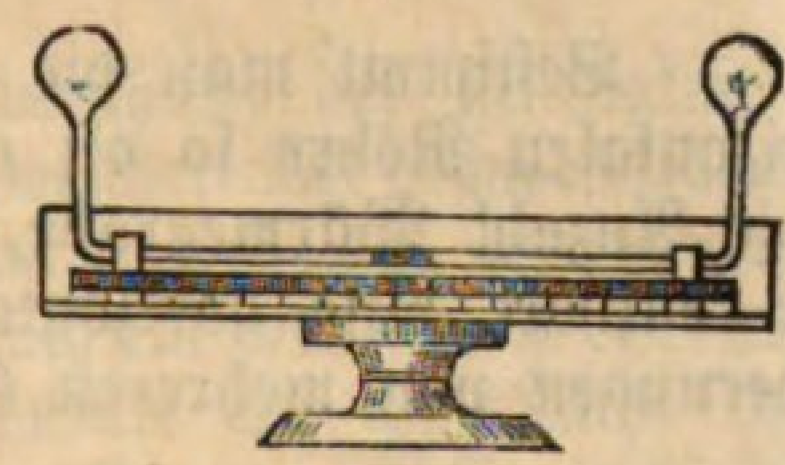
Strahlende Wärme.

§. 268. Instrumente zur Nachweisung und Messung der strahlenden Wärme. Zur Untersuchung der Erscheinungen der strahlenden Wärme sind empfindlichere Instrumente nothwendig, als die üblichen

Thermometer. Zu solchen Instrumenten gehören: **Rumford's** und **Leslie's Differenzialthermometer**, dann **Melloni's Thermo-Multiplicator**.

1. Die Angaben der Differenzialthermometer sind mit den Graden eines Quecksilberthermometers vergleichbar, wenn die Flüssigkeit, die hier nur als Index wirkt, keine Dünste oder nur Dünste von unmerklicher Spannkraft gibt, wie z. B. die Schwefelsäure, ferner wenn die Dimensionen des Instruments angemessen sind. Betrachten wir zuerst das **Rumford'sche**, und nennen V, Fig. 273, das Volumen der links von dem in der Mitte der horizontalen Röhre liegenden Tropfen Schwefelsäure, (Index genannt) befindlichen, und V′ das der rechts von ihm vorhandenen Luft; erstere Luft heiße A, letztere B. Wird A erwärmt, während B durch einen Schirm vor der Einwirkung der strahlenden Wärme geschützt ist, und seine Temperatur unveränderlich bleibt; so dehnt sich die Luft in A aus, die in B wird zusammengedrückt und verdichtet, bis die Expansivkraft der Luftmassen an beiden Seiten wieder gleich groß wird. Es sei e die Expansivkraft der Luft in A und B vor der Erwärmung des Raumes A, t sei die Anzahl Grade, um welche die Temperatur in A erhöhet wird, und E die Expansivkraft des Luftvolumens V, und v der Zuwachs an Volumen nach dieser Erwärmung; so hat man für A:

Fig. 273.



$$e : E = \frac{1}{V} : \frac{1 + \alpha t}{V + v}, \text{ mithin}$$

$$E = \frac{eV\,(1 + \alpha t)}{V + v}.$$

In B ändert sich die Expansivkraft nur in Folge der Volumverminderung und der dadurch verstärkten Verdichtung, somit ist hier

$$E : e = V' : V' - v \text{ und } E = \frac{eV'}{V' - v};$$

$$\text{somit } \frac{eV\,(1 + \alpha t)}{V + v} = \frac{eV'}{V' - v}.$$

Löset man die Gleichung auf, so findet man

$$v = \frac{VV' \,.\, \alpha t}{V + V' + V\alpha t}.$$

Beträgt t nur wenige Grade, und sind die Volumina der Kugeln im Verhältniß zu dem Volumen der Röhre, welche sie verbindet, sehr groß, so kann die kleine Größe $V\alpha t$ bezüglich $V + V'$ vernachlässigt werden, und man hat

$$v = \frac{VV' \,.\, \alpha t}{V + V'}, \text{ daher } t = \frac{(V + V')\,v}{VV'\alpha}.$$

Da $\frac{V + V'}{V V' \alpha} = b$ ein constante Größe, mithin $t = b v$ ist,

so wird ersichtlich, daß die Temperaturänderung im Raume A der Raumänderung des Index direct proportional ist. Für einen anderen Temperaturunterschied t' hat man $t' = b v'$, mithin

$$t : t' = v : v',$$

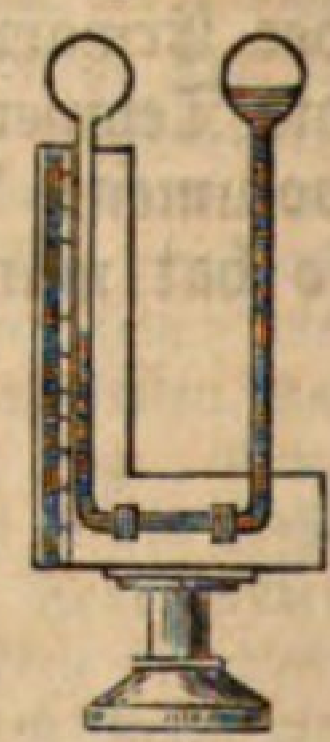
oder wenn die horizontale Röhre cylindrisch ist, und h h' die Längen von v und v' bedeuten,

$$t : t' = h : h', \text{ und für } t' = 1,\ t = \frac{h}{h'}.$$

Bestimmt man die Länge h' für 1° C., und trägt sie auf der horizontalen Röhre so oft als möglich auf, so gibt die Scala unmittelbar die Anzahl Wärmegrade, welche der Temperaturunterschied von A und B enthält. Die horizontale Röhre muß ziemlich lang sein, um Aenderungen von mehreren Graden messen zu können.

2. Beim Leslie'schen Differenzialthermometer, Fig. 274, ist der aus gefärbter Schwefelsäure bestehende Index sehr lang; die Luftmenge in der Röhre kann rücksichtlich der in den Kugeln vernachlässigt werden und daher auch angenommen werden, daß auch bei einer eingetretenen Temperaturdifferenz die Luftmenge in jeder Kugel dieselbe ist, wie bei Gleichheit der Temperatur, und daß der Unterschied in der Spannkraft durch den Unterschied in der Höhe der Flüssigkeitssäulen ausgeglichen wird. Steht bei Gleichheit der Temperatur beider Kugeln die Flüssigkeit in beiden Schenkeln gleich hoch, so sind die Angaben mit dem Quecksilberthermometer leicht vergleichbar. Ist H der Barometerstand, σ das specifische Gewicht des Quecksilbers und t die Temperatur beim Schließen der Kugeln, so findet man die Expansivkraft E bei der Temperatur t' in einer Kugel aus der Proportion:

Fig. 274.



$$E : H\sigma = 1 + \alpha t' : 1 + \alpha t, \text{ und } E = H\sigma \frac{(1 + \alpha t')}{1 + \alpha t}.$$

Hat gleichzeitig die andere Kugel die Temperatur T + t', und heißt E' die Expansivkraft der hier befindlichen Luft, so ist:

$$E' : H\sigma = 1 + \alpha\,(T + t') : 1 + \alpha t, \text{ und}$$

$$E' = \frac{H\sigma}{1 + \alpha t}\,[1 + \alpha\,(T + t')].$$

Dieser durch Erhöhung der Temperatur in letzterer Kugel gesteigerten Expansivkraft der Luft hält nebst der Expansivkraft E auch noch der Druck der im anderen Schenkel gehobenen Säule das Gleichgewicht; heißt s das specifische Gewicht, und h der Höhenunterschied der flüssigen Säulen in beiden Schenkeln, so ist:

$$E' = E + h s, \text{ somit}$$

$$hs + H\sigma \frac{(1+\alpha t')}{1+\alpha t} = H\sigma \frac{[1+\alpha(T+t')]}{1+\alpha t},$$

woraus sich ergibt

$$hs = H\sigma \,.\, \frac{\alpha T}{1+\alpha t}, \text{ und } T = \frac{hs}{H\sigma \,.\, \alpha}(1+\alpha t),$$

in welchem Ausdrucke nur h veränderlich ist. Für den Temperaturunterschied T' beider Kugeln hat man

$$T' = \frac{h's\,(1+\alpha t)}{H\sigma \,.\, \alpha}, \text{ mithin}$$

$$T : T' = h : h',$$

d. h. die Temperaturunterschiede sind dem Unterschiede der Flüssigkeitshöhen direct proportional. Ist die Röhre, in welcher die Schwefelsäure auf- und absteigt, wohl calibrirt, so erhält man die Scala, indem man die Kugel, die man gewöhnlich mit einem Schirm bedeckt, z. B. um 5° C. erkaltet, und bemerkt, bis zu welchem Punkte die Oberfläche der Flüssigkeit in der calibrirten Röhre gesunken ist; den Abstand dieses Punktes von dem, an welchem sie bei Gleichheit der Temperatur beider Kugeln stand, theilt man in 5 gleiche Theile, und setzt diese Theilung fort, so weit es angeht.

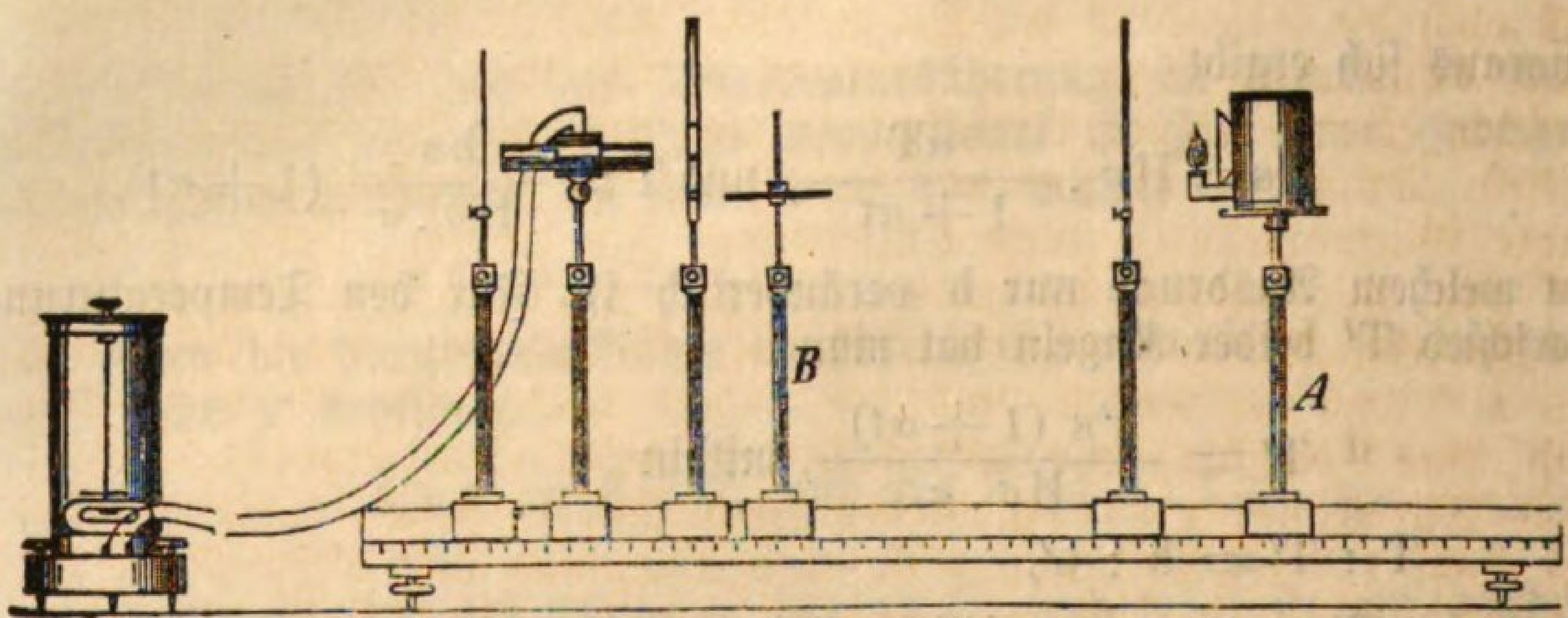
Ist $H = 760^{mm}$, $\sigma = 13.6$, $t = 0$, und wird englische Schwefelsäure angewendet, für welche $s = 1.842$; so erhält man für $T = 1$, da $\alpha = 0.00366$ ist, $h = 20.5$ Millimeter; mithin wird für $T = {}^1/_{50}$ der Werth von $h = 0.4$; somit wird es möglich, noch ${}^1/_{50}$ eines Thermometergrades abzuschätzen. Man gibt der Kugel, welche der Einwirkung der Wärmestrahlen ausgesetzt wird, einen Ueberzug von Kienruß. — Die Schenkel sollen gleiche Durchmesser haben, um den Einfluß der Capillarität aufzuheben. Ritchie ersetzt die gläsernen Kugeln durch Metallgefäße, wodurch das Instrument viel empfindlicher wird. Howard nahm anstatt der Schwefelsäure Aether, um das Instrument empfindlicher zu machen, indem bei der Erwärmung der Luft in einer Kugel der Druck auf die Flüssigkeit nicht nur durch die vermehrte Expansivkraft der Luft, sondern auch durch die Expansivkraft der in Folge dieser Erwärmung gebildeten Aetherdünste vergrößert wird. Mit diesem Instrumente hat Howard nachgewiesen, daß auch die Mondesstrahlen eine geringe Erwärmung zu erzeugen vermögen.

Steht bei Gleichheit der Temperatur beider Kugeln die Flüssigkeit in beiden Schenkeln nicht gleich, wie dieß gewöhnlich bei diesen Instrumenten vorkommt, so läßt sich eine mit einem Quecksilberthermometer vergleichbare Scala nur dann anbringen, wenn sich annehmen läßt, daß bei Erhöhung der Temperatur der Luft in der einen Kugel die Spannkraft der Luft in der andern durch die aufsteigende Flüssigkeit keine merkliche Veränderung erleide. Wäre bei gleicher Temperatur beider Kugeln der Höhenunterschied $= h$, und übergeht derselbe in H, wenn die eine Kugel um T° wärmer, und in H', wenn sie um T'° wärmer geworden ist, so ist dann

$$T : T' = H - h : H' - h.$$

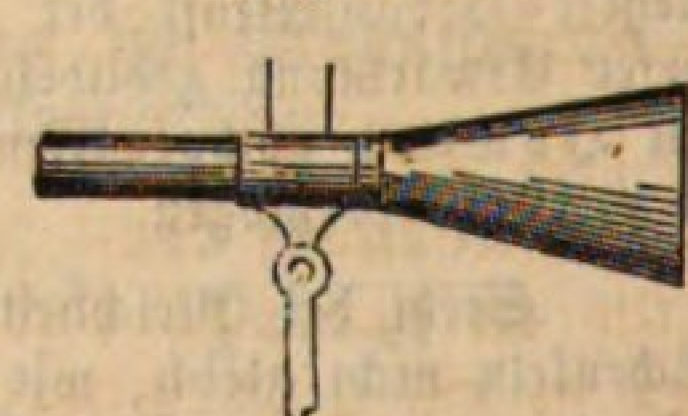
3. Ein weit empfindlicheres und zur genauen Messung der strahlenden Wärme mehr geeignetes Instrument ist Melloni's Thermomultiplicator, Fig. 275. Dieser besteht aus einem in Millimeter getheilten Stabe, auf dem mehrere verschiebbare zum Heben und zum Senken eingerichtete Stative stehen, wovon das erste von der Rechten zur Linken gerechnet, ein Tischchen trägt, auf das eine Lampe oder eine andere Wärmequelle gestellt werden kann; das zweite hält einen Schirm,

Fig. 275.



der aus zwei Metallplatten mit einer dazwischen befindlichen Luftschichte besteht, um die Wärmestrahlen der Wärmequelle, falls es bei Versuchen nöthig ist, vollständig zurückzuhalten; dieser Schirm ist um ein Charnier drehbar und wird herabgesenkt und seitwärts gedreht, wenn die Wärmestrahlen ungehindert sich fortpflanzen sollen; hierauf kommt ein Stativ B mit einem Tischchen zum Aufstellen verschiedener Gegenstände, wie Glas, Krystalle, die man bezüglich ihrer Fähigkeit, Wärmestrahlen durchzulassen, untersuchen will. Ein viertes Stativ trägt einen Schirm mit einer quadratförmigen Oeffnung, um ein Strahlenbündel durchzulassen. Auf einem fünften Stative ruht eine kleine Thermosäule, deren Löthstellen an beiden Enden sorgfältig mit Kienruß geschwärzt sind, um sie zur Aufnahme der Wärmestrahlen geeigneter zu machen, da Kienruß fast alle auffallenden Wärmestrahlen zu absorbiren vermag. Die berußten Enden werden durch messingene Deckel gegen äußere Einflüsse geschützt; beim Gebrauche der Thermosäule wird der eine Deckel abgenommen, und anstatt seiner ein conischer Reflector, Fig. 276, angesetzt, d. i. ein nach Außen sich erweiterndes und inwendig sehr wohl polirtes Rohr, dessen Wände die darauf fallenden Wärmestrahlen durch Reflexion den Löthstellen zubringen, und die Wirkung verstärken. Will man der Thermosäule parallele oder convergirende Wärmestrahlen von der Wärmequelle zuführen, so stellt man auf das Tischchen A einen metallenen Hohlspiegel so auf, daß die von ihm reflectirten Strahlen die beabsichtigte Richtung bekommen. Die Schirme sind alle wohl polirt, damit sie die auffallenden Wärmestrahlen größtentheils zurückwerfen und selbst nicht merklich erwärmt werden. Die Thermosäule steht durch Metalldrähte mit einem sehr empfindlichen Galvanometer in Verbindung; die Magnetnadel desselben erscheint bei der geringsten Temperaturdifferenz zwischen den beiden Enden der Thermosäule merklich abgelenkt, und die Ablenkung wächst mit der von dieser Temperaturdifferenz abhängigen Stärke des electrischen Stroms. Der Ablenkungswinkel wird auf einem getheilten Kreise gemessen, jedoch jedesmal erst dann, wenn die Nadel in ihrer neuen Gleichgewichtslage zur Ruhe gekommen ist, was erst nach einer Reihe von Schwingungen geschieht.

Fig. 276.



Aus Melloni's Untersuchungen geht hervor, daß die Stromstärke der Thermosäule der Temperaturdifferenz direct proportional ist, und daß auch die Ablenkung der Magnetnadel von 0° bis 20° der Stromstärke direct proportional angenommen werden kann. Um die Beziehung zwischen einem größern Ablenkungswinkel und der Stromstärke zu ermitteln, brachte Melloni auf jede Seite der Thermosäule eine constante Wärmequelle in solche Entfernung, daß die eine, wenn sie allein auf das eine geschwärzte Ende einwirkte, während das andere Ende vor der Einwirkung der zweiten Quelle geschützt war, eine Ablenkung von 40° nach der rechten, und die andere wieder für sich allein wirkend, eine Ablenkung von 35° nach der linken Seite bewirkte; ließ er beide Wärmequellen gleichzeitig einwirken, so erhielt er eine Ablenkung von 15° rechts; demnach ist eine Ablenkung von 5° zwischen 35 und 40° eben so viel Werth, als eine von 15° von 0° an gerechnet. Auf diese Art fand Melloni, daß bei seinem Apparate den beobachteten Ablenkungen von 25°, 30°, 35°, 40° und 45° eigentlich die Temperaturunterschiede dem Werthe von 27°, 35°, 47°, 62° und 83° C. entsprechen, so daß diese letzteren als die Maße für die Temperaturdifferenzen an beiden Enden der Thermosäule zu betrachten sind. Durch eine Reihe solcher Versuche muß der Beobachter erst den Gang seines Galvanometers für mehrere Grade ermitteln und darnach sich eine Tafel entwerfen. Man stellt die Versuche gewöhnlich so an, daß die Ablenkungswinkel stets kleiner werden als 30°. — Es ist leicht einzusehen, daß die Ablenkung der Magnetnadel in entgegengesetzter Richtung erfolgt, wenn das eine Ende der Thermosäule gegen einen kalten Körper mehr Wärme ausstrahlt, als sie von ihm erhält.

Knoblauch, der in der neuesten Zeit die Lehre von der strahlenden Wärme erweitert, und die Analogie zwischen Licht und Wärme vollständig durchgeführt hat, bediente sich Thermosäulen von 15, 25 und 40 Paaren, die bei Untersuchungen über die Beugung und Doppelbrechung der Wärmestrahlen auf einer Seite zu einer schmalen verticalen Kante zugeschärft waren.

§. 209. Versuche mit Melloni's Thermomultiplicator. 1. Die Wärmestrahlung kann man nachweisen, wenn man den conischen Reflector an das eine Ende der Thermosäule ansetzt, und diesem gegenüber in einer Entfernung von mehreren Schritten die Hand hält; die von ihr ausgehenden Wärmestrahlen reichen hin, um eine bemerkbare Ablenkung hervorzubringen.

2. Die geradlinige Fortpflanzung läßt sich nachweisen, wenn man die Wärmequelle, z. B. ein Metallgefäß mit heißem Wasser oder eine brennende Lampe auf das Tischchen A, ferner den Schirm mit der quadratförmigen Oeffnung und dann auch die Thermosäule in gleiche Höhe bringt, und letztere so stellt, daß die Löthstellen an einem Ende, das man unbedeckt läßt, von den geraden Linien, die man von der Wärmequelle aus durch die Oeffnung im Schirm zieht, getroffen werden; wird vor diese Oeffnung in die Richtung dieser geraden Linien ein Metallschirm gestellt, so ist die Galvanometernadel in Ruhe; wie man aber diesen Schirm wegzieht, so zeigt die Ablenkung, welche nun die Nadel alsogleich erleidet, daß das der Wärmequelle zugewendete Ende

der Thermosäule eine Erwärmung erlitten hat, was nur durch die in geradliniger Richtung fortgepflanzten Wärmestrahlen geschehen konnte; denn die Nadel kehrt augenblicklich in ihre frühere Gleichgewichtslage zurück, wenn wir die Oeffnung mit einem Schirm, der die Wärmestrahlen nicht durchläßt, bedecken. Die Fortpflanzung der Wärmestrahlen geschieht mit einer sehr großen Geschwindigkeit, die nach Wrede $4/5$ von der des Lichtes beträgt.

3. Man kann leicht beweisen, daß die Intensität der Wärmestrahlen, d. i. die erwärmende Wirkung, die sie an einer Fläche erzeugen, gerade so abnimmt, wie das Quadrat der Entfernung der Fläche von der Wärmequelle wächst und der Sinus des Neigungswinkels, unter welchem sie die Fläche treffen, kleiner wird, mithin genau von denselben Umständen abhängt, wie die Intensität der Lichtstrahlen. Wird eine glühende Kugel in die kreisförmige Oeffnung eines Schirms gestellt, so sendet nur ein Kugelsegment, dessen ebene Begrenzung der Fläche der Oeffnung gleich ist, Wärmestrahlen der Thermosäule zu; Versuche lehren, daß die Erwärmung, die sie hier erzeugen, genau dieselbe ist, wie wenn nur eine Scheibe von der Größe der Oeffnung, von der materiellen Beschaffenheit und der Temperatur der Kugel aus derselben Entfernung auf die Thermosäule einwirken würde; wenn nun die größere Fläche des Kugelsegments die nämliche Wirkung erzeugt, wie die gleich warme kleinere Scheibe, so kann der Grund nur darin liegen, daß von dem Kugelsegmente der Thermosäule Wärmestrahlen zukommen, die mit der Oberfläche verschiedene schiefe Winkel einschließen, während die von der Scheibe kommenden mit ihr rechte Winkel bilden, woraus folgt, daß die letzteren am intensivsten sind, erstere aber desto schwächer wirken, je schiefer sie aus dem Körper heraustreten.

4. Fallen die Wärmestrahlen auf die Oberfläche eines Körpers, so wird ein Theil derselben zurückgeworfen, ein Theil geht durch den Körper durch, er wird, wie man sagt, durchstrahlt, und ein dritter Theil wird absorbirt, d. h. in innere Wärme umgewandelt, welche die Temperatur des Körpers erhöht und sein Volumen ausdehnt. Die zurückgeworfenen Wärmestrahlen werden wie das Licht theils nach allen Richtungen zerstreut, theils regelmäßig reflectirt; daher unterscheidet man diffuse und regelmäßige Zurückwerfung. — Die Umwandlung der inneren Wärme in strahlende heißt Ausstrahlung (Emission) und die Fähigkeit eines Körpers Wärme auszustrahlen, heißt sein Ausstrahlungs- oder Emissionsvermögen.

Alle Körper strahlen beständig Wärme aus; die Menge der ausgestrahlten Wärme nimmt mit der Temperatur zu, hängt aber auch von der Oberfläche des Körpers ab. Zur Vergleichung des Emissionsvermögens verschiedenartiger Oberflächen füllt man einen hohlen Würfel von Eisenblech, dessen eine Seitenwand wohl polirt, die zweite mit Glas bedeckt, die dritte mattgeschliffen und die vierte berußt ist, mit Wasser und erhitzt dieses, nachdem man es auf das Tischchen A des Apparates gestellt hat, durch eine darunter gestellte Weingeistlampe bis zu einer gewissen Temperatur, die man constant zu erhalten sucht. Nun setzt man den conischen Reflector an der Thermosäule auf, und wendet dieser die verschiedenen Seitenwände des Würfels in der angegebenen Ordnung zu; man findet, daß die Ablenkung der Galvanometernadel

bei jeder neuen Seite größer wird, daß somit die polirte Oberfläche die geringste, die berußte hingegen die größte Wärmemenge ausstrahlt. Auf gleiche Art überzeugt man sich, daß eine rauhe Oberfläche ein größeres Ausstrahlungsvermögen hat, als eine glatte; daß Körper in fein vertheiltem Zustande mehr Wärme ausstrahlen als im compacten. Die Verstärkung der Dichte hat bei Metallen eine Verminderung der Ausstrahlung zur Folge.

Melloni fand zwischen 0° und 100° C., indem er das Emissionsvermögen von Kienruß mit 100 bezeichnete, das von Bleiweiß und Wasser 100, Schreibpapier 98, Glas 90, Gummilack 72, Quecksilber 20, blankes Eisen und Zink 15, Zinn, Kupfer, Gold, Silber polirt 12; Silber gewalzt 3.

Diese Verhältnisse ändern sich bei höheren Temperaturen. Das geringe Emissionsvermögen polirter Metalle ist auch von anderen Physikern nachgewiesen worden. Will man den Wärmeverlust durch Strahlung bei einem Körper vermindern, so muß man ihn mit einer polirten metallischen Oberfläche versehen. — Das Ritzen der glatten Oberfläche eines Metalls vermehrt die Ausstrahlung, wenn dabei weniger dichte Theile entblößt werden; geschieht das Ritzen in der Art, daß die geritzten Stellen dichter werden, so wird die Ausstrahlung geringer. — Desprez fand, daß eine dünne Firnißschichte, mit der man die polirte Oberfläche eines Metalls überzogen hat, das Ausstrahlungsvermögen erhöht, eine zweite und dritte noch mehr, aber jede folgende schwächer, bis es gewöhnlich schon nach 4 Schichten ein Maximum erreicht; die Zahl der Schichten bis zum Maximum hängt von der Beschaffenheit des Firnisses ab.

5. Die Körper strahlen nicht nur Wärme aus, sondern sie absorbiren auch die Wärme, welche andere Körper ausstrahlen. So lange die Temperaturen 100° C. nicht übersteigen, ist das Emissionsvermögen eines Körpers seinem Apsorptionsvermögen gleich, wie Dulong's Versuche beweisen und wie es auch aus dem von Prevost aufgestellten Principe des beweglichen Gleichgewichts folgt, nach welchem die Unveränderlichkeit der Temperatur bei einem Körper nur dann möglich ist, wenn der Körper in jeder Secunde dieselbe Wärmemenge ausstrahlt, die er von andern durch Absorption erhält. Um das Absorptionsvermögen der Körper zu messen, setzte Melloni den Reflector an die Thermosäule an, wendete ihn der Wärmequelle zu und stellte vor die Mündung desselben mit Hilfe elfenbeinerner Halter kreisrunde Scheiben von dünnem Kupferblech und von Durchmessern, welche den der Mündung des Reflectors etwas übertrafen; jede Scheibe war auf einer Seite mit Kienruß und auf der andern mit einem Stoffe überzogen, dessen Absorptionsvermögen man bestimmen wollte. Werden nun die geschwärzten Seiten der Thermosäule und die ungleichartigen nach einander der nämlichen Wärmequelle zugewendet und jedesmal die Ablenkung der Galvanometernadel nach erlangter größter Erhitzung der Scheibe beobachtet, so geben die Unterschiede dieser Ablenkungen die Ungleichheit der Absorption an; hat man aber die geschwärzte Seite von jeder Scheibe der Wärmequelle zugekehrt, so hängen die Unterschiede von der Verschiedenheit des Emissionsvermögens der verschiedenartigen Oberflächen, die nun der Thermosäule zugekehrt sind, ab. Diese Untersuchungen bestätigen das Gesetz, daß zwei Stoffe, die bei einer gewissen Temperatur das nämliche Emissionsvermögen haben, bei der nämlichen Temperatur ein gleiches Absorptionsvermögen besitzen, wenn die Wärmestrahlen von der nämlichen Wärmequelle kommen und die Temperatur derselben die von 100° nicht übersteigt. Kienruß absorbirt fast alle Wärme-

strahlen, die ihm zukommen, polirte und gehämmerte Metalle werfen den größten Theil derselben zurück. — Bei höheren Temperaturen ändert sich das Emissionsvermögen der Körper, weßhalb ein Körper, der bei niedriger Temperatur weniger Wärme ausstrahlt, dennoch bei höherer früher erkalten kann als ein anderer, der bei niederer Temperatur schneller erkaltete.

Ein Thermometer im Brennpunkte eines gegen den heitern Himmel gewendeten Hohlspiegels sinkt zur Nachtzeit unter die Temperatur der Luft, also strahlt es mehr Wärme aus, als es von der Luft und dem Himmelsgewölbe ersetzt erhält.

6. Die strahlende Wärme kann, wie Davy zeigte, durch eine Eisplatte durchgehen und ein Thermometer über 0° erwärmen. Körper, welche die Wärmestrahlen durchlassen, nennt man nach Melloni diatherman; diejenigen, die keine durchlassen, heißen atherman. Die Eigenschaft der Körper, Wärmestrahlen durchzulassen, heißt Diathermanität oder Transmissionsvermögen. Den Durchgang der strahlenden Wärme nennt man Durchstrahlung. Bei Erforschung der Diathermanität der Körper brachte Melloni eine constante Wärmequelle in eine solche Entfernung von der Thermosäule, daß die Galvanometernadel eine gewisse Ablenkung erfuhr; hierauf setzte er den Körper, der untersucht werden sollte, auf das Tischchen B des Apparates so auf, daß die geradlinig gehenden Wärmestrahlen von ihm aufgefangen wurden und nach der Durchstrahlung die Thermosäule treffen konnten; das Verhältniß der nun beobachteten Ablenkung zu der früheren gab das Verhältniß der durchgelassenen Wärmestrahlen zu den von der Wärmequelle ausgegangenen. Die von einem diathermanen Körper kommenden Wärmestrahlen bestehen also aus zwei Theilen, aus den durchgelassenen und aus den von der Erwärmung des Körpers selbst herrührenden; allein der Durchgang der Strahlen erfolgt augenblicklich und man kann die Beobachtung beendigen, bevor der Einfluß der durch die absorbirten Wärmestrahlen erwärmten Platte merklich wird; auch ist es möglich dadurch, daß man die Strahlen der Wärmequelle durch einen Metallschirm zurückhält, die noch fortdauernde und von der eigenen Erwärmung herrührende Strahlung zu messen und in Rechnung zu bringen. — War der aufgestellte Körper atherman, so erschien die Einwirkung der Wärmequelle auf die Thermosäule vollständig aufgehoben. Melloni untersuchte viele Körper und fand, daß die Diathermanität verschiedener Körper verschieden groß und von der Durchsichtigkeit ganz unabhäng ist. — Die durchgehenden Wärmestrahlen erhöhen nicht die Temperatur des Körpers, der sie durchließ.

War die Wärmequelle eine Lampe und hatte die Platte eine Dicke von 2·6 Millim., so hat von 100 Strahlen

Klares Steinsalz	92,	Grüner Turmalin	27,
Spiegelglas	62,	Gyps, klar	20,
Bergkrystall	62,	Klarer Alaun	12,
Rauchtopas	57,	Blauer Kupfervitriol	0

durchgelassen, nach Abzug des 0.08 Theils, also von 8 Strahlen, die durch Reflexion verschwunden sind. — Die Alaunplatte war durchsichtig und ließ nur wenige Strahlen durch, während der undurchsichtige Rauchtopas 4mal mehr Strahlen durchließ — Atherman selbst in dünnsten Plättchen erwiesen sich die Metalle, Kohle und die größte Zahl der festen organischen Körper.

Der absorbirte Antheil hängt nicht nur von der materiellen Beschaffenheit des Körpers und der Wärmequelle, sondern auch von der Dicke der Platten ab. In der ersten Schichte ist die Absorption am größten; die durch diese Schichte durchgegangenen Strahlen gehen leichter durch die zweite, und mit noch geringer Schwächung durch die dritte durch, so daß es bei jedem Körper eine gewisse Dicke gibt, bei welcher die Absorption ein Maximum erreicht, und eine weitere Vergrößerung dieser Dicke auf die Absorption ohne merklichen Einfluß ist.

Von 1000 Strahlen hat Spiegelglas absorbirt bei 2 Millim. Dicke 304, bei 4·1 Mill. 347, bei 6·2 Mill. 365, bei 8·3 Mill 374.

Eine klare und polirte Steinsalzplatte läßt von 1000 Wärmestrahlen, die sie erhält, 923 durch, die Platte mag dünn oder dick sein; daraus folgt, daß der Verlust von 77 Strahlen nicht von der Absorption, sondern nur von der rechtwinkeligen Reflexion an der vorderen und an der hinteren Fläche beim Uebergange aus einem Mittel in's andere herrührt. Steinsalz scheint also die Wärmestrahlen beinahe ungeschwächt durchzulassen.

Die Metalle sind atherman, lassen aber doch in dünnen Plättchen Wärmestrahlen durch. Nach Magus ist unter den Gasen die atmosph. Luft am meisten, Ammoniakgas am wenigsten diatherman; letzteres Gas hat das größte Absorptionsvermögen; auch die Dämpfe absorbiren viel Wärmestrahlen. Läßt man Sonnenlicht oder irdisches Licht durch Wasser, das zwischen zwei mit Kupferoxyd gefärbten grünen Glasplatten sich befindet, durchgehen, so werden bei hinreichender Dicke der Platten die Wärmestrahlen so sehr absorbirt, daß die von einer Sammellinse vereinigten durchgegangenen Lichtstrahlen keine Wirkung an der Thermosäule erzeugen, obgleich das Licht immer noch intensiv ist.

7. Läßt man die durch verschiedenartige diathermane Körper durchgegangenen Wärmestrahlen auf eine und dieselbe Platte von irgend einer diathermanen Substanz nach einander auffallen, so findet man die Menge der Strahlen, die sie durchläßt, sehr ungleich; so z. B. fand Melloni, daß von 100 Wärmestrahlen, die durch weißes Glas, grünes Glas, grünen Turmalin und gelben Bernstein gegangen sind, von einer Alaunplatte nur 27, 5, 7, 30 durchgelassen wurden. Nur das Steinsalz ließ die Wärme aller diathermanen Körper fast ungeschwächt durch. Man kann diese Erscheinung nur aus der Annahme erklären, daß die ursprüngliche Wärme ein Gemenge von verschiedenartigen Strahlen ist, auf das jede diathermane Substanz den Einfluß äußert, daß einige in größerer, andere nur in geringer Menge oder gar nicht durchzugehen vermögen, so wie die farbigen durchsichtigen Stoffe auf das Tageslicht einwirken, und es nur verändert durchgehen lassen.

8. Melloni untersuchte nun auch das Verhalten der diathermanen Körper gegen verschiedene Wärmequellen; er benutzte die Flamme einer Oellampe, eine glühende Platinspirale, Kupferblech von 400° C. und siedendes Wasser in einem geschwärzten hohlen Würfel von Kupfer. Die Stärke der Strahlung wurde durch Aenderung der Entfernung der Wärmequelle von der Thermosäule auf dasselbe Maß gebracht und gleich 100 angenommen; es ergab sich für Platten von 2·6 Mill. Dicke, daß von 100 Strahlen durchgelassen wurden:

	Oelflamme,	Platin,	Kupfer 400°,	Kupfer 100°,
Bei Steinsalz	92	92	92	92°
„ Flußspath	78	69	42	33
„ Kalkspath	39	28	6	0
„ Bergkrystall	38	28	6	0
„ Spiegelglas	39	24	6	0

	Oelflamme,	Platin,	Kupfer 400°,	Kupfer 100°,
Bei Gyps	14	5	5	0
„ Alaun	9	2	0	0
„ Eis	6	0	0	0

Hieraus ist ersichtlich:

a) daß die Diathermanität der Körper bezüglich der nämlichen Wärmequelle verschieden groß ist,

b) daß Steinsalz Strahlen jeder Wärmequelle in gleichem Maße durchläßt und daher universell diatherman ist; daß dagegen die übrigen Körper gegen die Strahlen verschiedener Wärmequellen sich eben so verhalten, wie durchsichtige Stoffe gegen die verschiedenfarbigen Lichtstrahlen, von denen einige leicht und in großer Menge, andere in geringer oder gar nicht durchgelassen werden; daß demnach in der von einer Wärmequelle ausgestrahlten Wärme verschiedene Wärmearten sich befinden.

c) Man sieht ferner, daß in der Wärme, welche eine Quelle ausstrahlt, desto mehr Strahlen sich vorfinden, die durchgelassen werden, je höher die Temperatur der Quelle ist; insbesondere sind es die von Licht begleiteten Wärmestrahlen, welche die Körper am leichtesten durchzudringen vermögen. Man wußte schon lange, daß die Sonnenstrahlen durch mehrere Glasscheiben fast ungeschwächt gehen, dagegen die von einem Feuer kommenden größtentheils absorbirt werden.

Die Eigenschaft der Körper, gewisse Wärmestrahlen durchzulassen, andere zu absorbiren, nennt man nach Melloni Diathermansie oder Wärmefärbung, auch Thermochrose.

Die Hitze hinter den Glasscheiben der Treibhäuser und Treibbeete kommt daher, weil die Sonnenstrahlen das Glas leicht durchdringen, aber die von erwärmten Körpern ausgehenden dunklen Strahlen vom Glase größtentheils absorbirt werden, das nun durch Wärmeausstrahlung den ganzen Raum erwärmt. Indem Saussüre drei Glasglocken oder Glaskästen über einander stellte, und das Ganze der Einwirkung der Sonne aussetzte, stieg im innersten Raume befindliches Thermometer von 5° auf 87° C. — Weingeist in einem Becherglase entzündet sich nicht, selbst im Brennpunkte des stärksten Brennspiegels.

Um zu entscheiden, ob es die höhere Temperatur der Wärmequelle ist, welche macht, daß das Wärmegemenge mehr Strahlen enthält, die leichter durchgehen, machte Knoblauch Versuche mit mehreren Wärmequellen von hoher, aber verschieden großer Temperatur, und fand, daß nicht die Temperatur, sondern die Beschaffenheit der Wärmequelle die Mannigfaltigkeit der Wärmearten, und daher auch die Menge der durch einen diathermanen Körper leichter durchgehenden Strahlen bestimmt.

Strahlt ein Körper nach seiner Temperatur eine gewisse Wärmefarbe aus, so absorbirt er den gleichartigen Wärmestrahl, der von einem anderen Körper von gleicher Temperatur ihm zugesendet wird.

9. Wärmestrahlen verschiedener Quellen, die auf die Thermosäule dieselbe Einwirkung äußern, werden von einem und demselben Körper in ungleicher Menge absorbirt; dieß hat Melloni bewiesen, indem er auf die früher angegebene Weise das Absorptionsvermögen der Körper für Strahlen verschiedener Wärmequellen untersuchte. Setzt man das Absorptionsvermögen des Kienrußes für jede Wärmequelle gleich 100, so ist das von

	bei glühendem Platin	bei Kupfer von 400°	bei Kupfer von 100°
Kienruß	100	100	100
Bleiweiß	56	89	100
Hausenblase	54	64	91
Tusche	95	87	85
Gummilack	47	70	72
Blanke Metallfläche	13·5	13	13.

Aus diesen Untersuchungen ist zu ersehen, daß Kienruß (Lampenschwarz) die Wärmestrahlen aller Quellen am vollständigsten absorbirt, daß Bleiweiß die von Kupfer bei 100° ausgestrahlte Wärme eben so gut wie Kienruß, aber in geringer Menge die vom glühenden Platin ausgehende absorbirt, während bei Tusch das Gegentheil sich zeigt. Melloni hat ferner bewiesen, daß das Absorptionsvermögen des Kienrußes für alle Wärmearten dasselbe ist, daß er sich daher gegen die Wärmestrahlen gerade so verhält, wie ein schwarzer Körper gegen das Licht.

10. Die regelmäßige Reflexion beweiset man nach Leslie, wenn man zwei parabolische Hohlspiegel einander gegenüber so aufstellt, daß ihre Axen in dieselbe gerade Linie fallen; dann bringt man in den Brennpunkt des einen Spiegels einen heißen Körper und in den Brennpunkt des andern die Kugel eines Differenzialthermometers; die am letztern beobachtete Temperaturerhöhung beweiset, daß die vom ersten Brennpunkte ausgehenden Wärmestrahlen parallel zur Axe gegen den zweiten Spiegel reflectirt und von diesem in seinem Brennpunkte vereinigt werden, was nur dann stattfinden kann, wenn die Wärmestrahlen genau nach denselben Gesetzen reflectirt werden wie die Lichtstrahlen.

Man kann mit einer glühenden Kohle, die im Brennpunkte des einen Hohlspiegels angefacht wird, einen im andern Brennpunkte befindlichen Schwamm anzünden. — Befindet sich Eis in einem Brennpunkte, so sinkt die Temperatur des im andern Brennpunkte aufgestellten Thermometers, weil dieser durch Strahlung mehr Wärme verliert, als ihm das Eis zu ersetzen vermag.

Das Reflexionsgesetz wird auch am Melloni'schen Apparat bewiesen, wenn man zuerst den Schirm aufsetzt, der die von der Wärmequelle in gerader Richtung zur Thermosäule gehenden Strahlen abhält, hierauf seitwärts eine ebene polirte Metallplatte aufstellt und ihr sowohl die Wärmequelle als die Thermosäule dergestalt zuwendet, daß wenn von dem Sitze der Wärme Lichtstrahlen ausgingen und die Metallplatte träfen, sie in Folge der Reflexion der Thermosäule zukommen würden; man wird bei dieser Anordnung in der That eine Ablenkung der Galvanometernadel beobachten, die also beweiset, daß die Wärmestrahlen an der Metallplatte dem offenen Ende der Thermosäule so zugeführt werden wie Lichtstrahlen. Polirte Metalle haben ein großes Reflexionsvermögen, besonders Quecksilber, dann Silber; die diffuse Zurückwerfung ist bei ihnen sehr gering; die Menge der reflectirten Strahlen ändert sich mit dem Einfallswinkel bei Metallen nur wenig, nimmt aber bei glasartigen Substanzen mit der Größe des Einfallswinkels bedeutend zu. Das Reflexionsvermögen der letzteren Substanzen (Glas, Bergkrystall, Topas, Alaun) auch bei Wasser und anderen Flüssigkeiten ist gering und beinahe bei allen gleich. — Wird die spiegelnde Fläche eines Körpers

mattgeschliffen, so werden die auffallenden Wärmestrahlen zerstreut. Die Metalle haben für alle Arten von Wärmestrahlen dasselbe Reflexions- und Zerstreuungsvermögen.

Metallene Hohlspiegel werden bekanntlich als Brennspiegel verwendet, da sie die dem Sonnenlichte beigemengten Wärmestrahlen im Brennraume vereinigen, wodurch daselbst eine Hitze erzeugt wird, in welcher selbst schwerflüssige Körper geschmolzen oder sogar verflüchtigt werden. Allein sehr feine Körper, z. B. Spinnfäden und feine Fäden von Siegellack erleiden im Brennpunkte der Hohlspiegel bei der intensivsten Hitze keine Veränderung, wahrscheinlich deßhalb nicht, weil ihre Oberfläche im Verhältniß zur Masse sehr groß ist und sie daher durch die zuströmende kalte Luft wieder schnell abgekühlt werden.

Knoblauch's Untersuchungen beweisen, daß Wärmestrahlen verschiedener Quellen von der nämlichen Substanz in ungleicher Menge zerstreut werden, ferner, falls ein Gemenge von mehreren Wärmearten auf verschiedene Körper fällt, jeder Körper nur eine gewisse Wärmeart vorzugsweise zerstreut; so wie z. B. farbige Körper vom auffallenden Sonnenlichte nur Strahlen gewisser Brechbarkeit zurückwerfen und andere absorbiren. Die Abweichung der nach allen Seiten zerstreuten Wärme von der auffallenden hängt von der Mannigfaltigket der letzteren und von der materiellen Beschaffenheit des zurückwerfenden Körpers ab. Läßt man z. B. die Wärmestrahlen einer Argand'schen Lampe einmal auf eine weiße, das andere Mal auf eine schwarze Papierfläche auffallen, und leitet die durch diese Flächen zerstreute Wärme durch eine Kalkspathplatte durch, so geht die von der ersten Fläche kommende leichter durch, als die von der zweiten zerstreute.

11. Die Brechung der Wärmestrahlen wird bewiesen, wenn man die Wärmestrahlen einer Oelflamme auf ein Steinsalzprisma leitet, das auf dem Tischchen B so aufgestellt ist, daß Lichtstrahlen die kleinste Ablenkung erleiden, und hierauf die Thermosäule in die Richtung dieser Strahlen stellt; die Ablenkung der Magnetnadel, die sich gleich einstellt, und die sogleich wieder verschwindet, wenn man die von der Wärmequelle kommenden Strahlen durch einen Schirm zurückhält, oder wenn man die Thermosäule etwas seitwärts aus der Richtung der austretenden Strahlen bringt, beweiset, daß es nicht die dem Steinsalz eigenthümlichen, sondern nur die durchgehenden, aber beim Durchgange von ihrer geradlinigen Richtung abgelenkten, d. i. gebrochenen Wärmestrahlen sind, welche die Einwirkung auf die Thermosäule erzeugen, ferner daß die Brechung nach demselben Gesetz erfolgt, nach welchem Lichtstrahlen gebrochen werden. — Dieselben Erscheinungen bieten sich dar, wenn man die Wärmestrahlen anderer Wärmequellen, selbst solcher, die nur Wärme- und keine Lichtstrahlen aussenden, auf das Steinsalzprisma fallen läßt. Die Brechbarkeit verschiedener Wärmestrahlen ist ungleich groß; mit der Erhöhung der Temperatur einer Wärmequelle nimmt die Menge der mehr brechbaren Strahlen zu. Da die meisten diathermanen Körper die Wärmestrahlen der Wärmequellen von niederer Temperatur vorzugsweise absorbiren, so können wir auch sagen, daß sie die weniger brechbaren absorbiren, die von größerer Brechbarkeit aber durchlassen; daher besitzen die Wärmestrahlen, die durch mehrere Körper durchgegangen sind, eine große Brechbarkeit. — Schwarzes Glas und schwarzer Glimmer lassen nur Wärmestrahlen von mittlerer Brechbarkeit, dagegen berußtes Steinsalz nur die am wenigsten brechbaren durch.

Die Brechbarkeit der Wärmestrahlen macht es möglich, die biconveren Linsen als Brenngläser zu verwenden. Erzeugt man durch ein Steinsalzprisma ein Farbenspectrum, und untersucht in ihm die Vertheilung der Wärme mit einem sehr empfindlichen Thermometer, so findet man, daß die Temperatur vom Violett bis zum Roth ja noch weiter in dem dunklen Raume bis zu einem Abstande wächst, der beinahe so groß ist als der Abstand des Gelb von Roth. Hieraus folgt, daß die von der Sonne kommenden Wärmestrahlen verschiedene Brechbarkeit besitzen, und daß die meisten derselben viel weniger brechbar sind als das rothe Licht. Weil Wärmestrahlen von verschiedener Brechbarkeit in ungleicher Menge von diathermanen Körpern absorbirt werden, die weniger brechbaren stets in größerer Menge als die mehr brechbaren, so muß die Lage der wärmsten Stelle im Sonnenspectrum sich mit der materiellen Beschaffenheit des Prisma und auch mit der Dicke derjenigen Schichte ändern, durch welche das Sonnenlicht geht; so z. B. ist die wärmste Stelle beim Crownglasprisma im Roth, bei einem mit Schwefelsäure gefüllten Prisma im Orange.

12. Das Verfahren, dessen man sich bedient, um die **Polarisation der irdischen Wärmestrahlen** nachzuweisen, besteht darin, daß man sich zuerst parallele Wärmestrahlen auf die Weise verschafft, daß man den Vereinigungspunkt der von einer glühenden Platinspirale kommenden und auf eine Steinsalzlinse auffallenden Wärmestrahlen durch die Wirkung auf eine Thermosäule aufsucht, und in einem der Brennweite der Linse gleichem Abstande eine zweite Steinsalzlinse von der nämlichen Brennweite aufstellt; aus dieser letzteren Linse treten die Wärmestrahlen in parallelen Richtungen heraus, und man läßt sie nun auf eine aus 30 bis 120 dünnen Glimmerplättchen bestehende Säule auffallen. Die optischen Axen dieser Plättchen müssen genau parallel zu einander liegen; man braucht nur eine dicke Glimmerplatte über Kohlenfeuer zu erwärmen, so spaltet sie sich in eine Menge von dünnen Plättchen, die man übereinander in der nämlichen Richtung legt, welche sie vor der Spaltung hatten. Der Versuch lehrt, daß von senkrecht auffallenden Wärmestrahlen fast keiner durch die aus 120 Plättchen bestehende Glimmersäule durchgeht; läßt man sie aber schief auffallen, so nimmt die Menge der durchgehenden mit der Größe des Einfallswinkels zu und erreicht das Maximum, wenn dieser Winkel 33°.5 groß wird. Hieraus ergibt sich, daß die unter 33°.5 auffallenden Wärmestrahlen in den ersten Plättchen durch Brechung die Eigenschaft erlangen, die folgenden ohne Verlust durchzudringen, und daß sie somit durch Brechung polarisirt worden sind.

Knoblauch hat auf einem andern Wege sowohl die Polarisation durch Reflexion, als durch einfache Brechung bewiesen. Prevostaye und Desains haben gezeigt, daß die Wärme auch bezüglich der Polarisation in allen Beziehungen sich so verhält, wie das Licht.

Die doppelte Brechung der mit dem Sonnenlichte verbundenen Wärmestrahlen hat Knoblauch auf die Art nachgewiesen, daß er mittelst eines Heliostats directes Sonnenlicht durch eine verticale enge Spalte in ein verfinstertes Zimmer leitete, dieses durch eine zweite solche Spalte durchgehen und auf ein Kalkspathprisma auffallen ließ; hinter diesem Prisma wurde in die Richtung der austretenden Strahlen eine Thermosäule, deren Löthstellen eine schmale zugeschärfte und verticalstehende Kante bildeten, aufgestellt, und in horizontaler Richtung langsam bewegt. Knoblauch fand zwei vollkommen von einander getrennte Wärmewirkungen; eine erzeugt durch Wärmestrahlen, die auf die

gewöhnliche Art, die andere durch solche, die auf die ungewöhnliche Art gebrochen werden, wie dieß bei Lichtstrahlen beobachtet wird.

Die in der Richtung der optischen Axe durch das Prisma gehenden Wärmestrahlen erleiden keine doppelte Brechung. Ein Nicol'sches Prisma kann man eben so gut zur Polarisation der Sonnenwärme gebrauchen, wie zur Polarisation des Lichtes; fängt man die Wärmestrahlen nach ihrem Austritte aus einem Nicol's-Prisma mit einem zweiten nahe an dem ersten befindlichen Nicol's-Prisma auf, so gehen sie durch diesen zweiten nicht durch, wenn die Hauptschnitte nicht zu einander parallel sind.

Leitet man die in einer Glimmersäule durch Brechung polarisirten Wärmestrahlen auf eine zweite ganz gleiche Glimmersäule, so gehen sie durch die letztere durch, wenn die Einfallsebenen auf beiden Glimmersäulen zu einander parallel sind; dreht man die zweite Säule so daß die Einfallsebenen einen Winkel einschließen, so nimmt die Menge der durchgelassenen Strahlen ab, und ist am kleinsten, wenn dieser Winkel ein rechter ist. — Stellt man zwischen beide Glimmersäulen, wenn die Einfallsebenen zu einander parallel sind, ein dünnes Gypsplättchen so auf, daß es von den Wärmestrahlen senkrecht getroffen wird, so ändert sich die Intensität dieser Wärmestrahlen nach ihrem Austritte aus der zweiten Säule nicht, sobald der Hauptschnitt des Plättchens zur Einfallsebene, in welcher die Strahlen die Säulen treffen, parallel ist, oder auf ihr senkrecht steht; in jeder anderen Lage des Hauptschnittes tritt eine Aenderung in der Wärmewirkung der Strahlen ein; damit wird bewiesen, daß die Wärmestrahlen im Plättchen durch Doppelbrechung polarisirt werden.

Melloni hat gemeinschaftlich mit Biot durch Versuche bewiesen, daß es auch eine circuläre Polarisation nach rechts und links für die durch Quarz durchgehenden Wärmestrahlen gibt, wie für das Licht. Prevestaye und Desains zeigten, daß Terpentinöl und Zuckerlösung die Wärmestrahlen circulär polarisiren.

13. Die Beugung der Wärmestrahlen bezeugt die Thatsache, daß die durch eine enge Spalte geleiteten Strahlen sich hinter der Spalte mehr ausbreiten, als es geschehen würde, wenn sie an den Kanten keine Ablenkung von ihrer geradlinigen Richtung erlitten hätten. Bei dieser Untersuchung wendet man nach Knoblauch die zur Nachweisung der doppelten Brechung construirte Thermosäule an. Knoblauch fand, daß die Ausbreitung der Wärmestrahlen hinter der Spalte desto stärker erscheint, je weiter von der Spalte die Messung vorgenommen wird, je enger die Spalte und je größer ihr Abstand von der Wärmequelle ist.

14. Knoblauch, Fizeau und Foucault, neuestens auch Seebeck, haben die Interferenz der Wärmestrahlen nachgewiesen; die Interferenzstreifen fallen mit denen des Lichtes zusammen.

Seebeck leitete Sonnenlicht durch eine 1.25 Zoll breite Spalte in ein verfinstertes Zimmer, und ließ es auf ein 10 Fuß weit stehendes Fernrohr, vor dessen Objectiv ein feines Gitter angebracht war, auffallen; die aus dem Ocular ausgetretenen Strahlen zeigten auf einer Tafel das bekannte Beugungs- oder Interferenzphänomen; nun wurde die schwarze Kugel eines Leslie'schen Thermometers zuerst in das weiße Feld in der Mitte, dann in die angrenzenden dunklen Räume, und endlich in die ersten Spectra gebracht. In diesen drei Lagen erhielt Seebeck im Mittel die Werthe 2.05, 0.34, 1.1; in einem andern Falle bei 1.5 Zoll breiter Spalte, 15 Fuß Abstand mit einem empfindlicheren Thermometer, die Mittelwerthe 7.8, 0.9, 0.3, was offenbar die Interferenz beweist.

§. 210. Beziehung der Wärme zu der Arbeitsgröße, durch die sie erzeugt wird. Bekanntlich wird durch Reibung Wärme entwickelt;

Rumford versetzte einen Bohrer, der am Boden einer vertical aufgestellten und mit Wasser gefüllten Kanone von Erz unter einem starken Drucke stand, in eine sehr schnelle drehende Bewegung, wobei etwas Erz abgerieben, aber auch in zwei Stunden so viel Wärme entwickelt wurde, daß 26 Pf. Wasser von 0 bis auf 100° C. erwärmt werden konnten. Diese Erfahrung führte Rumford zu dem Schlusse, daß die Wärme keine Substanz sein könne, weil es nicht möglich ist, durch eine bewegende Kraft eine Substanz zu schaffen. Humphry Davy zeigte, daß zwei Eisstücke, die im luftleeren Raume bei einer Temperatur unter 0° gegen einander gerieben werden, zum Schmelzen kommen; er folgerte hieraus, daß die Wärme durch Bewegung, eigentlich durch den dabei verbrauchten Kraftaufwand entwickelt werde, und daher ein mechanischer Effect sei.

Beaumont und Mayer zeigten 1855 (bei der Pariser Ausstellung) eine Maschine, die aus einem cylindrischen mit Wasser gefüllten Dampfkessel bestand, in welchem ein hohler abgestumpfter Kegel von Kupfer befestigt war; in der Höhlung dieses Kegels befand sich ein hölzerner Kegel, welchen man mit einem Hanfseil, das mit Oel befeuchtet war, umwickelte und in eine drehende Bewegung brachte, wobei in einer Minute 400 Umdrehungen geschahen; durch die Reibung, die dabei vorkam, wurde so viel Wärme entwickelt, daß sich aus dem Wasser im Kessel Dampf von $2\frac{1}{2}$ Atmosphäre Spannkraft gebildet hat. Zur Drehung des Kegels war eine Pferdekraft erforderlich. — In Fabriken, wo viel Wasserkraft zu Gebote steht, erzeugt man die zur Heizung der Localitäten nöthige Wärme durch Reibung, indem man zwei große Eisenscheiben dicht an einander legt und davon die eine in sehr schnelle Drehung versetzt, während die andere feststeht. — Die große Erhitzung an den Zapfen schnell rotirender Turbinenräder ist die Ursache, daß man die Umdrehungsgeschwindigkeit derselben nicht beliebig steigern kann.

Man kann also durch Reibung jede beliebige Wärmemenge entwickeln, und doch kann in den Körpern, die man aneinander reibt, unmöglich eine unendliche Menge einer Substanz, sie mag noch so fein sein, enthalten sein; daher schließt man, daß die Kraft, welche bei der Reibung verwendet wird, und die unmöglich in Nichts übergehen kann, in Wärme umgesetzt wird. Man glaubt zu diesem Schlusse um so mehr berechtigt zu sein, da für die entstandene Wärme keine andere Ursache sich auffinden läßt.

Aber auch umgekehrt, durch Verbrauch von Wärme können Massen in Bewegung gesetzt, also eine gewisse Arbeit ausgeführt werden. So z. B. bewirkt bei Dampfmaschinen die Wärme der brennenden Kohlen eine Umwandlung des Wassers in Dampf, dessen Spannkraft den Kolben des Dampfcylinders in Bewegung bringt, durch die eine gewisse Arbeit vollbracht wird.

Um zu finden, ob zwischen der Wärme und der Bewegung, d. i. der dabei verbrauchten Arbeitsgröße wirklich ein Abhängigkeitsverhältniß bestehe, war es nothwendig, diese Arbeitsgröße beliebig zu ändern, und zu sehen, ob die in jedem besonderen Falle entwickelte Wärmemenge auch eine entsprechende Aenderung erfahre. Es war J. R. Mayer zu Heilbron, der (1842) dieses Abhängigkeitsverhältniß zuerst erkannte, und zu ermitteln suchte; aber erst Joule hat es (1848) durch sorgfältige, mit rühmlichster Umsicht ausgeführte Versuche genau bestimmt. Man nimmt als Wärmeeinheit die Wärmemenge an, welche ein Kilogramm Wasser um 1° C. erwärmt; dann ist m t die Wärmemenge, welche m Kilogramme um t° C. erwärmt. Die Untersuchungen ergaben,

daß die durch Reibung entwickelte Anzahl von Wärmeeinheiten stets direct proportional der dabei verwendeten Arbeitsgröße ist, und daß man zur Entwicklung einer Wärmeeinheit einen Kraftaufwand nöthig hat, durch den 423.55 Kilogramme 1 Meter hoch gehoben werden, mithin eine Arbeitsgröße von 423.55 Kilogramm-Meter. Diese zur Entwicklung einer Wärmeeinheit nöthige Arbeitsgröße heißt man das mechanische Aequivalent der Wärme oder auch das Arbeitsäquivalent der Wärmeeinheit. Die Beziehung der Arbeit zur Wärme heißt die mechanische Theorie der Wärme.

Joule setzte in ein cylindrisches mit einer Flüssigkeit gefülltes Gefäß eine verticale mit Flügeln versehene Axe ein; um den oberen Theil der Axe war eine Schnur vielmal gewunden, und dann über eine sehr leicht bewegliche Rolle gezogen; ein Gewicht, das man am Ende dieser Schnur befestigte, brachte die Axe in eine rasche Drehung, wobei zwischen den Flügeln und der Flüssigkeit, so wie auch unter den Flüssigkeitstheilchen selbst bedeutende Reibungen stattfanden und daher Wärme entwickelt wurde. Aus dem herabsinkenden Gewichte (der bewegenden Kraft) und der Fallhöhe ergab sich die Arbeitsgröße, die zur Ueberwindung der Reibung verwendet wurde; das Gewicht der Flüssigkeit mit der Temperaturerhöhung multiplicirt gibt die entwickelte Wärmemenge an, und es ist dann leicht, die auf eine Wärmeeinheit entfallende Arbeitsgröße zu finden. Bei diesen Berechnungen mußte die Wärmemenge berücksichtigt werden, welche das Flügelrad, das Gefäß und die äußere Umgebung entzogen haben. Die Versuche wurden mit mehreren Flüssigkeiten wiederholt vorgenommen.

Joule fand ferner, daß der nämlichen Arbeitsgröße, mochte diese zur Compression der Gase oder zur Erregung eines elektrischen Stroms mittelst einer magnetoelektrischen Maschine verwendet worden sein, immer ein gleiches Wärmequantum entspricht. Im letzten Falle erregt die bewegende Kraft P einen elektrischen Strom, dieser macht einen Draht glühend, der soviel Wasser erwärmt, daß durch die ihm mitgetheilte Wärmemenge wieder die Kraft P erzeugt werden kann. Eine Ursache ändert also ihre Qualität, nimmt eine andere Daseinsform an, aber in Beziehung auf Quantität kommt ihr die Eigenschaft der Unzerstörbarkeit zu. Wir werden bald beweisen, daß durch Verwendung einer Wärmeeinheit wirklich eine Arbeitsgröße hervorgebracht wird, welche gleich ist derjenigen, deren man zur Entwicklung einer Wärmeeinheit bedarf. Die Arbeitsgröße, welche der Masse m die Geschwindigkeit v ertheilt, ist nach pag. 226 $= \frac{m v^2}{2}$, d. i. gleich der halben lebendigen Kraft der bewegten Masse m; das Wort lebendig soll die Kraft der Bewegung unterscheiden von der Thätigkeit einer Kraft auf einen Körper, durch welche keine Veränderung bewirkt wird; so bewirkt die Schwerkraft eines auf einer Unterlage ruhenden Körpers einen fortdauernden Druck, aber keine Veränderung in der Lage des Körpers.

Wir können daher sagen, die freie Wärme ist die lebendige Kraft einer gewissen Art von Bewegung, geeignet, mechanische Effecte hervorzubringen, wobei sie als Wärme verschwindet; und umgekehrt, das Verschwinden der lebendigen Kraft, wie z. B. bei der Reibung, beim Stoße unelastischer Körper, bei der Compression der Körper ist nur eine Umwandlung derselben in freie Wärme. Die Kenntniß des Arbeitsäquivalents der Wärmeeinheit setzt uns in den Stand, den mechanischen Effect zu berechnen, wenn die verwendete freie Wärmemenge gegeben

ist, und wieder das Wärmequantum zu finden, wenn der Verlust an lebendiger Kraft bekannt ist.

In allen Fällen, wo die Wärme eines Körpers bei einem vorgenommenen Processe latent wird, also unserer Wahrnehmung sich entzieht, nimmt sie nur eine andere Daseinsform an und kann durch einen geeigneten Vorgang, durch den der Körper in den ursprünglichen Zustand zurückgeführt wird, wieder als freie Wärme von der ursprünglichen Größe hergestellt werden. Das Latentwerden der Wärme, wenn sie bei festen und tropfbarflüssigen Körpern das Volumen vergrößert oder den Aggregationszustand verändert, kommt daher, weil sie dabei zum Theil gegen einen äußern Druck wirkt, aber insbesondere innere Arbeit verrichtet, indem sie gegen die Cohäsionskräfte wirkt, welche der Trennung und Verschiebung der Theilchen einen Widerstand entgegensetzen. Person hat durch Versuche bewiesen, daß die Flüssigkeitswärme mit der Cohäsion der Körper im directen Verhältnisse steht. Die Verminderung der Cohäsion ist stets mit Wärmeverbrauch, die Vermehrung der Cohäsion mit Entwicklung von freier Wärme verbunden.

Bei permanenten Gasen üben die Cohäsionskräfte keinen merklichen Einfluß aus; führt man einem Gase, dessen Volumen sich nicht ändern kann, Wärme zu, so wird diese nur zur Erhöhung der Temperatur, mithin zur Verstärkung der lebendigen Kraft desselben verwendet; steht aber das Gas unter constantem Druck, und das Volumen ist veränderlich, so wird durch Zuführung von Wärme theils die Temperatur erhöhet, aber gleichzeitig ein Theil der Wärme latent, indem sich das Gas ausdehnt und dabei eine der Stärke des Druckes und der Länge des zurückgelegten Weges proportionale Arbeit verrichtet.

Die bei der Compression eines Gases in Anwendung gebrachte lebendige Kraft geht in Wärme über, und Joule fand durch directe Versuche das Arbeitsäquivalent der Wärmeeinheit = 443·8 Kilog. M., was mit dem früheren nahe übereinstimmt. — Eine Gasmasse erkaltet bei einer plötzlichen Ausdehnung nur dann, wenn sie dabei einen Druck zu überwinden hat, wo ein Theil der Wärme in lebendige Kraft umgewandelt wird, wie z. B. beim Ausströmen einer in einem Behälter verdichteten Luftmasse in die äußere Atmosphäre. Regnault fand, daß in dem Falle, wo zwei Behälter von gleichem Volumen in dem nämlichen Wasserbade stehen, und daher gleiche Temperatur besitzen, der eine aber comprimirte Luft, z. B. von 10 Atmosphären enthält, während der andere luftleer ist, keine Temperaturänderung eintritt, wenn die verdichtete Luft in den luftleeren Raum tritt, und sich hier ausdehnt; daraus folgt, daß bei einem gasförmigen Stoffe dem Auseinanderreißen seiner Massentheilchen kein wahrnehmbarer Widerstand sich entgegenstellt, und daß die specifische Wärme nicht, wie man glaubte, sich ändert, sobald das Volumen sich ändert, daher kann bei der Verdünnung eines Gases, die ohne Kraftverbrauch vor sich geht, keine Wärme latent werden.

Denken wir uns in einem Cylinder, dessen Basis ein Quadratmeter, und dessen Länge ein Meter beträgt, eine Luftmasse von 0^0 eingeschlossen, deren Spannkraft H Centimeter zählt; es sei s das Gewicht dieses Kubikmeters Luft, ausgedrückt in Kilogrammen, c sei die specifische Wärme bei constantem Volumen, so ist es die Wärmemenge,

welche die gegebene Luftmasse s, falls sie sich nicht ausdehnen kann, um 1° C. zu erwärmen vermag; wird diese Wärmemenge cs der Luft zugeführt, so bleibt sie frei und steigert die Temperatur um 1° C., aber auch die Spannkraft oder den Druck gegen ein Quadratcentimeter um αH Centimeter, wo $\alpha = 0.00366$ ist; man kann die Wärmemenge c, die keine Arbeit zu verrichten hat, die freie specifische Wärme nennen. — Nun lasse man diese Luft in einen leeren Raum, dessen Volumen $= 0.00366$ Kubikmeter, also gleich der kubischen Ausdehnung der eingeschlossenen Luft ist, so bleibt die Temperatur $= 1$, und die Spannkraft sinkt wieder auf H herab.

Drückt aber die Luft im Cylinder durch ihre Spannkraft auf einen beweglichen Kolben, auf den der äußere Luftdruck $=$ P einwirkt, und ist C die specifische Wärme der Luft bei constantem Drucke und veränderlichem Volumen, so ist Cs die Wärmemenge, welche die Temperatur der eingeschlossenen Luftmasse um 1° C. erhöht, aber auch bewirkt, daß sich diese Luft ausdehnt und mittelst des Kolbens den Druck P um α Meter zurückdrängt, also die Arbeit von Pα Kilogramm-Meter verrichtet; wo dann die Luftmasse die nämliche Temperatur, Volumen und Spannkraft besitzt, wie die frühere nach ihrer Ausdehnung im leeren Raume, und doch wurde im letzten Falle mehr Wärme verbraucht; daher ist der Unterschied

$$Cs - cs = (C - c)\, s$$

die zur Arbeit Pα verwendete Wärmemenge. Heißt A die auf die Wärmeeinheit entfallende Arbeitsgröße, so ist

$$A = \frac{P\alpha}{(C - c)\, s}.$$

Nehmen wir an, der Barometerstand sei $= 76$ Centimeter, die anfängliche Temperatur $= 0°$, so ist der Luftdruck auf ein Quadratmeter, also $P = 10330$, somit $P\alpha = 37{\cdot}8$, das specifische Gewicht $s = 1{\cdot}293$. Da bekanntlich $C = 0{\cdot}2377$, $c = 0{\cdot}1686$, so ist

$$A = \frac{37{\cdot}8}{0{\cdot}089} = 424 \text{ Kilogramm-Meter,}$$

ein Ergebniß, welches mit dem von Joule gefundenen mechanischen Aequivalent der Wärmeeinheit übereinstimmt. Wenn nun eine Wärmeeinheit im Stande ist, eine Arbeit von 424 Kilogr.-Meter zu leisten, so wird die gewaltige Kraft begreiflich, mit der erhitzte Eisenstangen sich ausdehnen und zusammenziehen.

Man erhält denselben Werth für A, wenn man andere Gase in Anwendung bringt, wo C, c, s andere Werthe erhalten. Ist S das specifische Gewicht, D die Dichte eines Gases, s das specifische Gewicht der atmosphärischen Luft $= 1{\cdot}293$ Kil., so ist $S : s = D : 1$, mithin $S = Ds$ und

$$A = \frac{37{\cdot}8}{(C - c)\, Ds}.$$

Dr. Stefan hat diese Formel in Anwendung gebracht, um daraus zunächst die freie specifische Wärme c der permanenten Gase zu finden; es ist nämlich

$$C - c = \frac{P\alpha}{ADs} \text{ und } c = C - \frac{P\alpha}{ADs}.$$

Man findet c:

für $O = 1{\cdot}558$, für $N = 1{\cdot}730$, für $H = 2{\cdot}4053$.

Multiplicirt man diese Werthe von c mit den Atomgewichten 8, 7, $\frac{1}{2}$, so ergeben sich die Producte: 1·2464, 1·2110, 1·2026, die nur wenig von einander abweichen. Das Mittel aus diesen Zahlen ist 1·2124. Diese Zahl soll man dem Gesetze von Dulong gemäß immer erhalten, so oft man das Atomgewicht eines Grundstoffes mit seiner freien specifischen Wärme multiplicirt; somit erhält man die freie specifische Wärme eines Grundstoffes, wenn man 1·2124 mit seinem Atomgewichte dividirt.

Nehmen wir an, ein cosmischer Körper komme mit der Geschwindigkeit von 4 geogr. Meilen in der Secunde in die Erdatmosphäre, und verwende von seiner lebendigen Kraft zur Ueberwältigung des Widerstandes der Luft so viel, daß er nur noch mit der Geschwindigkeit von 3 Meilen die Atmosphäre verläßt. Nun zählt eine geogr. Meile 7418 Meter; ist m die Masse eines Kilogramms des cosmischen Körpers, so ist

$mc^2 = 880{,}451321$ m die lebendige Kraft beim Eintritte und

$mc'^2 = 495{,}253868$ m die beim Austritte aus der Atmosphäre;

mithin ist der Verbrauch an lebendiger Kraft

$m(c^2 - c'^2) = 385{,}197453$ m, wovon die Hälfte, nämlich 192,598727 m, gleich der zur Ueberwindung des Luftwiderstandes verwendeten Arbeitsgröße Q zu setzen ist.

Nun ist 1 Kilogr. $= mg = m \times 10.3$,

da $g = 10.3$ Meter ist; somit $m = \frac{1}{10.3}$ und

$Q = 18{,}698905$ Kilogr. M.

Dividirt man diese Größe mit 424, so gibt der Quotient 44101 die Anzahl der Wärmeeinheiten, die beim Durchgange eines Kilogramms des cosmischen Körpers durch die Atmosphäre in Folge der Verwendung eines Theils seiner lebendigen Kraft zur Ueberwältigung des Luftwiderstandes entwickelt werden, diese Wärmemenge ist mehr als 6mal größer als die, welche beim Verbrennen eines Kilogramms Kohle entsteht. — Man hatte schon mehrmal die Meinung ausgesprochen, daß Sternschnuppen, Feuerkugeln, Meteorsteine, die bekanntlich mit einer Geschwindigkeit von 4 bis 6 Meilen in 1 Secunde fortschreiten, cosmische Massen sind, die, ehe sie in den Bereich der Erde kommen, eben so wie die Planeten im Weltraume um die Sonne sich bewegen; wenn sie aber in die Erdatmosphäre eintreten, erglühen sie in Folge der durch Luftcompression und Reibung entwickelten Wärme und werden dabei leuchtend; allein ohne Kenntniß des mechanischen Aequivalents der Wärmeeinheit konnte die ausgesprochene Ansicht nicht wissenschaftlich begründet werden.

Der beträchtlichste Theil der großen Wärmemenge, die bei dem Durchgange des cosmischen Körpers entsteht, wird wohl den verdichteten Luftmassen, die das Meteor vor sich hertreibt, verbleiben, aber immer wird noch der Rest hinreichen, um es zum Erglühen zu bringen. Der lichte Streifen, welchen helle Sternschnuppen hinter sich lassen, rührt, meint man, von glühenden losgestoßenen Theilchen ihrer Oberfläche her. — Fallen die Meteormassen auf die Erde, so verlieren sie schon an den dichten Schichten der Atmosphäre großentheils, und an der Erdoberfläche vollständig ihre lebendige Kraft, und die Erhitzung wird weit größer, weßhalb sie häufig mit heftigen Explosionen zerspringen, ja nicht selten in Staub zerfallen. Man hat freilich die frisch gefallenen Stücke heiß, aber nicht glühend gefunden, was nach Helmholtz daher kommen mag, daß während der kurzen Zeit, in der das Meteor durch die Atmosphäre sich bewegte, nur eine dünne Schichte der Oberfläche zum Glühen erhitzt wird, daher das Glühen in kurzer Zeit wieder verschwindet.

Ueber die mechanische Theorie der Wärme sind die Arbeiten von Mayer, Clapeyron, Joule, Holzmann, Helmholtz, Thomson und insbesondere von Clausius von hoher Wichtigkeit.

§. 211. Quellen der Wärme. 1. Heißt M das Gewicht, C die specifische Wärme und T die Temperatur eines Körpers, so ist MCT seine Wärmemenge: wird nun durch irgend einen Vorgang die Wärmecapacität vergrößert, so muß die Temperatur T sinken, und der Umgebung Wärme entzogen werden; nimmt aber C ab, so wird Wärme frei, die Temperatur erhöht, und der Umgebung Wärme mitgetheilt. Demnach entsteht jedesmal Wärme, wenn eine Verminderung in der Wärme-

capacität eintritt. — Wärme wird auch, wie wir bereits wissen, in Freiheit gesetzt, daher mittheilbar der Umgebung, wenn der ausdehnsame Stoff tropfbar, und der tropfbare fest wird.

2. In allen Fällen, wo eine Bewegung, mithin lebendige Kraft verschwindet oder nur vermindert wird, kommt Wärme zum Vorschein. Man kann durch bloßes Hämmern eine Eisenstange glühend machen; beim Comprimiren der Luft, beim Zusammenpressen eines Körpers mittelst Walzen oder eines Metalls beim Drahtziehen nimmt die dabei verwendete Arbeitskraft die Form von freier Wärme an.

Wird eine tropfbare Flüssigkeit von einem Körper absorbirt, so entsteht Wärme; die bloße Benetzung eines Körpers macht ihn, wie Pouillet gezeigt hat, wärmer, insbesondere, wenn der Körper ein organischer ist; bei der Stärke (Amylum), die mit Wasser befeuchtet wird, steigt die Temperatur um 7°.8 R., bei Süßholzwurzel um 8°. — Pneumatisches Feuerzeug.

3. Bei jedem chemischen Processe tritt eine Temperaturänderung schon deßhalb ein, weil dabei Aenderungen im Aggregationszustande und in der Wärmecapacität, ferner auch Ausdehnungen und Zusammenziehungen stattfinden, aber es werden auch durch die Anziehungskräfte, mit welchen die Stoffe gegenseitig auf einander wirken, Bewegungen der Atome, und in Folge deren Vereinigungen und Trennungen derselben hervorgebracht, mithin lebendige Kräfte verbraucht, die dann in Wärme übergehen. Demnach können bei chemischen Processen mehrere Ursachen vorkommen, welche die beobachteten Temperaturänderungen herbeizuführen im Stande sind. Die neueren Untersuchungen lehren, daß die Wärmemenge, die während einer chemischen Verbindung entsteht, bei der Zersetzung dieser Verbindung verschwindet, und umgekehrt, die im ersten Falle verschwindet, im letzteren wieder frei wird; ferner, daß die gesammte Wärmemenge, welche bei der Entstehung einer chemischen Verbindung frei oder latent wird, stets eine constante Größe ist, mag diese Verbindung direct oder durch zwischenliegende Processe entstanden sein.

Bei der Orydation der Metalle wird schon deßhalb Wärme entwickelt, weil dabei Sauerstoff aus dem ausdehnsamen in den festen Zustand übergeht. Mischt man 2 Theile Terpentin mit 3 Theilen rauchender Salpetersäure und 1 Theil concentrirter Schwefelsäure, so entsteht eine Entzündung der Masse, und das Product ist ein fester Körper. Bei Auflösungen der meisten festen Salze im Wasser entsteht Kälte, weil dabei die Cohäsion des festen Körpers überwunden werden muß; darauf beruhen die Frost-Kältemischungen.

4. Für die practischen Zwecke des Lebens ist die Wärmeentwicklung durch den Verbrennungsproceß von besonderer Wichtigkeit. Bekanntlich heißt Verbrennung jede lebhafte, directe chemische Verbindung zweier Stoffe, wobei Licht und Wärme sich entwickelt, man nennt den einen Stoff den Zünd- und den andern den Brennstoff. Bei der Verbrennung des Antimons im Chlorgas ist letzteres der Zündstoff, und Antimon der Brennstoff. Die gewöhnlichen Verbrennungen im practischen Leben sind directe chemische Verbindungen des Sauerstoffes mit einem Brennstoffe, z. B. mit Kohle, Wasserstoff, Schwefel, Phosphor; Holz, Oele, Fette müssen durch Wärme erst eine Zersetzung erleiden, wobei sich Verbindungen bilden, deren Bestandtheile, Kohlenstoff und Wasserstoff, leicht verbrennen.

Die directe lebhafte Verbindung des Sauerstoffes kann nur bei einer bestimmten von der materiellen Beschaffenheit des Brennstoffes

abhängigen Temperatur eintreten; diese Temperatur heißt **Entzündungstemperatur**; diese ist z. B. höher bei der Steinkohle als bei Holz, höher bei fetten Oelen als bei Weingeist. Die Verbrennung eines Brennstoffes kann nur fortdauern:

a) wenn beim Verbrennen eines Theils so viel Wärme entwickelt wird, als erforderlich ist, um die benachbarten Theile auf die Temperatur zu bringen, bei welcher der Sauerstoff mit dem Brennstoffe sich lebhaft verbindet, dann

b) wenn der Sauerstoff den Brennstoff in hinreichend vielen Punkten berührt, und in hinreichender Menge zuströmen kann, was nur möglich wird, wenn

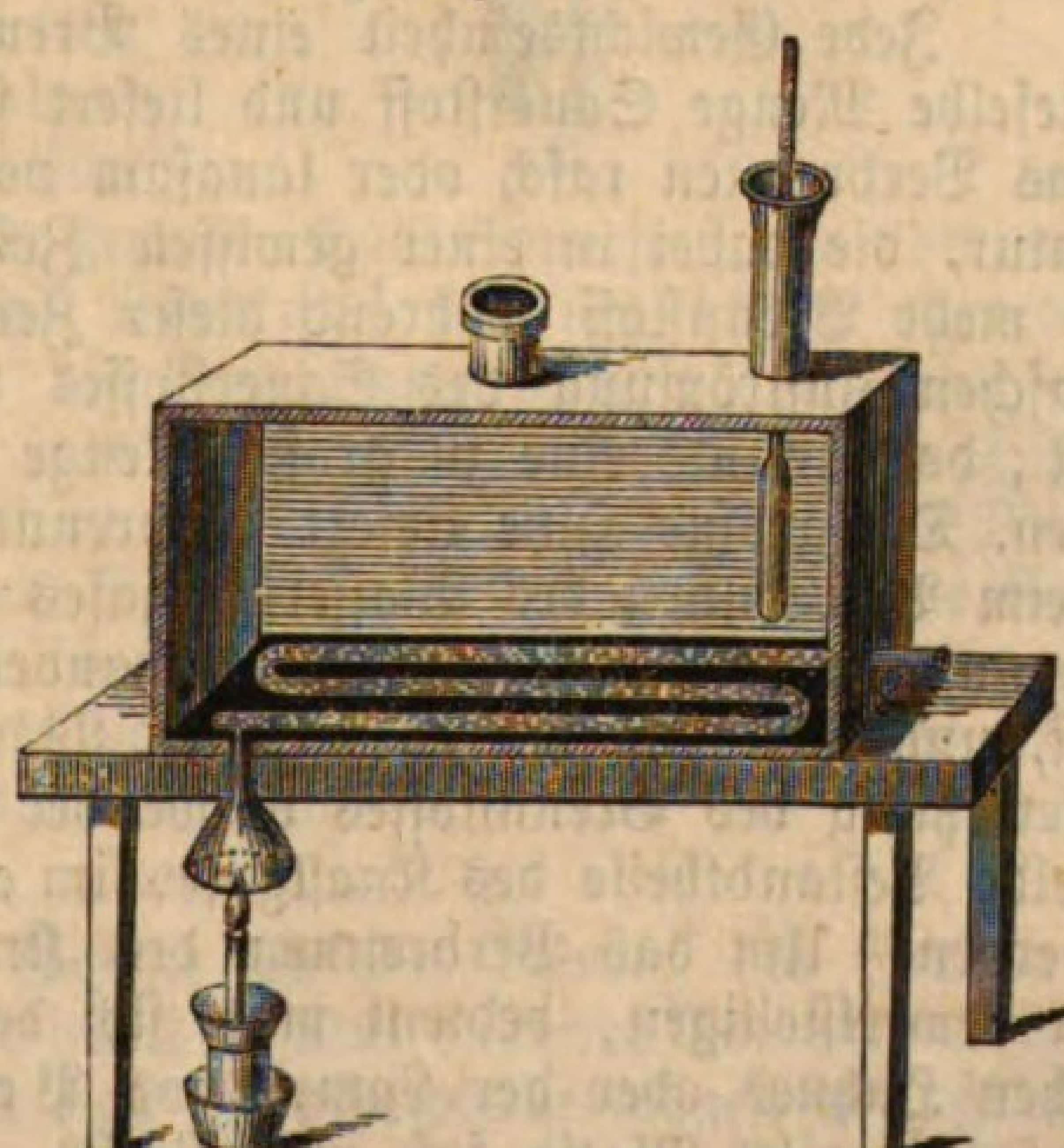
c) die gasförmigen Verbrennungsproducte beständig und hinreichend schnell zu entweichen im Stande sind.

Hieraus ergeben sich die Mittel, das Feuer zu löschen, Abhalten des Sauerstoffes, Verhinderung der Entweichung der beim Verbrennen entstandenen Gase, Abkühlung des brennenden Körpers.

Wichtige Dienste leistet bei Feuersbrünsten **Aldini's** Sicherheitspanzer, der aus feinem Drathnetze besteht, das über eine mit Salzsole getränkte Kleidung von Schafwolle oder über ein Amiantgewebe geworfen wird; das Drahtnetz entzieht der damit in Berührung kommenden Flamme schnell die Wärme, und die Salzsole verhütet die Entzündung der Schafwolle.

Zur Bestimmung der Wärmemenge, die beim Verbrennen der Körper entwickelt wird, bedient man sich des **Calorimeters** von **Rumford** (Fig. 277), der aus einem parallelepipedischen Kasten von dünnem Kupferblech besteht, an dessen Boden ein nach Außen sich erweiternder Trichter angebracht ist; an diesen Trichter ist das eine Ende einer kupfernen Röhre angesetzt, die auf dem Boden des Kastens hin und her gewunden ist, und zuletzt an einer Seitenwand heraustritt. Der Kasten ist mit einer abgewogenen Menge reinen Wassers gefüllt, dessen Temperatur ein Thermometer angibt, welches anstatt einer Kugel ein durch die ganze Höhe des Wassers gehendes Cylindergefäß hat. Um die Wärme, die beim Verbrennen eines Körpers entwickelt wird, zu ermitteln, verbrennt man diesen Körper, nachdem man ihn klein zerstückelt und abgewogen hat, unter dem Trichter, wodurch eine Temperaturerhöhung des Wassers und des Kastens hervorgebracht wird, aus der sich die beim Verbrennen entwickelte Wärmemenge berechnen läßt. Man kann durch dieses Verfahren nur dann genaue Resultate erhalten, wenn das Wasser vor dem Versuche um eben so viele Grade kälter war, um wie viele es nach beendeter Verbrennung wärmer erscheint, als die Umgebung; außerdem muß auf den Wärmeverlust durch die entweichenden Verbrennungsproducte, das Gefäß und Rohr so wie auf

Fig. 277.



denjenigen Rücksicht genommen werden, den das Brennmaterial durch Ausstrahlung erleidet. Man soll den Verbrennungsproceß so leiten, daß die aus dem Schlangenrohr austretenden Gase nur sehr wenig wärmer erscheinen, als die Luft.

Auf solche und ähnliche Art hat man gefunden, daß beim Verbrennen von einem Pfund der folgenden Brennstoffe eine Wärmemenge entwickelt wird, welche die beigesetzte Anzahl Pfunde Wassers von 0 bis 1° C. erwärmen könnte:

Vollkommen trockenes Holz	3600	Torfkohle	6300
Lufttrockenes	2900	Baumöl	9900
Holzkohlen	7000	Rüböl gereinigt	9300
Reine Kohle	7800	Talg	8000
Steinkohlen beste	7000	Wachs	9000
Geringere	6000	Alcohol	7000
Coaks	6600	Aether	8000.
Torf 1500 bis	3000		

Dulong und neuestens Andrews fanden für

Wasserstoff	34.500	Kohlenoxydgas	2500
Sumpfgas	13.300	Leuchtgas	12.200.

Manche nehmen an, daß die beim Verbrennen verschiedener Stoffe entwickelten Wärmemengen der Menge des dabei verbrauchten Sauerstoffes proportional ist; allein man muß nicht unberücksichtigt lassen, daß beinahe die Hälfte des Sauerstoffes der zuströmenden Luft mit dem kohlensauren und Stickgase unbenutzt entweicht; daher braucht man viel davon, um eine vollständige Verbrennung zu Stande zu bringen.

Jede Gewichtseinheit eines Brennstoffes bedarf zum Verbrennen dieselbe Menge Sauerstoff und liefert stets dieselbe Wärmemenge, mag das Verbrennen rasch oder langsam vor sich gehen; allein die Temperatur, die dabei in einer gewissen Zeit erzeugt wird, ist desto höher, je mehr Brennstoff während dieser Zeit verbrennt, was nur bei einer raschen Zuströmung des Sauerstoffes der atmosphärischen Luft möglich ist; doch könnte eine zu große Menge durch Abkühlung nachtheilig werden. Die größte Hitze liefert verbrennendes verdichtetes Knallgas, weil beim Verbrennen des Wasserstoffgases sehr viel Wärme entwickelt wird, wenn nur so viel Sauerstoff vorhanden ist, als zum Verbrennen nöthig ist, und weil von der entwickelten Wärmemenge nicht erst ein Theil zur Zersetzung des Brennstoffes verwendet wird, ferner auch deßhalb, weil beide Bestandtheile des Knallgases im comprimirten Zustande angewendet werden. Um das Verbrennen des Knallgases auf eine gefahrlose Art zu bewerkstelligen, bedient man sich des früher beschriebenen Daniel'schen Hahnes oder der Lampe von Peclet. In der Flamme des Knallgases schmilzt Platin fast wie Wachs. Auch ein Gemenge von Leuchtgas und Sauerstoffgas gibt eine sehr beträchtliche Hitze.

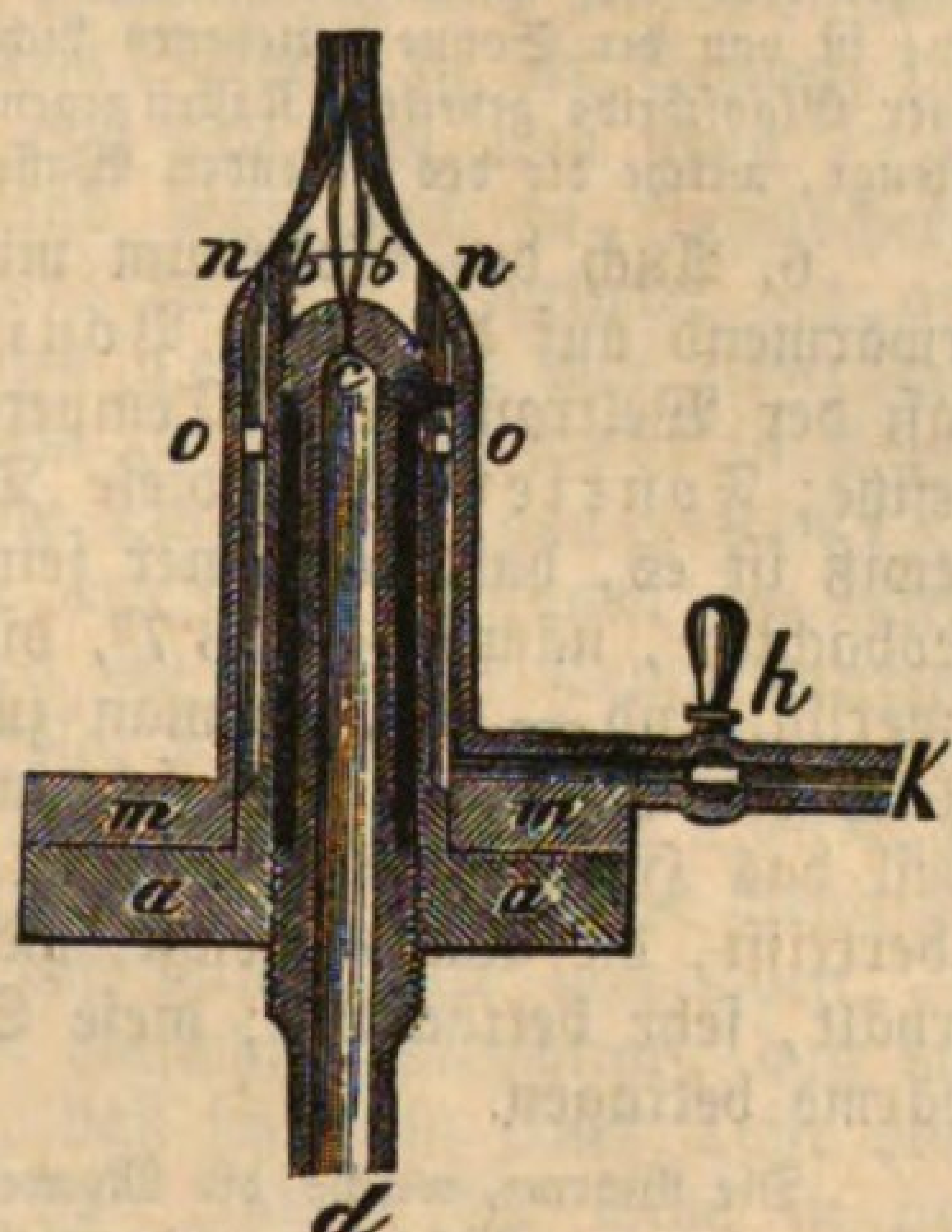
Bei gewöhnlichen Verbrennungsprocessen geht immer ein Theil der entwickelten Wärme für die Zwecke, für die das Verbrennen stattfindet, verloren, indem ein Theil zur Verdampfung des in den Brennstoffen etwa vorhandenen Wassers, ein anderer Theil zur Zersetzung des Brennstoffes und zur Erhitzung der aufsteigenden Verbrennungsproducte und der unbenützten Bestandtheile der zugeströmten atmosphärischen Luft verwendet wird. Ein Theil der Wärme geht auch durch Strahlung an die Umgebung verloren, insbesondere entzieht das Mauerwerk, welches den Brennstoff umgibt, einen nicht geringen Theil der entwickelten Wärme. — In einem Ofen wird von der entwickelten Wärme mehr benützt, als auf dem offenen Herde; aber selbst bei der besten

Ofenheizung werden kaum 50 Procente der erzeugten Wärme benützt. — Holzkohlen und Coaks geben eine starke Hitze, weil bei ihrer Verbrennung wenig gasförmige Produkte entstehen.

Die Leuchtkraft der Flamme wird bekanntlich durch feste Körper, die in der Flamme glühen, sehr gesteigert, wie man es recht auffallend beim Drummond'schen Lichte sieht. Nach Gillard verbreitet eine Wasserstoffgasflamme ein sehr helles Licht, wenn man sie mit einem ihr an Gestalt und Größe gleichen Netze von Platinadraht umgibt, das durch die Hitze bald zum Glühen gebracht wird.

Die Lampe von Peclet hat folgende Einrichtung: in einer messingenen Röhre, die unten in einer Scheibe a a, Fig. 278, sich endet, ist eine engere Röhre c d eingeschraubt, welche oben bei c eine Oeffnung hat, und daselbst auch ringsum dicker ist, als unten, dieß zu dem Zwecke, damit die Oeffnung c immer in der Mitte bleibe; m m ist eine zweite Scheibe von Messing, die mit dem Rohre m m n n wieder nur ein Stück bildet; dieses Rohr ist weiter als das vorige, und wird so aufgesetzt, daß die Oberfläche des einen überall gleich weit von der Oberfläche des andern entfernt steht; kleine Hervorragungen an der Röhre o o b b machen, daß die äußere Röhre immer in der nämlichen Lage erhalten wird. In diesen Zwischenraum tritt durch einen Canal K das brennbare Gas ein und strömt durch die kreisförmige Spalte zwischen n und b heraus. Das Sauerstoffgas oder nur atmosphärische Luft geht durch das Rohr d c, das sich höher oder tiefer schrauben läßt; dadurch wird die Gasflamme lebhaft angefacht; sie zieht sich zusammen und erlangt bald einen sehr hohen Grad von Hitze. — Diese Vorrichtung dient im Kleinen als Löthrohr, im größeren Maßstabe wird sie zum Schmelzen und Glasblasen gebraucht. Wo eine Gasbeleuchtung ist leitet man das Leuchtgas durch ein Kautschukrohr in den Canal K, und treibt die atmosphärische Luft vermittelst eines Blasebalgs in die Röhre d c. Mittelst des Hahnes h wird der Gasstrom regulirt.

Fig. 278.



5. Eine Hauptquelle der Wärme ist die Sonne; der Grad der Erwärmung einer Fläche, bewirkt durch darauf fallende Sonnenstrahlen, wird desto bedeutender, je größer das Absorptionsvermögen der Fläche und der Sinus des Winkels ist, welchen die Strahlen mit der Fläche einschließen, ferner je länger die Dauer der Einwirkung wird. — Schon beim Eintritte der Sonnenstrahlen in die Atmosphäre wird ein Theil derselben reflectirt, und von dem Antheile, welcher wirklich durchgeht, wird wieder ein Theil von der Luft absorbirt, und zwar desto mehr, je länger der Weg ist, den die Strahlen in der Luft zurückgelegt haben, weßhalb, wie Ramond fand, die Hitze im Brennpunkte eines Hohlspiegels auf hohen Bergen größer ist, als in der Tiefe. Forbes behauptet, daß die Sonnenwärme an der Erdoberfläche nur $^4/_5$ von derjenigen beträgt, die in einer Höhe von 6000 Fuß gefunden wird. Aus Pouil-

let's Beobachtungen, die er mit eigens dazu erfundenen Instrumenten anstellte, ergibt sich, daß die Wärmemenge, welche die Erdkugel jährlich von der Sonne erhält, falls sie gleichmäßig auf der Erde vertheilt wäre, eine Eisschichte zu schmelzen vermöchte, welche die Erde in einer Dicke von nahe 95 Fuß umziehen könnte.

Wir wissen, daß die Pflanzen nur unter dem Einflusse des Sonnenlichtes das Vermögen erhalten, unorganische Nahrungsmittel sich zu assimiliren, also deren Atome in Bewegung zu setzen und verbrennliche Substanzen zu bilden, wobei Licht und Wärme der Sonnenstrahlen verschwinden und als Kräfte in den im Organismus erzeugten Produkten niedergelegt erscheinen. Die Wärme, die wir beim Verbrennen des Holzes erhalten, ist Sonnenwärme, das Licht, womit wir unsere Wohnungen beleuchten, ist von der Sonne geliehenes Licht. — Wird ein inwendig geschwärzter und mit einer Glasscheibe gedeckter Kasten gegen die Sonne gerichtet, so wird darin eine Wärme erzeugt, welche die des siedenden Wassers übersteigt.

6. Auch der Weltraum mit seinem unzähligen Sternenheere wirkt erwärmend auf die Erde. Pouillet schließt aus seinen Beobachtungen, daß der Weltraum eine Temperatur von beiläufig 140° C. unter Null besitze; Fourier schätzt diese Temperatur nur auf 60° C. unter Null; gewiß ist es, daß sie kleiner sein muß, als die niedrigste auf der Erde beobachtete, nämlich — 56·7°, die Franklin auf Fort Reliance in Nordamerika, und — 60°, die man zu Jakuzk in Sibirien beobachtet hat. Obgleich der Weltraum eine sehr niedrige Temperatur hat, so ist deßhalb, weil das Himmelsgewölbe über 200000mal die Oberfläche der Sonne übertrifft, die Wärmemenge, welche die Erde von ihm in einem Jahre erhält, sehr beträchtlich; diese Sternenwärme soll $^5/_6$ von der Sonnenwärme betragen.

Die Wärme, welche die Mondesstrahlen an der Erdoberfläche erzeugen, ist sehr gering, aber wie Mädler nachgewiesen hat, doch nicht unbemerkbar. Die Mondesstrahlen werden verhältnißmäßig in der Atmosphäre stärker absorbirt, als die von der glühenden Sonne kommenden, weßhalb ihre Wirkung in den höheren Schichten der Atmosphäre weit stärker sein kann als an der Erdoberfläche. Die öfters eintretende Zerstreuung der höheren Wolken, und die darauffolgende Aufheiterung des Himmels bei aufsteigendem Vollmonde wird der Wärme zugeschrieben, welche durch Absorption der einfallenden Mondesstrahlen in den höheren Luftschichten entsteht.

7. Die Wärme, welche die oberste Erdschichte von der Sonne erhält, pflanzt sich in das Innere der Erde fort, aber nur langsam, weil die Erdmasse schlecht leitet; daher bleibt der Frost noch lange in der Erde, wenn die Oberfläche bereits aufgethaut ist. Die Aenderungen in der Temperatur, die an der Oberfläche stattfinden, erzeugen ähnliche in tiefer liegenden Schichten, aber sie sind desto geringer, je tiefer die Erdschichte liegt, so daß sie in gewissen Tiefen gänzlich verschwinden. Die täglichen Aenderungen erstrecken sich nur auf $1^1/_2$ bis 3 Fuß; die Tiefe, in welcher die jährlichen Aenderungen verschwinden, ist nicht überall dieselbe; sie hängt von der Wärmeleitungsfähigkeit des Bodens und von der Größe des Temperaturunterschiedes der höchsten Wärme im Sommer und der niedrigsten im Winter ab. Am Aequator hören die jährlichen Schwankungen schon in der Tiefe von $1^1/_2$ Fuß auf, dagegen lehren die Beobachtungen von Paris, Straßburg, Zürich, Brüssel, daß dieß daselbst erst in der Tiefe von nahe 24 Meter = 74 Wiener Fuß stattfindet. Die Schichte, wo jede Temperaturänderung verschwindet, heißt die Schichte von unveränderlicher Temperatur. Weil die Wärme nur langsam in das Innere der Erde eindringt, so können

die Zeitpunkte d*r größten und der niedrigsten Temperatur mit jenen an der Erdoberfläche nicht übereinstimmen; sondern die größte Wärme tritt je nach Beschaffenheit der Tiefe und der Leitungsfähigkeit des Bodens viel später ein, im October, November oder December, die größte Kälte im Mai oder Juni ein.

Unter der Schichte von unveränderlicher Temperatur ist der Wärmezustand von der Einwirkung der Sonne und des Weltraumes unabhängig; aber man findet, daß die Temperatur desto höher wird, je tiefer man vordringt. Die Bergleute wußten schon lange, daß in der Tiefe die Veränderungen der Witterung nicht vorkommen, und daß es daselbst stets warm ist. Saussure fand in einem Schachte in der Schweiz die Temperatur von 14·4° C. in der Tiefe von 312 Fuß, und schon 17·4° in der Tiefe von 660 Fuß. Eben so fand man auch in Bohrlöchern eine mit der Tiefe wachsende Temperatur; in dem Bohrloche des artesischen Brunnens zu Grenelle bei Paris in einer Tiefe von 1650 Fuß eine Temperatur von + 27·7° C., in dem zu Neusalzwerk in Westphalen in einer Tiefe von 2050 Fuß die Temperatur von + 32·7° C. Die Beobachtungen in Bohrlöchern der artesischen Brunnen in Wien zeigen bei einer Zunahme der Tiefe von 80 Fuß eine Temperaturzunahme von 1° C.; an andern Orten erfolgt diese Erhöhung erst in der Tiefe von 90 bis 100 Fuß; denn auf diese Wärmezunahme üben Einfluß manche locale Umstände, z. B. Wärmeleitungsfähigkeit der Gebirgsarten, Eindringen des Regenwassers, der kalten Luft von Oben. — Man ist durch diese Thatsachen zu der Annahme berechtigt, daß die Erde eine eigenthümliche Wärme besitze, daß schon in einer Tiefe von wenigen Meilen Glühhitze herrsche und das Innere der Erde in geschmolzenem Zustande sich befinde; die schlechte Wärmeleitungsfähigkeit der oberen festen Erdrinde verhindert die Erkaltung des Erdkerns und macht, daß die eigene Wärme desselben auf der Oberfläche nicht merklich wird. Bekanntlich beweiset die Kugelgestalt, dann die Abplattung der Erde, daß sie einst im geschmolzenen Zustande sich befand. Allmälig erstarrte die Oberfläche, aber noch lange äußerte die innere Erdwärme einen günstigen Einfluß auf den Wärmezustand der Oberfläche, so daß selbst im hohen Norden eine tropische Vegetation bestehen konnte, wie die daselbst vorkommenden versteinerten Palmstämme beweisen. Später wurde die feste Erdrinde so dick, daß der Einfluß der inneren Erdwärme auf die Oberfläche verschwunden ist; seit mehr als 2000 Jahren ist die Temperatur der Erde unverändert geblieben, wie schon früher bewiesen wurde.

Für die eigenthümliche Wärme der Erde spricht auch die von Bischoff beobachtete Thatsache, daß bis zu einer Höhe von 6000 Fuß das Eis unter den Gletschern da, wo es den Boden berührt, abschmilzt; die Temperatur des Bodens bleibt aber beständig bei 0°, weil die aus dem Inneren der Erde kommende Wärme zum Schmelzen des Eises verwendet wird.

Die Quellen, die in der Tiefe von unveränderlicher Temperatur ihren Ursprung nehmen, haben eine Temperatur, welche mit der mittleren Lufttemperatur des Ortes nahe übereinstimmt, und im Laufe eines Jahres sich kaum um 1° oder 2° ändert. Jene Quellen, die ihr Wasser von höher liegenden Schichten erhalten, besitzen eine Temperatur, die höher ist als die mittlere Ortswärme, aber nur um wenige Grade, so

lange die Tiefe, aus der das Wasser kommt, über 20 Fuß zählt. Hieraus erklärt sich, warum in Teichen manche Stellen im Sommer sehr kalt, im Winter aber gar nicht gefroren sind. Die jährlichen Temperaturänderungen der Quellen, die nicht tief ihren Ursprung haben, sind desto beträchtlicher, je geringer diese Tiefe ist. — Da die Quellen ihr Wasser in Gegenden von größerer geographischer Breite hauptsächlich während der heißen, in geringeren Breiten aber während der kalten Jahreszeit erhalten, so ist die Temperatur der ersteren um einige Grade höher, die der letzteren um einige Grade niedriger als die Jahreswärme.

Quellen, denen aus Tiefen unter der Fläche der unveränderlichen Temperatur das Wasser zugeführt wird, sind an dem höheren Wärmegrade erkennbar, welchen sie besitzen, und der unveränderlich bleibt wie wir es bei vielen artesischen Brunnen finden. Die Unveränderlichkeit heißer Mineralquellen (Thermen) ist ein Beweis, daß sie ihre Wärme nicht elektrischen und chemischen Processen verdanken, da diese nicht durch viele Jahre unausgesetzt mit derselben Stärke vor sich gehen könnten. Die Thermalquelle von Carlsbad hat 75° C., von Baden-Baden 67°.5, von Wiesbaden 70°.

Auf Bergen ist die Tiefe der Fläche der unveränderlichen Temperatur tiefer als in den Thälern, weil sie einen größeren Wärmeverlust erleiden; allein unter dieser Fläche nimmt die Erdwärme zu, weßhalb bei hohen und ausgedehnten Bergen nicht selten heiße Quellen an ihrem Fuße entspringen.

Die Erscheinungen der Vulkane lassen sich aus der inneren Erdwärme und der Expansivkraft der Dämpfe genügend erklären; denn sobald Wasser in jene Tiefen dringt, wo Glühhitze herrscht, entstehen Dämpfe von sehr hoher Spannkraft, die, indem sie einen Ausweg suchen, Erdbeben, Emporhebungen von Inseln und ganzer Länderstrecken, so wie alle bei vulkanischen Ausbrüchen beobachteten Erscheinungen zu bewirken vermögen. Die Menge der aus den Kratern aufsteigenden Dämpfe ist ungeheuer groß, so daß dagegen die übrigen Gase, die dem Dampfe beigemischt sind, verschwinden; durch die Spannkraft dieser Dämpfe werden aus dem Schlunde des Kraters größere oder kleinere Gesteinstrümmer herausgeschleudert, die oft bis zu 6000 Fuß hoch emporsteigen. Die Lava verdankt ihren Ursprung den festen Steinmassen, die durch Berührung mit den erhitzten Wasserdämpfen geschmolzen werden. — Durch Erdbeben können neue Gebirgsspalten entstehen, durch die das aus bedeutenden Tiefen aufsteigende Wasser an die Erdoberfläche zu kommen vermag, oder es können sich auch Gebirgsspalten schließen, durch die bisher den Quellen warmes Wasser zugeführt wurde, daher können Erdbeben neue heiße Quellen erzeugen, oder solche schließen.

8. Wärmeentwicklung durch den Lebensproceß. Nach Lavoisier nimmt ein erwachsener Mensch täglich 65 Loth, somit in einem Jahre 742 Pfund Sauerstoff durch die Lunge in sich auf, und doch ist, wenn er mäßig sich bewegt, und hinreichende Nahrung hat, am Ende des Jahres keine Veränderung im Gewichte seines Körpers wahrzunehmen; folglich muß diese eingeathmete Sauerstoffmenge wieder aus dem Körper herausgetreten sein. Dieß geschieht, indem der Sauerstoff sich im Organismus mit dem Kohlenstoffe und Wasserstoffe gewisser leicht oxydirbarer Theile verbindet, und in Form von kohlensaurem Gas

und Wasserdunst den Organismus verläßt. — **Liebig**, dem wir eine genauere Kenntniß der im Organismus entwickelten Wärme verdanken, hat durch sorgfältige, längere Zeit fortgesetzte Untersuchungen die Kohlenstoffmenge bestimmt, die ein erwachsener Mann (ein Soldat) in seinen Speisen zu sich nahm, davon die Menge des mit den Excrementen abgegangenen Kohlenstoffes abgezogen, und auf diese Art gefunden, daß bei mäßiger Bewegung des Mannes täglich 27.8 Loth Kohlenstoff in Form von Kohlensäuregas durch Haut und Lunge austreten, wobei 74 Loth Sauerstoff verwendet werden. Ein Theil des in den Organismus eintretenden Sauerstoffgases verbindet sich daselbst auch mit dem Wasserstoffe, jedoch ist diese Menge geringer als die, welche mit dem Kohlenstoffe in Verbindung tritt. — Die Bildung dieser Verbindungen ist nothwendig; denn im Organismus geht ein beständiger Stoffwechsel vor sich, indem bei jeder Kraftanwendung zu willkürlichen uud unwillkürlichen Bewegungen des thierischen Organismus gewisse dabei thätige Theile oxydirt aber in einiger Zeit aus dem Blute ersetzt werden; neues Blut entsteht aus den Nahrungsmitteln, die eiweißartige, mithin stickstoffhaltige Stoffe enthalten. Bei der Oxydation der zur Arbeit verwendeten Stoffe bilden sich neue Verbindungen, die theils als Kohlensäuregas, theils als Wasserdunst durch Haut und Lunge, theils in anderen Formen auf anderen Wegen aus dem Organismus herauskommen. Bei der Bildung dieser Verbindungen entwickelt sich die Wärme, deren der Organismus bedarf, damit die Lebenskraft ungeschwächt wirksam bleibe.

Die Untersuchungen lehren, daß alle lebenden Wesen, deren Existenz an die Aufsaugung von Sauerstoff gebunden ist, eine Wärmequelle in sich selbst besitzen, die von der Temperatur der Luft, welche sie umgibt, oder des Wassers, in dem sie leben, unabhängig ist, und die bewirkt, daß der Organismus stets bei einem Wärmegrade erhalten wird, der in der Regel etwas höher ist, als der Wärmegrad der Umgebung. Dieß zeigt sich nicht allein bei den Thieren, sondern auch beim keimenden Samen, bei der Blüthe und der reifenden Frucht der Pflanze, da die Pflanze in diesen Perioden ihrer Entwicklung Sauerstoff aufnimmt.

Die zuverlässigsten Beobachtungen beweisen, daß bei allen Thieren, die durch Lungen athmen, deren ganze Blutmasse den Weg durch die Lunge nimmt, aber auch nur bei diesen die ihnen eigenthümliche Wärme (Eigenwärme) von dem Wärmegrade der Umgebung vollständig unabhängig ist und immer bei demselben Grade bleibt. So hat der Mensch in allen Ländern, am Pol wie am Aequator, auf Bergen und in Thälern, im Winter und im Sommer dieselbe, niemals wechselnde Temperatur von 30° R. Ist die Umgebung wärmer, so strömt allerdings dem Organismus Wärme von Außen zu; diese wird aber zur Schweißbildung und zur Verdünstung des erzeugten Schweißes verbraucht, die Temperatur des Körpers bleibt unverändert. Diese Eigenwärme ist für die Wirksamkeit der Lebenskraft unerläßlich, so daß jede Aenderung dieses Wärmegrades einen unbehaglichen oder gar einen Krankheitszustand zur Folge hat.

Die eigenthümliche Wärme beträgt bei einem Kinde 31.2, bei einem Vogel 32 bis 32.8, bei einem vierfüßigen Thiere 30 bis 30.8 R.

Die Eigenwärme eines Fisches oder eines Amphibiums ist um 1½ bis 2° größer als die des Mittels, in dem sie leben. (Ueber Temperaturen der Thiere siehe **Arago's** 8. Bd. pag. 452.)

Diesen unveränderlichen Wärmegrad besitzen nur diejenigen Theile des thierischen Organismus, zu welchen das arterielle Blut, das in der Lunge den eingeathmeten Sauerstoff aufgenommen hat, während der Circulation gelangen kann; daher haben Haare, Federn, Nägel, Klauen, Hörner, die Oberhaut, da sie keine Blutgefäße besitzen, keine Eigenwärme, und ihre Temperatur ist in einer kalten Umgebung 2 bis 3° niedriger, als die der übrigen Theile des Körpers. Hieraus folgt, daß die Wärme nur in denjenigen Theilen entsteht, zu denen der Sauerstoff gelangen kann, wo sich aber auch Stoffe in einem dem Sauerstoffe leicht zugänglichen Zustande vorfinden, wie es die leblos gewordenen, verbrauchten Theile des Organismus, aber auch gewisse andere Stoffe sind, die aus den stickstofffreien, zur Blutbildung nicht geeigneten Kohlenhydraten (Zucker, Stärke, Gummi, Dextrin), dann Fett, Weingeist durch die Thätigkeit der Verdauungsorgane im Organismus gebildet werden.

Die im Organismus vor sich gehende Verbindung des Sauerstoffes mit Kohlen- und Wasserstoff muß nothwendig von einer Wärme-Entwicklung begleitet sein, ja die dabei erzeugte Wärmemenge beträgt genau so viel, als wenn diese Stoffe in der Luft oder im Sauerstoffgase verbrannt worden wären; der einzige Unterschied besteht darin, daß der Vorgang der Verbindung im lebenden Körper langsamer stattfindet, als bei dem gewöhnlichen Verbrennungsprocesse, weil im Thierkörper ein bestimmtes Gewicht von Kohlen- und Wasserstoff erst in einer längeren Zeit mit dem Sauerstoffe in Verbindung treten, und die diesem Gewichte entsprechende Wärmemenge entwickelt werden kann.

Nun ist zu untersuchen, ob durch diese Verbindung des Sauerstoffes mit den beiden Brennstoffen im Organismus eine so bedeutende Wärmemenge entstehen könne, als nöthig ist, um ihn bei seiner Eigenwärme zu erhalten?

Obwohl die Versuche über den Sauerstoffverbrauch und über die dabei erzeugte Wärme nicht einen hohen Grad von Genauigkeit haben können, so sind sie doch für die aufgestellte Frage entscheidend. Beim Verbrennen von 1 Pfund Kohlenstoff wird nach Andrews eine Wärmemenge entwickelt, mit der man 7881 Pfunde Wasser um 1° C zu erwärmen vermag; daher gibt 1 Loth die Wärmemenge von 246·2 Wärmeeinheiten; mit dieser Wärme könnte man die Temperatur von 6·56 Pf. Wasser auf 37·5° C. bringen. Demnach wäre es möglich, mit der Wärme von 27·8 Loth Kohlenstoff, welche im Körper eines Erwachsenen bei mäßiger Bewegung in der Zeit von 24 Stunden in Kohlensäure umgewandelt werden, 182·4 Pfund Wasser von 0° bis auf die Temperatur des menschlichen Körpers von 37·5° C. zu bringen.

Berücksichtigt man, daß ein Erwachsener in 24 Stunden beinahe 3 Pfund Wasser durch Lunge- und Hautausdünstung verliert, und daß zur Verdünstung von 1 Pfund Wasser bei 37·5° C. die Wärmemenge von 583·5 Wärmeeinheiten, mithin bei der von 3 Pfund 1750·5 Wärmeeinheiten verbraucht werden, die im Stande sind, 46·8 Pfund Wasser von 0 bis auf 37·5° C. zu erwärmen, so müssen wir diese Wärmemenge von der durch das Verbrennen des Kohlenstoffes, d. i. von 182·4 abziehen, und erhalten noch immer eine Wärmemenge, die im Stande ist, 135·6 Pfund Wasser von 0 bis 37·5° zu erwärmen; diese Wärmemenge vermag die Temperatur von 171·6 Pfund des menschlichen Körpers von

0^0 bis $37{\cdot}5^0$ C. zu steigern, weil die specifische Wärme des menschlichen Körpers nur 0·79 von der des Wassers beträgt. Beträgt das Gewicht des Menschen nur 120 Pfund, so könnte dieses durch die beim Verbrennen des Kohlenstoffes im menschlichen Körper in 24 Stunden entstandene und nicht zur Dampfbildung verwendete Wärmemenge von 0^0 bis $53{\cdot}6^0$ C. erwärmt werden; demnach entfallen für jede Stunde etwas mehr als 2^0 C., die zur Deckung des Wärmeverlustes dienen, den der Körper von 120 Pfund beständig zu erleiden hat. — Wir haben aber noch zu beachten, daß nicht aller vom Organismus aufgenommene Sauerstoff zur Bildung von Kohlensäure verwendet wird; die Beobachtungen lehren, daß von 10 Volumen Sauerstoff, welche durch das Blut in den Thierkörper gekommen sind, bei Pflanzenfressern nur 9 Volume, bei Fleischfressern nur 6 bis 5 Volume in der Form von Kohlensäure herausgetreten sind; der übrige Theil des Sauerstoffes geht mit dem Wasserstoffe eine Verbindung ein, wobei abermals eine nicht geringe Wärmemenge entwickelt wird, so daß die gesammte durch das langsame Verbrennen des Kohlenstoffes und des Wasserstoffes im menschlichen Körper erzeugte Wärme in der That hinreichend groß ist, um den Körper stets bei der Temperatur von 30^0 zu erhalten, vorausgesetzt, daß man die nöthigen Schutzmittel gegen starken Wärmeverlust nicht außer Acht läßt. Denn der Thierkörper verhält sich gegen seine Umgebung eben so, wie jeder andere warme Körper; ist diese Umgebung kälter, so gibt er einen Theil seiner Wärme ab; er nimmt von ihr Wärme auf, sobald sie eine höhere Temperatur besitzt. Der Wärmeverlust an die kältere Umgebung ist in jeder Zeitsecunde desto bedeutender, je größer die Temperaturdifferenz zwischen ihr und dem organischen Körper ist; daher im Winter beträchtlicher als im Sommer, aber insbesondere groß in den Polarländern, wo den Menschen oft eine Atmosphäre umgibt, deren Wärmegrad 40^0 bis 50^0 niedriger ist, als der seines Körpers; dagegen ist der Wärmeverlust, den ein Südländer, z. B. in Palermo erleidet, sehr gering, da hier der Wärmegrad der Luft beinahe derselbe ist, wie der seines Körpers.

Die Erkaltung erfolgt nicht bei allen Körpern gleich schnell; so geben z. B. fette Leute im Allgemeinen weniger Wärme ab, und frieren daher in geringerem Grade als magere. Ferner hängt auch die Größe des Wärmeverlustes, den ein Körper durch die Umgebung erleidet, von der Größe seiner Oberfläche ab; da nun eine kleinere Masse verhältnißmäßig eine größere Oberfläche hat, als eine größere von gleicher Beschaffenheit, so erkaltet die kleinere rascher als die größere; daher erfrieren zarte Kinder leichter, sobald ihnen die nöthigen Schutzmitteln gegen die Kälte mangeln. Colibri können nur in heißen Klimaten leben. Der Wallfisch ist durch die dicke Speckschichte unter der Haut gegen starken Wärmeverlust geschützt, auch ist seine Oberfläche im Verhältnisse zu seiner Masse sehr klein.

Hat der Thierkörper einen größeren Wärmeverlust erlitten, so bedarf er auch eines größeren Ersatzes an Wärme, der nur möglich ist, wenn eine größere Menge von Sauerstoff aufgenommen und mehr Kohlen- und Wasserstoff verbrannt wird. Letztere Stoffe müssen dem Körper aus den genossenen Nahrungsmitteln ersetzt werden; daher wächst der Bedarf an Nahrungsmitteln mit der Größe des Wärmeverlustes, den der Thierkörper erleidet. Der Thierkörper, sagt Liebig, erscheint in dieser Beziehung wie ein Ofen, und die Speise als Brennmaterial; was immer die Speisen für Veränderungen im Körper erleiden mögen,

die letzte Veränderung, die sie erfahren, ist immer eine Verwandlung des Kohlenstoffes in Kohlensäure und des Wasserstoffes in Wasser; der Stickstoff und der unverbrannte Kohlenstoff der organischen Stoffe werden in dem Urin und in den festen Excrementen abgeschieden. Soll der Wärmegrad eines Ofens unveränderlich bleiben, so muß die Menge des Brennmaterials jederzeit der wechselnden äußeren Temperatur entsprechen; gerade so verhält es sich mit dem Thierkörper, dessen Temperatur, ungeachtet des beständigen, bald größeren bald kleineren Wärmeverlustes an die kältere Umgebung, stets bei demselben Grade erhalten werden muß. Allein damit in derselben Zeit mehr Brennmaterial verbrenne, und so eine größere Wärmemenge erzeugt werde, ist auch eine größere Menge von Sauerstoff nöthig. Die Menge des Sauerstoffes, welche ein Mensch oder ein Thier durch die Lunge aufnimmt, wächst mit der Anzahl und Tiefe der Athemzüge, mit der Größe und dem Umfange der Lungen und auch mit der Schnelligkeit, mit welcher das Blut durch die Lunge strömt, und die nach der Anzahl der Pulsschläge in einer gegebenen Zeit beurtheilt werden kann; so finden wir, daß bei Kindern die Pulsschläge und Athemzüge rascher auf einander folgen als bei Erwachsenen, weßhalb auch der Wärmegrad ihres Blutes höher ist, und sie schon deßhalb häufiger und verhältnißmäßig mehr Nahrung brauchen als Erwachsene. In kalter Luft ist die Anzahl und Tiefe der Athemzüge größer als in warmer, daher wird in kalter Luft mehr Sauerstoff eingeathmet.

Männliche Personen athmen im Allgemeinen mehr Sauerstoff ein, als weibliche vom gleichen Alter, weil die Brusthöhle größer, somit die Athemzüge stärker sind. Auch soll nach Dulk die Fähigkeit der Respirationsorgane, Luft und somit Sauerstoff einzusaugen, am Tage um $^1/_3$ größer sein, als zur Nachtzeit. — Auch bei einem Vogel sind die Respirationswerkzeuge in größerer Thätigkeit als beim Menschen, weßhalb die Eigenwärme des Vogels höher ist, und er beim Mangel an Nahrung schon am dritten Tage stirbt. Eine Schlange athmet äußerst langsam, und verzehrt, unter eine Glasglocke gebracht, in einer Stunde so wenig Sauerstoff, daß das dabei erzeugte kohlensaure Gas kaum bemerkbar wird, daher kann eine Schlange sogar drei Monate ohne Nahrung bestehen.

Bewegung und Arbeit, so wie auch Sprechen und Schreien mehrt die Anzahl der Athemzüge, mithin auch den Sauerstoffverbrauch. Hieraus wird uns die Wärmeentwicklung begreiflich, die bei einer schnellen Bewegung und beim anhaltenden Sprechen zu entstehen pflegt. Wird mehr Wärme entwickelt, als zum Ersatze des erlittenen Wärmeverlustes erforderlich ist, so tritt der Schweiß heraus, durch dessen Verdünstung die überflüssige Wärme abgeführt wird; entblößen wir die schwitzende Hautfläche und begünstigen dadurch die Verdünstung, so verlieren wir bald das Gefühl der Hitze im ganzen Körper.

Nach Bewegung und Arbeit bedarf der Organismus wegen des stärkeren Verbrauchs an Sauerstoff mehr Nahrung als im Zustande der Ruhe. Ein Zugochs braucht daher, wenn er zur Arbeit verwendet wird, mehr Nahrung, als wenn er nicht arbeitet und dazu in einem warmen Stalle ruht.

Der Sauerstoff dringt auch durch die Haut in den Organismus ein, und dieß desto reichlicher, je mehr für die Reinlichkeit der Haut gesorgt wird. Man hat die ganze äußere Körperoberfläche eines Kaninchens mit einem luftdichten Firnisse überzogen, und gefunden, daß seine Temperatur schon in einer Stunde um 12° gesunken ist.

Aus dem Gesagten lassen sich mehrere wichtige Erscheinungen leicht erklären. Bei warmer Bekleidung ist daß Bedürfniß nach einer starken, die Respiration fördernden Bewegung und daher auch das Bedürfniß nach Speise nicht so dringend, als bei

schlechten Schutzmitteln gegen die Kälte. Würden wir nackt herumgehen, wie die Indianer, so müßten wir viel angestrengter arbeiten und mehr Nahrung verbrauchen. Reisende erzählen mit Verwunderung, daß der Samojede, der beim Jagen und Fischen bedeutender Kälte ausgesetzt ist, etwa 10 Pfund Fisch oder Fleisch, dazu ein Dutzend Talglichter und eine Menge Branntwein oder Thran in einem Tage zu sich nimmt, deren reichlicher Kohlen- und Wasserstoff ihm dazu dient, den Ersatz an Wärme mit dem Wärmeverluste bald in's Gleichgewicht zu setzen.

In der gemäßigten und kalten Zone wird der Mensch zur Anstrengung und Arbeit gedrängt, um den starken Wärmeverlust zu ersetzen, aber auch um im Stoffwechsel sich die Mittel zum Widerstande gegen die dichte, sauerstoffreiche Luft, die unseren Körper zu verzehren droht, zu verschaffen. Denn findet der Sauerstoff im Inneren des Organismus keine leblos gewordenen oder solche Stoffe, die aus den stickstofffreien Nahrungsmitteln entstanden und geeignet sind, sich leicht mit ihm zu verbinden, so greift er die Respirationsorgane an, und es entstehen Lungenkrankheiten; sie entstehen bekanntlich häufig in der kalten Jahreszeit, wo die Luft sehr dicht ist. Ein schnelles Laufen bei großer Kälte kann leicht eine Lungenentzündung herbeiführen.

Jede Abkühlung des Körpers nöthigt uns mehr zu essen; so wird durch bloßen Aufenthalt im Freien, selbst ohne vermehrte Bewegung der Appetit gesteigert, weil der Wärmeverlust durch Ausstrahlung der Wärme und durch gesteigerte Verdünstung erhöhet wird; daher hat man auf Reisen in der Regel immer guten Appetit, Stillung des Hungers ist das wirksamste Schutzmittel gegen Kälte. — Da kleine Thierchen viel Wärme im Verhältniß zu der Kleinheit ihrer Masse verlieren, so sind sie auch viel gefräßiger als große. Der häufige Genuß von kaltem Wasser vermehrt den Appetit, weil durch das Wasser, das im Körper bis auf 30° R. erwärmt wird, ein großer Wärmeverlust herbeigeführt wird; um nun den Sauerstoff, der zum Ersatz der verlorenen Wärme nothwendig ist, zu gewinnen, muß man durch anhaltende Bewegung die Respiration steigern. Allein man muß auch starker Verdauungsorgane sich erfreuen, um im Stande zu sein, die größere Menge von Speisen in der gehörigen Zeit in den Zustand zu versetzen, in welchem die Verbindung mit dem Sauerstoffe leicht erfolgen kann. Personen von schwachen Verdauungsorganen dürfen sich den Genuß von großen Quantitäten kalten Wassers nicht erlauben.

Raubthiere der kalten Klimate sind viel gefräßiger als die in warmen Gegenden hausenden. Wäre der Norden die Heimath des Löwen und des Tigers, so würden sie eine weit größere Menge von Thieren verzehren, als in der heißen Zone. Die Raubvögel schützt die Natur durch ein starkes Gefieder gegen großen Wärmeverlust; sie hausen gewöhnlich in Höhen, wo die Luft dünner ist, und sie deßhalb weniger Sauerstoff einathmen; sonst würden sie weit mehr Thiere zu ihrer Erhaltung bedürfen.

Ein Südländer z. B. in Neapel oder in Sicilien, der in einer warmen Atmosphäre lebt, also auch nur warme, und weniger dichte Luft einathmet, braucht in seinen Speisen bei weitem nicht so viel Kohlen- und Wasserstoff, als der Bewohner des Nordens, ja bei einer größeren Menge von kohlenstoffhaltigen Speisen, als die eingeathmete Menge von Sauerstoff in Kohlensäure umzuwandeln vermag, entstehen gefährliche Anhäufungen von Kohlenstoff in der Leber (Kohlenstoffkrankheiten), wie sie auch bei uns gewöhnlich im Sommer bei Mangel an Bewegung, also bei Mangel an Sauerstoff sich zu bilden pflegen. Eine unerforschliche Weisheit hat deßhalb die Einrichtung getroffen, daß die Speisen des Süd- und des Nordländers bei gleichem Gewichte doch einen verschiedenen Gehalt an Kohlenstoff besitzen. In den Früchten, die der Südländer genießt, sind nur 12 Procent Kohlenstoff, während in dem Speck und dem Thran des Nordländers 66 bis 70 Procent Kohlenstoff enthalten sind. Man sieht, daß es den Italienern oder Arabern nicht schwer fallen kann, mäßig zu leben; unter dem Aequator ist es möglich, dem Hunger selbst längere Zeit hindurch Trotz zu bieten, aber in kalten Klimaten reiben Kälte und Hunger den Körper bald auf.

Der Engländer, der in seiner Heimath an reichliche und derbe Kost gewohnt ist, sieht, wenn er in das heiße Klima von Jamaica kommt, mit Bedauern seinen Appetit schwinden.

Aus dem Gesagten wird auch ersichtlich, warum Nordländer, deren Verdauungswerkzeuge zu schwach geworden sind, um jene Menge von Speisen zu genießen, die

das Klima ihrer Heimath erheischt, in südliche Gegenden sich begeben, wo das Bedürfniß nach Nahrung nicht so dringend ist, daher die geringe Menge von Nahrung, die hier der Mensch braucht, auch noch von den geschwächten Verdauungsorganen gehörig verarbeitet werden kann. Ein schwächlicher Mensch kann sich, wie man leicht einsieht, an einem warmen Orte bei wenig Bewegung und leicht verdaulicher, mäßiger Nahrung lange Zeit erhalten.

Es gibt Krankheiten, in welchen sich Stoffe erzeugen, die zur Assimilation nicht verwendbar sind und aus dem Körper herausgeschafft werden müssen; dieß geschieht oft schon dadurch, daß man sich des Genusses von Speisen enthält, weil dann die Bestandtheile dieser Krankheitsprodukte mit dem aufgenommenen Sauerstoffe in Verbindung treten und aus dem Körper entweichen; denn der Sauerstoff, der in den Körper eingedrungen ist, verbindet sich daselbst mit allen Materien, mit denen er in Berührung kommt, wenn sie seiner Thätigkeit keinen Widerstand zu leisten vermögen, was bei allen leblosen organischen Producten bei Gegenwart von Wasser und einem Wärmegrade über Null der Fall ist.

Der Respirationsproceß wird uns vollkommen klar, wenn wir den Zustand eines Menschen oder eines Thieres bei Enthaltung aller Speisen beobachten. Die Athembewegungen bleiben ungeändert, daher werden täglich mehr als 65 Loth Sauerstoff in den Organismus aufgenommen, der ihm eine gewisse Menge von Kohlen- und Wasserstoff entziehet, und dadurch das Gewicht desselben vermindert. Dieß wird zuerst an dem Verschwinden des Fetts wahrnehmbar; denn da das verschwundene Fett in den Excrementen des Verhungernden nicht nachweisbar ist, so ist es gewiß, daß sein Kohlen- und Wasserstoff in Verbindung mit dem Sauerstoffe durch Haut und Lunge ausgetreten ist. — Auf diese Art wird bei den Winterschläfern das Fett, das sich vor der Zeit des Schlafes reichlich ablagert, während des Winterschlafes, wo ein schwacher Lebensproceß fortdauert, ganz aufgezehrt. Das Fett enthält nämlich in 100 Theilen 78.7 Theile Kohlenstoff, 11.8 Wasserstoff und 9.4 Sauerstoff, und ist ganz geeignet, die Einwirkung des in den Organismus eintretenden Sauerstoffes auf sich zu ziehen. Ein Kranker, führt Liebig an, der nicht schlingen konnte, verlor während eines Monats 100 Pfund an seinem Gewichte; ein verschüttetes Schwein blieb 160 Tage ohne Nahrung und verlor 120 Pfund am Gewichte.

Ist das Fett verzehrt worden und dauert die Entziehung der Nahrungsmittel noch länger fort, so werden nach und nach alle festen der Löslichkeit fähigen Theile vom Sauerstoff angegriffen, die Muskeln werden dünn, mürbe, sie verlieren ihre Fähigkeit sich auszudehnen und zusammenzuziehen, weil alle weichen, der Bewegung fähigen Theile des Körpers zu Sauerstoffverbindungen verwendet werden, um die zum Bestehen des Lebens wesentlichen Gebilde, wie die Gehirn- und Nervensubstanz gegen die zerstörende Einwirkung des Sauerstoffes zu schützen. Erhält der Körper noch immer keine Nahrung, so werden auch diese wichtigen Gebilde angegriffen; die Gehirnsubstanz erliegt dieser Einwirkung des Sauerstoffes, es tritt Irrereden, Wahnsinn ein und endlich erfolgt der Tod, das heißt, es hört jeder Widerstand im Organismus auf, alle seine Theile werden durch den Einfluß des Sauerstoffes zerstört. Nichts bleibt bei solchen Personen, welche den Hungertod sterben, übrig, als Haut, Sehnen und Knochen.

Magnetismus.

§. 212. Eigenschaften der Magnete. 1. Gewisse Eisenerze ($FeO + Fe_2O_3$) besitzen die Eigenschaft, Eisen aus der Ferne anzuziehen und das mit ihnen in Berührung gebrachte festzuhalten; man nennt diese Eisenerze Magnete, und die Ursache der angegebenen Eigenschaft Magnetismus oder magnetische Kraft. Man kann die magnetische Eigenschaft durch ein gewisses Streichverfahren auf den gehärteten Stahl übertragen, daher unterscheidet man natürliche und künstliche Magnete; letztere, die man in Form von geraden oder hufeisenförmig gebogenen Stäben anwendet, können von einer Stärke verfertigt werden, welche die der natürlichen weit übertrifft, weßhalb bei Untersuchungen über Magnetismus nur künstliche Magnete gebraucht

werden. — Das Eisen wird von einem Magnete auch dann noch angezogen, wenn zwischen ihm und dem Magnete Körper sich befinden, die nicht selbst magnetisch werden, z. B. Holz, Papier, Glas, Luft; ja die Anziehung bleibt eben so stark, wie in gleicher Entfernung ohne den Zwischenkörper. Da jedoch die Stärke der Anziehung mit der Entfernung des angezogenen Körpers abnimmt, so darf die Dicke des Zwischenkörpers das Eisen nicht in zu große Entfernung vom Magnete setzen. — In der Weißglühhitze verliert das Eisen die Fähigkeit, vom Magnete angezogen zu werden, erhält sie aber wieder, sobald es kalt geworden ist; auch der Magnet verliert in der Weißglühhitze seinen Magnetismus und bleibt nach dem Erkalten unmagnetisch.

2. Es gibt noch andere Körper, die vom Magnete angezogen werden aber selbst nicht fähig sind andere anzuziehen; sie heißen paramagnetisch, wie z. B. Nickel, und im schwächeren Grade auch Kobalt, Chrom, Mangan, Platin, Palladium, Titan, Cerium, Osmium, sie verlieren aber auch diese Eigenschaft bei einer Temperaturerhöhung, die von der des Eisens verschieden ist. Kobalt wird noch bei der Rothglühhitze vom Magnete angezogen. Nickel nicht mehr bei 350° C. Jedoch hat Faraday mit Hilfe sehr starker Elektromagnete sich überzeugt, daß die Körper die Eigenschaft, vom Magnete angezogen zu werden, durch Erhitzung niemals vollständig verlieren.

3. Die Stärke der Anziehung, welche ein Magnet gegen das Eisen äußert, erscheint in der Regel an zwei einander gegenüberliegenden Stellen der Oberfläche am größten; diese Stellen heißen Pole. Geht man von den Polen gegen die Mitte des Stabes, so wird die Anziehung immer schwächer, und verschwindet gänzlich an einer Stelle (Indifferenzstelle) zwischen den Polen.

4. Wird ein Magnetstab dergestalt um seinen Schwerpunkt beweglich eingerichtet, daß er sich sowohl in horizontaler als in verticaler Richtung bewegen kann, so überzeugt man sich, daß in seiner Gleichgewichtslage der eine Pol gegen Norden, der andere gegen Süden gewendet ist, und daß zugleich der erstere Pol unter die durch den Schwerpunkt gehende horizontale Ebene sich herabsenkt, während der andere sich über diese Ebene erhebt; den Winkel, welchen der Magnetstab mit dem Horizonte bildet, heißt man magnetische Inclination. Den gegen Norden gewendete Pol nennt man den Nordpol, den anderen den Südpol; vergleicht man aber genau die Richtung des Magnetstabes mit der Richtung der Mittagslinie, so ergibt sich, daß diese beiden Richtungen einen Winkel einschließen, welchen man die magnetische Declination nennt. Eine Magnetnadel, die entweder an einem Faden hängt, oder auf einer verticalen Spitze schwebt, und dabei nur in einer horizontalen Ebene sich drehen kann, heißt eine Declinationsnadel (Boussole, Compaß). Die verticale Ebene, die durch die beiden Pole der im Gleichgewichte befindlichen Declinationsnadel geht, heißt man den magnetischen Meridian.

5. Hat man an einem Magnetstabe die Lage des Nord- und des Südpols ausgemittelt, und nähert diese Pole nach einander den Polen einer beweglichen Magnetnadel, so findet man, daß die gleichnamigen Pole einander abstoßen, die ungleichnamigen dagegen einander anziehen; wird daher über einen unbeweglichen Magnet ein beweglicher auf-

gestellt, so wird letzterer nur in der Lage zur Ruhe kommen, bei welcher die ungleichnamigen Pole über einander liegen. Aus dem Gesagten ergibt sich auch, daß man in einem Magnete zweierlei magnetische Kräfte zu unterscheiden hat, deren Einwirkungen auf den nämlichen Magnetpol einander entgegengesetzt sind; man nennt die eine den nördlichen, die andere den südlichen Magnetismus.

6. Wird ein kurzes Stäbchen von gehörig ausgeglühtem, daher weichem Eisen mit einem Magnetpole in Berührung gebracht, so wird es magnetisch, daher fähig, ein anderes Eisenstäbchen zu tragen und es magnetisch zu machen, so daß das zweite ein drittes, dieses ein viertes u. s. f. trägt; die an einander hängenden Stäbchen fallen augenblicklich auseinander, sobald das erste Stäbchen vom Magnetpole getrennt wird, weil sie dann sämmtlich aufhören, magnetisch zu sein. Man kann sich auch leicht überzeugen, daß dasjenige Ende des Eisenstäbchens, welches mit dem Nordpole in Berührung sich befindet, den Südpol, das andere den Nordpol hat. Die Umwandlung des Eisenstäbchens in einen Magnet erfolgt schon in einiger Entfernung vom Magnete.

7. Ein weicher Eisenstab wird durch die Einwirkung der Erde magnetisch, am stärksten, wenn man ihm die nämliche Lage gibt, die ein frei schwebender Magnetstab im Gleichgewichtszustande annimmt. Das gegen Norden gekehrte Ende erhält den Nordpol, das andere den Südpol; kehrt man den Stab um, so wechseln auch die Pole ihre Lage, indem das Ende, welches vorhin den Südpol hatte, nun, da es gegen Norden gewendet erscheint, den Nordpol erhält. — Hält man den Eisenstab in der Richtung von Ost nach West, so erscheint er nicht mehr magnetisch. — Auch Stahlnadeln werden durch die Einwirkung der Erde magnetisch, wenn man sie vorher durch Schlagen mit einem Hammer oder dadurch, daß man sie feilt, dreht oder im glühenden Zustande vertical in's Wasser taucht, dafür empfänglich gemacht hat.

Hieraus läßt sich der Magnetismus erklären, den man fast in allen längere Zeit gebrauchten Gegenständen von Eisen und Stahl, in Blitzableitern, Zangen, Schaufeln und Nägeln vorfindet.

8. Wird ein horizontal liegender gleichförmig gehärteter Stahlstab mit einem Pole eines kräftigen Magnets, z. B. mit dem Nordpol von einem Ende zum andern wiederholt, aber jedesmal in der nämlichen Richtung gestrichen, so wird er in einen Magnet mit bleibendem Magnetismus umgewandelt und das Ende, bei welchem man den Magnet abhebt, bekommt den Südpol; dieses Verfahren ist jedoch schwach wirksam und wird nur bei kleineren Stäben angewendet, da bei längeren leicht Folgepunkte, d. i. unregelmäßige Pole entstehen, die zwischen den an den Enden liegenden Polen vorkommen.

Viel wirsamer ist das Verfahren beim Doppelstrich, wobei die Enden des Stahlstabes auf die ungleichnamigen Pole zweier Magnete angelegt und zwei ungleichnamige, durch ein kleines Holzklötzchen getrennte Pole zweier starker Magnete auf die Mitte des Stahlstabes aufgesetzt werden, worauf man beide gleichzeitig auf dem Stabe wiederholt hin und her führt, zuletzt setzt man wieder in der Mitte ab. Es ist nach Aepinus vortheilhaft, die Magnete beim Streichen unter Winkeln von 15 bis 20° geneigt zu halten. Mit jedem Strich wächst die magnetische Kraft des Stahlstabes bis zu einem gewissen Maximum, das von

der Kraft des Streichmagnets, von den Dimensionen und der Härte des Stahlstabes abhängt. Man nennt den Punkt, über welchen die Stärke des Magnetismus sich nicht weiter steigern läßt, den Sättigungspunkt.

Gerade Stahlstäbe werden auch magnetisirt, wenn man zwei davon parallel zu einander legt, die Enden mit Ankern von weichem Eisen verbindet, hierauf die Pole eines hufeisenförmigen Magnets an die an einer Seite liegenden Enden ansetzt und damit die Stäbe von einem Ende zum andern wiederholt in derselben Richtung streicht. — Bei hufeisenförmigen Stahlstäben setzt man die mit einem Anker verbundenen Enden an die Pole eines starken hufeisenförmigen Magnetes, der auf einem Tische so ruht, daß seine Enden über den Tischrand hervorragen; hierauf führt man die Schenkel des zu magnetisirenden Stabes an den Magnetpolen hin, bis die Wölbung über die Pole kommt, und wiederholt das Streichen mehrere Male, aber immer in einerlei Richtung. Es ist vortheilhaft, den Stab an der zweiten Fläche auch zu streichen. Jedes Ende bekommt den nämlichen Pol, an den es anfänglich angelegt wird. — Will man einen Magnetstab durch Streichen mit einem kräftigen Magnete verstärken, so muß man beim Beginne des Streichens die gleichnamigen Pole auf einander legen. — Beim Kreisstriche legt man vier Stahlstäbe so, daß sie ein Rechteck bilden, setzt zwei Magnete mit ihren ungleichnamigen Polen auf einen Stab und führt sie in derselben Richtung mehrmals herum; dieß geschieht auf beiden Seiten der Stäbe. Dove hat den Kreisstrich am wirksamsten gefunden.

Durch Verbindung mehrerer Magnete, die man mit ihren gleichnamigen Polen auf einander legt, verschafft man sich magnetische Batterien oder magnetische Magazine. — Die Pole der Magnete sollen stets mit Ankern von weichem Eisen versehen sein, weil in diesen der entgegengesetzte Magnetismus hervorgerufen wird, der den des Magnetes bindet, und die Wiedervereinigung der in einem Magnete vorhandenen entgegengesetzten Magnetismen verhindert, daher dem Magnete seine Kraft ungeschwächt erhält, so daß selbst mechanische Stöße, Temperaturänderungen ohne Einfluß bleiben.

Der Magnetstab, dessen man sich beim Streichen bedient hat, verliert nichts von seiner Stärke, und das Gewicht des Stahlstabes wird durch Magnetisiren nicht im mindesten geändert.

9. Marochini zeigte zuerst, daß eine Stahlnadel, die der Einwirkung des violetten, blauen oder grünen Lichtes im Sonnenspectrum längere Zeit ausgesetzt wird und dabei in der Richtung des magnetischen Meridians sich befindet, magnetisch wird. Lady Sommerville fand, daß es zum Gelingen des Versuchs nothwendig ist, daß das Licht nur auf die gegen Norden gerichtete Hälfte einwirke und die andere bedeckt bleibe.

10. Zerbricht man einen Magnet in der Mitte, wo die magnetische Kraft gleich Null ist, so zeigen die Bruchflächen entgegengesetzte Polarität; die, an deren Seite der Nordpol ist, erhält den Südpol, die andere den Nordpol, so daß jede Hälfte wieder als ein vollständiger Magnet erscheint. Zerbricht man diese Hälften abermals, so sind die Stücke wieder Magnete; ja man mag das Zerbrechen beliebig weit fortsetzen, so hat jedes noch so kleine Stückchen zwei Pole. Die Nordpole der einzelnen magnetischen Stücke sind sämmtlich der Seite zugewendet,

auf welcher der Nordpol des ungetheilten Magnetes lag; die Südpole dagegen erscheinen nach der entgegengesetzten Seite gekehrt. Demnach ist der Magnet eine Verbindung von unzählig vielen, unmeßbar kleinen Magneten oder magnetischen Elementen, deren gleichnamige Pole sämmtlich einer Seite zugewendet sind. Die Kraft, mit welcher ein Magnet auf einen andern einwirkt, ist die Resultirende der den Elementen zugehörigen Kräfte.

11. Aus der Thatsache, daß ein Magnet nichts von seiner Kraft verliert, man mag damit beliebig viele Stahlstäbe magnetisiren, folgt, daß den Körpern, die durch Streichen mit einem Magnete magnetisch werden, der Magnetismus nicht von Außen zugekommen ist, sondern daß er in ihnen selbst enthalten sein muß; daß also durch die Einwirkung eines Magnets in den einzelnen Elementen, wahrscheinlich in den Molecülen selbst nur die magnetische Polarität d. i., eine Vertheilung der beiden Magnetismen, hervorgerufen wird; diese stellt sich beim weichen Eisen sehr leicht ein, verschwindet aber auch sogleich, wenn der einwirkende Magnet vom Eisen gehörig weit entfernt worden ist. Gehärteter Stahl dagegen nimmt den magnetischen Zustand sehr schwer an; ist er aber einmal magnetisch geworden, so behält er die erhaltene Polarität auch nach der Entfernung des Magnetes, durch den sie erzeugt worden ist. Wir müssen daher annehmen, daß es im Stahl einen gewissen Widerstand gibt, welcher dem Uebergange der Elemente in den polaren Zustand entgegenwirkt, und wenn dieser einmal eingetreten ist, die Rückkehr in den natürlichen, mithin die Wiedervereinigung des nördlichen mit dem südlichen Magnetismus verhindert. Diesen Widerstand bezeichnet man mit dem Worte Coërcitivkraft; sie ist beim weichen Eisen sehr gering, beim Stahl desto stärker, je mehr er gehärtet ist. Alle Umstände, durch welche das weiche Eisen härter wird, z. B. Hämmern, Biegen, Ausziehen verstärken die Coërcitivkraft desselben.

12. Die Kraft, welche die Magnetnadel überall auf der Erde in den magnetischen Meridian zu führen strebt, und sie darin im Gleichgewichte erhält, kann nicht im Magnete selbst liegen, sondern sie ist eine dem Erdkörper eigenthümliche Kraft und wird Erdmagnetismus genannt. Der nördliche Theil der Erde wirkt auf den Nordpol einer Magnetnadel wie ein Südpol, und der südliche wie ein Nordpol; und da die Erde auch einen weichen Eisenstab magnetisch macht, ja selbst seine Pole umkehrt, wenn die Lage desselben in eine entgegengesetzte übergeht; so muß die Erde als ein Magnet betrachtet werden, dessen Magnetismus im Norden entgegengesetzt ist, zu dem des Nordpols einer frei beweglichen Magnetnadel; und der im Süden ist wieder ungleichnamig mit dem des Südpols dieser Nadel; daher pflegt man in Frankreich den gegen Norden gewendeten Pol den Südpol, und den andern den Nordpol zu nennen.

§. 213. Diamagnetismus. Im Jahre 1845 hat der berühmte Naturforscher Faraday den Kreis unserer physikalischen Kenntnisse durch die Entdeckung erweitert, daß ein sehr starker Magnet auf alle Körper wirkt, daß aber diese Wirkung nicht nur rücksichtlich der Stärke, sondern auch rücksichtlich der Richtung verschieden ist. Man bedient sich bei diesen Untersuchungen eines sehr kräftigen Elektromagnets, dessen Schenkel vertical aufwärts stehen, und an dessen Enden starke, parallelepipe-

disch geformte Stücke von weichem Eisen, die an einem Ende konisch zugespitzt sind, so aufgelegt werden, daß die Spitzen einander zugekehrt erscheinen; diese Spitzen bilden die Pole des Magnets, zwischen die der Körper, den man untersuchen will, in Stäbchenform an einem Coconfaden aufgehängt wird. Die Spitzen können einander mehr oder weniger genähert werden; ihre Entfernung von einander muß aber stets etwas größer sein, als die Länge des hängenden Stäbchens; dieses soll, bevor die Kette geschlossen und dadurch der Elektromagnet wirksam gemacht wird, genau in der Mitte zwischen den beiden Spitzen schweben.

Hängt man zuerst ein Eisenstäbchen auf, so stellt es sich, sobald die Kette geschlossen wird, stets in die Richtung, welche die Pole verbindet, und von Faraday die axiale genannt wird; schwebt aber ein Wismuthstäbchen zwischen den beiden Polen, so nimmt es nach einigen Schwingungen eine Lage an, welche auf der Verbindungslinie der beiden Pole senkrecht steht; Faraday nennt diese Stellung die äquatoriale. Die Untersuchungen führten zu der Erkenntniß, daß es Körper gibt, die sich axial und andere, die sich äquatorial zwischen den Polen eines Magnets stellen; erstere nennt Faraday paramagnetische, letztere diamagnetische.

Wendet man nur einen Pol an, oder gibt man dem Körper eine Form, bei welcher keine Dimension vorwaltet, z. B. die Form eines Würfels oder einer Kugel, oder eines regelmäßigen Polyeders, und hängt ihn so auf, daß sein Abstand von einem Pole kleiner ist, als der vom andern, so überzeugt man sich, daß die paramagnetischen Körper von den Polen angezogen, die diamagnetischen aber abgestoßen werden. Wirkt nun jeder Pol auf ein schwebendes Stäbchen mit der nämlichen Stärke abstoßend, so muß es die äquatoriale Lage annehmen.

Die Kraft, mit welcher die Körper in die äquatoriale Lage geführt werden, nimmt mit der Zunahme der Temperatur ab, sie nimmt ferner auch mit der Entfernung ab, und zwar rascher als die, welche die magnetische Wirkung ausübt; daher werden sich Körper, die aus magnetischen und diamagnetischen Bestandtheilen bestehen, nahe an den Polen äquatorial, in größeren Entfernungen axial stellen; dieß fand Plücker bei Stäbchen von Buchsbaumkohle, bei Streifen aus der Rinde von Baumzweigen, genommen in der Richtung ihrer Länge, und auch bei andern organischen Substanzen.

Plücker fand auch, daß die optische Axe eines kleinen Kalkspathkrystalls, welcher mittelst Wachs an einem Coconfaden befestigt wird, und zwischen den Polen eines starken Elektromagnetes schwebt, von beiden Polen abgestoßen wird, und eine äquatoriale Lage annimmt. Enthält aber der Kalkspath etwas isomorphes kohlensaures Eisenoxydul, so stellt sich die optische Axe axial; überhaupt sind alle Krystalle entweder paramagnetisch oder diamagnetisch; bei letzteren wird die größte Elasticitätsaxe am stärksten abgestoßen, und stellt sich äquatorial. Die Kraft, welche die magnetische Wirkung ausübt, nimmt mit der Entfernung rascher ab, als die, welche auf die optischen Axen einwirkt.

Wird eine parallel zur Axe geschliffene Turmalinplatte an einem Coconfaden so aufgehängt, daß die Axe mit der Richtung des Fadens parallel ist, so stellt sie sich, wie Plücker fand, zwischen den Polen eines starken Elektromagnets stets axial, dagegen äquatorial, wenn die optische Axe mit der Richtung des Fadens einen rechten Winkel bildet. — Plücker fand auch, daß der Magnetismus einen Einfluß auf die

Bildung der Krystalle äußert; als er nämlich geschmolzenen Wismuth zwischen den Magnetpolen erkalten ließ, ergab sich, daß die Ebene der vollkommensten Spaltbarkeit die äquatoriale Lage annahm.

Es gibt auch Körper, welche in einem Mittel magnetisch, in einem andern unter gleichen Umständen diamagnetisch erscheinen.

Nebst den schon früher angegebenen Metallen sind auch alle Eisenverbindungen, z. B. grünes Bouteillenglas und Eisensalze magnetisch; diamagnetisch sind insbesondere Wismuth und Phosphor, schwächer schon Antimon, Zink, Zinn, Quecksilber, Blei, Silber, Kupfer, Gold, Arsen, Flintglas, Bergkrystall, Alaun, Zucker.

Eine dünnwandige Röhre von Flintglas zeigt für sich nur einen schwachen Diamagnetismus, und kann daher zur Untersuchung des Verhaltens einer Flüssigkeit gegen einen Magnet verwendet werden, indem man sie mit der Flüssigkeit füllt, und dann zwischen den Polen aufhängt. Die Wirkung kräftiger Magnete auf Flüssigkeiten kann man nach Plücker auch zeigen, wenn man die Flüssigkeit in ein flaches Uhrglas gießt, und dieses unter oder über die Pole des Elektromagnets stellt; an der Gestalt, welche die Flüssigkeit annimmt, läßt sich erkennen, ob die Pole anziehend oder abstoßend wirken.

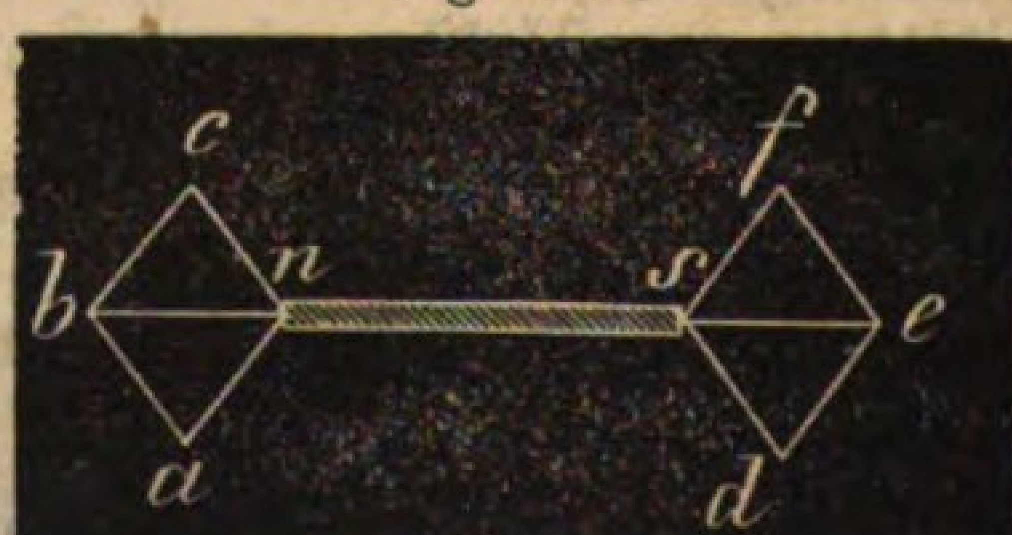
So fand man Wasser, Alcohol, Aether, Schwefelsäure, fette und ätherische Oele, Blut, Milch diamagnetisch. Eisenvitriollösungen von verschiedener Concentration zeigten sich in Luft, Wasser, Alcohol magnetisch, aber diamagnetisch in einer Eisenvitriollösung, die concentrirter war, als die im Röhrchen. Faraday hat bei Anwendung von sehr starken Magneten gefunden, daß alle Gase und Dämpfe diamagnetisch sind, selbst Sauerstoff in erhöhter Temperatur.

Flammen d. i. die erhitzten Gase eines Kerzenlichtes oder einer Weingeistlampe werden von beiden Polen abgestoßen, sind also diamagnetisch.

§. 214. Einwirkung der Erde auf einen Magnet. 1. Da die Erde wie ein Magnet wirkt, so müssen wir sie, wie jeden andern Magnet als ein Aggregat von magnetischen Elementen betrachten, deren jedes auf einen außerhalb der Erde befindlichen magnetischen Punkt mit einer gewissen Stärke anziehend, und mit derselben Stärke abstoßend wirkt; aus den anziehenden Kräften aller magnetischen Elemente geht eine Resultirende hervor, die anziehend, und eine zweite, die auf denselben Punkt abstoßend wirkt; beide Resultirenden erleiden in ihrer Größe und Richtung keine merkliche Aenderung, mag der magnetische Punkt außerhalb der Erde wo immer in dem Raume, den ein Körper einnimmt, angenommen werden, wenn nur die Ausdehnung dieses Körpers gegen die der Erde verschwindend klein ist, und die Quantität und Qualität seines Magnetismus ungeändert bleibt; geht aber die Qualität des Magnetismus im Körper in die entgegengesetzte über, während die Quantität desselben dieselbe bleibt, so werden auch die Richtungen der beiden resultirenden magnetischen Erdkräfte den früheren entgegengesetzt.

2. Betrachten wir die Einwirkung des Erdmagnetismus auf ein magnetisches Element ns, Fig. 279, dessen eine Hälfte nördlichen, und die andere eben so viel südlichen Magnetismus enthält; nehmen wir der Einfachheit wegen an, der nördliche Magnetismus sei im Punkte n, der südliche dagegen in s concentrirt, und es sei na die Richtung und Größe der Kraft,

Fig. 279.



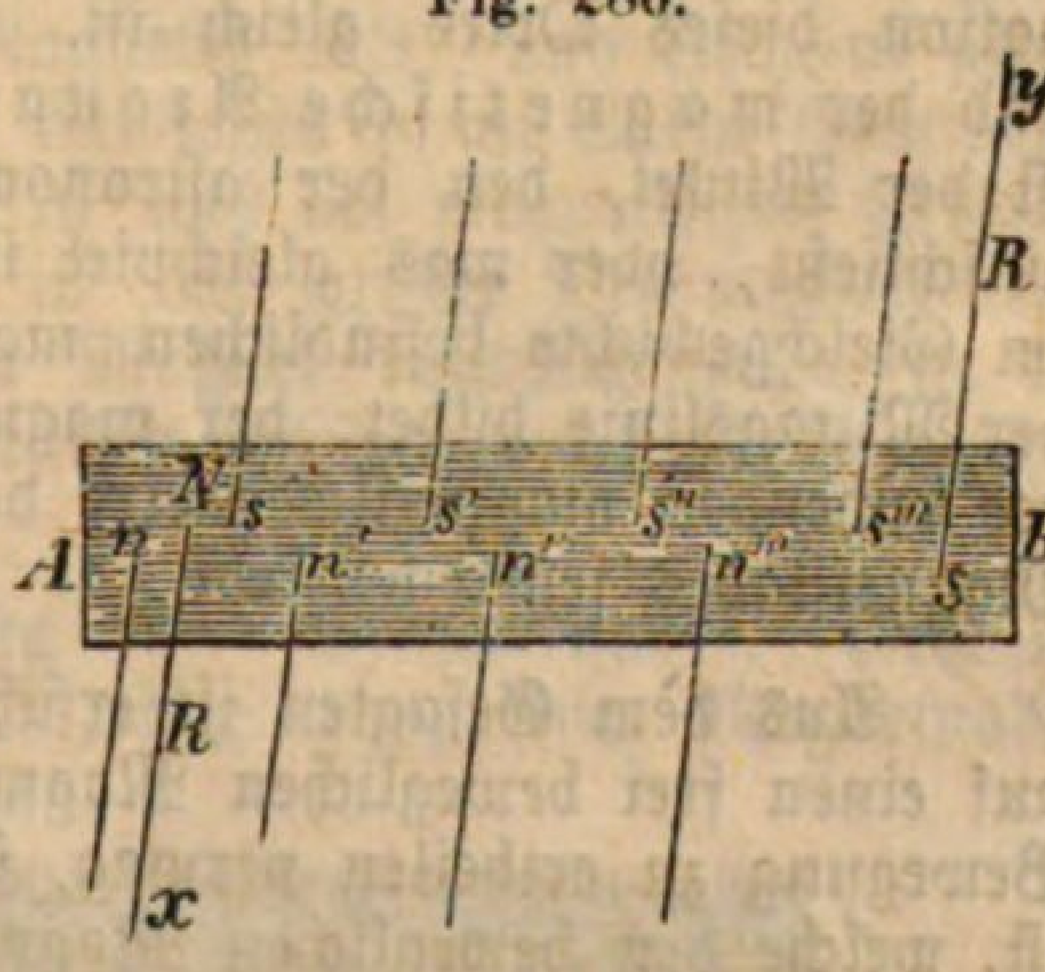
mit welcher die Erde auf den Punkt n anziehend, und nc die Richtung und Größe, mit der sie auf denselben Punkt abstoßend wirkt; so ist nb die Richtung und Größe des auf n wirkenden Erdmagnetismus. Die auf den südlichen Magnetismus in s einwirkenden Kräfte sind eben so groß, wie die auf n thätigen, und nur der Richtung nach gerade entgegengesetzt; so ist auch die in s sich ergebende Resultirende se der nb gleich, parallel aber entgegengesetzt. Demnach wirkt der Erdmagnetismus auf ein magnetisches Element mit zwei gleichen, parallelen und entgegengesetzten Kräften, die jedoch verschiedene Angriffspunkte haben; ist daher das magnetische Element um seinen Schwerpunkt beweglich, so muß es sich so lange drehen, bis es eine Lage erhält, bei welcher die beiden Kräfte des Erdmagnetismus einander gerade entgegengesetzt erscheinen, wo sie dann, da sie gleich sind, in ihren Wirkungen sich gegenseitig aufheben.

3. Ist in den Punkten n und s 2, 3 . . . m mal mehr Magnetismus vorhanden, so wird, da jedes magnetische Theilchen auf gleiche Weise afficirt wird, die erzeugte Wirkung 2, 3 . . . m mal größer sein; demnach wächst die Stärke der Einwirkung des Erdmagnetismus auch mit der Menge des in jedem Elemente befindlichen Magnetismus. Man nimmt jenen Magnetismus als Einheit an, der in einem Punkte concentrirt gedacht einem andern mit gleichviel Magnetismus begabten, und in der Entfernung = 1 liegenden Punkte in der Zeit 1 die Geschwindigkeit 1 ertheilt.

Ist, nach dieser Einheit gemessen, P die magnetische Kraft der Erde, und m die Größe des in n vorhandenen nördlichen, mithin —m die des in s befindlichen südlichen Magnetismus, so sind + Pm und — Pm die Kräfte, mit welchen das magnetische Element ns gedreht wird.

4. Da ein Magnet AB, Fig. 280, aus unzählig vielen magnetischen Elementen besteht, welche in n, n′, n″ . . . die nördlichen Magnetismen m, m′, m″ . . ., und in s, s′, s″ . . . die südlichen Magnetismen — m, — m′, — m″ . . . besitzen, so wirken auf die ersteren Punkte die Kräfte Pm, Pm′, Pm″ . . . nach gewissen Richtungen, die wenn die Dimensionen des Magnets bezüglich jener der Erdkugel verschwindend klein sind, zu einander parallel erscheinen; auf die andern mit südlichem Magnetismus begabten, wirken die Kräfte — Pm, — Pm′, — Pm″ . . ., deren Richtungen den vorigen parallel, aber entgegengesetzt sind; die ersteren geben eine Resultirende

Fig. 280.



$$R = Pm + Pm' + Pm'' + \ldots = P\,(m + m' + m'' + \ldots)$$

oder wenn $m + m' + m'' + \ldots = \mu$ gesetzt wird,

$$R = P\mu;$$

die Resultirende aller auf s, s′, s″ . . . wirkenden Kräfte ist daher auch $= P\mu$, aber sie hat einen andern Angriffspunkt und ist der

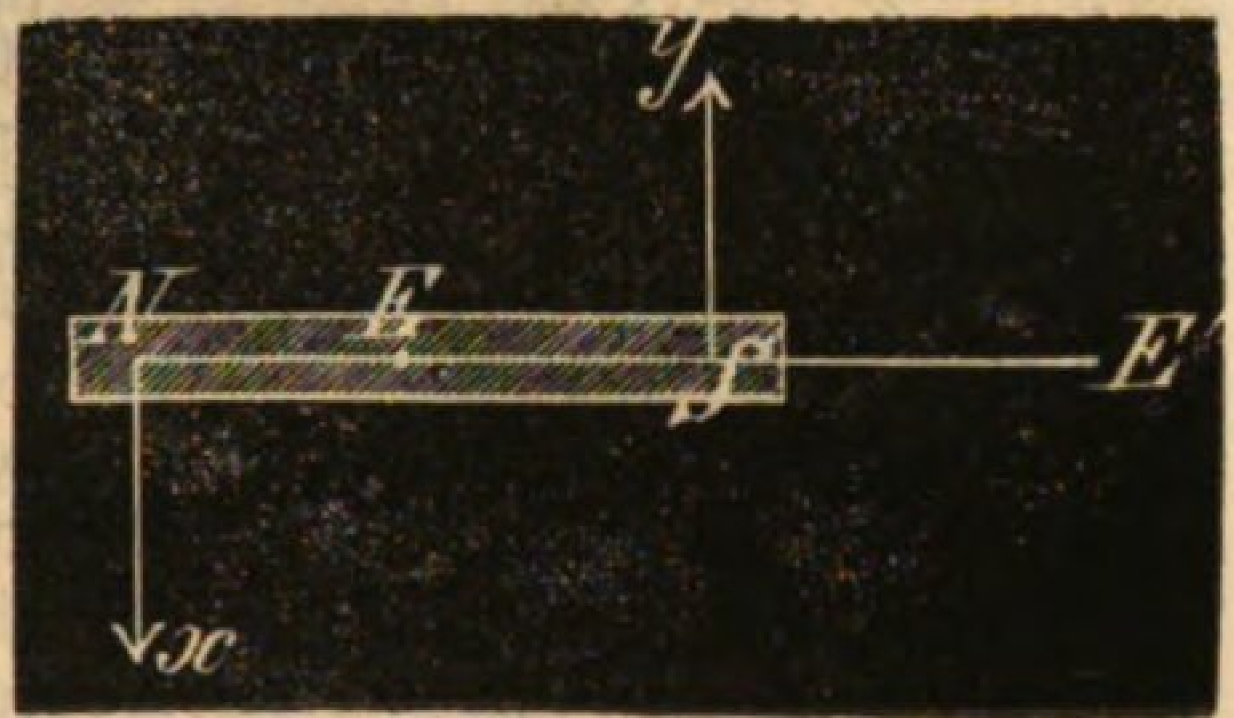
Richtung nach entgegengesetzt. Demnach besteht die magnetische Gesammteinwirkung der Erde auf einen Magnet in der Aeußerung zweier auf zwei verschiedene Angriffspunkte wirkenden parallelen Kräfte, die der Stärke nach einander gleich, aber der Richtung nach einander entgegengesetzt sind. Die Angriffspunkte der Kräfte R, deren Lage von der Vertheilungsweise des Magnetismus in dem Magnete abhängig ist, und die wir mit N und S bezeichnen wollen, sind die magnetischen Pole, und die gerade Linie NS, welche diese Pole verbindet, ist die magnetische Axe des Magnets. Ist nun ein Magnetstab im Schwerpunkte aufgehängt oder unterstützt, so, daß er nur gegen den Fall gesichert ist, übrigens aber sich frei um seinen Schwerpunkt bewegen kann, so muß er in Folge der Einwirkung des Erdmagnetismus sich drehen, und kann erst in derjenigen Lage im Gleichgewichte sich befinden, in welcher die Richtungen der Kräfte R in die Verlängerung der magnetischen Axe NS fallen, da sie nur bei dieser Lage einander gerade entgegengesetzt wirken und sich aufheben. Hieraus folgt, daß die Richtung der magnetischen Axe eines nach allen Seiten hin um seinen Schwerpunkt drehbaren Magnetstabes in der Lage des Gleichgewichts mit der Richtung der auf den Magnetstab wirkenden magnetischen Erdkräfte $\pm$ R, d. i. mit der Richtung des Erdmagnetismus zusammenfällt.

Bei dünnen Stahlstäben, die mit Vorsicht durch Längenstriche magnetisirt worden sind, liegt die magnetische Axe parallel zur Längenrichtung des Stabes, und die Pole befinden sich in der Nähe der Enden. Die durch die magnetische Axe in der Gleichgewichtslage gelegte verticale Ebene ist der magnetische Meridian, und der Winkel, den in dieser Lage die magnetische Axe mit der horizontalen Ebene bildet, ist die magnetische Inclination. Die Richtung des Erdmagnetismus ist daher für jeden Ort dem magnetischen Meridiane parallel und bildet mit dem Horizonte stets einen Winkel, welcher der magnetischen Inclination dieses Ortes gleich ist. Jetzt erhält auch die Declination und der magnetische Aequator eine bestimmte Bedeutung; erstere ist der Winkel, den der astronomische Meridian mit dem magnetischen einschließt, oder was gleichviel ist, der Winkel, den die Projection der im Gleichgewichte befindlichen magnetischen Axe auf den Horizont mit der Mittagslinie bildet; der magnetische Aequator ist die Ebene, die auf der ruhenden magnetischen Axe des um seinen Schwerpunkt beweglichen Magnetstabes senkrecht steht.

Aus dem Gesagten ist ersichtlich, daß die Kraft, welche die Erde auf einen frei beweglichen Magnetstab ausübt, diesem keine fortrückende Bewegung zu ertheilen vermag, sondern daß sie nur eine richtende Kraft ist, welche den beweglichen Magnet, falls er nicht in seiner Gleichgewichtslage ist, in diese Lage zurückführt, wie man es sehen kann, wenn man eine Magnetnadel mittelst eines Stückchens Korkholz auf dem Wasser schwimmen läßt. Auch ist zu ersehen, daß durch den Erdmagnetismus weder das Gewicht eines Magnets, noch die Richtung, nach welcher er zur Erde fällt, abgeändert werden kann; und da diese, mit der Erfahrung übereinstimmenden Folgerungen aus der Annahme sich ergeben, daß jeder Magnet eben so viel nördlichen als südlichen Magnetismus enthält, so ist auch diese Annahme gerechtfertigt.

5. Befindet sich in der Geraden NS, Fig. 281, oder in ihrer Verlängerung eine fixe Axe E oder E′, um welche der Magnetstab sich drehen läßt, und wirken die magnetischen Erdkräfte + R und — R nach den auf NS senkrecht stehenden Richtungen Nx und Sy, so ist in beiden Fällen das größte Drehungsmoment bezüglich der Axe = R.NS; denn geht die Axe zwischen N und S durch den Punkt E, so streben die Kräfte die Gerade NS in demselben Sinne zu drehen; daher ist das aus dem Zusammenwirken beider Kräfte hervorgehende Drehungsmoment

Fig. 281.



$$R.NE + R.SE = R.NS;$$

geht die Axe durch den in der Verlängerung liegenden Punkt E′, so sind die Bestrebungen der Kräfte, die Linie NS um den Punkt E′ zu drehen, einander entgegengesetzt, daher das resultirende Drehungsmoment

$$R.NE' - R.SE' = R.NS.$$

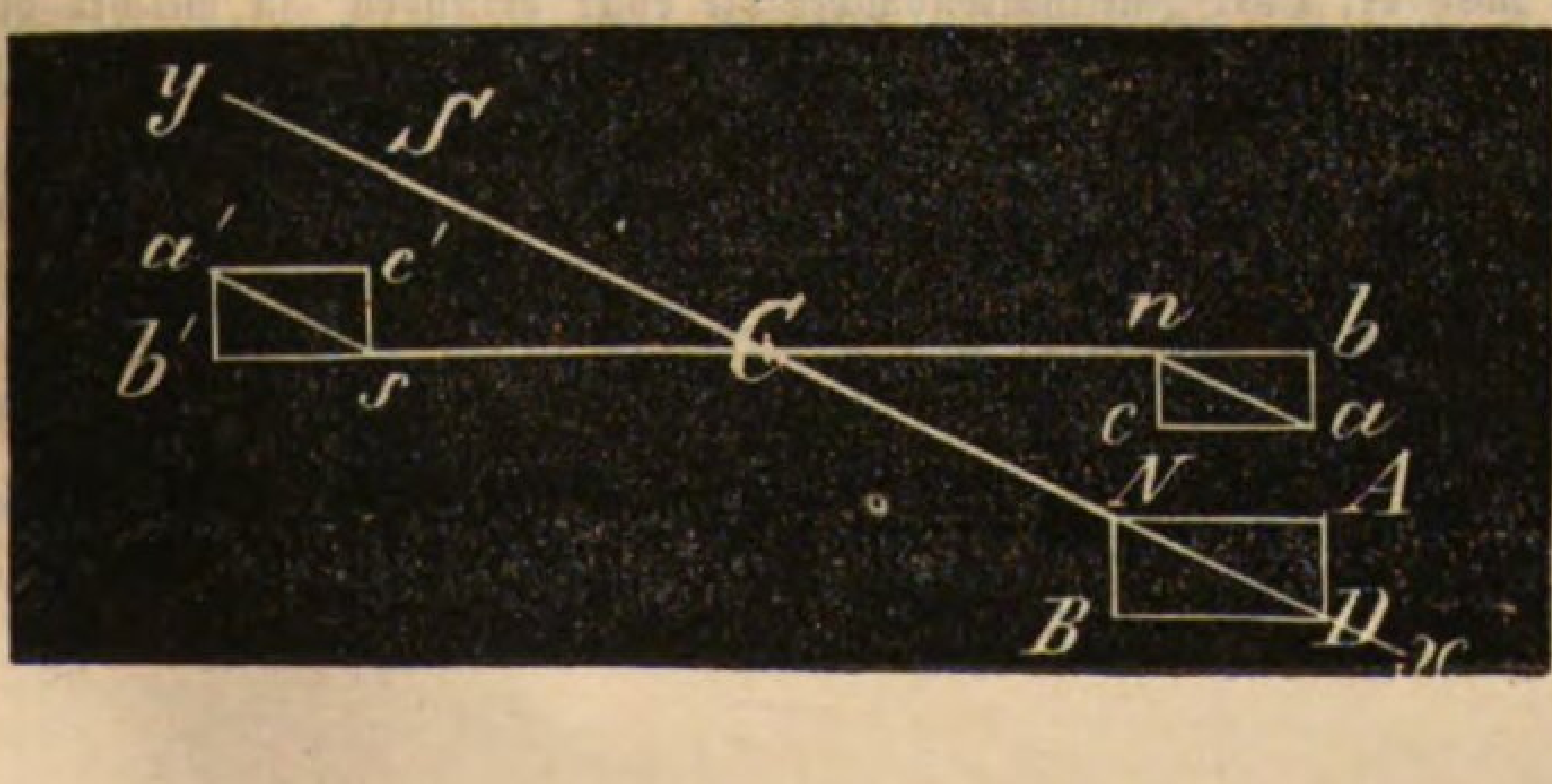
Das Drehungsmoment R.NS ist größer als jedes andere, mit dem die Kräfte die Linie NS zu bewegen streben, wenn die Winkel, welche NS mit den Richtungen der Kräfte einschließt, von einem rechten abweichen, wo dann die von der Axe auf die Richtungen der Kräfte gefällten Senkrechten immer kleiner sind als EN und ES, oder als E′N und E′S.

Setzen wir NS = δ, und für R den früher gefundenen Werth, so ist
$$R.NS = P.\mu\delta.$$

Für P = 1 ist R.NS = $\mu\delta$ = M; dieses Product M heißt das **magnetische Moment** des Magnetes NS, und erscheint gleich dem größten Drehungsmomente eines Gewichtes μ an einem Hebelarme von der Länge δ. — Das Product PM aus der magnetischen Erdkraft und dem Momente eines Magnetes ist das größte Drehungsmoment, welches der Erdmagnetismus auf den Magnet bezüglich einer in der magnetischen Axe befindlichen und mit ihm fest verbundenen Drehungsaxe zu äußern vermag.

§. 215. Schwingende Bewegung einer Magnetnadel. Geht die Drehungsaxe durch den Schwerpunkt C, Fig. 282, einer Magnetnadel

Fig. 282.



und steht sie zugleich senkrecht auf der Ebene des magnetischen Meridians, so heißt diese Magnetnadel eine Inclinationsnadel; die magnetische Axe dieser Nadel kann sich nur in der Ebene des Meridians auf und ab bewegen. Ist NS die Gleichgewichtslage der magnetischen Axe, so wirkt der Erdmagnetismus nach den Verlängerungen Nx und Sy; wird die Nadel von der Gleichgewichtslage ein wenig abgelenkt und in die Lage ns versetzt, so wirkt der Erdmagnetismus auf die Pole noch immer in Richtungen na und sa', die zu den früheren Nx und Sy parallel sind. Drücken wir durch na und sa' die Größe der auf die Pole wirkenden magnetischen Erdkräfte, deren jede = R ist, aus, und zerlegen jede in zwei Componenten, wovon die eine in der Verlängerung von ns und die andere darauf senkrecht wirkt, so ist zu ersehen, daß sich die ersteren, da sie gleich und einander gerade entgegengesetzt sind, aufheben, die letzteren aber die Magnetnadel in ihre frühere Gleichgewichtslage auf ähnliche Art zurückführen, wie die Schwerkraft ein Pendel, das von seiner verticalen Lage ein wenig entfernt worden ist; die frei hängende Magnetnadel muß daher unter dem Einflusse des ganzen Erdmagnetismus in eine schwingende Bewegung gerathen, die nach denselben Gesetzen, wie die eines gewöhnlichen zusammengesetzten Pendels vor sich geht.

Die magnetische Erdkraft P = ND kann man in eine horizontale Componente NA = H und in eine verticale NB = Q zerlegen. Bezeichnet i den Winkel AND, den die magnetische Axe mit ihrer horizontalen Projection bildet, und der nichts anderes als die magnetische Inclination angibt, so ist

$$H = P \cos. i, \text{ und } Q = P \sin. i.$$

Bei einer Declinationsnadel steht die Drehungsaxe vertical, und die magnetische Axe horizontal; diese Magnetnadel erhält ihre Richtung nur durch die horizontale Componente, indem die verticale aufgehoben wird, weßhalb sie nur in einer horizontalen Ebene sich bewegen kann. In der Gleichgewichtslage befindet sich die magnetische Axe dieser Nadel im magnetischen Meridian; wird sie von dieser Lage seitwärts abgelenkt, so kommt sie in Schwingungen, bei denen jedoch nur die horizontale Componente des Erdmagnetismus thätig ist.

Bringt man eine Inclinationsnadel, die nur in einer verticalen Ebene sich bewegen kann, in eine solche Lage, daß ihre horizontale Drehungsaxe in den magnetischen Meridian zu liegen kommt, so wird die horizontale Componente durch den Widerstand der unbeweglichen Drehungsaxe aufgehoben, und es bleibt nur die verticale wirksam, weßhalb die magnetische Axe im Gleichgewichtszustande vertical steht.

Hat man bei einer Inclinationsnadel die Lage gefunden, in welcher die Nadel vertical steht, so erhält man die Lage des magnetischen Meridians, wenn man die Kreisebene, in welcher die Nadel schwingt, um 90° dreht.

Ist K das Trägheitsmoment eines zusammengesetzten Pendels bezüglich der Drehungsaxe, M die Masse desselben, a der Abstand des Schwerpunktes von der Axe, g die Acceleration der Schwere, so ist bekanntlich die Dauer einer Schwingung bei einer sehr kleinen Elongation

$$t = \pi \sqrt{\frac{K}{Mga}},$$

da nun Mg das absolute Gewicht des Pendels, mithin Mga das größte Drehungsmoment ist, mit welchem die Schwere das Pendel um die Axe zu bewegen vermag, so hat man in diesem Ausdrucke für t anstatt Mga nur das größte Drehungsmoment zu setzen, welches der ganze Erdmagnetismus oder eine Componente desselben rücksichtlich der Drehungsaxe der Magnetnadel auszuüben im Stande ist, um einen Ausdruck für die Dauer einer Schwingung von kleiner Elongation zu erhalten. Heißt T die Dauer einer Schwingung, so ist für eine Inclinationsnadel, die im magnetischen Meridian schwingt, $T = \pi \sqrt{\frac{K}{PM}}$, für eine andere, deren horizontale Drehungsaxe im magnetischen Meridian liegt,

$$T = \pi \sqrt{\frac{K}{MQ}}$$

und für eine Declinationsnadel $T = \pi \sqrt{\frac{K}{HM}}$, wo K das Trägheitsmoment und M das magnetische Moment der schwingenden Magnetnadel bedeutet.

Aus dem Gesagten ist auch zu ersehen, daß, wenn der Magnetismus im Stabe irgend eine Veränderung erlitte, sei es hinsichtlich seiner Quantität oder seiner Vertheilung, so würde die Resultirende eine andere Intensität oder einen andern Angriffspunkt haben, kurz der Werth von M würde ein anderer, und die Nadel ein anderes Pendel sein.

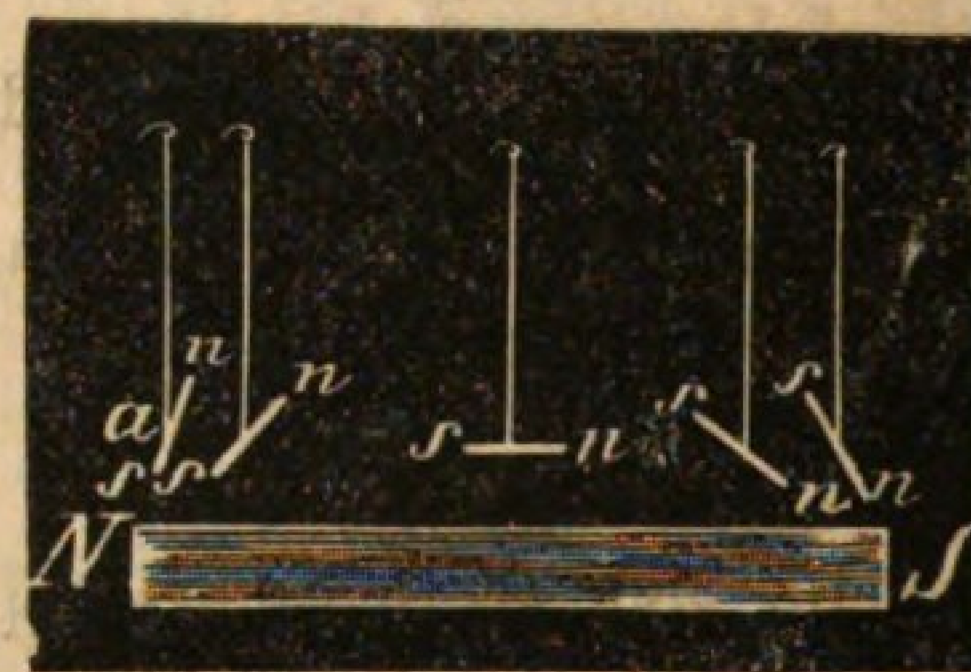
Hat die durch den Schwerpunkt einer Magnetnadel gehende Axe die Stellung einer Inclinationsnadel, so ist die Magnetnadel nur im magnetischen Aequator beweglich, und muß in jeder Lage in Ruhe bleiben, weil die erdmagnetischen, parallel zur Axe wirkenden Kräfte durch den Widerstand dieser Axe aufgehoben werden. Eine so eingerichtete Nadel heißt eine astatische.

§. 216. Versuche über die Vertheilung des Magnetismus im Innern eines Magnetstabes. Stellt man einer kleinen Declinationsnadel verschiedene Querschnitte eines vertical stehenden Magnetstabes gegenüber, jedoch so, daß der Abstand desselben von einem Pole der Nadel immer gleich groß bleibt, so überzeugt man sich, daß in dem Falle, wo der durch die Mitte gehende Querschnitt der Nadel gegenübersteht, diese genau so schwingt, wie wenn der Stab nicht vorhanden wäre; ferner, daß die eine Hälfte auf den Südpol, die andere auf den Nordpol der Nadel stets anziehend wirkt, mag was immer für ein Querschnitt gegenüber gestellt werden. Bringt man einen andern Querschnitt derjenigen Hälfte des Stabes, welche den Südpol der Nadel anzieht, diesem Südpole, oder einen Querschnitt der andern Hälfte dem Nordpole der Nadel gegenüber, so nimmt die Schnelligkeit der Schwingungen desto mehr zu, je weniger der Querschnitt von den Enden des Stabes entfernt ist. Demnach ist die Wirkung, die durch die gleichzeitige Wirksamkeit der magnetischen Elemente eines Magnetstabes auf ein außerhalb desselben befindliches magnetisches Theilchen hervorgebracht wird, dieselbe, als ob die eine Hälfte des Stabes nur nördlichen, die andere nur südlichen, die Mitte aber gar keinen Magnetismus hätte, und die Vertheilung des Magnetismus in jeder Hälfte von der Art wäre, als

ob seine Stärke von der Mitte gegen die Enden zunehmen, und die Gesammtkraft des einen Magnetismus von einem, und die des andern von einem andern Punkte ausgehen würde, welche Punkte den Enden des Stabes nahe liegen, gleich weit von ihnen abstehen, und gewöhnlich die Pole des Magnetstabes genannt werden.

Bringt man ein an einem Coconfaden horizontal hängendes Stückchen eines Eisendrahtes, wie die Fig. 283 zeigt, über die Mitte eines Magnetstabes NS, so wirken beide Hälften desselben mit gleicher Stärke vertheilend auf das Eisen, weßhalb dieses eine zu NS parallele Lage annimmt; an einer andern, dem Nordpole näheren Stelle senkt sich der Südpol des Eisenstäbchens mehr herab, weil er vom Nordpole stärker angezogen wird, als n von S; über dem Nordpole stellt es sich vollkommen senkrecht auf NS. Bringt man das Eisenstückchen über eine Stelle der zweiten Hälfte des Magnets, so senkt sich das andere Ende desto mehr, je näher diese Stelle dem Pole S liegt, über dem Pole selbst steht es wieder senkrecht auf NS.

Fig. 283.



Würde man eine Reihe von Eisenstückchen neben einander längs einer Seite des Magnetstabes und über die Pole hinauslegen, so erhält jedes eine andere Neigung gegen NS; sorgt man dafür, daß immer mit dem Ende des einen Eisenstückchens der Anfang eines nächsten in Berührung kommt, so bilden sie zusammen eine krumme Kette von einem Pole zum andern, die, wenn die Eisenstückchen sehr klein, z. B. Eisenfeile sind, als krumme Linie sich darstellt, die man eine magnetische Curve oder Magnetkraftlinie nennt. Sind zwei solche Reihen neben einander vorhanden, so stoßen sich die gleichnamigen Pole, die neben einander zu liegen kommen, ab, so daß zwischen beiden Curven ein freier Raum entsteht.

Man wollte nach den Wirkungen, die ein Magnet in dem ihn umgebenden Raume hervorbringt, die Vertheilung des Magnetismus im Innern eines Magnetes kennen lernen; allein aus höheren Rechnungen wird ersichtlich, daß sich unendlich viele Vertheilungsarten des Magnetismus im Innern eines Körpers denken lassen, denen dieselbe Wirkung nach Außen entspricht, weßhalb aus dieser Wirkung kein sicherer Schluß über die Beschaffenheit der inneren Vertheilung des Magnetismus gezogen werden kann.

§. 217. Gesetz der magnetischen Anziehung und Abstoßung.

1. Wenn nur ein Pol auf eine Magnetnadel wirkt. Um das Gesetz zu finden, nach welchem ein Magnetstab auf eine Magnetnadel einwirkt, wenn die Entfernung dieser Nadel sich ändert, und nur ein Pol des Magnetstabes als wirksam auftritt, lasse man eine kleine, gegen Luftströmungen gehörig geschützte Declinationsnadel unter dem Einflusse der horizontalen Componente des Erdmagnetismus durch eine gewisse Zeit T schwingen; es sei n die Anzahl der in dieser Zeit vollbrachten Schwingungen, K das Trägheits- und M das

magnetische Moment der schwingenden Nadel, so ist die Dauer einer Schwingung $\frac{T}{n} = \pi \sqrt{\frac{K}{HM}}$ (1).

Nun lege man einen langen Magnetstab horizontal in den magnetischen Meridian, so, daß der Nordpol nach Norden gekehrt erscheint, und stelle in die Verlängerung seiner Mittellinie an der Nord- oder an der Südseite die kleine Declinationsnadel in einem gewissen Abstande von dem Magnetstabe ein; so läßt sich wegen der beträchtlichen Länge dieses Magnetstabes näherungsweise annehmen, daß nur der Pol, welcher der Magnetnadel am nächsten ist, auf sie einwirke, und zwar auf sämmtliche Theilchen mit der nämlichen Stärke und in der nämlichen Richtung; es sei F die Intensität dieser Einwirkung auf die in einem Punkte concentrirt gedachte Einheit der Magnetismen. Da die Kraft F mit der magnetischen Erdkraft H übereinstimmend wirkt, indem beide die abgelenkte Magnetnadel stets in der nämlichen Richtung in den magnetischen Meridian zurückzuführen streben, so wird nun die schwingende Bewegung der kleinen Declinationsnadel schneller vor sich gehen; es sei N die Anzahl der in der Zeit T geschehenen Schwingungen, wenn d der Abstand der Nadel vom wirksamen Magnetpole ist, dann hat man

$$\frac{T}{N} = \pi \sqrt{\frac{K}{(H+F)M}} \text{ (2), mithin } \frac{N}{n} = \sqrt{\frac{H+F}{H}}$$

und $$\frac{N^2}{n^2} = \frac{H+F}{H} = 1 + \frac{F}{H}\text{; hieraus}$$

folgt $$\frac{F}{H} = \frac{N^2 - n^2}{n^2} \text{ (3)}$$

Versetzt man die Declinationsnadel in einen größeren Abstand d', vom Magnetpole des Stabes, so übergeht die Kraft F in die kleinere F', bei deren Wirksamkeit nur N' Schwingungen in der Zeit T stattfinden, und

$$\frac{F'}{H} = \frac{N'^2 - n^2}{n^2} \text{ (4)}$$

wird. Aus (3) und (4) erhält man

$$F : F' = N^2 - n^2 : N'^2 - n^2.$$

Nun lehren die Versuche, daß auch sehr nahe

$$N^2 - n^2 : N'^2 - n^2 = d'^2 : d^2$$

ist; folglich ist

$$F : F' = d'^2 : d^2;$$

d. h. die Kraft, mit welcher ein Pol eines Magnetstabes auf eine Magnetnadel aus verschiedenen Entfernungen wirkt, nimmt in dem Maße ab, in welchem das Quadrat der Entfernung der Magnetnadel vom wirklichen Pole wächst.

So fand Coulomb, daß eine Magnetnadel, die unter dem Einfluße des Erdmagnetismus 15 Schwingungen in der Minute machte, deren 24 vollbrachte, wenn ein Magnetstab in der Entfernung von 8 Zoll die Schwingungen beschleunigte, und 41, wenn die Entfernung nur 4 Zoll betrug; mithin ist

$$F : F' = 24^2 - 15^2 : 41^2 - 15^2 = 351 : 1456,$$

also nahe $F : F' = 1 : 4$,

während sich die Entfernungen wie 2 : 1 verhalten.

Will man die Aenderungen erfahren, die ein langer Magnetstab durch irgend eine Operation erlitten hat, so zählt man zuerst die Schwingungen, die eine kleine Declinationsnadel in der Zeit T nur unter dem Einflusse des Erdmagnetismus macht, dann bringt man den Stab vor der Operation in einem gewissen Abstande der kleinen Nadel gegenüber, versetzt letztere in Schwingungen, und zählt die Anzahl derselben, welche in der Zeit T vollbracht werden; nach der mit dem Magnetstabe vorgenommenen Operation bringt man denselben genau in die nämliche Lage und in den nämlichen Abstand, wie früher, und beobachtet wieder die Anzahl der Schwingungen, welche die Nadel in der Zeit T vollbringt; aus diesen Daten läßt sich, wie vorhin, das Verhältniß der Kräfte finden, welche der Magnetpol in den beiden Fällen zu äußern vermag. Auf diese Art kann man auch erkennen, ob die Stärke des Magnetismus beim Magnetisiren eines Stahlstabes zunimmt oder nicht. Findet man, daß die magnetische Kraft eines Stabes selbst dann nicht mehr größer wird, wenn man ihn mit stärkeren Magneten genau so wie früher gestrichen hat; so ist der Stab bis zum Sättigungspunkte magnetisirt. — Auf ähnliche Weise ermittelt man das Verhältniß zweier verschiedenen Magnete bezüglich ihrer Stärke. — Durch solche Schwingungsversuche hat man auch die Umstände erfahren, welche die Stärke der magnetischen Stäbe abzuändern im Stande sind; unter diesen spielt die Wärme eine sehr wichtige Rolle. Die magnetische Kraft der Magnete nimmt mit der Temperatur ab; aber der Magnet muß längere Zeit einer bestimmten Temperatur ausgesetzt sein, bevor seine Stärke die dieser Temperatur entsprechende Veränderung erleidet. Durch neues Magnetisiren bekommen künstliche Magnete die frühere magnetische Kraft wieder; allein der natürliche Magnet erlangt nicht mehr die ursprüngliche Stärke. — Wenn man einen Stahlmagnet in warmes Wasser von 32° R. eintaucht, und nach geschehener Abkühlung an der Luft bis zur Sättigung magnetisirt, hierauf dasselbe Verfahren mehrere Male nach einander wiederholt, so wird der Verlust an magnetischer Kraft bei jeder folgenden Abkühlung kleiner, bis er endlich keine dauernde Schwächung mehr erleidet. Hieraus ersieht man, wie es möglich ist, Magnetnadeln von dauernder Kraft zu verfertigen; nur müssen sie stets vor Rost geschützt werden.

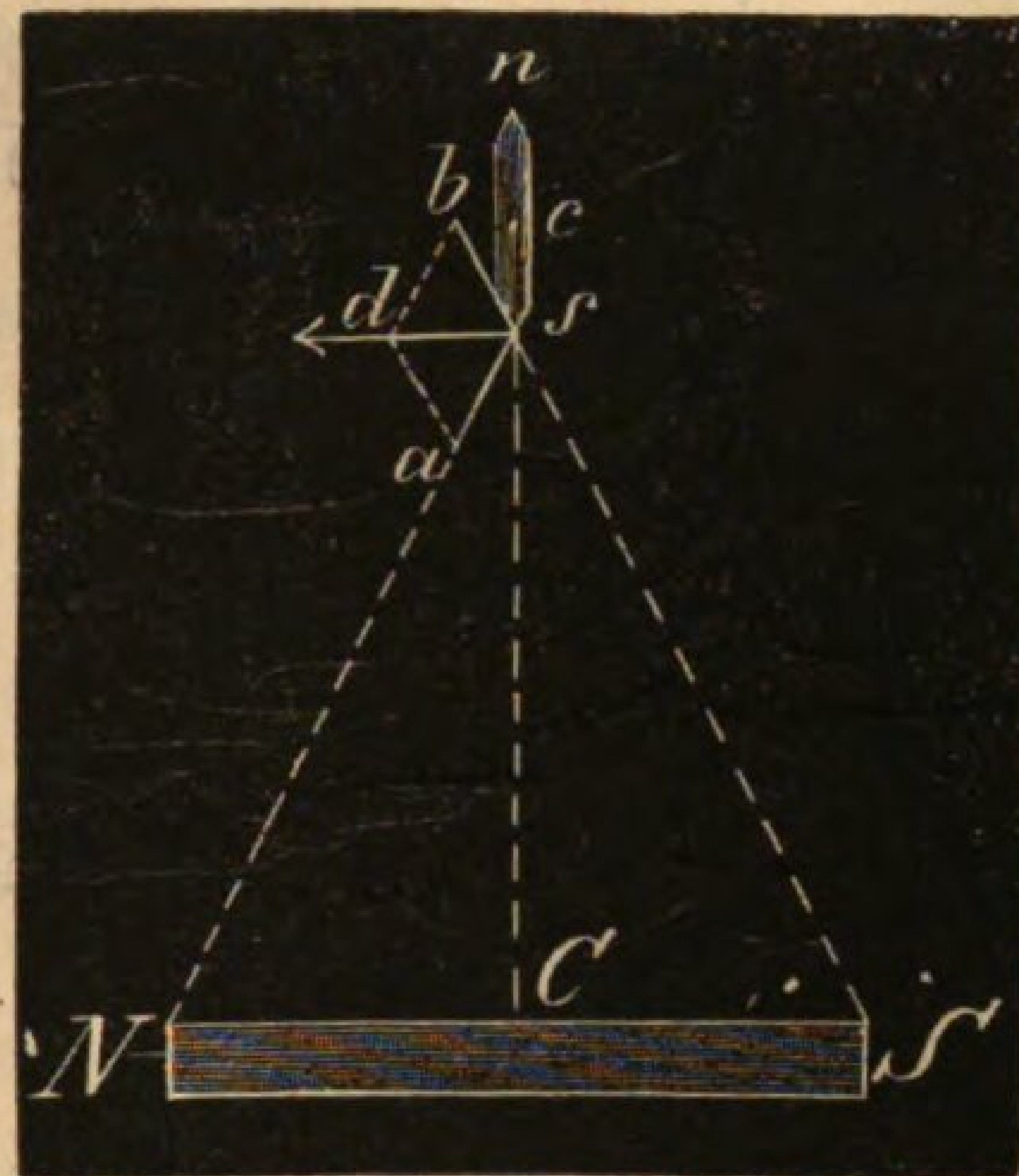
Kupffer hat durch Schwingungsversuche nachgewiesen, daß bei einem nicht bis zur Sättigung magnetisirten Stabe, der vertical steht, und dessen Nordpol nach oben gekehrt ist, der Südpol mit einer stärkeren Intensität wirkt, als der Nordpol, und der Indifferenzpunkt ihm näher liegt, daß aber bei umgekehrter Stellung des Stabes die magnetische Kraft beider Pole durch den Einfluß des Erdmagnetismus erhöhet wird.

2. **Wenn beide Pole auf eine Magnetnadel einwirken.** Wir haben in dem früheren Falle angenommen, daß ein Pol des Magnetstabes in so großer Entfernung von der Declinationsnadel sich befand, daß er die Wirkung des andern nicht merklich abändern konnte; ist dieß jedoch nicht der Fall, und müssen die Einwirkungen beider Pole berücksichtiget werden, so ergeben sich ganz andere Resultate. Wir wollen nur zwei Fälle betrachten: a) wo die Verlängerung der Axe einer kleiner ruhenden Declinationsnadel n s auf einem kurzen Magnetstabe NS, Fig. 284, senkrecht steht und ihn halbirt; dann b) wo die Verlängerung dieses Magnetstabes mit der kleinen Declinationsnadel einen rechten Winkel bildet, und sie halbirt. Für beide Fälle wird angenommen, daß die von den Polen N und S ausgehenden entgegengesetzten magnetischen Kräfte dieselbe Stärke besitzen und daß die Entfernung der kleinen Nadel vielmal größer ist, als die Länge NS des Magnetes. N, n seien die Nord- und S, s die Südpole.

Stellt im ersten Falle sa die Richtung und Stärke der Anziehung vor, die der Nordpol N auf den Südpol s äußert, und ist sb die Richtung und Stärke der Abstoßung, die derselbe Pol s vom

Südpole S erfährt, und die offenbar gleich s a ist, so gibt die Diagonale s d des Kräftenparallelogramms a d b s die Resultirende beider Kräfte; die Dreiecke b d s und N S s sind gleichschenkelig, und ihre Scheitelwinkel d b s und N s S gleich, da b d parallel zu N s und s b in der Verlängerung von S s liegt; folglich sind die beiden Dreiecke einander ähnlich, und die Winkel b s d und N S s einander gleich, somit ist die Richtung s d, in welcher der Südpol der Declinations-Nadel bewegt wird, parallel zu N S. Heißt R die Größe der Resultirenden und F die Größe einer Componente, so ist

Fig. 284.



$$R : F = sd : bs = NS : Ss.$$

Setzt man $NS = \delta$, $Cs = x$ und berücksichtigt, daß der Unterschied zwischen C s und S s sehr unbedeutend ist, so wird

$$R = \frac{F\delta}{x}.$$

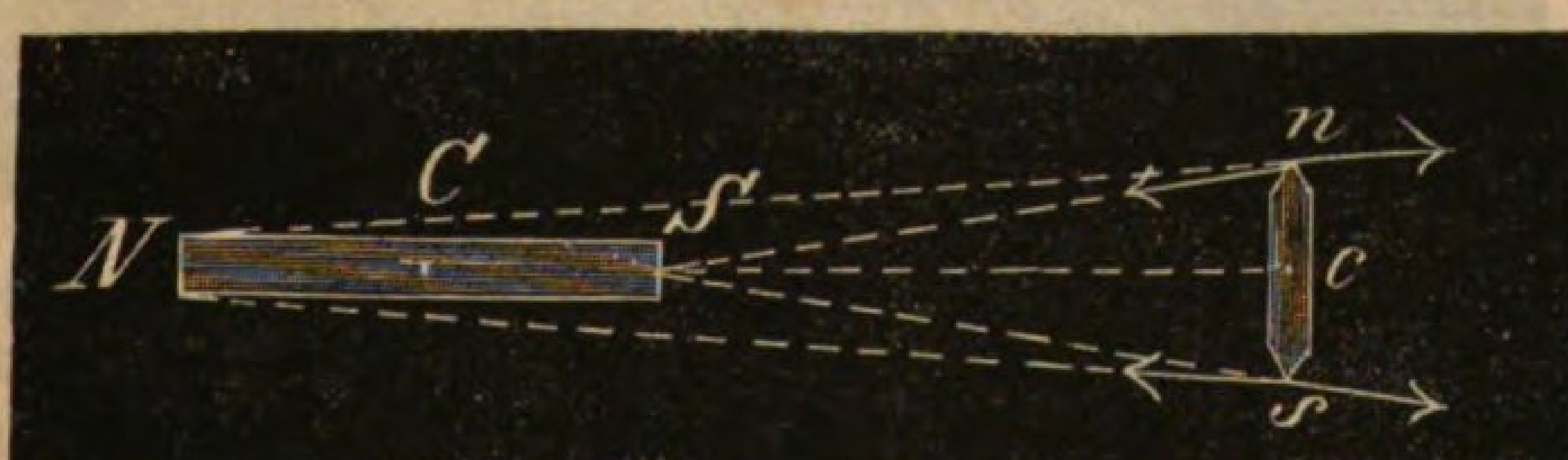
Bedeutet μ die gemeinschaftliche Quantität des Magnetismus von N und S, und m jene in n, s, so ist

$$F = \frac{m\mu}{x^2}, \text{ daher } R = \frac{m\mu\delta}{x^3} = \frac{Mm}{x^3}$$

wenn das magnetische Moment $\mu\delta$ mit M bezeichnet wird.

Im zweiten Falle wirkt der näher stehende Südpol S, Fig. 285,

Fig. 285.



stärker als der entferntere Nordpol, und bewirkt eine Ablenkung der Magnetnadel, wobei sich der Pol n dem Südpole nähert. Wegen der Kleinheit der Nadel n s und der großen Entfernung C c kann man n S = S c und N n = N c setzen; sind F und F′ die Kräfte, mit welchen die Magnetpole S und N auf n wirken, so ist die Resultirende derselben

$$R' = F - F' = \frac{m\mu}{Sc^2} - \frac{m\mu}{Nc^2}$$

Setzt man wieder $NS = \delta$ und $Cc = x$, so ist

$$Sc = x - \frac{\delta}{2} \text{ und } Nc = x + \frac{\delta}{2}, \text{ daher}$$

$$R' = m\mu\left(\frac{1}{\left(x - \frac{\delta}{2}\right)^2} - \frac{1}{\left(x + \frac{\delta}{2}\right)^2}\right)$$

$$= \frac{2\,m\mu\delta x}{\left(x^2 - \frac{\delta^2}{4}\right)^2};$$

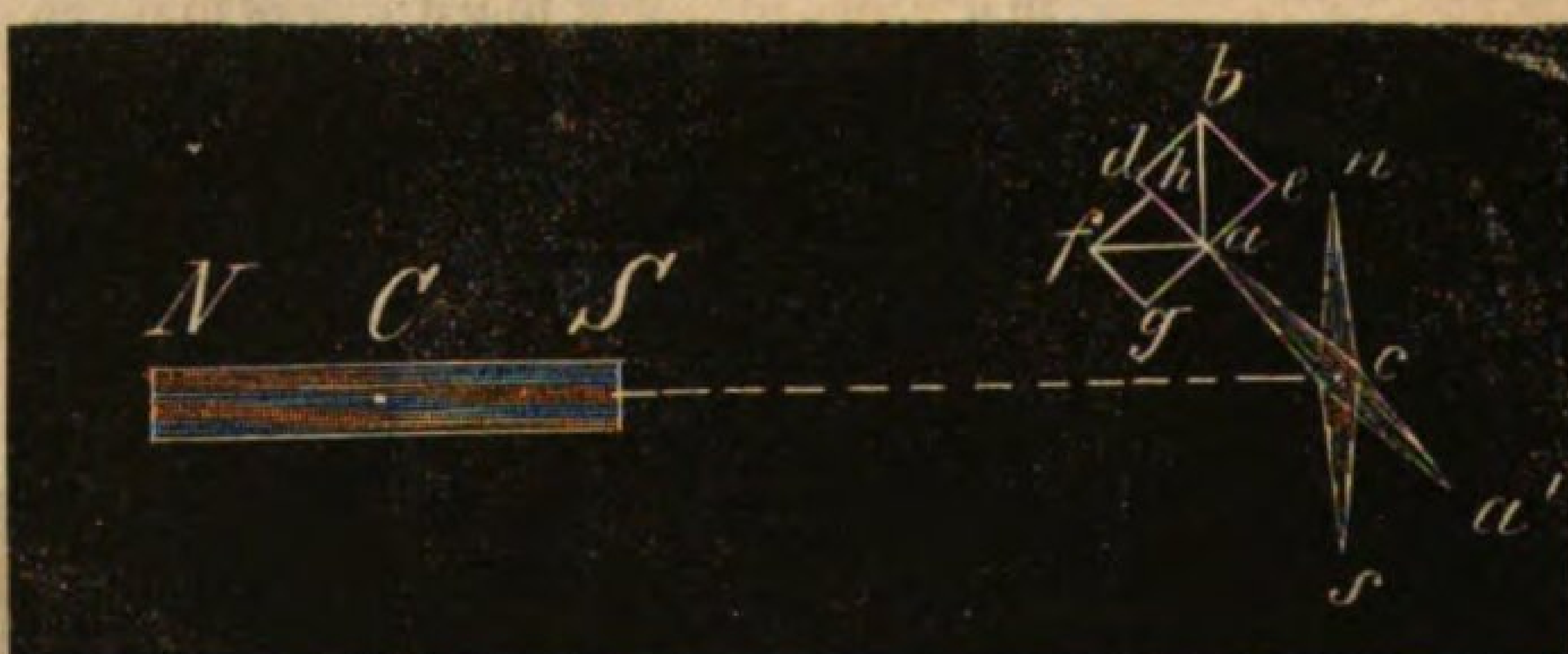
wird $\frac{\delta^2}{4}$ bezüglich x^2 vernachlässigt, so hat man annäherungsweise

$$R' = \frac{2\,mM}{x^3}$$

Demnach ist im zweiten Falle bei gleichem Werthe von x die Resultirende doppelt so groß, als im ersten; und in beiden Fällen ist sie der dritten Potenz der Entfernung des afficirten Punktes von der Mitte des einwirkenden Magnetstabes umgekehrt proportionirt.

§. 218. Ablenkung einer Declinationsnadel vom magnetischen Meridian, bewirkt durch einen fernstehenden kurzen Magnetstab. Die Größe der Ablenkung, welche in den beiden angenommenen Fällen eine kleine Declinationsnadel ns durch einen Magnetstab NS, Fig. 286

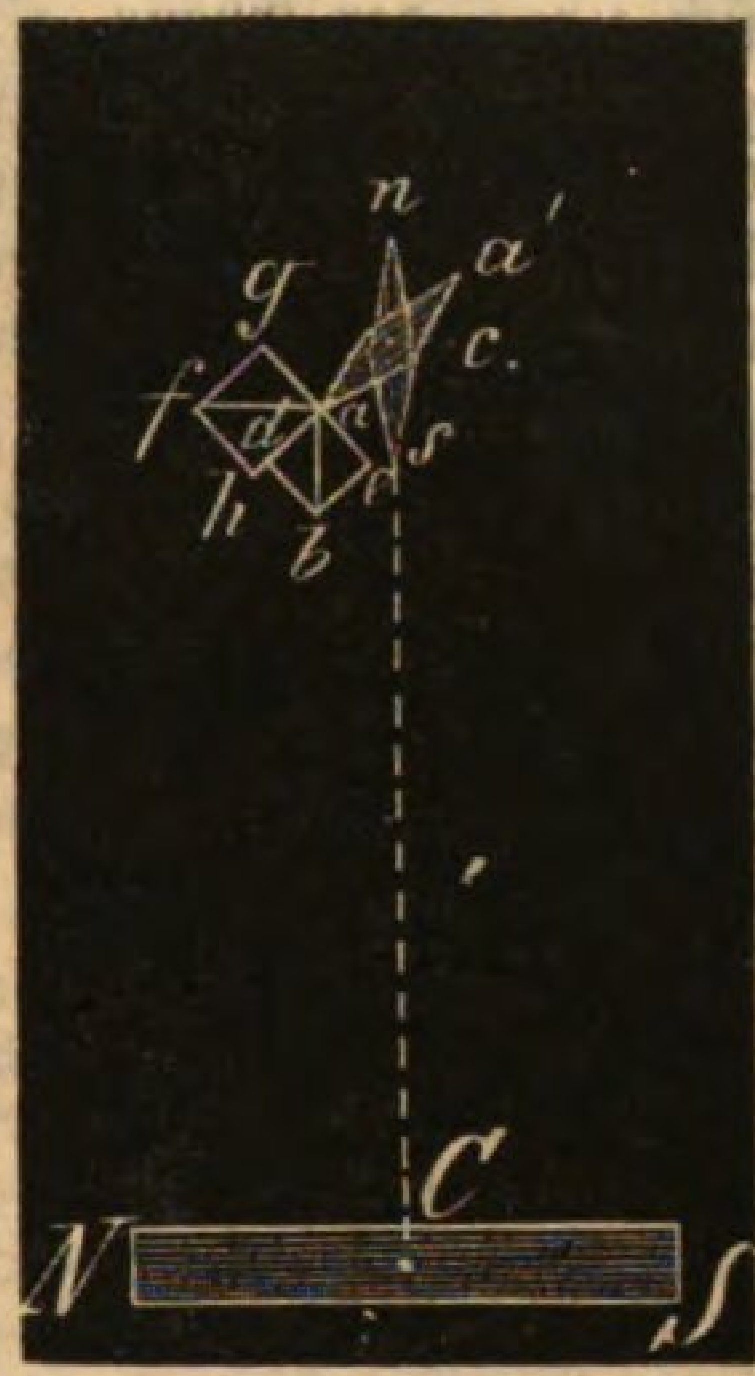
Fig. 286.



und 287, erfährt, läßt sich leicht auf folgende Weise bestimmen. Nehmen wir an, die Declinationsnadel kommt in Folge der gleichzeitigen Einwirkung des Magnetstabes und der horizontalen Componente H des Erdmagnetismus in der Lage aa' in's Gleichgewicht; der Ablenkungswinkel acn sei im ersten Falle gleich w, im zweiten gleich w'. Man zerlegt die Kraft H, welche parallel zu ns wirkt und durch ab ausgedrückt wird, in die zwei Componenten ad und ae, wovon ae auf aa' senkrecht steht, und die Nadel in den magnetischen Meridian zurückzuziehen strebt, ad aber in der Verlängerung der Nadel wirkt und schon durch den Widerstand der Drehungsaxe aufgehoben wird; die Kraft R im ersten, und R' im zweiten Falle, deren Richtung zu NS parallel ist, und deren Größe durch af vorgestellt wird, zerlegt man

auf gleiche Weise in zwei Componenten a g und a h; letztere wird wieder aufgehoben, erstere aber, die auf a a′ senkrecht steht, ist der Componente a e entgegengesetzt. Da die Nadel in der Lage a a′ im Gleichgewichte steht, so müssen die beiden wirksamen Componenten a g und a e einander gleich sein. Nun ist

Fig. 287.



im ersten Falle $ae = H \sin. w$, und
$ag = R \cos. w$,
im zweiten Falle $ae = H \sin. w'$, und
$ag = R' \cos. w'$,

weil der Schenkel des Winkels g a f auf den Schenkeln des Winkels a c n stückweise senkrecht stehen, somit ist

$$R \cos. w = H \sin. w, \text{ und}$$
$$R' \cos. w' = H \sin. w',$$

woraus folgt:

$$R = H \tan g.\ w, \text{ und}$$
$$R = H \tan g.\ w'.$$

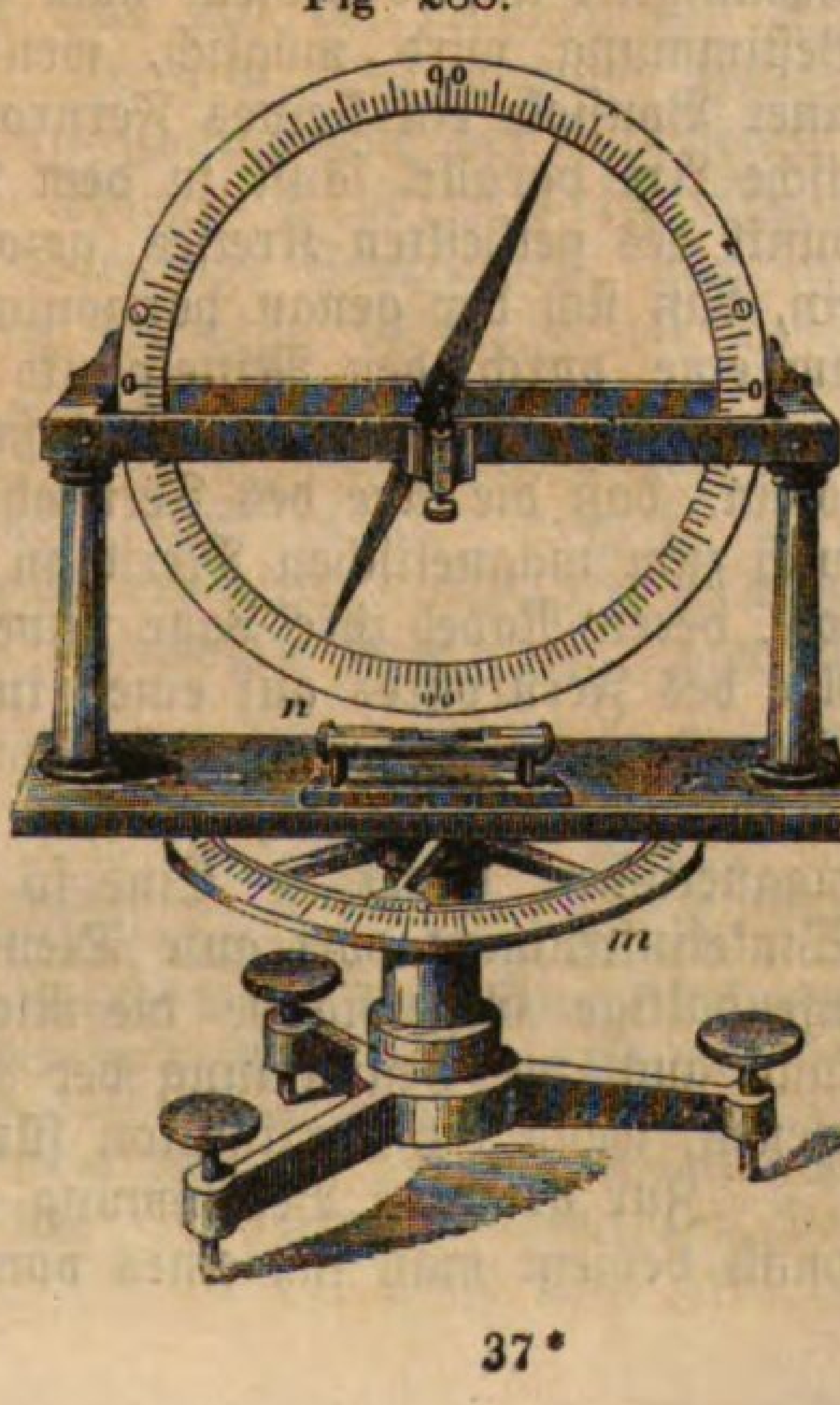
Substituirt man für R und R′ die früher gefundenen Werthe, und setzt $m = 1$, so erhält man

$$\tan g.\ w = \frac{M}{H x^3} \text{ und } \tan g.\ w' = \frac{2M}{H x^3} = 2 \tan g.\ w.$$

Die letzte Gleichung ist durch vielfältige Versuche als richtig befunden, und damit auch die Richtigkeit des bei der Ableitung dieser Gleichung vorausgesetzten Lehrsatzes bewiesen worden, nämlich, daß die magnetische Action eines Magnetpols auf einen fernstehenden magnetischen Punkt dem Quadrate der Entfernung dieses Punktes umgekehrt proportional ist.

§. 219. Erdmagnetismus. Der an einem Orte herrschende Erdmagnetismus ist bestimmt, sobald man seine Richtung und Intensität, so wie die periodischen Aenderungen, die in diesen Bestimmungen stattfinden, ermittelt hat. Die Richtung erfährt man durch genaue Bestimmung der an dem gegebenen Orte vorkommenden magnetischen Inclination und Declination; dazu dienen eigene Instrumente, die man **Inclinatorien** und **Declinatorien** nennt.

Fig 288.



1. Ein Inclinatorium stellt die Fig. 288 vor; dieses Instrument, ganz aus eisenfreiem Messing verfertigt, enthält eine sehr empfindliche Magnetnadel, die um eine durch ihren Schwerpunkt gehende horizontale Axe beweglich ist; diese Axe geht zugleich durch den Mittelpunkt eines verticalen

getheilten Kreises, in dessen Ebene sich die Magnetnadel dreht, und der sich über der Ebene eines zweiten horizontal liegenden und ebenfalls getheilten Kreises bewegen läßt; dieser Kreis wird mit Hilfe der drei Stellschrauben des Fußes und der Libelle n in die horizontale Lage gebracht; er hat den Zweck, den Verticalkreis leichter mit Genauigkeit in den magnetischen Meridian einzustellen, oder ihm eine beliebige Neigung gegen diesen Meridian zu geben, oder auch, um ihn genau um 180° drehen zu können, was in manchen Fällen nothwendig ist. Der Nullpunkt der Theilung des Verticalkreises liegt in dem horizontalen Durchmesser desselben; befindet sich dieser Kreis sammt der magnetischen Axe der Nadel in der Ebene des Meridians, so gibt der Bogen zwischen dem Nullpunkte und der magnetischen Axe die Größe der magnetischen Inclination an.

Bewegt man den Verticalkreis so lange, bis die Nadel eine vollkommen verticale Stellung erlangt, so hat man nur nöthig, diesen Kreis um 90° zu drehen, um ihn in den magnetischen Meridian zu bringen. Läßt man die Inclinationsnadel in der verticalen Ebene, in der sie im Gleichgewichtszustande vertical steht, schwingen, und zählt die in einer gewissen Zeit T gemachten Schwingungen, bringt hierauf die Nadel in den magnetischen Meridian, und beobachtet die Schwingungen, die sie in der nämlichen Zeit T vollbringt, so wird es möglich, die magnetische Neigung zu berechnen, denn im ersten Falle ist nur die verticale Componente Q des Erdmagnetismus, im zweiten der ganze Erdmagnetismus wirksam; ist nun N die Anzahl der im ersten und N' die der im zweiten Falle in der Zeit T vollbrachten Schwingungen, so ist

$$\frac{T}{N} = \pi \sqrt{\frac{K}{QM}} \text{ und } \frac{T}{N'} = \pi \sqrt{\frac{K}{PM}},$$

mithin $$\frac{N^2}{N'^2} = \frac{Q}{P},$$

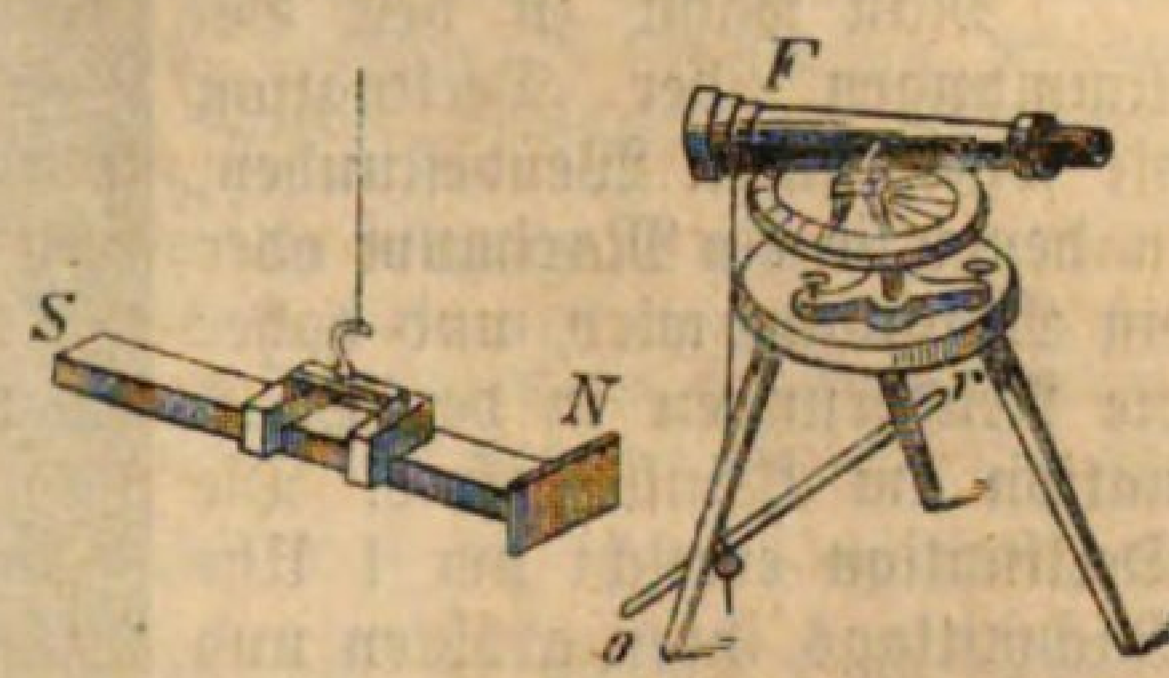
nun ist $$Q = P \sin. i, \text{ folglich } \sin. i = \frac{N^2}{N'^2}.$$

2. Kommt es bei der Bestimmung der Declination auf keine große Genauigkeit an, so bedient man sich dazu einer Boussole. Eine genauere Bestimmung wird möglich, wenn man an einer Seite des Gehäuses einer Boussole ein kleines Fernrohr dergestalt befestiget, daß seine optische Axe parallel läuft zu dem Durchmesser, welcher durch den Nullpunkt des getheilten Kreises gezogen ist; man richtet die Boussole so ein, daß sich der genau horizontal gestellte Kreis sammt dem Fernrohre um eine durch den Mittelpunkt des Kreises gehende verticale Axe in horizontaler Richtung drehen läßt. Stellt man nun zuerst die Boussole so ein, daß die Axe des Fernrohres zur Richtungslinie der Nadel, also auch zum magnetischen Meridian parallel ist, und dreht dann die Boussole, deren Nadel ihre Lage unveränderlich beibehält, so lange, bis die Axe des Fernrohres auf einen im astronomischen Meridiane befindlichen Gegenstand zeigt, so gibt die Spitze der Nadel am getheilten Kreise die Größe des Winkels an, welchen der astronomische Meridian mit dem magnetischen bildet. — Eine so eingerichtete Boussole kann auch als Winkelinstrument dort gute Dienste leisten, wo nicht zu besorgen ist, daß eisenhaltige Gegenstände die Richtung der Nadel stören könnten; sie kann auch zur Bestimmung der Richtung des Meridians an einem Orte dienen, wenn die Declination für diesen Ort bekannt ist.

Zur genauen Bestimmung der Declination für einen gewissen Zeitpunkt bedient man sich eines von Gauß im Jahre 1832 ausgeführten

Apparates, den man **Magnetometer** nennt. Dieser besteht aus einem 4 bis 25 Pfund schweren parallelepipedischen Magnetstabe NS, Fig. 289, von feinem und vollkommen gehärtetem Stahle, der in der Mitte mit einem messingenen eisenfreien Schiffchen versehen ist, welches an einem 7 Fuß langen und aus ungedrehten Coconfäden bestehenden Seidenfaden, oder an einem feinen Metalldrahte aufgehängt ist. An einem Ende des genau horizontal liegenden Magnetstabes ist ein kleiner Planspiegel dergestalt befestigt, daß man ihn genau senkrecht zur Magnetaxe einstellen kann. Um den Einfluß der Luftströme unschädlich zu machen, ist der Magnetstab möglichst luftdicht in einem Kasten eingeschlossen, durch dessen Decke der Anfhängefaden geht, und der an der Seitenwand, welcher der Spiegel zugekehrt ist, eine Oeffnung hat, die etwas größer ist als der Spiegel; dieser Oeffnung gegenüber in einer Entfernung von etwa 16 Fuß wird auf einem festen Fundamente ein Theodolith *) und an dessen Fußgestelle eine in Millimeter getheilte Scala aufgestellt, die auf dem magnetischen Meridian senkrecht steht. Damit die Zahlen und Theilungen der Scala durch das Fernrohr des Theodolithen in Folge der Reflexion der Strahlen am Spiegel gesehen werden könnten, muß der Magnetstab in der mittleren Höhe zwischen der Scala und dem Fernrohre schweben, und letzteres gegen die Mitte des Spiegels gerichtet sein; von der Mitte des Objectivs geht ein feiner, durch ein Gewicht gespannter Faden über die Scala herab, und zeigt den Scalentheil an, der mit der optischen Axe des Fernrohrs, dem verticalen Faden des Fadenkreuzes und mit der magnetischen Axe in derselben Verticalebene sich befindet. Die Fig. 290 zeigt die Haupttheile des Apparates projicirt auf die Horizontalebene der Magnetaxe; NS ist die Magnetaxe, die in S den Spiegel trägt, AB die Scala, Cm die Axe des Fernrohrs, und m derjenige Scalentheil, den der vom Objectiv herabhängende Faden des Bleiloths trifft. Ist die Spiegelebene auf der NS senkrecht, und Sp die Verlängerung von NS, mithin auch auf dem Spiegel senkrecht, so ist Sp die Spiegelaxe, und p liegt im magnetischen Meridian. Macht man mp = mq, so wird der Strahl qS nach Sm vom Spiegel reflectirt, und der Scalentheil q unter dem Fadenkreuze im Fernrohre erscheinen; hieraus

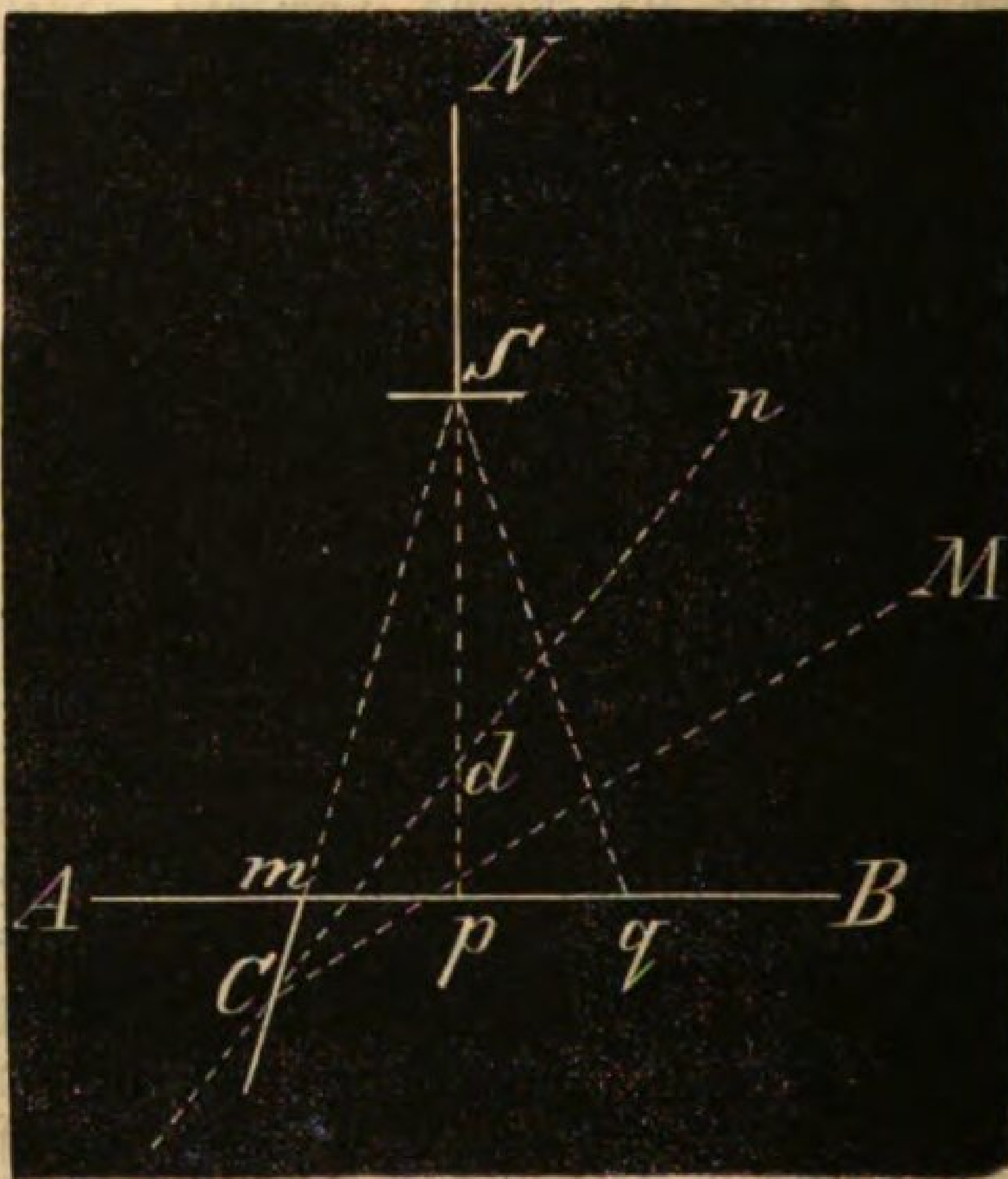
Fig. 289.



*) Der Theodolith besteht aus zwei concentrischen Kreisen B, die mit einem festen Fußgestelle versehen sind, sich genau horizontal stellen und auch um eine durch ihren Mittelpunkt gehende verticale Axe sich drehen lassen; der innere Kreis trägt zwei an den Endpunkten eines Durchmessers stehende verticale Säulen, die eine horizontale Axe tragen, um die ein kleines Fernrohr sammt einer mit ihm verbundenen Alhidade in der Ebene eines Verticalkreises sich auf und ab bewegen läßt. Sowohl der innere Kreis als die Alhidade sind mit einem Nonius versehen. Das Fernrohr ist mit einem Fadenkreuze versehen, dessen verticaler Faden genau durch die optische Axe geht.

läßt sich die Richtung der Spiegelaxe sogleich bestimmen, da $mp = \frac{mq}{2}$ ist.

Fig. 290.



Man wählt zu den Bestimmungen der Declination die sogenannten Wendestunden, in denen sie ein Maximum oder ein Minimum wird, und daher die Aenderungen in der Declination am kleinsten sind. Die Declination erreicht um 1 Uhr Nachmittags ihren größten und von 6 bis 8 Uhr ihren kleinsten Werth.

Der Winkel $CSp = \delta$, welchen die optische Axe des Fernrohrs Cm projicirt auf die Horizontalebene der magnetischen Axe, mit letzterer einschließt, ergibt sich, wenn man die Entfernung ($Sp = a$) der Spiegelfläche von der Verticalebene, in welcher die Scala liegt, gemessen hat. Man hat dann:

$$\text{tang. } \delta = \frac{mp}{a} = \frac{1}{2} \frac{mq}{a}.$$

Heißt w der Winkel mSp für den Fall, daß mq gleich ist einem Scalentheile, so ist tang. $w = \frac{1}{2\,a}$; oder, da dieser Winkel sehr klein ist, so kann man ihn gleich in Bogensecunden ausdrücken, nämlich

$$w \text{ Arc. } 1'' = \frac{1}{2\,a};$$

nun ist $\text{Arc. } 1'' = \frac{\pi}{180.60.60}$, somit

$$w = \frac{206264{\cdot}8}{2\,a}.$$

Man braucht nur diesen Werth eines Scalentheils mit der Anzahl der Scalentheile, die mq enthält, zu multipliciren, um sogleich die Anzahl der Secunden zu erfahren, die der Winkel δ enthält.

Zur Bestimmung der Declination ist es nöthig, einen verticalen Strich (die Mire) in der Nähe des Horizontes zu haben, dessen Winkelabstand von dem nahe befindlichen geographischen Meridiane man genau kennt. Es sei M die Mire, die doppelt so weit vom Fernrohr entfernt sein soll, als der Spiegel, damit sie und die Scala gleich deutlich gesehen werden; Cn sei die durch die Drehungsaxe C des Fernrohrs Cm gelegte astronomische Meridianebene, so ist $nCM = \alpha$ als bekannt anzunehmen. Befestigt man den äußeren horizontalen Kreis des Theodolithen, wenn die optische Axe des Fernrohrs auf S gerichtet ist, und dreht den inneren, bis die Mire M in der Axe des auf die gehörige Höhe gestellten Fernrohrs erscheint; so gibt der Winkel, welchen der Nullpunkt des Nonius des inneren Kreises an dem äußeren

durchlaufen hat, den Winkel SCM $= \beta$. Heißt D die Declination des Magnetstabes für einen gewissen Zeitpunkt, nämlich der Winkel Sdn, so ist

$$D = \beta - \alpha + \delta.$$

Eine genaue Bestimmung ist nur dann möglich, wenn alle Einflüsse, welche die Lage des Magnetstabes zu ändern vermöchten, insbesondere Eisenmassen beseitigt worden sind; daher muß das Observatorium, in welchem Messungen des Erdmagnetismus vorgenommen werden, ganz eisenfrei sein.

Die schwingende Bewegung, in der sich der Magnetstab beständig befindet, erschwert die genaue Angabe desjenigen Scalentheils, der bei ruhiger Stellung des Magnetes unter dem Faden erschienen wäre; man bestimmt diesen Scalentheil, indem man zuerst die Schwingungsdauer t genau ermittelt, und nun die Scalentheile n und n' notirt, die in der Zeit $T - \frac{t}{2}$ und in der Zeit $T + \frac{t}{2}$ vom Ocularfaden gedeckt wurden; der in der Mitte O liegende Scalentheil für die Zeit T hat die Zahl $n + \frac{n' - n}{2} = \frac{n' + n}{2}$. Man pflegt aus mehreren solchen Beobachtungen das Mittel zu nehmen. — Hieraus ist zu ersehen, daß eine genaue Uhr bei magnetischen Beobachtungen unerläßlich ist, und daß aus den für die einzelnen Tagesstunden gefundenen Declinationen, auch die succesiven Veränderungen bekannt werden, die in der Declination eines jeden Tages stattfinden. — Magnetometer, bei denen nur die Richtung und nicht die Schwingungsdauer beobachtet wird, pflegt man mit einem kupfernen Gehäuse zu umgeben, oder auch ihnen eine Kupferplatte in geringem Abstande unterzulegen, um die Schwingungen schnell zu verkleinern, weßhalb diese Vorrichtung der Dämpfer genannt wird. Bei kleineren Magneten, die man luftdicht einschließen kann, ist ein Dämpfer nicht nothwendig. Das Gesagte reicht hin, um eine Einsicht in den Zweck und die Haupttbestandtheile des Gauß'schen Magnometers zu erhalten; eine genaue in's Einzelne gehende Beschreibung und Anwendung der verschiedenen Bestandtheile, so wie eine Beschreibung kleinerer magnetischer Apparate findet man in Kreil's Anleitung zu den magnetischen Beobachtungen, zweite Auflage 1858, herausgegeben von der k. k. Akademie der Wissenschaften.

3. Intensität des Erdmagnetismus. Die Größe der horizontalen Componente des Erdmagnetismus für einen gegebenen Ort findet man, wenn man einen Magnetstab genau horizontal aufhängt, in Schwingung versetzt, und die Dauer einer Schwingung = T für den Fall bestimmt, wo der Stab einzig unter dem Einflusse des Erdmagnetismus steht; man hat dann

$$T = \pi \sqrt{\frac{K}{MH}} \text{ und } MH = \frac{\pi^2 K}{T^2} \quad (1).$$

Bestimmt man nun die Größe der Ablenkung w oder w', die dieser Magnetstab an einer in leicht meßbarem Abstande x befindlichen Declinationsnadel bewirkt, wenn diese in eine der zwei oben angegebenen Stellungen gebracht wird, so bekommt man aus den Gleichungen

$$\text{tang. } w = \frac{M}{Hx^3}, \text{ oder tang. } w' = \frac{2M}{Hx^3}$$

die Werthe w und x oder w' und x, und findet

$$\frac{M}{H} = x^3 \text{ tang. } w, \text{ oder } \frac{M}{H} = \frac{1}{2} x^3 \text{ tang. } w' \quad (2).$$

Aus dem Produkte und dem Quotienten zweier Größen läßt sich leicht der Werth einer jeden Größe berechnen. Wird (1) durch (2) dividirt, so erhält man

$$H^2 = \frac{\pi^2 K}{T^2 x^3 \text{tang. } w} \text{ und } H = \frac{\pi}{Tx}\sqrt{\frac{K}{x \text{ tang. } w}} \quad (3)$$

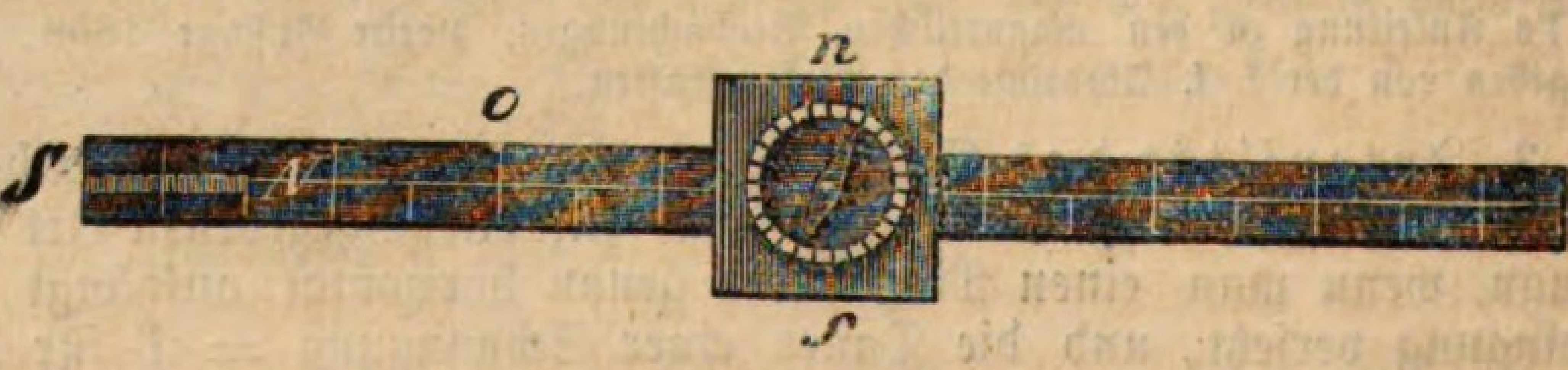
daher $$M = \frac{\pi x^2}{T}\sqrt{\frac{K \text{ tang. } w}{x}}.$$

Berechnet man das Trägheitsmoment des Magnetstabes, so gibt die Gleichung (3) die Größe der horizontalen Componente, aus der sich der absolute Werth der ganzen magnetischen Kraft P der Erde für einen bestimmten Ort ergibt, wenn man bereits die magnetische Inclination ermittelt hat; denn bekanntlich ist

$$H = P \cos. i, \text{ somit } P = \frac{H}{\cos. i}.$$

W. Weber hat einen einfachen Apparat angegeben, der sich zu ziemlich genauen Intensitätsbestimmungen des Erdmagnetismus eignet, und auf Reisen sehr bequem ist; dieser besteht aus einer Boussole, deren Nadel $60^{mm} = 27.33$ W. L. lang ist, dann aus einem genau parallelepipedisch gearbeiteten Magnetstabe von $100^{mm} = 45.55$ W. L. Länge und aus einem 1 Meter langen getheilten Maßstabe, der so breit ist, daß man die Boussole darauf stellen kann. Der Magnetstab hat in der Mitte ein kleines Loch, in das man eine Nähnadel stellen und darin befestigen kann. Durch das Oehr dieser Nähnadel zieht man einen Coconfaden durch, um den Stab darauf aufhängen, in Schwingungen versetzen und die mittlere Schwingungsdauer T aus einer großen Anzahl von Beobachtungen ermitteln zu können. — Man bringt den Maßstab in eine genau horizontale Lage und stellt ihn zuerst senkrecht zum magnetischen Meridian; in die Mitte des Maßstabes setzt man die Boussole und an das Ende parallel mit dem Maßstabe den kleinen Magnetstab auf, wie die Fig. 291 zeigt; nun beobachtet man die Ablenkung der Magnetnadel und bestimmt

Fig. 291.



die Entfernung derselben von der Mitte des ablenkenden Stabes; wiederholt diese Beobachtung des Ablenkungswinkels mit Umkehrung der Pole des Magnetstabes und in verschiedenen Entfernungen, und berechnet aus vielen Beobachtungen den mittleren Werth von $\frac{M}{H}$. — Ist a die Länge, b die Breite und p das Gewicht des parallelepipedischen Magnetstabes, so ist das Trägheitsmoment

$$K = \left(\frac{a^2 + b^2}{12}\right) p, \text{ daher } HM = \pi^2 \frac{(a^2 + b^2)}{12\, T^2} p.$$

In neuester Zeit haben Gauß und Weber einen noch mehr compendiösen Reise-Apparat construirt, der noch genauere Bestimmungen gestattet.

4. Will man nur das Verhältniß der magnetischen Erdkräfte an zwei verschiedenen Orten der Erde erfahren, so läßt man eine Magnetnadel zuerst an einem Orte schwingen, überträgt sie dann ohne Aenderung der Stärke ihres Magnetismus an den andern Ort, und versetzt sie abermals in Schwingungen; ist im ersten Falle T, im zweiten T' die Dauer einer Schwingung, und bezeichnet man die Intensität der wirksamen magnetischen Kraft für einen Ort mit J, für den andern mit J', so ist $$T^2 : T'^2 = J' : J;$$

oder wenn man mit N und N' die an beiden Orten von der Magnetnadel in der nämlichen Zeit vollbrachte Anzahl der Schwingungen bezeichnet,

$$N^2 : N'^2 = J : J'.$$

5. Zur Beobachtung der Variationen, die in der Intensität der horizontalen Componente des Erdmagnetismus vorgehen, dient ein eigener, unter dem Namen Bifilar-Magnetometer bekannter Apparat. Um diesen Apparat zu begreifen, wollen wir uns zuerst einen nicht magnetischen Stab an zwei Fäden so aufgehängt denken, daß er sich in horizontaler Richtung frei drehen kann; offenbar wird er in jener Lage im Gleichgewichte stehen, in welcher beide Fäden ihrer ganzen Länge nach sammt der durch den Schwerpunkt des Stabes senkrecht zu diesen Fäden gezogenen Linie in der nämlichen verticalen Ebene sich befinden. Ist jedoch der Stab magnetisch, so wird diese Ebene die des magnetischen Meridians sein; stellt man nun diese durch die beiden Fäden gehende Ebene so, daß sie mit der magnetischen Meridianebene einen Winkel einschließt, so wird der untere Theil der Fäden in Folge der Einwirkung des horizontalen Antheils des Erdmagnetismus, der den Magnet in den magnetischen Meridian zu stellen sucht, aus der Verticalebene heraustreten, und sich so lange drehen, bis die magnetische Kraft durch die Torsionskraft der Fäden aufgehoben ist. In dieser Gleichgewichtslage würde der Magnetstab bleiben, wenn die horizontale magnetische Erdkraft unveränderlich dieselbe Stärke behielte; allein die Stärke nimmt zu und ab, im ersten Falle nähert er sich mehr dem magnetischen Meridiane, bis die durch stärkere Drehung vergrößerte Torsionskraft dem stärkeren Erdmagnetismus wieder das Gleichgewicht hält; im zweiten Falle erlangt die Torsionskraft das Uebergewicht, und der Magnetstab muß sich vom magnetischen Meridiane entfernen; daher ist es möglich, aus den Aenderungen in den Stellungen des an zwei Fäden horizontal hängenden Magnetstabes die Aenderungen in der Intensität des Erdmagnetismus zu erkennen. Derjenige Stand des Magnetstabes, in welchem der Erdmagnetismus die größte Drehkraft äußert, ist der rechtwinkelige, weßhalb man den Stab senkrecht auf den magnetischen Meridian stellt. Die Veränderung in der Stellung nimmt man in einem daran befestigten Spiegel wahr, wie beim Gauß'schen Magnetometer.

Man findet es vortheilhafter, alle Variationen der Declination und Inclination, so wie die, welche in der Stärke des Erdmagnetismus vorgehen, mittelst eigener Apparate zu beobachten, die man magnetische Variations-Apparate nennt; man braucht zu ihrer Aufstellung keine eisenfreien Orte, sondern nur solche, wo sie ungestört sind und wo auch in den nächsten Umgebungen keine Aenderung vorgeht, die auf die Stellung der Magnete von einigem Einfluß sein könnte.

Zur Erforschung der Gesetze und der Ursachen der magnetischen Variationen sind auf Alex. von Humboldt's Anregung seit 1829 an mehreren Orten der Erdoberfläche magnetische Observatorien errichtet worden; man ist übereingekommen, die Beobachtungen überall zu derselben physischen Zeit anzustellen, also alle Beobachtungszeiten auf denselben Beobachtungsort, also auf denselben Meridian zu beziehen. Man wählte den Meridian von Göttingen zur Anerkennung der Verdienste, die sich der große Gelehrte Gauß um diesen Zweig der Naturforschung erworben hat. Die Variationen hängen auch von localen Umständen ab, weßhalb die Ermittelung der Gesetze, nach welchen sie erfolgen, erst nach vielen Jahren möglich wird.

§. 220. Vertheilung des Magnetismus auf der Erdoberfläche und Aenderungen desselben. Sowohl die Richtung als die Stärke des Erdmagnetismus ist an verschiedenen Orten der Erdoberfläche verschieden groß; um ein deutliches Bild von der Abweichung und Neigung der Magnetnadel, dann von der Intensität des Erdmagnetismus an den verschiedenen Orten der Erdoberfläche zu geben, hat man auf Karten dreierlei Systeme von magnetischen Linien verzeichnet:

a) isogonische Linien, welche Orte von gleicher Declination mit einander verbinden,

b) isoclinische, welche durch die von nämlicher Inclination gezogen sind, und

c) isodynamische, welche durch Orte gehen, an denen die Intensität des Erdmagnetismus die nämliche ist.

Es gab nach Ermann im J. 1829 zwei Linien auf der Erdoberfläche, wo die Richtung der Declinationsnadel mit der Richtung des astronomischen Meridians zusammenfällt, also die Abweichung Null ist; man nennt sie Agonen. Die eine zieht sich nahe an der Ostküste Amerikas von Süd nach Nord, die andere geht in mehreren Windungen durch den nördlichen und östlichen Theil von Asien und durch den westlichen Theil von Neuholland. In Europa ist gegenwärtig die Abweichung des Nordpols eine westliche, im östlichen Asien und westlichen Amerika dagegen eine östliche. — Die Linie auf der Erdoberfläche, für welche die Inclination gleich Null ist, heißt der magnetische Aequator; sie geht um die Erde herum, jedoch nicht parallel zum Erdäquator, indem sie ihn an zwei Punkten durchschneidet, die man Knoten nennt, sich dann von ihm bald mehr bald weniger, aber südlich nur um 12°, nördlich um 15° entfernt; die Knoten sind veränderlich, und rücken in der Richtung von Ost nach West fort. Nördlich vom magnetischen Aequator neigt sich der Nordpol, südlich von ihm der Südpol der Magnetnadel; die Inclination wird desto beträchtlicher, je weiter man sich vom Aequator entfernt. Die magnetischen Pole der Erde sind dort, wo die Inclination 90° beträgt, also die Inclinationsnadel vertical steht; solche Pole gibt es zwei auf der Erdoberfläche, einen nördlichen und südlichen; den ersteren fand James Roß 1831 bei der Mellville's-Insel unter dem 70° 5′ nördlicher Breite, und 280° 54′ östl. Länge von Ferro. Im Jahre 1841 fand James Roß unter 76° südl. Breite und 168° 11′ östlicher Länge von Greenwich die Inclination 88° 37′ und schließt aus dieser und anderen Beobachtungen, daß die damalige Lage des Südpols nahe $75\frac{1}{2}$° südl. Br. und 154° Länge gewesen sein mag. Die isoclinischen Linien verlaufen im Allgemeinen in der Richtung der Parallelkreise, sind jedoch zu diesen nicht parallel. Eben so auch die isodynamischen Linien. In der Nähe des Erdäquators ist die Intensität des Erdmagnetismus am kleinsten, wächst mit der geographischen Breite und ist an den Magnetpolen $1\frac{1}{2}$ mal so groß als am magnetischen Aequator. Die Orte, wo das Maximum der Intensität herrscht, fallen nicht mit den magnetischen Polen zusammen. — Die Stärke des Erdmagnetismus nimmt mit der Erhebung über die Meeresfläche ab. — Die Größen, welche die Richtung und die Stärke des Erdmagnetismus bestimmen, sind nicht unveränderlich, sondern beständigen Aenderungen unterworfen, von denen diejenigen, die Jahrhunderte lang im gleichen Sinne fortdauern, säcu-

läre Schwankungen heißen. So z. B. war 1580 in Frankreich die Declination eine östliche, und nahm damals jährlich ab, so daß sie im Jahre 1663 Null geworden ist; von dieser Zeit an war sie westlich, nahm immer mehr zu, und erreichte im J. 1814 das Maximum von 22° 34′, worauf sie wieder anfing abzunehmen, so daß sie im J. 1852 nur noch 20° 20′ zählte. — Aus Lamont's vieljährigen Beobachtungen in München folgt, daß dort die Abnahme der Declination jährlich ungefähr 6½ Minuten beträgt. Der Gang der seculären Aenderungen in der Declination ist nicht an allen Orten derselbe; so z. B. erreichte die Declination am Cap der guten Hoffnung erst im J. 1843 ihr westliches Maximum.

Die säculären Aenderungen kommen auch bei der Inclination vor; diese war z. B. im J. 1761 in Paris 75°, nahm seit dieser Zeit beständig ab, und beträgt gegenwärtig nur 66° 26′. Nach Lamont beträgt die Abnahme der Inclination in Deutschland jährlich beinahe 2·3 Minuten. — Diese Aenderungen der Inclination sind nicht überall dieselben; in Europa nimmt sie ab, auf St. Helena nimmt sie ungefähr um 8 Minuten im Jahre zu.

Die Intensität der horizontalen Componente des Erdmagnetismus nimmt gegenwärtig in Deutschland zu; über den Gang der säculären Aenderungen in der Intensität läßt sich, da man die Intensität erst in der neuern Zeit zu beobachten anfing, nichts mit Sicherheit angeben.

Die Magnetnadel geht bei den säculären Aenderungen nicht ununterbrochen nach einer bestimmten Richtung hin, sondern es gehen täglich stündliche Aenderungen (Variationen) vor sich, sowohl in der Declination und Inclination als auch in der Intensität des Magnetismus der Erde. Ungefähr um 8 Uhr Morgens hat die Declinationsnadel ihre östlichste Stellung, die Declination ist ein Minimum, worauf der Nordpol gegen Westen sich bewegt, und zwischen 1 und 2 Uhr die westlichste Stellung erreicht, also die Declination ein Maximum wird; der Nordpol wendet sich nun wieder gegen Osten, geht in dieser Richtung ziemlich rasch, aber während der Nachtstunden sehr langsam. Der Winkel, den die östlichste Lage der Magnetnadel mit ihrer westlichsten macht, heißt die Amplitude der täglichen Bewegung; diese ist größer im Sommer als im Winter; sie ist nicht überall gleich groß; im April ist sie am größten, und beträgt in Göttingen 13·9 Minuten, im December dagegen am kleinsten, nur 5 Minuten zählend. Nach Lamont kann die Größe der täglichen Variationen der Tageslänge proportional angenommen werden. — Nach Kreil's Beobachtungen und nach Kämtz hat der Mond einen merklichen Einfluß auf die Declination; Nord- und Ostwinde vermindern sie, bei West- und Südwestwinden wird sie größer.

Auf der südlichen Erdhälfte bewegt sich der Südpol der Magnetnadel zu denselben Tagesstunden nach Westen, in welchen in der nördlichen der Nordpol nach Westen geht.

Auch die Inclination erleidet in der Periode von 24 Stunden Aenderungen; sie ist nach Kreil im Sommer zwischen 8 und 9 Uhr und im Winter zwischen 10 und 11 Uhr Morgens ein Maximum; um Mittag ein Minimum, um 3 Uhr erreicht sie wieder ein Maximum, worauf sie abnimmt und gegen 10 Uhr Abends ein Minimum wird; nach Mitternacht tritt ein drittes Maximum ein, dem am Morgen ein drittes Minimum folgt.

In Betreff der Variationen der **totalen Intensität** ist bekannt, daß im Durchschnitte das Minimum um 10 Uhr Morgens und das Maximum um 10 Uhr Abends sich einstellt.

An manchen Tagen, z. B. beim Erscheinen eines Nordlichtes, bei Erdbeben und vulcanischen Ausbrüchen beobachtet man plötzlich eintretende und schnelle Aenderungen in der Declination, Inclination und Intensität, welche die täglichen Variationen weit übertreffen; sie werden **magnetische Störungen** genannt. Die Störungen der Declination erscheinen beträchtlicher, je mehr man sich den Polargegenden nähert, und treten fast gleichzeitig an Orten derselben Erdhälfte ein, welche die gleiche geographische Länge haben.

Man war vielfältig bemüht, den magnetischen Zustand der Erde nach gewissen aufgestellten Hypothesen zu erklären; nun hat Gauß aus den bisher bekannten Elementen und den Gesetzen der Anziehung und Abstoßung der magnetischen Fluida, ohne Annahme einer Hypothese, die Theorie des Erdmagnetismus so weit ausgebildet, daß es möglich wird, aus der bekannten Intensität und Richtung des Erdmagnetismus an einigen Orten, deren Lage gegen einander und einen dritten Ort auch bekannt ist, die Richtung und Intensität der magnetischen Erdkraft für diesen letzteren Ort zu berechnen, welche Berechnung von der Erfahrung nur dort beträchtlich abweicht, wo locale Ursachen einen bedeutenden Einfluß auf die Magnetnadel üben. Die magnetische Erdkraft kann nach Gauß der vereinten Wirkung von 8 einpfündigen Magnetstäben in jedem Kubikmeter Erde gleichgesetzt werden. Aus dieser Theorie folgt, daß es nur zwei magnetische Pole auf der Erde gibt; der eine liegt im Norden von Amerika, der andere im Süden von Van-Diemensland.

Die Ursache der täglichen und der von Jahreszeiten abhängigen magnetischen Variationen ist höchst wahrscheinlich die Sonnenwärme, die den Erdmagnetismus schwächt. Morgens ist die Ostseite stärker erwärmt als die Westseite, daher ist die Anziehung von Ost kleiner als von West, und so geht der Nordpol Vormittag westwärts, d. h. die Declination nimmt zu; und weil die Südseite während des Tages eine höhere Temperatur erhält als die Nordseite, so nimmt die Inclination gegen die Mittagszeit immer mehr ab. Bei Nacht, so wie bei bedecktem Himmel sind die Temperaturänderungen gering, daher auch die magnetischen Variationen; im Sommer sind sie beträchtlicher als im Winter. Daraus erklärt sich auch, warum die mittlere Inclination am Erdäquator südlich ist, indem die mittlere Temperatur der nördlichen Halbkugel höher ist, als die der südlichen.

§. 221. Aufhebung des Einflusses der Eisenmassen auf die Richtung der Magnetnadeln. Der Erdmagnetismus bewirkt in jeder Eisenmasse eine seiner Stärke entsprechende Vertheilung des in ihm befindlichen Magnetismus, so daß die gegen Norden liegende Hälfte nördlichen, die andere Hälfte südlichen Magnetismus äußert, wodurch die Richtung einer nahen Magnetnadel eine Störung erleidet. Mit jeder Aenderung der Stellung dieser Eisenmasse bezüglich der Weltgegenden tritt eine Aenderung in der Vertheilung des Magnetismus in ihr ein, wodurch auch der Einfluß, den diese Eisenmasse auf die Magnetnadel äußert, ein anderer werden kann. Die Störung, die eine Eisenmasse in der Richtung der Magnetnadel erzeugt, wird unter denselben Umständen desto beträchtlicher, je größer die Intensität des Erdmagnetismus ist, mithin in größeren Breiten beträchtlicher als in kleineren.

Durch den Einfluß des Erdmagnetismus erhält nach **Barlow** eine eiserne Kugel eine zur Richtung der magnetischen Erdkraft parallele magnetische Axe und einen auf dieser Axe senkrechten magnetischen Aequator. Eine in die Ebene dieses Aequators gebrachte Magnetnadel erleidet, da sie von beiden Kugelhälften gleich stark angezogen wird,

keine Ablenkung, während sie nördlich und südlich von diesem Aequator desto mehr von ihrer Richtung abgelenkt wird, je weiter sie gerückt wird. Bei hohlen Kugeln erhielt Barlow dasselbe Resultat, wie bei massiven von gleichem Durchmesser.

Auf einem Schiffe kommen bedeutende Eisenmassen verschiedenartig vertheilt vor, und äußern einen störenden Einfluß auf die Magnetnadeln, wodurch eine Abänderung in ihrer Declination bewirkt wird, deren Werth sich mit der Stellung des Schiffes rücksichtlich der Weltgegenden ändert, und in verschiedenen geographischen Breiten verschieden groß ist; weßhalb die Angaben der Magnetnadeln besonders in größeren geographischen Breiten sehr unsicher werden. Barlow hat das große Verdienst, diesen Uebelstand durch Befestigung einer Eisenplatte in der Nähe des Compasses aufgehoben zu haben.

Nach Barlow stellt sich ein Beobachter am Ufer A, Fig. 292, ein anderer auf dem Schiffe in B auf, und jeder ist mit einem Compasse versehen; der erste visirt zuerst nach B, hierauf in der Richtung der Magnetnadel AE, während der andere von B nach A und dann in der Richtung der Magnetnadel BE visirt; dadurch werden die Winkel EAB $= b$ und EBA $= b'$ bestimmt. Ist AD die Richtung des durch A gehenden Himmels-Meridians, und BD' die zu ihr parallele Richtung des durch B gezogenen, so ist die Declination am Ufer EAD $= a$, und am Schiffe EBD' $= a'$. Setzen wir den Winkel AEB $= d$, so ist offenbar

$$d = a' - a;$$

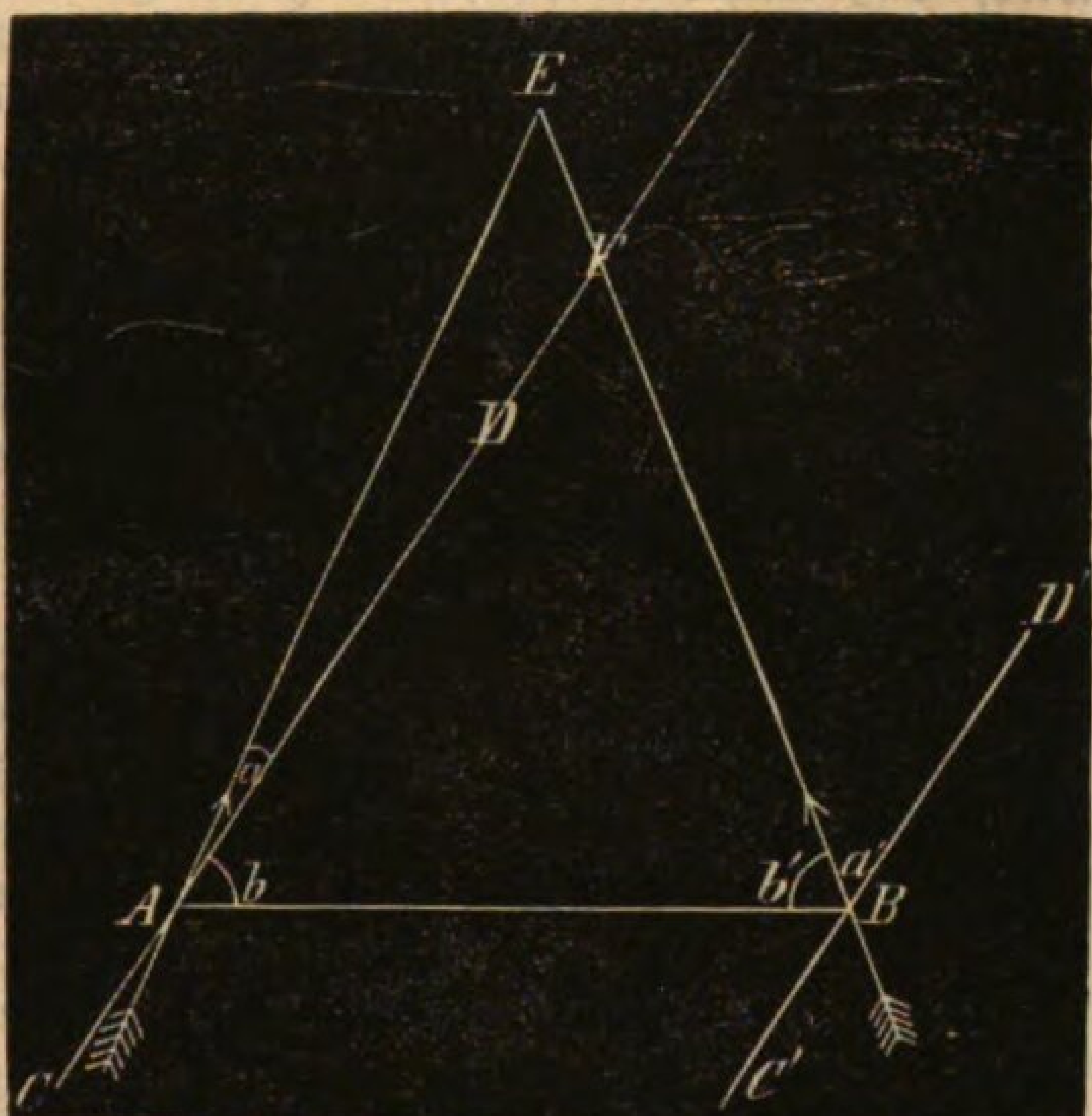
allein aus dem Dreiecke AFB folgt

$$a' + b - a + b' = 180^\circ,$$

mithin

$$a' - a = 180^\circ - (b + b').$$

Fig. 292.



Man erfährt also durch die vorgenommenen Messungen den Unterschied $a' - a$, der das Maß der Störung ist, welche die Magnetnadel am Schiffe durch das daselbst vorhandene Eisen erfährt. Nun dreht man das Schiff, und stellt dieselben Beobachtungen bei jedem Windstriche von 10 bis 12° an, so erhält man für jede Lage den Werth der bewirkten Störung. Durch Interpolation findet man die einem jeden einzelnen Grade entsprechende Ablenkung. — Nachdem dieß alles geschehen ist, bringt man den Schiffscompaß an's Land, und stellt ihn auf einen hölzernen Kasten, der sich um eine durch den Drehungspunkt der Magnetnadel gehende Verticale drehen läßt, und an dessen einer Seite gleich weit abstehende Löcher angebracht sind, in die man den magnetischen Compensator einstellen kann. Der Compensator besteht aus einer eisernen Doppelscheibe von 12 bis 13 engl. Zoll im Durchmesser und 3 Pfund Gewicht, die an einem Stabe von Kupfer befestigt ist; man sucht durch Versuche diejenige Stellung des Compensators aufzufinden, in welcher er bei jeder Drehung des Gestells genau dieselben Störungen in der Richtung der Magnetnadel bewirkt, wie das Eisen auf dem Schiffe, wenn dieses um denselben Winkel gedreht wird. Hat der Compaß auf dem Schiffe seine gewöhnliche Stelle eingenommen, so bringt man den

Compensator am Fuße desselben genau in dieselbe Lage, wie früher am Kasten. Beobachtet man dann auf dem Schiffe, daß die Declination ohne Compensator z. B. 36°, mit dem Compensator 40° beträgt, so ist die wahre Declination 36° — 4° = 32°, da der Compensator dieselbe Wirkung hervorbringt, wie das Eisen des Schiffes. Sollte die Declination durch Mitwirkung des Compensators vermindert erscheinen, so muß die Differenz zu der Declination, die ohne Compensator beobachtet wurde, addirt werden.

Der Erdmagnetismus äußert auch einen Einfluß auf den Gang der Chronometer am Schiffe, weßhalb man die Chronometer möglichst weit von den Eisenmassen aufstellt, und immer in der nämlichen Lage läßt.

Elektricitätslehre.

§. 222. Allgemeine elektrische Eigenschaften. Der Zustand, in welchen Bernstein, Glas, Harz, Collodium, Guttapercha und viele andere Körper durch Reibung versetzt werden, und der zunächst dadurch erkennbar wird, daß leichte Körper, wie z. B. Flaumfedern, Hollundermarkkügelchen von solchen geriebenen Körpern angezogen, und nachdem sie dieselben berührt haben, wieder abgestoßen werden, heißt ein elektrischer; Körper in diesem Zustande nennt man elektrische, und die Ursache des elektrischen Zustandes Elektricität. Durch starkes, anhaltendes Reiben bewirkt man, daß von dem elektrischen Körper in den genäherten Finger knisternde Funken übergehen und daß der umgebende Sauerstoff der Luft in Ozon umgewandelt wird, der sich durch einen eigenthümlichen Geruch zu erkennen gibt. Wird die stark geriebene Stange dem Gesichte genähert, so entsteht in Folge der Anziehung der Härchen an der Haut eine Empfindung, als wenn man mit dem Gesichte in ein Spinnengewebe gerathen wäre.

2. Berührt man eine an einem Seidenfaden hängende oder auf einem trockenen Glasfuße stehende Metallkugel mit der geriebenen Stange nur an einem Punkte, so erscheint sie an der ganzen Oberfläche elektrisch; allein der elektrische Zustand verschwindet augenblicklich, wenn man die Kugel an irgend einem Punkte mit der Hand berührt hat. Hängt jedoch die Metallkugel an einem Metalldrahte, oder wird sie in der Hand gehalten, so erscheint sie nicht elektrisch, wenn sie mit der elektrischen Stange berührt worden ist. Hieraus ist zu ersehen, daß die Seide und das Glas die der Kugel mitgetheilte Elektricität zurückhalten, daß dieß jedoch der Metalldraht und der menschliche Körper zu leisten nicht vermögen. Die Untersuchungen führten schon Gray (1727) zu der Erkenntniß, daß es Körper gibt, welche sich genau so wie die Metallkugel verhalten, aber auch solche, die nur an der Stelle, an welcher sie mit einem elektrischen Körper in Berührung kommen, elektrisch werden, und falls sie auf irgend eine Art auf ihrer ganzen Oberfläche elektrisch geworden sind, nur an der Stelle, die man z. B. mit der Hand berührt hat, die Elektricität verlieren. Die ersteren Körper nennt man gute, die letzteren schlechte Leiter der Elektricität; es gibt aber auch solche, die weder zu den guten, noch zu den schlechten gezählt werden können, und die man Halbleiter nennt.

Zu den guten Leitern gehören z. B. alle Metalle, gut ausgeglühte Kohle, Graphit, Säuren, Salzlösungen, Erze, Wasser im tropfbaren und dampfförmigen Zustande, lebende Organismen, Flamme, Rauch. Schlechte Elektricitätsleiter sind: Glas,

Harze, Schwefel, Diamant, alle durchsichtigen Edelsteine, fette Oele, Elfenbein, Seide, Wolle, Haare, Federn, trockene Gase, mit Ausnahme des Wasserstoffgases, das die Elektricität leitet. — Zu den Halbleitern zählt man Holz, Marmor, Alabaster, Horn Knochen.

Die schlechten Leiter heißen auch Isolatoren; soll ein guter Leiter der Elektricität, die ihm von einem elektrischen Körper mitgetheilt worden ist, behalten, so muß man ihn isoliren, d. i. mit schlechten Leitern umgeben; denn würde er mittelst guter Leiter mit dem Erdboden verbunden, so würde alle Elektricität in die Erde übergehen, da diese auch aus gut leitenden Massen besteht.

Die Elektricität erscheint bei guten Leitern nur an der Oberfläche; denn umgibt man eine isolirte Metallkugel mit zwei gut anschließenden Metallschalen, die mit gläsernen Handgriffen versehen sind, und führt dem Ganzen Elektricität zu, so findet man nach dem Abheben der Schalen die Kugel nicht elektrisch, wohl aber sind es die Schalen.

3. Du Fay machte (1733) die Entdeckung, daß die Elektricität am geriebenen Glase verschieden ist von der, die am geriebenen Harze, z. B. an einer Siegellackstange zum Vorschein kommt; man nennt die erstere positive, die letztere negative Elektricität, und unterscheidet sie dadurch von einander, daß Körper, die gleichnamig elektrisch sind, einander abstoßen, die ungleichnamig elektrischen dagegen einander anziehen; davon überzeugt man sich leicht, wenn zwei an Seidenfäden hängende und sich berührende Hollundermarkkügelchen einmal mit einer mit Tuch geriebenen Glas- oder mit einer eben so geriebenen Siegellackstange berührt werden; man sieht sie, sobald sie elektrisch geworden sind, von einander fliehen. Leichte Körperchen, die mit einem elektrischen in Berührung kommen, erhalten die Elektricität dieses Körpers, und werden als gleichnamig elektrisch abgestoßen. — Hat man die unelektrischen Kügelchen von einander entfernt, und dann das eine mit der elektrischen Glasstange, das andere mit der elektrischen Siegellackstange berührt, so ziehen sie einander von der Ferne an, und erscheinen, nachdem sie sich berührt haben, entweder vollständig unelektrisch, oder beide haben die Elektricität, welche in einem Kügelchen in stärkerem Maße vorhanden war; hieraus folgt, daß durch Vereinigung der ungleichnamigen Elektricitäten der elektrische Zustand der Körper vollständig verschwindet und der natürliche sich einstellt, wenn diese Elektricitäten in gleichem Maße vorhanden waren; war jedoch die Elektricität des einen Körpers stärker als die ungleichnamige des andern, so wird nach erfolgter Berührung beider Körper der Rest von der stärkeren Elektricität in beiden Körpern sich vertheilen; somit verhalten sich die beiden Elektricitäten zu einander wie entgegengesetzte Größen, und man hat Recht, die eine mit $+ E$ und die andere mit $- E$ zu bezeichnen.

4. Stellt man einen dicken, an den Enden abgerundeten Metallstab AB, längs dessen Länge Hollundermarkkügelchen mittelst leitenden Fäden aufgehängt sind, und der in der Mitte mit einem gläsernen Handgriffe versehen ist, über einen elektrischen Körper M, der z. B. $+ E$ enthält, aber in eine solche Entfernung, daß kein Funke überspringen kann, so sieht man an der Divergenz der Kügelchen, daß der Metallstab elektrisch ist und nur die Mitte unelektrisch erscheint. Nähert man eine mit Tuch geriebene, mithin negativ elektrische Siegellackstange dem

unteren Ende B, so findet man, daß sie die Kügelchen daselbst abstößt, jedoch die am andern Ende A anzieht, mithin ist B negativ und A positiv-elektrisch. — Entfernt man AB von M, so fallen die Kügelchen herab, der Metallstab erscheint im natürlichen Zustande. Bei dieser Elektrisirung des Metallstabes AB hat die Elektricität in M nur die Schwächung erfahren, welche auch ohne AB eingetreten wäre; mithin hat der Stab AB die Elektricitäten + E und — E, die er darbietet, nicht vom Körper M durch Mittheilung erhalten, sondern sie müssen in ihm selbst, und zwar in gleichem Maße vorhanden sein. Der natürliche Zustand von AB zeigt sich als derjenige, in welche + E und — E mit einander gleichmäßig vereinigt sind; man bezeichnet ihn daher durch ± E; durch den Einfluß des elektrischen Körpers M wird aber eine Vertheilung der beiden Elektricitäten bewirkt; die ungleichnamige wird angezogen und erscheint an dem Ende, welches dem elektrischen Körper zugewendet ist; die gleichnamige wird abgestoßen und erscheint an dem andern Ende mit dem Bestreben, in andere gute Leiter zu übergehen, weßhalb sie auch sogleich in die Hand übergeht, wenn man AB irgendwo berührt; diese Elektricität ist also frei, sie wird durch nichts am Leiter festgehalten; die andere bleibt an dem Ende B des Metallstabes, man mag diesen so oft, als man will, berühren; sie wird also durch die entgegengesetzte Elektricität von M an den Leiter gebunden.

Wird nun der Metallstab AB von M entfernt, so hört der Einfluß von M auf, und seine gebundene Elektricität wird frei, und verbreitet sich an der ganzen Oberfläche des Stabes.

Diese Art der Trennung der Elektricitäten in einem guten isolirten Leiter nennt man Elektricitätserregung durch Vertheilung oder Influenz, öfters auch elektrostatische Induction. Der Raum um einen elektrischen Körper, in welchem die vertheilende Wirkung desselben bemerkbar wird, heißt die elektrische Atmosphäre oder der elektrische Wirkungskreis des Körpers. Die Elektricitätserregung durch Vertheilung wurde von Canton (1733) entdeckt und von Wilke (1757) genauer untersucht.

5. Werden zwei Körper A und B an einander gerieben, so treten beide Elektricitäten auf, der eine bekommt + E, der andere — E. Die Stärke des Druckes beim Reiben ist ohne Einfluß, aber eine innige Berührung der Flächen, die einander reiben, ist nothwendig. Ist A ein schlechter und B ein guter, nicht isolirter Leiter, so erscheint nur A elektrisch, indem die entgegengesetzte Elektricität von B sogleich in die Erde abgeleitet wird; wäre B isolirt, so würde seine Elektricität die von A binden, oder sich mit ihr vereinigen, weßhalb dann A nicht elektrisch erscheinen könnte. — Welcher von den an einander geriebenen Körpern + E und welcher — E erhält, hängt nicht bloß von der materiellen Beschaffenheit, sondern von manchen andern Umständen ab.

Man hat eine sogenannte elektrische Reihe gebildet, in welcher die Körper so aufeinander folgen, daß jeder in derselben, mit dem folgenden gerieben — E, jedoch mit dem vorhergehenden gerieben + E erhält; die Elektricitäten treten desto stärker hervor, je weiter die Körper in der Reihe von einander abstehen. Eine solche Reihe ist Schwefel, Bernstein, Colophonium, Siegellack, schwarze Seide, weiße Seide, Papier, Wolle, Glas, Turmalin, Hasenfell, Diamant, Katzenfell. An guten Leitern kann die durch Reibung erzeugte Elektricität wahrgenommen werden, wenn sie gut isolirt sind.

Nicht bloß durch Reibung, sondern auch durch **Druck, Stoß, mechanische Theilung** wird Elektricität erregt; aber bei jeder Erregungsart treten beide Elektricitäten genau in dem Verhältnisse auf, in welchem sie in ihrer Vereinigung den natürlichen Zustand bilden; diese Thatsache beweiset abermals, daß jeder Körper den Grund der beiden elektrischen Zustände in sich selbst enthält.

6. Kommt ein guter Leiter AB in den elektrischen Wirkungskreis eines Körpers M, der z. B. + E besitzt, so entsteht in ihm eine Vertheilung seiner natürlichen Elektricität; die — E bewegt sich im Leiter gegen M hin, und erscheint an dem Ende A, welches dem Körper M zugewendet ist; die + E, welche abgestoßen wird, geht an das entgegengesetzte Ende B. Hört der vertheilende Einfluß von M auf, so verschwindet augenblicklich die elektrische Vertheilung. Hieraus folgt

a) daß die Scheidung der beiden Elektricitäten in guten Leitern sehr leicht vor sich geht, daß daher + und — E ohne bemerkbaren Widerstand von einer Stelle zur andern sich bewegen können, was bei schlechten Leitern nicht mehr der Fall ist; ferner

b) daß die beiden entgegengesetzten Elektricitäten fortwährend das Bestreben besitzen, sich wieder mit einander zu vereinigen, weßhalb auch die Wiedervereinigung augenblicklich erfolgt, wenn M entfernt wird, oder seinen elektrischen Zustand verliert. Der elektrische Zustand ist immer nur ein Zwangszustand, in welchem die vorhandene Elektricität das Bestreben hat, sich mit der entgegengesetzten der Umgebung zu vereinigen und dadurch den Zwangszustand auszugleichen. Je mehr AB dem Körper M genähert wird, desto stärker ist die vertheilende Wirkung von M, mithin auch stärker in A die — E und in B die + E; die negative Elektricität in A wirkt aber auch anziehend auf die von M, weßhalb die + E von M an den Stellen, welche dem A am nächsten sind, in größerem Maße erscheint, als an andern. Die entgegengesetzten Elektricitäten in M und in A streben sich mit einander zu vereinigen; und dieses Bestreben wächst mit der Annäherung von AB an M; daher kommt es, daß die beiden Elektricitäten schon in einem gewissen Abstande des A von M die Luft durchbrechen und mit einander sich vereinigen; diese Vereinigung, bei der die isolirende Luftschichte durchbrochen wird, erscheint als ein **elektrischer Funke**, als **Blitz**, zuweilen nur als ein im Dunkeln sichtbares **Lichtbüschel**. Den Abstand der beiden Körper, in welchem der Funke erscheint, heißt man die **Schlagweite** der + E von M.

War der Leiter AB isolirt, so erscheint er, nachdem sich seine — E mit der + E von M verbunden hat, positiv-elektrisch. Man sieht hieraus, daß der Elektrisirung guter Leiter durch Mittheilung immer eine Elektrisirung durch Vertheilung vorhergeht. Das Gewicht eines Körpers wird durch Elektrisirung nicht geändert, daher auch die Menge der in ihm vorhandenen freien Elektricität durch Abwägen nicht bestimmt werden. — Da gleichnamig elektrische Theilchen einander abstoßen, so müssen die einzelnen Elemente der in einem Leiter vorhandenen freien Elektricität sich von einander entfernen, und da ein guter Leiter diese Bewegung nicht hindert, so begeben sie sich bis an dessen Oberfläche, wo die vorhandenen Isolatoren die weitere Bewegung verhindern. Die freie Elektricität bildet daher an der Oberfläche eines guten Leiters eine

Schichte von geringer Dicke; die Anordnung derselben hängt von der Form des Körpers, aber auch von der Form und Lage der benachbarten guten Leiter ab; so lange alles unverändert bleibt, ist auch die Elektricität in dem Leiter im Gleichgewichte, aber immer das Bestreben nach Ausgleichung äußernd, weßhalb dieser Gleichgewichtszustand *elektrische Spannung* heißt. Die Stärke, mit welcher eine Flächeneinheit der Oberfläche eines elektrischen Körpers auf einen in der Entfernung = 1 befindlichen elektrischen Punkt je nach der Beschaffenheit seiner Elektricität anziehend oder abstoßend einwirkt, wird als das *Maß der elektrischen Spannung* oder der *Dichte* der elektrischen Schichte, mithin auch als Maß der an der Flächeneinheit vorkommenden Elektricitätsmenge betrachtet. Die Wirkungen, welche die Elektricität im Zustande des Gleichgewichts ausübt, so wie die Gesetze, nach denen sie erfolgen, bilden den Gegenstand der *Elektrostatik*.

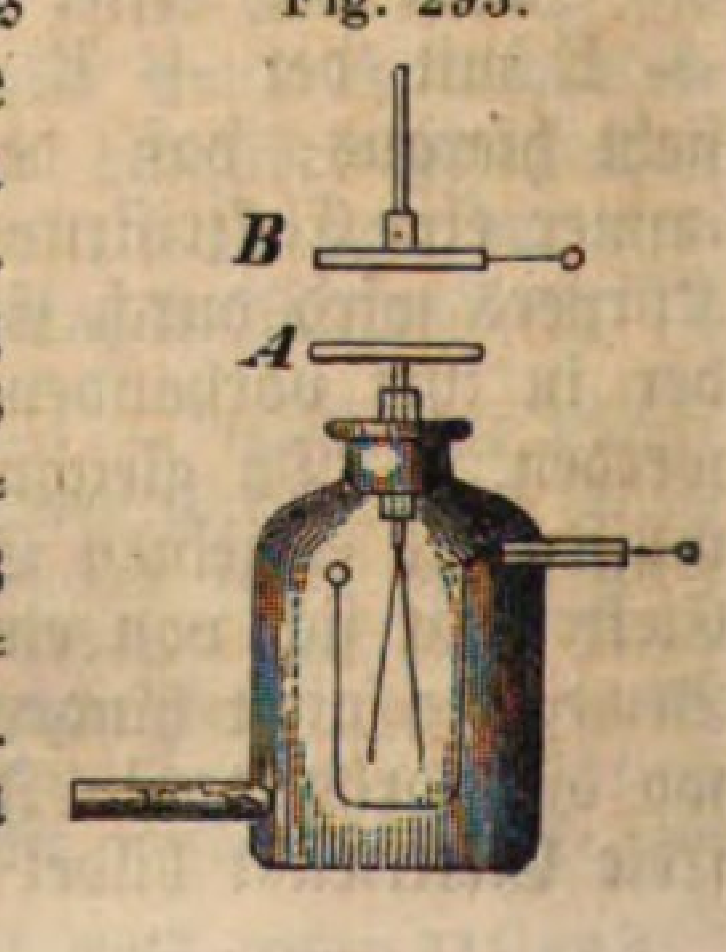
Bei der Vereinigung der getrennten Elektricitäten sehen wir sie im Zustande der Bewegung; die Bewegung in einer bestimmten Richtung heißt ein *elektrischer Strom*. — Wird ein elektrischer Körper M, der z. B. + E hat, vermittelst eines Metalldrahtes mit dem Erdboden in Verbindung gebracht, so wird M zunächst in dem ihm zugewendeten Ende des Drahtes eine Vertheilung bewirken; — E wird angezogen, + E abgestoßen; letztere bewirkt im nächsten Drahttheilchen abermals eine Vertheilung, verbindet sich mit der — E desselben, und stößt + E ab; auf diese Art pflanzen sich die Trennungen der in einem Drahttheilchen vereinigten, und die Verbindungen der ungleichnamigen Elektricitäten zweier benachbarten Theilchen immer weiter fort, und dieser Vorgang ist wieder ein elektrischer Strom. Die dabei vorkommende Vertheilung und Vereinigung der entgegengesetzten Elektricitäten geht nicht in allen Körpern mit gleicher Leichtigkeit vor sich; der dabei vorkommende Widerstand heißt *Leitungswiderstand*.

Die Wirkungen der elektrischen Ströme sammt den Gesetzen, nach denen sie erfolgen, bilden den Gegenstand der *Elektrodynamik*.

Die Gesammtheit der elektrischen Erscheinungen führt zu der Ueberzeugung, daß die Elektricität nichts Materielles ist; allein es erleichtert sowohl die Uebersicht der elektrischen Erscheinungen als auch die Ausdrucksweise, wenn man von der Elektricität als einem aus zwei ungleichartigen Bestandtheilen bestehenden Fluidum spricht, bei dem die Theilchen desselben Bestandtheils einander gegenseitig abstoßen, hingegen die Theilchen der ungleichartigen Bestandtheile sich wechselseitig anziehen.

7. Zur Nachweisung schwacher elektrischer Spannungen dienen die *Elektroskope*; man bedient sich gewöhnlich des von *Bennet* erfundenen *Goldblättchenelektroskops*, das aus einer an den Rändern abgerundeten Metallscheibe A (Collectorplatte), Fig. 293, besteht, in deren Mitte ein rundes Metallstäbchen senkrecht steht, das an dem abwärts gekehrten Ende keilförmig zugespitzt ist, um an den Seitenflächen des Keils zwei schmale, beinahe zwei Zoll lange Goldblattstreifen mit etwas Gummi so zu befestigen, daß sie im unelektrischen Zustande vertical herabhängen und sich dabei mit ihren Flächen berühren. Um gegen den Luftzug geschützt zu sein, befinden

Fig. 293.



sich die Streifen in einem allseitig geschlossenen Glasgefäße, in dessen Hals das sorgfältigst isolirte Metallstäbchen festsitzt. — Bringt man einen, z. B. positiv-elektrischen Körper M in die Nähe von A, so bewirkt er eine elektrische Vertheilung in den mit einander verbundenen guten Leitern des Apparats; die abgestoßene + E begibt sich in die leicht beweglichen Goldplättchen, die dann, da sie gleichnamig elektrisch sind, auf einander abstoßend wirken, und eine divergirende Stellung annehmen, welche desto stärker wird, je näher M der Collectorplatte gebracht wird. Hat der Körper M nur eine sehr schwache Elektricität, so ist es nöthig, ihn mit A in Berührung zu bringen, wo sich dann die + E von M mit der angezogenen — E des Apparats verbindet, und die Goldblättchen auch noch positiv elektrisch bleiben, wenn M entfernt worden ist.

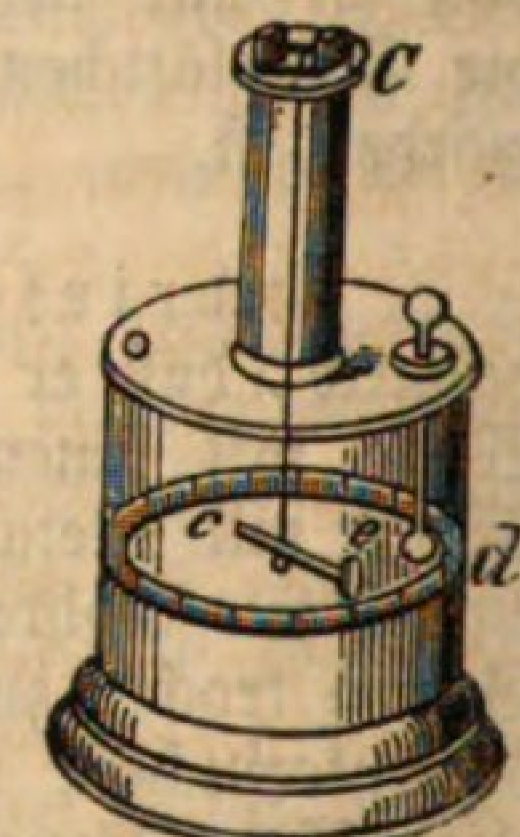
Andriessen gab dem Instrumente eine größere Empfindlichkeit dadurch, daß er die Goldblättchen auf die aus der Figur ersichtlichen Weise mit einem Metalldrahte abcde von $3/4$ Linien Dicke, dessen Enden mit Metallkügelchen versehen sind, umgab; die nahe am Boden eingekittete Röhre r ist mit Chlorcalcium gefüllt, um den Raum im Gefäße trocken zu erhalten. — Will man die Elektricität des Körpers M untersuchen, so berührt man das Kügelchen a mit einem schwach elektrischen Körper von bekannter Elektricität, z. B. mit einem am Tuche geriebenen Siegellack, so wird der Draht negativ elektrisch, und ruft in den Goldblättchen + E hervor, weßhalb diese schon zur Divergenz kommen. Nähert man nun M der Collectorplatte bis zur Berührung, so wird, falls M + E hat, die Divergenz verstärkt, dagegen vermindert, wenn M — E besitzt. Man ist also im Stande, sogleich die Beschaffenheit der in M vorhandenen Elektricität zu erkennen.

In der neuesten Zeit haben Dellmann, Peltier, Oersted und Kohlrausch sehr empfindliche Elektroskope construirt.

§. 223. Coulomb's elektrische Drehwage. Der natürliche Zustand eines Körpers ist bekanntlich das Ergebniß des Zusammenbestehens der beiden entgegengesetzten, in jedem Körper vorhandenen Elektricitäten; wird die eine durch irgend einen Einfluß bekämpft, so wird die andere frei und der Körper erscheint elektrisch. Auch ist bereits bekannt, daß sich gleichnamige Elektricitäten gegenseitig abstoßen, die ungleichnamigen dagegen anziehen. Um einen Ausdruck für die elektrische Action eines mit freier Elektricität begabten Punktes gegen einen anderen in der Entfernung r befindlichen zu finden, nehmen wir als Einheit diejenige Action an, die von einer in einem Punkte A concentrirt gedachten freien Elektricitätsmenge ausgeht, und im Stande ist, einer gleich großen in einem andern Punkte B concentrirten und in der Entfernung = 1 befindlichen die beschleunigende Kraft = 1 zu ertheilen. Bleibt die freie Elektricität in B unverändert, während die in A 2, 3,... m mal größer wird, so wird auch die Wirkung, die B erleidet, 2, 3,... m mal stärker; nimmt die freie Elektricitätsmenge in B um das m'fache zu, während die in A gleich m bleibt, so ist die Kraft, mit welcher B von A bewegt wird, auch m'mal größer; mithin ist mm' die Größe der Action, die ein Punkt mit der Elektricitätsmenge m gegen einen andern

äußert, der die Elektricitätsmenge m′ besitzt, und vom ersteren in der Entfernung = 1 absteht. Bringt man den Punkt B in eine größere Entfernung von A, so nimmt die gegenseitige Action ab. Um das Gesetz dieser Abnahme zu finden, und überhaupt die Stärke der Abstoßung, die ein elektrischer Punkt oder ein elektrisches kleines Flächenstück auf einen andern gleichnamig elektrischen Punkt oder ein anderes Flächenstück in einem bestimmten Abstande äußert, zu ermitteln und darnach die Elektricitätsmenge in einem und dem andern Flächenstücke zu bestimmen, dient **Coulomb's elektrische Drehwage**. Eine Nadel ce, Fig. 294, von Schelllack oder von Glas, das mit Schelllack überstrichen ist, hängt an einem in seinem Schwerpunkte befestigten feinen Metall- oder Glasfaden, und ist an einem Ende mit einem Scheibchen e von Goldpapier, oder einem kleinen vergoldeten Kügelchen von Hollundermark versehen; am andern Ende trägt die Nadel eine Masse, die sie äquilibrirt, d. h. in einer genau horizontalen Lage erhält. Um den Einfluß der Luftströmungen auf die Nadel zu beseitigen, befindet sich die Nadel in einem Glaskasten, der entweder cylindrisch oder viereckig gestaltet ist; auf dem hölzernen überfirnißten Boden steht ein Schälchen mit Chlorcalcium, um die Luft stets trocken zu erhalten. Auch der Deckel des Glaskastens ist von Glas, und hat in seiner Mitte eine kreisförmige Oeffnung, über der eine Glasröhre befestigt ist, deren oberes Ende mit einer kreisförmigen Platte geschlossen ist; in der Mitte dieser Platte ist eine dreieckige Oeffnung so angebracht, daß das eine Eck den Mittelpunkt eines an der Scheibe verzeichneten und in Grade getheilten Kreises bildet. Durch dieses Eck geht der Faden, der die Nadel trägt; sein oberes Ende ist um ein horizontales, um eine Axe bewegliches Stäbchen geschlungen, durch dessen Umdrehung die Nadel gehoben oder herabgelassen werden kann. Das Stäbchen ruht auf Stützen, die auf einer Metallplatte C stehen, die sich mit sanfter Reibung auf der Scheibe um den Mittelpunkt derselben drehen läßt, und an der ein Strich (ein Index) verzeichnet ist, welcher auf den Nullpunkt der Kreiseintheilung zeigt, wenn der Faden in seinem natürlichen Zustande sich befindet, d. h. nicht gedreht ist. In der horizontalen Ebene, in welcher die Nadel schwebt, befindet sich am Umfange des Kastens eine Kreiseintheilung, deren Nullpunkt derjenige ist, auf den die Spitze der Nadel zeigt, die das unelektrische Scheibchen oder Hollundermarkkügelchen e trägt; über diesem Nullpunkte befindet sich am Deckel des Kastens ein Loch, durch das man ein Metallkügelchen d so einsetzt, daß es mit e in Berührung kommt.

Fig. 294.



Um die Möglichkeit einzusehen, mittelst dieses Apparates die elektrische Abstoßung zu messen, müssen wir uns erinnern, daß der Metall- oder Glasfaden, der an einem Ende befestiget, und am andern durch ein daran hängendes horizontales Stäbchen gespannt ist, einer Kraft, die ihn mittelst dieses Stäbchens um seine Längenaxe zu drehen strebt, innerhalb seiner Elasticitätsgrenze einen Widerstand leistet, der dem Drehungswinkel direct proportional ist. Wird nun dem Kügelchen d

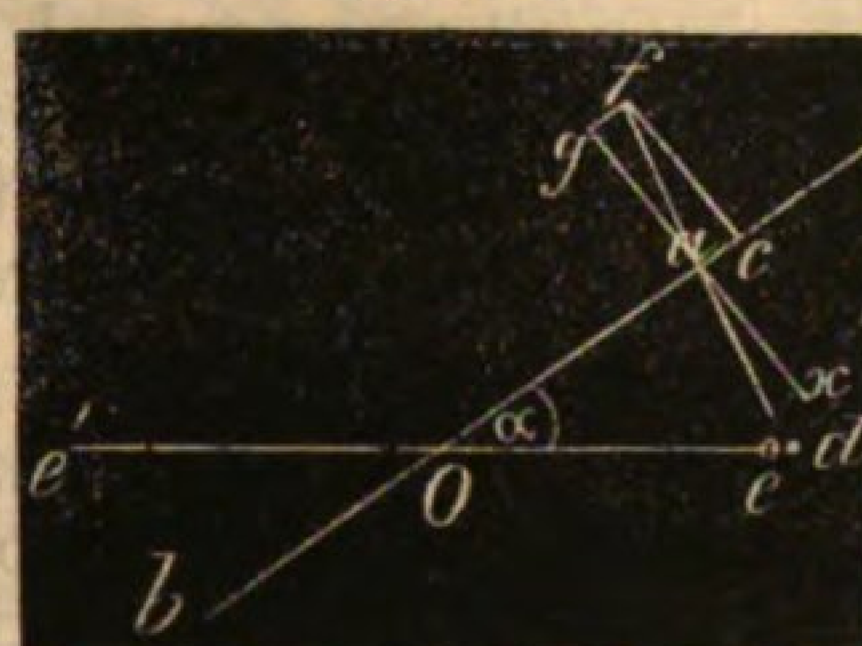
Elektricität mitgetheilt, so wird auch c gleichnamig elektrisch, folglich abgestoßen, und die Nadel von ihrer früheren Lage abgelenkt, bis der mit der Drehung des Fadens wachsende Widerstand der elektrischen Abstoßung des Kügelchens d das Gleichgewicht hält.

Um die in verschiedenen Fällen wirksamen Abstoßungskräfte mit einander vergleichen zu können, ist es nöthig, die Nadel jedesmal in denselben Abstand von d zu bringen; dieß geschieht, indem man die an der oberen Scheibe befindliche Metallplatte C so dreht, daß dabei die Nadel dem Nullpunkte, d. i. ihrer ursprünglichen Gleichgewichtslage genähert wird.

Man bringt jedesmal die Nadel in einen Abstand von d, der nur wenige Grade zählt; in diesem Abstande hält der von d ausgehenden Abstoßungskraft die Torsionskraft des Fadens das Gleichgewicht. Die Torsionskraft, d. i. das Bestreben der Nadel, ihre ursprüngliche Gleichgewichtslage zu gewinnen, ist dem Winkel proportional, um welchen der Faden oben durch die Platte C gedreht wurde, vermehrt um den Ablenkungswinkel der Nadel. Hat man z. B. die Platte C um 60° drehen müssen, um die Nadel in den Abstand von 5° zu bringen, so zählt der Torsionswinkel 65°, und somit hält die elektrische Abstoßungskraft von d der Torsionskraft von 65° das Gleichgewicht.

1. Es sei d, Fig. 295, das fixe elektrische Metallkügelchen, a b die Stellung der Nadel, in welcher sie mit ihrer ursprünglichen Gleichgewichtslage e e′ den Winkel $a O e = \alpha$ einschließt, und der Torsionswinkel w Grade zählt. Da die Abstoßungskraft von d in der Richtung d a f wirkt, die nicht auf a b senkrecht steht; so drücken wir sie durch a f aus, und zerlegen sie in a g senkrecht auf a b und in a c in der Verlängerung von a b; letztere stellt den Faden in eine etwas schiefe Lage, die jedoch nur unbedeutend ist, wenn α nur wenige Grade beträgt; erstere Componente hält der Torsionskraft, die nach a x senkrecht auf a b wirkt, das Gleichgewicht, und muß ihr deßhalb gleich sein. Die a g ist eine Tangente und die Gerade a e = a d die Sehne des Bogens a e, der dem Centriwinkel α entspricht, daher ist

Fig. 295.



der Winkel $fag = \frac{\alpha}{2}$ und $ag = af \, . \cos. \frac{\alpha}{2}$, die Torsionskraft $= kw$, wo k die Verhältnißzahl bedeutet; mithin ist

$$kw = af \, . \, \cos. \frac{\alpha}{2}.$$

Bezeichne man die Abstoßungskraft des Kügelchens d, wenn die Entfernung des Scheibchens von d gleich Eins ist, mit p, setze $ad = r$, und nehme an, daß diese Kraft in dem nämlichen Verhältnisse abnimmt, wie das Quadrat der Entfernung wächst, so ist

$$af = \frac{p}{r^2}.$$

Ist $\qquad l = a0$, so ist $r = 2\, l \sin. \frac{\alpha}{2}$,

mithin $\qquad kw = \frac{p \cos. \frac{\alpha}{2}}{4\, l^2 \sin.^2 \frac{\alpha}{2}}$ und $\frac{p}{4 k l^2} = w \operatorname{tang.} \frac{\alpha}{2} \sin. \frac{\alpha}{2}$.

Da der erste Theil der letzten Gleichung für jeden Werth von w und α ein constanter Ausdruck ist, so muß es auch der zweite sein, wenn die Abstoßungskraft wirklich dem Quadrate der Entfernung umgekehrt proportional ist. Zahlreiche Versuche bei verschiedenen Werthen von α und w bestätigen, daß das Produkt $w \operatorname{tang.} \frac{\alpha}{2} \sin. \frac{\alpha}{2}$ immer denselben Werth behält; also nimmt die elektrische Abstoßungskraft wirklich so ab, wie das Quadrat der Entfernung wächst.

2. Hat man in einem Falle

$$kw = \frac{p}{r^2} \cos. \frac{\alpha}{2},$$

und bei einem andern elektrischen Zustande von d, nachdem man durch Verwandlung des Torsionswinkels von w in w′ die Nadel abermals auf den Ablenkungswinkel α gebracht hat,

$$kw' = \frac{p'}{r^2} \cos. \frac{\alpha}{2},$$

so ist $\qquad p : p' = w : w'$,

d. h. die Abstoßungskräfte sind bei demselben Ablenkungswinkel der Nadel dem Torsionswinkel direct proportional.

3. Bringt man eine mittelst eines Schelllackstängelchens isolirte elektrische Metallkugel K an die Stelle von d, mithin in Berührung mit dem Scheibchen e, und bestimmt den Torsionswinkel w, nachdem man die Nadel so weit zurückgeführt hat, daß ihre Ablenkung nur noch 4° beträgt; berührt dann diese Metallkugel mit einer vollkommen gleichen, auf gleiche Weise isolirten und nicht elektrischen, so erhält letztere durch Mittheilung die Hälfte der freien Elektricität der ersteren, und man wird finden, daß nun der Torsionswinkel nur halb so groß zu sein braucht, um die Ablenkung der Nadel von 4° zu erhalten; woraus folgt, daß, wenn K auf e nur mit der halben Elektricität wirkt, die Abstoßungskraft nur halb so groß ist. Nimmt man der Kugel K abermals die Hälfte von ihrer Elektricität weg, so wird die Abstoßungskraft wieder um die Hälfte vermindert. Hieraus ist ersichtlich, daß eine mfache Elektricitätsmenge in der Kugel K eine mmal stärkere Abstoßungskraft äußert; aber auch dann, wenn die Elektricitätsmenge des Scheibchens e vermehrt wird, findet man, daß die Abstoßungskraft im gleichen Verhältnisse zunimmt. Heißt P die Stärke der Abstoßung, welche ein Punkt A, der die nach was immer für einer Einheit gemessene Elektricität m besitzt, auf einen mit der Elektricität m′ begabten und in der Entfernung = r stehenden Punkt B äußert, so ist

$$P = \frac{m m'}{r^2}.$$

4. Eine genaue Messung und Vergleichung elektrischer Kräfte wäre unmöglich, wenn wir den Verlust an Elektricität, den ein Körper theils durch die ihn umgebende Luft, theils durch die Isolatoren in einer bestimmten Zeit erleidet, nicht in Rechnung bringen könnten; man muß daher diesen Verlust jedesmal zu ermitteln suchen. Coulomb überzeugte sich, daß ein Schelllackstängelchen von 20 Linien Länge und einer Linie Dicke schwache elektrische Ladungen vollkommen isolire, indem eine elektrische Metallkugel, die man durch mehrere solche Stängelchen isolirte, denselben Verlust an Elektricität in einer gegebenen Zeit erlitt, wie wenn die Isolirung nur durch ein einziges solches Stängelchen vorgenommen worden war. Dieß setzt uns in den Stand, den Verlust zu finden, den ein elektrischer Körper durch die atmosphärische Luft allein erfährt. Dieser Verlust ist unabhängig von der materiellen Beschaffenheit des elektrischen Körpers, und wird nicht allein durch die in der Luft vorhandenen Wasserdünste, sondern durch die Luft selbst herbeigeführt; denn die Erfahrung lehrt, daß ein elektrischer Körper selbst in einer durch Chlorcalcium vollkommen getrockneten Luft einen Verlust an Elektricität erleidet; indem die Lufttheilchen, die den elektrischen Körper berühren, Elektricität aufnehmen, diese aber andern Theilchen nur langsam mittheilen. Beobachtet man, daß die Schelllacknadel anfänglich z. B. bei einer Torsion des Fadens von 344° um 20° von ihrer ursprünglichen Gleichgewichtslage abgelenkt, und daher die Torsionskraft, die der Abstoßungskraft das Gleichgewicht hält, dem Winkel von 364° proportional ist, und muß man nach einer Minute die Torsion z. B. um 8° vermindern, damit die Schelllacknadel wieder bei der früheren Ablenkung bleibe; so ist nach einer Minute die der elektrischen Abstoßung Gleichgewicht haltende Torsionskraft nur noch dem Winkel von 356°; und die mittlere elektrische Abstoßung während dieser Minute dem Winkel von $\frac{364 + 356}{2} = 360°$ proportional; somit betrug in diesem Falle bei d der Verlust an Elektricität während einer Minute $^8/_{360} = {}^1/_{45}$ der mittleren elektrischen Kraft. Wird die Dichte der Elektricität an der Oberfläche eines Körpers, d. i. die elektrische Spannung größer, so erscheint auch der in einer bestimmten Zeit sich ergebende Elektricitätsverlust größer.

Coulomb fand den in einer Minute eintretenden Verlust $^1/_{60}$ bis $^1/_{70}$ der mittleren Kraft; an feuchten Tagen oft $^1/_{10}$, weßhalb an feuchten Tagen keine genauen Versuche möglich sind. An Tagen, wo die Luft nur geringe Veränderungen in der Wärme oder Windesrichtung erfährt, fand Coulomb den durch die Luft bewirkten Verlust den ganzen Tag hindurch gleich groß.

Um den durch die Luft in einer bestimmten Zeit t bewirkten elektrischen Verlust eines außerhalb der Drehwage befindlichen Körpers zu finden, bedient man sich eines sogenannten Probescheibchens, d. i. eines sehr kleinen Scheibchens von Goldpapier, das durch ein Schelllackstängelchen isolirt ist; mit diesem berührt man eine Stelle des elektrischen Körpers, bringt es dann an die Stelle des fixen Kügelchens d in der Drehwage, und bestimmt den Torsionswinkel für eine gewisse kleine Ablenkung der Schelllacknadel. Man versetzt hierauf das Probescheibchen in den natürlichen Zustand, berührt damit nach Verlauf der Zeit t

dieselbe Stelle des elektrischen Körpers, und untersucht abermals die Größe der Abstoßung an der Drehwage für denselben Ablenkungswinkel, wie früher. Da der Verlust an Elektricität bei den Körpern immer in der Art erfolgt, daß das Verhältniß der elektrischen Spannung an allen Theilen der Oberfläche stets dasselbe bleibt, so reicht es hin, nur die Aenderungen in der Elektricitätsmenge an einer Stelle kennen zu lernen, um die an der ganzen Oberfläche zu erfahren.

Der Verlust an Elektricität durch die Isolatoren wird theilts durch die Flüssigkeitsschichte, mit der sich manche, wie z. B. Glas bedecken, theils durch ihre Substanz selbst hervorgebracht, daher soll man durch Erwärmung die Flüssigkeitsschichte entfernen, und Glas, das gut isoliren soll, mit einer Schichte Schelllackfirniß überziehen. Coulomb überzeugte sich, daß ein 15 bis 20 Zoll langer und gefirnißter Glasstab eben so gut schwache Elektricität isolirte, wie Schelllack selbst. — Kennt man bereits den Verlust an Elektricität, den die Luft in einer gewissen Zeit herbeiführt, so isolirt man eine Metallkugel mit einer wohl abgetrockneten Substanz, die man untersuchen will, macht die Kugel elektrisch, und bestimmt an der Drehwage den während einer Minute erlittenen Verlust an Elektricität; zieht man davon den in derselben Zeit durch die Luft bewirkten Verlust ab, so gibt der Rest den Verlust an, welchen die Substanz selbst erzeugte.

Man fand, daß dieser Verlust bei verschiedenen Isolatoren verschieden groß, und bei allen desto bedeutender ist, je größer die elektrische Spannung des isolirten Körpers ist. Für sehr schwache Spannungen erscheinen alle Körper als vollkommene Isolatoren. — Um Elektricität von starker Spannung vollständig zu isoliren, muß der Isolator eine hinreichende Länge und Dicke besitzen.

5. Man kann durch Versuche an der Drehwage nachweisen, daß die über der Oberfläche einer gut leitenden Kugel verbreitete Elektricität eine durchaus gleichförmig dichte Schichte bildet; denn berührt man die elektrische Kugel an irgend einer Stelle mit dem Probescheibchen, so bildet dieses daselbst einen Theil der Kugeloberfläche, und die Elektricität erscheint an ihm genau von der nämlichen Dichte, wie früher an dem damit bedeckten Theile der Kugel; man hebt hierauf das Probescheibchen mittelst seines isolirenden Stängelchens ab, und untersucht die Stärke seiner Elektricität an der Drehwage. Man mag nun die Kugeloberfläche an was immer für einer Stelle berühren, immer findet man die Elektricität von derselben Stärke.

Ist der isolirte Leiter nicht kugelförmig, so erscheint die elektrische Spannung nicht an allen Stellen gleich groß; sie ist an einem cylindrischen an den Enden abgerundeten Leiter an den Enden in der Verlängerung der Axe am größten, und nimmt gegen die Mitte mehr und mehr ab. — Je größer die Krümmung an einer Stelle ist, desto stärker ist daselbst die elektrische Spannung, und wird an einer Spitze sehr beträchtlich. Ecken und scharfe Kanten wirken auf ähnliche Weise wie Spitzen, daher darf ein Körper, der die erhaltene Elektricität längere Zeit behalten soll, keine Spitzen und eckige Formen haben.

Das Bestreben der Elektricität, einen guten Leiter zu verlassen, kommt daher, daß die an irgend einer Stelle a vorhandene von der gleichnamigen an jeder andern Stelle b abgestoßen wird; verdoppelt

man die Elektricität in dem guten Leiter, so erscheint sie sowohl in a als in b verdoppelt, und es wird nun die gegenseitige Abstoßung viermal größer; bei nfacher Dichtigkeit der Elektricität am Leiter wird in a und b die Elektricität nmal dichter, mithin die gegenseitige Abstoßung n^2mal größer. Demnach wächst das Bestreben der Elektricität, sich vom guten Leiter zu entfernen, wie das Quadrat der Dichte der elektrischen Schichte, oder mit andern Worten, wie das Quadrat der elektrischen Spannung zunimmt. Hieraus wird ersichtlich, daß der elektrische Verlust isolirter Leiter in einem größeren Verhältnisse als die elektrische Spannung wächst.

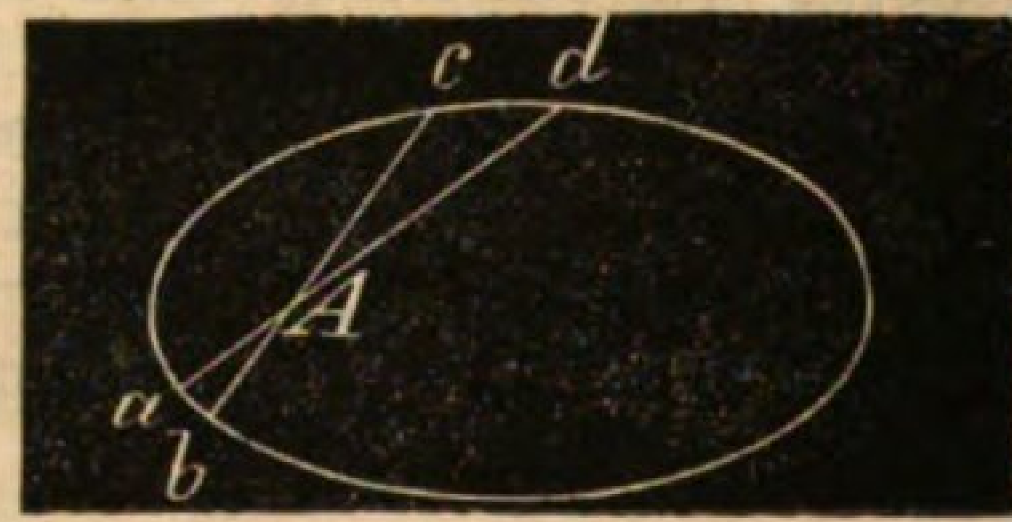
Die starke Anhäufung der Elektricität an den Spitzen veranlaßt eine starke Abstoßung der Lufttheilchen, daher eine Bewegung der Luft von der Spitze her; bei hinlänglich kräftiger Spannung geht von der Spitze ein im Dunkeln sichtbares Lichtbüschel aus. Eine Metallspitze A kann aber einem Körper B, mit dem sie verbunden ist, von einem elektrischen Körper M, dem sie nahe gegenüber steht, Elektricität zuleiten, weil sich an der Spitze die von M gebundene Elektricität so dicht anhäuft, daß sie ausströmt und mit der entgegengesetzten von M sich verbindet, wodurch in B die Elektricität, die mit der von M gleichnamig ist, in Freiheit gesetzt wird — Da nach Rieß von den Flammen unzählige Dampfspitzen nach allen Seiten in die Luft hinausragen, so muß ein elektrischer Körper seine Elektricität verlieren, sobald er mit einer Flamme versehen wird oder eine Flamme in seiner Nähe sich befindet. Auch glimmende Körper, Feuerschwamm, Rauchkerzen haben Spitzen an ihrer Oberfläche, die während des Verbrennens sich bilden; sie sind deßhalb gute Zuleiter der Elektricität, und werden bei Beobachtungen der atmosphärischen Elektricität gebraucht.

6. Coulomb hat ferner bewiesen, daß auch die elektrische Anziehung, die zwischen ungleichnamigen elektrischen Punkten besteht, den Elektricitätsmengen, die sie enthalten, direct und dem Quadrate ihrer gegenseitigen Entfernung umgekehrt proportional ist. Dieß ergibt sich, wenn man eine Schelllacknadel horizontal an einem Coconfaden aufhängt, die Enden derselben mit Scheibchen von Goldpapier oder Blattgold versieht, und unter dem Einflusse eines isolirten elektrischen Leiters mit Beseitigung jeder Luftströmung schwingen läßt, nachdem man dem Scheibchen die entgegengesetzte Elektricität mitgetheilt hat. Die Intensität der auf die Nadel einwirkenden Kraft ist bekanntlich dem Quadrate der Anzahl der in einer bestimmten Zeit vollbrachten Schwingungen direct proportional.

§. 224. Bedingung des Gleichgewichts. Die Elektricität muß im Zustande des Gleichgewichts an der Oberfläche eines Leiters in der Art angeordnet erscheinen, daß die Wirkungen, welche sämmtliche elektrische Elemente in irgend einem Punkte im Innern des Leiters gleichzeitig hervorbringen, sich gegenseitig aufheben, so daß dieser Punkt im natürlichen Zustande bleibt; denn wäre dieß nicht der Fall, so müßte in dem Punkte eine Störung des natürlichen Zustandes und damit eine neue Entwicklung freier Elektricität eintreten, was dem angenommenen Gleichgewichtszustande widerspricht. Berücksichtigt man dieses, und auch das frühere Gesetz bezüglich der Abnahme der elektrischen Action mit zunehmendem Abstande der auf einander einwirkenden Punkte, so ergibt sich, daß die Electricität an der Oberfläche einer durchaus gleichartigen gut leitenden Kugel im Gleichgewichtszustande eine gleichförmig dichte Schichte bildet, somit an allen Stellen dieselbe Spannung besitzen muß, wie es die früher angeführten Versuche bestätigen.

Nehmen wir an der Oberfläche eines nicht kugelförmigen Leiters ein kleines Flächenstück a b = f, Fig. 296, an, ziehen von seinem Umfange durch A gerade Linien, so erhält man auf dem gegenüberliegenden Theile der Oberfläche ein Flächenstück c d = F, welches dieselbe, jedoch entgegengesetzte elektrische Action auf A äußert, wie a b. Sind M und m die in a b und c d vorhandenen Elektricitätsmengen μ und μ' die Dichtigkeiten oder die Mengen einer Flächeneinheit in f und F, R und r die Entfernungen dieser Flächenstücke von A, so ist

Fig. 296.

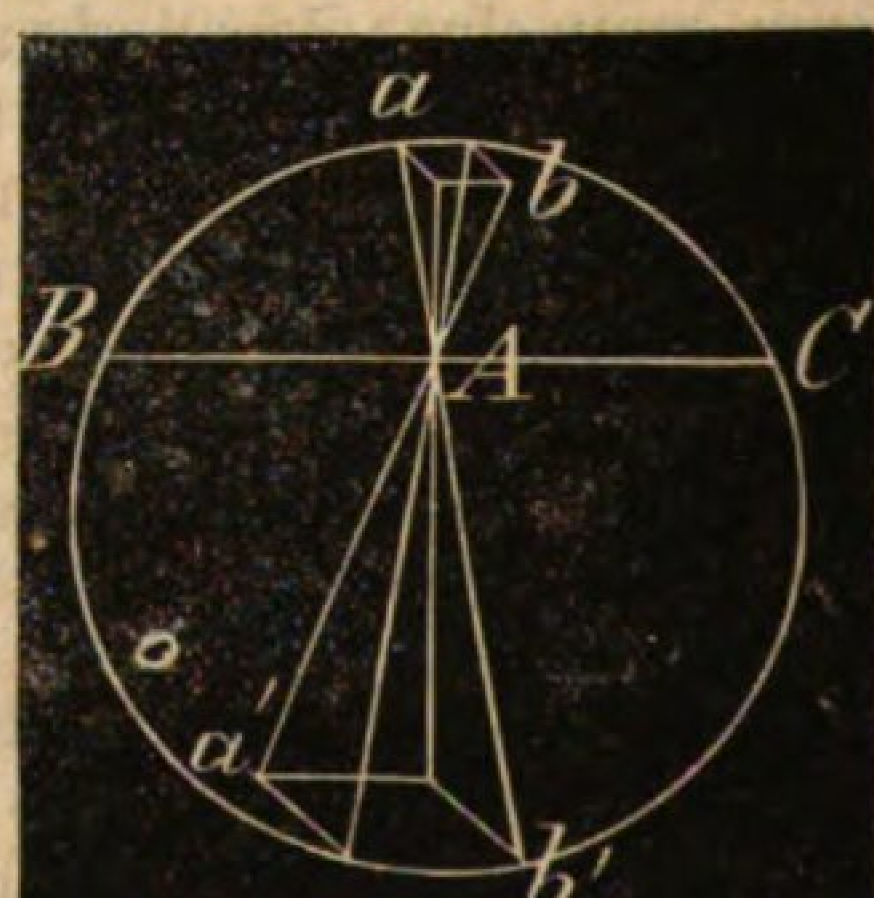


$$\frac{M}{R^2} = \frac{m}{r^2}, \text{ oder } \frac{F\mu'}{R^2} = \frac{f\mu}{r^2}$$

d. h. die Elektricitätsmengen auf den beiden Flächenstücken verhalten sich gerade so, wie die Quadrate ihrer Entfernungen von A; an einer Kugel ist $\frac{F}{R^2} = \frac{f}{r^2}$ und $\mu = \mu'$ somit ist die Dichte der Elektricität an der ganzen Oberfläche gleich groß; allein an dem nicht kugelförmigen Leiter wächst F im größeren Verhältnisse als R, weßhalb die Dichte der daselbst verbreiteten Elektricität geringer ist, als an dem stärker gekrümmten Stücke a b.

Geht man von der Thatsache aus, daß die Elektricität im Zustande des Gleichgewichtes an der Oberfläche eines kugelförmigen Leiters eine gleichförmig dichte Schichte bildet, so läßt sich leicht erweisen, daß die Kräfte, mit welchen zwei elektrische Theilchen auf einander wirken, dem Quadrate der Entfernung ihrer Angriffspunkte umgekehrt proportional sind; denn es sei A, Fig. 297, ein Punkt im Innern einer Kugel, auf den die Theilchen der elektrischen gleichförmig dichten Hohlkugel, welche die Oberfläche bedeckt, einwirken; legen wir durch A eine Ebene BC, so muß in A die Wirkung aller elektrischen Theilchen oberhalb BC durch die entgegengesetzte der unterhalb BC befindlichen aufgehoben werden; theilt man die Oberfläche eines Kugelsegments in recht viele, z. B. viereckige sehr kleine Theilchen, zieht durch die Eckpunkte und durch A Linien und verlängert diese bis zur Oberfläche des andern Kugelsegments; so wird letztere in eben so viele Flächentheile getheilt, und es muß die Wirkung eines jeden oberen Theilchens ab in A durch die gerade entgegengesetzte des ihm ähnlichen unteren a'b' aufgehoben erscheinen; allein letzteres, welches wohl größer, aber von A mehr entfernt ist als ab, kann auf A nur dann mit derselben Stärke wirken, wie das obere, wenn die elektrische Kraft des unteren Flächenstückes mit der Entfernung von A in demselben Verhältnisse abnimmt, in welchem sein Flächeninhalt wächst. Nun verhalten sich die Flächeninhalte von a b und a'b' gerade so wie die Quadrate der Höhen dieser Pyramiden a b A und a'b'A, also wie die Quadrate der Entfernungen der Flächenstücke ab und a'b' von A: mithin nimmt die elektrische Action eines jeden Theilchens auf A in demselben Verhältnisse ab, wie das Quadrat seiner Entfernung von A wächst.

Fig. 297.



Das Gesetz bezüglich der Intensität der Kraft, mit welcher zwei elektrische Theilchen von der Ferne auf einander einwirken, in Verbindung mit dem oben angeführten Fundamentalgesetze für das elektrische Gleichgewicht, setzt uns in Stand, die Anordnung der Elektricität

auf der Oberfläche isolirter Leiter zu finden, wenn diese wechselseitig auf einander einwirken, oder auch unter dem Einflusse nicht elektrischer Leiter stehen.

§. 225. Elektrische Apparate. a) Der Zweck der Elektrisirmaschine ist, die durch Reibung entwickelte Elektricität in reichlicher Menge aufzusammeln, um stärkere elektrische Wirkungen hervorbringen zu können. Sie besteht aus einem festen Nichtleiter, der mit einem guten nicht isolirten Leiter (Reibzeug genannt) gerieben wird, und aus einem isolirten Leiter, der die entwickelte Elektricität aufnimmt und Conductor heißt. Der Nichtleiter ist gewöhnlich farbloses, sehr durchsichtiges und hartes Spiegelglas, dem man entweder die Form einer Scheibe oder eines Cylinders gibt; man unterscheidet deßhalb Scheiben- und Cylinder-Elektrisirmaschinen; die ersteren kommen am häufigsten vor. Die vertical stehende Glasscheibe ist mit einer gläsernen und von zwei gläsernen Stützen getragenen Axe verbunden, an deren möglichst weit von der Scheibe entferntem Ende eine Kurbel befestiget ist, mittelst welcher man die Scheibe dreht. — Das Reibzeug besteht aus zwei Brettchen, die auf einer Seite mit Tuch oder Flanell und hierauf mit feinem Leder überzogen sind, welches mit dem Kienmaier'schen Amalgam (2 Thl. Hg., 1 Thl. St. und 1 Thl. Zn.) mittelst etwas Fett eingerieben wird. Die Brettchen werden in ein hölzernes Gehäuse, das auf einem Glasfuß steht, so eingeschoben, daß die Scheibe zwischen sie fällt; schwache elastische Federn drücken sie dergestalt an die Scheibe an, daß alle Punkte der möglichst ebenen Reibflächen die Scheibe berühren. Das Reibzeug wird in der Nähe des Randes und möglichst weit vom Conductor aufgestellt, damit seine negative Elektricität die + E des Conductors nicht binde; außerdem muß das Reibzeug mit dem Erdboden in leitende Verbindung gesetzt werden; man leitet, wo es möglich ist, einen Kupferdraht vom Reibzeuge zu einer metallenen Dachrinne, um die — E vollständig abzuleiten. Man muß auch alle guten Leiter, die im elektrischen Wirkungskreise des Conductors sich befinden, weit entfernen, weil sie durch Vertheilung elektrisch werden und einen Theil der + E des Conductors binden.

Der Conductor besteht aus einer oder mehreren mit einander verbundenen Hohlkugeln oder einem wohl abgerundeten geschlossenen Cylinder von Messingblech; sie werden von einem starken Glasfuß getragen. Am Conductor befinden sich zwei Ringe von hartem, wohl polirtem Holz, zwischen denen der geriebene Theil der Glasscheibe läuft; sie sind an den der Scheibe zugekehrten Seiten mit Metallspitzen, die durch Staniolstreifen mit einander und mit dem Conductor in leitender Verbindung stehen, versehen, welche man Auffauger oder Zuleiter der Elektricität nennt, und die auf die vorhin bei Spitzen angegebenen Art wirksam sind. — Gewöhnlich ist noch ein zweiter, mit dem isolirten Reibzeuge leitend verbundener Conductor vorhanden, um die — E aufzunehmen, falls man mit ihr Versuche vornehmen will, wo dann die + E in den Erdboden abgeleitet werden muß. Damit die Elektricität auf dem Wege vom Reibzeuge bis zu den Saugern nicht in der Luft sich zerstreue, sind hinter dem amalgamirten Leder flügelförmige Lappen von Wachstaffet befestigt, welche von der elektrischen Glasscheibe angezogen werden und sie bis zu den Saugern bedecken.

Die Ladung des Conductors mit Elektricität kann nur bis zu einem gewissen Maximum der Spannung stattfinden, nämlich bis dahin, wo der Verlust an Elektricität, der in jeder Secunde eintritt, gleich wird der Menge, die in der nämlichen Zeit durch Reibung gewonnen wird. Der Verlust wird herbeigeführt durch die Isolatoren, insbesondere durch die Luft, die selbst im trockenen Zustande dem Conductor dadurch viel Elektricität entzieht, daß die mit ihm in Berührung befindlichen Theilchen elektrisch und daher abgestoßen werden, während andere noch nicht elektrisirte mit dem Conductor in Berührung kommen, dabei auch elektrisch werden und sich dann sogleich wieder entfernen. Ein Theil des Verlustes an Elektricität im Conductor ist auch dem Umstande zugeschrieben, daß eine theilweise Wiedervereinigung mit der — E des Reibzeugs stattfindet. Ein Quadrantenelektrometer am Conductor zeigt die Zu- und Abnahme der Elektricität an.

b) Armstrong's Hydroelektrisirmaschine besteht aus einem isolirten Dampfkessel, in welchem aus reinem Wasser Dämpfe von beinahe 6 Atmosphären Spannkraft erzeugt werden, die man durch mehrere enge Röhren von hartem Holz gegen ein Drahtgitter ausströmen läßt, welches mit einem isolirten Conductor in leitender Verbindung steht; die Ausflußröhren müssen durch einen mit Wasser gefüllten Kasten durchgehen, um eine theilweise Condensation der Dämpfe zu bewirken, weil die Untersuchungen von Armstrong und Faraday lehren, daß die — E, welche der Kessel, und die + E, welche der Dampf erhält, durch Reibung des sich condensirenden Dampfes in den Ausflußröhren entwickelt wird, und daß keine entsteht, wenn in diesen Röhren die Condensation des Dampfes nicht entsteht, oder wenn sie mit Oel getränkt sind. Beim Gebrauche muß man entweder den Kessel oder den Conductor mit der Erde leitend verbinden.

c) Die elektrischen Verstärkungsapparate sind: die Leydnerflasche, die Franklin'sche Tafel, die elektrische Batterie und der Condensator. Bei der Leydnerflasche ist sowohl die innere als die äußere Seite mit Staniol belegt, aber der Rand frei gelassen oder zur besseren Isolirung mit in Weingeist gelöstem Siegellack- oder mit Schelllackfirniß bestrichen und mit einer Einrichtung versehen, durch welche der inneren Belegung Elektricität zugeführt werden kann. Die Flasche wird geladen, wenn die innere Belegung mit der Elektricitätsquelle, z. B. mit dem Conductor der Elektrisirmaschine, und die äußere mit dem Erdboden in eine leitende Verbindung gesetzt wird. Um die Art der Verstärkung der Elektricität in der Flasche bei der angegebenen Einrichtung richtig zu erfassen, wollen wir annehmen, daß die elektrische Spannung im Conductor das Maximum erreicht, und bei diesem durch fortgesetzte Drehung der Scheibe erhalten wird; es sei D die Dichte der Elektricität, welche die innere Belegung vom Conductor erhielte, wenn die äußere Belegung nicht vorhanden wäre; die Gegenwart der letzteren Belegung macht aber, daß in ihr durch die vertheilende Wirkung der + E an der inneren Belegung eine gewisse, wegen des Abstandes etwas kleinere Menge der negativen Elektricität gebunden und eben so viel + E in den Erdboden abgestoßen wird. Es sei $m D = q$ der gebundene Antheil an der äußeren Belegung, so wird dieser seinerseits auch einen Theil $m q = m^2 D$ von der positiven Elektricität der inneren Belegung binden, so daß daselbst nur

$$D - m^2 D = (1 - m^2) D$$

als freie Elektricität bleibt, die nun gegen die gleichnamige Elektricität im Conductor eine viel kleinere abstoßende Wirkung äußert, weßhalb

zur Herstellung des Gleichgewichts vom Conductor eine neue Elektricitätsmenge zur inneren Belegung sich begeben muß, die wieder eine gewisse Menge von — E auf der äußern Belegung bindet, und wovon wieder ein Theil gebunden und ein Theil frei bleibt; auf solche Art muß sowohl die Menge der gebundenen als der freien Elektricität auf der inneren Belegung gleichmäßig wachsen, und der Gleichgewichtszustand wird erst dann eintreten, wenn die elektrische Spannung der freien Elektricität wieder gleich D geworden sein wird; also bis $(1 - m^2)$ D xmal genommen gleich wird D; man hat also

$$(1 - m^2)\,Dx = D,\ \text{mithin}\ x = \frac{1}{1 - m^2};$$

letztere Zahl, die man Verstärkungszahl nennt, gibt an, wie vielmal die Dichtigkeit der Elektricität auf der inneren Belegung durch die Anbringung der äußeren gesteigert werden kann. Man sieht, daß diese Verdichtung desto größer wird, je mehr sich der Werth von m der Einheit nähert; dieß ist der Fall, wenn die Glasschichte zwischen den Belegungen dünner wird; allein ein dünnes Glas kann bei starker Ladung durch Vereinigung der beiden Elektricitäten, die ohnehin in die äußersten Schichten eindringen, leicht durchbrochen werden. — Die gebundene Elektricität im Gleichgewichtszustande ist $m^2 Dx = \frac{m^2 D}{1 - m^2}$.

Verbindet man mehrere Flaschen so, daß die inneren Belegungen unter einander, und eben so die äußeren unter einander in leitender Verbindung stehen; so hat man eine elektrische Batterie, welche geeignet ist, eine beträchtliche Menge von Elektricität zu verdichten. Setzt man die beiden Belegungen in eine leitende Verbindung, so erfolgt eine Ausgleichung der beiden Elektricitäten, daher eine Strömung der + E von der inneren zur äußeren Belegung und eine andere der — E in entgegengesetzter Richtung. Man spricht gewöhnlich nur von dem elektrischen Strome, der von der positiven zur negativen Seite geht, und nennt ihn den Entladungsstrom oder Entladungsschlag.

Ueberzieht man die obere Seite der Collectorplatte beim Goldplättchenelektroskope mit einer dünnen Schichte von Schelllackfirniß, und setzt darauf eine gleich große Metallplatte (B), die an der unteren Seite mit demselben Firniß überstrichen, mit einem isolirenden Handgriffe versehen ist und die man Deckel oder Oberplatte heißt, so hat man einen Condensator, der uns in Stand setzt, Elektricität von sehr geringer Dichtigkeit oder Spannung in einem Körper M nachzuweisen, indem die Gegenwart der Oberplatte, wenn sie mit dem Finger berührt und dadurch mit dem Erdboden in leitende Verbindung gesetzt wird, eben so wie die äußere Belegung bei der Leydnerflasche bewirkt, daß die Collectorplatte eine viel größere Elektricitätsmenge von dem elektrischen Körper M, mit dem sie berührt wird, erhält, als sie erhalten würde, wenn die Oberplatte nicht da wäre. Zieht man dann M hinweg und hebt B ab, so wird die gebundene Elektricität der Collectorplatte frei und an der abstoßenden Wirkung gegen die Goldplättchen bemerkbar.

Hätte M + E, und bliebe seine elektrische Spannung constant, wäre ferner D die Dichte, welche A ohne die Gegenwart von B erhalten würde, so wird, wenn B auf A gesetzt und mit dem Finger berührt worden ist, in B, — mD und durch diese

Electricität in $A + m^2D$ gebunden, und nur $(1 - m^2)$ D frei bleiben. Heißt Q die Dichtigkeit der + E in A, wenn das Gleichgewicht eingetreten ist, so ist

$$Q = D + \frac{m^2D}{1 - m^2}, \text{ mithin } \frac{Q}{D} = \frac{1}{1 - m^2}.$$

Ist z. B. die Oberplatte im Stande, $^9/_{10}$ von D zu binden, so ist $m = {}^9/_{10}$, mithin die Verstärkungszahl oder condensirende Kraft des Condensators $\frac{Q}{D} = \frac{100}{19}$ d. h. die Dichtigkeit, mithin auch die Elektricitätsmenge, die sich in A unter Mitwirkung von B anhäuft, ist beinahe 5mal größer als ohne diese Mitwirkung.

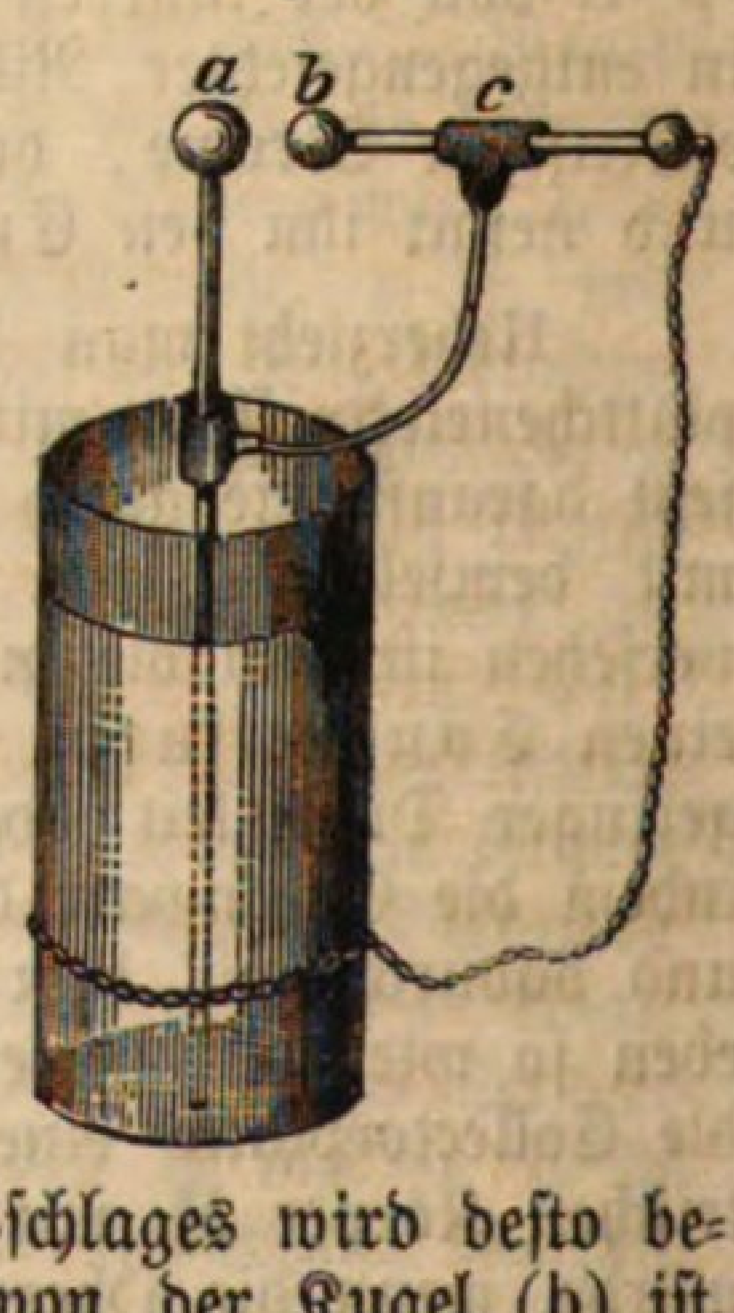
Die gefundene Formel kann zur wirklichen Berechnung der condensirenden Kraft nicht gebraucht werden, da diese, nach den Untersuchungen von Rieß, von der Größe und dem Abstande der Platten, von der Form des Systems, welcher der elektrische Körper und der Zuleitungsdraht bilden, dann auch von der Art der Ableitung der Elektricität der Oberplatte abhängt.

Die schwächsten elektrischen Spannungen entdeckt man mittelst eines Duplicators, der aus zwei mit Collectorplatten A und B versehenen Strohhalmelektrometern, einer Oberplatte C und einem mit einem isolirenden Handgriffe versehenen Metallstäbchen D besteht. Zuerst stellt man C auf A, berührt A mit dem elektrischen Körper M, der z. B. + E hat, und C mit dem Finger, so wird A mit + E und C mit — E geladen; nun zieht man M zurück, setzt C mittelst des isolirenden Handgriffs auf B, und berührt B mit dem Finger, so wird B durch den Einfluß von — E in C mit + E' geladen; setzt man jetzt A und B mittelst des Stäbchens D in Verbindung, und berührt C mit dem Finger, so geht fast alle Elektricität von A nach B, so daß B mit + E und + E' geladen erscheint, welche Ladung die Elektricität in C um — E' vergrößern wird.

Nun setzt man C auf A, berührt A mit dem Finger, so wird in A + E'' gebunden; verbindet man hierauf B mit A durch den Leiter D, und berührt C gleichzeitig mit dem Finger, so geht alle Elektricität von B nach A und verstärkt hier die Elektricität + E''; auf solche Art wird die positive Elektricität in der Collectorplatte durch jede Wiederholung dieses Verfahrens immer mehr verstärkt.

In mehrfachen Fällen leistet die Einrichtung, Fig. 298, welche Lane der Leydnerflasche gegeben hat, vortreffliche Dienste. An dem Metallstabe des Knopfes a der Flasche wird ein krummes Glasrohr befestiget, das oben eine Hülse trägt, in der sich ein an den Enden mit Kugeln versehenes horizontales Metallstäbchen hin- und herschieben, und in einer gewissen Lage mittelst eines Schräubchens c feststellen läßt; wird die äußere Belegung durch einen Metalldraht mit diesem Stäbchen verbunden, und hierauf die Flasche wie gewöhnlich geladen, so entladet sie sich von selbst, sobald die elektrische Spannung an den Belegungen so groß geworden ist, daß die Elektricität die Luftschichte zwischen dem Knopfe und der nächsten Kugel zu durchbrechen vermag. Die elektrische Spannung, bei der die Entladung erfolgt, mithin auch die Stärke des Entladungsschlages wird desto bedeutender, je größer der Abstand des Knopfes von der Kugel (b) ist. Man nennt diese Flasche auch Maßflasche.

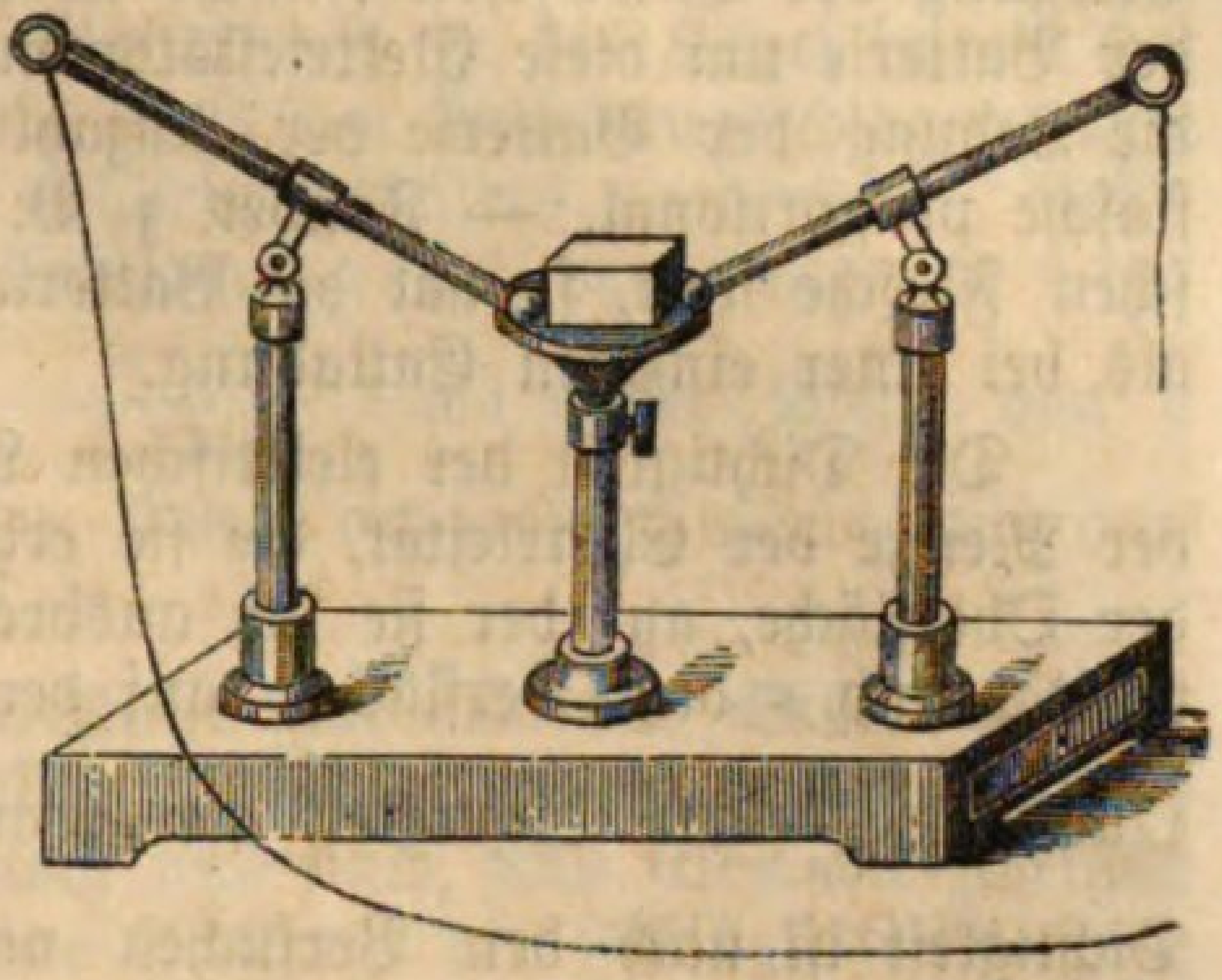
Fig. 298.



Henley's allgemeiner Auslader, der bei den Untersuchungen der Wirkungen des Entladungsschlages fast unentbehrlich ist, besteht aus zwei massiven Glassäulen, Fig. 299, deren jede oben mit einer in einem Charnier (Kugelgelenke) beweglichen Hülse versehen ist; jede Hülse

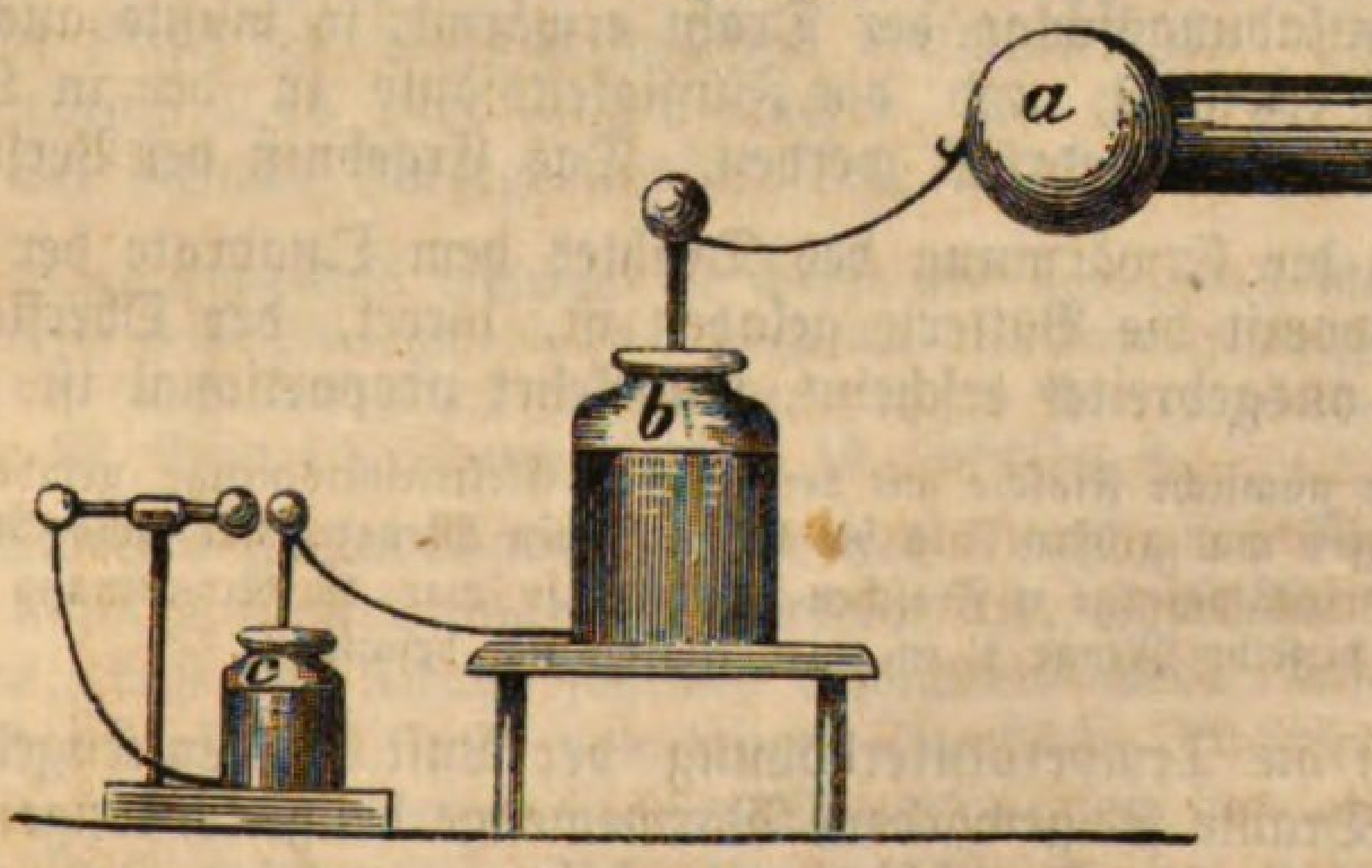
hält ein Metallplättchen, das sich in Kugeln endigt, beliebig bewegen, und in einer gewissen Lage durch ein Schräubchen feststellen läßt. Zwischen den beiden Säulen ist ein mit einer Glasplatte bedecktes Tischchen, das sich heben und senken läßt, und das den Gegenstand trägt, durch den der elektrische Strom geleitet wird. Die ganze Reihe der guten Leiter zwischen den beiden Belegungen heißt der Schließungsbogen.

Fig. 299.



§. 226. Wirkungen des Entladungsstromes. Unter den vielfachen Wirkungen der Elektricität insbesondere des Entladungsstroms unterscheidet man: mechanische Wirkungen, Lichtphänomene, Wärmeentwicklung, chemische und magnetische Wirkungen, und Einwirkung auf den Organismus. Wir wollen hier insbesondere die Gesetze, nach denen die elektrischen Wirkungen erfolgen, näher kennen lernen. Rieß, der die Wirkungen desselben genau und gründlich untersuchte, verschaffte sich zuerst ein genaues Maß für die Quantität der auf einer Flasche oder einer Batterie angehäuften Elektricität, indem er die Flasche oder Batterie b, Fig. 300, auf ein mit Glasfüßen versehenes Tischchen stellte, die innere

Fig. 300.



Belegung mit dem Conductor der Elektrisirmaschine, und die äußere mit der inneren Belegung einer Lane'schen Flasche in leitende Verbindung brachte; die äußere Belegung dieser Flasche wurde vermittelst eines dicken Drahtes mit einer großen, nicht isolirten Metallfläche, z. B. mit einem Zinkdache verbunden, um eine vollkommene Ableitung zu erzielen. Bei der Ladung der Batterie übergeht die abgestoßene + E der äußeren Belegung von b zur inneren Belegung der Lane'schen Flasche, wodurch diese geladen wird; hat diese Ladung eine gewisse Stärke erreicht, so erfolgt eine Selbstentladung dieser Flasche, und dieß bei fortgesetzter Drehung der Elektrisirmaschine und unveränderter Entfernung der Kugeln der Maßflasche so oft, wie oft dieselbe Menge von + E zur inneren

Belegung der Lane'schen Flasche übergegangen, also auch die Ladung der Batterie um diese Elektricitätsmenge vermehrt worden ist; daher ist die Ladung der Batterie der Anzahl der Selbstentladungen der Maßflasche proportional. — Fanden z. B. n Selbstentladungen der Lane'schen Flasche statt, so hat die Batterie n mal mehr Elektricität erhalten, als bei einer einzigen Entladung.

Die Dichtigkeit der elektrischen Ladung hängt nicht allein ab von der Menge der Elektricität, die sie erhält, sondern auch von der Größe der Oberfläche, auf der sie sich ausbreitet; ist q die Quantität der Elektricität und s die Oberfläche, auf der sie ausgebreitet ist, so gibt der Quotient $\frac{q}{s}$ die Dichtigkeit der E an der geladenen Batterie. Dieser Dichtigkeit ist nach den Versuchen von Rieß die Schlagweite proportional; letztere ist aber unabhängig von der Beschaffenheit des Schließungsbogens, wenn nur die Flächen, zwischen welchen die Entladung vor sich geht, unverändert bleiben. Allein die Beschaffenheit des Funkens wird eine andere, wenn der Schließungsbogen geändert wird; so erhält man bei Flaschen, wenn man Kupferdraht anwendet, $1\frac{1}{2}$ Linien lange Funken von einem sehr intensiven Glanze, begleitet von einem schmetternden Knalle; gebraucht man Platindraht, so sind die Funken eben so lang, aber das Licht schwach, der Schall dumpf.

Um die Erwärmung dünner Drähte, erzeugt durch den Entladungsschlag der Batterie zu ermitteln, bediente sich Rieß eines Luftthermometers mit einer Kugel von drei Zoll im Durchmesser, durch die ein dünner, schraubenförmig gewundener Platindraht hindurchging; wurde durch den Entladungsschlag der Draht erwärmt, so mußte auch die Luft in der Kugel erwärmt, und die Flüssigkeitssäule in der in Linien getheilten Röhre niedergedrückt werden. Das Ergebniß der Versuche war:

a) daß die Erwärmung des Drahtes dem Quadrate der Elektricitätsmenge, womit die Batterie geladen ist, direct, der Oberfläche aber, über die sie ausgebreitet erscheint, umgekehrt proportional ist.

War die nämliche Flasche mit der nfachen Elektricitätsmenge geladen, so war die Erwärmung n^2mal größer, als bei der einfachen Menge; hat man aber mit der nämlichen Elektricitätsmenge n Flaschen geladen, so war die Erwärmung nmal kleiner, als wenn dieselbe Menge E in einer Flasche sich befand

b) daß die Temperaturerhöhung der Luft in der Kugel, mithin auch die im Drahte freigewordene Wärmemenge bei gleich langen Drähten desselben Metalls den Querschnitten derselben umgekehrt proportional ist. Ist der Durchmesser eines Drahtes 2, 3, . . . mal größer, so ist sein Querschnitt, mithin auch seine Masse 4, 9, . . . mal größer; würde man die Temperatur nur 4, 9, . . . mal kleiner als beim Durchmesser = 1, so wäre eigentlich die freigewordene Wärmemenge dieselbe, wie bei dem Durchmesser = 1; allein man fand, daß in einem 2, 3, . . . mal dickeren Drahte bei demselben Entladungsschlage eine 16, 81, . . . mal geringere Temperatur eintrat, und daß demnach die frei gewordene Wärmemenge wirklich 4, 9, . . . mal kleiner war, als in einem Drahte von einfacher Dicke. Man kann daher auch sagen: die Temperatur eines Drahtes ist unter übrigens gleichen Umständen der 4ten Potenz seines Halbmessers umgekehrt proportional.

c) Wird der Schließungsbogen durch Einschaltung neuer Drähte namhaft verlängert, während der Platindraht in der Kugel immer der nämliche bleibt, so wird dadurch die durch den Entladungsschlag erzeugte Erwärmung in allen Theilen des Schließungsleiters vermindert. Heißt h die in der Kugel beobachtete Erwärmung bei der Länge $= l$ des Schließungsbogens, so ist $h = \frac{a}{1 + b\,l}$, wo a der Werth von h ist für $l = o$, und b eine von der Natur des Leiters abhängende constante Größe ist.

d) Schaltet man in den Schließungsbogen ein Stück feuchten Holzes, oder eine mit Wasser gefüllte Glasröhre ein, so erfolgt die Entladung nicht momentan, sondern nach und nach, und selbst die stärksten Batterien sind nicht im Stande, eine Senkung der Flüssigkeit im Luftthermometer von 0.1‴ zu bewirken. Daraus schließen wir, daß jede Verminderung der Erwärmung nur die Folge einer Verzögerung der Entladung ist. Die Untersuchungen lehren, daß die Erwärmung eines Drahtes durch elektrische Entladung der Dauer dieser Entladung umgekehrt proportional ist; durch Einschaltung von homogenen Drähten wird die Entladung um eine Zeit verzögert, die der Länge des eingeschalteten Drahtes direct und seinem Querschnitte umgekehrt proportional ist.

e) Werden verschiedenartige Metalle von gleicher Länge und Dicke in den Schließungsbogen eingeschaltet, aber der Draht im Thermometer unverändert gelassen, so erscheint bei demselben Entladungsschlage die Temperaturerniedrigung sehr verschieden; man schließt hieraus, daß die verzögernde Kraft der Metalle specifisch verschieden ist. So mußte man den Kupferdraht 6.44 Mal länger machen, als einen gleich dicken Platindraht, um dieselbe Verzögerungskraft zu bekommen.

Die Verzögerungskraft bestimmt die Größe des Leitungswiderstandes, und ihr reciproker Werth heißt Leitungsfähigkeit. Setzt man die Leitungsfähigkeit des Kupferdrahtes $= 100$, so ist nach Rieß die des Drahtes von Silber $= 149$, von Gold 89, von Messing 28, Eisen 18, Plattin 15, Blei 10, Neusilber 9.

f) Stärkere Entladungen bringen den Draht zum Glühen; bevor die dazu nöthige Elektricitätsmenge erreicht ist, beobachtet man durch eine Loupe, daß der Draht sichtbar erschüttert wird, daß Funken an seinen Enden auftreten, und von seiner Oberfläche Theilchen losgerissen werden, die in Gestalt eines dichten Dampfes von ihm aufsteigen, der Draht erhält Einbiegungen, die mit der Stärke der Ladung an Zahl und Größe zunehmen.

Bezeichnet man mit 1 die Stärke des Entladungsstromes, welche zum Glühen eines Platindrahtes erforderlich ist, so glüht bei gleichen Dimensionen ein Draht

von Eisen	bei einer	Stromstärke		0.816
„ Messing	„	„	„	2.59
„ Silber	„	„	„	4.98
„ Kupfer	„	„	„	5.95.

g) Durch wachsende Verstärkung des Entladungsstromes wird der Draht weiß glühend, reißt dann von seinen Befestigungspunkten ab, er zersplittert, schmilzt und zerstäubt. Wo eine elektrische Schmelzung eintritt, ist immer eine Zersplitterung des Drahtes vorhergegangen und die

Schmelzung ist nur die Wirkung der Hitze auf fein zertheiltes Metall, weßhalb sie bei einer Temperatur unter dem Schmelzpunkte vor sich geht. Die geschmolzenen Theilchen werden in Form von Kügelchen zerstreut. Leicht oxydirbare Metalle nehmen Sauerstoff auf, wobei eine neue Temperaturerhöhung eintritt, welche die Schmelzung erleichtert; daher schmilzt das Eisen oft bei Entladungen, die für sich allein nur ein mäßiges Glühen erzeugt haben würden. Durch Steigerung der Ladung über den Punkt hinaus, bei welchem sie den Draht vollständig schmelzen würde, ist es möglich, die ganze Drahtmasse unter glänzender Lichtentwicklung und starkem Knall in eine Dampfwolke zu verwandeln.

2. Durch den Entladungsstrom einer elektrischen Batterie kann auch die Magnetnadel abgelenkt werden, jedoch muß die Entladung, wie in dem Falle, wo durch den elektrischen Funken Schießpulver entzündet werden soll, dadurch, daß man z. B. feuchte Schnüre, oder nach Rieß zwei mit destillirtem Wasser gefüllte Glasröhren in den Schließungsbogen einschaltet, verzögert werden. Sind die Windungen des Multiplicators sehr gut isolirt, z. B. dadurch, daß man den Draht dreimal mit Seide überspinnt und noch mit Schelllackfirniß mehrmal überzieht, so erzeugt man eine Ablenkung der Magnetnadel durch einen Strom von Reibungselektricität, indem man das eine Drahtende des Multiplicators mit dem Conductor, das andere mit dem Reibzeug der Elektrisirmaschine in leitende Verbindung bringt, und hierauf die Maschine in Gang setzt.

3. Der Entladungsstrom erzeugt auch chemische Wirkungen. Verschließt man z. B. eine mit Wasser gefüllte Glasröhre an jedem Ende mit einem Korkpropf, und steckt durch jeden ein Haarröhrchen, in dem ein feiner Platindraht eingeschmolzen ist, so durch, daß die sichtbaren Drahtenden nur wenig von einander abstehen, verbindet die andern Drahtenden mit dem Conductor und dem Reibzeuge der Elektrisirmaschine, so bewirkt der elektrische Strom, der beim Drehen der Maschine entsteht, eine Zersetzung des Wassers, dessen Bestandtheile an den Drahtspitzen sichtbar werden. — Legt man auf eine Glasplatte zwei Streifen Staniol einander gegenüber, und auf jeden einen Platindraht, so, daß er über den Streifen herausragt, und ein Raum zwischen beiden Drahtenden verbleibt, den man durch einen dicken Strich von Kupfervitriollösung ausfüllt, so wird letztere zerlegt, sobald man den einen Streifen mit dem Conductor und den andern mit dem Reibzeuge einer in Gang befindlichen Elektrisirmaschine in Verbindung setzt; an dem mit dem Reibzeuge verbundenen Drahte scheidet sich metallisches Kupfer aus. Gebraucht man eine Auflösung von Jodkalium, so scheidet sich das Jod an dem mit dem Conductor verbundenen Drahte aus, und wird als ein brauner Fleck auf dem Papiere sichtbar, indem es sich mit der Stärke verbindet, womit das Papier geleimt ist.

Priestley lehrte, daß durch elektrische Funken, die man durch eine gewisse Menge von atmosphärischer Luft schlagen läßt, der Sauerstoff mit dem Stickstoffe der Luft sich zu Salpetersäure verbindet. Manche zusammengesetzte Gase, wie Kohlenwasserstoff, Ammoniakgas werden zerlegt. Mit Hilfe der Armstrong'schen Maschine hat man auch die Wasserzersetzung nachgewiesen. — Bei den chemischen Wirkungen, welche elektrische Entladungen erzeugen, hat man diejenigen zu unterscheiden, die durch Temperaturerhöhungen bewirkt werden, wie z. B. die Verbindung des Sauerstoffes mit dem Wasserstoffe in der elektrischen Pistole und im Eudiometer, und dann solche, die als reine Wirkungen der Elektricität erscheinen, und, die falls sie chemische

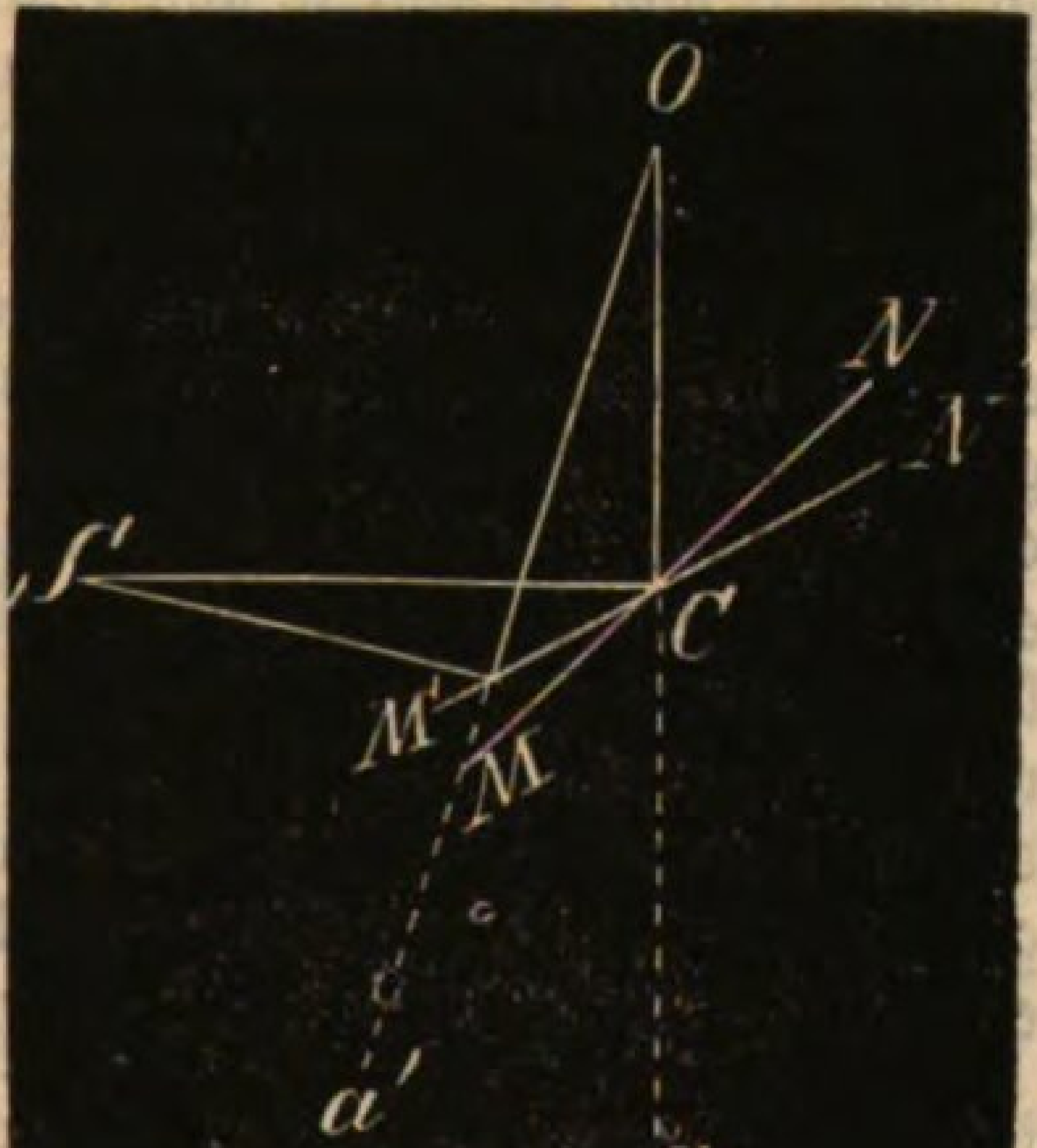
Zersetzungen sind, daran erkannt werden, daß die Zersetzungsprodukte nur an den Elektroden, d. i. an den Stellen, wo der elektrische Strom in den zusammengesetzten Körper ein- und austritt, sich ausscheiden.

4. Durch Elektricität kann man auch auf der Oberfläche verschiedener Körper Figuren, die man durch Bestäuben oder Anhauchen sichtbar macht, erzeugen, weßhalb man Staub- oder Hauchfiguren unterscheidet. Rieß hat durch Versuche die Umstände ermittelt, unter welchen sie entstehen. Die Staubfiguren (Lichtenberg'sche Figuren) erhält man nach Rieß am leichtesten, wenn man eine Kupferplatte auf einer Seite mit Pech überzieht, dann die Metallfläche durch einen Draht mit der Erde in Verbindung setzt und auf die Pechfläche eine isolirte Metallspitze aufstellt; wird diese am oberen Ende mit dem Knopfe einer positiv geladenen Flasche berührt, hierauf isolirt entfernt, und die elektrisch gewordene Stelle mit einem Gemenge von Schwefelblumen und Mennige bestreut, wovon durch die Reibung an einander und an den Maschen des Beutels Schwefel negativ und Mennig positiv elektrisch werden; so sieht man eine gelbe runde Sonne mit dichten Strahlen, indem sich die Schwefeltheilchen an die positiv elektrischen, die Mennige an die negativ elektrischen Stellen der Harzschichte sammeln. Geschah die Berührung des oberen Theils der Metallspitze mit einer negativ geladenen Flasche, so entsteht eine kreisrunde rothe Sonne; die Figur ist auch kleiner als die erstere. Im luftleeren Raume entstehen keine Figuren.

Legt man (nach Karsten) eine Münze auf Spiegelglas, oder auf ein Glimmerblättchen, das auf einer polirten Metallplatte ruht, und läßt dann viele Funken aus dem Conductor der Elektrisirmaschine auf die Münze schlagen, die zugleich von der Münze auf die Metallplatte übergehen, so kommt auf der Glasplatte oder auf der Metallplatte beim Behauchen das Bild der Münze zum Vorschein.

§. 227. Dauer des elektrischen Entladungsfunkens und Fortpflanzungsgeschwindigkeit des elektrischen Stroms. Um die Versuche, die Wheatstone über diese Gegenstände angestellt hat, zu begreifen, wollen wir Folgendes vorausschicken. Es sei MN, Fig. 301, ein Spiegel, der um eine in seiner Ebene liegende Axe gedreht wird, gegenüber dem Spiegel in gleicher Höhe, mit ihm entstehe ein elektrischer Funke S gerade in dem Augenblicke, wenn der Spiegel mit dem horizontalen Strahle SC den Winkel von 45° bildet, die Drehung erfolge so, daß die Reflexion von SC in der verticalen Richtung CO erfolgt und in's Auge O eines Beobachters, der von oben in den Spiegel sieht, gelangt; so erscheint ihm das Bild des Funkens in der Verlängerung von OC, z. B. in a. Kommt der Spiegel in die Lage M' N' und dauert der Funke fort, so erblickt ihn der Beobachter in der

Fig. 301.

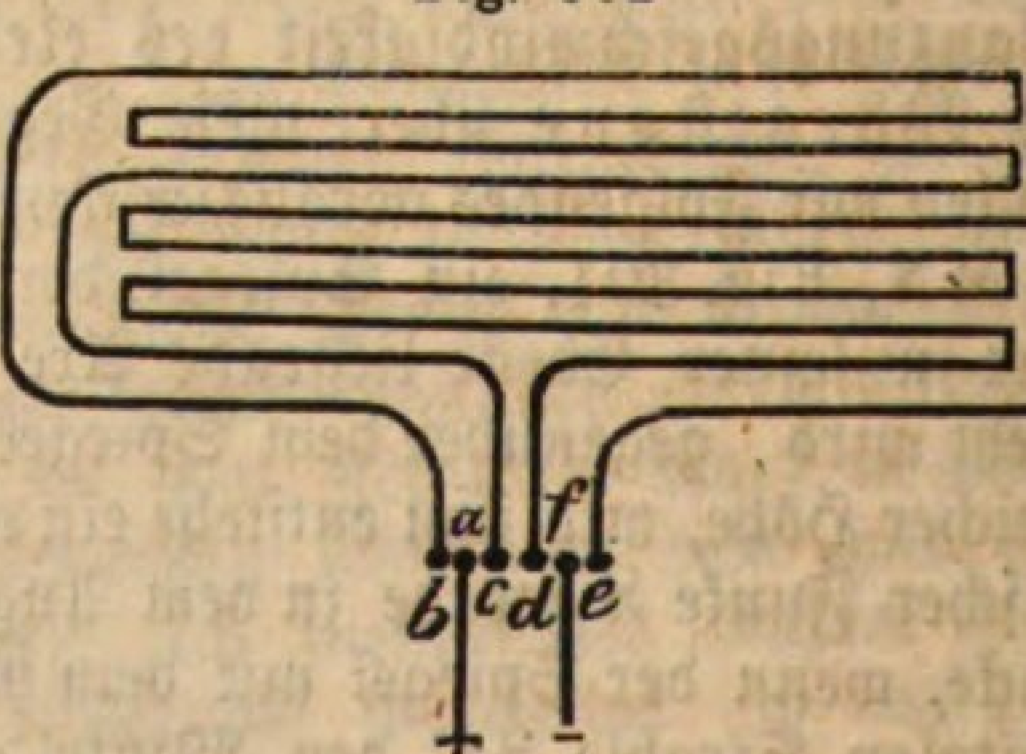


von S auf M′ N′ gefällten Senkrechten im Punkte a′, das Bild erscheint bei jeder Veränderung der Lage des Spiegels an einem andern Orte, und bewegt sich bekanntlich dergestalt, daß der Drehungswinkel des Bildes a C a′ zweimal so groß ist als der Drehungswinkel des Spiegels MCM′. Beträgt SC z. B. 5 Fuß = 60 Zolle, so ist auch Ca = 60 Zoll, mithin die ganze Peripherie nahe = 377 Zoll, und ein Grad etwas mehr als 1 Zoll. Würde der Funke während der Zeit, in welcher der Spiegel $^1/_2$, mithin sein Bild einen ganzen Grad zurücklegt, fortdauern, so müßte der Beobachter eine Lichtlinie von 1 Zoll Länge im Spiegel sehen. Geschieht die Drehung des Spiegels in der entgegengesetzten Richtung, so entfernt sich das Bild rechts von den verticalen O a.

Wheatstone gab seinem Apparate die Einrichtung, daß der Spiegel 50 Umdrehungen in 1″ machte, und dem Spiegel gegenüber durch Entladung einer Leydnerflasche ein Funke genau in dem Augenblicke entstand, wo der Spiegel gegen den Horizont um 45° geneigt war; demnach war die Zeit einer Umdrehung = $^1/_{50}$″, und die Zeit für den Drehungswinkel von $^1/_4$ Grad $= \frac{1''}{50.360.4} = \frac{1''}{72000}$; während dieser letztgenannten Zeit durchläuft das Bild einen Bogen von $^1/_2$ Grad; würde der Funke eben so lange fortdauern, so müßte er dem Beobachter im rotirenden Spiegel als ein Lichtstreifen von $^1/_2$ Zoll Länge erscheinen. Dieß ist aber nicht der Fall, sondern der Funke erschien vollkommen so, wie in dem ruhenden Spiegel; somit beträgt seine Dauer nicht einmal $^1/_{72000}$ einer Secunde.

Um die Fortpflanzungsgeschwindigkeit zu ermitteln, befestigte Wheatstone auf einem Brette, Fig. 302, 6 Metallkügelchen a, b, c, d, e, f, dergestalt, daß sie gehörig isolirt waren, und genau in einer horizontalen Linie lagen, und zwar so, daß a von b um $^1/_{10}$ Linie eben so weit c von d und e von f, aber diese Paare selbst viel weiter von einander entfernt waren. An den Kügelchen a und f waren zwei Dräthe befestiget, die mit den Belegungen einer Leydnerflasche in Verbindung gesetzt werden konnten; vom Kügelchen b ging in vielen Windungen ein $^1/_4$ englische Meile langer Draht zum Kügelchen c und ein gleich langer vom Kügelchen e zum d. War der Spiegel gegen den Horizont um 45° geneigt, und in dieser Lage ruhig gelassen, so sah man bei der Entladung einer Leydnerflasche drei Funken; nun wurde der Spiegel gedreht, und machte 800 Umdrehungen in einer Secunde, mithin eine Umdrehung in $^{1''}/_{800}$; er durchlief daher einen Winkel von $^1/_4$ Grad in $\frac{1''}{800.360.4} = t$. Bei dieser schnellen Umdrehung sah man alle drei Funken als kleine parallele Lichtlinien, von denen die mittlere gegen die beiden äußern um einen halben Zoll, mithin um $^1/_2$ Grad verscho-

Fig. 302



den erschien, und zwar rechts, wenn die Drehung von rechts nach links, und wieder links, wenn sie in entgegengesetzter Richtung geschah. Hieraus folgt:

a) daß bei einer beträchtlichen Länge des Entladungsdrahtes die Entladung nicht momentan ist, sondern einige Zeit fortdauert, weßhalb sich das Bild des Funkens als eine kleine Lichtlinie darstellt;

b) daß die beiden äußern Funken gleichzeitig erscheinen, da ihre Bilder dieselbe Lage haben; mithin beginnt die elektrische Strömung gleichzeitig an beiden Belegungen der Leydnerflasche, und geht gegen die Mitte des kupfernen Schließungsleiters, wobei jede Strömung den Weg von $\frac{1}{4}$ Meile zurückzulegen hat.

c) Der mittlere Funke, dessen Bild um $\frac{1}{2}$ Grad verschoben erscheint, konnte erst entstanden sein, nachdem bereits der Spiegel eine Drehung von $\frac{1}{4}$ Grad gemacht hat; da in dieser Zeit der elektrische Strom den Weg $s = \frac{1}{4}$ einer englischen Meile zurückgelegt hat, so ist, wenn man die Geschwindigkeit, mit welcher er sich in dem gebrauchten Kupferdrahte fortpflanzt, mit c bezeichnet,

$$c = \frac{s}{t} = \frac{1}{4} : \frac{1}{800.360.4} = 288000$$

englische, oder 61000 österreichische Meilen. Diese Geschwindigkeit muß aber in dem Maße abnehmen, in welchem die Verzögerungskraft (Leitungswiderstand) des Leiters wächst.

§. 228. Berührungselektricität. 1. Construirt man einen Condensator, bei dem die beiden Platten verschiedenartige Metalle sind, und setzt die ungefirnißten Seiten vermittelst eines Metalldrahtes in eine leitende Verbindung, so erfolgt eine Störung des natürlichen elektrischen Zustandes in beiden Metallen, indem das eine + E, das andere — E erhält, wie man es leicht nach dem Abheben der Oberplatte an der Divergenz der Goldblättchen erkennt, wenn man einmal das eine und das andere Mal das zweite Metall zur Unterplatte genommen hat. Die durch die Berührung zweier ungleichartigen, aber gut leitenden Substanzen erregte Elektricität heißt Contact- oder Berührungs- oder galvanische Elektricität, und die Ursache der Störung des natürlichen Zustandes nennt man elektomotorische Kraft; die sich berührenden Elektricitätsleiter heißen Elektromotoren.

2. Die elektromotorische Kraft trennt die beiden Elektricitäten der sich berührenden guten Leiter A und B von einander und verhindert ihre Wiedervereinigung; die durch sie erregte Differenz der elektrischen Spannungen in A und B, die man elektrische Differenz nennt, ist für zwei bestimmte Elektromotoren eine unveränderliche Größe, selbst dann, wenn der eine Elektromotor mit der Erde oder mit einem elektrischen Körper in leitender Verbindung steht.

War z. B. die elektrische Spannung + e in A, und — e in B, mithin die Differenz = 2e, und man verbindet A leitend mit der Erde, so wird sowohl dem A als dem B negative Elektricität von der Spannung — e zuströmen, so daß die Spannung in A = 0, und die in B = 2e ist. Hätte man A mit einem elektrischen Körper verbunden, der jedem Elektromotor die elektrische Spannung + E mittheilen

könnte, so würde A die Elektricität $+ e + E$, und B $- e + E$, haben und die Differenz wieder $= 2e$ sein.

3. Die elektrische Differenz ist nur von der elektromotorischen Kraft abhängig, und bleibt dieselbe, mögen die Substanzen, die sich berühren, groß oder klein sein, und mag die Berührung in vielen oder in weniger Punkten stattfinden. Die Stärke der elektromotorischen Kraft ist von der materiellen Beschaffenheit der Elektromotoren abhängig. Man kann aus den Metallen und auch einigen nicht metallischen Körpern eine Reihe (Spannungsreihe) bilden, in welcher ein jeder in Berührung mit einem der nachfolgenden + elektrisch, und in Berührung mit einem der vorhergehenden — elektrisch wird; je weiter zwei Körper dieser Reihe von einander abstehen, desto stärker wird, falls sie in Berührung kommen, die elektromotorische Kraft, und daher auch die erregte elektrische Differenz. Diese Spannungsreihe ist: Zink, Blei, Zinn, Eisen, Kupfer, Quecksilber, Silber, Gold, Platin, Kohle.

4. Die elektrische Differenz zweier Glieder der verbundenen Spannungsreihe ist gleich der Summe der elektrischen Differenzen der Zwischenglieder. Werden die Glieder der Spannungsreihe in beliebiger Ordnung mit einander verbunden, so ist die Differenz der elektrischen Spannungen an den Endgliedern dieselbe, als wenn sie sich unmittelbar berührt hätten, daher = 0, wenn sie von gleicher Beschaffenheit sind.

Ist z. B. die Unterplatte des Condensators von Kupfer, die Oberplatte von Zink, und man verbindet beide mit einem Kupferdrahte, so zeigen die Goldplättchen nach dem Abheben der Oberplatte eine gewisse, der elektrischen Differenz zwischen Zink und Kupfer $= ZK$ entsprechende Divergenz; dieselbe tritt auch ein, wenn die beiden Platten mit einem Eisendraht oder Platindraht verbunden worden sind; der Eisendraht wird mit dem Zink —, mit dem Kupfer + elektrisch, mithin ist $ZE + EK = ZK$, Platin wird sowohl mit Zink als mit Kupfer — elektrisch, aber mit Zink stärker als mit Kupfer; da jedoch dabei Kupfer + elektrisch wird, so wird ein Theil der $- E$, die es von Platin in Folge der Berührung desselben mit dem Zink erhält, aufgehoben; man hat also $ZP - KP = ZK$, oder $ZP = ZK + KP$. Hieraus ist ersichtlich, daß die materielle Beschaffenheit des Leiters, der zwei verschiedenartige Metalle verbindet, auf die elektrische Differenz dieser Metalle ohne Einfluß ist.

5. Schon Volta, aber auch neuere Beobachter haben die Elektricitätserregung durch Berührung von Metallen mit flüssigen Leitern nachgewiesen; allein die flüssigen Leiter folgen dem Gesetze der Spannungsreihe nicht, weßhalb sie Volta Leiter der zweiten Ordnung, hingegen die der Spannungsreihe angehörigen Leiter der ersten Ordnung nannte; letztere werden als die eigentlichen Elektromotoren, die ersteren als Leiter der Elektricität betrachtet. Schwefelsäure z. B. ist in Berührung mit Zink und mit Kupfer positiv, diese Metalle aber negativ elektrisch; sie wäre also vor das Zink zu stellen, aber die elektrische Differenz zwischen ihr und Zink ist größer als zwischen ihr und Kupfer; dann erscheint sie im concentrirten Zustande bei der Berührung mit Gold und Platin negativ elektrisch; sie befolgt also das Gesetz der Spannungsreihe nicht.

Die Erscheinung bei der Elektricitätserregung, die durch Berührung von Metallen mit Flüssigkeiten entsteht, ist nicht immer einfach zu erklären, weil bei dieser Berührung auch chemische Wirkungen eintreten, welche die Oberfläche der Metalle und damit auch die elektromotorische Kraft verändern.

6. Zwei in Berührung befindliche Elektromotoren z. B. Zink (Z) und Kupfer (K) nennt man ein Plattenpaar, oder ein Volta'sches

Element, oder auch eine einfache Volta'sche Kette; nehmen wir an, die Elektromotoren seien isolirt und Z habe die elektrische Spannung + e, K dagegen — e; schließt sich nun an K irgend ein isolirter Leiter (L) an, so geht die freie Elektricität von K in den anliegenden Leiter, und was abgeht, wird durch die ununterbrochene Wirksamkeit der elektromotorischen Kraft zwischen Z und K sogleich wieder ersetzt, daher das Gleichgewicht erst eintreten, wenn auch L die Spannung — e erhalten hat. Würden an L sich noch mehrere gute aber isolirte Leiter anreihen, so wird ein jeder in Folge der continuirlichen elektomotorischen Thätigkeit zwischen Z und K die elektrische Spannung — e erhalten. Befindet sich vor Z eine Reihe von isolirten guten Leitern unter sich und mit Z in Verbindung, so begibt sich die freie positive Elektricität vom Zink in alle, und die elektromotorische Thätigkeit zwischen Zink und Kupfer hört erst auf, wenn jeder einzelne Leiter die Ladung + e erhalten hat.

Stellt man eine Reihe von Gefäßen von Glas, Steingut oder Porzellan, z. B. 6 neben einander, setzt in jedes eine amalgamirte Zinkplatte und eine Kupferplatte so ein, daß z. B. alle Zinkplatten links und alle Kupferplatten rechts zu stehen kommen, und bringt hierauf in jedes Gefäß verdünnte Schwefelsäure (L); man hat dann folgende Anordnung:

$$Z_1 L_1 K_1, \; Z_2 L_2 K_2, \; Z_3 L_3 K_3 \; \ldots\ldots\ldots \; Z_6 L_6 K_6;$$

verbindet man vermittelst Kupferdrähte K_1 mit Z_2, K_2 mit Z_3, u. s. f. endlich K_5 mit Z_6, so hat man eine zusammengesetzte Volta'sche Kette (Säule) oder eine Volta'sche Batterie, in welcher die Endplatten, die man Pole nennt, nicht elektromotorisch, sondern nur als Leiter wirken.

Wir wollen die Schwefelsäure zuerst als bloßen Leiter betrachten. Da jedes Plattenpaar jeden einzelnen rechts stehenden Leiter mit + e und jeden links befindlichen mit — e ladet, so muß Z_1 die elektrische Spannung — 5 e, und K_6 + 5 e bekommen. Hieraus wird ersichtlich, daß die elektrischen Spannungen an den Polen einander entgegengesetzt und der Anzahl der Plattenpaare proportional sind.

Bringt man die Pole durch einen Leiter von beliebiger Form, den man Schließungsbogen nennt, in Verbindung, so ist die Kette geschlossen; es wächst in Folge der elektromotorischen Thätigkeit zwischen Z_1 und K_6 noch ein + e und — e zu, so daß man — 6 e in Z und + 6 e in K_6 hat; zugleich beginnt eine Ausgleichung der entgegengesetzten Elektricitäten, mithin eine Strömung von einem Pol zum andern, welche, da die elektromotorische Kraft ununterbochen wirksam ist, ununterbrochen fortdauern würde, wenn alles in der Kette unverändert bliebe; allein durch die chemischen Zersetzungen, welche die elektrische Strömung bewirkt, erleiden die Oberflächen der Elektromotoren Veränderungen, durch welche die elektromotorische Kraft mehr und mehr geschwächt wird, und endlich ganz verschwindet. — Es ist allgemein üblich geworden, nur von einem Strome zu sprechen, nämlich von dem, dessen Richtung im Schließungsbogen vom positiven Pol zum negativen, und von da durch die Kette wieder zum positiven Pol geht. Man nennt ihn den galvanischen Strom. Berücksichtigt man nun auch die

zwischen der Schwefelsäure und den Elektromotoren thätigen elektromotorischen Kräfte, und bezeichnet die dadurch erregte elektrische Spannung in Z_1 mit $-e'$ und in der Säure mit $+e'$, dann die in K mit $-e''$, und in der Säure mit $+e''$, wo $e'' < e'$ ist, und betrachtet, daß $+e'$ zu der in dem nämlichen Gefäße stehenden Kupferplatte K und $+e''$ zu der Zinkplatte übergeht, so daß K auch mit $+e'$ und Z mit $+e''$ geladen wird; so wird ersichtlich, daß K die elektrische Spannung $+(e'-e'')$ besitzt, und Z die elektrische Spannung $-(e'-e'')$ erhält. Demnach erhält Z_1 von jeder nachstehenden Zinkplatte die elektrische Spannung $-(e'-e'')$, und K_6 von jeder voranstehenden Kupferplatte $+(e'-e'')$, so daß in Folge der elektromotorischen Thätigkeit zwischen der Schwefelsäure und den Metallen Z_1 noch die elektrische Spannung $-6(e'-e'')$ und K_6 die Spannung $+6(e'-e'')$ erhält; dieß hat bei der Schließung der Kette einen Strom zur Folge, welcher, da er in der nämlichen Richtung wie der durch die elektromotorische Kraft der Metalle erregte geht, diesen letzteren verstärkt.

7. Daniel, Grove und Bunsen haben in der Einrichtung der Volta'schen Ketten Veränderungen angebracht, durch die eine lang dauernde ungeschwächte Wirksamkeit erzielt wird, weßhalb sie constante Ketten oder Säulen genannt werden. In jedem Gefäße von Glas, Steingut oder Porzellan befindet sich ein zweites poröses Gefäß, Diaphragma genannt, welches den einen festen Elektromotor aufnimmt, während der andere in dem andern Gefäße sich befindet. Der positive Elektromotor ist bei diesen Ketten immer amalgamirtes Zink, eingetaucht in verdünnte Schwefelsäure, der negative ist bei der Daniel'schen Kette Kupfer, umgeben von einer Kupfervitriollösung, bei der Grove'schen Platin, bei der Bunsen'schen Kohle; Platin und Kohle tauchen in concentrirte Salpetersäure. Die Elektromotoren werden bei einer zusammengesetzten Kette auf die gewöhnliche Weise mit einander verbunden.

Bei der Daniel'schen Kette zerlegt der elektrische Strom das Wasser und das schwefelsaure Kupferoxyd, der Wasserstoff erscheint gleichzeitig mit dem Kupferoxyd an dem negativen Elektromotor, verbindet sich mit dem Sauerstoffe des Oxyds, und das ausgeschiedene Kupfer setzt sich an die Kupferplatte an, so daß die Oberfläche des negativen Elektromotors immer reines Kupfer, also ungeändert bleibt. Um die Lösung stets concentrirt zu erhalten, stellt man ein mit Kupfervitriolkrystallen gefülltes Leinwandsäckchen in die Flüssigkeit ein. — Bei den beiden anderen Ketten tritt der in Folge der Zersetzung des Wassers am negativen Elektromotor sich ausscheidende Wasserstoff mit einem Theil des Sauerstoffs der Salpetersäure in Verbindung, wodurch diese in Stickstoffoxydgas übergeht und entweicht; demnach bleibt die Oberfläche des negativen Elektromotors stets ungeändert, und die elektromotorische Kraft ungeschwächt. Der Sauerstoff des Wassers oxydirt das Zink, und das entstandene Zinkoxyd verbindet sich mit der Schwefelsäure zu einem im Wasser leicht löslichen Salze.

Smee construirte eine Kette, bei welcher in jedem Gefäße eine mit Platinmohr überzogene Silberplatte (S) zwischen zwei mit einander leitend verbundenen Zinkplatten hängt, aber von dieser isolirt ist; die leitende Flüssigkeit ist verdünnte Schwefelsäure. S im ersten Gefäße ist mit Z des zweiten, S des zweiten mit Z des dritten u. s. f. verbunden; wird die Kette geschlossen, so entsteht ein elektrischer Strom, der das Wasser zersetzt, aber der ausgeschiedene Wasserstoff bleibt an S wegen der Rauhheit der Oberfläche desselben nicht haften, sondern steigt augenblicklich in der Flüssigkeit empor, daher wird auch in diesem Falle

die Oberfläche des negativen Elektromotors nicht geändert, und die elektromotorische Kraft bleibt ungeschwächt.

(Ueber Callan's Kette siehe Eisenlohr's Physik 9. Aufl. pag. 561).

§. 229. Messung der Intensität eines continuirlichen elektrischen Stroms. Die Stärke (Intensität) des galvanischen Stroms wird durch die Elektricitätsmenge bestimmt, die in einer Zeiteinheit durch irgend einen Querschnitt des Leiters gegangen ist; sie nimmt im Allgemeinen zu, wenn die elektromotorische Kraft wächst, und der Leitungswiderstand in der Kette und im Schließungsbogen abnimmt. Zur Messung der Stärke des Stroms benützt man gewöhnlich die chemischen oder die magnetischen Wirkungen, die er hervorbringt. Die chemischen Wirkungen bestehen in Zersetzungen gewisser Leiter im flüssigen Zustande, die man Elektrolyten und den Vorgang selbst Elektrolyse nennt; die abgeschiedenen Bestandtheile des Elektrolyten heißen Jonen.

Ein Apparat, bei welchem die chemische Wirkung als Maß der Stromstärke benützt wird, heißt ein Voltameter; dieser besteht aus einem Glasgefäße, das mit etwas gesäuertem Wasser gefüllt ist; in das Wasser tauchen zwei nahe an einander befindliche Platinbleche, die durch Metalldrähte mit den Polen einer elektrischen Säule verbunden sind, und über die eine in Cubikcentimeter getheilte und mit Wasser gefüllte Glasröhre gestellt wird. Der elektrische Strom zersetzt das Wasser, dessen Sauerstoff sich an der Eintrittsstelle des Stroms in's Wasser, die man die positive Elektrode oder Anode nennt, ausscheidet, während der Wasserstoff an der Stelle, wo der Strom aus dem Wasser tritt, und die man die negative Elektrode oder Kathode heißt, zum Vorschein kommt. Beide Gase werden in dem nämlichen Verhältnisse hervortreten, in welchem sie Wasser bilden; daher wird sich in der Glasröhre Knallgas ansammeln. Man nimmt nach Jacobi die Intensität desjenigen Stroms als Einheit an, welcher in 1 Minute ein Cubikcentimeter Knallgas, reducirt auf 0^0 Temperatur und 760^{mm} Barometerstand, erzeugt, und drückt die Intensität eines andern Stroms durch die Anzahl der Cubikcentimeter Knallgas aus, die durch ihn in 1 Minute entwickelt werden.

Ist a die in einer Zeiteinheit durch die Stromeinheit zersetzte Wassermenge, und A die in der Zeit t durch einen Strom von der Stärke S zersetzte, so ist

$$A = Sat, \text{ mithin } S = \frac{A}{at}.$$

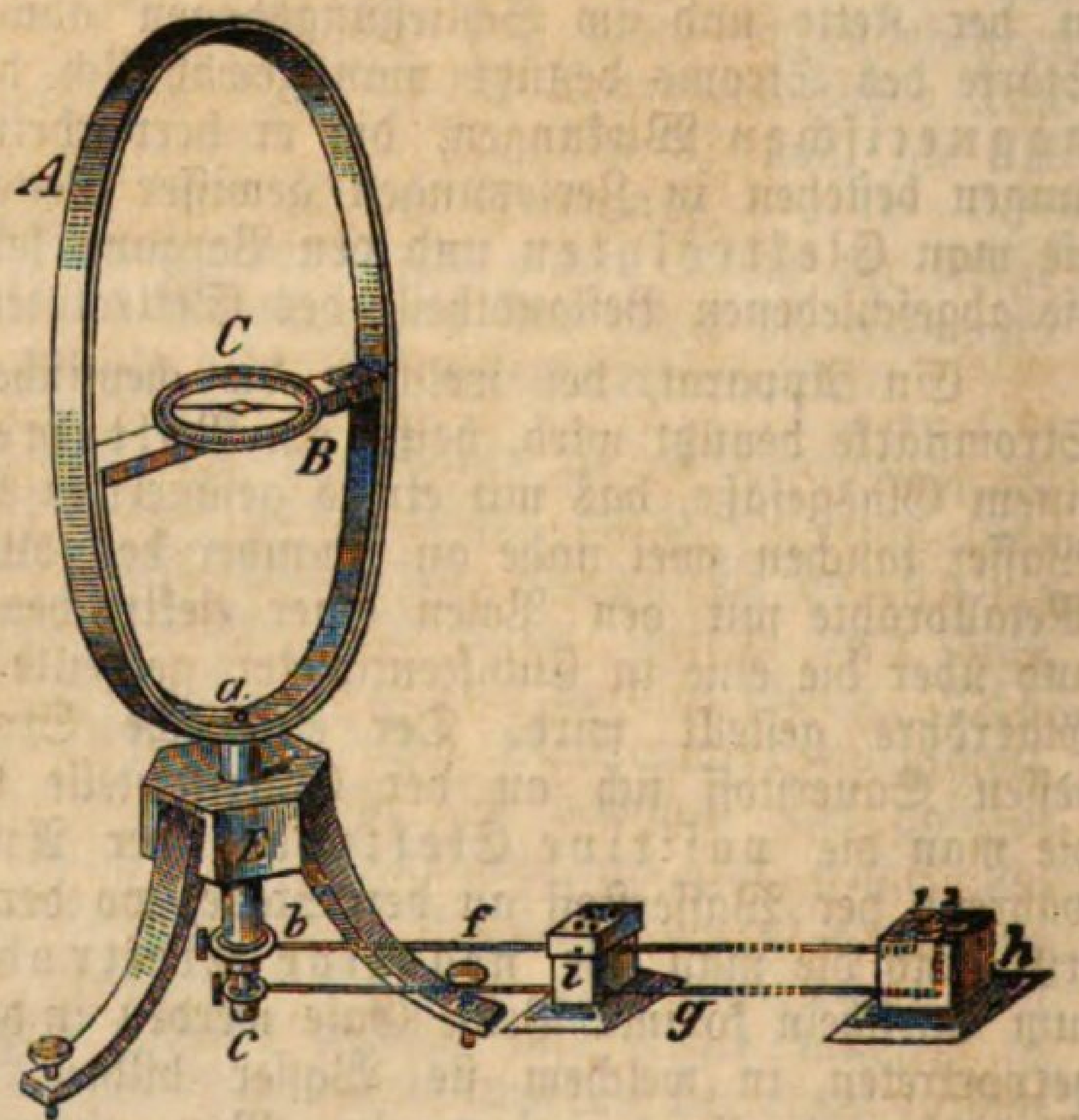
Dieser Ausdruck heißt das Faraday'sche Gesetz für das Voltameter.

Oerstedt hat 1820 zuerst die magnetische Wirkung des elektrischen Stroms an der Ablenkung, die eine Magnetnadel in ihrer Richtung unter seinem Einflusse erfährt, beobachtet. Denkt man sich im Strome eine menschliche Figur, das Gesicht gegen die Magnetnadel gewendet, und den Strom von den Füßen zum Kopfe gehend; so erscheint der Nordpol jedesmal nach links abgelenkt, und zwar in einer Richtung, die auf der durch ein Stromtheilchen und den Pol gelegten Ebene senkrecht steht. Die Apparate, die uns in den Stand setzen, aus der Größe des Ablenkungswinkels die Intensität und die Richtung des Stroms zu erkennen, nennt man Galvanometer.

Die wichtigsten Galvanometer sind die unter dem Namen Tangenten- und Sinus-Boussole bekannten; bei dem ersten ist die Tangente des Ablenkungswinkels, beim zweiten der Sinus desselben der Stromstärke proportional.

1. Die Tangenten-Boussole, nach Weber's Construction, Fig. 303, besteht aus einem kreisförmig gebogenen Kupfer- oder Messingstreifen, dessen Ebene vertical steht, und in dessen Centrum der Mittelpunkt einer Declinationsnadel steht; die Länge dieser Nadel ist wenigstens 4mal kleiner als der Durchmesser des Kreises; das eine Ende des kreisförmigen Metallstreifens ist verbunden mit einem vertical abwärts nach c gehenden Metallstabe, das andere mit einer metallenen Röhre ab, welche den Stab umgibt, aber von ihm durch eine gut isolirende Zwischenlage getrennt ist; von b und c geben zwei parallele mit Seide übersponnenen Drähte zu den Polen einer Volta'schen Kette, die von der Magnetnadel so weit absteht, daß der durch sie gehende Strom die Nadel nicht mehr merklich zu afficiren vermag. Die Einwirkungen von ab und dem Metallstabe c, so wie die der parallelen Drähte auf die Magnetnadel sind einander gleich und entgegengesetzt, heben sich somit gegenseitig auf, so daß die Ablenkung, welche die Nadel erfährt, nur durch den kreisförmigen Theil des elektrischen Stroms hervorgebracht wird.

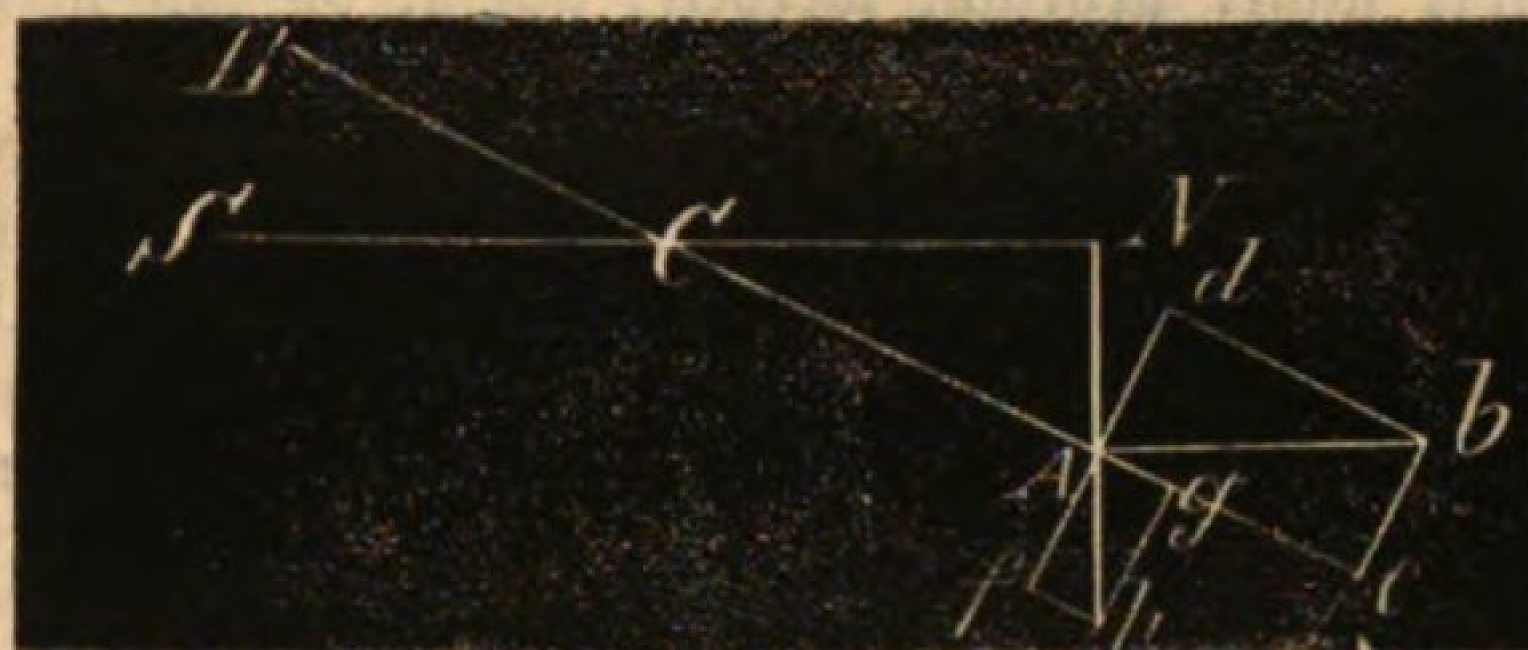
Fig. 303.



Beim Gebrauche wird das Instrument so aufgestellt, daß die Ebene des Kreises in den magnetischen Meridian zu liegen kommt; da sämmtliche Theile des kreisförmigen Stroms sammt den Polen der Magnetnadel in der Kreisebene sich befinden, so werden die Pole von allen Stromtheilchen in einer auf dieser Ebene senkrechten Richtung abgestoßen, und da wegen der Kleinheit der Magnetnadel rücksichtlich des Halbmessers des Kreises die Unterschiede in den Abständen der verschiedenen Stromtheilchen von den Polen der Nadel sehr unbedeutend sind, und dieß selbst dann, wenn die Nadel ihre Gleichgewichtslage verläßt; so läßt sich auch annehmen, daß alle Stromtheilchen mit gleicher Stärke auf die Pole wirken; ihre Resultirende ist demnach eine Kraft, welche die Pole der Magnetnadel in einer auf der Ebene des kreisförmigen Metallstreifens senkrechten Richtung abstößt, und deren Stärke sich nicht merklich ändert, wenn die Magnetnadel sich von ihrer ursprünglichen Gleichgewichtslage entfernt.

Ist NS, Fig. 304, die Lage der um C drehbaren Magnetnadel von der Einwirkung des elektrischen Stroms, und AB die Lage, in

Fig. 304.



welcher sie nach der Einwirkung desselben in's Gleichgewicht kommt, so ist NCA = a der Ablenkungswinkel, und die Kräfte, die auf den Nordpol in A wirken, sind: die horizontale Componente H des Erdmagnetismus, wirkend in einer zu NS parallelen Richtung Ab, und die Kraft P des elektrischen Stroms in einer auf NS senkrechten Richtung Ah. Wird erstere durch Ab und letztere durch Ah ausgedrückt, und jede in zwei Componenten zerlegt, wovon die eine in der Verlängerung von CA, die andere auf AB senkrecht wirkt, so wird ersichtlich, daß im Zustande des Gleichgewichts die auf AB senkrechten, und in entgegengesetzten Richtungen wirkenden Componenten Ad und Af einander gleich sein müssen; nun ist

$$Ad = H \sin. a, \text{ und } Af = P \cos. a,$$

somit $$P = H \tang. a.$$

Ist in einem anderen Falle die Stromstärke P′, der Ablenkungswinkel a′, so ist

$$P' = H \tang. a', \text{ und}$$

$$P : P' = \tang. a : \tang. a',$$

d. h. die Stromstärke ist für denselben Ort der Tangente des Ablenkungswinkels direct proportional; dieß desto genauer, je kleiner die Länge der Magnetnadel im Vergleich zum Durchmesser des Kreises ist. Der Quotient $\frac{P}{H}$ mithin auch der Winkel a erfährt keine Aenderung, wenn die Stärke des Magnetismus der Nadel eine andere wird, weil P und H sich stets im gleichen Verhältnisse ändern.

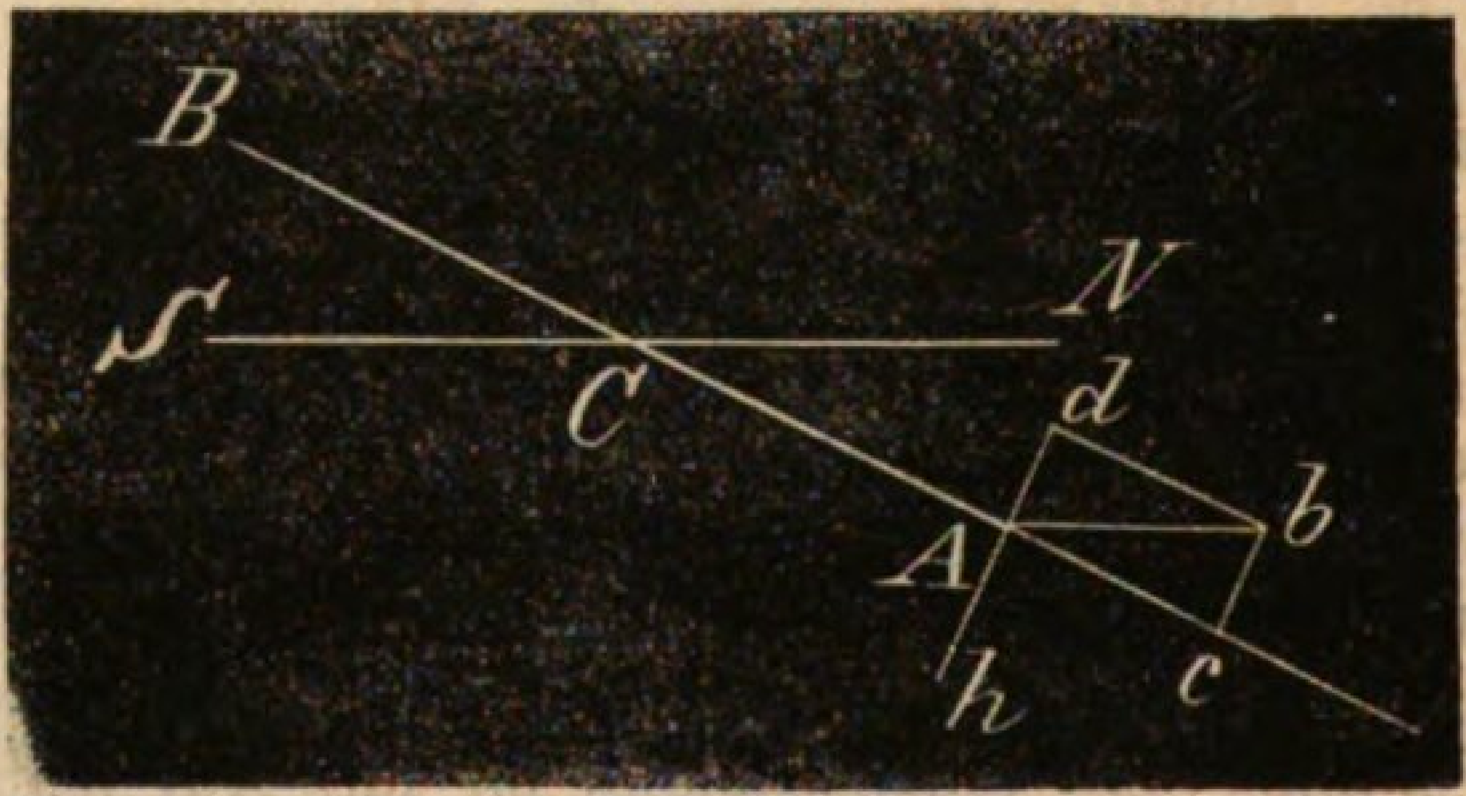
Um den Ablenkungswinkel messen zu können, muß die Magnetnadel mit einem in Grade getheilten Kreise versehen sein, dessen Nullpunkt in der Ebene des Stromes sich befindet; soll die Abmessung mit Genauigkeit geschehen, so nimmt man einen Theilkreis, dessen Halbmesser größer ist als die halbe Magnetnadel, befestigt aber an dieser eine feine Glasnadel von dunkler Farbe, deren Enden sich über der Theilung bewegen. Die Länge der Magnetnadel beträgt gewöhnlich 1 bis 1½ Zoll, die des Halbmessers des Verticalkreises 8 bis 16 Zoll.

Despretz hat bewiesen, daß der Ausdruck P = H tang. a nur dann ganz richtig ist, wenn der Halbmesser des Ringes = 1 Meter und die Nadellänge höchstens 30 Millimeter beträgt; die nöthige Empfindlichkeit erhält man durch mehrere Windungen eines mit Seide übersponnenen Drahtes. — Gaugain hat durch Versuche, und Bravais durch Rechnung bewiesen, daß obiger Ausdruck auch bei kleinen Stromkreisen brauchbar ist, wenn der Mittelpunkt der Magnetnadel in die im Centrum des

Ringes errichtete Senkrechte gestellt wird, so daß sein Abstand von diesem Centrum $\frac{1}{4}$, und die Nadellänge $\frac{1}{4}$ vom Ringdurchmesser beträgt.

2. Die Sinusboussole. Um das Galvanometer auch für schwächere Ströme empfindlich zu machen, muß der kreisförmige Stromleiter der Magnetnadel näher gebracht werden; allein, da sich in diesem Falle die Kraft, mit welcher der Strom auf die Nadel einwirkt, mit ihrer Stellung rücksichtlich der Ebene des Stromleiters ändert, so muß man dem Instrumente eine Einrichtung geben, bei welcher es möglich wird, die kreisförmige Ebene des Stromleiters so zu bewegen, daß die abgelenkte Magnetnadel beständig in dieser Ebene erhalten werden kann. Es sei NS, Fig. 305, die Gleichgewichtslage der Magnetnadel im

Fig. 305.



magnetischen Meridiane, dessen Ebene mit der des Stromleiters anfänglich zusammenfällt; wird die Nadel durch den Strom abgelenkt, so bewegt man die Ebene des Stromleiters nach der Richtung, nach welcher die Ablenkung erfolgt, und bringt es dahin, daß die Nadel, wenn sie z. B. in der Lage AB in Ruhe kommt, abermals in der Ebene des Stromleiters sich befindet, weßhalb dieser auf den Pol A in einer auf AB senkrechten Richtung Ah mit der nämlichen Kraft P wirkt, wie bei der ersten Stellung in der Ebene des Meridians. Die magnetische Erdkraft H = Ab werde wieder so wie früher in die Componenten Ac und Ad zerlegt; im Gleichgewichtszustande ist

$$Ad = P, \text{ mithin } P = H \sin. a.$$

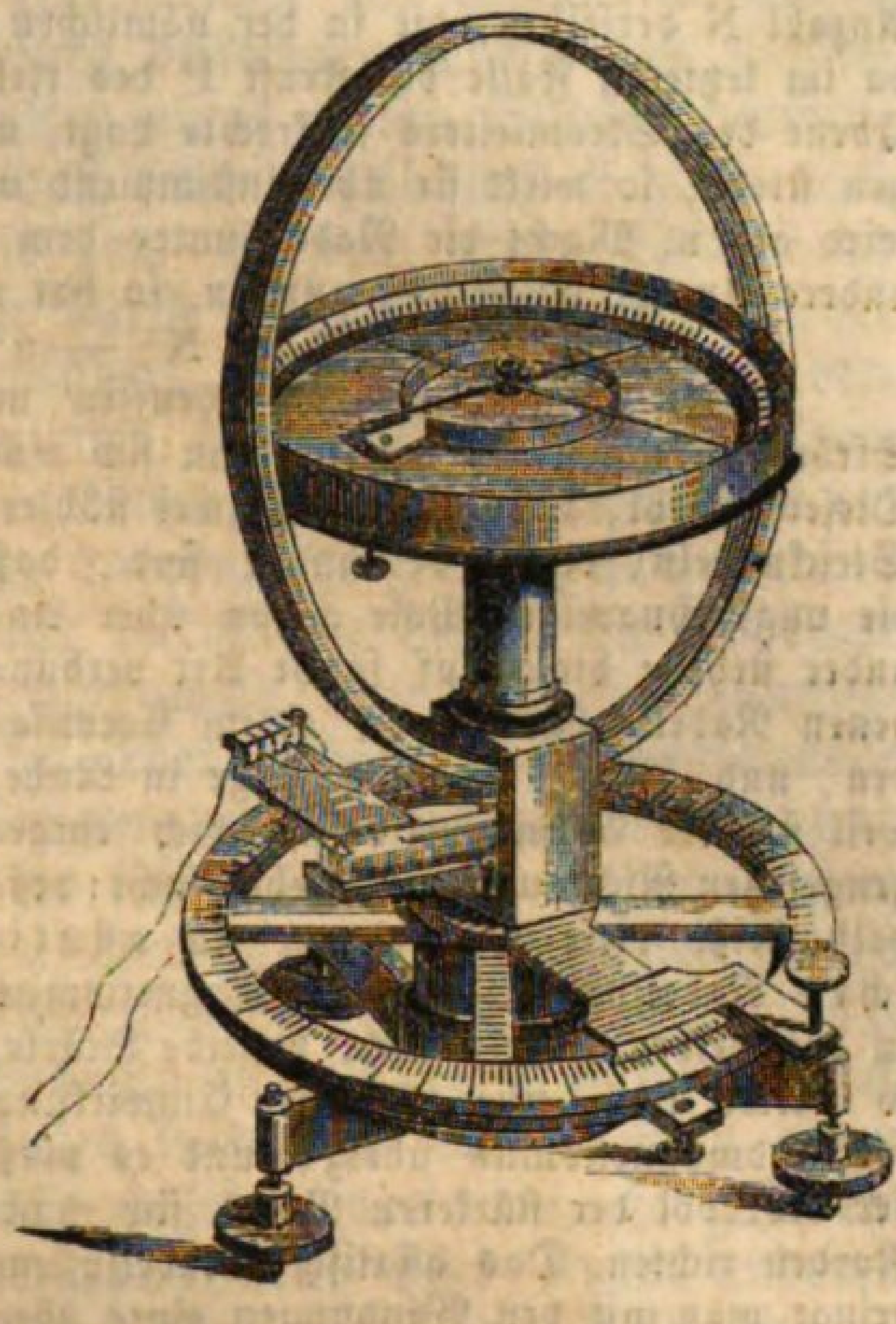
Für die Stromstärke P′ und den Ablenkungswinkel a′ ist $P' = H \sin. a'$; woraus folgt:

$$P : P' = \sin. a : \sin. a',$$

d. h. die Stromstärke ist bei der Sinusboussole für denselben Ort dem Sinus des Ablenkungswinkels direct proportional.

Die Sinusboussole (nach einer von Poggendorf verbesserten Einrichtung) besteht aus einem hölzernen verticalstehenden Kreise A, Fig. 306, von 6 Zoll im Durchmesser, über den ein mit Seide umsponnener Draht, der den elektrischen Strom leitet, mehrmal gewunden ist und mit dem ein horizontaler Kreis B in fester Verbindung steht; der Verticalkreis A sitzt auf der Alhidade eines zweiten unten befindlichen, in Grade und in halbe Grade getheilten horizontalen Kreises C, so daß sein verticaler Durchmesser mit der Axe, um welche die Alhidade gedreht wird, zusammenfällt. Der Drehungspunkt der Magnetnadel liegt genau im Mittelpunkte des oberen horizontalen Kreises B, in dessen Ebene sich die Magnetnadel bewegt.

Fig. 306.



An der Alhidade befindet sich, wie gewöhnlich, ein Nonius mit einer Mikrometerschraube. Vor dem Beginne der elektrischen Strömung wird das Instrument so aufgestellt, daß die Magnetnadel parallel zur Ebene des verticalen Kreises steht und auf den Nullpunkt des Kreises B zeigt; in dieser Stellung wird die Lage der Alhidade am unteren Kreise C angemerkt, und hierauf die elektrische Strömung eingeleitet.

Nach geschehener Ablenkung der Magnetnadel dreht man mittelst der Alhidade den verticalen Kreis A sammt dem mit ihm fest verbundenen horizontalen B so lange, bis die Magnetnadel abermals auf den Nullpunkt von B zeigt, und mithin bezüglich der Ebene des Kreises A genau dieselbe Lage hat, wie im magnetischen Meridiane; nun sieht man, auf welchen Theilstrich des horizontalen Kreises C der Inder der Alhidade zeigt, und erkennt daran die Größe der Drehung der Alhidade, die der Größe des Ablenkungswinkels der Magnetnadel gleich ist. — Die Empfindlichkeit des Instrumentes nimmt zu mit der Zahl der Windungen um den hölzernen Kreis. Bei der Bestimmung des Ablenkungswinkels hat man jedesmal die ruhige Stellung der Magnetnadel abzuwarten. — Es ist für sich klar, daß man mittelst der beiden Galvanometer nur das Verhältniß der Intensitäten der Ströme erhält, welche während der Einschaltung des Instrumentes die Ströme besitzen, aber nicht die, welche sie hatten, bevor das Instrument einen Theil des Schließungskreises bildete, da der Multiplicatordraht den Leitungswiderstand vermehrt.

Wenn man den elektrischen Strom einer kräftigen constanten Kette durch ein Voltameter und hierauf durch eine Tangentenboussole leitet, so wird in einer bestimmten Zeit eine gewisse Menge Knallgas erzeugt, während die Nadel in einer gewissen Ablenkung a beharrt. Wird der elektrische Strom auf irgend eine Art verstärkt, so nimmt die Menge des Knallgases in demselben Verhältnisse zu, wie die Tangente des Ablenkungswinkels wächst, mithin wie die magnetische Wirkung des Stroms; demnach ist letztere Wirkung der elektrolytischen direct proportional, und steht somit, wie die Versuche lehren, mit der Menge der Elektricität, die während einer festgesetzten Zeit durch einen Querschnitt durchgeht, im geraden Verhältnisse, daher kann die Kraft, mit welcher ein elektrischer Strom auf die Magnetnadel wirkt, als Maß seiner Intensität betrachtet werden.

Setzt man tang. a $=$ m, und ist v das Volumen des in 1 Minute gelieferten Knallgases, reducirt auf 0° C. und 760^{mm} Luftdruck, so ist $\frac{v}{m} = n$ die der Tangente 1 entsprechende Gasmenge, die man leicht finden kann, so daß n als eine bekannte Größe zu betrachten ist; wird diese Größe mit der Tangente des an der Tangentenboussole beobachteten Ablenkungswinkels multiplicirt, so hat man die Anzahl der Cubikcentimeter Knallgas, die der Strom in 1 Minute zu erzeugen vermöchte.

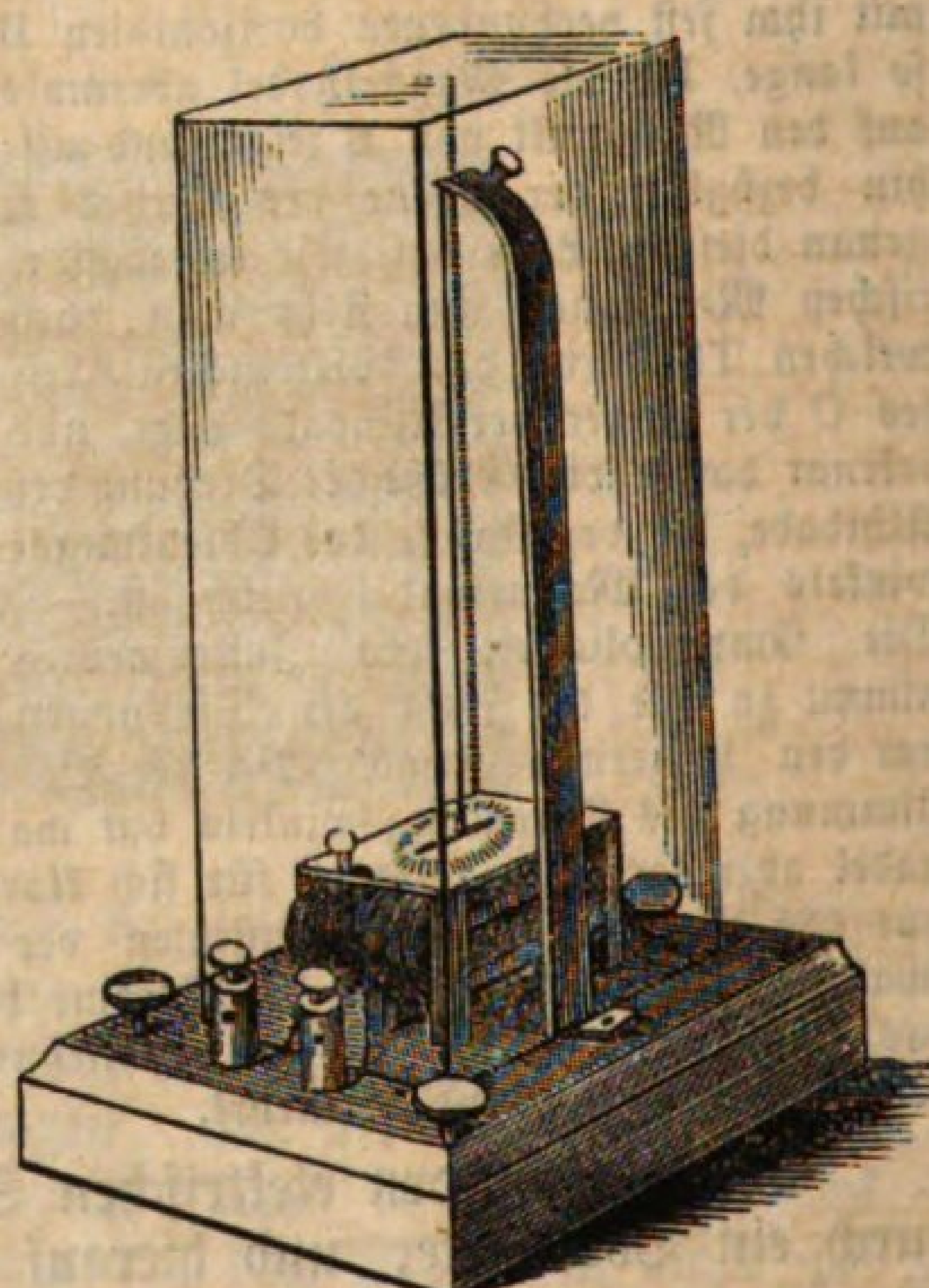
Man kann das Verhältniß der Intensitäten zweier elektrischen Ströme auch durch Schwingungsversuche ermitteln, indem man eine Declinationsnadel zuerst unter dem Einflusse des Erdmagnetismus schwingen läßt, und die Anzahl n der in einer gewissen Zeit gemachten Schwingungen anmerkt, hierauf aber diese Nadel in einen

kreisförmigen, wie bei der Tangentenbouſſole eingerichteten, und auf der Ebene des Meridians ſenkrecht ſtehenden Stromleiter ſtellt, in Schwingungen verſetzt und die Anzahl N derſelben, die in der nämlichen Zeit wie früher gemacht werden, beobachtet; da im letzteren Falle die Kraft P des elektriſchen Stroms die Nadel in eine auf der Ebene des Stromleiters ſenkrechte Lage, mithin in den magnetiſchen Meridian zu bringen ſtrebt, ſo wirkt ſie übereinſtimmend mit dem Erdmagnetismus, weßhalb N größer wird als n. Macht die Nadel unter dem Einfluſſe einer andern Stromſtärke P′ eine andere Anzahl N′ Schwingungen, ſo hat man die Proportion:

$$P : P' = N^2 - n^2 : N'^2 - n^2.$$

Will man das Vorhandenſein und die Richtung ſehr ſchwacher elektriſcher Ströme erkennen, ſo bedient man ſich eines von Nobili conſtruirten Multiplicators. Dieſer beſteht, Fig. 307, aus zwei ſtählernen, ſehr dünnen, gleich ſtark magnetiſirten Stricknadeln, die ſo verbunden ſind, daß die ungleichnamigen Pole genau über einander ſtehen; dieſe auf ſolche Art verbundenen Nadeln hängen an einem Coconfaden, und bleiben in jeder Lage in Ruhe, weil ſie der Erdmagnetismus nach entgegengeſetzen Richtungen zu drehen ſucht; deßhalb heißt dieſe Verbindung ein aſtatiſches Nadelſyſtem. Hat der Magnetismus in den beiden Nadeln nicht dieſelbe Stärke, ſo bleibt noch eine ſchwache Einwirkung des Erdmagnetismus übrig, und es muß der Nordpol der ſtärkeren Nadel ſich nach Norden richten. Das aſtatiſche Nadelſyſtem bringt man mit den Windungen eines über Einen Rahmen gezogenen Multiplicatordrahtes dergeſtalt in Verbindung, daß die untere Nadel zwiſchen dieſen Windungen, die obere darüber ſchwebt; um die untere Nadel zwiſchen die Windungen einzuführen, haben dieſe in der Mitte einen 3 bis 5 Linien breiten Schlitz. Die obere Nadel ſpielt über einer in Grade getheilten kreisförmigen Platte; iſt dieſe von Kupfer und mit Papier überzogen, auf dem die Theilung verzeichnet iſt, ſo dient ſie als Dämpfer für die Schwingungen, und bringt die Nadel früher zur Ruhe. — Die Enden des Multiplicatordrahtes werden am beſten unter Klemmſchrauben gelegt, in die man die Enden des von der Elektricitätsquelle kommenden Schließungsleiters einſpannt. Das Ganze iſt durch einen Glasſturz gegen den Luftzug geſichert, wie die Figur 307 zeigt; die Klemmſchrauben liegen außerhalb des Glasſturzes. Der Rahmen läßt ſich gewöhnlich um eine verticale Axe drehen; beim Gebrauche ſtellt man ihn ſo, daß der Nullpunkt der Theilung nach Norden zu liegen kommt. — Gewöhnlich läßt man die Stahlnadeln blau anlaufen, und putzt ſie dann auf der Südſeite wieder hell; man pflegt daher bei ungleich ſtarken Magnetismen der Nadeln die ſtärkere oben zu geben, wo dann der Nordpol gegen Norden gerichtet erſcheint. — Geht der elektriſche Strom durch den Multiplicatordraht, ſo dreht er die obere Nadel genau nach derſelben Richtung, wie die zwiſchen den Windungen befindliche, und ſo iſt es möglich, daß ſchon ein ſehr ſchwacher Strom die Nadel ſenkrecht auf den magnetiſchen Meridian ſtellt, wenn der Erdmagnetismus ganz unwirkſam iſt, aber auch leicht den ſchwachen Einfluß desſelben, falls er vorhanden iſt, überwindet, und einen deutlichen Ausſchlag der Nadel hervorbringt.

Fig. 307.



Ein Multiplicatordraht, der ein Gewinde hat, das aus zwei neben einander laufenden Drähten beſteht, um gleichzeitig zwei nach entgegengeſetzten Richtungen gehende elektriſche Ströme durchzuleiten, bringt eine Ablenkung der Magnetnadel hervor, die dem Unterſchiede der Intenſitäten beider Ströme entſpricht, und wird deßhalb Differenzial-Galvanometer genannt.

§. 230. Leitungswiderstand. Untersuchungen mit dem Galvanometer lehren, daß bei unveränderter Wirksamkeit der Electricitätsquelle die Stromstärke durch Hinwegnahme eines beliebigen Theils des Schließungsleiters vergrößert, durch Einschalten eines neuen Stückes vermindert wird. Hieraus wird ersichtlich, daß jeder Theil des Schließungsleiters die Stromstärke schwächt, somit dem Strome einen Widerstand entgegensetzt, welcher die Menge der durch einen Querschnitt in jeder Secunde durchgehenden Electricität vermindert. Man nennt diesen Widerstand *Leitungswiderstand*; Stromleiter, die denselben Leitungswiderstand äußern, und daher in einem gegebenen Stromkreise einander ersetzen können, ohne die Stromstärke zu ändern, heißen *äquivalente* Leiter. Die Versuche beweisen, daß nur metallische Leiter, die bei einer bestimmten Beschaffenheit der Elektricitätsquelle und des Schließungskreises als äquivalent sich bewähren, bei jeder anderen Elektricitätsquelle äquivalent bleiben, wenn nur ihre Temperatur unverändert bleibt, und sie im Schließungskreise an *feste* Leiter sich anschließen; daher äußert ein metallischer Leiter einen bestimmten Leitungswiderstand, dessen Größe sowohl von der Wirkungsweise der Elektricitätsquelle, als von der Art der Fortpflanzung des Stromes unabhängig ist. Anders verhält es sich mit den flüssigen Leitern; hat ein fester Leiter in einem Falle einen flüssigen Leiter ohne Aenderung der Stromstärke vertreten, so geschieht es nicht mehr bei einer anderen Elektricitätsquelle oder einem anderen Schließungsbogen. Aus diesem Grunde sollen zuerst die Umstände ermittelt werden, von welchen der Leitungswiderstand bei metallischen Leitern, die in Form von (cylindrischen oder prismatischen) Drähten gebraucht werden, abhängig ist.

1. Bei diesen Untersuchungen dient am besten als Elektricitätsquelle ein thermoelektrisches Wismuth-Kupferelement, das aus einer an den Enden rechtwinkelig gebogenen Wismuthstange besteht, an deren Enden Kupferdrähte angelöthet sind; die eine Löthstelle bleibt stets im siedenden Wasser, die andere im Eis, mithin ist der Unterschied in der Temperatur beider Löthstellen immer derselbe, folglich behält der elektrische Strom, der bei Schließung der Kette entsteht, fortwährend dieselbe Stärke; und da dieses Element für sich selbst dem Strome nur einen sehr geringen Widerstand leistet, so ist man im Stande, selbst geringe, durch kleine Aenderungen in der Beschaffenheit des Schließungsleiters erzeugte Veränderungen in der Stromstärke zu erkennen, was nicht möglich ist, wenn der elektrische Strom bereits in der Elektricitätsquelle einen bedeutenden Widerstand überwunden hat, wie z. B. in einer Volta'schen Säule, wo flüssige Leiter vorkommen, die einen viel größeren Widerstand äußern als die Metalle, weil dann ein neuer eingeschalteter Widerstand nur sehr geringe Aenderungen in der Stromstärke herbeiführt. Schließt man die Kette mit Drähten von verschiedener Länge, Dicke, Temperatur und materieller Beschaffenheit, so läßt sich aus den Abänderungen, die dabei in der Stromstärke vorkommen, der jedesmalige Leitungswiderstand beurtheilen, da dieser in demselben Verhältnisse wächst, wie die Stromstärke abnimmt.

Den Leitungswiderstand, den ein Metalldraht von der Länge $= 1$ und dem Querschnitte $= 1$ äußert, und den wir stets mit k bezeichnen wollen, heißt man den *specifischen*, zum Unterschiede vom *absoluten*,

d. i. demjenigen, den ein Stromleiter überhaupt leistet, ohne Rücksicht auf seine Länge, Querschnitt oder Temperatur. Der specifische Leitungswiderstand ist dasselbe, was Rieß die elektrische Verzögerungskraft nennt. Der reciproke Werth des Leitungswiderstandes heißt Leitungsfähigkeit. Man überzeugt sich leicht, daß die Größe k für jedes andere Metall und für jede andere Temperatur desselben Metalls einen anderen Werth hat. Es ist ganz naturgemäß anzunehmen, daß der nämliche Metalldraht bei unveränderlicher Dicke und Temperatur einen 2, 3, 4 ... n mal größeren Leitungswiderstand äußert, sobald seine Länge 2, 3, 4 ... n mal größer wird; daher ist für den Querschnitt = 1 und die Länge = l der Leitungswiderstand = k l.

Eben so ist die Annahme naturgemäß, daß zwei, drei, vier ... gleich lange und gleich dicke Drähte, die neben einander liegen, und zu einem Leiter verbunden sind, zwei-, drei-, viermal mehr Elektricität in derselben Zeit durchleiten, als ein einziger solcher Draht, weßhalb auch die Stromstärke in diesem Verhältnisse vergrößert wird; wenn daher die Länge 1 und die Temperatur eines Drahtes unverändert bleibt, aber der Querschnitt um das qfache vergrößert wird, so erscheint der Leitungswiderstand w um das qfache vermindert, mithin

$$w = \frac{k\,l}{q}.$$

Daß der Leitungswiderstand bei Drähten von derselben materiellen Beschaffenheit der Länge des Stromleiters direct, und dem Querschnitte umgekehrt proportional ist, hat Pouillet durch directe Untersuchungen nachgewiesen. Für einen andern Metalldraht hat man

$$W = \frac{K\,L}{Q}, \text{ mithin ist:}$$

$$W : w = \frac{K\,L}{Q} : \frac{k\,l}{q} \quad (1).$$

Sind zwei Drähte äquivalent, so ist W = w, und

$$\frac{K\,L}{Q} = \frac{k\,l}{q},$$

folglich
$$l = \frac{K}{k} \cdot L \cdot \frac{q}{Q};$$

nach dieser Formel läßt sich die Länge eines Drahtes vom Querschnitte q und dem specifischen Leitungswiderstande k berechnen, welcher denselben Widerstand dem Strome entgegensetzt, wie ein anderer von der Länge L, dem Querschnitte Q und dem specifischen Leitungswiderstande K. Nimmt man nun den specifischen Leitungswiderstand k irgend eines Drahtes, z. B. des Drahtes von chemisch reinem und gut ausgeglühtem Kupfer bei 0° R. als Einheit an, und ist auch sein Querschnitt q = 1, so erhält man

$$l = \frac{K\,L}{Q} = W.$$

Diese Länge l heißt die reducirte Länge des Metalldrahtes von der Länge L, dem Querschnitte Q und dem specifischen Leitungswiderstande

K, und ist das Maß des Widerstandes, den letzterer Draht dem Strome entgegensetzt, da l eben so viele Einheiten zählt als die Größe W.

Aus obiger Proportion (1) folgt, daß zwei Drähte aus demselben Metall und von derselben Temperatur äquivalent sind, wenn sich ihre Längen so zu einander verhalten, wie ihre Querschnitte, denn da in diesem Falle $K = k$ ist, so wird offenbar $W = w$, wenn $\frac{L}{Q} = \frac{l}{q}$.

In Betreff des Einflusses der Temperatur auf den Leitungswiderstand der Stromleiter wollen wir nur im Allgemeinen bemerken, daß mit der Zunahme der Temperatur des Leiters sein Leitungswiderstand wächst, daß aber diese Erhöhung bei verschiedenen Metallen sehr ungleich ist. — Viele Körper leiten im festen Zustande die Elektricität nicht, wohl aber im geschmolzenen, wie z. B. Eis, Silberchlorid und Bleichlorid.

Die Untersuchungen über den Leitungswiderstand verschiedener Metalle werden durch einen Apparat sehr erleichtert, welcher unter dem Namen Rheostat bekannt ist, und bei dem man beliebige, an dem Apparat leicht zu messende Längen desselben Drahtes in den elektrischen Strom einschalten kann, ohne die Kette zu öffnen. Wheatstone, Jacobi, Poggendorf haben solche Apparate construirt. Die Fig. 308 und 309 zeigen einen von Wheatstone construirten Rheostat in $^1/_7$ der

Fig. 308.

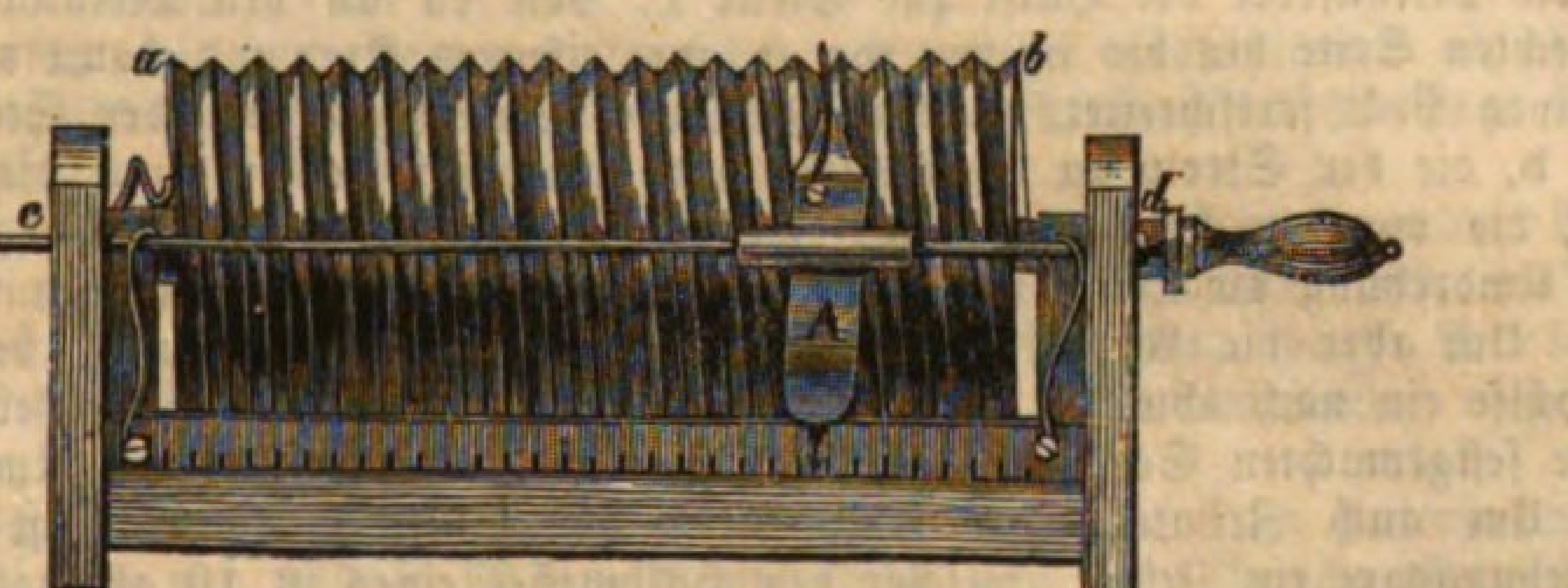
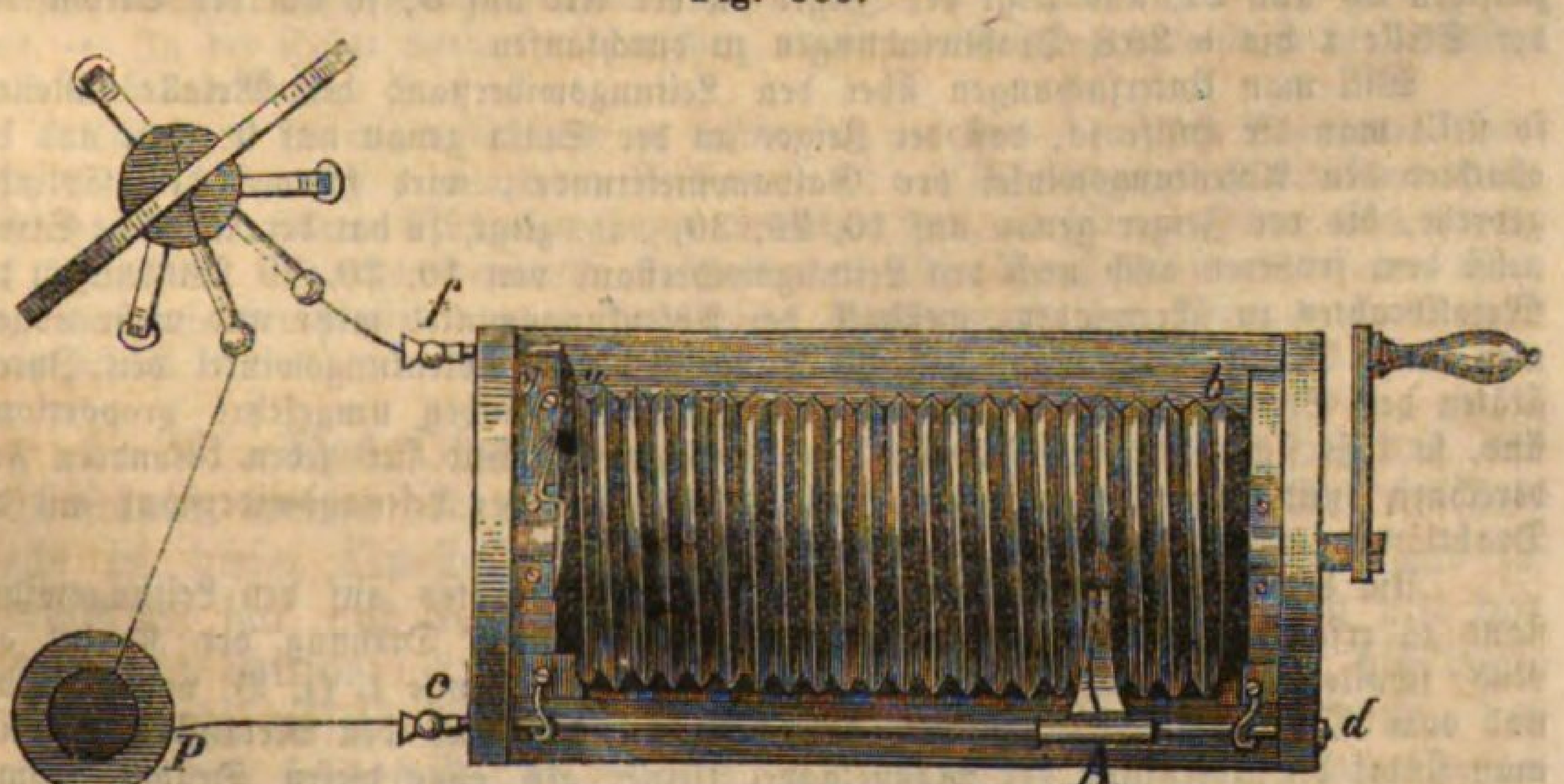


Fig. 309.



natürlichen Größe; dieser besteht aus einem Cylinder von trockenem Holze, der um seine aus Eisen bestehende Axe mittelst einer Kurbel gedreht werden kann; auf der Oberfläche dieses Cylinders ist ein feiner aus 100 Windungen bestehender Schraubengang von ganz geringer Tiefe eingeschnitten, (in der Figur ist derselbe der Deutlich-

keit wegen um das Vierfache tiefer gezeichnet) um einen feinen $^1/_2$ — 1 Millimeter dicken Messing- oder Neusilberdraht aufzunehmen, von dem ein Ende im Holze bei a befestigt ist; das andere Ende wird in b durch ein am Holze angebrachtes Loch durchgeleitet und an der eisernen Umdrehungsaxe festgemacht. An der Seite des Cylinders befindet sich ein Metallstab c d, an dem eine verschiebbare metallene Hülse A angebracht ist, die ein bis an den Cylinder reichendes Holzklötzelchen trägt, in welches Rinnen dergestalt eingeschnitten sind, daß sie in die Schraubengänge vollkommen passen, wodurch man bewirkt, daß bei Umdrehung des Cylinders die Hülse fortgeschoben wird, und zwar bald nach der einen, bald nach der andern Seite, je nachdem man die Kurbel rechts oder links dreht. — An der Hülse ist auch eine Metallfeder befestigt, die einen gewundenen Metalldraht gegen den Draht am Holzcylinder fest andrückt; die Stelle, an der die Berührung zwischen diesen beiden Drähten stattfindet, ändert sich, sobald die Hülse ihre Lage ändert; wir wollen diese Berührungsstelle x nennen.

Bei c ist eine Klemmschraube, die den einen Polardraht einer galvanischen Kette festhält; der vom andern Pole ausgehende Draht ist mit einem Drahtende einer Tangentenboussole in Verbindung, während das andere Drahtende derselben in f eingeklemmt, und durch eine an der Drehungsaxe schleifende Feder mit dieser Axe verbunden ist. Steht die Hülse A ganz am Ende der Schraube, so daß die Stelle x mit b zusammenfällt, so geht der Strom vom positiven Pole durch den Metallstab c d und durch die Metallfeder an der Hülse nach b, von da zur Axe, durch diese nach f, dann durch die Tangentenboussole zum negativen Pole der galvanischen Kette. — Wird durch Drehung der Kurbel die Hülse gegen c zu bewegt, bis die Stelle x z. B. in die 10. Windung fällt, so geht der Strom vom positiven Pole durch den Metallstab und die Metallfeder der Hülse zur Stelle x, von da an den Metallwindungen nach der rechten Seite hin bis b, von wo er zur eisernen Axe und dann wie früher zum negativen Pole fortschreitet. — Die Zahl der Windungen von der Stelle x bis zum Ende b, die der Strom zu durchlaufen hat, ergibt sich, wenn man die Umdrehungen zählt, die man machen muß, um die Hülse von b nach x zu bringen, indem mit jeder Umdrehung die Hülse um einen Schraubengang weiter geschoben wird.

Um aber die Anzahl der Windungen sogleich zu erkennen, befindet sich an der Hülse ein nach abwärts gekehrter feiner Zeiger, der sich längs einer unter dem Stabe festgemachten Scala bewegt, und die Zahl der geschehenen Umdrehungen angibt. Um auch Zehntel einer Umdrehung bestimmen zu können, ist am Ende der Umdrehungsaxe ein Zeiger, welcher den Halbmesser eines in 10 gleiche Theile getheilten Kreises bildet, und auf 0 steht, wenn der Zeiger an der Hülse auf einen mit 0, 1, 2, 3, . . . bezeichneten Theilstrich der Scala zeigt. Steht z. B. letzterer Zeiger zwischen 20 und 21, und zeigt der Zeiger an der Axe auf 8, so hat der Strom von der Stelle x bis b 20.8 Drahtwindungen zu durchlaufen.

Will man Untersuchungen über den Leitungswiderstand der Metalle anstellen, so stellt man die Hülse so, daß der Zeiger an der Scala genau auf 0 zeigt, und beobachtet den Ablenkungswinkel der Galvanometernadel; wird hierauf der Cylinder gedreht, bis der Zeiger genau auf 10, 20, 30, . . . zeigt, so hat der elektrische Strom nebst dem früheren auch noch den Leitungswiderstand von 10, 20, 30 Windungen des Metalldrahtes zu überwinden, weßhalb der Ablenkungswinkel mehr und mehr abnehmen muß. Berücksichtigt man, daß die Tangenten der Ablenkungswinkel den Intensitäten des Stroms direct, mithin den Leitungswiderständen umgekehrt proportional sind, so läßt sich leicht der Zuwachs an Leitungswiderstand für jeden besondern Fall berechnen, und man überzeugt sich, daß in der That der Leitungswiderstand mit der Drahtlänge im geraden Verhältnisse wächst.

Um den Einfluß des Querschnittes des Metalldrahtes auf den Leitungswiderstand zu erfahren, stellt man den Zeiger der Hülse durch Drehung der Kurbel auf Null, schaltet einen Kupferdraht von einer gewissen Länge L (z. B. von 15 Fuß) und vom Querschnitte Q zwischen den positiven Pol und den Metallstab c d ein; man findet die Ablenkung der Magnetnadel kleiner als ohne diesen Draht; nehmen wir an, sie sinke auf a Grade herab. Nun entfernt man den eingeschalteten Draht, verbindet wieder den Polardraht mit c und dreht die Kurbel so lange, bis die Galvanometernadel wieder die Ablenkung a anzeigt; so ist der Widerstand, welchen die Drahtwindungen leisten, die jetzt der Strom zu durchlaufen hat, genau derselbe, wie jener des früher eingeschalteten Kupferdrahtes; demnach sind diese Drahtwindungen

mit dem Kupferdrahte äquivalent. Es sei die Zahl dieser Windungen z. B. gleich 4. Nimmt man hierauf einen Kupferdraht von der nämlichen Länge L, aber von halb so großem Durchmesser, mithin von 4mal kleinerem Querschnitte als früher, und sucht auf die nämliche Art wie früher die ihm äquivalenten Drahtwindungen, so findet man die Anzahl derselben 4mal größer, als im früheren Falle. Man kann den Versuch mit verschiedenartigen Querschnitten wiederholen, und immer kommt man zu demselben Resultate, daß die Leitungswiderstände der Drähte ihren Querschnitten umgekehrt proportional sind.

Zur Bestimmung der specifischen Leitungswiderstände der Metalle nimmt man verschiedene Drähte von gleicher Länge, die durch dasselbe Loch des Drahteisens durchgezogen worden sind, und daher genau die nämliche Dicke haben, schaltet sie, nachdem man den Zeiger der Hülse auf 0 gebracht hat, nach einander in den Schließungskreis ein, und beobachtet bei jedem die Ablenkung der Magnetnadel am Galvanometer. Hierauf nimmt man die eingeschalteten Metalldrähte weg, dreht den Rheostat und bestimmt die Zahl der Windungen, die den einzelnen früher eingeschalteten Drähten äquivalent sind; das Verhältniß dieser Zahlen gibt das Verhältniß der specifischen Leitungswiderstände der gebrauchten Drähte. Hatte man z. B. Drähte von 5 Metern Länge und 0.26''' Dicke angewendet, so fand man den Widerstand

bei Kupferdraht	4.2	Windungen
„ Messingdraht	16.6	„
„ Eisendraht	29.5	„
„ Neusilberdraht	65	„

mithin verhalten sich die specifischen Leitungswiderstände dieser Drähte wie

4.2 : 16.6 : 29.5 : 65, oder wie

1 : 3.95 : 7.02 : 15.48.

Da die Leitungsfähigkeit dem Leitungswiderstande umgekehrt proportional ist, so ist, wenn die Leitungsfähigkeit des Kupfers = 100 gesetzt wird, die des Messings 25.3, des Eisens 14.2, des Neusilbers 6.4.

Nach Pouillet, der die Leitungsfähigkeit der Metalle auf einem andern Wege bestimmte, ist die Leitungsfähigkeit bei Silber 136, Gold 103, Kupfer 100, Zink 28, Platin 22, Eisen 17, Quecksilber 2.6, welche Resultate von denen, welche Rieß für die Leitung des Entladungsschlages bei den verschiedenen Metallen fand, nicht viel abweichend.

Der Leitungswiderstand des menschlichen Körpers ist nach den Untersuchungen von Lenz gleich dem von 91762 Metern Kupferdraht von 1mm Durchmesser. Diese Angabe ist wohl nur als eine grobe Annäherung zu betrachten, aber soviel ist gewiß, daß dieser Leitungswiderstand sehr groß ist und daher die Stromstärke derjenigen Ströme, welche die physiologischen Wirkungen erzeugen, immer nur sehr gering sein kann. — In der Folge werden wir ersehen, daß der Leitungswiderstand der Flüssigkeiten noch bedeutender ist.

Um einen Leitungswiderstand zu bestimmen, welcher den des Rheostaten übertrifft, bedient man sich sogenannter Widerstandsrollen, nämlich trockener Holzcylinder, die mit feinen Schraubengängen versehen sind, in die ein feiner Metalldraht von bekanntem Leitungswiderstande aufgewunden ist. Durch Einschalten oder durch Wegnehmen solcher Rollen werden bedeutende Aenderungen des Leitungswiderstandes bewerkstelligt.

§. 231. Das Ohm'sche Gesetz. Bezeichnen wir die Summe der Widerstände, welche der elektrische Strom einer constanten Elektricitätsquelle in dieser Quelle selbst und in den metallischen Leitungen zu überwinden hat, mit W, und in einem andern Falle, wo man mit der metallischen Leitung eine Aenderung vorgenommen hat, aber die Elektricitätsquelle dieselbe bleibt, mit w, die Intensitäten, mit denen der Strom in den beiden Fällen auftritt, mit S und s, so lehren die Untersuchungen, daß

$$S : s = w : W \text{ und } SW = sw,$$

d. h. daß die Intensitäten des Stromes sich zu einander verhalten, wie umgekehrt die Gesammtwiderstände des ganzen Stromkreises, und daß

somit das Product aus der Intensität in den Gesammtwiderstand für dieselbe Elektricitätsquelle eine constante Größe ist.

Dieß läßt sich beweisen, wenn man sich einer zweiten Elektricitätsquelle B bedient, in den Schließungskreis derselben die erste Elektricitätsquelle A sammt einem Galvanometer einschaltet und die Ablenkung der Magnetnadel beobachtet, hierauf A hinwegnimmt, durch einen Kupferdraht vom Querschnitte 1 ersetzt, und die Länge desselben so lange vergrößert, bis die Magnetnadel dieselbe Ablenkung zeigt, wie früher; so ist die Länge des Kupferdrahtes das Maß des Leitungswiderstandes der Elektricitätsquelle A. Auf diese Weise reducirt man den Leitungswiderstand eines jeden einzelnen metallischen Bestandtheils des Schließungskreises auf den gleich großen Widerstand eines Kupferdrahtes von einer gewissen Länge und vom Querschnitte 1; man wird dadurch in den Stand gesetzt, den Gesammtwiderstand durch eine Zahl auszudrücken, und von der Richtigkeit des angeführten Gesetzes sich zu überzeugen. Man kann aber auch auf eine indirecte Weise diese Richtigkeit nachweisen. Bezeichnet man mit x die Länge eines Drahtes, dessen Leitungswiderstand dem der Elektricitätsquelle gleich ist, und mit L, L′, L″ die Längen desselben Drahtes, die nach einander den Schließungskreis bilden; S, S′, S″, . . . seien die Intensitäten des elektrischen Stroms in diesen verschiedenen Fällen; ist nun das angeführte Gesetz richtig, so müssen auch folgende Gleichungen richtig sein:

$$(x + L)\,S = (x + L')\,S', \quad (x + L')\,S' = (x + L'')\,S'', \text{ u. s. f.}$$

und die aus diesen Gleichungen sich ergebenden Werthe von x müssen sämmtlich einander gleich sein, was die Untersuchungen vollkommen bestätigen.

Das Product SW, welches für dieselbe Elektricitätsquelle stets denselben, aber für verschiedene Elektricitätsquellen einen andern Werth hat, ist daß Maß der **elektromotorischen Kraft**, welche die zur Entstehung des Stroms nöthige Elektricität erzeugt, und sie durch die Leitung treibt; denn offenbar ist

a) diese Kraft 2, 3, n mal größer, wenn bei demselben Widerstande durch jeden Querschnitt 2, 3, . . . n mal mehr Elektricität in jeder Secunde durchgeht, d. h. die Stromstärke 2, 3, . . . n mal größer ist; eben so müssen wir schließen, daß

b) diese Kraft 2, 3, . . . n mal größer ist, wenn bei 2, 3, . . . n mal größerem Widerstande die Stromstärke gleich groß erscheint.

Zur Messung der elektromotorischen Kraft nimmt man als Einheit diejenige an, die einen Strom von der Stärke 1 bei dem Leitungswiderstande = 1 hervorbringt, wo dann die elektromotorische Kraft E, durch die ein elektrischer Strom von der Intensität S bei dem Leitungswiderstande W erzeugt wird, durch den Ausdruck

$$E = WS$$

gegeben ist; hieraus folgt $S = \frac{E}{W}$ Dieser letzte Ausdruck heißt das **Ohm'sche Fundamentalgesetz**, weil Ohm dasselbe zuerst entdeckte; allein fast gleichzeitig gelangte **Pouillet** auf einem anderen fast ganz

experimentalen Wege zur Kenntniß dieses Gesetzes, so daß auch ihm die Ehre der Entdeckung gebührt.

Das Ohm'sche Gesetz setzt uns in den Stand, die Abhängigkeit der Stromstärke von der Anzahl und Größe der Elemente einer elektrischen Säule zu beurtheilen. Hat man eine einfache galvanische Kette, bei der die elektromotorische Kraft E und der Leitungswiderstand K ist, während L den Leitungswiderstand des Schließungsbogens bedeutet, so ist die Stromstärke

$$S = \frac{E}{K + L} \quad (1).$$

Stellt man aus n solchen einfachen Ketten (Elementen) eine Batterie zusammen, so wirkt in jedem Elemente die elektromotorische Kraft E, mithin ist die Gesammtkraft nE und der Gesammtwiderstand in allen Elementen $=$ nK; wird die Batterie mit demselben Leiter geschlossen, wie die einfache Kette, so ist die Stromstärke der Batterie

$$S' = \frac{nE}{nK + L} \quad (2).$$

Um den Einfluß zu erkennen, den die Vergrößerung der Oberfläche einer einfachen Kette äußert, so denke man sich jede Metallplatte derselben um das nfache vergrößert, übrigens bleibe Alles ungeändert; da bei dieser Einrichtung der Querschnitt der leitenden Flüssigkeit zwischen den Elektromotoren nmal größer wird, so ist der Leitungswiderstand in jedem Elemente nmal kleiner, mithin nicht mehr K, sondern $\frac{K}{n}$; aber die elektromotorische Kraft, da sie von der Größe der Elektromotoren unabhängig ist, bleibt die nämliche, wie bei der einfachen Kette aus kleinen Elektromotoren. Ist S″ die Stromstärke dieser neuen einfachen Kette und L der Leitungswiderstand des Schließungsbogens, so ist

$$S'' = \frac{E}{\frac{K}{n} + L} = \frac{nE}{K + nL} \quad (3).$$

1. Nehmen wir an, L könne bezüglich K vernachlässigt werden, wie es der Fall ist, sobald der Schließungsbogen ein kurzer und dicker Metalldraht ist, so ist

$$S = \frac{E}{K}, S' = \frac{nE}{nK} = S, \text{ und } S'' = \frac{nE}{K} = nS.$$

Hieraus wird ersichtlich, daß in dem angenommenen Falle die Batterie von n Elementen keinen stärkeren Strom gibt, als eine einfache Kette, daß aber die Intensität des Stroms einer einfachen Kette um das nfache vergrößert wird, wenn man die Oberfläche der Elektromotoren in gleichem Maße vergrößert. — Bei großen Platten ist die Gesammtmenge der an der Oberfläche befindlichen freien Elektricität größer, der Widerstand in der Kette kleiner; daher ist der Strom wohl im Stande, große thermische und magnetische Wirkungen zu erzeugen, allein die elektromotorische Kraft ist dieselbe wie bei kleinen Platten, weßhalb der Strom keinen großen Widerstand zu überwinden, daher auch keine bedeutenden physiologischen und chemischen Wirkungen hervorzubringen vermag.

2. Läßt sich K und selbst nK rücksichtlich L vernachlässigen, wie z. B. in dem Falle, wo der Strom durch Flüssigkeiten, den menschlichen Körper, oder durch einen sehr langen und dünnen Draht durchzugehen hat, so ist

$$S = \frac{E}{L},\ S' = \frac{nE}{L} = nS,\ S'' = \frac{nE}{nL} = S,$$

d. h. eine einfache großplattige Kette gibt einen Strom von der nämlichen Stärke, wie eine mit kleinen Platten; aber die Stärke des Stroms nimmt in dem Maße zu, wie die Anzahl der Elemente der Batterie wächst.

3. Die zwei angenommenen Fälle sind die beiden äußersten Grenzen der Veränderungen, die in den Widerständen der Kette und des Schließungsbogens eintreten können; zwischen den für diese Fälle sich ergebenden Intensitäten ist die Stromstärke in allen andern Fällen eingeschlossen. Man ersieht hieraus, daß man in den Fällen, wo ein geringer Leitungswiderstand zu überwinden ist, nur wenige, oder nur ein einziges großplattiges Element anzuwenden braucht, hingegen einer großen Anzahl bedarf wo dem Strome ein starker Widerstand sich entgegenstellt. Die Vermehrung der Elemente vermehrt nicht die circulirende Menge der Elektricität, aber sie vervielfacht die elektromotorische Kraft, die den Strom treibt, weßhalb es diesem möglich wird, große Leitungswiderstände zu überwinden. Aus dem Ausdrucke

$$S' = \frac{nE}{nK + L} = \frac{E}{K + \frac{L}{n}}$$

ist zu ersehen, daß der Werth von S' sich dem Werthe von $\frac{E}{K}$ desto mehr nähert, je größer die Anzahl der Elemente wird, ja daß er bei einer bedeutenden Anzahl derselben ihm recht nahe kommt, ihn aber niemals vollkommen erreicht. Man kann demnach für jedem eingeschalteten Leiter durch Vermehrung der Zahl der Plattenpaare es dahin bringen, daß der Strom nahe dieselbe Stärke erlangt, wie bei einer einfachen Kette, die durch einen sehr kurzen und dicken Draht geschlossen ist; aber immer wird die Stromstärke kleiner bleiben als $\frac{E}{K}$. — Man findet leicht die Grenze, über welche hinaus eine Vermehrung der Elemente nicht mehr nützt; bewirkt z. B. der Strom eines Elements einer Batterie an einer eingeschalteten Tangentenboussole eine Ablenkung von 70°, so wird diese Ablenkung sogleich bedeutend vermindert, wenn noch ein Voltameter in den Schließungskreis eingeführt wird; allein vermehrt man die Anzahl der Elemente, so nimmt die Größe der Ablenkung der Magnetnadel abermals zu, und erhält bei einer gewissen Anzahl nahe den früheren Werth von 70°; ist diese Stärke erreicht, so wird eine weitere Vermehrung der Platten nichts mehr nützen.

Ist es nöthig, mittelst des elektrischen Stromes eine Wirkung hervorzubringen, zu der die Intensität des Stromes größer sein muß als $\frac{E}{K}$; so kann dieß durch keine Vermehrung der Plattenpaare, sondern nur

dadurch geschehen, daß man eine Elektricitätsquelle anwendet, in welcher E größer oder K kleiner ist, d. h. in welcher eine stärkere elektromotorische Kraft wirksam, oder der Leitungswiderstand geringer ist. So kann man durch Vergrößerung der Metallflächen, die mit der Flüssigkeit in Berührung stehen, den Werth von K beliebig vermindern und daher jede beliebige Wirkung erzielen.

4. Bezeichnen wir wieder den Gesammtwiderstand einer Kette mit W und die Gesammtkraft mit E, die Stromstärke mit S, so ist bekanntlich

$$S = \frac{E}{W};$$

bringt man nun in den Schließungskreis einen neuen Leiter, der den Widerstand R äußert, so erscheint die Stromstärke vermindert; ist sie nun S′, so hat man

$$S' = \frac{E}{W + R}, \text{ mithin}$$

$$S : S' = \frac{1}{W} : \frac{1}{W + R} = W + R : W$$

oder $$S : S' = 1 + \frac{R}{W} : 1.$$

Die Stromstärke S′ wird sich offenbar von der Stromstärke S desto weniger unterscheiden, je geringer der Werth von $\frac{R}{W}$ ist, d. h. die Stromstärke wird durch den neuen eingeschalteten Leiter desto weniger geändert, je geringer der Leitungswiderstand desselben rücksichtlich des großen Widerstandes W ist, welchen der Strom bereits überwunden hat; hingegen wird der Strom sehr geschwächt erscheinen, sobald der Widerstand R des eingeschalteten Leiters größer als W ist. Wäre R groß, so kann nur dadurch der starken Schwächung des Stromes vorgebeugt werden, daß man in einem noch größeren Maße W vergrößert.

5. Es ist übrigens für sich klar, daß die Stromstärke durch alle Umstände erhöhet wird, durch die eine Verminderung des Leitungswiderstandes herbeigeführt wird; so z. B. wenn man die Dicke der Flüssigkeitsschichte zwischen den Metallplatten möglichst verkleinert ihre Leitungsfähigkeit durch größere Concentration steigert, und die Berührungsfläche der Platten mit der Flüssigkeit vergrößert.

Durch Faraday sind die Begriffe der Quantität und Intensität eines elektrischen Stromes eingeführt worden; Ströme von großer Quantität sind diejenigen, die, ohne fähig zu sein, große Leitungswiderstände zu überwinden, bedeutende thermische und magnetische Wirkungen hervorbringen; intensive Ströme sind solche, welche große Leitungswiderstände zu überwinden vermögen. Aus dem früher Gesagten ist ersichtlich, daß letztere Ströme durch eine große, erstere durch eine schwache elektromotorische Kraft hervorgebracht werden.

§. 232. Vortheilhafte Einrichtung einer Volta'schen Kette bei einer bestimmten Quantität Elektromotoren. Hat man die Aufgabe, eine Volta'sche Kette aus einer gewissen Menge von Zink- und Kupferblech oder anderen Elektromotoren zu construiren, so kann man daraus größere Platten und wenig Elemente bilden, oder man macht eine große Anzahl von Elementen, indem man die Platten klein macht.

Es frägt sich, bei welcher Anzahl n die Stromstärke S am größten wird. Heißt K der Widerstand in der Kette, der vorhanden wäre, falls nur ein einziges Element aus dem vorhandenen Material gemacht würde, so ist nK der Widerstand eines Elements, wenn man daraus n Elemente gebildet hat, weil dann die Berührungsfläche eines jeden Elementes mit der Flüssigkeit nmal kleiner ist; und n . nK ist der Leitungswiderstand der ganzen gebildeten Kette. Ist L der Leitungswiderstand des Schließungsbogens und E die elektromotorische Kraft, so ist

$$S = \frac{nE}{n^2K + L} = \frac{E}{nK + \frac{L}{n}}.$$

Ist nun n diejenige Anzahl der Elemente, für welche S am größten ist, so muß der Nenner für diesen Werth n kleiner sein, als für jeden andern n'; somit ist die Differenz

$$n'K + \frac{L}{n'} - \left(nK + \frac{L}{n}\right) = (n' - n)\left(K - \frac{L}{nn'}\right)$$

positiv, was nur dann möglich ist, wenn beide Factoren zugleich entweder positiv oder negativ sind; ist also $n' > n$, so muß auch $K > \frac{L}{nn'}$ sein,

und ist $n' < n$, so ist auch $K < \frac{L}{nn'}$.

Läßt man nun n' von Null angefangen wachsen, so nimmt $\frac{L}{nn'}$ mehr und mehr ab, bleibt aber, so lange $n' < n$ ist, immer größer als K; übersteigt aber n' nur im mindesten den Werth von n, so erscheint $\frac{L}{nn'} < K$; mithin ist für $n' = n$ die Größe $\frac{L}{nn'} = K$,

und $L = n^2 K$, somit $n = \sqrt{\frac{L}{K}}$.

Die größtmögliche Stromstärke tritt demnach ein, wenn der Gesammtwiderstand der Kette $n^2 K$ gleich ist dem Leitungswiderstande des Schließungsbogens; der Werth der größten Stromstärke ist

$$S = \frac{nE}{2L} = \frac{E}{2\sqrt{KL}} \text{ (1).}$$

Hieraus folgt, daß die Einrichtung der Kette, mittelst welcher der größtmögliche Effect erzielt werden soll, sich nach dem Leitungswiderstande des Stromleiters richtet, daß man daher zu thermischen und magnetischen Effecten, bei denen der Strom nur durch Metalle von geringem Leitungswiderstande durchgeht, nur wenige großplattige Elemente braucht, zu physiologischen und chemischen dagegen einer großen Anzahl bedarf.

Läßt sich L bezüglich K vernachlässigen, so ist

$$S = \frac{nE}{n^2K} = \frac{E}{nK} = \frac{E}{\sqrt{LK}} \quad (2)$$

d. h. die Stromstärke erscheint gerade doppelt so groß, als in dem Falle, wo der Leitungswiderstand des Bogens dem der Kette gleich ist. Darnach läßt sich in jedem besondern Falle leicht beurtheilen, ob eine Batterie den größten Effect gibt, dessen sie

bei dem Materiale, aus dem sie besteht, und bei einem bestimmten Widerstande des Leiters fähig ist. — In ökonomischer Hinsicht ist aber auch die in jeder Zelle vorkommende Zinkconsumtion zu berücksichtigen.

§. 233. Bestimmung der Constanten einer elektrischen Stromquelle. Die Wirksamkeit einer Stromquelle hängt ab von der thätigen elektromotorischen Kraft E und von dem in ihr liegenden Leitungswiderstande K; diese sind die constanten Größen der Kette. Zu ihrer Bestimmung dient eine Tangentenboussole, wenn deren Widerstand im Vergleiche zu dem der Kette vernachlässigt werden kann; man bestimmt die Intensitäten S, S′, S″ des von einer gegebenen Elektricitätsquelle kommenden Stromes, indem man Leiter von den Widerständen L, L′, L + L′ nach einander einschaltet; man hat dann:

$$S = \frac{E}{K+L},\ S' = \frac{E}{K+L'},\ S'' = \frac{E}{K+L+L'},$$

somit $K + L = \frac{E}{S},\ K + L' = \frac{E}{S'},\ K + L + L' = \frac{E}{S''}$;

zieht man die zweite Gleichung von der dritten ab, und substituirt den gefundenen Werth von L in der ersten, so erhält man

$$L = E\left(\frac{1}{S''} - \frac{1}{S'}\right) \text{ und } K = E\left(\frac{1}{S} + \frac{1}{S'} - \frac{1}{S''}\right);$$

die erste dieser beiden Gleichungen gibt den Werth von E, wenn der Widerstand L bekannt ist; setzt man diesen Werth für E in der zweiten Gleichung, so erhält man auch den Werth der zweiten Constanten.

Wird die Kette nur durch die Tangentenboussole geschlossen, deren Widerstand verschwindend klein erscheint, so hat man für ein Element $S = \frac{E}{K}$, und für n Elemente $S' = \frac{nE}{nK} = S$; die Stromstärke erscheint also von der Anzahl der Elemente unabhängig. Will man nun die Wirkungen zweier Batterien, deren elektromotorische Kräfte E und E′, die Leitungswiderstände K und K′, die Intensitäten der Ströme S und S′ sind, mit einander vergleichen, so hat man nur nöthig, das Verhältniß der Quotienten $\frac{E}{K}$ zu bestimmen; man schließt zu diesem Behufe die Ketten nach einander durch eine Tangentenboussole und beobachtet die Ablenkungswinkel. Ist bei der einen Kette der Ablenkungswinkel a, bei der andern a′, so ist:

$$S : S' = \text{tang. } a : \text{tang. } a' \text{ oder}$$

$$\frac{E}{K} : \frac{E'}{K'} = \text{tang. } a : \text{tang. } a'.$$

Will man die elektromotorischen Kräfte zweier Stromquellen mit einander vergleichen, so bedient man sich der Sinusboussole mit einem sehr langen Drahtgewinde, dessen Leitungswiderstand L sehr groß ist, so daß man K bezüglich L vernachlässigen kann; man hat dann

$$S = \frac{E}{L},\text{ und } S' = \frac{E'}{L}.$$

Sind a und a′ die beobachteten Ablenkungswinkel, so ist

$$S : S' = \sin.\ a : \sin.\ a',\text{ mithin } E : E' = \sin.\ a : \sin.\ a'.$$

Wheatstone gab ein sehr einfaches Verfahren an, das Verhältniß der elektromotorischen Kräfte zweier Elektricitätsquellen zu bestimmen, indem er ganz richtig schließt, daß, wenn eine Kette bei einer nfachen elektromotorischen Kraft einen Strom gibt, der dieselbe Intensität hat, wie der von einer einfachen elektromotorischen Kraft derselben Art erzeugte, so muß der Gesammtwiderstand bei der ersten auch nmal größer sein, als bei der zweiten; denn es ist ja

$$S = \frac{E}{W} = \frac{nE}{nW}.$$

Fügt man nun zu dem Widerstande W noch den Widerstand R hinzu, so erscheint die Stromstärke kleiner, und ist

$$= \frac{E}{W + R}.$$

Will man bei der zweiten Kette, deren elektromotorische Kraft nE ist, den Strom um eben so viel schwächen, so wird man zu nW noch nR hinzufügen müssen, damit

$$\frac{E}{W + R} = \frac{nE}{nW + nR} \text{ sei.}$$

So vielmal nun nR größer ist als R, eben so viele Male ist die elektromotorische Kraft nE größer als E. Man schaltet daher in den Schließungsbogen einer Kette außer der Tangentenboussole auch noch den auf 0 gestellten Rheostaten, und so viel Draht als nöthig ist, um eine Ablenkung der Magnetnadel z. B. von 45° zu bewirken; hierauf vermehrt man den Widerstand durch Drehung des Rheostaten, bis die Ablenkung auf 40° herabsinkt, und bestimmt die Anzahl der gemachten Umdrehungen. Nun bringt man die zweite Stromquelle in denselben Schließungsbogen, regulirt den Gesammtwiderstand so, daß die Nadel abermals auf 45° zeigt, schwächt dann den Strom durch Umdrehung des Rheostaten, daß die Nadel wieder auf 40° zurückgeht, und zählt die gemachten Umdrehungen. Das Verhältniß der Umdrehungen im ersten und zweiten Falle gibt das Verhältniß der elektromotorischen Kräfte beider Stromquellen. Hat man z. B. im ersten Falle ein Daniel'sches Element gehabt, und mußte, um die Nadel von 45° auf 40° herabzubringen, 30, bei einem Grove'schen Element aber, das man im zweiten Falle gebrauchte, 50 Umdrehungen vornehmen, so verhält sich die elektromotorische Kraft des ersten zu der des zweiten Elements wie 30 : 50.

Um den Widerstand des Galvanometers zu bestimmen und nöthigenfalls in Rechnung zu bringen, leitet man, nach Eisenlohr, den Strom einer einfachen Kette durch das Galvanometer, schaltet den Rheostat ein, bis der Ablenkungswinkel = 45°, mithin tang. 45° = 1 ist; bezeichnet man den Widerstand des Galvanometers mit g, den des Rheostats mit l, und den der Kette mit k, so ist die Intensität

$$S = \frac{E}{k + g + l}.$$

Nimmt man ein zweites gleiches Element, verbindet es mit dem ersten, so wird die Nadel stärker abgelenkt; man dreht den Rheostat, bis der Widerstand desselben um l' vermehrt, die Ablenkung abermals auf 45° bringt; so hat man

$$S = \frac{2E}{2k + g + l + l'},$$

mithin $\frac{E}{k + g + l} = \frac{2E}{2k + g + l + l'}$ und

$$g = l' - l,$$

d. h. der Widerstand des Galvanometers ist gleich der Differenz der hinzugefügten Widerstände.

§. 234. Galvanische Polarisation. Vollkommen gleichartige Metallplatten, die im Contacte mit einer Flüssigkeit und unter sich leitend verbunden, nicht elektromotorisch wirken, treten sogleich als Elektromotoren auf, wenn sie in einer elektrolytischen Flüssigkeit einige Zeit als Elektroden gedient haben; dabei erzeugen sie einen secundären elektrischen Strom, dessen Richtung jener des anfänglichen (des Hauptstroms), der die Elektrolysirung bewirkte, entgegengesetzt ist, und sogar noch einige Zeit anhält, wenn letzterer bereits zu wirken aufgehört hat, wie

man sich leicht überzeugt, wenn man die aus Platinplatten bestehenden Elektroden des Wasserzersetzungsapparates a, Fig. 310, zuerst mit einem Grove'schen Elemente b verbindet, nach einiger Zeit aber die Kette öffnet und die Elektroden mit den Drahtenden eines Galvanometers c in Verbindung setzt; die Ablenkung der Magnetnadel, die augenblicklich eintritt, zeigt das Vorhandensein eines secundären Stroms, der jetzt im Wasser von der Kathode zur Anode geht, also dem galvanischen Strome entgegengesetzt ist, deßhalb auch Gegenstrom heißt.

Fig. 310.



Die Ursache dieser Erscheinung, die man galvanische Polarisation nennt, kann nur darin liegen, daß die Metallplatten durch die an ihnen sich abscheidenden Jonen, die sich mit ihnen entweder chemisch verbinden, oder mit ihren Oberflächen, die sie überziehen, in Contact bleiben, eine Veränderung erleiden, die sie bezüglich zu einander in einen heterogenen Zustand versetzt, so daß sie wie heterogene Elektricitätsleiter sich zu einander verhalten. Da auch der schwächste elektrische Strom eine, wenn auch nicht immer sichtbare Zersetzung des mit den metallischen Elektroden in Berührung befindlichen Wassers bewirkt, wobei sich die Anode mit einer Schichte Sauerstoff und die Kathode mit einer Schichte Wasserstoff bedeckt, so werden die Elektroden jedesmal in einen entgegengesetzten elektrischen Zustand versetzt, und verhalten sich, wenn sie auch gleichartig sind, wie heterogene Metalle; die Anode erscheint nun als der negative, die Kathode als der positive Elektromotor, und so entsteht ein secundärer, von der Kathode zur Anode gehender Strom, der den Hauptstrom schwächt, so lange dieser fortdauert. Hört der Hauptstrom auf, und die Elektroden werden unter sich leitend verbunden, so bleibt der secundäre Strom allein, und bewirkt eine neue Zersetzung des Wassers, wobei sich der Wasserstoff an der früheren Anode ausscheidet, und mit dem hier haftenden Sauerstoffe allmälig zu Wasser verbindet, während dasselbe an der anderen Elektrode vor sich geht; daher verschwindet nach einiger Zeit die Ungleichartigkeit an den Elektroden und damit auch der secundäre Strom. — Wo sich die Elektroden nicht mit Gashüllen bedecken können, hat man keinen Gegenstrom beobachtet. Je vollständiger sich die eingetauchten Platten mit den Gasen zu bekleiden vermögen, desto stärker erscheint der Gegenstrom.

Daß der bloße Contact mit Sauerstoff und Wasserstoff homogene Metallplatten in einen heterogenen Zustand versetzen kann, der sogar die Entstehung eines kräftigen elektrischen Stroms zur Folge hat, beweiset Grove's Gasbatterie. Diese besteht aus einer Reihe von Glasgefäßen, deren jedes mit einem gefirnißten Metalldeckel luftdicht verschlossen ist; dieser Deckel hat drei Oeffnungen, Fig. 311, die mittlere Oeffnung ist mit einem Stöpsel geschlossen; durch die beiden andern gehen 30 Centimeter lange Glasröhren von 1.8 Centimeter im Durchmesser luftdicht hindurch; jede ist unten offen, oben zugeschlossen, und enthält einen mit Platinmohr überzogenen (platinirten) langen Platinstreifen, der an einem, am oberen Ende eingeschmolzenen Platindrahte hängt; dieser Platindraht trägt oben ein Quecksilbernäpfchen.

Man füllt das Gefäß durch die mittlere Oeffnung mit Wasser, verschließt diese Oeffnung und kehrt den ganzen Apparat um; nachdem sich die Röhren mit Wasser gefüllt haben, stellt man das Gefäß wieder aufrecht, und führt durch die mittlere Oeffnung das Gasleitungsrohr eines Gasentwicklungsapparates ein; das Glasrohr b wird mit Sauerstoffgas, das andere mit Wasserstoffgas bis auf $^3/_4$ der ganzen Länge gefüllt und dann das Wasser mit etwas Schwefelsäure leitender gemacht. Die auf diese Art geladenen Elemente werden in ein hölzernes Gestell eingesetzt und die Quecksilbernäpfchen durch Kupferdrähte in der Art verbunden, daß immer ein mit Wasserstoffgas gefülltes Glasrohr mit einem andern, das Sauerstoff enthält, in Verbindung steht; von dem ersten Quecksilbernäpfchen links und vom letzten rechts gehen die Polardrähte aus, durch die die Gassäule geschlossen werden kann. — Mit einer Gasbatterie von 50 Elementen erhielt Grove einen elektrischen Schlag, zwischen Kohlenspitzen einen hellen Funken, und Zersetzung des gesäuerten Wassers. Mit 10 Elementen erzeugte man in 36 Stunden 1.1 Cubikzoll Knallgas.

Fig. 311.



Aus der Polarisation der Platten erklärt sich auch die Wirksamkeit der von Ritter entdeckten Ladungssäule (auch secundäre Säule genannt); diese besteht aus Kupferplatten und aus mit einer Säure angefeuchteten Pappscheiben, die abwechselnd über einander gelegt werden; sie zeigt für sich allein keine Elektricität; hat man sie aber in den Schließungskreis einer Volta'schen Batterie eingeschaltet, und einige Zeit hindurch den elektrischen Strom durchgeleitet, so zeigt sie, nachdem man sie aus dem Schließungskreise herausgenommen hat, die Erscheinungen einer Volta'schen Batterie; an einem Ende findet man + E, am andern — E, und wenn man beide Enden schließt, entsteht ein elektrischer Strom, dessen Richtung entgegengesetzt ist derjenigen, welche der Strom hatte, durch den die Säule in diesen Zustand versetzt wurde. Der Strom der Ladungssäule rührt daher, daß die beiden Flächen einer jeden Kupferplatte durch den Einfluß der an ihnen beim Durchgange des Hauptstroms entwickelten Ionen in einen heterogenen Zustand versetzt wurden.

Nach Poggendorf erhält man eine kräftige Ladungssäule, wenn man mehrere mit verdünnter Schwefelsäure gefüllte Zellen neben einander stellt, in jede zwei platinirte Platinplatten (von 21 Quadratzoll) einsetzt, alle links stehenden mit einem, und die rechts stehenden mit dem andern Pol eines Grove'schen Elements leitend verbindet, wodurch ein jedes Plattenpaar eine gleiche Ladung erhält; wird hierauf der Hauptstrom unterbrochen, die rechtsstehende Platte einer jeden Zelle mit der linksstehenden der folgenden Zelle in leitende Verbindung gesetzt und die Kette durch die an den Endplatten befindlichen Polardrähte geschlossen, so erhält man einen kräftigen, aber kurz dauernden Strom. Wegen der kurzen Dauer dieses Stromes muß man, um damit eine größere Wassermenge zu zersetzen, die Säule von Neuem laden, und hierauf wieder den secundären Strom benützen. Um die Ladungen und Entladungen schnell nach einander ausführen zu können, hat Poggendorf einen sinnreichen Apparat construirt, den er Wippe nannte.

Aus den Untersuchungen über die durch Polarisation erzeugte elektromotorische Gegenkraft ergibt sich:

a) daß die Größe derselben mit der Stromstärke wächst, was zuerst Poggendorf gezeigt und J. Müller bestätiget hat;

b) sie hängt auch von der materiellen Beschaffenheit der Elektroden und der Flüssigkeit ab, mit der diese in Berührung stehen; und wird

c) durch Erhöhung der Temperatur, vielleicht wegen der dadurch bewirkten Verminderung der Adhäsion der Jonen zu den Metallplatten vermindert.

d) Poggendorf hat auch bewiesen, daß die Polarisation an platinirten Platten bedeutend geringer ist, als an blanken; ein Voltameter lieferte im Schließungsbogen eines Grove'schen Elements in 30 Minuten 0.89 Cubikcentimeter Knallgas, wenn es blanke Platten und 77.68 Cubikcentimeter, wenn es platinirte d. i. mit galvanisch niedergeschlagenem Platin bedeckte Platten zu Elektroden hatte; daher werden solche Platten beim Voltameter gebraucht. Bei platinirten Platten ist die Größe der Polarisation nur sehr wenig von den Aenderungen der Stromstärke abhängig. Auch Svanberg fand, daß bei Metallplatten mit rauhen Oberflächen eine geringere Polarisation stattfand als bei polirten.

e) Nach Svanberg dauert es immer eine gewisse Zeit, bis die Polarisation ihr Maximum erreicht.

Die Schwächung, die ein elektrischer Strom beim Durchgange durch Flüssigkeiten erleidet, ist von zweierlei Art; die eine hängt von dem Leitungswiderstande der Flüssigkeit ab, und nimmt mit der Dicke im geraden Verhältnisse zu; die zweite wird durch die Polarisation der Metallplatten herbeigeführt und ist von der Dicke der Flüssigkeit unabhängig; letztere Schwächung nannte Fechner den Uebergangswiderstand. Aus der Polarisation erklärt sich die Wirksamkeit der constanten Volta'schen Ketten; bei ihnen ist die Bedeckung der Elektroden mit Gasschichten, folglich auch die Polarisation unmöglich.

Eine mit einem Hyperoxyd, z. B. mit Bleihyperoxyd überzogene Platinplatte verhält sich elektronegativ gegen eine reine, und in einem noch höheren Grade gegen eine Zinkplatte, so daß man aus solchen Platinplatten und amalgamirten Zink äußerst kräftige Volta'sche Ketten construiren kann; man nennt sie Hyperoxydketten; sie sind jedoch nur von kurzer Dauer, weil sich der Sauerstoff des Superoxyds mit dem Wasserstoffe, der sich an der damit überzogenen Platinplatte ausscheidet, zu Wasser verbindet. — Die kräftige Wirksamkeit einer Grove'schen und einer Bunsen'schen Kette, welche die der Daniel'schen weit übertrifft, ist nach Joh. Müller nicht allein der Aufhebung der Polarisation durch Hinwegnahme des Wasserstoffes zuzuschreiben, sondern auch dem Umstande, daß die Salpetersäure in der Weise der Hyperoxyde elektromotorisch wirkt.

Mehrere Physiker, insbesondere Schönbein fanden, daß das Eisen von der Salpetersäure, deren Dichte mindestens 1.4 ist, nicht mehr angegriffen wird, wenn es kurze Zeit mit dem positiven Pole einer Volta'schen Batterie in Berührung stand. Diese Eigenschaft, welche die Passivität des Eisens heißt, erlangt das Eisen auch, wenn man es an einem Ende so lange roth glüht, bis es etwas oxydirt erscheint. Die Ursache dieser Erscheinung liegt in dem Umstande, daß die Oxydschichte, welche das Eisen bedeckt, negativ, das Eisen selbst positiv elektrisch ist; diese negativ elektrische Bedeckung bewahrt das Eisen vor weiterer Oxydation. Das passiv gewordene Eisen ist gegen Zink mehr negativ, als Kupfer, wirkt in Berührung mit Zink nahe so stark elektromotorisch als Platin.

Will man die Stromstärke nach dem Ohm'schen Gesetze für den Fall finden, wo in dem Schließungskreise eine Flüssigkeit, z. B. ein Voltameter vorhanden ist, so muß auf die Polarisation der mit der Flüssigkeit in Berührung befindlichen Stromleiter in der Art Rücksicht genommen werden, daß man von der Summe der elektromotorischen Kräfte der Elektricitätsquelle die Stärke P des in Folge der Polarisation

entstandenen Gegenstroms abzieht. Ist W der Leitungswiderstand der Elektricitätsquelle und des metallischen Leiters, F die Summe der Leitungswiderstände der im Schließungskreise befindlichen Flüssigkeiten, so ist die Stromstärke

$$S = \frac{E - P}{W + F}.$$

Aus diesem Ausdrucke ergibt sich, daß ein Metalldraht, dessen Leitungswiderstand L ist, und der bei der Flüssigkeit auf die sich P und F bezieht, äquivalent ist, ihr nicht mehr bei einer andern Elektricitätsquelle äquivalent sein kann; denn wenn die Intensität des Stroms bei dem Widerstande L dieselbe ist, wie wenn man die Flüssigkeit eingeschaltet hat, so ist

$$\frac{E}{W + L} = \frac{E - P}{W + F} \text{ und } W + L = \frac{E\,(W + F)}{E - P},$$

folglich
$$L = \frac{EF + PW}{E - P},$$

woraus ersichtlich wird, daß sich der Werth von L mit dem Werthe von E und P ändert, und nur dann von E unabhängig ist, wenn $P = 0$ ist.

Nach Daniell bestimmt man die Polarisation, indem man in den Schließungsbogen z. B. einer 5 elementigen Säule ein Voltameter einschaltet, und die in einer gewissen Zeit erzeugte Menge Knallgas beobachtet. Nehmen wir an, es werden in 5 Minuten 6 Cubikzoll Knallgas geliefert, so ist

$$\frac{5E - P}{5K + L} = 6.$$

Schaltet man dasselbe Voltameter in den Schließungskreis einer Säule von 10 Elementen ein, deren Platten aber doppelt so groß sind als früher, und man erhält in 5 Minuten z. B 20 Cubikzoll Knallgas, so ist

$$\frac{10E - P}{\frac{10K + L}{2}} = 20, \text{ mithin } \frac{10E - P}{5E - P} = \frac{20}{6}$$

woraus sich ergibt $P = 2.857$ E.

§. 235. Leitungswiderstand der Flüssigkeiten.

Wheatstone gab ein sehr einfaches Verfahren an, den Leitungswiderstand der Flüssigkeiten unabhängig von der Polarisation zu ermitteln. An einer Glasröhre, Fig. 312, von 2 Zoll Länge und etwa $\frac{1}{2}$ Zoll innerem Durchmesser ist auf dem größeren Theile ihrer Länge $\frac{1}{4}$ des Umfanges weggeschliffen, so daß dieser Theil der Röhre, der nach oben gekehrt wird, offen erscheint. Ein Ende ist mit einem Metallstöpsel, der an der inneren Seite eine Platinplatte trägt, verschlossen; vom andern Ende kann ein beweglicher Stämpel, der auch in eine Platinplatte endigt, bis auf $\frac{1}{4}$ Zoll der andern feststehenden Platinplatte genähert, und bis auf $\frac{5}{4}$ Zoll von ihr entfernt werden. Diese Röhre heißt Meßröhre.

Fig. 312.



Will man den Widerstand einer Flüssigkeit ermitteln, so wird die Meßröhre sammt einem Galvanometer und Rheostaten in den Schließungskreis einer constanten Säule eingeschaltet, der Stämpel so weit vorwärts geschoben, daß der Abstand beider Platinplatten $\frac{1}{4}$ Zoll beträgt, und der Zwischenraum mit der Flüssigkeit gefüllt, deren Leitungswiderstand man erfahren will. Hierauf dreht man den Rheostat, bis die Ablenkung der Magnetnadel auf einen bestimmten Punkt herab-

gesunken ist; heißt in diesem Falle die Stromstärke S, der Leitungswiderstand des Rheostats L, jener der Flüssigkeit bei der Länge von einem Zoll x, der übrige Widerstand W, die elektromotorische Kraft der Stromquelle E und die Polarisation P, so ist

$$S = \frac{E - P}{W + L + \frac{x}{4}}$$

Nun zieht man den Stämpel ganz zurück, füllt den $^5/_4$ Zoll langen Raum zwischen den beiden Platinplatten wieder mit der Flüssigkeit an, und vermindert dann den Widerstand der Kette mittelst des Rheostats, bis die Nadel wieder auf den früheren Punkt zeigt; ist jetzt L′ der Widerstand des Rheostats, so hat man

$$S = \frac{E - P}{W + L' + \frac{5x}{4}}.$$

mithin $$\frac{E - P}{W + L + \frac{x}{4}} = \frac{E - P}{W + L' + \frac{5x}{4}} \text{ und } x = L - L'.$$

Die von Becquerel durch ein ähnliches Verfahren ermittelten Werthe für den specifischen Leitungswiderstand verschiedener Flüssigkeiten, wenn der specifische Leitungswiderstand des Silbers = 1 gesetzt wird, sind für

gesättigte Lösung von Kupfervitriol	18450000.
„ „ „ Kochsalz	3173000.
„ „ „ salpetersaurem Kupferoxyd	11120000.
„ „ „ schwefelsaurem Zinkoxyd	17330000.
verdünnte engl. Schwefelsäure (220 Vol. Wasser und 20 Vol. Schwefelsäure)	1128000.
käufliche Salpetersäure 36° Beaumé	1606000.

Becquerel fand, daß der Leitungswiderstand mit der Abnahme des Concentrationsgrades der Lösungen größer wird.

Bringt man in den Schließungskreis eine Röhre, die mit einer Flüssigkeit gefüllt und an beiden Seiten mit Stöpseln, die sich mit Platin endigen, verschlossen ist, und bestimmt den Leitungswiderstand der Flüssigkeit; führt hierauf zwei solche ganz gleiche Röhren in den Schließungskreis, so daß der Strom zuerst durch eine und dann durch die andere geht und bestimmt wieder den Widerstand, so findet man ihn jetzt doppelt so groß als bei einer Röhre. Geht aber der Strom durch beide Röhren zugleich, so ist es gerade so, als wenn er durch eine Röhre von der nämlichen Länge als im ersten Falle, aber von doppelt so großem Querschnitte durchginge und der Widerstand der Flüssigkeit ist nur halb so groß. Durch solche Versuche fand man, daß der Leitungswiderstand der Flüssigkeit ihrer Länge direct und ihrem Querschnitte umgekehrt proportional ist.

Die Erhöhung der Temperatur hat einen ganz andern Einfluß auf den Leitungswiderstand der Flüssigkeiten als bei den Metallen, indem sie diesen Widerstand bedeutend vermindert; jedoch ist die Abnahme des Leitungswiderstandes nicht der Zunahme der Temperatur proportional.

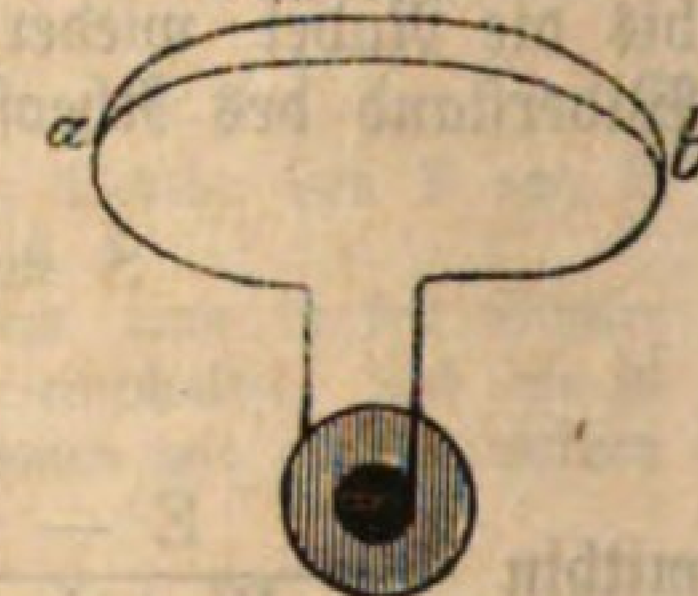
Nach Hankel entspricht bei einer concentrirten Lösung von Kupfervitriol einer Temperaturerhöhung von 1° C.

zwischen den Temperaturgrenzen	eine Abnahme des Leitungswiderstandes um
0 und 12°	0.327
12 „ 31	0.138
41 „ 66.4	0.044

Die einem Grade entsprechende Aenderung des Leitungswiderstandes der Flüssigkeit ist also bei niederer Temperatur größer als bei höherer.

§. 236. Stromtheilung. Wenn sich der Stromleiter in einer Stelle a, Fig. 313, in zwei Aeste acb und adb theilt, die sich später in b wieder vereinigen, so kann man fragen, wie sich die Intensitäten s und s′ in diesen beiden Aesten zu einander verhalten, wenn S die Intensität des ungetheilten Stromes, w der Leitungswiderstand des einen, und w′ der des zweiten Astes ist. Offenbar ist

Fig. 313.



$$s : s' = w' : w = \frac{1}{w} : \frac{1}{w'} \quad (1).$$

Wir können die Widerstände w und w′ durch die Widerstände ausdrücken, die zwei Drähte von demselben specifischen Leitungswiderstande h und der nämlichen Länge l, aber von verschiedenen Querschnitten q und q′ leisten; wir haben dann:

$$w = \frac{hl}{q},\ w' = \frac{hl}{q'} \text{ mithin}$$

$$q = \frac{hl}{w},\ q' = \frac{hl}{w'}.$$

Wären die beiden Drahtäste in einem vereinigt, so wäre der Leitungswiderstand W, den sie in dieser Vereinigung äußern,

$$W = \frac{hl}{q + q'}, \text{ somit } q + q' = \frac{hl}{W},$$

folglich $$\frac{hl}{W} = \frac{hl}{w} + \frac{hl}{w'},$$

oder $$\frac{1}{W} = \frac{1}{w} + \frac{1}{w'} \quad (2), \text{ d. h.}$$

die Leitungsfähigkeit der vereinigten Drahtäste ist gleich der Summe der ihnen zugehörigen Leitungsfähigkeiten. Die Stromstärken s und s′ gehen bei gleicher Länge l durch die Querschnitte q und q′, und der ganze Strom durch den Querschnitt q + q′; mithin ist:

$$S : s = q + q' : q, \text{ und } S : s' = q + q' : q',$$

daher $$S : s = \frac{1}{W} : \frac{1}{w}, \text{ und } s = \frac{SW}{w};$$

dann $$S : s = \frac{1}{W} : \frac{1}{w'}, \text{ und } s' = \frac{SW}{w'}.$$

Aus der Gleichung (2) ergibt sich $W = \frac{ww'}{w + w'}$; setzt man für W diesen Werth in den Gleichungen für s und s', so erhält man

$$s = \frac{Sw'}{w + w'}, \text{ und } s' = \frac{Sw}{w + w'}.$$

Auf ähnliche Art berechnet man die Spaltung des elektrischen Stroms in mehr als zwei Drähten.

§. 237. Theorie der Multiplicatoren. Das Ohm'sche Gesetz setzt uns in den Stand einmal zu beurtheilen, in wiefern durch einen in den Schließungskreis einer Elektricitätsquelle eingeschalteten Multiplicator, da er die Stromstärke schwächt, eine starke Einwirkung auf die Magnetnadel erzielt werden kann, dann aber auch die Einrichtung zu bestimmen, die man dem Multiplicator geben muß, damit er recht empfindlich sei. Wir wollen zuerst in Beispielen zeigen, wie nothwendig es ist, bei der Einrichtung eines Multiplicators auch die Kette zu berücksichtigen, in die er eingeschaltet werden soll.

a) Nehmen wir an, der Leitungswiderstand der ganzen Kette betrage so viel, wie der eines Kupferdrahtes von 0.1 Linie Dicke und 300 Fuß Länge; und man schalte einen 60 Fuß langen und mit Seide umsponnenen Kupferdraht von 0,1''' Dicke ein, so wird in Folge des vergrößerten Leitungswiderstandes die Stromstärke nur $^{300}/_{360} = {}^5/_6$ der früheren betragen; macht man aber aus dem letzteren Drahte viele dicht an einander liegende Windungen, deren jede auf die Nadel mit der Intensität von $^5/_6$ wirkt, so wird, ungeachtet daß die Stromstärke durch den Multiplicatordraht geschwächt wird, die Einwirkung auf die Nadel vielmal größer, als ohne Multiplicator.

Würde die Länge des Multiplicatordrahtes 5mal mehr, also 300 Fuß betragen, so wäre die Stromstärke nur halb so groß als ursprünglich; aber man könnte 5mal mehr Windungen machen, als im früheren Falle; und da eine jede Windung von der Stromstärke $^5/_6$ viel schwächer auf die Multiplicatornadel einwirkt, als 5 Windungen von der Stromstärke $^1/_2$, so ist klar, daß ein Multiplicator mit 5mal längerem Drahte viel empfindlicher wird, als der frühere. Bei Anwendung eines dicken Multiplicatordrahtes würde wohl die Stromstärke einer Windung stärker, allein die einzelnen Windungen kämen zu weit von der Magnetnadel zu liegen, so daß viele derselben nur schwach auf sie einwirken könnten.

b) Bei einem kleinen Leitungswiderstande der Kette, wie z. B. bei einer thermoelektrischen, darf der Multiplicator nur aus einem kurzen, dicken und wenige Windungen zählenden Drahte bestehen; denn läßt sich der Leitungswiderstand der Kette wegen seiner Kleinheit vernachlässigen und hat der Multiplicatordraht 10 Windungen, so ist seine Einwirkung auf die Magnetnadel beinahe 10mal größer, als bei einer Windung; allein die Stromstärke jeder einzelnen Windung ist nur $^1/_{10}$ von der bei einer Windung, mithin ist die Wirksamkeit des Multiplicators eben so groß als bei einer Windung.

c) Hat man einen Multiplicator von n Windungen und ist L der Widerstand einer Windung, mithin nL der Widerstand des ganzen

Multiplicatordrahtes, heißt ferner K der Widerstand der Stromquelle und s die Stromstärke in einer Windung, so ist

$$s = \frac{E}{K + nL};$$

da die Einwirkung auf die Magnetnadel dieser Stromstärke proportional ist, so kann sie dem Ausdrucke $\frac{\mu E}{K + nL}$ gleich gesetzt werden. Liegen die Drähte dicht aneinander, so daß sie sämmtlich nahe in demselben Abstande von der Nadel stehen, so hat man für die Gesammtwirkung S aller n Windungen die Gleichung

$$S = \frac{n\mu E}{K + nL} = \frac{\mu E}{\frac{K}{n} + L}.$$

Hieraus wird ersichtlich, daß durch Vergrößerung der Anzahl der Windungen die Totalwirkung S des Multiplicators wohl größer wird, aber immer kleiner bleibt als $\frac{\mu E}{L}$, und dieß um so mehr, als die weiter von der Nadel abstehenden Windungen schwächer wirken, wie die ihr näher liegenden. Da nun immer $S < \frac{\mu E}{L}$, so wird in dem Falle, wo die elektromotorische Kraft sehr klein, daher der Werth von $\frac{\mu E}{L}$ sehr gering ist, die Einwirkung auf die Nadel unmerklich.

Ist der Leitungswiderstand K bezüglich nL verschwindend klein, so ist

$$S = \frac{n\mu E}{nL} = \frac{\mu E}{L},$$

woraus zu ersehen ist, daß in diesem Falle der Werth von S durch die Vermehrung der Windungen nicht vergrößert wird; ist zugleich E sehr klein, so wird auch S eine kleine Größe, und man kann einen merklichen Ausschlag der Magnetnadel nur dadurch erzielen, daß man den Leitungswiderstand des Multiplicatordrahtes bedeutend vermindert, indem man einen sehr dicken Draht, oder einen Metallstreifen als Multiplicator anwendet. Nimmt man z. B. anstatt eines Drahtes von 0‴.1 Dicke einen, dessen Durchmesser 1‴ beträgt, so ist der Querschnitt desselben 100mal größer als bei dem vorigen, mithin wächst auch der Werth von $\frac{\mu E}{L}$ um das Hundertfache.

Fechner construirte einen Multiplicator zu thermoelektrischen Versuchen, der aus einem breiten, dicken Kupferstreifen besteht, der so gebogen ist, daß seine beiden Hälften horizontal zu liegen kommen, so daß zwischen ihnen eine an einem Coconfaden hängende astatische Magnetnadel schweben kann. An den Enden des Kupferstreifens sind Vertiefungen zur Aufnahme von Quecksilber angebracht, und das untere Ende ragt etwas mehr hervor. Bringt man z. B. das Kupferende eines Wismuth-Kupferelements in die eine, das Wismuthende in die andere Vertiefung, und erwärmt die Löthstelle, indem man sie zwischen den Fingern hält, so beobachtet man eine Ablenkung der Magnetnadel.

Man kann ein Galvanometer, das nur zur Messung schwacher Ströme bestimmt ist, auch zur Messung eines kräftigen Stromes gebrauchen, indem man nur einen Theil desselben durch den Galvanometerdraht

leitet. Man legt nämlich die Enden des Galvanometerdrahtes an den Schließungsleiter der Kette so an, daß zwischen ihnen ein Stück dieses Leiters von der Länge x und dem Widerstande w sich befindet. Der elektrische Strom geht nun zum Theil durch den Galvanometerdraht, wo er den Widerstand w′ findet, und zum Theil durch das Stück x des Schließungsleiters. Da zu dem letzteren Stücke x noch ein Leiter hinzugekommen ist, so ist es so, als wenn an die Stelle von x ein besser leitendes Stück getreten wäre, das den geringeren Widerstand W dem Strome entgegengesetzt, weßhalb die Stromstärke in allen Theilen des Schließungsleiters erhöhet, aber in x selbst wegen der eingetretenen Theilung vermindert wird. Heißt s die Stromstärke von x, und s′ jene im Galvanometer, S die im ungetheilten Drahte, K der Widerstand der Kette sammt dem Schließungsleiter mit Ausnahme des Stückes x, so ist mit Berücksichtigung des Theilungsgesetzes

$$S = \frac{E}{K + W},\ W = \frac{w w'}{w + w'},\ \text{mithin}$$

$$S = \frac{E(w + w')}{K(w + w') + w w'},\ s = \frac{E w'}{K(w + w') + w w'},$$

$$s' = \frac{E w}{K(w + w') + w w'}.$$

Ist x ein kurzer starker Metallstreifen, so kann man w bezüglich des Widerstandes w′ des langen und feinen Galvanometerdrahtes vernachlässigen, und man hat dann

$$s' = \frac{E w}{K w' + w w'} = \frac{E w}{(K + w) w'}.$$

Bei zusammengesetzten Ketten ist K gegen w ebenfalls sehr groß, und man kann daher für solche setzen

$$s' = \frac{E w}{K w'}.$$

Da nun der Werth w der Länge x direct proportional ist, so folgt, daß bei denselben Werthen von E, K und w′ die Stärke des Seitenstroms s′ im Galvanometerdrahte der Länge x direct proportial ist. Aendert man bei einer andern Kette die Länge x so lange, bis die Galvanometernadel denselben Ausschlag gibt, wie im ersten Falle, und heißt diese Länge x′ und ihr Widerstand u, so hat man

$$\frac{E w}{K w'} = \frac{E' u}{K' w'},\ \text{mithin}\ w : u = \frac{E'}{K'} : \frac{E}{K},$$

$$\text{und da}\ w : u = x : x',\ \text{so ist auch}\ x : x' = \frac{E'}{K'} : \frac{E}{K}.$$

Der Quotient $\frac{E}{K}$ heißt das Maximum der Stromstärke; somit verhalten sich bei gleichen Ablenkungen der Magnetnadeln die Maxima der Stromstärken zweier Ketten, wie die eingeschalteten Längen x und x′.

Gebraucht man ein zweites Galvanometer, das den Widerstand w″ leistet, und bleibt E und K unverändert, so ändert man wieder x bis die Nadel bei x′ denselben Ablenkungswinkel anzeigt, wie beim frü-

heren Galvanometer; dann ist auch die Stärke des Stromes im Galvanometer dieselbe wie früher, und man hat

$$\frac{x}{w'} = \frac{x'}{w''};$$

woraus sich das Verhältniß der Leitungswiderstände beider Galvanometer ergibt.

Professor Petřina, dem wir diese nützliche Anwendung des Theilungsgesetzes des elektrischen Stomes verdanken, bediente sich zur Bestimmung des Werthes von x einer gleichförmigen, in gleiche Theile getheilten Quecksilberrinne.

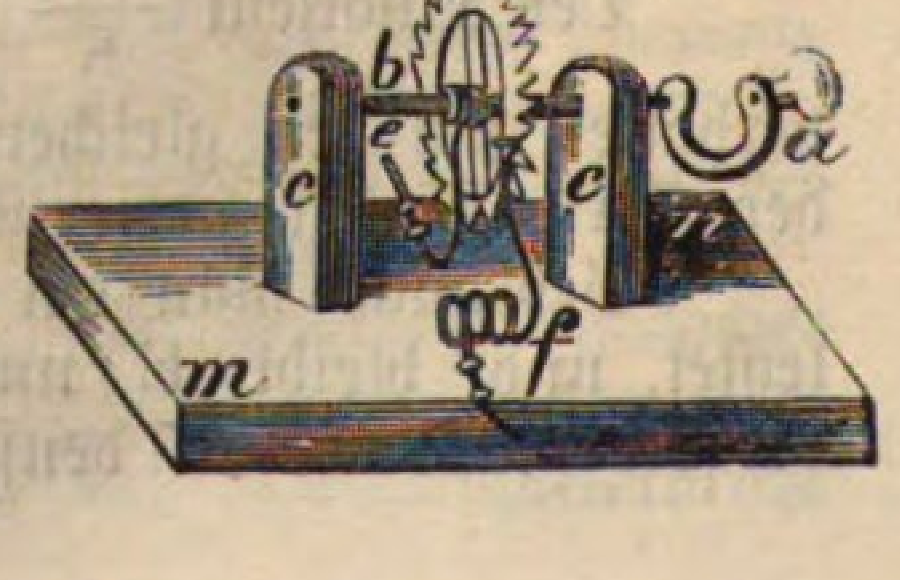
Wirkungen der Galvanischen oder Volta'schen Ströme.

§. 238. 1. Physiologische Wirkungen. Schließt man die Volta'sche Säule, indem man die Pole mit Händen die man mit Salzwasser befeuchtet hat berührt, so empfindet man einen Schlag (eine Zuckung), und abermals einen jedoch schwächeren beim Oeffnen der Kette. Schon ein sehr schwacher Strom bewirkt bemerkbare Zuckungen an Froschschenkeln, an denen man auch nachweisen kann, daß während der Schließung der Kette bei einem schwachen Strome keine Zuckungen vorkommen, so lange die Stärke des Stromes dieselbe bleibt, aber sogleich eintreten, wenn diese Stärke eine Aenderung erfährt. — Die Stärke des Schlages wächst mit der Anzahl der Plattenpaare; man kann den Schlag dadurch verstärken, daß man die Pole mit großen Metallstücken, die man in der Hand hält, berührt. Man kann die Schläge durch mehrere Personen leiten, die eine Kette bilden und sich mit befeuchteten Händen berühren. Nach Marianini erzeugt der positive Strom im Augenblicke seines Eintritts in den Körper eine Contraction der Nerven, wenn er in der Richtung geht, in welcher sich die Nerven ausbreiten; bewegt er sich in der entgegengesetzten Richtung, so erfolgt diese Contraction in dem Augenblicke, wo der Strom aufhört.

Der galvanische Strom wirkt aber nicht blos auf die Nerven und die mit ihnen verbundenen Muskeln, sondern auch auf die andern Sinne. Setzt man die Polardrähte einer einfachen Kette an die Schläfe an, so entsteht im Auge jedesmal ein Lichtschein, so oft man die Kette öffnet oder schließt. In den Ohren vernimmt man ein eigenthümliches Geräusch. — Bringt man ein Silberstück unter und ein Zinkstück auf die Zunge, und bringt hierauf die vorderen Enden in Berührung, so empfindet man einen sauren Geschmack; vertauscht man die Lage der Metalle, so wird der Geschmack alkalisch. — Der galvanische Strom vermag auf den Organismus auch noch einige Zeit nach dem Tode einzuwirken; am längsten dauert diese Reizbarkeit bei den sogenannten kaltblütigen Thieren: Amphibien, Fischen, Insecten.

Die Wirkung auf die Nerven kann bedeutend gesteigert werden, wenn man die eine mit Salzwasser befeuchtete Hand an einem Pole der Kette liegen läßt, während man die andere rasch nach einander an den anderen Pol anlegt und wieder abhebt. Noch stärker erscheinen die Schließungs- und Trennungsschläge, wenn man sich des Blitzrades, Fig. 314, von Neff bedient; dieses besteht aus einer Kupferscheibe, die um eine metallene Axe schnell gedreht werden kann, und an welcher Einschnitte angebracht sind, die man mit Ebenholz auslegt; ein mit einem Pole verbundener Metalldraht, der an der Oberfläche der

Fig. 314.

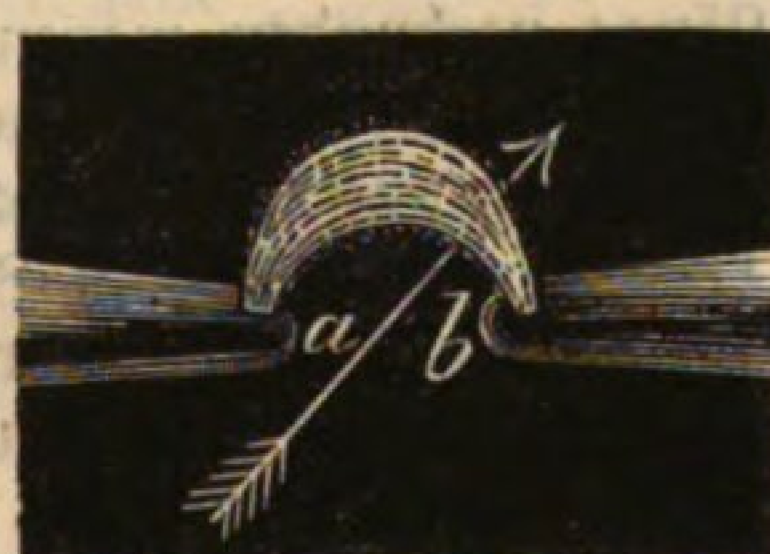


Scheibe liegt, berührt während der Drehung dieser Scheibe bald das Kupfer, bald das Ebenholz; da letzteres die Elektricität nicht leitet, so wird die Verbindung mit dem Pole jedesmal unterbrochen, wenn der Draht damit in Berührung kommt. Von der Axe der Kupferscheibe leitet man einen, und vom zweiten Pole der Kette einen andern Draht, die Enden beider Drähte werden mit Conductoren versehen, die man in den befeuchteten Händen hält, oder an die Theile des Körpers anlegt, durch die der Strom geleitet wird. Da bei jeder Schließung und bei jeder Unterbrechung der Kette ein Schlag entsteht, so folgen beim schnellen Drehen der Scheibe die Schläge rasch aufeinander, und man kann mit wenigen Elementen Wirkungen auf die Nerven hervorbringen, wie durch den Strom einer aus sehr vielen Plattenpaaren bestehenden Kette.

Ure beobachtete an einem Menschen, der vor einer Stunde gehängt war, und in den Schließungskreis einer starken Volta'schen Batterie gebracht wurde, so daß der Strom vom Kopf zu den Füßen oder umgekehrt ging, beim Schließen der Kette furchtbare Bewegungen der Muskeln, so daß sich Wuth, Verzweiflung, Angst mit schrecklichem Lächeln im Gesichte ausdrückten, es stellte sich auch ein tiefes und angestrengtes Athmen ein. — Legt man einen Blutegel auf eine Kupfer- oder Silbermünze, die auf einer Zinkplatte ruht, so sieht man ihn, so oft er die Zinkplatte berührt, sich wie von einem Schlage getroffen schnell zusammenziehen. Zur Erzeugung physiologischer Wirkungen gebraucht man häufig die Kette von Pulvermacher. (Siehe Eisenlohr's Physik 9. Aufl. pag. 592).

2. Licht- und Wärmephänomene. Nähert man einem Pole der Kette das zugespitzte Ende eines Metalldrahtes, der mit dem anderen Pole in leitender Verbindung steht, so zeigt sich in dem Augenblicke der Schließung der Kette ein lebhafter, selbst unter Wasser sichtbarer Funke, der insbesondere dann intensiv ist, wenn man die Kette mit amalgamirten Drähten schließt wobei Quecksilber verbrennt. — Hat man eine Grove'sche Batterie von 40 bis 50 Elementen von angemessener Größe, und wickelt die Enden starker Polardrähte mehrfach um zugespitzte Kohlenstücke herum, um sie an einer ziemlich großen Fläche mit den Kohlen in Berührung zu bringen, so entsteht, wenn man die Kohlenspitzen in Berührung gebracht und nachdem sie glühend geworden sind, bis auf $1/4$ Zoll von einander entfernt hat, ein sehr intensives Licht, das sich zu einem Lichtbogen gestaltet (Fig. 315), dessen Licht das intensivste nach der Sonne ist, und Solarlicht genannt wird. Dieser Lichtbogen entsteht dadurch, daß Kohlentheilchen von einer Elektrode zur andern überführt werden, jedoch mehr vom positiven zum negativen. Durch die Bewegung der erhitzten Luft wird der Lichtbogen bestimmt, stets eine nach oben gewölbte Biegung anzunehmen. Er bildet sich auch zwischen verschiedenen Metallspitzen, ist aber nicht so groß als zwischen Kohlenspitzen, weil bei letzteren die Cohäsion der Theilchen viel geringer ist und daher die Zertheilung der Substanz an den Elektroden viel leichter vor sich geht als bei Metallen. Gibt man der negativen Elektrode die Form einer Platte, und stellt ihr die zugespitzte andere Elektrode gegenüber, so bildet die übergeführte Substanz an der Platte einen Ring, dessen Mittelpunkt die Projection der Spitze ist. Im luftleeren Raume erscheint der Lichtbogen noch intensiver und es findet keine Verbrennung statt. Die Hitze des Lichtbogens ist sehr beträchtlich, und nimmt mit der Größe der Batterie zu. Auf eine Magnetnadel übt dieser Lichtbogen die nämliche Wirkung aus, wie der elektrische Strom. Ein nicht zu dicker Eisendraht wird geschmolzen, Platin-

Fig. 315.

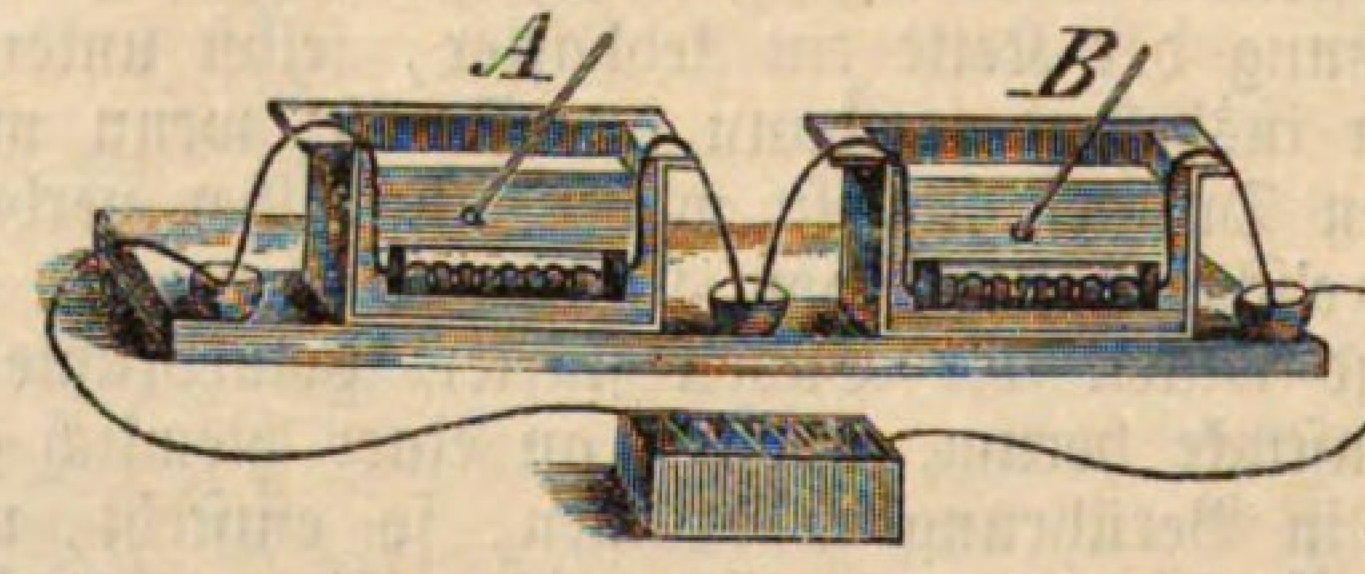


drahtsglühend gemacht. Fällt das Licht des Lichtbogens auf ein Prisma, so entsteht ein Spectrum, in welchem helle Linien zu sehen sind, deren Beschaffenheit von der der Polardrähte abhängt.

Ueber die Wärmeentwicklung, welche der Volta'sche Strom in Metalldrähten hervorbringt, haben Joule und Lenz Untersuchungen angestellt, und dargethan, daß die Wärmeentwicklung T dem Leitungswiderstande W der Drähte direct proportional ist, und im gleichen Verhältnisse mit dem Quadrate der Stromstärke S wächst, daß somit $T = S^2W$ gesetzt werden kann. Da nun $S = \frac{E}{W}$, so ist auch $T = SE$, d. h. die in einer bestimmten Zeit entwickelte ganze Wärmemenge der Kette ist der Stromstärke und der elektromotorischen Kraft proportional. Diese Gesetze stimmen mit denen, welche Rieß für den Entladungsschlag gefunden hat, vollkommen überein.

Grove hat die merkwürdige Beobachtung gemacht, daß eine Platinspirale in atmosphärischer Luft, Sauerstoffgas, Stickgas weißglühend, in der Kohlensäure kirschroth wird, aber in Wasserstoffgas stets dunkel bleibt. Er stellte die Versuche mit dem durch die Fig. 316 dargestellten

Fig. 316.



Apparate an; in A und B sind zwei 1.5 Zoll lange Glasröhren von 0.3 Zoll Durchmesser, durch Korke an beiden Enden verschlossen, in welche Kupferdrähte hineinreichen, deren Enden durch einen schraubenförmigen feinen Platindraht von $\frac{1}{80}$ Zoll Durchmesser und 3.7 Zoll Länge verbunden waren; die Röhre in A war mit Sauerstoff und die in B mit Wasserstoff gefüllt. Wurden die mittleren Kupferdrähte mit einander und die andern mit den Polen einer Grove'schen Batterie (von 8 Elementen zu 8 Quadratzoll wirkenden Oberfläche) verbunden, so erschien der Platindraht in A weißglühend, der andere in B blieb dunkel. Befand sich in jedem Gefäße die nämliche Wassermenge, so beobachtete man an den darin stehenden Thermometern, daß das Wasser, welches die Sauerstoffröhre umgab, in der nämlichen Zeit eine höhere Temperatur erhielt, als das im andern Gefäße; daher läßt sich das Nichtglühen des Platindrathes in B nicht daraus erklären, daß Wasserstoffgas dem Drahte seine Wärme schneller entzieht, als Sauerstoffgas. Der Grund dieser Erscheinung ist noch unbekannt.

Fizeau und Foucault haben die Intensität des Sonnenlichtes zur Mittagszeit im August und September bei heiterem Himmel, dann das durch 46 Bunsen'sche Elemente erzeugte Kohlenlicht und das Drummond'sche Kalklicht mit einander verglichen, und erhielten das Verhältniß 1000 : 235 ; 6.8. Will man das Solarlicht zur Beleuchtung benützen, so stellt man es in den Brennpunkt eines parabolischen Hohlspiegels, und bedient sich eines Regulators, durch den die Kohlenspitzen ungeachtet der Abnutzung stets im gleichen Abstande von einander erhalten werden. — Von dem durch einen elektrischen Strom erzeugten Glühen eines Eisen- oder Platin-

drahtes macht man eine sehr nützliche Anwendung zum Sprengen der Felsen. Nach Robert, der zuerst ein recht einfaches Verfahren erfunden hat, werden zwei mit Seide dicht übersponnene lange Kupferdrähte von 1 Linie Dicke nebeneinander gelegt, an dem einen Ende auf eine Länge von 6 Zoll zusammengedreht, bis auf zwei Stücke a und b, Fig. 317, an den Enden, die von ihrem Ueberzug entblößt, rein gemacht, und so gestellt werden, daß sie $1/2$ Zoll von einander abstehen; über diese Stücke a und b wird ein feiner Eisendraht mit seinen Enden aufgewickelt, so daß er zwischen ihnen gespannt erscheint. Die Kupferdrähte werden mit Seidenfäden umwickelt und fest verbunden. Den feinen Eisendraht führt man in die Mitte einer 3 Zoll langen und ungefähr 1 Zoll weiten Röhre von Zinn oder Glas ein, die an einem Ende mit Kork verschlossen und zur Hälfte mit trockenem Schießpulver gefüllt ist; worauf man die Röhre ganz mit Schießpulver füllt, und auch das zweite Ende mit Kork so verschließt, daß die zusammengedrehten Drähte durch den Kork hindurchgehen; beide Korkpfropfen müssen mit einem aus 2 Theilen Harz und 1 Theil Wachs bestehenden Kitt überzogen werden. Nachdem man das Bohrloch von Staub und Feuchtigkeit gereinigt, und mit der Hälfte der beabsichtigten Pulverladung gefüllt hat, wird die Patrone darauf gesetzt, die andere Hälfte der Ladung darüber gebracht, und ein Pfropf von Werg sanft in das Loch geschoben, so daß ein lufterfüllter Raum zwischen ihm und dem Pulver bleibt. Auf diesen Pfropf wird trockener Sand geschüttet, bis das Loch ganz gefüllt ist. Die zusammengewickelten Drähte müssen mehrere Fuß über das Bohrloch hervorragen, und stehen an den Enden gabelförmig von einander ab, diese Enden werden mit zwei andern gleich dicken und mit Seide übersponnenen Kupferdrähten verbunden, wovon der eine an dem einen Pol einer 60 oder 90 Fuß vom Bohrloche entfernten Batterie befestiget ist, der zweite Draht ist an einer mechanischen Vorrichtung so angebracht, daß er durch eine Person, die noch weiter vom Bohrloche entfernt ist, mittelst einer Schnur erst in dem Augenblicke mit dem anderen Pole der Batterie in Berührung gebracht wird, wo die Explosion erfolgen soll.

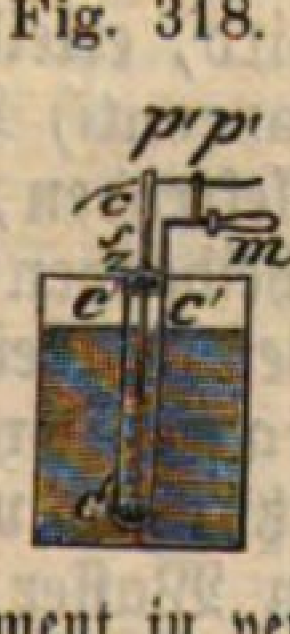
Fig. 317.



Durch dieses Verfahren kann auch die Entzündung des Schießpulvers unter Wasser mit Leichtigkeit bewirkt werden; man wendet es bei untergegangenen Schiffen an, um sie mittelst Schießpulver, das man in wasserdichten Säcken an geeignete Stellen durch Taucher bringt, zu zerschmettern, so den eingeschlossenen Inhalt bloszulegen und ihn dann zu Tage zu fördern. Die Kupferdrähte müssen in diesem Falle mit Firniß überzogen sein. — Sind große Massen wegzusprengen, so macht man eine Reihe zweckmäßig vertheilter Bohrlöcher, bringt in jedes eine Patrone, verbindet sie sämmtlich leitend unter einander und mit den Polen einer Batterie; die Explosion erfolgt dann gleichzeitig in allen Bohrlöchern. Man hat auf diese Weise in England großartige Wirkungen erzielt.

Der durch die Fig. 318 dargestellte kleine Apparat ist Wollaston's Feuerzeug; es besteht aus einem einzigen Zinkkupferelemente, und ist mit einer Handhabe versehen; zwischen Kupfer und Zink wird ein sehr kurzer haarfeiner Platindraht eingespannt. Taucht man das Element in verdünnte Schwefelsäure ein, so wird der Platindraht glühend.

Fig. 318.



Die erwärmende Kraft des elektrischen Stroms richtet sich hauptsächlich nach der Größe der Platten; darauf beruht die Wirkung des Deflagrators von Hare, der aus einem einzigen, aber sehr großen Zinkkupferelemente besteht, wo die Platten durch Leder von einander getrennt und dann spiralförmig gewunden sind; wird dieses Element in verdünnte Schwefelsäure getaucht, so erhält man sehr auffallende Glühphänomene.

§. 239. Chemische Wirkungen. (Elektrolyse.) Der galvanische Strom vermag wegen seiner langdauernden, continuirlichen Wirksamkeit, insbesondere wenn er von starken Säulen kommt, Stoffe zu zerlegen,

deren Bestandtheile durch starke Anziehungskräfte in Verbindung erhalten werden. Wir haben die zuerst im Jahre 1800 beobachtete Zerlegung des Wassers besprochen. Im Jahre 1807 hat Davy durch einen sehr kräftigen galvanischen Strom Alcalien und Erden, die man damals noch für einfache Stoffe hielt, in Metall und Sauerstoff zerlegt; letzterer erscheint immer als Anion an der Anode, das Metall, Kalium, Natrium, Calcium, Magnesium, Baryum und Strontium als Kation an der Kathode. Noch leichter werden die meisten Metalle aus ihren Chlorverbindungen ausgeschieden. Leitet man die aus Platin bestehenden Polardrähte in Chlorsilber oder Chlorblei, die in einem Gefäße durch eine darunter gestellte Weingeistlampe im geschmolzenen Zustande erhalten werden, so scheidet sich Chlor an der Anode, und das Metall an der Kathode. Bei der Zersetzung der Jodide, Bromide erscheint immer das Haloid an der positiven, das Metall an der negativen Elektrode.

Wird eine Uförmig gebogene Röhre z. B. mit einer Lösung von schwefelsaurem Kali gefüllt, und werden in diese Lösung Polardrähte von Platin getaucht, so erscheint die Säure an der Anode, das Kali an der Kathode, wie man leicht erkennt, wenn man der Lösung etwas Lackmustinctur zugesetzt hat; man findet sie in dem einen Schenkel durch die ausgeschiedene Säure hellroth, im anderen durch das ausgeschiedene Kali tief blau gefärbt. Eben so werden viele andere Amphidsalze zerlegt; die Säure scheidet sich an der positiven, die Basis an der negativen Elektrode aus.

Faraday war bemüht, die Gesetze der Elektrolysirung zu ermitteln, die wichtigsten derselben sind:

1. Unter den binären Verbindungen sind nur diejenigen Elektrolyten oder direct zerlegbar, bei welchen 1 Aequivalent des einen Bestandtheils mit einem Aequivalente des andern verbunden ist, wie z. B. Zinnchlorür ($Sn\,Cl$), Chlorsilber ($Ag\,Cl$); allein Becquerel, der Jüngere, hat neuestens bewiesen, daß dieser Satz nicht allgemein giltig ist, indem es auch Körper gibt, die durch den elektrischen Strom direct zerlegbar sind, und der aufgestellten Bedingung nicht entsprechen, wie z. B. Kupferchlorür ($Cu_2\,Cl$), Antimonchlorid ($Sb_2\,Cl_3$), Kupferoxydul ($Cu_2\,O$), Wasserstoffsuperoxyd ($H\,O_2$).

2. Die Bestandtheile, in welche ein Elektrolyt zunächst zerlegt wird, erleiden nicht selten alsogleich nach ihrer Ausscheidung (in statu nascenti) Veränderungen, indem sie entweder mit der Substanz der Elektroden, oder mit dem gleichzeitig an derselben Elektrode sich ausscheidenden Bestandtheile eines andern Elektrolyten, oder mit einem Bestandtheile des Auflösungsmittels Verbindungen eingehen, weßhalb Faraday directe oder primäre und indirecte oder secundäre Zersetzungen unterscheidet. Bei Lösungen der Salze der schweren Metalle im Wasser wird immer das Wasser zerlegt, dessen Wasserstoff dem mit ihm gleichzeitig an der Kathode erscheinenden Metalloxyde den Sauerstoff entzieht, weßhalb das Erscheinen des reinen Metalls an der Kathode nicht eine primäre, sondern eine secundäre Wirkung des elektrischen Stromes ist.

Wird z. B. der elektrische Strom durch eine Auflösung von salpetersaurem Bleioxyd geleitet, so erhält man an der Anode Bleisuperoxyd (PbO_2), indem der hier nascirende Sauerstoff mit dem Bleioxyde der Lösung in Verbindung tritt; an der Kathode erscheint Blei, weil das daselbst ausgeschiedene Bleioxyd durch den Wasserstoff reducirt wird. — Jodkalium wird sehr leicht zerlegt, aber das an der Kathode ausgeschiedene Kalium entzieht augenblicklich dem Wasser, in welchem das Salz aufgelöst ist, den Sauerstoff, weßhalb an der Kathode nur Kali zum Vorschein kommt. — Besteht die Anode aus einem leicht oxydirbaren Metalle, so findet daselbst bei der Elektrolysirung des Wassers keine Ausscheidung des Sauerstoffes statt, weil dieser sehr schnell das Metall oxydirt. Der an der Anode auftretende Sauerstoff hat im Augenblicke seines Entstehens sehr stark oxydirende Eigenschaften, so daß er Verbindungen bildet, welche sonst der freie Sauerstoff direct nicht eingeht, was Kolbe durch mehrfache Versuche bewiesen hat; leitet man z. B. durch eine gesättigte Lösung von Chlorkalium einen hinreichend starken elektrischen Strom, so wird zuerst das Salz, später auch das Wasser zerlegt, wo dann der Sauerstoff an der Anode nur zum Theil gasförmig entweicht, indem ein Theil desselben mit dem hier auftretenden Chlor zuerst unterchlorige Säure, zuletzt Clorsäure bildet, die in der Lösung an Kali gebunden erscheinen. — Kolbe und Böttger machten gleichzeitig die Entdeckung, daß Chlorstickstoff durch Elektrolyse erzeugt werden kann; gießt man nämlich in eine Glasschale und in einen unten mit einer Blase geschlossenen Glascylinder eine übersättigte Auflösung von Salmiak (Chlorammonium $ClNH_4$), stellt das zweite Gefäß in das erste, und bringt in jedes eine Platinplatte; eine derselben verbindet man mit einem, die andere mit dem anderen Pole einer Volta'schen Batterie, so entwickelt sich an der Kathode Wasserstoffgas, an der Anode erscheinen kleine Tröpfchen von Chlorstickstoff (NCl_3), die bei schiefer Stellung der Platte in die Höhe steigen und wenn man auf die Lösung eine Schichte Terpentinöl gebracht hat, unter Knall und Lichterscheinung explodiren, so bald sie das Oel berührt haben. Die Bildung des Chlorstickstoffes ist eine secundäre Wirkung, indem 6 Cl, die an der Anode ausgeschieden werden, $ClNH_4$ in 4 Aeq. Salzsäure und 1 Aeq. NCl_3 zerlegen. An der Kathode verliert das hier ausgeschiedene Ammonium 1 Aeq. Wasserstoff, der entweicht, und NH_3 bleibt zurück.

3. Die Ausscheidung der Jonen erfolgt dort, wo der Strom in den Elektrolyten eintritt, und wo er ihn verläßt; bilden z. B. zwei Platinplatten die Elektroden, die eine ist mit einer concentrirten Lösung von schwefelsaurer Magnesia in Berührung, die andere aber von dieser Lösung durch eine auf ihr ruhende Wasserschichte getrennt, und man leitet einen starken elektrischen Strom in der Richtung, daß die Kathode auf Seiten des Wassers sich befindet, so sieht man die Magnesia nicht an der Platinplatte, sondern dort sich ablagern, wo die Lösung das Wasser berührt.

Stellt man eine mit einer Glaubersalzlösung ($NaO.SO_3$) gefüllte Schale A zwischen zwei andere B und C, in denen sich nur Wasser befindet, und verbindet vermittelst Asbestfäden das Wasser mit der Salzlösung, so findet man, nachdem man die mit Polardrähten einer Volta'schen Kette verbundenen Platinableche in die Schalen mit Wasser eingetaucht hat, nach einiger Zeit das Wasser in einer Schale sauer, in der andern alkalisch, überzeugt sich aber auch bald, daß die Elektrolyse erst dann beginnt, wenn die Salzlösung durch Haarröhrchenwirkung bis zu dem Wasser gedrungen ist. Ist das Wasser mit Veilchensyrup blau gefärbt, so erscheint es nun am positiven Pol roth, am anderen grün.

4. Eine Elektrolysirung kann nur eintreten, wenn der zu zerlegende Körper ein Leiter ist; daher ist Eis nicht elektrolysirbar, weil es Elektricität schlecht leitet.

5. Wird ein elektrischer Strom durch mehrere Elektrolyte von verschiedener Beschaffenheit geleitet, z. B. durch verschiedene Röhren, die mit Wasser, Chlorsilber in geschmolzenem Zustande, Chlorblei ebenfalls in geschmolzenem Zustande, und Zinnchlorür in concentrirter Lösung gefüllt sind, so verhalten sich die in derselben Zeit ausgeschiedenen

Gewichtsmengen von Wasserstoffgas, Silber, Blei und Zinn wie 1 : 108 : 103.6 : 57.9, während die gleichzeitig an der Anode ausgeschiedenen Mengen von Sauerstoffgas und Chlor dem Gewichte nach sich verhalten wie 8 : 35.4; da aber in derselben Zeit durch jeden Theil des Schließungsbogens dieselbe Elektricitätsmenge durchgeht, so folgt, daß die durch dieselbe Elektricitätsmenge ausgeschiedenen Quantitäten der Jonen sich genau so zu einander verhalten, wie ihre Aequivalente, und daß daher zur Ausscheidung eines Aequivalents von was immer für einer Verbindung dieselbe Elektricitätsmenge erforderlich ist. Geht 2, 3, . . . n mal mehr Elektricität durch einen Elektrolyten durch, so ist auch die Quantität der zersetzten Theile desselben 2, 3, . . . n mal größer, und falls dieß in derselben Zeit erfolgt, so wächst auch die Stromstärke in demselben Maße. Man kann daher nach der Quantität irgend eines ausgeschiedenen Bestandtheils eines Elektrolyten die Elektricitätsmenge, die diese Ausscheidung bewirkte, und wenn man auch die Zeit, in welcher dieß geschah, berücksichtigt, auch die Stromstärke bestimmen. Das Gesetz, welches die Abhängigkeit der elektrolytischen Thätigkeit eines elektrischen Stromes von seiner Stromstärke ausdrückt, heißt das Gesetz der bestimmten elektrolytischen Action. Faraday hat gezeigt, daß dieses Gesetz nicht nur für binäre, sondern auch für quaternäre Verbindungen gilt. Allein da Becquerel (nach 1) gezeigt hat, daß z. B. bei Kupferchlorür zwei Aequivalente Kupfer durch dieselbe Elektricitätsmenge ausgeschieden werden, welche im Voltameter nur ein Aequivalent Wasserstoff und 1 Aequivalent Sauerstoff erzeugt, so ist das Gesetz der bestimmten elektrolytischen Action nicht allgemein giltig. Jedoch ergibt sich auch aus Becquerel's Untersuchungen, daß bei Gleichheit der Stromstärke für jedes Aequivalent Wasser auch ein Aequivalent von irgend welcher elektrolysirbaren Verbindung zerlegt wird.

Der elektrische Strom, der nicht nur durch den Schließungsbogen, sondern auch durch die Kette continuirlich geht, und überall dieselbe Intensität hat, äußert in jedem Elemente seine elektrolysirende Kraft; für je ein Gran Wasserstoffgas, das man z. B. im Voltameter in einer gewissen Zeit erhält, werden in jeder Zelle der Kette 9 Gran Wasser zerlegt, so daß an der Zinkplatte 8 Gran Sauerstoff erscheinen, die sich mit einem Aequivalente Zink, d. i. mit 32.5 Gran zu Zinkoxyd verbinden. Hat die Kette 10 Plattenpaare, so werden in der Zeit, in welcher 1 Gran Wasserstoffgas im Voltameter erzeugt wird, 325 Grane Zink verbraucht. — Ergibt es sich, daß in einer Zelle auf 9 Gran Wasser, die zerlegt werden, mehr als 32.5 Grane Zink verbraucht werden, so kann dieser Mehrverbrauch nur von gewissen localen Actionen herrühren, die man selbst durch Amalgamiren der Zinkplatten nicht vollständig beseitigen kann. Abgesehen von diesen störenden Actionen ist die Menge des in einer bestimmten Zeit verbrauchten Zinks der Stromstärke proportional; allein dieß nur bei Batterien von der nämlichen Beschaffenheit. In einer Grove'schen und einer Daniel'schen Batterie ist die Zinkconsumtion bei gleichem Effect des Schließungsbogens, ungleich; denn nehmen wir n Grove'sche Elemente, deren Zahl so groß ist, daß der Widerstand der Batterie so viel beträgt, als der Widerstand im Schließungsbogen, mithin die Stromstärke ein Maximum ist d. i. $S = \frac{nE}{2L}$; soll nun eine Daniel'sche Batterie, in welcher die elektromotorische Kraft E jedes einzelnen Elementes nur $^4/_7$ von der eines Grove'schen beträgt, also $E' = {}^4/_7\, E$ dieselbe Stromstärke S haben, wie die Grove'sche, und trifft man bei ihr noch die Anordnung, daß der Widerstand der ganzen Batterie eben so groß ist als der Widerstand der Grove'schen von n Elementen, so muß, wenn n' die Anzahl der Elemente der Daniel'schen Batterie bedeutet,

$$S = \frac{n'E'}{2L} = \frac{n' \cdot {}^4/_7\, E}{2L},$$

mithin ist $n' = \frac{7}{4}\, n$, woraus folgt, daß der Strom in einem Falle n, im andern $\frac{7}{4}$ n Zellen durchläuft, daher wird im letztern $\frac{7}{4}$ mal mehr Zink verbraucht als im ersten.

§. 240. Vorgang bei der Elektrolyse. Wanderung der Jonen. Galvanische Endosmose. 1. Den Vorgang bei der Elektrolyse erklärt man, indem man annimmt, daß in einem Elektrolyten jedes aus den Jonen a und b zusammengesetzte Atom mit gleicher Menge positiver und negativer Elektricität geladen ist, und daß diese Atome im gewöhnlichen Zustande des Elektrolyten in beliebiger Richtung und Ordnung neben einander liegen; durch das Eintreten des Stroms in den Elektrolyten werden zunächst in jedem Atom die Elektricitäten vertheilt, so daß z. B. der Bestandtheil a negativ und b positiv elektrisch, mithin jedes Atom polarisch wird, worauf sich die Atome zwischen den beiden Elektroden so ordnen, daß alle a der Anode und alle b der Kathode zugewendet erscheinen. Bezeichnen wir mit a_1, a_2, a_3 . . a_n die negativen, und mit b_1, b_2, b_3 . . b_n die positiven Bestandtheile der Atome des Elektrolyten zwischen den beiden Elektroden. Die Anziehung zwischen der + E an der Anode und der — E des anliegenden a_1 des ersten Atoms überwindet die chemische Anziehung zwischen a_1 und b_1, weßhalb sich a_1 an der Anode ausscheidet und das abgestoßene b_1 mit dem nebenan liegenden a_2, hierauf b_2 mit a_3 u. s. f. verbindet. Ein ähnlicher Vorgang findet an der Kathode statt, wo der positiv elektrische Bestandtheil b_n des damit in Berührung befindlichen Atoms ausgeschieden, während der negativ elektrische gegen die Anode getrieben wird. Da der elektrische Strom ununterbrochen wirkt, so werden die Ausscheidungen der Jonen an den Elektroden fortdauern. — Wir ersehen aus diesem Vorgange, in welcher Art die entgegengesetzten Elektricitäten nach entgegengesetzten Richtungen durch den Elektrolyten getrieben werden. — Bei zusammengesetzteren Verbindungen kann a oder b auch eine Atomgruppe sein, welche die Rolle eines einfachen Atoms übernimmt. So z. B. wird Chlorammonium durch den Strom in Cl und NH_4 zerlegt, wobei NH_4 als Ganzes genommen den Träger von + E bildet, an der Kathode erscheint, hier aber in Ammoniak NH_3 und Wasserstoff zerfällt.

Leitet man einen galvanischen Strom durch geschmolzenes Chlorblei und zugleich durch eine Kupfervitriollösung, so wird von jedem Salze ein Aequivalent, aber in der Lösung gleichzeitig auch ein Aequivalent Wasser zerlegt, mithin müßte durch die Lösung noch einmal so viel Elektricität gegangen sein, wie durch das geschmolzene Chlorblei; allein man hat in dem flüssigen Stromleiter diese größere Menge bewegter Elektricität nicht gefunden. Dieß und manche andere Erscheinungen brachten Daniell zu der Ansicht, daß das schwefelsaure Kupferoxyd aus $Cu + SO_4$ zusammengesetzt sei und daß direct durch den Strom an der Kathode Cu und SO_4 an der Anode ausgeschieden werde; und so sei auch der Vorgang bei anderen Salzen. Uebrigens ist es nach Buff nicht nothwendig, Atomgruppen wie SO_3 als besondere chemische Verbindungen zu betrachten; sondern SO_3 und O sind zusammengesetzte Träger einer Elektricitätsmenge, die eben so groß ist als die, welche von O bei der Zerlegung des Wassers, oder von Cl bei der Zersetzung der Salzsäure fortgeführt wird; sie wandern neben

einander her und treten erst an den Polen aus einer proportionalen Menge von Wasserstoff und Metalloxyd heraus.

Nach Faraday sind die höheren Verbindungsstufen keine Elektrolyten. Aus H. Buff's neuesten Untersuchungen (Annal. der Chem. und Pharm. CX. Bd. 3. Heft) geht hervor, daß es ihm gelungen ist, viele höhere Verbindungsstufen durch einen elektrischen Strom zu zerlegen. Buff wurde durch seine Untersuchungen zur Aufstellung folgender Gesetze für die Elektrolyse geführt.

a) Die näheren oder durch den elektrischen Strom unmittelbar trennbaren Bestandtheile eines Elektrolyts sind je zu zwei (binär) gruppirt.

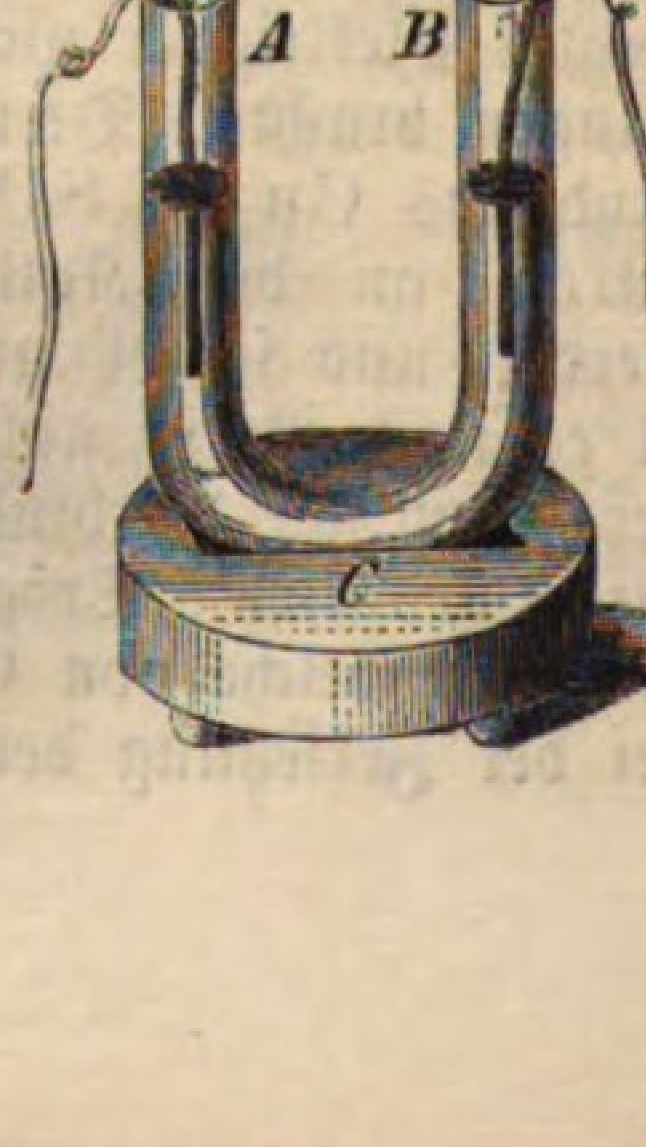
b) Das Gewichtsverhältniß dieser beiden Bestandtheile ist das ihrer Atomengewichte (Aequivalente) oder auch von Vielfachen ihrer Atome.

c) Wenn derselbe elektrische Strom durch mehrere Elektrolyte nach einander geleitet wird, so findet man, daß die in diesen verschiedenen Flüssigkeiten gleichzeitig in gleicher Richtung nach den Elektroden geführten Bestandtheile im Gewichtsverhältnisse ihrer Atome oder auch von Vielfachen ihrer Atome stehen.

d) Die aus verschiedenen Elektrolyten an gleichgerichteten Elektroden primär ausgeschiedenen Massen, wenn sie während der Elektrolyse unter dem Einflusse desselben Stromes standen, sind die Träger gleicher Elektricitätsmengen.

2. Theilt man das Gefäß, in welchem eine elektrolytische Salzlösung sich befindet, durch eine poröse Scheidewand in zwei zusammenhängende Zellen, und bringt in die eine Zelle den einen, in die andere den anderen Polardraht, so erscheint an der Anode die Säure, an der Kathode die Basis. Aus der Quantität des gelösten Salzes berechnet man leicht, wie viel Säure und wie viel Basis in jeder Zelle vor der Zersetzung vorhanden war. Nach den Untersuchungen von Hittorf und von Wiedemann ergab sich, daß nach der Zersetzung die Anodenzelle reicher an Säure, und die Kathodenzelle reicher an Basis ist, als vor der Zersetzung; woraus folgt, daß eine Wanderung der Basis von der Anode nach der Kathode und umgekehrt eine Wanderung der Säure in der entgegengesetzten Richtung stattgefunden hat; was wohl schon aus dem früher besprochenen Vorgange bei der Elektrolyse sich ergibt, da bei der wechselseitigen Zersetzung der Atome des Elektrolyten die Jonen nach entgegengesetzten Richtungen sich bewegen müssen, um sich mit den benachbarten zu verbinden. Die Schnelligkeit der Wanderung oder Ueberführung der Jonen ist jedoch bei verschiedenen Stoffen verschieden groß, während an den Elektroden immer einander äquivalente Mengen ausgeschieden werden.

Fig. 319.



3. Wenn man in den untersten Theil C der Uförmig gebogenen Röhre (Fig. 319) einen Pfropf von feuchtem Thon bringt, dann beide Schenkel bis zu zwei Drittel der Höhe mit reinem Wasser füllt, und hierauf den elektrischen Strom einer Bunsen'schen Batterie von 10 Elementen durchgehen läßt, so sieht man nach einiger Zeit das Wasser um die Kathode steigen, und um die Anode sinken. Bei Weingeist tritt diese

Erscheinung stärker, bei Salzlösungen viel schwächer hervor als bei Wasser. Diese mechanische Fortschiebung der unzersetzten Flüssigkeit in der Richtung von der Anode zur Kathode heißt galvanische Endosmose; sie begleitet auch die elektrolytische Wanderung, wenn der dem Einflusse des elektrischen Stroms unterworfene Elektrolyt in zwei durch eine poröse Scheidewand getrennte Zellen vertheilt wird. Wiedemann fand folgende Gesetze:

Die von der Anode nach der Kathode übergeführte Flüssigkeitsmenge ist unabhängig von der Beschaffenheit der porösen Wand, und bei der nämlichen Flüssigkeit der Stromstärke proportional; sie ist bei gleicher Stromstärke um so bedeutender, je größeren Leitungswiderstand die Flüssigkeit dem Strome entgegensetzt.

Nachdem man die chemischen Wirkungen der Volta'schen Säule kennen gelernt hat, war man bemüht, die elektrischen und chemischen Wirkungen in einen Zusammenhang zu bringen. Man nahm an, daß die Stoffe, die mit einander in Berührung kommen, mit entgegengesetzten Elektricitäten begabt erscheinen, und die chemische Verbindung derselben nur in Folge der Anziehung der entgegengesetzten Elektricitäten stattfinde, und daher durch stärker einwirkende elektrische Kräfte wieder aufgehoben werden könne. So entstand die von Davy und Berzelius ausgebildete chemische Theorie, bei der man den an der Anode ausgeschiedenen Bestandtheil den elektronegativen und den an der Kathode austretenden den elektropositiven nennt. Man brachte sämmtliche Grundstoffe in eine Reihe (elektrochemische Reihe), in welcher ein jeder Grundstoff in chemischer Verbindung mit einem nachfolgenden elektronegativ und in solcher Verbindung mit einem voranstehenden elektropositiv sich verhält. Der allernegativste Körper ist der Sauerstoff, mit dem die Reihe beginnt, und der allerpositivste das Kalium, mit dem die Reihe schließt. Ist in einer binären Verbindung der Grundstoffe der elektronegative Bestandtheil vorherrschend, so erhält sie elektronegative Eigenschaften, nämlich die der Säure. Ist in der Verbindung der elektropositive Bestandtheil vorherrschend, so ist sie eine Basis.

Diese Theorie fand in der Thatsache Unterstützung, daß zwei Stoffe sich nicht chemisch verbinden können, wenn sie in demselben elektrischen Zustande sich befinden. Davy hat den Kupferbeschlag der Schiffe gegen Zerstörung durch Seewasser dadurch geschützt, daß er ihn durch einige hin und her darauf gelegte Zinkplatten, deren Oberfläche nur $1/_{150}$ von der des Kupfers beträgt, elektronegativ machte, also in einen Zustand versetzte, in welchem er mit dem elektronegativen Sauerstoff sich nicht verbinden konnte. Indessen bewirkt der elektrische Strom, der entsteht, wenn die sich berührenden Metalle mit dem Meerwasser zusammenkommen, eine Ausscheidung von Erden aus diesem Wasser, die sich an die eingetauchte Kupferbedeckung anlegen, und an die allerlei Schalthiere sich ansetzen. Das Kupfer kann auch durch ein Stück Eisen geschützt werden; man nennt die schützenden Metalle Protectoren.

§. 241. Metallochromie. Galvanoplastik. Schon im Jahre 1828 hat Nobili entdeckt, daß an einer reinen Silberplatte, die als positive Elektrode in einer Auflösung von essigsaurem Bleioxyde dient, falls ihr gegenüber die Spitze eines Drahtes, welche die Kathode bildet, in die Flüssigkeit getaucht wird, durch den elektrischen Strom mehrere concentrische Ringe von Bleihyperoxyd gebildet werden. Edmund Becquerel stellte in der neuesten Zeit vielfältige Untersuchungen über diesen Gegenstand an, und fand, daß man prachtvolle Farbenringe an verschiedenen Metallen erhält, wenn man sie als positive Elektroden in eine Lösung von Bleioxyd (Bleiglätte PbO) in Aetzkali bringt, dann als negativen Pol eine kleine Platinplatte oder eine aus einer Glasröhre hervorragende Platinspitze braucht, die man dem Metalle gegenüber aufstellt; es scheidet sich an der Kathode Blei aus, an der Anode Bleihyperoxyd in dünnen Schichten, welches, da die Dicke dieser Schichten

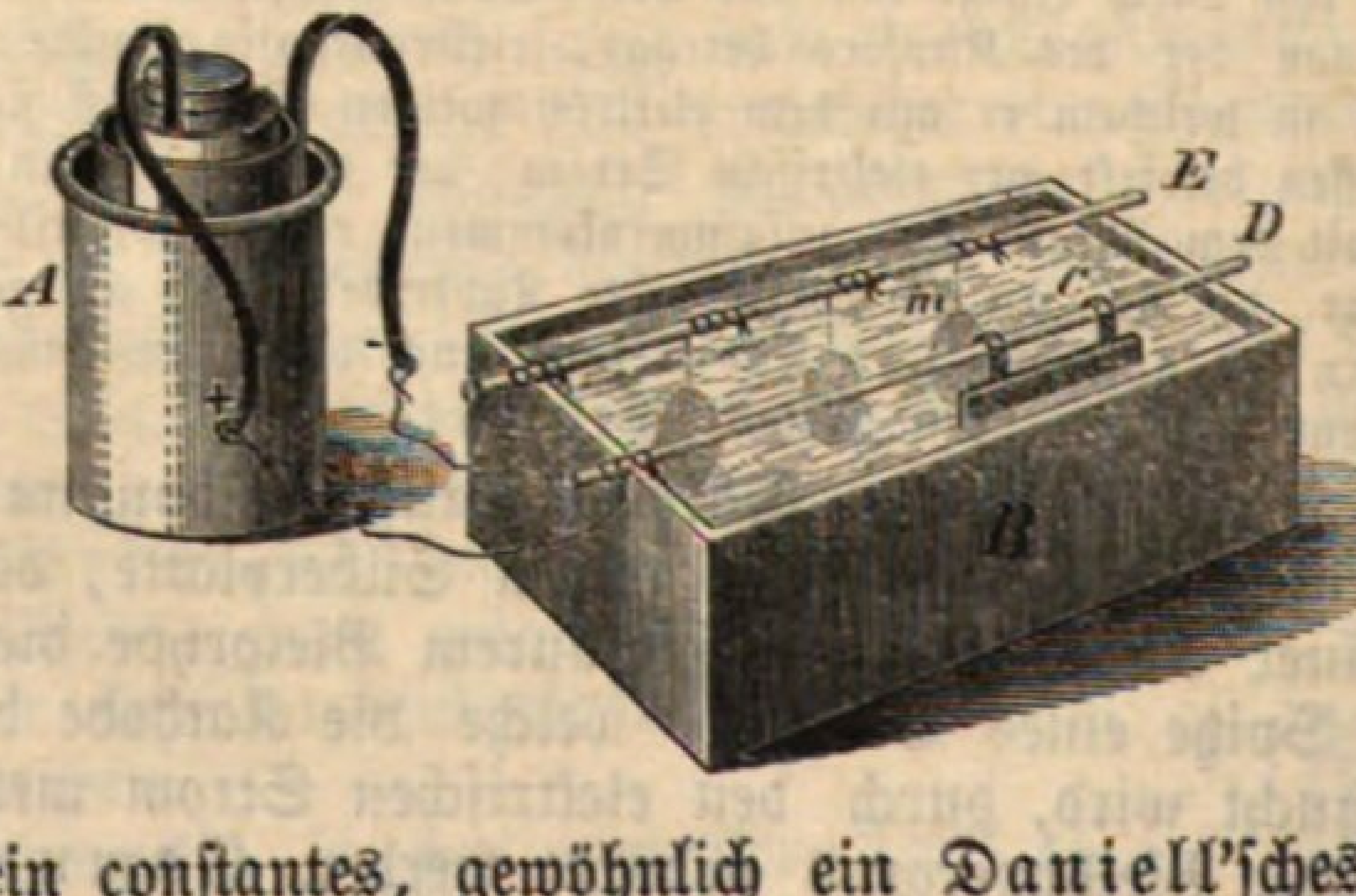
mit der Entfernung von der negativen Spitze abnimmt, besonders am Argentan und Silberblech die herrlichsten Newton'schen Farbenringe bildet. Die Kette, die dabei angewendet wird, besteht aus 4 bis 6 Grove'schen Elementen.

Die schönen Farben, die man durch E. Becquerel's Verfahren, das man Metallochromie nennt, erhält, werden bereits in der Industrie mehrfältig benützt. Man bereitet sich die dazu nöthige Lösung, indem man 1 Theil Aetzkali in 5 bis 6 Theilen Wasser auflöset, diese Lösung nebst feingemahlener Bleiglätte im Ueberschuß in einem irdenen Gefäße zum Sieden bringt und das Sieden $1/2$ Stunde lang unter beständigem Umrühren unterhält, hierauf die Lösung filtrirt und in einem gut verschlossenen Gefäße aufbewahrt. Beim Gebrauche gießt man die Lösung in ein bleiernes oder messingenes Gefäß, verbindet den Gegenstand, den man überziehen will, nachdem man ihn sorgfältig mit Englischroth oder Wienerkalk gereinigt hat, mit dem positiven Pole der Kette, taucht ihn dann in die Lösung und verbindet jetzt erst die Außenseite des Gefäßes mit dem negativen Pol. Man muß den Strom so einleiten, daß die Bildung langsam vor sich geht. — Man schützt die gebildete Färbung durch einen Firniß, den man bereitet, indem man $1/2$ Litre Leinöl, 4 bis 8 Gramm fein gepulverte Bleiglätte und 2 Gramm Zinkvitriol mehrere Stunden lang mäßig erhitzt und dann filtrirt. Von diesem Firniß werden zwei Schichten nach einander warm aufgetragen.

Im Jahre 1838 wurde von Jacobi und bald darauf von Spencer die Galvanoplastik erfunden, nämlich ein Verfahren, mittelst der elektrolytischen Action kupferne Copien von metallenen Gegenständen, z. B. Münzen, Medaillen, Statuetten, gestochenen Kupferplatten zu Stande zu bringen. Später fand man, daß sich das Kupfer auch auf Formen aus nicht leitenden Stoffen, z. B. fettgetränktem Gyps, Guttapercha, Stearin, Wachs niederschlagen läßt, wenn die Oberfläche derselben mit einer leitenden Substanz, z. B. mit geschlemmtem Graphit oder mit Kupferbronzepulver überzogen worden ist.

Die Fig. 320 stellt einen zur Galvanoplastik brauchbaren Apparat

Fig. 320.



bar. A ist ein constantes, gewöhnlich ein Daniell'sches Element, und B ein hölzerner, inwendig ausgepichter oder mit Bleiplatten überzogener Kasten, der mit concentrirter Lösung von Kupfervitriol gefüllt ist. Zwei Metallstäbe D und E liegen über dem Rande, davon ist D mit dem positiven und E mit dem negativen Pole des constanten Elements leitend verbunden. An D hängt eine Kupferplatte C herab, welche die Anode bildet, und an dem Stabe E werden die Gegenstände m befestigt, von denen man Abbildungen haben will; sie bilden die Kathode. Der elektrische Strom zerlegt den Kupfervitriol und das Wasser;

das Kupfer wird an der Kathode in Form einer dichten und fest zusammenhängenden Schichte niedergeschlagen, während der an der Anode sich ausscheidende Sauerstoff die Kupferplatte C oxydirt, und das entstandene Kupferoxyd mit der Schwefelsäure, die gleichzeitig daselbst ausgeschieden wird, sich verbindet, wodurch die Lösung beständig concentrirt erhalten wird. Nach und nach erhält die Kupferschichte an der Kathode eine Dicke, welche gestattet, sie von dem Gegenstande zu trennen. Die abgehobene Platte zeigt einen vollständig genauen Abdruck des Gegenstandes, an dem sie gebildet worden ist. Das Gelingen hängt von der Gleichförmigkeit des Stromes ab.

Man kann auf dem elektrochemischen Wege auch andere Metalle, insbesondere Gold, Platin und Silber an leitenden Oberflächen der Körper in dünnen und doch festen Schichten niederschlagen, mithin sie vergolden, verplatiniren oder versilbern. Am zweckmäßigsten ist es, Lösungen der Chlorverbindungen von genannten Metallen in Cyankalium zu gebrauchen.

Frankenheim hat ein einfaches Verfahren zum Vergolden gefunden; man bringt das Metall, das man vergolden will, mit einem, und wenn es größer ist, auch mit mehreren Stückchen Zink in Berührung, und taucht beide in eine bis 48° R. erhitzte Lösung von Goldchlorid und Cyankalium, der man etwas reines Kochsalz oder Aetzkali, oder Natron beigesetzt hat. Nimmt man den zu vergoldenden Gegenstand alle 10 bis 20 Minuten heraus, und reinigt ihn durch Reiben mit Weinstein, so bekommt man eine sehr dauerhafte Vergoldung. Die Dicke der Goldschichte ist der Zeit proportionirt. — Die Metalloberfläche, die vergoldet wird, muß sehr wohl gereinigt sein.

Man hat neuestens auch ein Verfahren entdeckt, um Metallflächen mit Messing von verschiedener Färbung auf dem galvanischen Wege zu überziehen.

§. 242. Elektromagnetismus. Fundamentalgesetz der elektromagnetischen Action. Die Gesammtheit der Erscheinungen, welche auf der Wechselwirkung zwischen elektrischen Strömen und Magneten beruhen, nennt man Elektromagnetismus; die Erscheinungen selbst heißen elektromagnetische. Um die Richtung der Kraft, mit welcher ein elektrischer Strom auf eine nahe Magnetnadel einwirkt, sogleich zu erkennen, stellt man eine astatische Doppelnadel, welche von der Einwirkung des Erdmagnetismus unabhängig ist, in die Nähe eines von einem elektrischen Strome durchflossenen Leiters; dieser wirkt auf die näher liegende Magnetnadel stärker als auf die entferntere parallele, und bringt sie in eine Stellung, die auf der Richtung des Stromleiters senkrecht steht; die Bewegung des Nordpols erfolgt immer gegen jene Gegend, gegen welche die linke Hand einer menschlichen Figur fällt, die im Strome so liegend gedacht wird, daß dieser von den Füßen zum Kopfe geht, während das Gesicht der Figur gegen die Nadel gewendet ist. — Wird die Richtung des Stroms umgekehrt, so erfolgt die Ablenkung nach der gerade entgegengesetzten Richtung. — Eine einfache Declinationsnadel erleidet keine Aenderung in ihrer Gleichgewichtslage, wenn sie über einem Stromleiter steht, in welchem der Strom von Ost nach West geht, oder unter ihm sich befindet, und der Strom von West nach Ost sich bewegt; sie hat nämlich in beiden Fällen schon diejenige Stellung, in die sie der Strom zu versetzen strebt. — Läßt man im letzten Falle die Declinationsnadel schwingen, so überzeugt man sich, daß die Anzahl der Schwingungen unter dem Einflusse des elektrischen Stroms größer wird, als wenn sie nur allein unter der Einwirkung der hori-

zontalen Componente des Erdmagnetismus schwingt; der Einfluß des elektrischen Stroms bleibt derselbe, mag die Nadel über eine beliebige Stelle des Stromleiters schwingen; woraus folgt, daß die magnetische Wirkung in allen Theilen des Leiters gleich groß ist. — Der elektrische Strom strebt demnach nur den Pol einer Magnetnadel in einer Richtung zu bewegen, die auf der durch den Pol und durch das einwirkende Stromtheilchen gelegten Ebene senkrecht steht. — Die chemischen Wirkungen des elektrischen Stromes werden nicht geschwächt, wenn über dem Drahte Magnetnadeln sich befinden.

1. Um das Gesetz zu ermitteln, nach welchem die kleinsten Theilchen (Elemente) eines elektrischen Stromes auf die Nadel wirken, nehmen wir zum Schließungsleiter einen mit Seide übersponnenen Kupferdraht, und bilden aus ihm mehrere ziemlich weit von einander abstehende verticale Kreise von verschiedenen Halbmessern R und r, und richten es so ein, daß von den geradlinigen Theilen des Leiters immer zwei gleich lange dicht aneinander liegen, in denen die Strömung nach entgegengesetzten Richtungen vor sich geht, weßhalb die Einwirkungen dieser Theile auf einen magnetischen Punkt gleich und entgegengesetzt sind, folglich sich gegenseitig aufheben. In den Mittelpunkt eines jeden Kreises stellt man die Drehungsaxe einer Declinationsnadel, die bezüglich der Halbmesser der Kreise sehr klein ist, und bringt die Ebenen dieser Kreise in eine Lage, bei der sie auf dem magnetischen Meridian senkrecht stehen; dann leitet man durch den Draht den elektrischen Strom einer constanten, in einer solchen Entfernung stehenden Kette, daß sie selbst auf die Magnetnadeln keinen Einfluß zu äußern vermag, und daher jede Nadel nur der Action des kreisförmigen sie umgebenden Theils des Schließungsleiters ausgesetzt bleibt. Versetzt man die Magnetnadeln in Schwingungen, von geringer Schwingungsweite und zählt die Schwingungen, welche die Nadeln in einer bestimmten Zeit bei unveränderlicher Stromstärke vollbringen, so findet man ihre Anzahl größer, als wenn die Nadeln blos unter dem Einflusse des Erdmagnetismus schwingen. Auf solche Art ist man im Stande, das Verhältniß der Kräfte zu finden, mit welchen die verschiedenen kreisförmigen Ströme auf die in ihren Mittelpunkten befindlichen Magnetnadeln wirken. Ist die Stärke des Kreisstroms in einem Falle F, im andern F′; ist im ersten Falle die Anzahl der Schwingungen N, im andern N′, und n die Anzahl derjenigen, welche die Nadel in der nämlichen Zeit vollbringt, wenn nur der Erdmagnetismus auf sie einwirkt, so ist

$$F : F' = N^2 - n^2 : N'^2 - n^2.$$

Sorgfältige Untersuchungen lehren, daß bei unveränderter Stromstärke in allen Kreisen diese Kräfte F und F′ den Halbmessern umgekehrt proportional sind.

2. Da bei diesen Versuchen die Declinationsnadeln rücksichtlich der Halbmesser der Kreise sehr klein, und auch ihre Schwingungsweiten sehr gering sind, so läßt sich annehmen, daß gleiche Stromtheilchen mit Kräften von gleicher Stärke auf die Pole einwirken; aber die Stromtheilchen wirken auch sämmtlich in einer auf der Ebene des kreisförmigen Stromes senkrechten Richtung; denkt man sich daher die Kreisperipherie in n gleiche Theilchen, deren jedes die äußerst kleine Länge l besitzt, getheilt, und bezeichnet man mit f die Kraft, mit welcher ein Stromtheilchen auf die

Pole wirkt, so ist nf die Kraft des ganzen Kreises; also ist $F = nf$; und für einen andern Kreis $F' = n'f'$,

mithin $F : F' = nf : n'f'$.

Sind r und r' die Halbmesser dieser zwei Kreise, so ist

$2\pi r = nl$ und $2\pi r' = n'l$, mithin

$n : n' = r : r'$, und $F : F' = fr : f'r'$.

Nun ist den Untersuchungen zufolge

$F : F' = r' : r$, mithin auch $fr : f'r' = r' : r$;

daher $$fr^2 = f'r'^2 \text{ und } f : f' = \frac{1}{r^2} : \frac{1}{r'^2},$$

d. h. die Kräfte, mit welchen die kleinsten Stromtheilchen in den kreisförmigen Strömen auf die nahe am Mittelpunkte befindlichen Magnetpole wirken, sind den Quadraten der Halbmesser dieser Kreise umgekehrt proportional. In den eben besprochenen Fällen schließt jedes Stromtheilchen mit dem Halbmesser des Kreises, in dem es sich befindet, einen rechten Winkel ein, und der Halbmesser ist sehr nahe dem Abstande des Stromtheilchens von einem Magnetpole gleich, daher läßt sich das Gesetz bestimmter in folgender Form ausdrücken: In jedem Falle, wo die gerade Linie, welche ein Stromtheilchen mit einem Magnetpole verbindet, auf der Richtung dieses Stromtheilchens senkrecht steht, ist die magnetische Action desselben dem Quadrate seines Abstandes vom Magnetpole umgekehrt proportional.

Um einen Ausdruck für die bewegende Kraft eines elementareu Stromtheilchens zu bekommen, müssen wir beachten, daß diese Kraft sowohl von der Intensität des Stromes, als auch von der Stärke des Magnetismus der Magnetnadel, die bewegt wird, abhängt, und dem Producte dieser beiden Größen direct proportional ist, aber auch mit der Länge desStromtheilchens im geraden Verhältnisse wächst, wenn alle Punkte desselben übereinstimmend wirken. Nehmen wir an, zwei Stromtheilchen deren Längen a und a' sind, wirken auf die in einem Punkte concentrirte Einheit des freien Magnetismus mit den Kräften f und f' wenn die Intensitäten der elektrischen Ströme s und s' sind, und die Verbindungslinie eines Magnetpols mit dem Stromtheilchen auf diesem senkrecht steht, somit den Abstand des Pols von dem Stromtheilchen angibt; sei dieser Abstand bei einem r, beim andern r', so hat man die Proportion

$$f : f' = \frac{as}{r^2} : \frac{a's'}{r'^2}.$$

Nimmt man nun die Stromstärke s' als Einheit an, bei welcher ein Leiter von der Länge $a' = 1$ in Form eines Kreisbogens vom Halbmesser 1 auf den Magnetpol, dessen Magnetismus $= 1$ ist, die bewegende Kraft $f' = 1$ ausübt, so ist

$$f = \frac{as}{r^2} \quad (1).$$

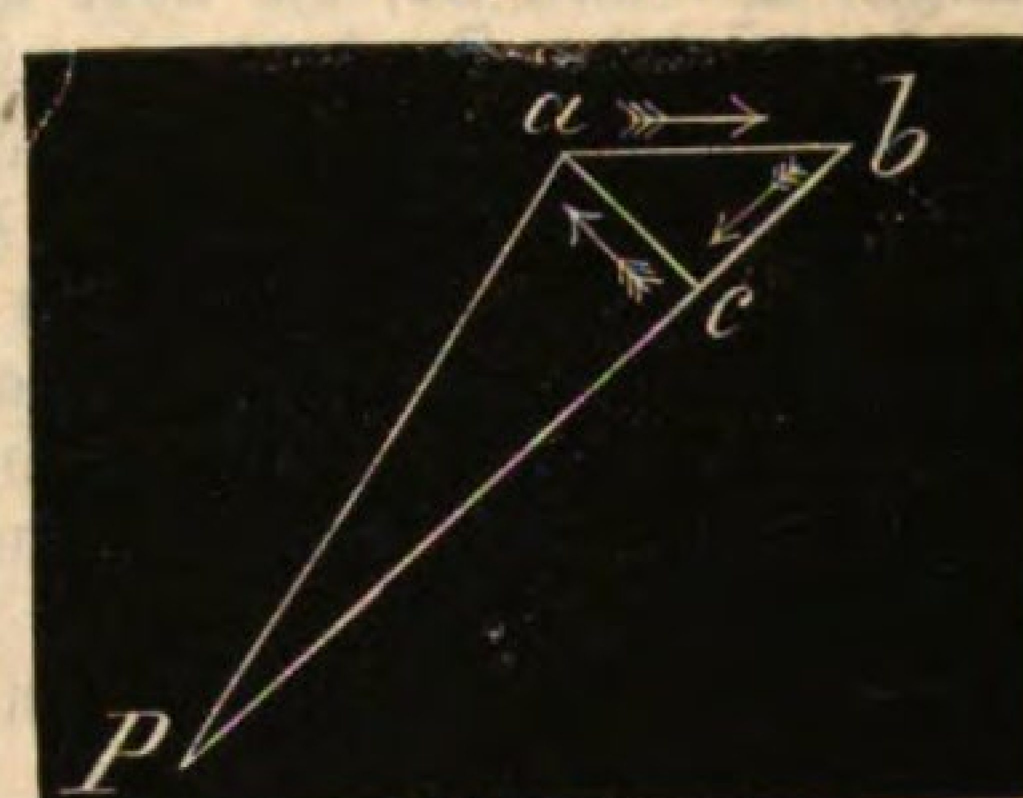
3. Um die Veränderung in der Stärke der Einwirkung eines Stromtheilchens auf einen Magnetpol zu erfahren, wenn die gerade Linie, die sie verbindet, mit dem Stromtheilchen einen schiefen Winkel einschließt, müssen wir die Thatsache beachten, daß die gegen einen Magnetpol ausgeübte Einwirkung eines elektrischen Stromes, der nach irgend einer Richtung in einem geradlinigen mit Seide umsponnenen Metalldrahte, Fig. 321, sich bewegt, aufgehoben wird, sobald dieser Strom zurück-

geleitet wird, es mag der Metalldraht, durch den dieß geschieht, zu dem ersteren parallel laufen, oder um ihn in mehreren kleinen Biegungen sich fortschlängeln, wenn nur der zurückkehrende Strom ganz nahe an dem hingehenden liegt, und die Entfernungen der Magnetpole von den einzelnen Stromtheilchen im Vergleich zu der Kleinheit der Biegungen sehr groß sind. Ist nun die Wirkung des mehrfach gebogenen Theils des Schließungsleiters gegen die Magnetpole gleich und entgegengesetzt der Wirkung des geradlinigen Theils, so wirkt eine jede Biegung, wie z. B. a c b mit der nämlichen Stärke, wie das geradlinige Stück a b. Sind a c und b c, Fig. 322, zwei aufeinander senkrecht stehende Stromtheilchen, die mit dem Stromtheilchen a b ein Dreieck bilden, und geht der Strom in der Art, wie die Pfeile anzeigen, so muß die Einwirkung von a b auf den Magnetpol P dieselbe sein, wie die der Stromtheilchen a c und b c, dieß selbst dann, wenn P in der Verlängerung von b c sich befindet; allein da b c den Pol nur in einer Richtung abstoßen kann, die auf der durch b c und P gelegten Ebene senkrecht steht, durch die Gerade b c P aber unendlich viele Ebenen gelegt werden können, und kein Grund vorhanden ist, warum der Pol P eher senkrecht gegen die eine, als gegen die andere abgelenkt werden sollte; so folgt, daß ein Stromtheilchen auf einen in seiner Richtung befindlichen Punkt keine Einwirkung äußert, und daß nur a c, das mit P durch die auf ihm senkrecht stehende Gerade P c verbunden ist, mit derselben Kraft auf P einwirkt, wie das größere Stromtheilchen a b, welches mit der Linie, die es mit P verbindet, den spitzigen Winkel a b P einschließt; dieß ist offenbar nur dann möglich, wenn die Kraft eines Stromtheilchens bei dem Uebergange von der Richtung a c in die Richtung a b in demselben Maße abnimmt, in welchem a b größer wird als a c. Heißt p die magnetische Kraft eines Stromtheilchens von der Länge a in der Lage a b, und f jene, die es in der Lage a c besitzt, und φ der Winkel a b c, so ist

Fig. 321.



Fig. 322.



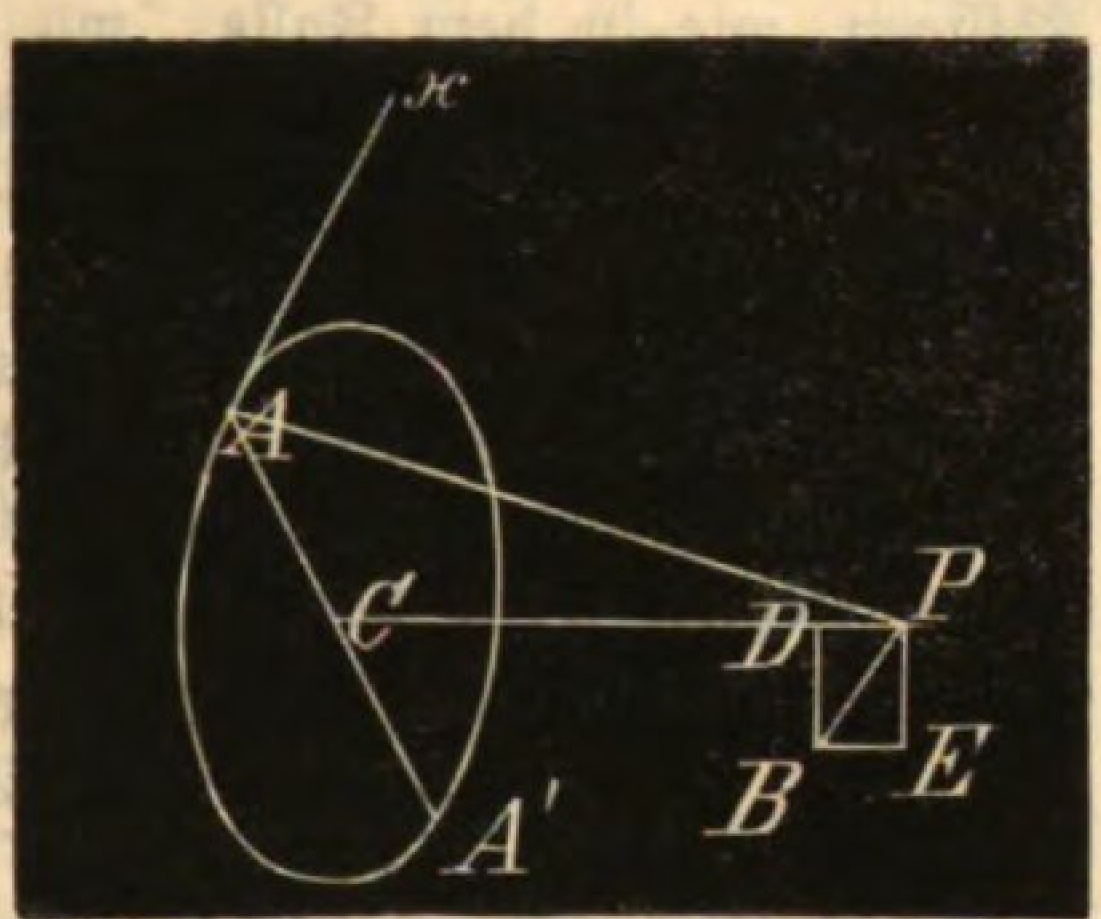
$$p : f = ac : ab = \sin.\ \varphi : 1,$$

mithin $$p = f \sin.\ \varphi = \frac{a\,s}{r^2}.\ \sin.\ \varphi\ (2).$$

4. Nehmen wir an, der Stromleiter habe die Gestalt eines Kreises und die Ebene, desselben falle mit der Meridianebene zusammen; ein Magnetpol P, Fig. 323, dessen Magnetismus = 1 ist, befinde sich in der Graden CP, die im Mittelpunkte C des Kreises senkrecht auf die Ebene desselben errichtet wird; die Richtung eines Stromtheilchens an irgend einer Stelle A ist die Richtung der durch A gezogenen Tangente A x; die Abstoßung des Pols P durch das Stromtheilchen erfolgt in einer auf der Ebene P A x senkrecht stehenden Richtung P B, mit einer Kraft p, deren Größe durch P B ausgedrückt

werden soll. Man zerlege PB in die zwei Componenten PD und PE, wovon PD in die Richtung von PC fällt, und PE darauf senkrecht steht; ein am andern Endpunkte des durch A gezogenen Durchmessers liegendes Theilchen A′ wirkt offenbar mit derselben Kraft auf P wie A, und indem diese Kraft wieder in zwei Componenten zerlegt wird, erscheint die auf PC senkrecht stehende Componente der früheren PE gleich und gerade entgegengesetzt, und wird durch sie aufgehoben; demnach ist bei jedem Stromtheilchen nur die mit der CP zusammenfallende Componente zu berücksichtigen. Nun ist

Fig. 323.



$$p = \frac{as}{AP^2} \sin. PAx,$$

allein da die Ebene PAC auf der Kreisebene senkrecht steht, und die Tangente Ax in der letzteren auf die gemeinschaftliche Durchschnittlinie AC beider Ebenen senkrecht gezogen ist; so steht Ax auch auf der Ebene PAC folglich auch auf AP senkrecht, somit ist PAx ein rechter Winkel, sin. PAx = 1, und

$$p = \frac{as}{AP^2}$$

Das Dreieck BDP ist ähnlich dem Dreiecke ACP, weil die Seiten stückweise senkrecht auf einander stehen, mithin ist

$$PD : BP = AC : AP.$$

Setzt man AC = r, und setzt für BP den Werth von p, so ist die Componente

$$PD = \frac{ars}{AP^3}$$

Jedes Stromtheilchen des Kreises wirkt mit der Kraft $\frac{as}{AP^2}$, da alle in demselben Abstande von P sich befinden; daher hat die wirksame Componente eines jeden Stromtheilchens denselben Werth, aber auch dieselbe Richtung, wie die PD, weßhalb die Resultirende der Kräfte sämmtlicher Theilchen des Kreisstromes gleich ist ihrer Summe; ist n die Anzahl aller Stromtheilchen des Kreises, so ist na = 2πr, mithin die Totalaction

$$S = \frac{nars}{AP^3} = \frac{2\pi r^2 s}{AP^3}$$

Hieraus folgt:

a) daß die Wirkung eines Kreisstromes auf einem Magnetpol, der sich in der im Kreismittelpunkte errichteten Senkrechten befindet, dem doppelten Flächeninhalt des Kreises und der Intensität des Stroms direct, hingegen der dritten Potenz der Entfernung des Pols von der Kreisperipherie umgekehrt proportional ist.

Kann man den Unterschied zwischen AP und CP = x vernachlässigen, wie in dem Falle, wo der Halbmesser r im Vergleich zu AP sehr klein ist, so ist $S = \frac{2\pi r^2 s}{x^3}$

b) Befände sich derselbe Magnetpol auf der entgegengesetzten Seite der Kreisebene, so müßte die durch Einwirkung des Stroms erzeugte Bewegung nach der entgegengesetzten Richtung erfolgen; war er daher früher durch den Kreisstrom zu C angezogen, so wird er auf der entgegengesetzten Seite von C abgestoßen.

c) Befindet sich der Magnetpol P im Punkte C so ist AP = r, mithin $$S = \frac{3\pi r^2 s}{r^3} = \frac{2\pi s}{r}$$
d. h. die magnetische Action des Stroms ist dem Halbmesser des Kreises verkehrt proportional.

Ein kurzer, mit dem magnetischen Momente M begabter Magnet, dessen Mitte in C ist, würde auf einen in der Verlängerung seiner Axe befindlichen und den freien Magnetismus gleich 1 besitzenden Magnetpol P mit der Kraft

$$R = \frac{2M}{x^3} \text{ einwirken.}$$

Ist nun $\pi r^2 s = M$, so ist auch $S = R$, d. h. ein kreisförmiger elektrischer Strom wirkt auf einen magnetischen Pol in die Ferne eben so, wie eine magnetische Platte von sehr geringer Dicke, die auf einer Seite den nördlichen, auf der anderen Seite den südlichen Magnetismus besitzt; das Product $\pi r^2 s$ kann das magnetische Moment des Kreisstromes genannt werden. Wäre die Kreisfläche $\pi r^2 = 1$, so würde $s = M$ sein, d. h. die Intensität des elektrischen Stroms kann durch dieselbe Zahl ausgedrückt werden, durch die das magnetische Moment eines Magnetes angegeben wird, welcher auf einen in der Richtung seiner Axe befindlichen und von seiner Mitte in dem Abstande x stehenden Magnetpol mit derselben Kraft wirkt, die ein kreisförmiger Leiter von der Fläche = 1, durch den der elektrische Strom geht, gegen denselben Magnetpol äußert, wenn sich dieser in der auf die Kreisfläche im Mittelpunkte errichteten Senkrechten in dem Abstande x befindet. Die Einheit der Stromintensität ist dann diejenige Stromstärke, bei welcher ein Kreisstrom, der eine Flächeneinheit umfließt, in die Ferne dieselbe Wirkung ausübt, wie die Einheit des freien Magnetismus.

Ist a der Ablenkungswinkel, den die mit der Einheit des Magnetismus begabte Declinationsnadel einer Tangentboussole durch einen Strom von der Stärke s erfährt, so ist die Stärke der Einwirkung des ganzen kreisförmigen Stroms

$$\frac{S}{H} = \text{tang. a; aber es ist auch } S = \frac{2\pi s}{r},$$

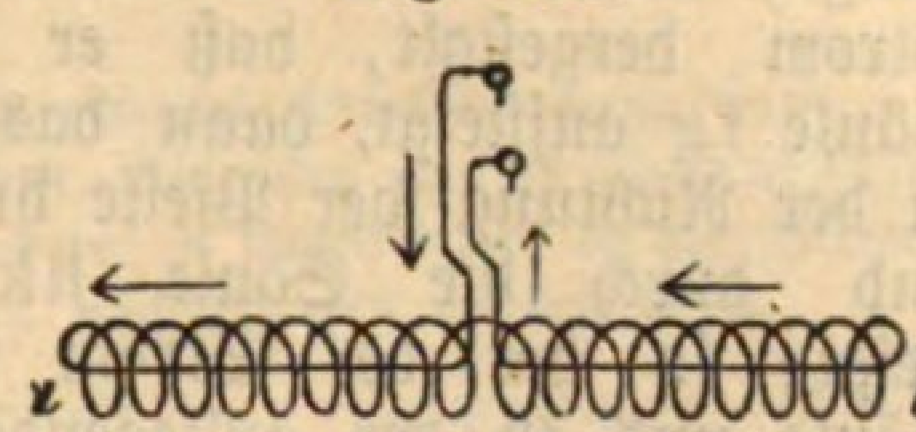
folglich $$\frac{2\pi s}{Hr} = \text{tang. a, und } s = \frac{Hr}{2\pi} \text{ tang. a.}$$

Wenn nun der absolute Werth von H bekannt ist, so ist es möglich, die Stärke des elektrischen Stroms auf ein absolutes Maß zu reduciren. Ist z. B. r = 100, a = 54°, so ist
$$s = 21{\cdot}9 \text{ H},$$
d. h. ein Strom, der die Magnetnadel um 54° von ihrer Gleichgewichtslage ablenkt, übt eine 21·9mal stärkere Wirkung aus, als die horizontale Componente des Erdmagnetismus.

§. 243. Solenoid. Hat man eine Reihe nahe an einander liegender gleicher Kreise, deren Mittelpunkte in einer geraden Linie liegen, und leitet man durch sie elektrische Ströme in einerlei Richtung, so werden sie zusammen so wirken, wie ein System von an einander gelegten sehr dünnen magnetischen Platten, die auf der einen Seite mit

dem nördlichen, auf der andern mit dem südlichen Magnetismus begabt, und daher zusammen wie ein Magnetstab zu betrachten sind. Ampère nennt dieses System kreisförmiger Ströme ein Solenoid; man erhält ein solches, wenn man einen elektrischen Strom durch einen mit Seide umsponnenen Kupferdraht leitet, der schraubenförmig gewunden ist, aber dessen beide Enden durch die Windungen bis in die Mitte der Schraube zurückgehen, und hier heraustreten, wie die Fig. 324 ersichtlich macht; diese von den Enden der Schraube bis zur Mitte gehenden geradlinigen Drahtstücke compensiren die Schiefe der Gänge, in Folge welcher jedes Stromtheilchen in eine auf der Schraubenaxe senkrechte, und eine damit parallele Componente zerlegt werden kann; die Wirkung der letzteren wird durch die Wirkung des geradlinigen, aber in entgegengesetzter Richtung gehenden Stromes aufgehoben. Ein so gestaltetes Solenoid wirkt, so lange es von Elektricität durchströmt wird, wie ein Magnetstab, dessen Pole an seinen Enden liegen. Jedes Ende desselben wird von einem Magnetpole angezogen, von dem andern abgestoßen. Hängt man es so auf, daß es sich frei bewegen kann, so stellt sich in Folge des Einflusses des Erdmagnetismus die Schraubenaxe in den magnetischen Meridian, und der Strom geht in den unteren Theilen der Windungen von Ost nach West. Bringt man es über einen Schließungsleiter, durch den ein elektrischer Strom geht, so erleidet es dieselben Ablenkungen, wie eine Magnetnadel.

Fig. 324.



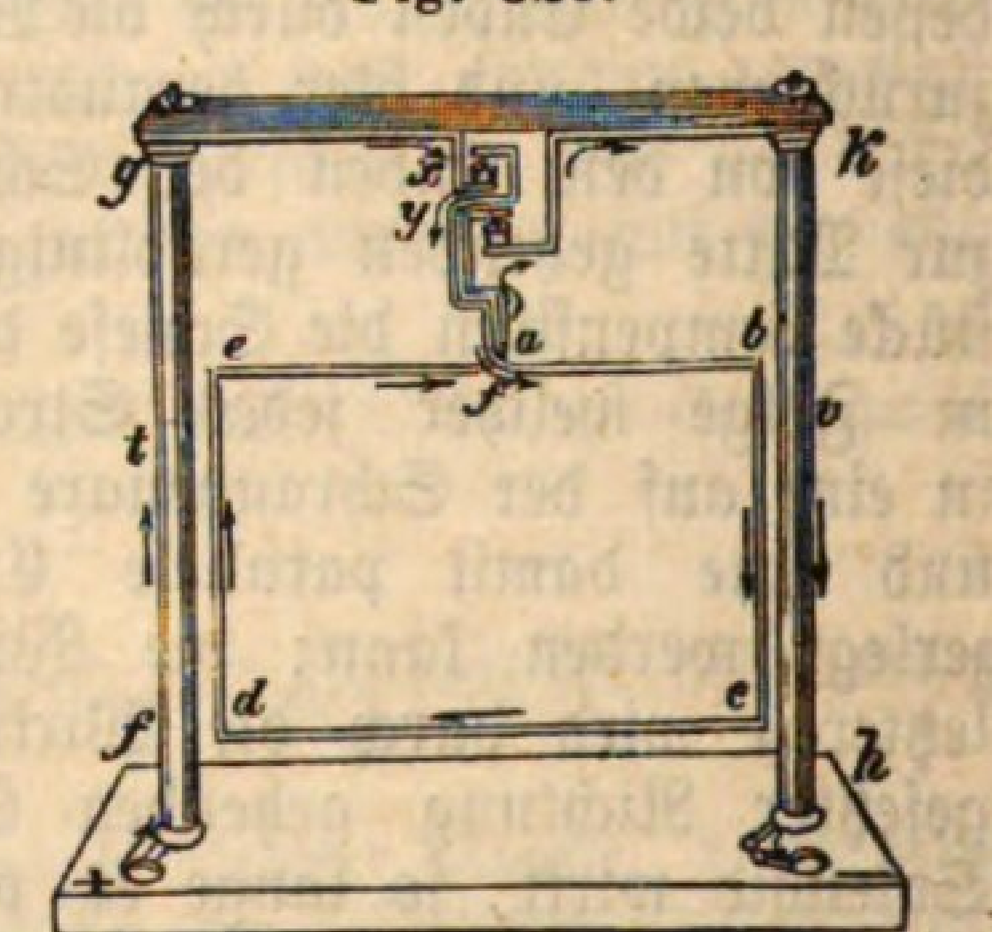
Die Erscheinungen des Solenoids führten Ampère zu der Ansicht, daß der Magnetismus in einem Magnetstabe nur eine Wirkung elektrischer Ströme sei, welche die Molecüle des magnetischen Körpers umkreisen; alle um die Molecüle eines Querschnittes kreisenden Ströme wirken zusammen so, wie ein einziger, der um den Querschnitt herumgeht; daher betrachtet Ampère einen Magnetstab als ein System von parallelen Strömen, deren jeder in sich selbst zurückkehrt, und deren Ebenen auf der magnetischen Axe senkrecht stehen. Liegt der Magnetstab im magnetischen Meridian, den Nordpol gegen Norden gekehrt und steht am Südende ein Beobachter das Gesicht gegen den Südpol gewendet, so bewegt sich in einem Querschnitte der Strom wie der Zeiger einer Uhr, am unteren Theile des Querschnittes von Ost nach West, am oberen von West nach Ost.

Auch der Erdmagnetismus ist nach Ampère's Ansicht nur ein Ergebniß elektrischer Ströme, welche um die Erdkugel nahe parallel zum Aequator von Ost nach West herumkreisen.

§. 244. Einwirkung elektrischer Ströme auf einander. Schon im Jahre 1820, kurze Zeit nach der Oerstedt'schen Entdeckung, hat Ampère die Wechselwirkung zwischen metallischen, von elektrischen Strömen durchflossenen Leitern nachgewiesen. Die Lehre von den auf der gegenseitigen Einwirkung elektrischer Ströme beruhenden Erscheinungen, und den Gesetzen, nach welchen sie vor sich gehen, nennt man Elektrodynamik. Die Grundlage derselben bilden folgende durch Versuche nachgewiesene Gesetze:

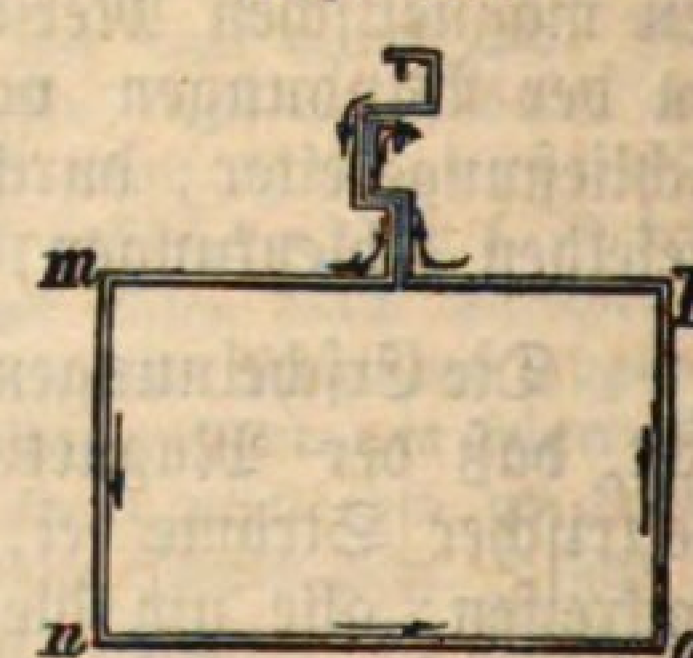
a) Daß parallele Ströme sich anziehen, wenn sie nach einerlei Richtung gehen, dagegen sich abstoßen, wenn ihre Richtungen einander entgegengesetzt sind. Zur Bestätigung dieses Gesetzes dient der Apparat Fig. 325. Ein Rechteck bcde von 1mm dickem und mit Seide umsponnenem Kupferdraht, wird in den Quecksilberschälchen x und y aufgehängt; leitet man einen elektrischen Strom dergestalt, daß er in der Säule fg aufsteigt, dann das Rechteck in der Richtung der Pfeile durchläuft, und durch die Säule hk herabsteigt; so hat der Strom in jeder Säule und in der anliegenden Seite des Rechteckes dieselbe Richtung, und es wird die Seite de von der Säule fg und die Seite bc von hk angezogen, weßhalb das Rechteck alsogleich in die durch die Fig. 325 dargestellte Stellung zurückkehrt, sobald es aus derselben gebracht worden ist.

Fig. 325.



Wird aber das Rechteck mnop, Fig. 326, an die Stellen von bcde gesetzt; so geht der Strom in den Säulen und in den anliegenden Seiten nach entgegengesetzten Richtungen und man beobachtet nun eine Abstoßung.

Fig. 326.



b) Zwei Stromtheile, deren Richtungen nicht parallel sind, streben sich immer so zu stellen, daß ihre Richtungen parallel und übereinstimmend werden; daher ziehen sich solche Stromtheile an, in denen die Ströme nach dem Scheitel des Winkels, den sie einschließen gehen, oder von demselben sich entfernen; geht in einem Leiter der Strom nach dem Scheitelpunkte, während er im andern vom Scheitelpunkte sich entfernt, so findet zwischen diesen Stromtheilen eine Abstoßung Statt.

c) Die Stärke der Anziehung und Abstoßung, mit der zwei parallele Stromtheilchen auf einander wirken, ist dem Produkte der Intensitäten der elektrischen Ströme und der Länge der Stromtheilchen direct und dem Quadrate der Entfernung dieser Stromtheilchen umgekehrt proportional.

Wir wollen die Versuche, die zur Eerkenntniß der in b und c angegebenen Gesetze führten, nicht näher anführen, und nur angeben, daß der geniale Physiker Ampère aus Versuchen, obgleich sie nicht mit der erforderlichen Genauigkeit ausgeführt worden sind, dennoch einen richtigen mathematischen Ausdruck für die Kraft P abzuleiten verstand, mit welcher zwei Stromtheilchen von der Länge α und α' auf einander einwirken, wenn sie mit einander den Winkel ψ und mit der Geraden r, welche ihre Mitten verbindet, die Winkel φ und φ' einschließen, und die Intensitäten i und i' besitzen; es ist:

$$P = \frac{i i' \alpha \alpha'}{r^2} (\cos. \psi - {}^3/_2 \cos. \varphi \cos. \varphi').$$

Die Richtung von P fällt mit der Geraden r zusammen; die Größen i und i' sind entgegengesetzt bezeichnet, wenn die Ströme nicht die nämliche Richtung haben.

Bei parallelen Strömen von gleicher Stromrichtung, die mit der Verbindungslinie r einen rechten Winkel einschließt, ist $\psi = 0$, $\varphi = \varphi' = 90^\circ$, daher

$$P = \frac{i i' \alpha \alpha'}{r^2}.$$

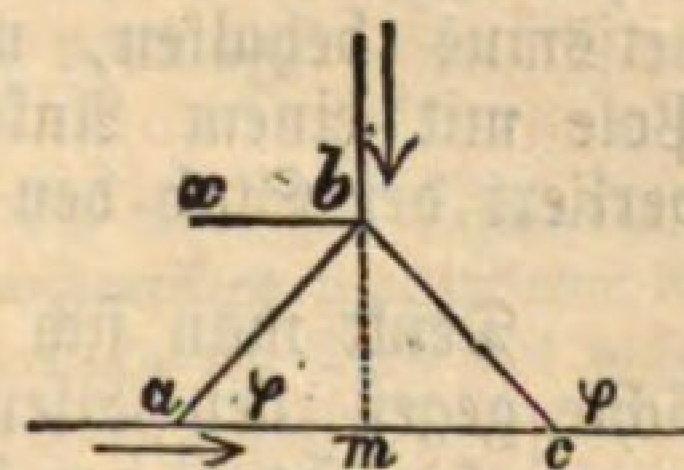
Sind die Richtungen der beiden Ströme einander gerade entgegengesetzt, so sind i und i' ungleich bezeichnet, folglich

$$P = -\frac{i i' \alpha \alpha'}{r^2};$$

daher findet im ersten Falle eine Anziehung und im zweiten eine Abstoßung statt.

Fallen zwei Stromtheilchen von der nämlichen Richtung in die Verbindungslinie, so ist $\psi = 0, \varphi = 0, \varphi' = 180^\circ$, folglich erscheint P negativ, d. h. die Stromtheilchen stoßen einander ab, was auch experimentell nachgewiesen werden kann.

Fig. 327.



Stehen die Richtungen der Ströme auf einander senkrecht, also $\psi = 90$, so wirkt das Stromtheilchen a auf das Theilchen b anziehend, und ein gleichweit von b m abstehendes Theilchen c eben so stark abstoßend, da hier cos. φ negativ ist, daher wird sich b, falls es beweglich ist, in der Richtung bx parallel zu ac bewegen.

Daß die elektrodynamische Kraft P dem Produkte der Stromintensitäten direct proportional ist, hat erst W. Weber durch sehr genaue Messungen ermittelt, und die vollkommene Uebereinstimmung der Ampère'schen Formel mit der Erfahrung nachgewiesen; Weber hat mit dieser Formel auch eine Umwandlung vorgenommen, bei welcher es möglich wird, daraus die Wirkungen abzuleiten, die in einem guten geschlossenen Leiter, durch den kein elektrischer Strom geht, entstehen müssen, wenn ein naheliegender Leiter von einem elektrischen Strome durchflossen wird und in seiner Stärke oder in seinem Abstande von dem andern Leiter Veränderungen eintreten.

Aus den angeführten elektrodynamischen Gesetzen und der Ampère'schen Regel in Betreff des Magnets wird die Ablenkung der Magnetnadel durch einen elektrischen Strom begreiflich. Steht diese Nadel über dem Strome, so gehen an ihrer unteren Seite die hypothetischen Ströme von Ost nach West; der von Süd nach Nord gehende elektrische Strom bewegt daher den Nordpol nach Osten und strebt, die Nadel in eine auf seiner Richtung senkrecht stehende Stellung zu bringen, bei welcher die Richtung der Ströme in der Nadel die nämliche ist, wie im Stromleiter.

Stellt man den Pol eines Magnetes über den gleichnamigen einer Magnetnadel, so ist die Richtung der elektrischen Ströme an der unteren Seite des Magnets entgegengesetzt zu der, welche die Ströme an der oberen Seite der Nadel haben; daher wird die bewegliche Nadel abgestoßen und um 180° gedreht, damit die elektrischen Ströme an den einander zugewendeten Seiten die nämliche Richtung bekommen.

Durch den Einfluß eines Magnetes werden in magnetischen Körpern elektrische Ströme erregt, welche in der nämlichen Richtung kreisen, wie die im Magnete, hingegen in diamagnetischen Ströme erregt, welche den magnetischen nach Ampère's Theorie entgegengesetzt sind; so daß z. B. im Wismuth dem Nordpol des Magnets gegenüber ein Nordpol entsteht, wie es von W. Weber nachgewiesen worden ist. Sehr wichtig sind in dieser Rücksicht die Arbeiten des Freih. von Feilitsch in Pogg. Ann. 83. Bd. pag. 90 und 87. Bd. pag. 206 und 427; dann in der allgemeinen Encyclopädie der Physik.

§. 245. Elektromagnete. Leitet man einen elektrischen Strom in einer Richtung über einen weichen Eisenstab, die auf dessen Längenaxe senkrecht steht, so wird der Stab magnetisch, dieß auch dann, obwohl schwächer, wenn die Stromrichtung mit der Länge des Stabes einen andern Winkel bildet, wo man sich die magnetisirende Kraft des Stromes in zwei Componenten zerlegt denkt, wovon die eine auf dem Stabe senkrecht steht, und die andere mit ihm zusammenfällt; letztere

erzeugt, wie der Versuch lehrt, keine magnetische Wirkung. — Führt man nun einen mit Seide dicht übersponnenen Kupferdraht in vielen dicht an einander und übereinander liegenden Windungen über einen weichen Eisenstab, den man zur besseren Isolirung mit Seide umwickelt, und verbindet die Enden des Kupferdrahtes mit den Polen einer Volta'schen Kette, so wird der weiche Eisenstab sogleich bei der Schließung der Kette in einen kräftigen Magnet umgewandelt, den man Elektromagnet oder auch temporären Magnet nennt, weil er nur so lange magnetisch ist, als der Strom um ihn herumkreiset. In diesem Falle wirkt jede einzelne Windung auf den Stab magnetisch und der Magnetismus desselben muß mit der Anzahl der Windungen bis zu einer gewissen Grenze wachsen. Wird der elektrische Strom unterbrochen, so verschwindet der Magnetismus alsogleich, wenn das Eisen ganz weich ist; doch wird auch in diesem Falle der Eisenstab einen Theil des Magnetismus behalten, wenn er hufeisenförmig gebogen ist, und seine Pole mit einem Anker verbunden sind. Entfernt man den Anker so verliert der Stab den Magnetismus vollständig.

Denkt man sich im Strome eine menschliche Figur mit dem Gesichte gegen den Eisenstab gewendet, so erscheint der Nordpol immer zur linken Hand der Figur. Wird z. B. der Kupferdraht um den Stab rechts, also oben von der linken zur rechten Hand gewunden, so geht der Strom wie der Zeiger einer Uhr, und es entsteht dort wo er um das Eisen zu circuliren beginnt, der Südpol, am andern Stabende der Nordpol, da dann die Richtung des elektrischen Stroms in den Windungen parallel zu den Ampère'schen Strömen im Elektromagnet ist; die Lage der Pole erscheint umgekehrt, wenn der Strom einen links gewundenen Kupferdraht durchläuft. — Denkt man sich einen geraden Eisenstab, bei dem der Strom in den Windungen wie der Zeiger einer Uhr geht, mithin an der rechten Seite von oben nach abwärts, in Hufeisenform übergehend, so wird dabei im zweiten Schenkel die Hälfte der rechten Seite links zu liegen kommen, mithin wird auch an dieser Seite der Strom von oben nach unten gehen, also im zweiten Schenkel in einer Richtung circuliren, die der Bewegung des Uhrzeigers entgegengesetzt ist; wie dieß die Fig. 328 anschaulich macht. Diesen Umstand muß man beim Aufwinden des Kupferdrahtes um einen hufeisenförmigen Eisenstab beachten.

Fig. 328.



Auf gleiche Weise kann ein gehärteter Stahlstab durch den Einfluß eines kräftigen Stromes magnetisirt werden; der Magnetismus wird schwächer als beim weichen Eisen, dauert aber auch dann fort, wenn der Strom aufgehört hat, zu circuliren.

Man kann nach Elias kräftige Stahlmagnete mittelst eines sehr starken elektrischen Stroms erzeugen, wenn man von einem mit Seide besponnenen kupfernen Bande von 30 Fuß Länge eine Rolle bildet, in die der Stahlstab leicht eingeführt werden kann, dann durch das Band den Strom durchlaufen läßt; während der Strom circulirt, bewegt man den Stab hin und zurück von einem Ende zum andern, und öffnet zuletzt die Kette, wenn die Rolle in der Mitte des Stabes sich befindet. Bei hufeisenförmigen Stäben muß das Band um beide Schenkel gehörig gewunden sein, und ein Anker an die Enden angesetzt werden.

Lenz und **Jacobi** haben aus Versuchen folgendes Gesetz für mäßig starke Ströme und nicht zu dünne Eisenstäbe als gültig anerkannt: **der Magnetismus eines weichen Eisenstabes ist proportional der Stromstärke und der Anzahl der Windungen;** ist aber falls der Eisenstab aus den Windungen weit genug hervorragt, **unabhängig von der Weite der Windungen;** denn bei größerer Weite liegen wohl die Stromtheilchen einer Windung entfernter vom Eisenkern und wirken somit schwächer, allein diese Schwächung wird durch die größere Anzahl der Stromtheilchen ausgeglichen. — Allein der Magnetismus des Eisenstabes kann nicht bis in's Unendliche gesteigert werden; sondern es gibt für jeden Elektromagnet, ebenso wie für einen Stahlmagnet einen **Sättigungspunkt,** nämlich ein gewisses Maximum des Magnetismus, bei welchem eine weitere Verstärkung des Stroms oder Vermehrung der Windungen keine Vergrößerung der magnetischen Kraft zu bewirken vermag.

J. **Müller** hat nachgewiesen;

a) daß das Maximum des Magnetismus, welches ein Eisenstab anzunehmen vermag, seinem Querschnitte, mithin dem Quadrate seines Durchmessers proportional ist.

b) Will man in verschieden dicken Stäben denselben aliquoten Theil des magnetischen Maximums erzeugen, so muß man Ströme anwenden, deren Intensitäten sich verhalten wie die Quadratwurzeln aus den dritten Potenzen der Halbmesser der Stäbe.

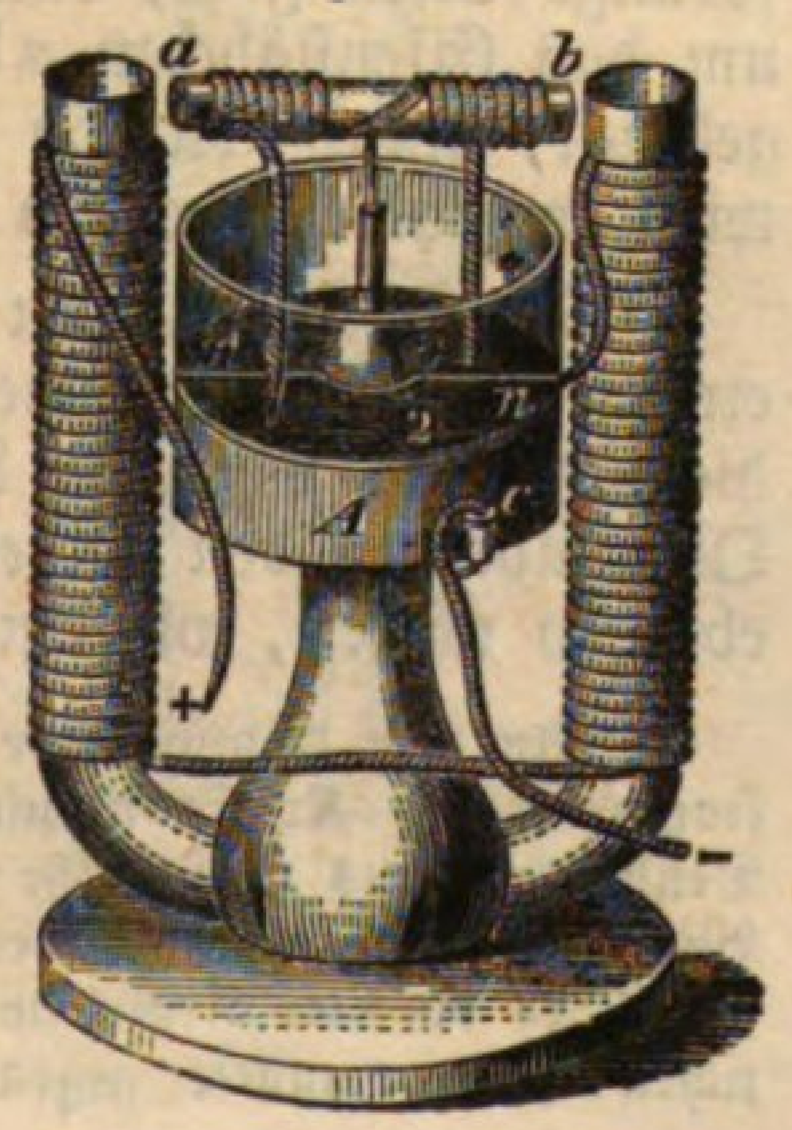
c) So lange der Magnetismus proportional mit der Stromstärke wächst, ist der durch gleiche Ströme in Eisenstäben von verschiedener Dicke erzeugte Magnetismus der Quadratwurzel aus dem Stabdurchmesser proportional.

Aus den Untersuchungen des Freiherrn von **Feilitzsch** geht hervor, daß der Elektromagnetismus von der Oberfläche des weichen Eisens in die Tiefe eindringt, und diese Tiefe der Stromstärke proportional ist; bei hinlänglicher Stromstärke wird die ganze Eisenmasse bis zur Sättigung magnetisch. Hohle und massive Cylinder von derselben Eisenmasse werden durch denselben Strom gleich stark magnetisirt.

Die Tragkraft der Elektromagnete wächst nicht nur mit der Stromstärke, sondern auch mit der Innigkeit der Berührung zwischen den Polflächen und dem Anker; sie erlangt bei einer bestimmten Stromstärke ihr Maximum erst bei einer gewissen Dicke des Ankers, die desto größer sein muß, je mehr die Stromstärke zunimmt. — Die Lage der Windungen über dem Stabe ist eben so wie die Länge desselben ohne Einfluß.

§. 246. Elektromagnetische Apparate. Zu Versuchen mit diesen Apparaten braucht man nur ein oder zwei **Grove**'sche Elemente; aber man muß dafür sorgen, daß die metallische Verbindung zwischen den Leitern und den Polen der Kette so vollkommen als möglich sei; man bringt zu diesem Behufe an den Verbindungsstellen metallene, mit Quecksilber gefüllte Schälchen an, oder auch Klemmschrauben, welche sammt den Drathenden vor dem Gebrauche von allem Oxyd befreit werden müssen.

Fig. 329.



1. **Ritchie's Commutator.** Zwischen einem hufeisenförmigen Stahl- oder Elektromagnete ist auf einem Gestelle ein hölzerner Behälter A Fig. 329, der durch eine isolirende Scheidewand m n in zwei Abtheilungen getheilt ist, deren jede mit Quecksilber so gefüllt wird, daß die convexe Oberfläche desselben in jeder Abtheilung über die

Scheidewand hervorragt, aber beide Oberflächen längs der ganzen Scheidewand von einander getrennt bleiben; zwischen den beiden Schenkeln des Magnets befindet sich ein kleines, um eine verticale Axe leicht drehbares Stäbchen a b von weichem Eisen, um das ein mit Seide überſponnener Kupferdraht mehrere Mal herumgewunden ist; die von Seide entblößten Enden dieses Drahtes gehen nach abwärts, und zwar so, daß, wenn die Enden des Stäbchens den Polen nahe stehen, das eine Drahtende in das Quecksilber der einen, und das andere in jenes der andern Abtheilung ein wenig eintaucht. Läßt man den Strom in die eine Abtheilung eintreten, so, daß er z. B. vom Drahte rechts aufwärts steigt, dann in den Windungen um das Eisen a b herumkreist, hierauf an dem herabhängenden zweiten Drahtende in die zweite Abtheilung kommt, und von da durch c zum andern Pol der Kette geht, so wird das weiche Eisen in einen Elektromagnet umgewandelt, und muß, nachdem man ihm eine Stellung gegeben hat, bei der die gleichnamigen Pole einander gegenüber stehen, um seine Axe sich drehen, damit die ungleichnamigen Pole einander gegenüber gebracht werden; allein wie er diese Stellung erreicht, haben die Drahtenden die Scheidewand passirt, und die Abtheilungen gewechselt, weßhalb der Strom eine der früheren entgegengesetzte Richtung erhält, daher die Pole des weichen Eisens umkehrt, so, daß abermals die gleichnamigen Pole einander gegenüber liegen und sich abstoßen. Das magnetisch gewordene Stäbchen setzt somit die begonnene, durch Anziehung ungleichnamiger Pole erzeugte Bewegung anfangs vermöge der Trägheit, dann in Folge der Abstoßung gleichnamig gewordener Pole in unveränderter Richtung fort; nach einer Drehung von 90° bewirkt wieder die Anziehung der ungleichnamigen Pole die Fortsetzung der Drehung, bis die Pole des Stäbchens denen des Hufeisenmagnetes gegenüber stehen, wo eine abermalige Umdrehung der Pole das Stäbchen in Drehung erhält. Auf diese Art dauert die Drehung beständig fort, und erfolgt mit einer desto größeren Geschwindigkeit, je größer die Stärke des Stromes und des Magnetismus ist.

Anstatt eines wirklichen Magnets nimmt man einen Elektromagnet, und richtet es so ein, daß der, von einem Pole der Kette kommende elektrische Strom zuerst in vielen Windungen um das hufeisenförmige Eisen geht, dann aber in die erste Abtheilung tritt, von da um das Eisenstäbchen a b herumgeht, hierauf in die zweite Abtheilung gelangt, und von da zum andern Pole sich bewegt. Auf solche Art wird sowohl A B als a b gleichzeitig magnetisch.

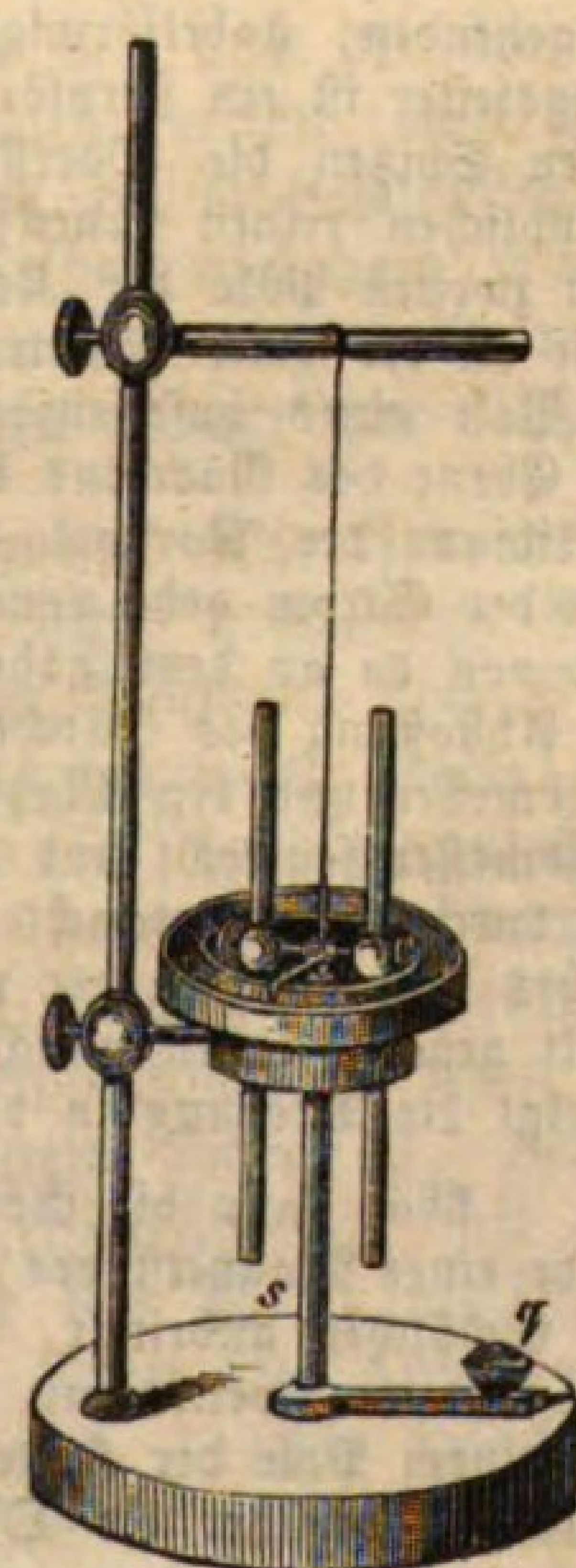
Das Eisenstäbchen kann auch durch eine Reihe kreisförmiger, aus einem Drahte bestehender, und dicht an einander liegender Windungen, die um eine verticale Axe drehbar sind, und deren Drahtenden das Quecksilber in den beiden Abtheilungen berühren, ersetzt werden, da diese eben so wirken, wie eine magnetische Scheibe.

An dem Commutator von Richie wird ersichtlich, auf welche Art durch elektromagnetische Kräfte unmittelbar eine drehende Bewegung erzeugt werden kann. Denken wir uns zwei große hufeisenförmige Elektromagnete, deren vier Arme im rechten Winkel von einander abstehen, und die z. B. um eine verticale Axe drehbar sind; diesen stehen die vier Arme zweier andern der Rotationsare parallelen, aber unbeweglichen Elektromagnete gegenüber, leitet man den elektrischen Strom einer großen

Batterie durch die Drahtwindungen, und bringt die beweglichen Elektromagnete in die Lage, daß ihre Pole den gleichnamigen Polen der unbeweglichen Elektromagnete gegenüberstehen, so wird ein geringer Anstoß gegen die beweglichen Elektromagnete eine Bewegung derselben bewirken, bis die ungleichnamigen Pole einander gegenüberstehen; wird aber in diesem Momente durch einen passenden Commutator die Richtung des Stromes entweder in den festen oder in den beweglichen Elektromagneten geändert, so dauert die Rotation continuirlich fort, und man erhält auf diese Art eine elektromagnetische Kraftmaschine (einen elektromagnetischen Motor), durch die andere Maschinen in Bewegung gesetzt werden können. Solche Motoren wurden in sehr verschiedenen Formen construirt, insbesondere von Jacobi, Wagner, Stöhrer, Davison in England, Davenport in Amerika. Jacobi setzte mit einem elektromagnetischen Motor, dem eine Batterie von 64 Grove'schen Elementen die Elektricität zuführte, ein Boot von 28 Fuß Länge, 7½ Fuß Breite, das 14 Personen trug, dergestalt in Bewegung, daß es 2¼ engl. Meilen (11461 Wiener Fuß) in einer Stunde auf der Neva zurücklegte. Die Kraft, mit welcher die Maschine arbeitete, betrug ¾ bis 1 Pferdekraft. Allein alle bis jetzt construirten elektromagnetischen Motoren haben den Erwartungen nicht entsprochen, indem der Nutzeffect mit der Consumtion an Zink und Salpetersäure in einem noch sehr ungünstigen Verhältnisse steht, aber auch die Umwandlung der Pole nicht momentan erfolgen kann.

2. Der elektrische Strom, der auf einen Pol eines Magnetes stärker wirkt, als auf den andern, versetzt den Magnet in eine rotirende Bewegung um den feststehenden Stromleiter; davon überzeugt man sich, wenn man ein Gefäß mit Quecksilber so weit füllt, daß dessen Oberfläche einen verticalen Draht berührt; im Quecksilber schwimmt ein kleiner Magnet, der durch eine angehängte Platinmasse in verticaler Lage erhalten wird; bringt man das obere Ende des verticalen Drahtes mit einem Pole einer Volta'schen Kette in Verbindung, und leitet vom andern Pole einen Metalldraht zu der Quecksilberoberfläche im Gefäße; so wirkt der durch den verticalen Draht gehende Strom vorzugsweise auf den aus dem Quecksilber hervorragenden Magnetpol. Gesetzt dieser Pol sei der Nordpol, und der Strom gehe aufwärts, so wird er zur Linken, der im Strome aufrechtstehenden Figur abgestoßen, und dieß continuirlich, es mag was immer für eine Seite des Leiters ihm gegenüber stehen; folglich muß sich der Nordpol beständig von der Rechten zur Linken um den Leiter drehen; die Drehung erfolgt in der entgegengesetzten Richtung, wenn man den Strom vertical abwärts gehen läßt, oder den Magnet umkehrt.

Fig. 330.

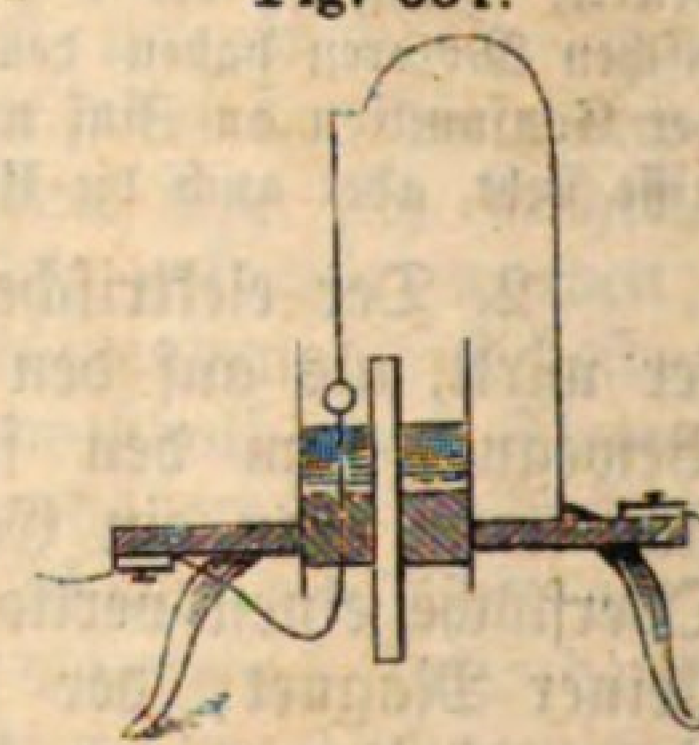


Die Rotation eines Magnets um einen festen Strom läßt sich auch an dem Apparate, Fig. 330, zeigen. An einem Seidenfaden hängen zwei durch einen Querstab mit einander festverbundene Magnete, deren Nordpole z. B. nach unten gekehrt sind; von der Mitte des Querstabes geht nach unten eine Spitze, die in eine mit Quecksilber gefüllte Vertiefung eines verticalen Leiters s taucht und seitwärts ein horizontaler auf dem Querstab senkrecht stehender Draht, dessen vorderes Ende nach abwärts gekrümmt ist und die Oberfläche des in einer kreisförmigen hölzernen Rinne befindlichen Quecksilbers berührt; durch den Mittelpunkt dieser Rinne geht die Verlängerung des Leiters s.

Verbindet man s leitend z. B. mit dem positiven, und das Quecksilber in der Rinne mit dem negativen Pol einer Kette, so geht der Strom in s aufwärts zu dem Querstabe, von da in die Rinne und hierauf zum negativen Pole. Dieser Strom veranlaßt wieder eine Drehung der Magnete um den Leiter, wobei der Nordpol von der Rechten zur Linken sich bewegt.

3. Ist der Magnet unbeweglich, dagegen ein Theil des Schließungsleiters so eingerichtet, daß er sich mit Leichtigkeit um einen nahe liegenden Magnetpol bewegen kann; so bewirkt der Magnet eine Abstoßung des beweglichen Leiters, die der Stärke nach gleich, aber der Richtung nach gerade entgegengesetzt ist derjenigen, die der bewegliche Magnetpol vom unbeweglichen Schließungsleiter erfährt. Dieß sieht man an dem sogenannten Faraday'schen Pendel, wo der Schließungsleiter mit einem metallenen Pendelchen wie die Fig. 331 zeigt, in Verbindung steht, die untere Spitze des Pendelchens berührt die Oberfläche des in einem kleinen hölzernen Gefäße befindlichen und mit einem Pole der Kette verbundenen Quecksilbers, durch den Boden des Gefäßes geht ein kräftiger Magnet; die Berührung seines oberen Pols mit dem Pendelchen wird durch ein kleines an dem Pendelchen angebrachtes Glaskügelchen verhindert. Geht der Strom aufwärts, und ist der Nordpol nach oben gekehrt, so würde letzterer falls er beweglich wäre von der Rechten zur Linken um den Leiter herumkreisen; daher erfolgt die Drehung des letzteren in der entgegengesetzten Richtung.

Fig. 331.



Hierher gehört auch Barlow's Rädchen, Fig. 332. An einem von einem Pole einer Kette ausgehenden, gabelförmig ausgeschnittenen Schließungsleiter ist ein sternförmiges Rädchen angebracht, dessen Spitzen die Oberfläche des in einer Rinne befindlichen reinen Quecksilbers berühren, das mit dem zweiten Pole der Kette leitend verbunden ist; nahe an die zwei Seiten des Rädchens stellt man die Pole eines hufeisenförmigen Magnetes. Gesetzt, die Ebene des Rädchens befinde sich im magnetischen Meridian, der Nordpol des Magnetes liege östlich, und der Strom gehe vom Quecksilber zum Rädchen aufwärts bis an dessen Mitte und von da an dem gabelförmigen Schließungsleiter zum negativen Pole, so erfolgt die Abstoßung des Rädchens in einer Richtung, die auf der Ebene, welche durch den Halbmesser und den Magnetpol geht, senkrecht steht, mithin in einer, die auf dem Halbmesser senkrecht und zur Ebene des Rädchens parallel ist, also in der Richtung der durch die eingetauchte Spitze gezogenen Tangente; das Rädchen muß sich daher drehen und zwar in der nämlichen Richtung, wie der Zeiger einer Uhr, deren Zifferblatt gegen Norden gerichtet ist. — Kehrt man den Strom oder den Magnet um, so erfolgt die Drehung in der entgegengesetzten Richtung.

Fig. 332.



Man kann die Rotation auch auf die Art bewirken, daß man an das obere Ende eines Magnetstabes mm, Fig. 333, der durch einen Cylinder durchgezogen ist, ein Schälchen anbringt, welches die Spitze eines kupfernen Leiters bb aufnimmt, auf dem ein zweites mit Quecksilber gefülltes Schälchen p befestiget ist, welches man mit einem Pole der Kette verbindet; der kupferne Leiter, bestehend aus zwei Schenkeln bb, berührt die Oberfläche des in einer hölzernen Rinne befindlichen Quecksilbers, welches mit dem anderen Pol der Kette in Verbindung steht. Sobald die Strömung beginnt, dreht sich bb um den Magnet herum.

Fig. 333.

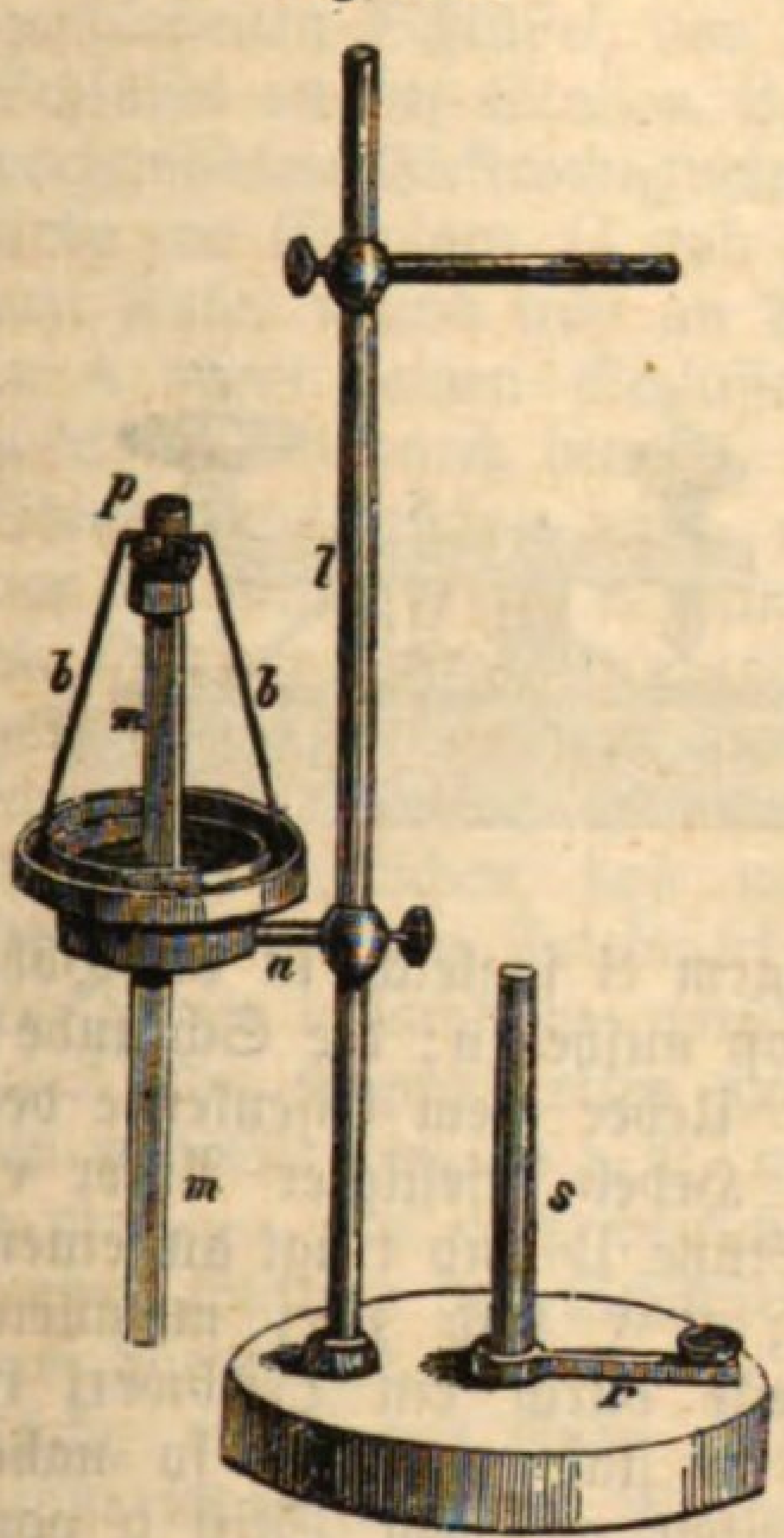
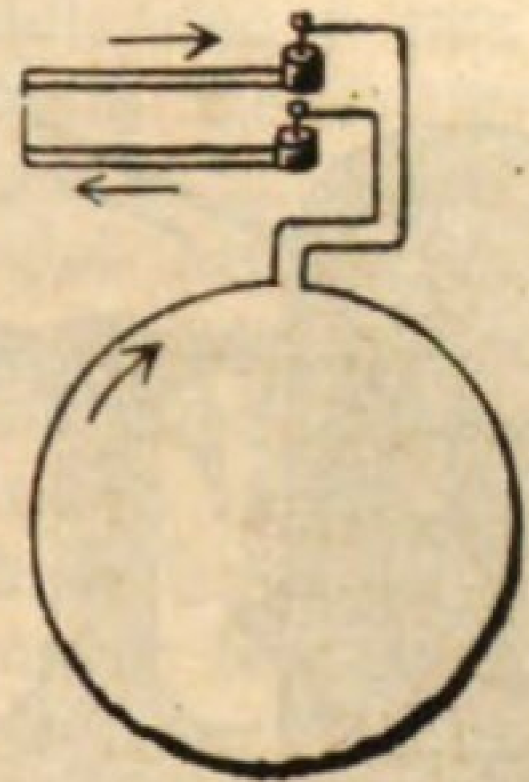


Fig. 334.

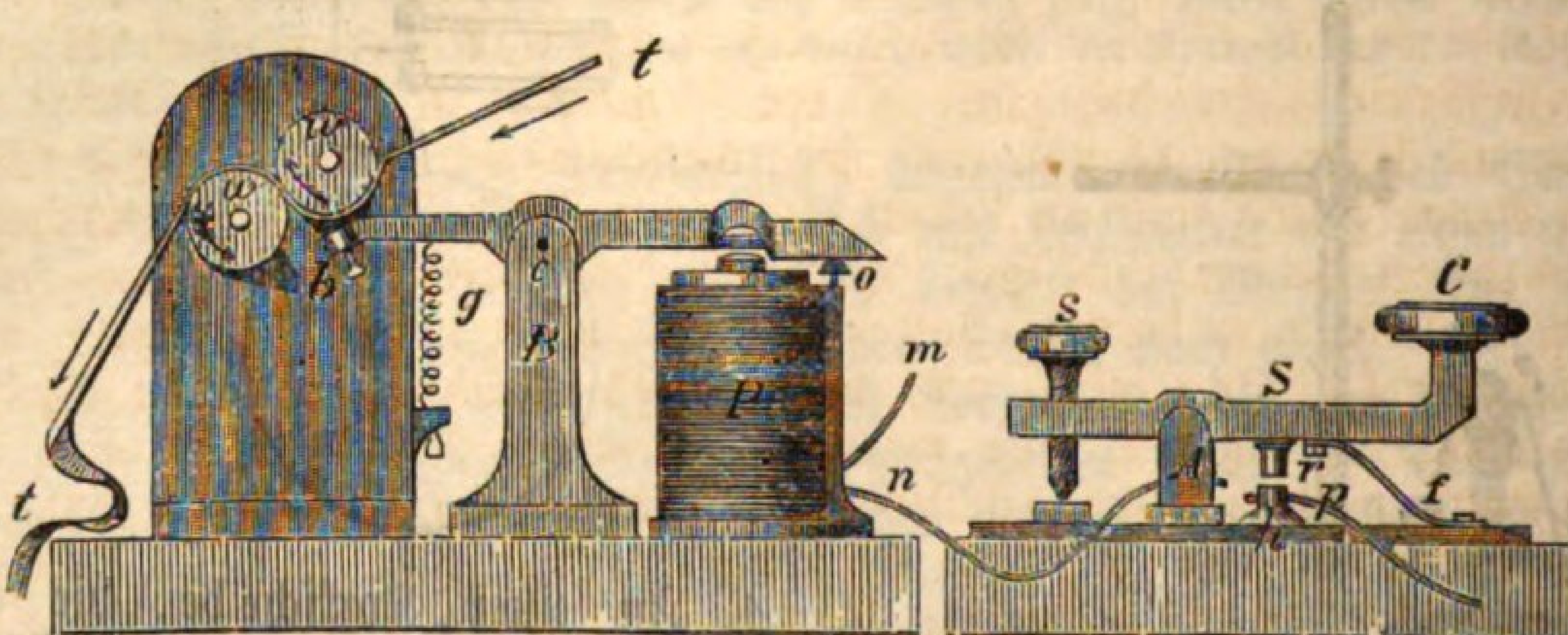


4. In einer Korkscheibe, die auf der Oberfläche einer verdünnten Säure schwimmt, steckt ein Stück Zink und ein Stück Kupfer, die durch einen Kupferdraht verbunden sind; durch den Einfluß des Erdmagnetismus nimmt der Schließungsleiter stets eine Stellung an, bei welcher die Ebene desselben auf dem magnetischen Meridian senkrecht steht. — Nähert man einer Seite des Schließungsleiters den Pol eines Magnetes, so zieht der eine Pol an, der andere stößt ab.

Der Einfluß des Erdmagnetismus auf einen Stromleiter wird auch an der Stellung des kupfernen Ringes (Fig. 334) ersichtlich, dessen Enden mit Stahlspitzen versehen sind; diese Spitzen tauchen in kleine mit Quecksilber gefüllte und von zwei metallenen Armen getragene Schälchen ein, und ruhen auf kleinen horizontalen Glasplättchen so, daß der kreisförmige Ring sehr leicht beweglich ist. Leitet man einen elektrischen Strom durch, so dreht sich der Kreis und nimmt im Gleichgewichtszustande eine Lage an, bei welcher die Ebene desselben auf dem magnetischen Meridian senkrecht steht. Kehrt man den Strom um, so macht der Kreis eine halbe Umdrehung, und kommt dann wieder zur Ruhe.

§. 247. Anwendung des Elektromagnetismus. Die Anwendung des Elektromagnetismus hat in der Telegraphie eine großartige Wichtigkeit erlangt; in der Experimentalphysik ist der Apparat von B a i n beschrieben und die Benützung desselben zum Telegraphiren gezeigt worden; gegenwärtig wird am häufigsten der M o r s e'sche Telegraph gebraucht, welcher in seiner einfachsten Gestalt aus dem S c h r e i b a p p a r a t e B, Fig. 335, und dem S c h l ü s s e l oder D r u c k e r S besteht; der Leitungsdraht p ist an einem durch ein Elfenbeinplättchen isolirten kleinen Messingamboß h befestigt; wird der messingene Hebel C, der in der Messingsäule A seinen Drehpunkt hat, niedergedrückt, p mit dem positiven Pol der Batterie verbunden, so kommt der kleine messingene Hammer r mit dem Amboß in Berührung, wo dann der durch p gehende elektrische Strom in den Hebel, von da nach A und durch den Draht n zu dem Elektromagnete P übergeht, dessen Eisenkern etwas aus der Drahtrolle hervorragt; das zweite Ende m der Drahtwindung sei mit dem negativen Pole der Batterie in Verbindung. Die Feder f soll

Fig. 335.



wenn der Druck auf C nachläßt, den Hebelarm S sogleich in die Höhe schnellen, und die Berührung mit dem Amboß aufheben; die Schraube s verhindert, daß S zu weit gehoben werde. Ueber dem Eisenkerne des Elektromagnets ist ein eiserner, an einem Hebel befestigter Anker v; der Hebel hat seinen Drehpunkt c an der Stütze B und trägt an seinem Ende b einen wohl gehärteten Stahlstift; w w sind zwei metallene Walzen, welche in der Richtung der Pfeile durch ein Triebwerk in eine gleichförmige Rotation gesetzt werden; sie sind einander so nahe, daß sie einen zollbreiten langen Papierstreifen an dem Stift b vorüberziehen.

Ist der Eisenkern P durch den elektrischen Strom magnetisch geworden, so zieht er den Anker v und mit ihm den rechtsliegenden Hebelarm an sich; dadurch wird der andere Hebelarm gehoben und der Stift b an den Papierstreifen angedrückt. Verschwindet in P der Magnetismus, so hört die Anziehung auf den Anker v auf, und der Hebelarm b c wird vermittelst der Feder g wieder abwärts gezogen; ist daher P nur einen Augenblick lang magnetisch, so macht der Stift auf dem Papier nur einen Punkt; bleibt P länger magnetisch, daher der Stift länger an das sich bewegende Papier angedrückt, so entsteht ein Strich; die obere Walze ist eingekerbt, damit der Stift das Papier gehörig eindrücken kann. — Das Triebwerk wird durch einen Stift in Ruhe gehalten; erst wenn dieser Stift herausgezogen wird, setzt es sich in Bewegung. Das Schräubchen o ist so gestellt, daß der Anker dem Eisenkerne sehr nahe kommen, aber ihn nicht berühren kann. — Ist das Säulchen r mit dem Amboß in Berührung, so sagt man der Schlüssel ist geschlossen; findet diese Berührung nicht Statt, so ist der Schlüssel offen.

In der Ruhelage ist die Schraube s so gestellt, daß r den Amboß h berührt, also der Schlüssel auf beiden Stationen geschlossen ist; der Leitungsdraht p geht zur andern Station und ist hier an dem kleinen Amboß befestigt; das Ende m des Umwindungsdrahtes des Elektromagnetes ist sowohl an der einen als an der andern Station mit der kupfernen Erdplatte verbunden. Bezeichnen wir die Erdplatte an einer Station A mit Q, und an der andern B mit Q′. Will man von A nach B telegraphiren, so wird in A der positive Pol einer Batterie mit dem Drahtende m, der negative mit der Erdplatte P verbunden,

und nun circulirt der Strom von m durch die Drahtwindung zum geschlossenen Schlüssel, von da an der Drahtleitung p zum geschlossenen Schlüssel an der Station B, von diesem durch die Drahtrolle des hier vorhandenen Elektromagnetes zu der Erdplatte Q', hierauf durch die Erde zur Erdplatte Q und zum negativen Pol der Batterie; die eisernen Anker v sind nun an beiden Stationen angezogen. Der Telegraphist in A öffnet seinen Schlüssel, indem er die Schraube s in die Höhe zieht, und dadurch bewirkt, daß der Hebelarm S in die Höhe geht, der Strom unterbrochen wird, und die eisernen Anker v an beiden Stationen abfallen; drückt er nun rasch nach einander den Schlüssel, so wird die Batterie abwechselnd geschlossen und wieder geöffnet, der Anker v geht schnell auf und ab, und der Hebel schlägt rasch gegen die Stahlschraube o. Dieses Hämmern dient dem Telegraphisten auf der Station B als Zeichen, daß man ihm eine Depesche zusenden wolle; er setzt sogleich sein Triebwerk in Bewegung, welches den Papierstreifen am Stifte b langsam vorüberführt. Die Zeichen die der Telegraphist in A dem Papierstreifen auf der Station B aufdrückt, bestehen in Punkten und Strichen, so z. B. wird a mit . —, b mit — . . ., c mit — . — ., d mit — . . u. s. f. bezeichnet. Läßt der Telegraphist auf der arbeitenden Station den Schlüssel so lange offen, als man Zeit braucht, um drei Punkte zu machen, so entsteht auf dem Papierstreifen in B eine Lücke, welche das Ende eines Buchstabens bezeichnet; eine doppelt so große Lücke zeigt das Wortende und eine recht lange Linie oder 10 aufeinanderfolgende Punkte das Ende der Depesche an, worauf in B das Triebwerk in Ruhe versetzt wird.

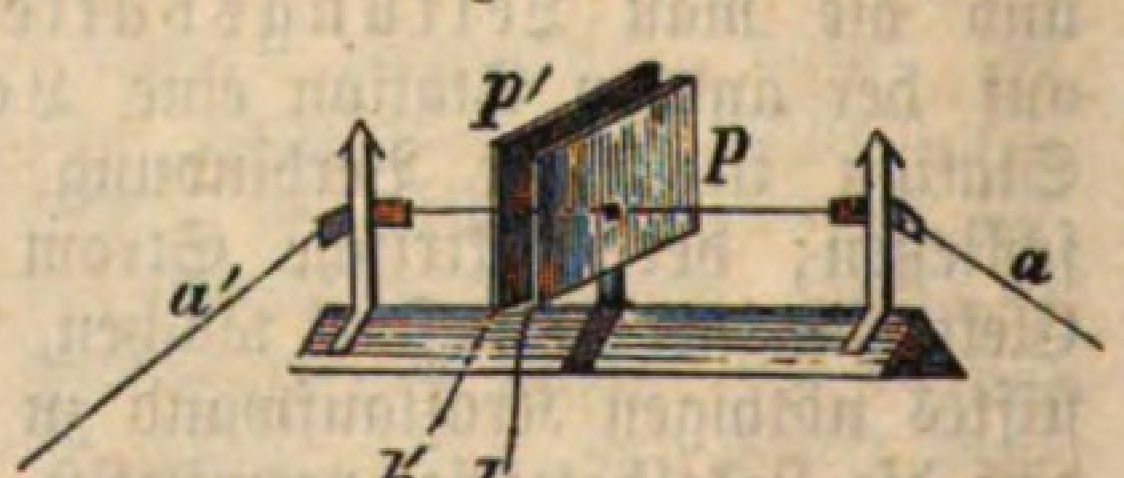
Der elektrische Strom wird bekanntlich durch eine lange und feine Leitung sehr geschwächt, so daß er in bedeutender Ferne dem Elektromagnete nicht die Stärke zu ertheilen vermag, die nöthig ist, damit die Zeichen dem Papierstreifen gehörig eingedrückt werden; man hat daher die Einrichtung getroffen, daß die Batterie, deren Strom durch den ganzen Leitungsdraht nach der entfernten Station hingeleitet wird, und die man **Leitungsbatterie** nennt, nur verwendet wird, um auf der andern Station eine **Lokalbatterie**, die mit der ersteren Station in keiner Verbindung steht, abwechselnd zu öffnen und zu schließen; der elektrische Strom dieser Lokalbatterie kann leicht den Elektromagnet P so stark machen, daß er den zur Bewegung des Schreibstiftes nöthigen Kraftaufwand zu äußern vermag. Der Apparat, durch den die Lokalbatterie vermittelst des Stroms der Leitungsbatterie geöffnet und geschlossen werden kann, wird der **Uebertrager** oder das **Relais** genannt; er besteht aus einem Elektromagnete, und einem leicht beweglichen Anker, der, wenn der Hauptstrom durch die Drahtspirale geht, dem Elektromagnete genähert, und dadurch die Lokalbatterie geschlossen wird; ist der Hauptstrom unterbrochen, so wird der Anker durch eine Feder vom Elektromagnete entfernt und die Batterie erscheint wieder geöffnet.

Viele beobachtete Thatsachen bezeugen den Einfluß der atmosphärischen Elektricität auf die Drahtleitung der Telegraphenanlagen. Die von Tragpfählen getragene Drahtleitung hat eine beträchtliche Ausdehnung, geht in einer gewissen Höhe über dem Erdboden und ist mit der feuchten Erde metallisch verbunden; sie bildet daher einen Blitzableiter

von vorzüglicher Wirksamkeit. Nähert sich eine mit starker elektrischer Spannung geladene Wolke der Drahtleitung, so bewirkt sie in ihr eine Vertheilung der natürlichen Elektricität, zieht die ungleichnamige an und stößt die gleichnamige ab, wodurch eine Strömung der Elektricitäten im Drahte entsteht, welche auf den Gang der telegraphischen Apparate störend einwirkt. — Jede Entladung der elektrischen Wolke, also auch jeder Blitzstrahl, hat die Folge, daß in der Drahtleitung eine Ausgleichung der getrennten Elektricitäten, also abermals ein elektrischer Strom entsteht, der Störungen veranlaßt. — Geht eine Gewitterwolke tief, so ist ihre vertheilende Kraft sehr mächtig, die entgegengesetzte Elektricität tritt in der Drahtleitung mit bedeutender Spannung auf, und es sind also alle Bedingungen zu einer Entladung gegen den Telegraphendraht vorhanden. Ein nach der Drahtleitung hinfahrender Blitzschlag geht manchmal viele Meilen weit am Drahte und zerstört die feinen Theile des zeichengebenden Apparates; zuweilen gleitet er an den Pfählen in die Erde herab, wobei sie nicht selten zersplittert werden. Arbeiter, die der Leitung nahe kommen, werden beschädigt und selbst die Stationsgebäude sind in Gefahr zerstört zu werden. Es ist daher nothwendig, die Telegraphenstationen gegen den Blitzschlag zu schützen. Zu diesem Behufe wurden die telegraphischen Blitzableiter erfunden, deren Einrichtung auf der von Steinheil beobachteten Thatsache beruht, daß der beim Blitzschlag in der Drahtleitung gehende Strom, als Ergebniß starker elektrischer Spannungen, stets den kürzesten Weg zur Erde nimmt und lieber über eine kleine in der Drahtleitung befindliche Unterbrechung als Funke überspringt, wenn er auf diesem Wege bald zur Erde gelangt, während der galvanische Strom eher eine Leitung von vielen hundert Meilen durchläuft, als über eine noch so kleine Unterbrechung überspringt.

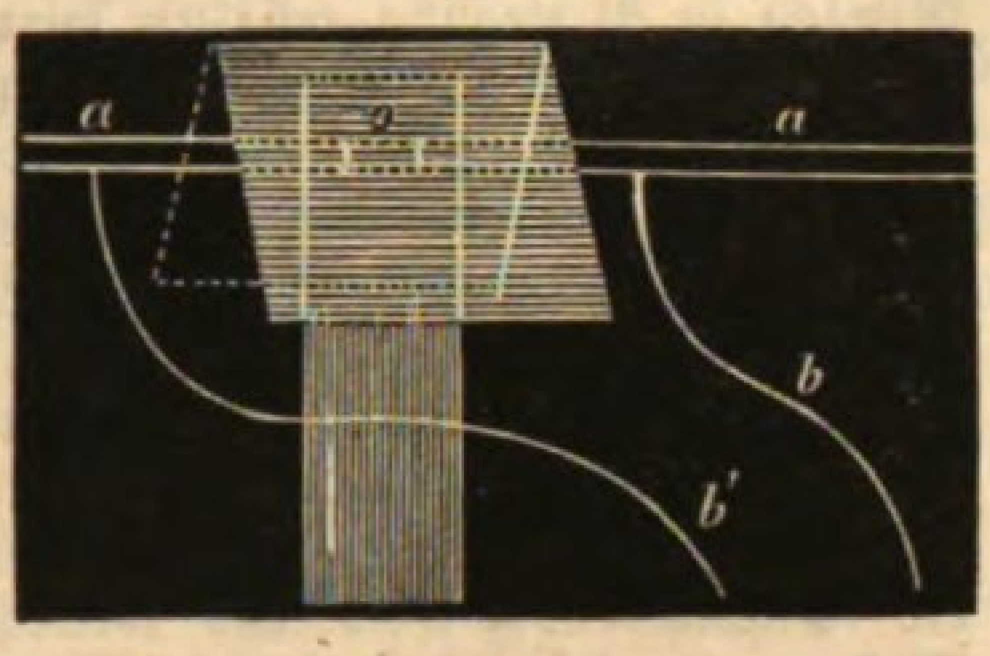
Steinheil schützt das Stationsgebäude auf die Art, daß er die Telegraphenleitung über das Gebäude führt, den Draht an einer Stelle durchschneidet und an die Schnittflächen Kupferplatten P und P′ die man, nachdem dazwischen dünnes Seidenzeug gelegt worden ist, gegen einander drückt, durch isolirte, am Dache befestigte Stützen tragen läßt, und durch einen Kasten gegen den Regen schützt. Von jeder Platte geht ein Draht b und b′ zum Zeichengeber. Der galvanische Strom, der an einer Kupferplatte z. B. P anlangt, kann zur anderen Platte nicht überspringen, sondern geht durch b zum Telegraphenapparate herab und durch b′ wieder herauf zu P′, um den Weg durch die Leitung a′ fortzusetzen; dagegen bricht der Blitzschlag den schlechten Leiter zwischen den beiden Platten durch.

Fig. 336.



Fardely führt die Drahtleitung über einen in einiger Entfernung vom Stationsgebäude stehenden starken Pfahl, Fig. 337, durchschneidet sie daselbst so, daß die beiden Drahtenden bei 0 etwa ½ Millim. von einander abstehen; dieser Theil der Leitung befindet sich unter einem kleinen am Pfahl befestigten Schieferdach. Zu beiden Seiten des Pfahls sind zwei beiläufig 20 Fuß lange feine Kupferdrähte b und b′

Fig. 337.



an die Hauptleitung angelöthet, und mit dem Telegraphenapparate verbunden. Der atmosphärische elektrische Strom überspringt bei o den kleinen Zwischenraum; aber im schlimmsten Falle würde er nur die dünnen Drähte abschmelzen, und dem Apparate nicht schaden. Nebst den angeführten gibt es noch mehrere andere Einrichtungen der telegraphischen Blitzableiter. (Siehe: Der elektromagnetische Telegraph von Dr. H. Schellen, zweite Auflage.)

Die an Telegraphenleitungen angestellten Versuche zur Ermittelung der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des galvanischen Stroms führten im Allgemeinen zu dem Resultate, daß diese Geschwindigkeit viel kleiner ist, als die Wheatstone bei dem Entladungsstrome fand.

Aus den Versuchen von Gould und Walker in Amerika ergab sich eine Geschwindigkeit von 30000 Kilometern (3951 öst. Meilen) in der Secunde. Fizeau und Gounelle fanden aus ihren Versuchen, daß der elektrische Strom einen Eisendraht von 4·5 Millim. Durchmesser mit der Geschwindigkeit von 100000 Kilometern in 4 Secunden durcheilt, und daß beide Elektricitäten dieselbe Fortpflanzungsgeschwindigkeit besitzen.

Aus den Versuchen, welche zwischen den Sternwarten von Greenwich und Edinburg mit einem Kupferdrahte angestellt wurden, folgt eine Geschwindigkeit von 12200 Kilometern in 1 Secunde. — Zwischen den Sternwarten von Greenwich und Brüssel fand man in einem unterseeischen Drahte nur die Geschwindigkeit von 4300 Kilometern. Diese große Differenz ist nach Faraday dem Einflusse der Flüssigkeit zuzuschreiben, die den Draht umgibt, und in der ein Inductionsstrom entsteht, der dem im Drahte vorhandenen entgegengesetzt geht und verzögernd einwirkt.

§. 248. Elektromagnetische Uhren. Steinheil war der Erste, der den Elektromagnetismus auf Uhren angewendet hat, indem er (1839) eine Normaluhr mit andern minder genauen Uhren durch einen Leitungsdraht dergestalt in Verbindung brachte, daß der Gang der letztern am Ende einer jeden halben Stunde mit der Normaluhr in vollkommene Uebereinstimmung gebracht wurde. Wheatstone und Bain erfanden gleichzeitig die elektromagnetischen (galvanischen oder secundären) Uhren, die kein Gewicht, keine Feder und auch kein Pendel haben, sondern durch eine elektromagnetische Kraft im gehörigen Gange erhalten werden, indem das Pendel einer Normaluhr am Ende einer jeden Secunde eine damit in Verbindung stehende Batterie schließt, und gleich wieder öffnet, so daß der elektrische Strom einen Elektromagnet, womit jede secundäre Uhr versehen ist, in jeder Secunde auf einen Augenblick in Thätigkeit versetzt, kraft welcher ein Anker angezogen und mittelst eines daran befestigten Hakens ein mit 60 Zähnen versehenes Rad um einen Zahn vorwärts bewegt wird; bei Unterbrechung des Stromes hört die Wirksamkeit des Elektromagnetes auf, und der Anker wird vermittelst einer Feder in seine ursprüngliche Lage zurückgezogen. Ein Sperrhaken verhindert die rückgängige Bewegung des Rades, und eine Schraube regulirt die Gangweite des Hakens. Man kann mit einer Normaluhr vermittelst einer einzigen Batterie eine beliebige Anzahl von secundären, in der Kette befindlichen Uhren in übereinstimmendem Gange erhalten, nur muß die Kraft der Batterie mit dem Leitungswiderstande in angemessenem Verhältnisse stehen.

Wheatstone erfand auch das elektrische Chronoskop, das uns in den Stand setzt, sehr kleine Zeitintervalle genau zu messen; Hipp in Reutlingen hat es

neuestens wesentlich verbessert. Das Chronoskop ist ein Uhrwerk, das durch ein Gewicht in Bewegung erhalten wird, dessen Hemmung aber aus einer Feder, welche 1000 Schwingungen in einer Secunde macht, und aus einem mit 100 Zähnen versehenen Rädchen besteht, das bei jeder Schwingung um einen Zahn weiter rückt, somit in $^1/_{10}$ Secunde eine Umdrehung macht; an der Welle dieses Rades ist ein Zeiger, der vor einem in 100 Theile getheilten Zifferblatte sich bewegt und ein Zwischenrad, dessen Zähne in ein größeres unter ihm befindliches Rädchen eingreifen, welches sich in 10 Secunden einmal umdreht, und einen an seiner Axe befestigten Zeiger bewegt. Ist das Uhrwerk im Gange, so hört man den Ton der Feder, dessen Gleichmäßigkeit den gleichförmigen Gang der Uhr anzeigt; dieser Gang kann mehrere Minuten dauern, bis es nothwendig wird das Gewicht wieder zu heben. Mit diesem Uhrwerke ist ein Elektromagnet in einer solchen Verbindung, daß in dem Augenblicke, wo der elektrische Strom sein Eisen umkreist, die Zeiger stillstehen, dagegen sich sogleich wieder bewegen, wenn die Kette geöffnet wird, wobei der gleichförmige Gang des Uhrwerks ungestört bleibt; dadurch wird es möglich an den Zifferblättern die Zeit, welche während der Unterbrechung des Stromes verflossen ist, bis auf $^1/_{1000}$ Secunde abzulesen. So kann man z. B. mit großer Genauigkeit die Zeit bestimmen, welche eine fallende Kugel für eine bestimmte Fallhöhe braucht, wenn man die Einrichtung trifft, daß in dem Augenblicke, wo der Fall beginnt, die Kette unterbrochen, und wieder augenblicklich geschlossen wird, wenn die Kugel die festgesetzte Höhe zurückgelegt hat. Die Angaben des Chronoskops stimmen bis auf $^1/_{1000}$ Secunde mit der Theorie überein. — Man kann mittelst dieses Chronoskops die Zeit messen, welche eine abgeschossene Kugel braucht, um einen gewissen Weg zurückzulegen; so z. B. auch die Zeit angeben, die von dem Augenblicke, wo das Pulver entzündet wird, bis zu dem Augenblicke verfließt, wo die Kugel den Lauf verläßt.

Umständlichere Belehrung über Telegraphen, galvanische Uhren, über das Chronoskop und galvanisch registrirende Uhren findet man in den Berichten über die neuesten Fortschritte der Physik von J. Müller, 7. und 8. Lieferung, dann in Heßler's und Eisenlohr's Physik.

§. 249. Tönen der Elektromagnete und Drehung der Polarisationsebene eines polarisirten Strahls durch den Einfluß des Magnetismus.

1. Page beobachtete zuerst, daß ein weicher Eisenstab, der von einer Drahtspirale umgeben ist, tönt, sobald der elektrische Strom rasch nach einander unterbrochen wird. Nach Wertheim eignet sich dazu am besten ein Eisenstab von 1 bis 2 Meter Länge und ein Cent. Dicke, den man in der Mitte fest einklemmt, und dann jede Hälfte in ein auf Stützen ruhendes horizontales Glasrohr so legt, daß es den Stab nirgends berührt; dieses Glasrohr umwickelt man mit Kupferdraht von 1. Millimeter Dicke, dessen Enden mit den Polen einer constanten starken Kette in Verbindung gesetzt werden. Wird der Strom rasch nach einander unterbrochen, so hört man einen Ton, der in Folge von longitudinalen Schwingungen entsteht, wobei der elektrische Strom den Stab abwechselnd verlängert und verkürzt. Der Ton erscheint höher wenn der Stab kürzer wird, und schwächer wenn die Dicke des Stabes zunimmt. Stahlstäbe tönen ebenfalls, aber nicht Stäbe von anderen Metallen oder von Nichtleitern; wie Glas und Holz. Nach de la Rue wird der Ton stärker, wenn man anstatt des Stabes ein Bündel gut ausgeglühter Eisenstäbe anwendet und das Ganze auf einen Resonanzkasten stellt.

2. Man umwickle einen hohlen Cylinder von Eisenblech, der etwa 5 Zoll Länge und $1^1/_2$ Zoll Weite hat, mit dickem mit Seide besponnenen Kupferdrahte, mache 5 Lagen von Windungen, bringe dann in die Höhlung eine mit ebenen Glasplatten verschlossene und mit einer

tropfbaren Flüssigkeit, z. B. mit Wasser gefüllte Glasröhre und richte es so ein, daß der Höhlung gegenüber auf jeder Seite ein Nicol'sches Prisma steht, und daß deren Hauptschnitte einen rechten Winkel einschließen, so daß das von dem ersten Prisma stehende Licht durch das Ocularprisma nur schwach gesehen wird; läßt man aber den Strom einer mächtigen Säule durch die Windungen laufen und verwandelt dadurch den eisernen Cylinder in einen Elektromagnet, so wird es im Gesichtsfelde des Ocularprisma wieder hell, und man wird dieses Prisma in der Richtung, in welcher der Strom im Kupferdrahte circulirt um einen gewissen Winkel drehen müssen, bis wieder das Minimum der Lichtstärke eintritt. Hieraus folgt, daß das Wasser durch den Einfluß des Magnetismus die Eigenschaft erhält die Polarisationsebene des durchgehenden polarisirten Lichts zu drehen. Um den Drehungswinkel genau zu bestimmen, ist das Ocularprisma im Mittelpunkte einer feststehenden Scheibe um seine Axe drehbar und mit einem Zeiger versehen, der über einem getheilten Kreise sich bewegt. Am genauesten kann die Messung ausgeführt werden, wenn man Soleil's Doppelplatte zwischen die beiden Prismen stellt, und vor dem Beginne der Strömung das Ocularprisma in die Lage bringt, bei der die Uebergangsfarbe sich zeigt.

Nach Faraday, dem wir die Kenntniß der Drehung der Polarisationsebene durch Magnetismus zu verdanken haben, bedient man sich zur Nachweisung dieser Erscheinung starker Elektromagnete, an deren Pole zwei gleiche der Länge nach durchbohrte Halbanker von weichem Eisen so aufgestellt werden, daß die Bohrungen in eine gerade Linie zu liegen kommen. Zwischen diese Halbanker stellt man einen durchsichtigen Körper auf, der, falls er fest ist, die Form eines Parallelepipeds hat, dessen parallele Seiten durch die das Licht ein- und austritt, wohl polirt sind. Leitet man polarisirtes Licht durch die Bohrungen und den durchsichtigen Körper und läßt den elektrischen Strom wirken, so beobachtet man in manchen Fällen eine Drehung der Polarisationsebene nach der nämlichen Richtung, nach welcher zufolge der Ampère'schen Regel die elektrischen Ströme das magnetische Eisen umkreisen. Setzt man an die Enden der Bohrungen Nicol'sche Prismen in der Art, wie im früheren Falle auf, so ist man im Stande die Drehungswinkel zu messen.

Unter den festen Körpern besitzen das stärkste Drehungsvermögen das kieselborsaure, so wie auch das borsaure Bleioxyd; beim Flintglas ist es unter gleichen Umständen schwächer und noch schwächer beim Steinsalz, Feldspath, Alaun. Nicht nur das Wasser, sondern alle Arten von Flüssigkeiten mit Ausnahme der Gase, erhalten durch den Einfluß des Magnetismus das Vermögen, die Polarisationsebene des durchgehenden polarisirten Strahls, jedoch mit verschiedener Stärke, zu drehen; besitzt aber eine Flüssigkeit bereits die Fähigkeit die Polarisationsebene rechts oder links zu drehen, so wird diese durch den Magnetismus verstärkt oder vermindert, je nachdem die Richtung der hypothetischen Ströme im Magnete dieselbe oder die entgegengesetzte ist.

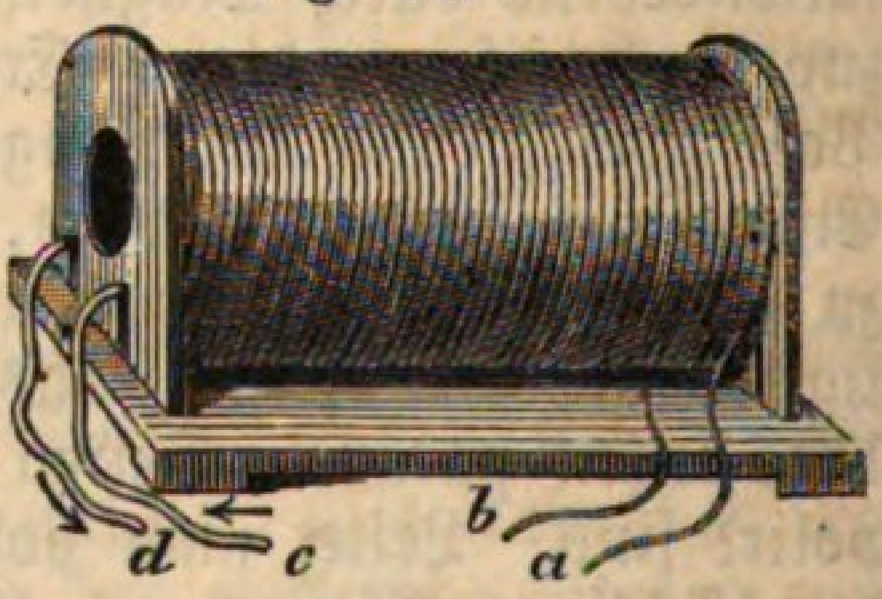
Der Drehungswinkel nimmt mit der Intensität des Magnetismus zu; er ist der Brechbarkeit des Lichts umgekehrt, und bei übrigens gleichen Umständen der Dicke des durchsichtigen Körpers direct proportional; jedoch ist zu beachten, daß bei größerer

Dicke die Halbanker weiter von einander zu liegen kommen, und deßhalb schwächer wirken. — Geht der elektrische Strom um den Cylinder von Eisenblech in entgegengesetzter Richtung, so wird auch die Polarisationsebene nach der entgegengesetzten Richtung gedreht. Die Drehung der Polarisationsebene erfolgt nicht, sobald das polarisirte Licht durch den durchsichtigen Körper in einer Richtung geht, die auf der Verbindungslinie der Pole senkrecht steht. — De la Prevostaye und Desains haben nachgewiesen, daß auch die Polarisationsebene von Wärmestrahlen durch den Magnetismus gedreht wird. — Man nimmt gewöhnlich an, daß der Magnetismus auf die Molecüle des durchsichtigen Körpers in der Art einwirkt, daß der Körper zu einem doppelt brechenden circular polarisirenden, wie es der Bergkrystall ist, gemacht wird.

§. 250. Induction elektrischer Ströme. Die von Faraday entdeckten Inductionsströme sind solche, die in guten in sich geschlossenen Leitern durch den Einfluß galvanischer Ströme oder durch den der Magnete erregt werden, aber stets nur eine unmeßbar kurze Dauer haben. Die Erregung eines Inductionsstroms durch einen elektrischen Strom, den primären oder Hauptstrom, heißt Volta-Induction; die Erregung desselben durch Magnetismus nennt man Magneto-Induction. Der Inductionsstrom wird auch Nebenstrom genannt.

1. Um die Inductionsströme nachzuweisen, wird eine sogenannte Inductionsrolle Fig. 338, verfertigt, nämlich über einen hohlen Cylinder von Holz ein dicker, dicht mit Seide übersponnener Kupferdraht aufgewickelt; seine freien Enden seien c und d. Ueber den Windungen dieses Drahtes wird ein feinerer eben so mit Seide übersponnener Draht in zahlreichen Windungen aufgewickelt und die Enden desselben a und b entweder mit einem Galvanometer verbunden, oder mit Metallcylindern, sogenannten Conductoren versehen, die man mit feuchten Händen umfaßt und so den Leiter schließt.

Fig. 338.



Die Enden c und d setzt man mit den Polen einer Volta'schen Kette in Verbindung; in dem Augenblicke, wo die Kette geschlossen wird, geht im zweiten Drahte ein momentaner Strom durch, der eine Ablenkung der Galvanometernadel bewirkt, und eine Richtung hat, welche der Richtung des Hauptstroms entgegengesetzt ist; in dem Momente der Oeffnung der Kette entsteht in dem Nebendrahte ein zweiter momentaner Strom, dessen Richtung mit der des Hauptstroms zusammenfällt. Wir ersehen aus dieser Thatsache, daß die strömende Elektricität in dem Nebendrahte eine Scheidung der positiven Elektricität von der negativen bewirkt, und die Strömung der positiven in der angegebenen Richtung, die der negativen aber jedesmal in der entgegengesetzten Richtung erfolgt. Wir werden stets nur den positiven Strom beachten. Eben so inducirt jede Verstärkung des Hauptstroms im Nebendrahte einen Strom von entgegengesetzter und jede Schwächung einen Strom von gleicher Richtung. Hat man die Schließung des Nebendrahtes dadurch bewirkt, daß man die Conductoren mit Händen anfaßte, die mit Salzwasser feucht gemacht worden sind, so empfindet man sowohl beim Schließen als beim Oeffnen der Kette, mithin beim Entstehen und Verschwinden des Hauptstroms einen elektrischen Schlag.

Schaltet man in den Schließungsbogen einen Unterbrecher, der rasch aufeinander folgende Unterbrechungen des Hauptstroms bewirkt, so folgen auch die Schläge schnell auf einander und werden dann sehr empfindlich. Als Unterbrecher gebraucht man ein Neef'sches Blitzrad, oder den Neef'schen Hammer; man kann aber auch den Commutator von Ritchie in den Schließungsbogen einschalten, da während der Drehung des kleinen Elektromagnets a b der Hauptstrom jedesmal unterbrochen wird, wenn die herabhängenden Spitzen von a b über die isolirende Scheidewand gehen, und das Quecksilber nicht berühren können.

2. Wenn man den dicken, mit Seide übersponnenen Kupferdraht über einen hohlen Cylinder von Holz aufgewickelt und die Enden desselben mit den Polen der Volta'schen Kette verbunden hat; so nimmt man ein zweites Drahtgewinde, dessen Enden mit einem Galvanometer in Verbindung stehen, und das in die Höhlung des ersten sich einschieben läßt; man findet nun, daß bei jedem raschen Einschieben des zweiten Gewindes in die Höhlung des ersten ein dem Hauptstrome entgegengesetzt gerichteter und beim raschen Herausziehen des eingeschobenen Gewindes ein gleich gerichteter Inductionsstrom erregt wird. Dieselben Erscheinungen werden wahrgenommen, wenn das Drahtgewinde, in welchem der Hauptstrom circulirt, dem andern genähert, oder davon entfernt wird. —

Die Stärke des Nebenstroms kann niemals größer sein, als die Stärke des Hauptstroms; dennoch ist die physiologische Wirkung des Inductionsstromes viel beträchtlicher als die durch den Hauptstrom erzeugte.

3. Aus der Aehnlichkeit des Solenoids mit einem Magnete hat Faraday geschlossen, daß es auch möglich sein müsse, elektrische Ströme durch Magnete zu induciren. Zur Nachweisung dieser Magneto-Induction bildet man eine einfache Inductionsrolle, indem man über einen hohlen Holzcylinder einen feinen mit Seide übersponnenen Kupferdraht von 600 bis 900 Fuß Länge aufwickelt und die beiden Enden des Drahtes mit einem gehörig entfernt stehenden Galvanometer verbindet; führt man in die Höhlung rasch einen Magnetstab ein, so bezeugt die Ablenkung der Magnetnadel das Vorhandensein eines Inductionsstroms; ein anderer von entgegengesetzter Richtung stellt sich ein, wenn man den Magnetstab rasch herauszieht. Um die Richtung der Inductionsströme zu ermitteln, stellt man die Axe der Inductionsrolle in den magnetischen Meridian und fährt am Südende mit dem Nordpol des Magnetstabes in die Höhlung ein; da nach Ampère in diesem Magnetstabe die elektrischen Ströme wie der Zeiger auf dem Zifferblatte einer Uhr, dessen Ebene auf dem magnetischen Meridian senkrecht steht, circuliren, so müssen der Volta-Induction gemäß, die beim Einfahren in die Höhlung inducirten Ströme in entgegengesetzter und die beim raschen Herausziehen entstehenden in der nämlichen Richtung im Drahtgewinde circuliren, mithin im ersten Falle unten im Gewinde von West nach Ost und im zweiten von Ost nach West, was die Versuche wirklich bestätigen. Denkt man sich im Magnetstabe eine menschliche Figur mit dem Kopfe vorwärts gehend und das Gesicht gegen die Windungen gewendet, so erfolgt die Bewegung der Inductionsströme immer von der Linken zur Rechten.

Fährt man am Südende der Rolle mit dem Südpol zuerst in die Höhlung hinein, so nimmt die Strömung im Gewinde die entgegengesetzte Richtung, die auch dann eintritt, wenn man den Nordpol des Magnetstabes am Nordende in die Höhlung der Rolle stößt.

4. Legt man in die Höhlung der einfachen Inductionsrolle einen weichen Eisenstab, und nähert ihm rasch den Pol eines kräftigen Magnets, so wird der Eisenstab magnetisch, d. h. es entstehen in ihm parallele Ströme, die in der nämlichen Richtung circuliren, wie die im Magnete; dieser plötzlich auftretende Magnetismus in dem weichen Eisen bringt in dem Drahtgewinde einen Inductionsstrom hervor, dessen Richtung die nämliche Richtung ist, wie die des Stroms, welcher beim Hineinfahren eines Magnets in der Höhlung des Gewindes entsteht. In dem Momente, wo der Magnetismus im weichen Eisen schwächer wird, insbesondere wo er verschwindet, wird im Drahtgewinde ein Strom inducirt, welcher dieselbe Richtung hat, wie derjenige, welcher beim Herausziehen eines Magnets aus der Inductionsrolle erregt wird.

Die Stärke des durch den Magnetismus in einem Drahtgewinde inducirten Stromes ist nach Lenz von der Intensität des inducirenden Magnetismus und von der Anzahl der Windungen abhängig; es ist die elektromotorische Kraft des ganzen Drahtgewindes der Summe der elektromotorischen Kräfte der einzelnen Windungen gleich und der Stärke des Magnetismus proportional, dieß jedoch nur annäherungsweise. Die Dicke des Drahtes ist ohne Einfluß.

5. Legt man in die Höhlung der aus zwei Drähten bestehenden Inductionsrolle einen Stab von weichem Eisen und läßt durch den dickeren Draht einen galvanischen Strom gehen, so wird der Eisenstab magnetisch und inducirt in dem Nebendrahte einen Strom, der in einer Richtung im Gewinde circulirt, die der des Hauptstromes entgegengesetzt, somit übereinstimmend ist mit dem durch den Hauptstrom erregten Inductionsstrome, wodurch dieser verstärkt wird. Beim Oeffnen der Kette verschwindet der Magnetismus im Eisenstabe was die Entstehung eines Inductionsstroms im Nebendrahte zur Folge hat, der dieselbe Richtung hat wie der daselbst durch den Hauptstrom bei dessen Verschwinden erzeugte. Hieraus ist ersichtlich, daß der Eisenstab in der Höhlung der Rolle sowohl den Schließungs- als den Oeffnungsstrom verstärkt. Diese Verstärkung wird erhöht, wenn man die Zahl der Eisenstäbe in der Höhlung vermehrt, und sie von einander isolirt.

Umgibt man eine Magnetnadel A mit einem Drahtgewinde, in dessen Höhlung die Nadel schwingen kann, und verbindet die Enden des Drahtes mit den Enden des Drahtes eines anderen Gewindes, das eine zweite weit entfernte Magnetnadel B umgibt, so inducirt jede Bewegung von A in dem in sich geschlossenen und die beiden Drahtgewinde bildenden Drähte einen elektrischen Strom, der auch eine Ablenkung der andern Nadel B bewirkt. Eine Bewegung der Magnetnadel A nach der entgegengesetzten Richtung hat auch eine entgegengesetzt gerichtete Bewegung in der Nadel B zur Folge. Hat man eine einfache Inductionsrolle mit einer Reihe von Galvanometern in leitende Verbindung gesetzt, und man schiebt in ihre Höhlung einen Magnetstab ein, so werden alle Magnetnadeln nach derselben Seite abgelenkt. Steinheil hat diese auf solche Art inducirten Ströme zur Telegraphie verwendet.

In den Gegenströmen, die jede Bewegung eines Magnets in den nahe liegenden Leitern inducirt, und die auf diese Bewegung hemmend zurückwirken, liegt auch den Grund des geringen Nutzeffects der elektromagnetischen Motoren.

6. Henry hat das Vorhandensein von Inductionsströmen höherer Ordnung nachgewiesen; der bei einer Unterbrechung des Hauptstroms entstehende Inductionsstrom kann in einem nahe geschlossenen Drahtgewinde einen zweiten, und dieser in einem dritten Leiter einen dritten Strom u. s. f. induciren. Henry konnte noch die Existenz eines Inductionsstromes der fünften Ordnung nachweisen.

7. Die Induction durch den Erdmagnetismus, die zuerst Faraday nachgewiesen hat, läßt sich leicht zeigen, wenn man einen hinlänglich großen Holzring, der um einen seiner Durchmesser drehbar ist, an seinem Umfange mit übersponnenen Kupferdraht umwickelt, die Drehungsaxe senkrecht auf den magnetischen Meridian und die Ebene des Ringes in die Lage der Inclinationsnadel stellt, dann die Drahtenden mit dem Galvanometer verbindet, und hierauf rasch eine Drehung von 180° macht; bei jeder solchen Drehung entsteht ein Inductionsstrom, der die Galvanometernadel ablenkt. Setzt man die Drehung im selben Sinne abermals um 180° fort, so erfolgt die Ablenkung nach entgegengesetzter Richtung; man kann es so einrichten, daß während der zweiten halben Umdrehung die Drahtenden mit dem Galvanometer nicht leitend verbunden sind; dann wird bei schneller Umdrehung die Magnetnadel durch die rasch auf einander folgenden Inductionsströme in derselben Richtung abgelenkt und nimmt eine bestimmte Lage an. Man kann aber auch an der Axe einen Commutator anbringen, durch den bewirkt wird, daß der bei der zweiten halben Umdrehung entstehende Inductionsstrom in der nämlichen Richtung durch das Galvanometer geht wie der erste.

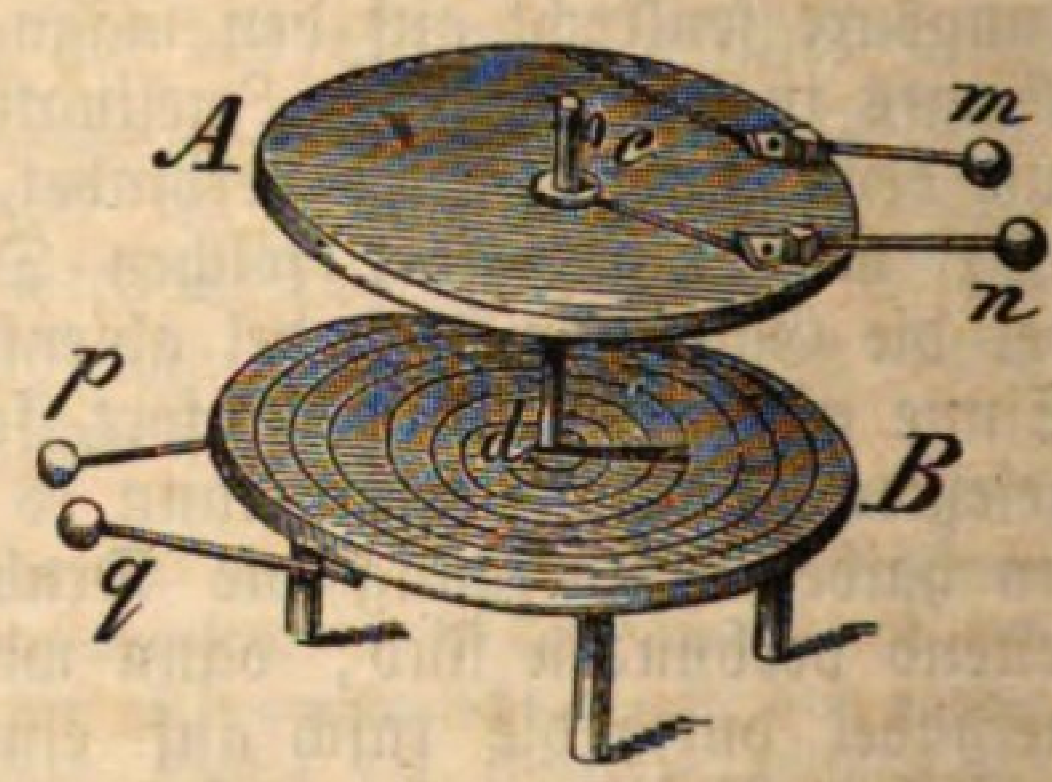
Palmieri gab den Drahtwindungen die Form einer Ellipse, deren große Axe 2·2 Meter und die kleine 0·6 Meter lang war, und versetzte sie in Drehung um die große, auf dem magnetischen Meridian senkrecht stehende Axe; er erhielt durch erdmagnetische Induction Funken, selbst elektrische Schläge und zersetzte Wasser. — W. Weber hat einen Apparat, den er Inductionsinclinatorium nennt, construirt, bei dem die verticale Componente des Erdmagnetismus während der schnellen Rotation eines kupfernen Ringes Inductionsströme erzeugt, welche eine Ablenkung der Magnetnadel bewirken, deren Kenntniß es möglich macht, die magnetische Inclination zu berechnen. Pogg. Ann. 43. Bd.

8. Hat man ein einziges z. B. Bunsen'sches Element mit einem kurzen Draht geschlossen und man öffnet die Kette, so erhält man nur einen sehr schwachen Funken, falls man aber seinen Körper in den Schließungskreis gebracht hat, keine Spur von einem elektrischen Schlage. Hat man aber die früher angegebene einfache, aus sehr vielen Windungen bestehende Inductionsrolle sammt seinem Körper in den Schließungskreis eingeschaltet, und öffnet dann die Kette, so entsteht ein lebhafter Funke und ein kräftiger Schlag. Nach Faraday muß jede einzelne Windung eines Drahtgewindes auf jede andere nebenan liegende inducirend wirken, wodurch in dem nämlichen Leiter, durch welchen der Hauptstrom geht, sowohl beim Schließen als beim Oeffnen der Kette ein Inductionsstrom, den man Extrastrom nennt, entsteht; der beim Schließen der Kette entstehende, schwächt den Hauptstrom, da er diesem entgegengesetzt gerichtet ist; der Oeffnungsstrom hingegen hat die nämliche Richtung wie der Hauptstrom und muß dessen Wirkung verstärken, daher die kräftigen Schläge, die bei den Unterbrechungen des Hauptstroms,

die man durch schnelle Drehung des Neef'schen Blitzrades bewirkt, sich einstellen. Versuche über den Extrastrom, den Faraday zuerst untersucht hat, sind insbesondere von Dove und Edlund angestellt worden. (Pogg. Ann. 56. und 77. Band).

9. Rieß hat nachgewiesen, daß der elektrische Strom, der bei der Entladung einer elektrischen Batterie durch einen längeren Metalldraht in dem Schließungsbogen circulirt, in einem nahen in sich geschlossenen Leiter einen elektrischen Strom inducirt. Er gebrauchte dazu zwei ganz gleiche flache Spiralen, wie A und B, Fig. 339, deren Windungen in Holz eingelassen, und möglichst gut isolirt sind. Die untere Spiralscheibe B ruht auf Glasfüßen, die obere kann an dem Glasstabe cd verschoben und der unteren beliebig genähert werden. Bringt man die Ebenen nahe an einander, verbindet die Drahtenden der unteren Spirale mit den Belegungen einer Lane'schen Flasche und schließt die obere Spirale, indem man die an den Drahtenden derselben befestigten Conductoren mit feuchten Händen faßt; so erhält man bei jeder Entladung der Flasche durch den Nebenstrom einen Schlag. Stehen m und n in einem Abstande von 1 oder 2 Linien von einander, so sieht man bei jeder Entladung zwischen m und n einen Funken. Dieser Nebenstrom wird durch einen zwischen den beiden Spiralen befindlichen Nichtleiter nicht verändert.

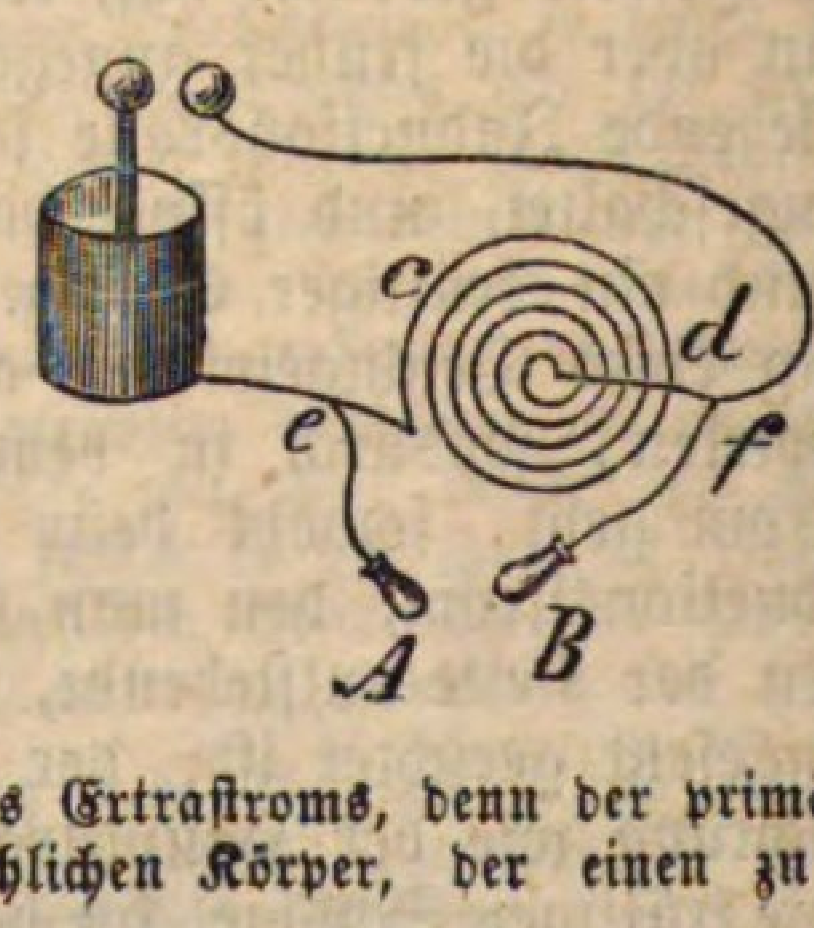
Fig. 339.



Um die Spirale zu erhalten, schneidet man in einer Scheibe, die aus 3 über einander geleimten Theilen besteht und beiläufig einen Fuß im Durchmesser hat, 30 concentrische Ringe ein, und vereinigt sie durch gekrümmte Einschnitte zwischen je zwei auf einander folgenden Kreisen zu einer Spirale; überzieht dann die ganze Scheibe mit einer dünnen Lage von schwarzem Pech und legt in die spiralförmige Rinne einen Kupferdraht von $\frac{1}{2}$ Linie Dicke ein; das eine Ende desselben wird durch die Mitte der Scheibe, das andere am Rande durchgesteckt, so daß beide Enden auf der andern Seite der Scheibe erscheinen, wo keine Rinne ist. Den Draht befestigt man durch Auflegen einer heißen Metallplatte, füllt dann die Zwischenräume zwischen den Drahtwindungen mit Pech aus, und legt darauf eine schwere erwärmte Metallplatte, um die Oberfläche ganz eben zu machen.

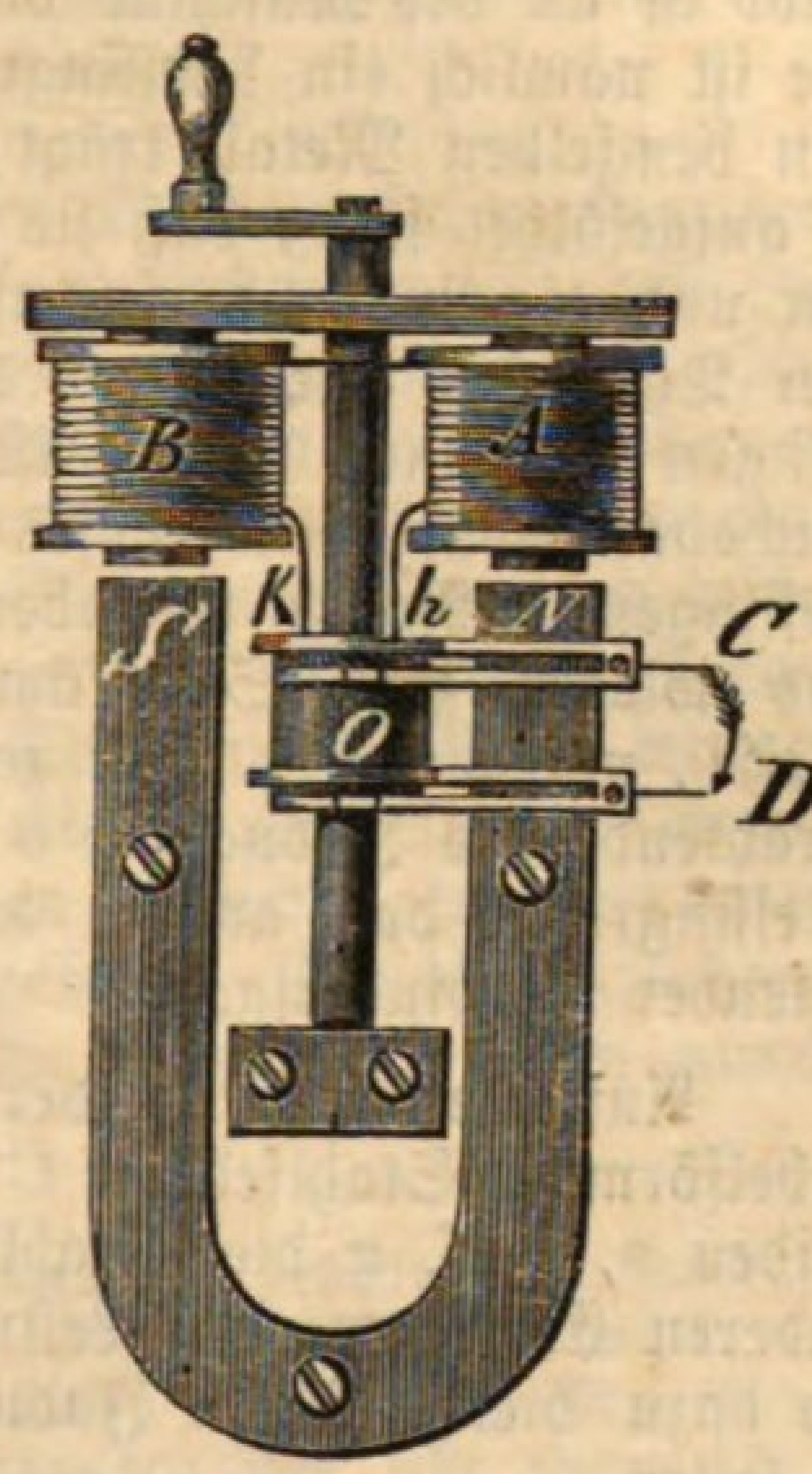
Dove hat den Extrastrom auch bei der Entladung einer Leydnerflasche durch folgenden Versuch nachgewiesen: Fig. 340, ein Schließungsdraht bringt die beiden Belegungen in leitende Verbindung; cd ist eine Spirale von Kupferdraht in Holz eingelassen, aber gehörig isolirt; bei e und f sind Drähte angelöthet, die mit Conductoren A und B versehen sind; faßt man diese mit befeuchteten Händen an, so erhält man bei jeder Entladung der Flasche einen Schlag, der nicht stattfindet, wenn die Spirale nicht zwischen den Leitungsdrähten Ae und Bf sich befindet; der Schlag ist nur die Wirkung des Extrastroms, denn der primäre geht nur durch den Draht und nicht durch den menschlichen Körper, der einen zu großen Leitungswiderstand leistet.

Fig. 340.



Um die Wirkungen der durch den Magnetismus inducirten Ströme in verstärktem Grade hervorzubringen, hat man magnetoelektrische Rotationsmaschinen construirt. Eine kleine und sehr einfache von Stöhrer construirte stellt die Fig. 341 dar; das Princip, auf dem diese Maschinen beruhen, besteht in Folgendem: Man befestigt an den beiden Enden einer Eisenplatte, die um eine verticale, durch ihre Mitte gehende Axe drehbar ist, Cylinder von weichem Eisen, umgibt einen jeden mit einer hölzernen oder metallenen Spule, und windet einen sehr langen, mit Seide übersponnenen Metalldraht zuerst um die eine Spule z. B. von der Rechten zur Linken, dann um die andere von der Linken zur Rechten vielmal herum, so daß, wenn durch diese Drahtwindungen ein elektrischer Strom durchginge die beiden Cylinder entgegengesetzte magnetische Pole bekommen würden; dieser Theil der Rotationsmaschine heißt Inductor. Den Inductionsspiralen A und B gegenüber befinden sich die Pole N und S eines sehr kräftigen Magnets oder einer Magnet-Batterie, und die Drahtenden stehen in leitender Verbindung. Durch den Einfluß des Magnetes wird auch das weiche Eisen der Spiralen magnetisch; wird letzteres gedreht, so verschwindet während der ersten Viertelumdrehung der Magnetismus in den eisernen Cylindern von A und B, welches Verschwinden in dem in sich geschlossenen Drahte des Inductors einen elektrischen Strom von einer gewissen Richtung inducirt; während der folgenden Viertelumdrehung, wobei B dem N und A dem S sich nähert, wird das weiche Eisen wieder magnetisch; beim Entstehen des Magnetismus entsteht in dem Drahte abermals ein elektrischer Strom, dessen Richtung zu der des ersten Stromes entgegengesetzt wäre, wenn B und A dieselben Magnetismen hätten, wie früher; da aber in A und B die entgegengesetzten magnetischen Pole sich bilden, so ist die Richtung des zweiten Stromes dieselbe, wie die des ersten: demnach entsteht während der halben Umdrehung ein Strom, der mit veränderlicher Stärke, aber in unveränderlicher Richtung fortdauert. Beim Beginne der zweiten halben Umdrehung, wo sich B von N, und A von S entfernt, wird ein Strom von entgegengesetzter Richtung inducirt, der mit veränderlicher Stärke bis zur Vollendung dieser halben Umdrehung fortdauert, weil beim Entfernen des B ein Strom in derselben Richtung inducirt wird, wie beim Annähern des A, dessen Magnetismus stets entgegengesetzt ist von dem in B. Geht die Drehung des Inductors rasch vor sich, so folgen auch die Ströme von entgegengesetzter Richtung rasch aufeinander; der Wechsel in der Richtung tritt jedesmal ein, wenn die Pole des weichen Eisens den Magnetpolen gegenüberstehen.

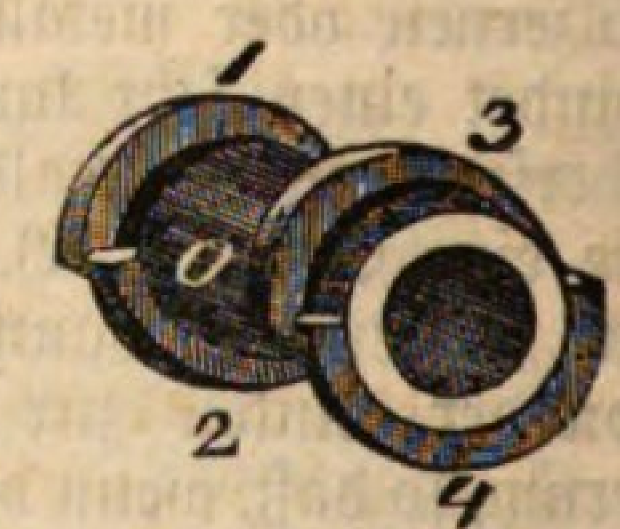
Fig. 341.



Trifft man die Einrichtung, daß die Drahtenden des Gewindes,

das ja nur aus einem einzigen ununterbrochenen Drahtstücke besteht, während einer halben Umdrehung nicht leitend verbunden sind, so bleibt nur ein Strom von einer und derselben Richtung wirksam. — Man kann aber auch mittelst eines Commutators bewirken, daß beide Ströme in einer und derselben Richtung wirksam auftreten; ein solcher Commutator ist an der Maschine von Stöhrer angebracht. An der Drehungsaxe ist nämlich ein Messingrohr befestigt, welches an den Enden Ringe von demselben Metall trägt, an die zwei Stahlkämme 1 und 4 Fig. 342 so aufgelöthet sind, daß sie genau gegenüber liegen und die Enden derselben sich etwas überragen. Der Theil des Messingrohrs zwischen den beiden Ringen an seinen Enden ist von einem dünnen Buchsbaumrohr und dieses von einem zweiten messingenen Rohre umgeben; auf dem letzteren sind wieder zwei Stahlkämme 2 und 3 in der Weise, wie die Fig. 342 zeigt, aufgelöthet. Das Drahtende des Inductors h ist mit dem zweiten Messingrohr, das andere k mit dem ersten in leitender Verbindung.

Fig. 342.



Auf dem Gestelle der Rotationsmaschine sind zwei flache dünne gabelförmige Stahlfedern C und D so angebracht, daß ihre vorderen Enden a, b, f, g die Stahlkämme von oben leicht berühren; an den anderen Enden werden Leitungsdrähte mittelst Klemmschrauben befestigt, die dazu dienen, den Inductionsstrom durch jeden beliebigen Körper zu leiten.

Denken wir uns die Enden von C und D leitend verbunden und beachten die Stellung, welche die Figur darstellt; die Feder b schleift auf dem Kamme 2 und g auf 4, die beiden andern sind frei. Nehmen wir an, der elektrische Strom, welcher bei der ersten halben Umdrehung, wobei B von dem Pole S sich entfernt und dem Pole N nähert, inducirt wird, gehe von k durch die Windungen nach h; so tritt er von hier in den Kamm 2 ein, geht vermittelst der Feder b in die Leitung CD, dann durch die Feder g in den Kamm 4 und von da zu k. Während der Entfernung der Spirale B vom Pole N und Annäherung an den Pol S, schleifen die Federn a und f an den Kämmen 1 und 3, während die Federn b und g frei sind; der Inductionsstrom geht jetzt von h durch die Windungen nach k, von da zum Kamm 1, hierauf durch die Feder a nach C, und durch die Leitung CD genau in derselben Richtung, wie früher nach D, dann durch die Feder f zum Kamme 3, und an dem zweiten Messingrohr nach h. Der Strom, der durch die leitende Verbindung stets in derselben Richtung geht, wird darin immer genau dieselbe Wirkung erzeugen.

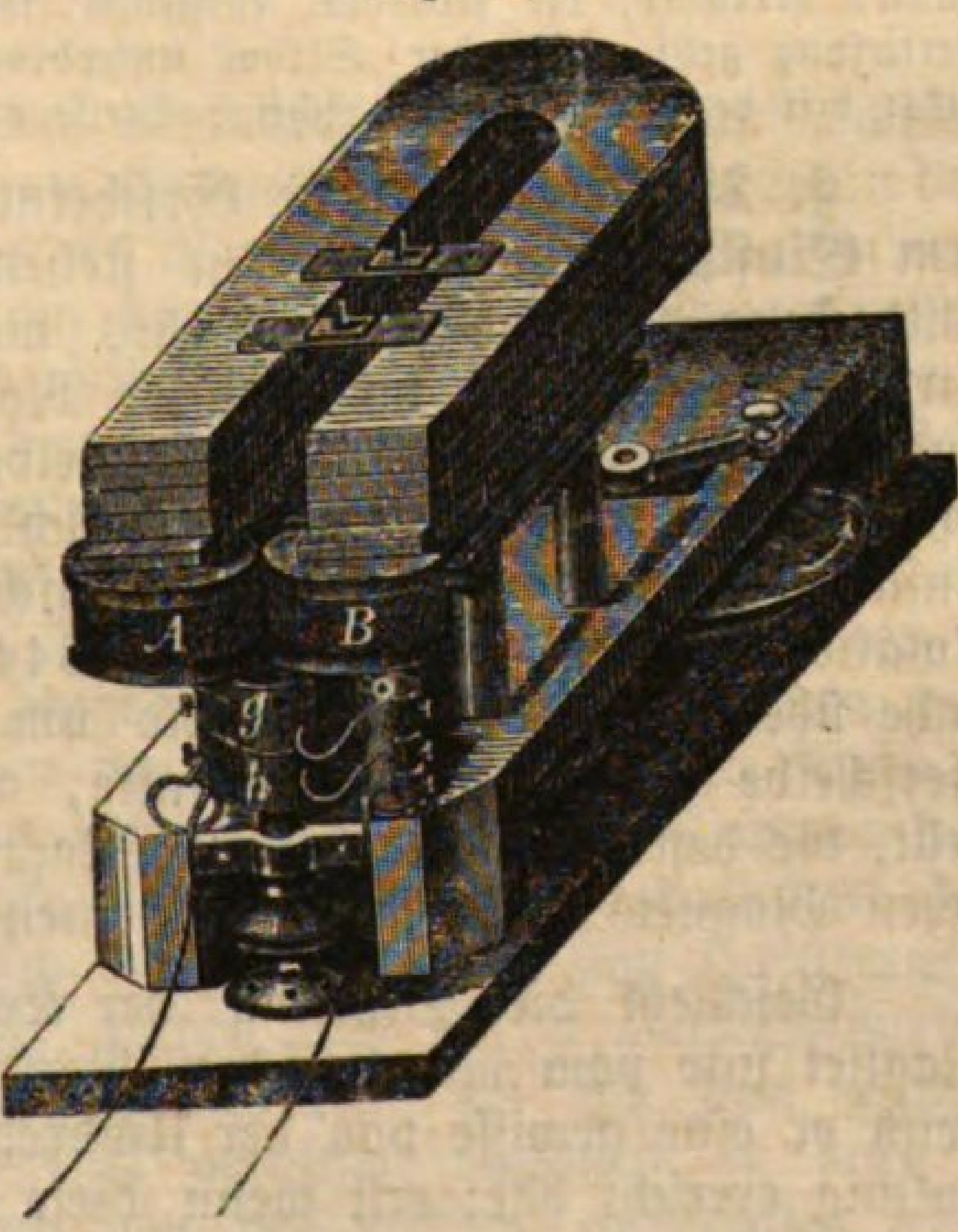
Der Umstand, daß die Kämme noch etwas übereinander greifen, hat zur Folge, daß 1 mit a und 3 mit f schon in Berührung kommt, ehe 2 die Feder b und 4 die Feder g verläßt, weßhalb einen Augenblick lang alle 4 Federn gleichzeitig schleifen, und der Strom von k sogleich durch die Federn nach h übergeht, und in der leitenden Verbindung CD die Strömung aufhört. In dem Augenblicke, wo der Stahlkamm seine Feder verläßt, wird hier der Strom unterbrochen, wo-

bei ein lebhafter Funke erscheint. Ist in der leitenden Verbindung CD ein menschlicher Körper, so erhält er bei jeder Unterbrechung des durch ihn gehenden Stroms einen sogenannten Trennungsschlag; bei schnellem Drehen folgen diese Schläge sehr rasch auf einander, und werden äußerst empfindlich. Man mäßigt ihre Stärke, wenn man langsamer dreht, oder die Pole des inducirenden Magnetes zurückzieht, oder sie durch einen Anker von weichem Eisen verbindet.

Schaltet man in der Leitung CD einen Wasserzersetzungsapparat ein, so wird das Wasser durch die in derselben Richtung gehenden Inductionsströme zerlegt. Wird der mit Seide übersponnene Verbindungsdraht CD um ein weiches Eisen schraubenförmig herumgewunden, so wird dieses Eisen durch den Inductionsstrom magnetisch. Leitet man den Strom durch einen kurzen und dünnen Platindraht, so wird dieser glühend. Zur Erzeugung kräftiger physiologischer Wirkungen bedarf man eines Inductors, der aus sehr vielen Windungen eines dünnen Drahtes gebildet wird, und Intensitäts-Inductor heißt; zur Erzeugung von Glühphänomenen, nimmt man einen Inductor, der aus wenigen Windungen eines dicken Kupferdrahtes gebildet ist; die Eisenkerne sind dicker, nnd der Draht unmittelbar auf sie gewunden, man nennt diesen Inductor Quantitäts-Inductor.

Um eine größere Rotationsgeschwindigkeit zu erzeugen, befestigt man gewöhnlich an der Inductorare eine kleine, an der Kurbelare eine größere Scheibe, und verbindet beide Scheiben durch einen Schnurlauf. — Stöhrer verfertigt größere Rotationsmaschinen von complicirter Einrichtung, deren Leistungen aber sehr ausgezeichnet sind. Sehr kräftig sind auch die Wirkungen der Magnetelektrisirmaschine von Herrn R. von Ettingshausen, welche in der Fig. 343 abgebildet ist. Die eiserne Drehungsare des Inductors steht vertical; die kräftige Magnetbatterie liegt horizontal, und wird so weit vorwärts geschoben, daß die Pole derselben über die Eisenkerne des Inductors zu liegen kommen. Das eine Ende der Drahtwindung ist an der eisernen Are des Inductors, das andere an einem eisernen Ringe g aufgeschraubt, der durch einen isolirenden Ring von Elfenbein oder dichtem und trockenem Holze von der eisernen Are getrennt ist. Unterhalb g ist ein Eisencylinder h unmittelbar an der eisernen Are befestigt, daher mit ihr in leitender Verbindung; an diesem sind drei über einander befindliche Theile zu unterscheiden; an dem obersten befinden sich zwei grubenartige Vertiefungen, die einander diametral gegenüber stehen; an dem untersten Theile ist ein Ausschnitt, welcher die Hälfte des ganzen Umfangs hinwegnimmt, und nur der mittlere bildet einen ununterbrochenen cylindrischen Umfang. Sowohl rechts als links von der Rotationsare steht ein messingenes Säulchen mit 4 Löchern versehen, in die man Leitungsdrähte oder metallische Federn einführen

Fig. 343.



und mittelst Klemmschrauben befestigen kann. An dem Säulchen rechts sind zwei Metallfedern, wovon die obere während der Drehung des Inductors an g, die andere an dem oberen Theile von h schleift; dadurch ist eine leitende Verbindung zwischen dem an dem Ringe g und dem an der eisernen Axe befestigten Drahtende bewerkstelligt, folglich die Kette geschlossen; der Strom circulirt in den Windungen, wird aber so oft unterbrochen, als das Ende der zweiten Feder über die grubenartige Vertiefung hinweggleitet. Klemmt man an dem Säulchen links auch eine Feder ein, die während der Drehung an dem mittleren Theile von h schleift, befestigt an demselben Säulchen einen Leitungsdraht, und an dem Säulchen rechts einen zweiten, versieht ferner beide Drähte an ihren Enden mit Conductoren, die man mit befeuchteten Händen anfaßt, so empfindet man bei jeder Unterbrechung des Inductionsstromes einen Trennungsschlag, indem dann der Strom vermittelst der dritten Feder zum Säulchen links, und von da durch den eingeschalteten Körper zum Säulchen rechts geht. —

Will man eine Wasserzersetzung vornehmen, so bringt man g vermittelst einer Feder mit dem Säulchen rechts, und den untersten Theil von h, an dem der Ausschnitt ist, vermittelst einer andern Feder mit dem Säulchen links in Verbindung, und leitet von jedem Säulchen einen Leitungsdraht zum Wasserzersetzungsapparate, wodurch die Kette geschlossen ist, aber nur während einer halben Umdrehung geschlossen bleibt, weßhalb nur ein Strom wirksam ist und fast continuirlich an der Anode den Sauerstoff, an der Kathode den Wasserstoff ausscheidet.

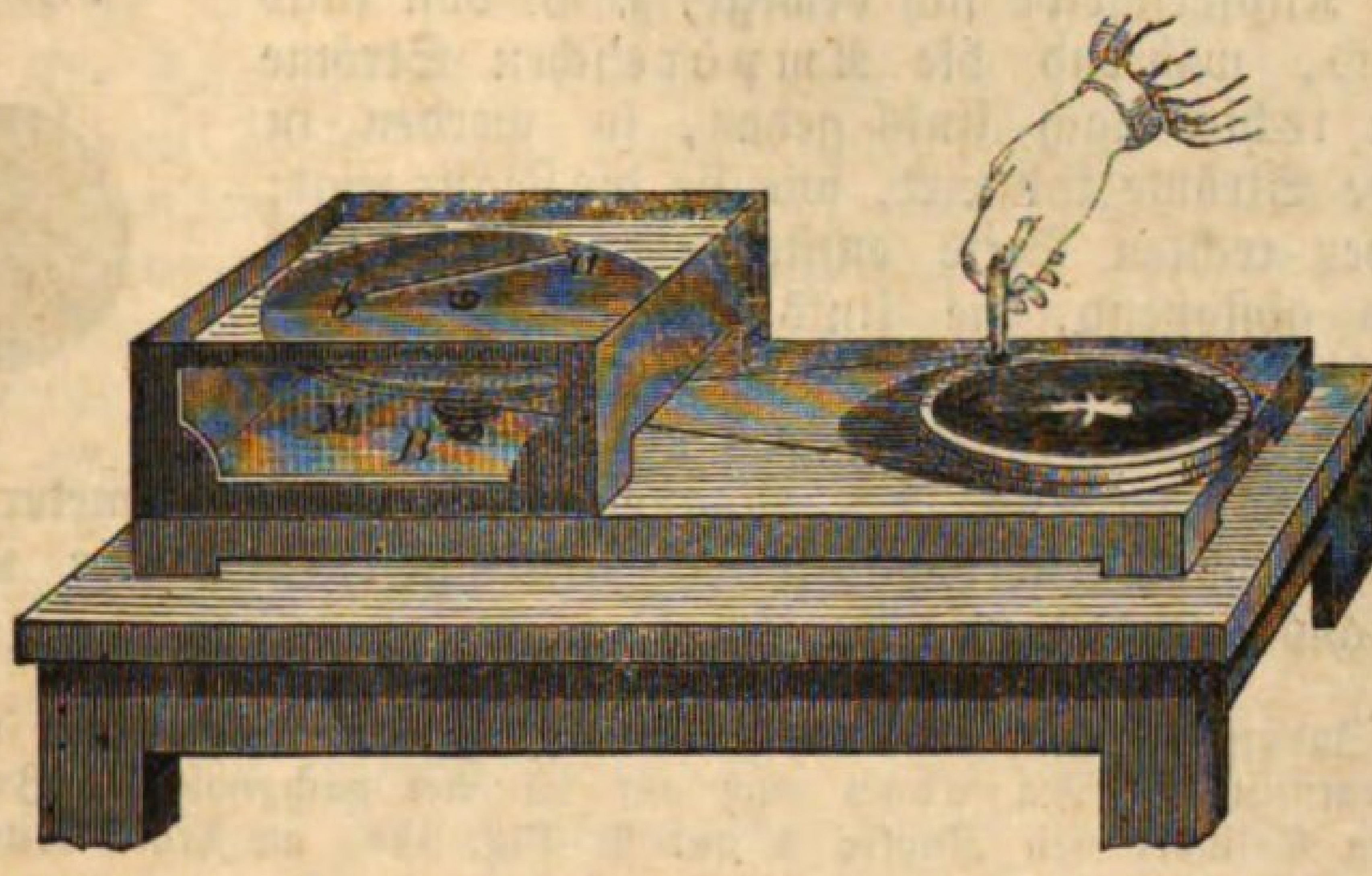
Um starke Glühphänomene zu erhalten, wird ein Quantitätsinductor eingeschaltet, g mit dem rechtsstehenden, und der mittlere Theil von h mit dem links befindlichen Säulchen vermittelst Federn, hierauf beide Säulchen vermittelst einer aus zwei Kupferdrähten bestehenden Vorrichtung verbunden, indem man ein Ende des einen Drahtes an einem, und ein Ende des zweiten am andern Säulchen einklemmt; beide Drähte sind in der Mitte mit Seide übersponnen und übereinander gewunden; zwischen den beiden andern, eine Art von Gabel bildenden Enden wird der zum Glühen bestimmte Draht ausgespannt.

Befestigt man an dem Säulchen links eine Stahlfeder, die über dem oberen Theile von h schleift, und am Säulchen rechts eine Feder, die am Ringe g gleitet, und verbindet beide Säulchen durch einen Draht, so beobachtet man während der Drehung an dem Ende der Stahlfeder ein lebhaftes Funkensprühen, welches von den Funken herrührt, die jedesmal entstehen, wenn die Stahlfeder über die grubenförmige Vertiefung geht, also der Strom unterbrochen wird. Am zweckmäßigsten ist es, die Feder mit der Hand an die richtige Stelle anzudrücken.

§. 251. Magnetische Erscheinungen erzeugt durch gute, unter dem Einflusse von Magneten stehende Elektricitätsleiter. Lange vor Entdeckung des Inductionsgesetzes machte Arago die Entdeckung, daß ein leicht beweglicher horizontaler Magnetstab durch eine unter ihm befindliche schnell rotirende Kupferscheibe in eine drehende Bewegung versetzt wird, die in der nämlichen Richtung, in welcher die Scheibe rotirt, Anfangs langsam, dann aber rasch vor sich geht. Man kann diese Rotation an dem, durch die Fig. 344 dargestellten Apparat nachweisen; nahe über der horizontalen, und um eine verticale Axe drehbaren Kupferscheibe A liegt eine Glasplatte, auf die man eine verticale Spitze stellt, die den leicht beweglichen Magnetstab trägt. Anstatt eines wirklichen Magnets kann man auch einen Elektromagnet nehmen.

Geschieht die Drehung der Kupferscheibe langsam, so wird der Magnet nur vom magnetischen Meridian abgelenkt und kommt zur Ruhe, wenn er eine gewisse von der Umdrehungsgeschwindigkeit abhängige Ablenkung erreicht hat; erst wenn diese Geschwindigkeit so groß wird, daß die Ablenkung 90° überschreitet, dreht sich der Magnet ununterbrochen mit der Scheibe. Die Intensität der Einwirkung der rotirenden Scheibe auf den Magnetstab ist um so größer, je geringer ihr Abstand vom

Fig. 344.



Magnete, je größer ihre Masse, und je stärker der Magnetismus des Magnetes ist. Hat die Scheibe in der Richtung ihrer Halbmesser Einschnitte, so geht ein bedeutender Theil ihres Einflusses verloren. Scheiben von andern Metallen üben, wenn sie schnell gedreht werden, dieselbe Wirkung aus, doch ist die Stärke derselben verschieden; groß bei Silber und Eisen, bei andern schwächer als bei Kupfer. Schirme aus nicht metallischen Substanzen, wie Glas, Papier, Holz bringen keine Aenderung in der Wirkung der rotirenden Metallscheibe hervor.

Eine rotirende Metallscheibe versetzt eine andere ruhende, obwol bewegliche in keine Bewegung, aber durch schnelle Drehung eines hufeisenförmigen Magnets unter einer frei hängenden Kupferscheibe wird letztere zum Rotiren gebracht.

Die Bewegung der Magnetnadel über der rotirenden Kupferscheibe erkannte Faraday als Wirkung von Inductionsströmen, welche in der Kupferscheibe durch den Einfluß des Magnetismus erzeugt werden. Denkt man sich eine in der Richtung von Links nach Rechts rotirende Kupferscheibe, und ist a b der über ihr befindliche horizontale Magnetstab, bei dem die Ströme an der unteren, der Scheibe zugekehrten Seite in einer der Richtung der Drehung entgegengesetzten Richtung gehen, so nähern sich die Theile der Scheibe auf der linken Seite dem Pole a und entfernen sich von b, daher werden in ihr rechts von a Ströme inducirt, deren Richtung entgegengesetzt ist den Strömen des Magnets bei a, hingegen entstehen in der Scheibe rechts von b Ströme, die mit denen im Magnete an der untern Seite dieselbe Richtung haben. Umgekehrt erscheint die Richtung der Ströme auf der links befindlichen Hälfte der Scheibe, wo sich die Scheibentheile von b entfernen und andere dem a nähern. Daher bilden sich bei a gleichgerichtete, dagegen bei b entgegengesetzt gerichtete Ströme. Da sich nun gleichgerichtete Ströme anziehen und ungleich gerichtete abstoßen, so muß b von der linken Seite abgestoßen und von der rechten angezogen werden, während bei a das Gegentheil erfolgt; dieß hat offenbar eine Drehung des Magnetstabes zur Folge, die in der nämlichen Richtung vor sich geht, in welcher die Scheibe gedreht wird.

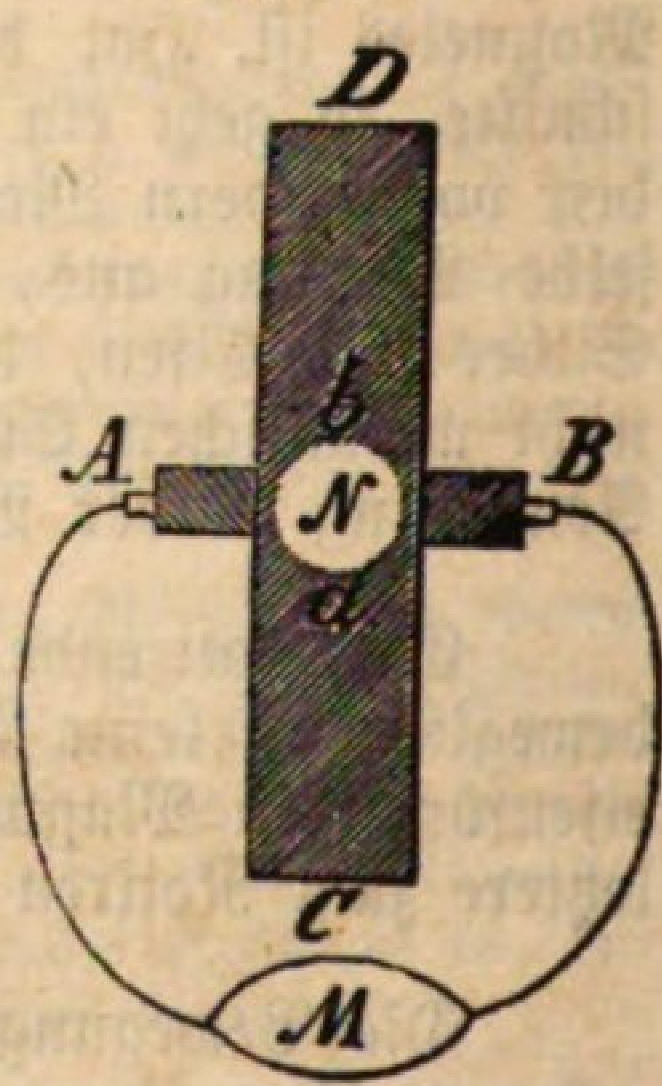
Fig. 345.



Wenn eine horizontale Magnetnadel a b Fig. 345 über einer Kupferscheibe sich bewegt, z. B. von links nach Rechts, während die Ampère'schen Ströme unten von rechts nach links gehen, so werden in der Scheibe Ströme inducirt, wie sie die Figur zeigt; die auf der rechten Seite entstehenden wirken auf den Pol a abstoßend, die links befindlichen anziehend, mithin hemmend auf die Bewegung der Nadel. Man legt daher Kupferscheiben unter eine Multiplicationsnadel oder unter den Magnetstab im Magnetometer, um die schwingende Nadel früher zur Ruhe zu bringen, oder wie man sagt, nur die Schwingungen zu dämpfen.

Den Inductionsstrom, der durch die Bewegung einer Kupferscheibe unter einem Magnetpol entsteht, hat Faraday auch auf die Art nachgewiesen: Zwischen die amalgamirten Cylinder von Kupfer A und B Fig. 346, an denen Leitungsdrähte, die mit einem Multiplicator M in Verbindung stehen, angelöthet sind, legt man einen Kupferstreifen CD, dessen Ränder auch amalgamirt sind, und über dem der Nordpol eines auf dem Streifen senkrecht stehenden Magnetstabes sich befindet; wird der Kupferstreifen in der Richtung CD bewegt, so entsteht in dem geschlossenen Drahte ein Strom, der von N nach A, M, B und zurück nach N sich bewegt; denn, berücksichtigt man die Wirkung der nach Ampère's Ansicht den Nordpol umkreisenden Ströme auf irgend einen Querschnitt p q des Kupferstreifens, der sich nähert, so entsteht in ihm weil der Strom bei a stärker wirkt als der bei b die Tendenz zu einem Strome, dessen Richtung jener des Stromes in a entgegengesetzt ist. Kommt jedoch dieser Querschnitt zwischen a und b, so entfernt er sich von a und nähert sich dem Strome in b, und nun muß durch a ein Strom von der Rechten zur Linken und durch b ein Strom von gleicher Richtung mithin durch das Zusammenwirken von a und b ein Strom entstehen, der durch die geschlossene Kette von N nach A, B B, N geht. Wird der Kupferstreifen in der Richtung DC bewegt, oder steht der Nordpol unter ihm, so entsteht ein Strom, der von N nach B, M, A und zurück nach B geht.

Fig. 346.



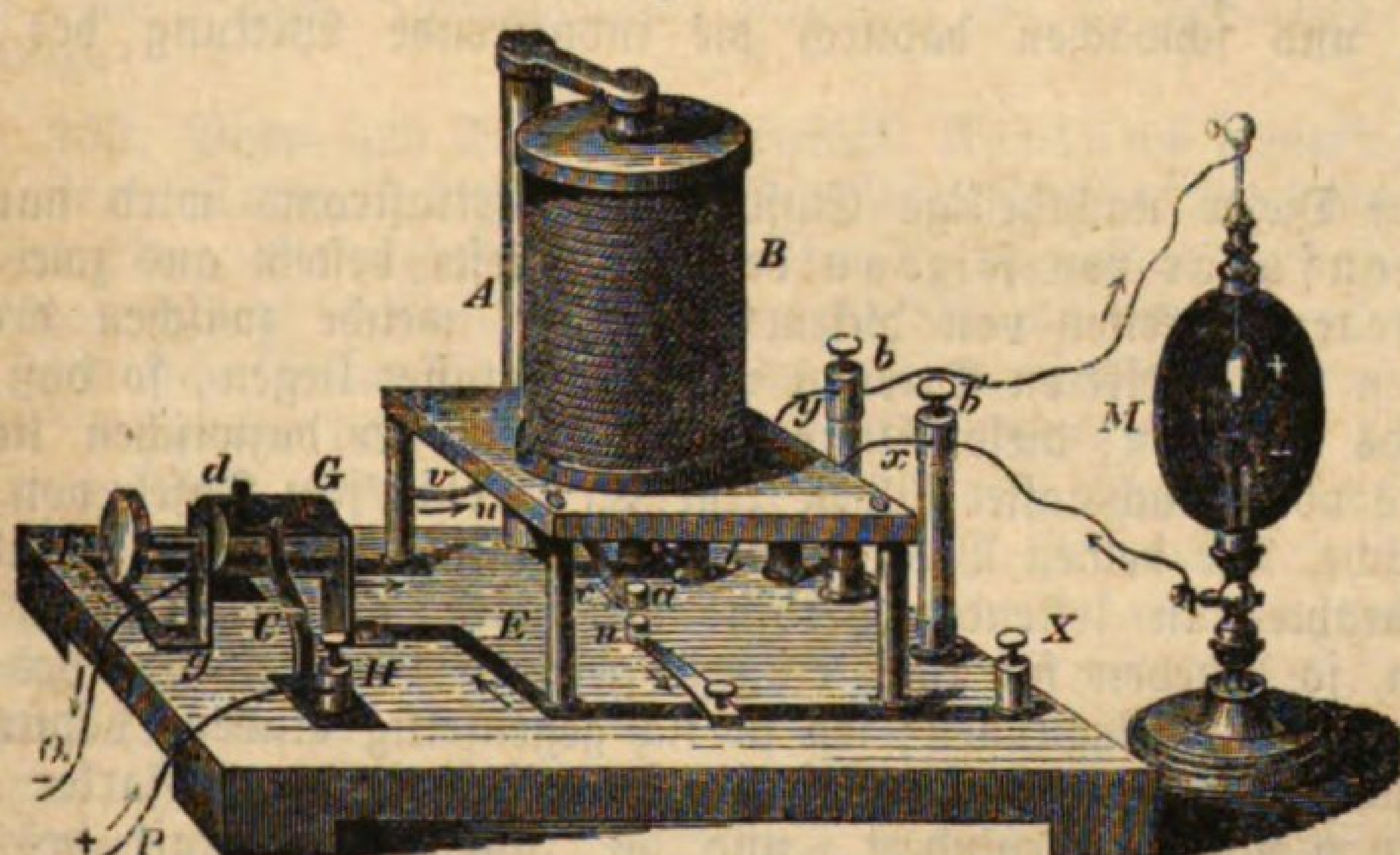
Wollte man die Bewegung der Magnetnadel, die sie durch die rotirende Kupferscheibe erhält, verhindern, so müßte man eine gewisse Arbeitsgröße verwenden, die dann als Wärme wahrnehmbar wird; kann sich der Magnet nicht bewegen, so stellt sich ein Widerstand ein, der auf die Rotation hemmend einwirkt, so daß man eine gewisse Arbeitsgröße zu seiner Ueberwältigung bedarf, die dann in Wärme umgesetzt erscheint. Um dieß nachzuweisen, hat Foucault einen Apparat construirt, der aus einem großen horizontal liegenden Elektromagnete besteht, an dessen Polen zwei Stücke von weichem Eisen sich befinden, zwischen welchen eine Kupferscheibe von 75^{mm} Durchmesser und 7^{mm} Dicke mittelst eines Räderwerks in eine Rotation versetzt wird, bei der 150 bis 200 Umdrehungen in 1 Secunde Stattfinden. — Diese Rotation der Kupferscheibe wird mit Leichtigkeit bewirkt, so lange kein Strom in den Windungen circulirt; beginnt aber das Kreisen des Stromes in den Windungen, so stellt sich der Rotation ein beträchtlicher Widerstand entgegen; setzt man nun ungeachtet des Widerstandes die Drehung fort, so wird die dabei verbrauchte Arbeit in Wärme umgewandelt, welche die Temperatur der Scheibe steigert. Bei 3 Bunsen'schen Elementen wurde in 3 Minuten die Scheibe von 10° bis auf 61° C. erwärmt.

§. 252. Inductionsapparat von Ruhmkorff. Der Zweck dieses Apparates ist nicht nur kräftige elektrische Ströme, sondern auch

Elektricität von starker Spannung hervorzubringen, mithin eine Elektrisirmaschine zu ersetzen. Die wesentlichen Theile des Apparates sind:

a) Die Hauptrolle, durch welche der Hauptstrom geht; sie besteht aus einem hohlen und dünnen Holzcylinder, über den ein mit Seide übersponnener 2 Millimeter dicker Kupferdraht beiläufig in 300 Windungen aufgewickelt ist; in der Höhlung des Cylinders befindet sich zur Verstärkung des Inductionsstromes ein cylindrisches Bündel von vielen geglühten und gefirnißten Eisendrähten. Diese Windungen werden mit einer Schichte gefirnißter Seide oder Gutta Percha bedeckt, über die die Windungen einer zweiten Rolle zu liegen kommen, in welcher der Inductionsstrom circulirt; der $^1/_4$ Millimeter dicke, mit Seide doppelt übersponnene Draht hat eine Länge von mehreren Tausend Fuß. Die einzelnen Windungen desselben sind nicht bloß durch Seide isolirt, sondern auch mit Schellackfirniß oder einer Mischung von 1 Theil Wachs auf 1 Theil Colophonium überzogen; die Enden des Drahtes nämlich x und y, Fig. 347, sind in Verbindung mit metallenen Klemm-

Fig. 347.



schrauben b, b′ die von Glassäulen getragen werden, und in die man andere Drähte einsetzen kann.

Die beiden Rollen bilden zusammen eine Inductionsrolle, die z. B. vertical, wie die Figur zeigt auf eine isolirende dicke von 4 metallenen Füßen getragene Glasplatte gestellt wird.

b) Vom positiven Pol einer constanten Kette geht ein Draht zu einem mit einer Klemmschraube versehenen Säulchen H, von da eine Metallfeder C zum Stromwechsler G, der leitend mittelst eines Kupferstreifens mit einem Ende v des dicken Drahtes der Hauptrolle verbunden ist; das andere Ende dieses Drahtes der Hauptrolle ist i, von dem eine Leitung zu der metallenen Säule u A geht, an der eine metallene, mit einem eisernen Hämmerchen a versehene Feder befestiget ist; das Hämmerchen liegt, wenn kein Strom durch die Hauptrolle geht, auf dem metallenen Säulchen n, das durch den Kupferstreifen E und den Stromwechsler G mit dem Polardrahte Q, der vom negativen Pole kommt, verbunden ist. Liegt also a auf n, so ist die Kette geschlossen; der

Hauptstrom circulirt in der Hauptrolle und macht das Bündel von Eisendrähten magnetisch, weßhalb a von dem unteren Pol o angezogen und dadurch eine Unterbrechung des Hauptstroms bewirkt wird; diese Unterbrechung hat zu Folge, daß das Eisen aufhört magnetisch zu sein, und das Hämmerchen wieder herabfällt, mithin abermals die Kette schließt, aber sogleich wieder von dem magnetisch gewordenen Eisen angezogen, und dadurch eine neue Unterbrechung veranlaßt wird. Man nennt diese Einrichtung zur Unterbrechung des Stroms den Neef'schen Hammer; die Zahl der Unterbrechungen in 1 Secunde hängt von der Spannung der Feder, welche a trägt, und von der gegenseitigen Entfernung der Theile n, a und o ab. — Jede Unterbrechung ist begleitet von einem Extrastrom im Hauptdrahte, und einem Inductionsstrom in dem Nebendrahte; in beiden inducirten Strömen werden die entgegengesetzten Elektricitäten nach entgegengesetzten Richtungen getrieben, aber da gleichzeitig zwischen a und n eine Oeffnung entsteht, so wird im Hauptdrahte theils eine Ausgleichung der + E und der — E in Form von lebhaften zwischen a und n überspringenden Funken erfolgen, theils fließen die getrennten Elektricitäten in entgegengesetzten Richtungen zurück, und schwächen dadurch die inducirende Wirkung des Hauptstroms.

c) Dieser nachtheilige Einfluß des Extrastroms wird durch den Condensator von Fizeau beseitigt. Dieser besteht aus zwei langen und breiten Streifen von dickem Stanniol, welche zwischen drei noch längeren und breiteren Streifen von Wachstaffet liegen, so daß sie sich nirgends berühren; diese Stanniolstreifen mit der dazwischen liegenden Schichte von Wachstaffet bilden eine Franklin'sche Tafel von großer Oberfläche. Die beiden Belegungen stehen mit den Enden v und i des Hauptdrahtes in leitender Verbindung; wird der Hauptstrom unterbrochen, so begeben sich die entgegengesetzten Elektricitäten des Extrastroms zu den Belegungen; wo sie sich gegenseitig binden; dadurch wird das Zurückfließen derselben, sowie das Ueberspringen starker Funken zwischen a und n verhindert, und die inducirende Kraft des Hauptstroms kann nun ungeschwächt auf den Nebendraht einwirken; diese Kraft treibt im Nebendrahte die Elektricitäten nach entgegengesetzten Richtungen, sie treten an den Drahtenden mit starker Spannung auf, so daß, wenn an die Klemmschrauben b und b′ metallene Spitzen angesetzt werden, die man einander gegenüber stellt, die Ausgleichung in langen Funken erfolgt; werden die Spitzen mehr genähert, so geht ein beständiger Lichtstrom über. Leitet man von b und b′ Drähte zu dem Apparate M, aus dem man die Luft möglichst gut ausgepumpt hat; so sieht man schon bei Anwendung von zwei Bunsen'schen Elementen, das elektrische Licht zwischen den beiden mit der Inductionsrolle verbundenen Kugeln; die positive Kugel ist von feuerrothem, die negative von violettem Licht umhüllt. Sind in dem leeren Raume einige Dämpfe von Terpentinöl, oder von Schwefelkohlenstoff vorhanden, so beobachtet man in dem elektrischen Lichte eine Reihe heller Zonen, die durch dunkle von einander getrennt sind.

Eisenlohr fand, daß das elektrische Licht viel unsichtbare Strahlen enthielt, die durch fluorescirende Substanzen sichtbar gemacht werden; ein Porcellanteller steht

in der Nähe dunkelbraun aus, dagegen erscheinen Zeichnungen mit Chinin auf Papier noch in größeren Abständen hell.

Stöhrer hat nach Poggendorf's Vorschlage an dem Ruhmkorff'schen Apparate die Abänderung vorgenommen, daß er die Inductionsrolle aus mehreren kleineren zusamensetzte, wodurch bei Anwendung von größeren constanten Ketten dem Ueberspringen der Funken innerhalb der Windungen des Nebendrahtes vorgebeugt wird.

Die physiologischen Wirkungen des Inductionsstroms bei diesem Apparate sind besonders heftig. Den Inductionsfunken benützt man in neuerer Zeit zur Sprengung von Minen. — Nach Plücker findet in einem vollkommen leeren Raume kein Uebergang der Elektricität statt; ist jedoch in dem Raume Luft von solcher Verdünnung vorhanden, daß die Spannkraft derselben nur einen Druck bewirkt, der dem von $1/2$ Millim. hohen Quecksilbersäule gleich ist, so ist sie schon geeignet den elektrischen Strom zu leiten. Geißler verfertigt Röhren, in welchen Gase und Dämpfe in solchem verdünnten Zustande eingeschloßen werden, nachdem man vorher an gewissen Stellen Platindrähte eingeschmolzen hat, die mit den Enden x und y des Inductionsdrahtes verbunden sind. Die Versuche lehren, daß die Schichtung, Farbe, auch das Farbenspectrum des elektrischen Lichtes in verschiedenen Gasen und Dämpfen sehr verschieden ist; besonders auffallend ist der Unterschied des elektrischen Lichtes an der negativen und der positiven Elektrode in sehr verdünntem Stickgase; an der Ersteren erscheint es violett an der Letzteren feuerroth. Der elektrische Strom in einer Geißler'schen Röhre ist auch der Einwirkung eines Magnetes unterworfen, deren Gesetze Plücker ermittelt hat. — (Umständlichere Belehrung gibt. H. Eisenlohr's Physik 9. Auflage.)

§. 253. Pyro- und Thermoelektricität. Aepinus bemerkte zuerst, daß bei einem Turmalinkrystall, während seine Temperatur wächst, die Enden desselben, die zugleich die Enden der krystallographischen Hauptaxe sind, entgegengesetzt elektrisch sind, und daß bei abnehmender Temperatur die elektrische Polarität sich umkehrt. Diese elektrische Erscheinung bietet der Turmalin dar bei Temperaturänderungen zwischen 10° und 150° C.; zerbricht man ihn in mehrere Stücke, so zeigt ein jedes, mag es noch so klein sein, zwei ungleichnamige Pole. Die während der Erwärmung oder Erkaltung krystallisirter Körper auftretende elektrische Spannung heißt man Pyro-Elektricität. Brewster fand, daß es viele pyroelektrische Krystalle gibt, wie z. B. Kalkspath, Schwerspath, Bergkrystall, Zucker, Weinsäure. Topas und Prehnit haben zwei positive und zwei negative Pole; bei Boracit sind 8 Pole, 4 positive und 4 negative.

Seebeck hat zuerst (1821) nachgewiesen, daß in einem aus zwei verschiedenen Metallen bestehenden Bogen durch Erwärmung einer von den zwei Berührungsstellen die daselbst wirksame elektromotorische Kraft stärker wird, als an der andern Berührungsstelle, und daß in Folge dieser Verstärkung in der Leitung ein elektrischer Strom entsteht, dessen Richtung und Stärke an der Ablenkung der innerhalb des Bogens befindlichen Magnetnadel erkannt wird. Man kann dieß leicht nachweisen, wenn man z. B. die rechtwinkelig gebogenen Enden eines Kupferstreifens an eine Wismuthstange anlöthet, in die Mitte zwischen beiden Metallen eine auf einer Spitze bewegliche Magnetnadel setzt, die Wismuthstange parallel zur Magnetennadel stellt, und nur die eine Löthstelle erwärmt; aus der Richtung der Ablenkung wird ersichtlich, daß der elektrische Strom an der erwärmten Stelle vom Wismuth zum Kupfer geht, daß also das Kupfer positiv und das Wismuth negativ elektrisch wird. Der Ablenkungswinkel erscheint desto größer, je höher der Temperaturunterschied an beiden Löthstellen ist. — Wird die Löthstelle die

man vorhin erwärmt hat, erkaltet und dadurch daselbst die elektromotorische Kraft geschwächt, so erfolgt die Ablenkung der Magnetnadel nach der entgegengesetzten Richtung, weil nun ein Strom entsteht, dessen Richtung dem frühern entgegengesetzt ist. Hat man anstatt des Wismuths eine Antimonstange mit dem Kupferstreifen verbunden und eine Verbindungsstelle erwärmt, so zeigt die Richtung der Ablenkung, daß der Strom an der erwärmten Stelle durch die Antimonstange zur andern Löthstelle und von da zum Kupfer geht, daß also Kupfer negativ und Antimon positiv elektrisch ist. Man nennt die durch Wärme in einem geschlossenen Leiter erzeugten Ströme **thermoelektrische** und unterscheidet sie von den galvanischen, die auch **hydroelektrische** heißen.

Die thermoelektrischen Ströme sind nicht im Stande einen großen Leitungswiderstand zu überwinden, daher bedarf man zur Nachweisung schwacher Ströme eines Multiplicators, der aus wenigen Windungen eines möglichst dicken Kupferdrahtes besteht. Verbindet man mit den Enden des Multiplicatordrahtes zwei verschiedene Metalle, bringt diese in Berührung und erwärmt die Berührungsstelle, so wird schon bei einer sehr geringen Temperaturänderung eine Ablenkung der Magnetnadel bemerkbar.

Untersucht man auf diese Weise verschiedene Metalle, so findet man, daß die bei der nämlichen Temperaturänderung entstandenen thermoelektrischen Ströme in ihrer Richtung und Stärke verschieden und daher auch die elektromotorische Kraft der Metalle bei der nämlichen Temperaturänderung ungleich groß ist.

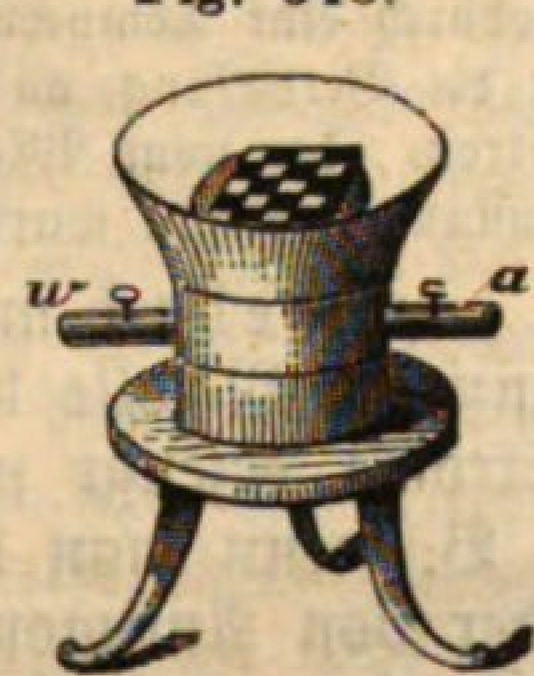
Man kann alle Metalle in Bezug auf ihre thermoelektromotorische Kraft in einer Reihe (thermoelektrische Spannungsreihe) so zusammenstellen, daß jedes in Berührung mit dem nachfolgenden bei Erwärmung der Berührungsstelle sich so verhält wie das Wismuth zum Kupfer, und in Berührung mit einem voranstehenden wie Antimon zum Kupfer; je weiter die Körper in der Reihe von einander abstehen, desto stärker ist der thermoelektrische Strom, den sie unter sonst gleichen Bedingungen zu geben fähig sind.

Die aufeinander folgenden Glieder der Spannungsreihe sind nach **Seebeck** folgende: Wismuth, Neusilber, Nickel, Kobalt, Platin, Blei, Kupfer, Zinn, Silber, Zink, Eisen, Antimon. — Den stärksten Strom erhält man bei einer Verbindung von Wismuth und Antimon; aber auch Verbindungen aus Kupfer und Wismuth, Eisen und Neusilber sind sehr wirksam. Die angegebene Spannungsreihe ist nur bis etwa 100° C. richtig; bei stärkerer Erhitzung ändern viele Metalle ihre Stellung in der Spannungsreihe. So z. B. bei einer Verbindung von Kupfer und Eisen nimmt die Stromstärke bis zur Temperatur von 280° zu, sinkt aber dann mit zunehmender Temperatur immer mehr herab, wird bei 415° Null, und bei noch höherer Temperatur negativ.

Ist ein Metall nicht rein, so ändert es seine Stellung in der Spannungsreihe; man hat deßhalb das thermoelektrische Verhalten als Mittel vorgeschlagen, die Reinheit der Metalle zu prüfen. Auch Aenderungen in der Härte ändern das thermoelektrische Verhalten der Metalle. — **Becquerel** hat bewiesen, daß die Ströme kein Ergebniß einer chemischen Wirkung sein können, und daß innerhalb gewisser Grenzen die Stromstärke der Zunahme der Temperatur an der Löthstelle direct proportional wächst; was jedoch **Regnault's** neueste Versuche nicht bestätigen. — **Nobili** fand, daß man auch einen elektrischen Strom erhält, wenn man das zugespitzte Ende eines Thoncylinders von 3 Zoll Länge und 6 Linien Dicke rothglühend macht, und es an das kalte Ende eines anderen gleichen Thoncylinders andrückt, während die anderen mit Baumwolle umwickelten Enden in zwei mit einer leitenden Flüssigkeit gefüllte Schälchen tauchen, in denen sich auch die Enden eines Multiplicatordrahtes befinden.

Ein Verbindung zweier ungleichartigen Metalle, die an einer Stelle zusammengelöthet sind, und deren Enden durch einen Schließungsbogen in Verbindung stehen, ist eine **einfache thermoelektrische Kette**; eine Verbindung mehrerer einfachen Ketten, wobei in abwechselnder Reihenfolge die Metalle an einander gelöthet sind, nennt man eine **Thermosäule**. Sind z. B. Wismuth w und Antimon a die heterogenen Metalle in Form von Stäben, so löthet man den Wismuthstab mit dem einen Ende an ein Ende des Antimonstabes, und dieses wieder mit dem zweiten Ende an einen Wismuthstab, und so abwechselnd fort. An eine solche Reihe von einfachen Ketten, wird an das freie Ende des letzten Antimonstäbchens seitwärts ein Wismuthstab angelöthet und nun eine zweite Reihe, dann wieder eine dritte und vierte Reihe u. s. w. von einfachen Ketten gebildet bis eine hinreichende Anzahl derselben zu einer Säule verbunden ist. Die Zwischenräume zwischen den einzelnen Stäben und Reihen werden mit einem isolirenden Kitt, gewöhnlich mit Gyps, ausgefüllt und die Säule mit einem Isolator und dieser mit einer metallenen Hülle umgeben. Um möglichst starke Ströme zu erhalten, verfertigt man eine Säule Fig. 348, bestehend aus einer großen Anzahl von Elementen aus dicken Metallstäben, gibt der Metallhülle oben eine trichterförmige Erweiterung, an die man Eis oder Eis und Salz bringt, und stellt sie mit den unteren Löthstellen in eine metallene Schale, in welcher Wasser durch eine untergestellte Weingeistlampe zum Sieden gebracht wird; am Wismuthende w auf einer Seite und am Antimonende a auf der andern Seite der Säule sind Metallstifte angelöthet, die isolirt durch die Metallhülle gehen, und die man mit Klemmschrauben zur Aufnahme von Drähten versieht.

Fig. 348.



Schließt man die Thermosäule durch ein Drahtgewinde, so erhält man bei jeder Unterbrechung des Stroms einen Funken; ein Eisenkern in die Höhlung dieses Gewindes gebracht, wird magnetisch. Bringt man in den Schließungsbogen eine aus einem Haupt- und Nebengewinde bestehende Inductionsrolle und auch einen Stromunterbrecher; so inducirt der thermoelektrische Strom im Nebendrahte einen Inductionsstrom, der sehr empfindliche elektrische Schläge zu bewirken vermag. Große Säulen geben elektrische Ströme, die Wasser zu zersetzen und Platindraht zu erwärmen vermögen. — Ist die Kette nicht geschlossen, so erscheint die Elektricität an den Polen im Zustande der Spannung, die jedoch nur schwach ist.

Die Thermosäule von **Nobili**, die **Melloni** zu Untersuchungen über strahlende Wärme gebrauchte, besteht aus 25 bis 35 einfachen Ketten von kleinen Wismuth- und Antimonstäbchen, die 32 Millim. lang, 2·5 Millim. dick und 1 Mill. breit sind, und auf die vorhin angegebene Weise zusammengestellt sind; die Isolirung der einzelnen Stäbchen und der Reihen wird durch Harzschichten bewirkt. Die in einer Metallhülle eingeschlossene, aber von ihr durch Harz getrennte kleine Säule bekommt eine Lage, bei welcher die Stäbchen horizontal liegen, und ist mit einem Stativ versehen.

Stöhrer in Leipzig construirte Thermosäulen aus Neusilber und Eisen, deren Stellung vertical ist; die unteren Löthstellen werden durch Eis abgekühlt, und die oberen dadurch erwärmt, daß man darauf ein mit glühenden Kohlen gefülltes Gefäß

von Eisenblech stellt. Man erhält auf diese Weise eine beträchtliche Temperaturdifferenz, und daher eine große Stromstärke.

Peltier hat gefunden, daß an der Verbindungsstelle zweier Metalle ein durch diese Metalle gehender elektrischer Strom einen Wärmezustand erzeugt, welcher entgegengesetzt ist demjenigen, durch welchen an dieser Stelle ein elektrischer Strom von der nämlichen Richtung hervorgebracht wird; dieß wird durch das nach dem Entdecker dieser Erscheinung benannte Peltier'sche Kreuz nachgewiesen. Ein Wismuth- und ein Antimonstäbchen w w' und a a' sind kreuzweise in der Mitte an einander gelöthet; man verbindet zwei benachbarte Arme a und w mit den Polen einer constanten Kette, und die zwei anderen w' und a' mit einem Galvanometer. Geht der galvanische Strom vom Wismuth durch die Kreuzungs- oder Löthstelle c zum Antimon, so zeigt die Ablenkung der Galvanometernadel an, daß in den Armen w' und a' ein thermoelektrischer Strom vom Antimon durch c zum Wismuth geht, mithin ein solcher, der nur durch Erkältung der Löthstelle c hervorgebracht wird. Leitet man den galvanischen Strom vom Antimon durch c zum Wismuth, so zeigt der Ausschlag der Galvanometernadel einen thermoelektrischen Strom an, wie er durch Erwärmung von c zu entstehen pflegt.

Man kann die Aenderungen der Temperatur an der Löthstelle auch nachweisen, wenn man die zwei mit ihren Enden an einander gelötheten Stäbchen von Wismuth und Antimon in die Glaskugel eines Luftthermometers luftdicht einkittet und dann den galvanischen Strom durchgehen läßt. Lenz umhüllte die verbundenen Stäbe bis nahe an die Löthstelle, an der eine Vertiefung sich befand, mit schmelzendem Schnee, wodurch eine Temperatur von 0° erzielt wurde; hierauf brachte er einen Wassertropfen in die Vertiefung an der Löthstelle, und fand, daß dieses durch einen galvanischen Strom, der vom Wismuth zum Antimon ging, in einigen Minuten in den starren Zustand gebracht wurde.

Seebeck machte die Entdeckung, daß auch in einer aus einem einzigen Metalle bestehenden Kette durch ungleiche Erwärmung elektrische Ströme erzeugt werden, die eine Magnetnadel abzulenken vermögen, z. B. wenn man die Hälfte eines kreisförmigen Ringes von Wismuth oder von Antimon erwärmt und die andere erkaltet. Auch andere Forscher fanden, daß ein elektrischer Strom entsteht, sobald sich zwei gleichartige Leiter, die mit einem Galvanometer verbunden sind, berühren, und einer davon erwärmt wird. — Löthet man z. B. zwei schraubenförmig gewundene Platindrähte an die Enden eines Multiplicatordrahtes, erhitzt den einen, und bringt ihn dann mit dem andern in Berührung, so entsteht ein elektrischer Strom der von dem erhitzten Draht zum kalten geht. Dasselbe beobachtet man nach Emmet bei Gold, Silber und Kupfer; bei Metallen, die in der Hitze leicht oxydiren, wie Zinn, Blei, Eisen, Antimon, Wismuth geht der elektrische Strom von dem kalten zum warmen Theile. Henrici fand, daß hohe Temperaturen die Richtung und Stärke des Stromes verändern.

Becquerel benutzte eine einfache Kette aus einem Eisen- und einem Kupferdrahte, die an einem ihrer Enden zusammengelöthet, und deren andere Enden mit den Drahtenden eines Galvanometers verbunden waren, um die Temperatur in der Tiefe des Meeres oder des Brunnens zu bestimmen. Die Metalldrähte werden bis auf die Löthstelle mit Harz oder Theer überzogen, die Löthstelle in die Meerestiefe gesenkt und die Verbindungsstellen der Kette mit dem Multiplicator außerhalb des Wassers so lange künstlich abgekühlt, bis die Magnetnadel auf den Nullpunkt zu stehen kommt, dann ist die Temperatur dieser Verbindungsstellen gleich der Temperatur in der Tiefe.

§. 254. **Physiologische Elektricität.** Wir besitzen viele Erfahrungen, welche beweisen, daß in organischen Körpern durch die Lebensthätigkeit Elektricität erregt wird; insbesondere merkwürdig sind die elektrischen Fische wie der Zitteral in amerikanischen Landseen, Zitterrochen im mittelländischen Meere, Zitterwels in afrikanischen Flüssen, welche mittelst eigener, dazu bestimmter Organe unter dem Einfluße des Nervensystems willkürliche elektrische Ströme von bedeutender Stärke in einer bestimmten Richtung, aber von fast momentaner Dauer erregen. Das elektrische Organ des Zitterrochens (raja torpedo) besteht aus einer Menge neben einander stehender prismatischer (5—6eckiger) Säulchen von der Dicke eines Federkiels, welche in der Richtung vom Bauche zum Rücken auf beiden Seiten des Körpers vertical aufgestellt sind; jedes Säulchen ist aus einer Menge feiner, durch klebrige Schleimschichten von einander getrennter Blättchen zusammengesetzt und von den anderen durch eine etwas dichtere, sehnige Membran abgesondert, und von zahlreichen Nerven durchflochten; somit haben die Säulchen, deren man 400 bis 500, ja nach Hunter 1100 auf jeder Seite zählt, viel Aehnlichkeit mit einer Volta'schen Säule. In der Luft ertheilt der Zitterrochen einen Schlag, wenn man ihn mit dem Bauche auf eine metallene Unterlage legt, die man mit einer Hand faßt, und den Rücken mit der andern Hand, oder mittelst eines Metallstabes berührt; geschieht die Berührung mit einem schlechten Leiter, so erhält man keinen Schlag. Im Wasser ist der Schlag weniger stark; da jedoch das Wasser ein ziemlich guter Leiter ist, so kann ein kräftiger Zitterrochen auch in die Ferne wirken, und kleine Fische tödten oder betäuben, was Walsh öfters beobachtet hat. Davy hat zuerst nachgewiesen, daß man bei einem Zitterrochen, dessen Rücken mit dem Bauche leitend verbunden wird, einen elektrischen Strom erhält, der wie der Strom einer Volta'schen Kette, chemische, magnetische und thermische Wirkungen erzeugt. Matteucci brachte am Rücken und am Bauche eines Zitterrochens sattelförmig gebogene Kupferplatten an, befestigte an jede ein Goldblättchen und brachte diese nahe an einander; so oft das Thier gereizt wurde, war ein Funke zwischen den Goldblättchen sichtbar; er fand den Rücken positiv und den Bauch negativ elektrisch; der Strom geht vom Rücken durch das Galvanometer zum Bauche.

Der elektrische Schlag kann auch durch eine Reihe von Personen geleitet werden, wenn sie sich bei der Hand halten, und die erste den Rücken; die letzte aber den Bauch berührt.

Beim Zitteraal (gymnotus electricus) liegt das elektrische Organ im Schwanze, der fast 4½ Mal so lang ist als Kopf und Rumpf zusammen genommen; die Säulchen, die im Wesentlichen eben so eingerichtet sind, wie beim Zitterrochen, liegen in der Richtung des Schwanzes, so daß die Scheibchen, aus denen sie zusammengesetzt sind, auf der Länge senkrecht stehen; weßhalb beim Zitteraal der Strom vom Kopf durch das Galvanometer zum Schwanze geht, wie es auch Faraday's Untersuchungen bestätigen. Die Säulchen liegen längs der ganzen Länge des Schweifes auf beiden Seiten des Körpers, und sind mit zahlreichen Nerven und Blutgefäßen versehen. Wegen der beträchtlichen Ausdehnung, die das elektrische Organ hat, ist der Zitteraal im Stande,

Schläge zu ertheilen, die ein Pferd zu betäuben vermögen. Schönbein legte an den Kopf und an den Schwanz eines Zitteraals sattelförmige Kupferplatten an, die mit Drähten versehen waren, und befestigte an den Enden dieser Drähte Goldblättchen; waren diese Blättchen in geringer Entfernung von einander, so sprang ein Funke über, so oft der Fisch gereizt wurde, Faraday brachte durch den elektrischen Strom beim Zitteraal eine Zersetzung des Jodkaliums zu Stande und machte Stahlnadeln magnetisch.

Die Entladungen der Fische erfolgen nach Willkür, und können oft wiederholt werden, bevor sich das Thier erschöpft. Walsh (1672) zählte bei einem Zitterrochen fünfzig Entladungen in einer Minute. Die elektrischen Fische bedienen sich der Schläge nicht bloß als Waffe, sondern auch zur Tödtung jener Fische, von denen sie sich nähren.

Nobili hat an einem frisch getödteten Frosche das Vorhandensein eines elektrischen Stromes nachgewiesen. Man wußte schon lange, daß ein Froschpräparat zuckt, wenn man die Wirbelsäule in ein Schälchen, die Füße in ein anderes legt, diese mit einer Salzlösung füllt, und beide Lösungen mittelst eines Baumwollendochtes leitend verbindet. Nobili construirte einen sehr empfindlichen Multiplicator, dessen Drahtenden anstatt des Dochtes von Baumwolle in die Salzlösungeu getaucht wurden, und nun sah er an der Ablenkung der Magnetnadel, daß in dem Froschpräparat ein elektrischer Strom von den Füßen zum Kopfe sich bewegt, welcher ohne Metalle Zuckungen erzeugt. Diesen Strom nennt man den Froschstrom. Er ist nicht bloß im Augenblicke der Schließung, sondern dauernd vorhanden; aber seine Stärke ändert sich, und jede Aenderung in der Stärke hat eine Zuckung der Froschschenkel zur Folge. Die Wirkung wird verstärkt, wenn man mehrere Frösche zu einer Säule zusammenstellt. Der Froschstrom bestätigt die Ansicht Galvani's, daß die Nerven und Muskeln dieses Thieres wirkliche Elektricitätsquellen sind. Der Froschstrom veranlaßte Dubois Reymond zu Untersuchungen über thierische Elektricität, die zu Resultaten führten, welche für die Physiologie von hohem Interesse sind.

Dubois bediente sich bei seinen Untersuchungen eines von ihm mit größter Sorgfalt construirten Galvanometers, zu dem ein 1000 Meter langer sehr feiner und eisenfreier Kupferdraht genommen wurde; aus diesem Drahte machte man 6000—7000 Windungen, die durch Seide möglichst gut von einander isolirt waren. Das astatische Nadelsystem muß sehr leicht und doch stark magnetisch sein. Legt man irgend einen Muskel ab (Fig. 349) auf zwei dicke Papierlagen A und B, die stark mit Salzwasser getränkt sind und mit ihren herabgehenden Theilen in gesonderte mit Salzwasser gefüllte Gefäße eintauchen und bringt dann diese Gefäße vermittelst eingetauchter Platinplatten mit dem Galvanometer in Verbindung, so bemerkt man einen elektrischen Strom, wenn A mit einer Endfläche oder einem künstlichen Querschnitte und B mit der äußern Oberfläche oder mit einem (parallel zur Länge der Fasern künstlich gemachten) Längsschnitte in Berührung steht.

Fig. 349.



Dubois Reymond fand, daß der elektrische Strom im Multiplicatordrahte vom Berührungspunkte des Längsschnittes zu dem des Querschnittes geht, und daß somit der Längsschnitt gegen den letztern sich positiv elektrisch verhält. Der Strom wird am stärksten wenn man das eine Ende des leitenden Bogens an den Mittelpunkt des Querschnittes und das andere an den Umfang des durch die Mitte des Muskels gehenden Querschnittes ansetzt. Dieser Muskelstrom wird desto schwächer, je mehr Zeit seit dem Tode des Thieres verflossen ist; bei kaltblütigen Thieren dauert er am längsten. Der Froschstrom ist nur ein besonderer Fall des Muskelstroms.

In den Nerven sind die Verhältnisse dieselben, verfährt man mit einem Nervenstücke auf die nämliche Art, wie vorhin mit dem Muskel, so erhält man auch einen Strom, den Nervenstrom, der jedoch schwächer ist als der Muskelstrom.

Bringt man die Platinplatten an den Enden des Galvanometerdrahtes in Gefäße, die Salzwasser enthalten, taucht in jedes Gefäß einen Finger oder eine Hand und krümmt den Finger stark, oder spannt die Muskeln der einen Hand, während die der andern erschlafft bleiben, so zeigt die Ablenkung einer Magnetnadel die Entstehung eines elektrischen Stroms, der in dem angespannten Arme von der Hand zur Schulter geht.

Buff hat nachgewiesen, daß die grüne oder auch anders gefärbte, blattartige Oberfläche der Pflanzen in einem dauernd positiv elektrischen Zustande sich befindet, während die inneren Flüssigkeiten so wie die Wurzeln negativ elektrisch sind; daß jedoch die elektromotorische Thätigkeit, die dieß bewirkt, sehr schwach ist, und nur eine Folge des chemischen Gegensatzes der die Außenfläche bedeckenden Feuchtigkeit zu den Pflanzensäften im Innern. Ann. Ch. Pharm. 89. Bd. 76.

§. 255. Elektricität erzeugt durch chemische und andere Prozesse. Befestigt man an die Enden eines Multiplicatordrahtes Stücke von Gold- oder Platindraht, und taucht sie in gehöriger Entfernung von einander in Salpetersäure ein, so beobachtet man keine elektrische Wirkung; sobald man aber in die Nähe des einen Drahtendes einige Tropfen Salzsäure fallen läßt, so wird durch die Chlorsalpetersäure ($NCl_2\ O_3$), die sich bildet, eine Umwandlung des Metalldrahtes in ein Chlormetall beginnen, weßhalb sich dieses Ende gegen das andere sogleich negativ elektrisch verhält, wie die eintretende Ablenkung der Magnetnadel anzeigt.

Becquerel's einfache Kette bezeugt die Entstehung der Elektricität bei der Einwirkung einer Säure auf ein Alkali. Verschließt man nämlich eine Glasröhre mit einem Thonstöpsel, füllt sie mit einer concentrirten Lösung von Aetzkali, stellt sie dann in ein mit concentrirter Salpetersäure gefülltes Glasgefäß, und taucht nun sowohl in die Kalilösung als in die Säure eine Platinplatte ein, deren jede an einem Drahtende eines Multiplicators befestigt ist; so beobachtet man eine Ablenkung der Magnetnadel, sobald sich die beiden Flüssigkeiten in den Poren des Thonstöpsels zu verbinden anfangen. Das an der Platte im Alkali aufsteigende Sauerstoffgas bezeugt, daß diese Platte die Anode bildet, an der anderen Platte sind keine Wasserstoffblasen sichtbar, weil sich dieser Stoff sogleich mit einem Theil des Sauerstoffes der Salpetersäure zu Wasser verbindet; der Strom geht also von der Säure durch den Multiplicatordraht zum Alkali. Der durch den Schlie-

bungsdraht dieser Kette gehende Strom ist nach Moser im Stande einen Draht zu erwärmen, und mit Hilfe eines langen Drahtes einen Funken zu geben, wie ein Volta'scher Strom.

Die bei jeder chemischen Action auftretende Elektricität erzeugte bei vielen Physikern die Ansicht, daß bei Berührung ungleichartiger Electricitätsleiter die chemische Action (des positiven Metalls und des Sauerstoffes) die eigentliche Quelle der Elektricität, und daher in der Volta'schen Säule die elektrolytische Action die Ursache und der Strom nur die Wirkung derselben sei; allein, da die elektrische Differenz bei dem Contacte des Zinks mit einem Metall eine unläugbare Thatsache ist, so erfährt diese elektrische Differenz durch die, welche aus der gegenseitigen Action des Zinks und des Sauerstoffes hervorgeht, wohl nur eine Verstärkung.

Volta beobachtete bei der Verdampfung des Wassers eine Elektricitätsentwicklung und fand die aufsteigenden Dämpfe positiv, die Flüssigkeit oder das Gefäß negativ elektrisch; er schrieb diese Elektricitätsentwicklung der Aenderung des Aggregationszustandes zu. Pouillet kam durch seine Untersuchungen zu der Ansicht, daß bei der Verdampfung nur dann eine Elektricitätsentwicklung eintritt, wenn dabei das Wasser aus einer Verbindung mit den darin gelösten Stoffen tritt; allein Reich hat nachgewiesen, daß die beobachtete Elektricität nur von der Reibung der mit dem Dampfe fortgerissenen Wassertheilchen an den Gefäßwänden herrührte, und daher weder der Aenderung des Aggregationszustandes noch einem chemischen Vorgange zugeschrieben werden kann. Buff hat gezeigt, daß aufsteigende Dämpfe allerdings häufig elektrisch sind, daß aber die Elektricität nicht ein Ergebniß des Verdampfungsprocesses selbst ist, sondern der verdampfenden Flüssigkeit zuvor von einer andern Quelle mitgetheilt worden ist; eine solche Quelle kann z. B. sein die Berührung der Flüssigkeit mit der Gefäßwand oder einem eingetauchten metallischen Leiter.

Die Elektricitätsentwicklung bei der Verbrennung der Körper hat Pouillet auf die Art nachgewiesen, daß er einen am oberen Ende brennenden dicken Cylinder von Kohle unter die Collectorplatte eines Condensators stellte und das untere Ende mit der Erde in leitende Verbindung setzte; das aufsteigende kohlensaure Gas zeigte sich positiv elektrisch. Daß dabei der Kohlencylinder negativ elektrisch ist, weiset man nach, wenn man ihn auf die Oberplatte des Condensators setzt, zugleich die Unterplatte mit der Erde leitend verbindet, und nach einiger Zeit die Beschaffenheit der Elektricität in der Unterplatte untersucht; man findet sie positiv elektrisch, folglich mußte die Oberplatte und die Kohle negativ elektrisch sein. Pouillet fand auch, daß bei jedem Verbrennungsprocesse das Verbrennungsproduct positiv, der Brennstoff negativ ist.

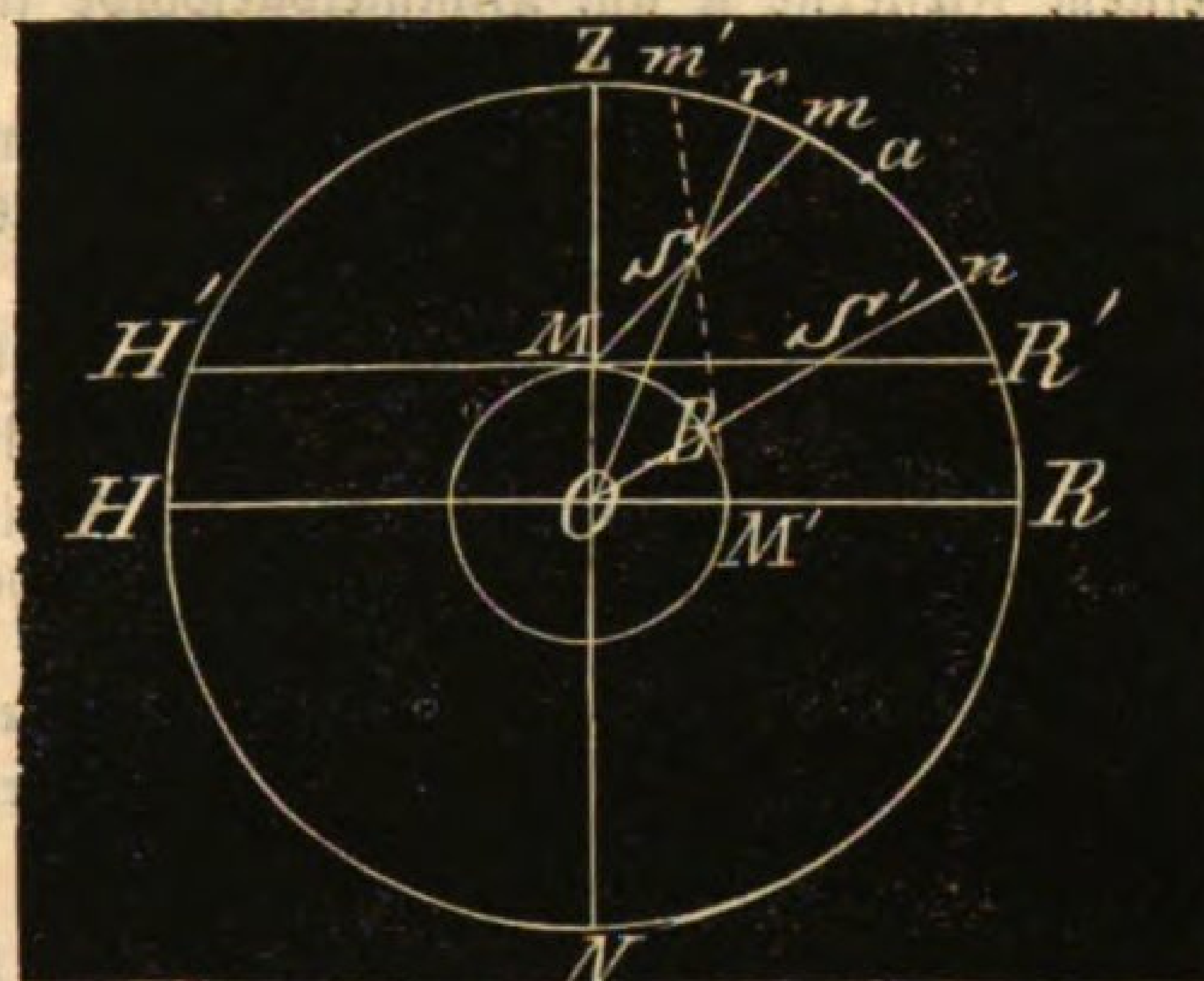
Kosmische Physik.

A. Grundlehren der Astronomie.

§. 256. Der Erdhalbmesser ist rücksichtlich der Entfernung der Fixsterne von der Erde eine verschwindend kleine Größe. Betrachtet man von zwei in demselben Erdmeridiane M′ M B liegenden und um

90° von einander entfernten Orten M und M′ Fig. 350, deren Zenithpunkte Z und R sind, zur nämlichen Zeit einen Fixstern S, so erscheint er am Himmelsgewölbe von M aus im Punkte m in der Zenithdistanz mZ, und von M′ aus im Punkte m′ in der Zenithdistanz Zm′; berechnet man

Fig. 350.



$$Zm' = ZR - Rm' = 90 - Rm'$$

so ergibt sich, daß $Zm' = Zm$, d. i. daß m mit m′ zusammenfällt. Mag man den zweiten Standort, wo man will, an der Erdoberfläche wählen, immer wird man den Fixstern an dem nämlichen Orte des Himmelsgewölbes finden, mithin nicht die mindeste Parallaxe wahrnehmen. Demnach sind alle Dimensionen der Erde, selbst der Durchmesser von nahe 1720 Meilen im Vergleiche zu der Entfernung eines Fixsterns vom Erdmittelpunkte verschwindend kleine Größen, und man kann die Erde bei allen Beobachtungen der Fixsterne als einen Punkt betrachten und annehmen, daß der sogenannte **scheinbare** Horizont H′R′ des Standortes M mit der parallelen durch den Erdmittelpunkt gehenden Ebene HR, die man den **wahren** Horizont des Ortes M nennt, zusammen fällt.

Anders verhält es sich bei den Planeten, Trabanten und Cometen, die von verschiedenen Standorten der Erdoberfläche gleichzeitig beobachtet, an verschiedenen Stellen des Himmelsgewölbes gesehen werden.

§. 257. Höhen- und Horizontalparallaxe. Die **Höhenparallaxe** ist der Winkel MSO, den die von einem Standorte M an der Erdoberfläche und vom Erdmittelpunkte O zu einem über dem Horizonte befindlichen Gestirne S gezogenen Gesichtslinien mit einander einschließen; befindet sich der Stern im Horizonte, z. B. in S′, so heißt der Winkel MS′O die **Horizontalparallaxe**. Da das Himmelsgewölbe unendlich weit absteht, so daß bezüglich dieses Abstandes auch die Entfernungen der Planeten und Cometen von der Erde als verschwindend kleine Größen zu betrachten sind, so kann man auch den Punkt S als mit dem Punkte O zusammenfallend annehmen, und den Bogen mr als das Maß der Parallaxe MSO betrachten. Man ersieht daß das Gestirn vom Erdmittelpunkte aus betrachtet, in einem größeren Abstande vom Horizonte, also höher erscheint, als in dem Falle, wo es von der Erdoberfläche beobachtet wird.

Hat man aus der bekannten Bewegung des Gestirns den Ort B auf der Erdoberfläche liegend in dem durch M gehenden Meridiane ermittelt, an dem ein Beobachter dieses Gestirns in dem nämlichen Augenblicke, in dem es von M aus am Horizonte in S′, also am Himmelsgewölbe in R′ gesehen wird, in dem verlängerten Erdhalbmesser BO,

d. i. im Zeitpunkte n des Ortes B wahrnimmt, so hat man nur nöthig, von den beiden Orten M und B den Abstand des Gestirns von irgend einem Fixsterne a am Himmelsgewölbe in dem angegebenen Zeitpunkte, also die Bögen n a und R′a zu messen, um den Bogen n R′, der das Maß der Horizontalparallaxe ist, zu finden; denn offenbar ist n R′ = R′ a — n a. Man hat mehrfache und genauere Verfahrungsweisen zur Ermittlung der Horizontalparallaxe; kennt man diese und die Größe des Erdhalbmessers, so läßt sich nicht nur die Höhenparallaxe, sondern auch die Entfernung und der wahre Durchmesser des Gestirns berechnen.

Bezeichnet man mit h die Höhe des Gestirns, d. i. den Winkel SMR′, mit α die Horizontalparallaxe MS′O, mit β die Höhenparallaxe MSO, mit R den Erdhalbmesser MO, und mit D die Distanz OS = OS′ des Gestirns von O, so ist

$D : R = \sin. OMS : \sin. \beta$, oder da $OMS = 90 + h$,

$D : R = \cos. h : \sin. \beta$; aus dem Dreiecke MS′O folgt

$D : R = 1 : \sin. \alpha$, mithin

$\sin. \beta = \cos. h \sin. \alpha$ (1) und $D = \frac{R}{\sin. \alpha}$ (2).

Da die Winkel α und β immer nur sehr klein sind, so kann man auch setzen $\beta = \alpha \cos. h$. Hieraus ist zu ersehen:

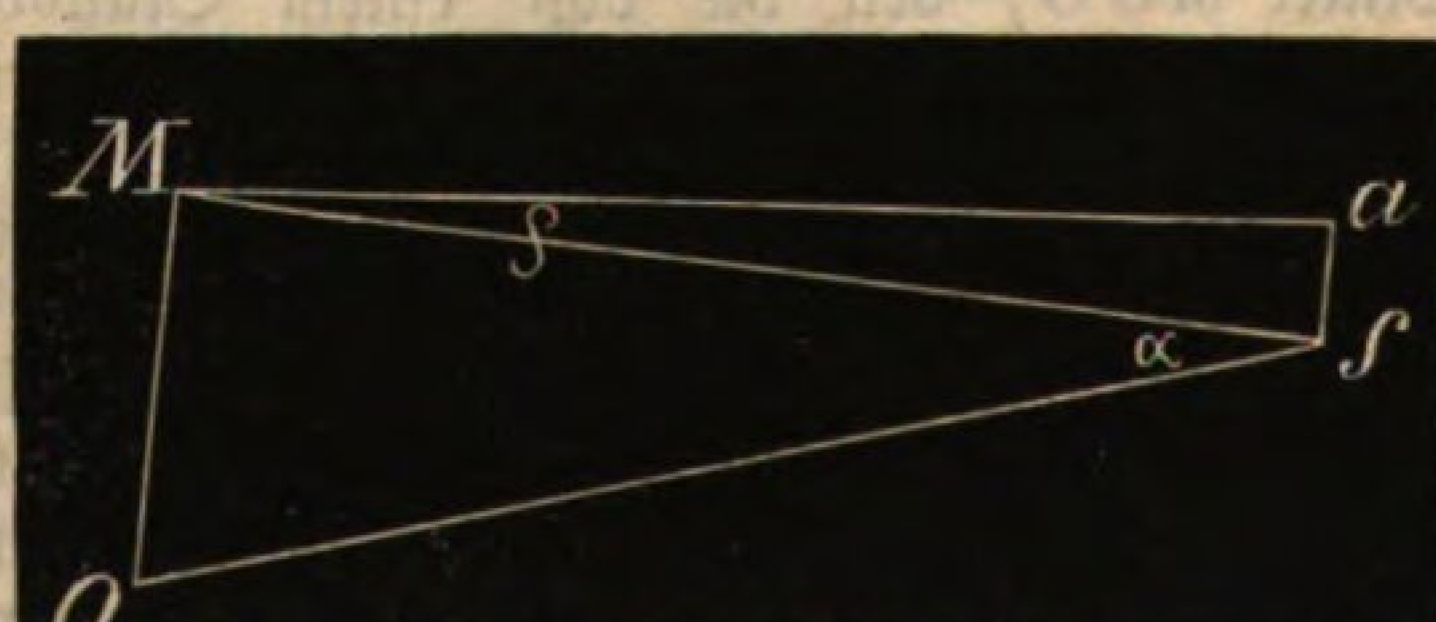
a) daß die Höhenparallaxe für h = o am größten ist, mit der Höhe des Sterns abnimmt, und für den Fall, wo h = 90, mithin der Stern im Zenithe steht, gleich Null wird. Will man den Ort am Himmelsgewölbe angeben, wo ein Gestirn vom Erdmittelpunkte aus gesehen würde, so muß die Höhenparallaxe in Rechnung gebracht werden.

b) Aus der Gleichung (2) berechnet man die Entfernung eines Gestirns vom Mittelpunkte der Erde; beträgt der Winkel α nur wenige Secunden, so setzt man für den Sinus die Bogenlänge selbst; diese ergibt sich, wenn man die Anzahl der Bogensecunden α mit der Länge des Bogens von 1 Secunde, d. i. mit 0.00004848 multiplicirt, und man hat:

$$D = \frac{859.3}{0.000048} \alpha.$$

Ist aS, Fig. 351, der wahre Halbmesser r eines Gestirns, der unter dem Ge-

Fig. 351.



sichtswinkel aMS = ϱ von der Erde aus gesehen wird, MSO seine Horizontalparallaxe, M O der Erdhalbmesser R, so ist:

$r : MS = \text{tang. } \varrho : 1$, und $R : MS = \text{tang. } \alpha : 1$, daher

$r : R = \text{tang. } \varrho : \text{tang. } \alpha$, oder da ϱ und α sehr klein sind,

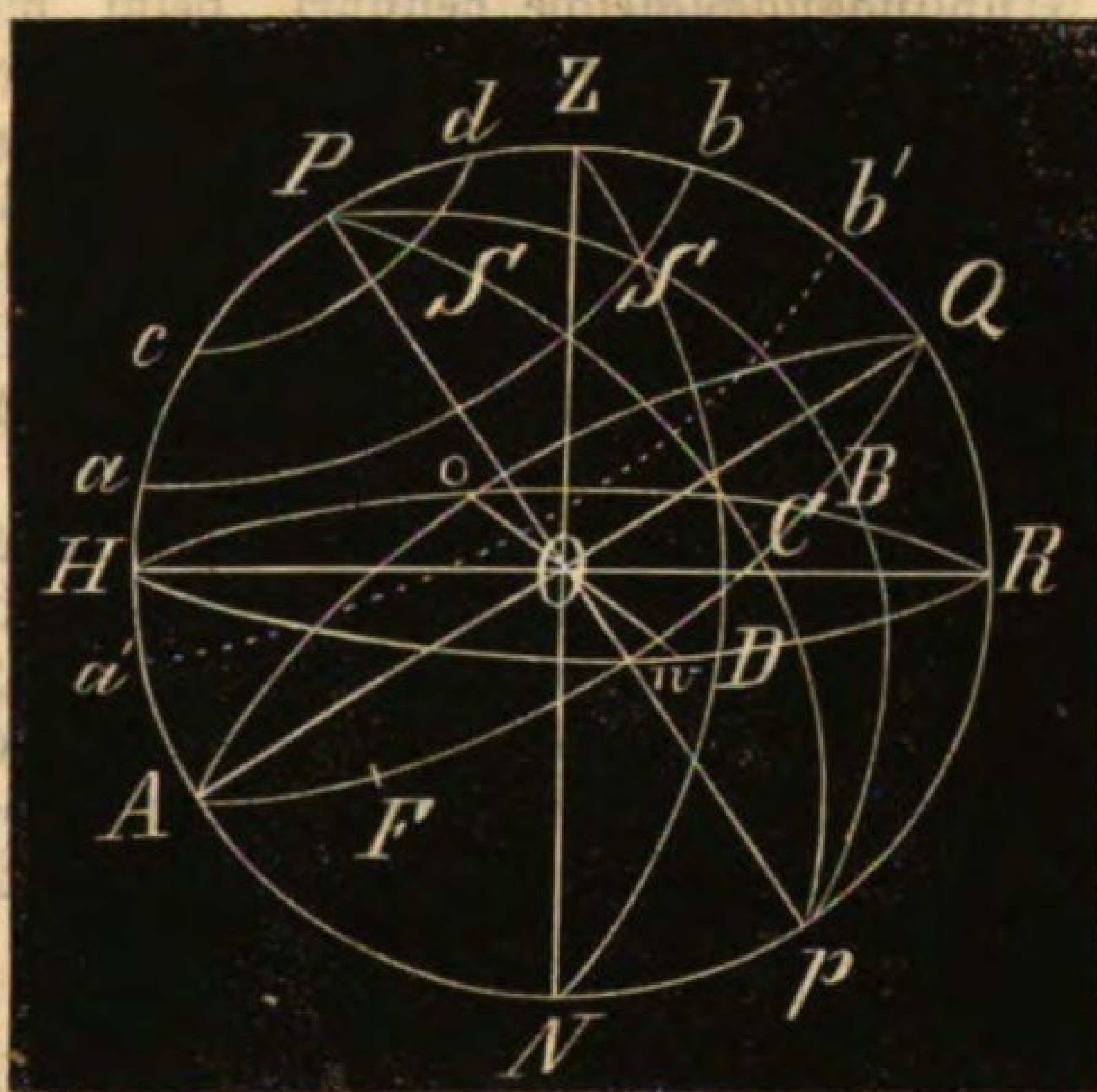
$r : R = \varrho : \alpha$, mithin $r = R \frac{\varrho}{\alpha}$ (3).

Für die Sonne ist die Horizontalparallaxe $\alpha = 8.'' 6$, mithin D = 20,658000 geographische Meilen. Der scheinbare Sonnenhalbmesser beträgt durchschnittlich 963″, folglich ist der wahre r = 112 R.

Kennt man den wahren Halbmesser eines Gestirns, so berechnet man leicht sein kugelförmiges Volumen; es ergibt sich, daß die Sonnenkugel 1.421.150mal größer ist als die Erdkugel. Aus der Experimentalphysik (siehe Brechung des Lichts) ist bekannt, daß in Folge der Strahlenbrechung jedes Gestirn entfernter vom Horizonte gesehen wird, als es wirklich ist.

§. 258. Bestimmung der Lage eines Gestirns bezüglich der Ebene des Horizontes und der Ebene des Aequators. Die Ebene des Himmelsmeridians oder des Mittagskreises, der bekanntlich durch die beiden Himmelspole Pp, Fig. 352, und durch den Zenithpunkt Z des Beobachtungsortes geht, steht auf der Ebene des Horizontes senkrecht und durchschneidet sie in einer geraden Linie HR, die man die Mittagslinie nennt; der Endpunkt H dieser Linie gibt den Nordpunkt, der entgegengesetzte R den Südpunkt am Horizonte an.

Fig. 352.



Die Ebene des Aequators steht eben so wie die des Horizontes auf der Ebene des Meridians senkrecht; mithin ist auch ihre gemeinschaftliche Durchschnittslinie ow auf der Meridianebene, daher auch auf der in ihr liegenden Mittagslinie HR senkrecht, und bestimmt den Ost- und Westpunkt am Horizonte.

Da eine Kugel durch die Ebene eines jeden größten Kreises halbirt wird, so wird auch die Himmelskugel durch die Ebene des Horizonts in eine sichtbare und eine unsichtbare, durch die Ebene des Aequators in eine nördliche und südliche, und durch die des Meridians in eine östliche und westliche Hemisphäre getheilt.

Die größten Kreise an einer Kugel halbiren sich, mithin wird auch der Aequator durch den Horizont halbirt, so daß die eine Hälfte Qwo desselben über, die andere Awo unter dem Horizonte liegt.

Der durch ein Gestirn S, durch Zenith, und Nadir gezogene größte Kreis ZSN heißt Höhenkreis, da er durch die Verticale OZ geht, und daher auf dem Horizonte vertical steht, nennt man ihn auch Verticalkreis. Der Bogen DS dieses Kreises zwischen dem Stern und dem Horizonte heißt die Höhe, seine Ergänzung zu 90^0 nämlich SZ die Zenithdistanz und der Bogen RD zwischen dem Südpunkte und dem Höhenkreise von Süd gegen West gemessen, das Azimuth des Sterns. SD wird durch den Centriwinkel SOD, und RD durch den Centriwinkel ROD gemessen; Höhe und Azimuth oder Zenithdistanz und Azimuth bestimmen die Lage eines Gestirns am Himmelsgewölbe rücksichtlich des Horizonts.

Der Bogen PH des Meridians zwischen dem Himmelspole und dem Horizonte heißt Polhöhe des Beobachtungsortes und sein com-

plementärer Bogen AH = QR Aequatorshöhe. Die Polhöhe wird gemessen durch den Centriwinkel POH. Den größten Kreis, der durch die beiden Himmelspole Pp und durch das Gestirn gezogen wird, und auf der Ebene des Aequators senkrecht steht, nennt man Abweichungs- oder Declinationskreis, auch Stundenkreis; der Bogen SB dieses Kreises zwischen dem Stern und dem Aequator heißt die Abweichung oder die Declination, seine Ergänzung zu 90°, d. i. der Bogen PS die Poldistanz, und der Bogen FB des Aequators zwischen dem Abweichungskreise und dem Frühlingspunkte F, d. i. demjenigen Punkte des Aequators, in dem sich die Sonne zur Zeit der Frühlingsnachtgleiche befindet, heißt die gerade Aufsteigung oder Rectascension des Sterns S; letztere wird am Aequator von West nach Ost bis 360°, die Declination vom Aequator gegen die Pole zu bis 90° gezählt; die Declination ist nördlich oder südlich, je nachdem der Stern in der nördlichen oder südlichen Hemisphäre liegt. Durch diese Bögen SB und FB oder durch PS und FB ist die Lage eines Gestirns bezüglich der Ebene des Aequators, deren Lage am Himmelsgewölbe unveränderlich ist, vollkommen bestimmt.

Während der täglichen, gleichförmigen Drehung der Himmelskugel um die Weltaxe Pp beschreibt ein jedes Gestirn einen zum Aequator parallelen Kreis, in der Richtung von Ost nach West; daher ändert sich beständig sowohl die Lage seines Höhen- als die des Abweichungskreises; die von den Gestirnen beschriebenen Parallelkreise erscheinen an jedem Orte, dessen Polhöhe nicht 90° beträgt, eben so wie der Aequator gegen den Horizont geneigt, weßhalb diejenigen, deren Poldistanz größer ist als die Polhöhe des Ortes, vom Horizonte geschnitten werden, so daß ein Theil eines jeden über, der andere unter den Horizont zu liegen kommt, und die in solchen Parallelkreisen sich bewegenden Sterne dem Beobachter auf und untergehen. Die Sterne, deren Poldistanz kleiner ist als die Polhöhe des Beobachtungsortes beschreiben Parallelkreise, die ganz über dem Horizonte dieses Ortes erscheinen, und daher für diesen Ort niemals untergehen; man nennt sie Circumpolarsterne.

Die Sterne, die einem Beobachter auf und untergehen, erheben sich nach ihrem Aufgange immer mehr über den Horizont, und erreichen die größte Höhe in dem Augenblicke, wo sie in den Meridian treten, und wo daher ihr Höhen-, sowie ihr Abweichungskreis mit dem Meridiane zusammenfällt. Hat der Stern die größte Höhe erreicht, so sagt man, er befinde sich in seiner Culmination und nennt den größten Höhenpunkt, seinen Culminationspunkt; von diesem Punkte steigt der Stern zu dem Horizonte herab, so daß in Zeiten, die gleich weit von der Culminationszeit abstehen, die Höhen des Sterns einander gleich sind.

Die Circumpolarsterne werden zweimal während eines Umlaufs im Meridiane gesehen; bewegt sich ein Circumpolarstern z. B. in dem Parallelkreise ab, oder cd, so geht er in den Punkten a und b oder c und d durch den Meridian, und erlangt in a oder in c seine kleinste, dagegen in b oder d seine größte Höhe; den Durchgang in b oder d nennt man seine obere, den in a oder c seine untere Culmination. Nun ist die Polhöhe $HP = aH + aP$, oder,

da der Pol von allen Punkten eines Parallelkreises gleich weit absteht, und daher

$$aP = bP = \frac{ab}{2} \text{ ist,}$$

$$HP = aH + \frac{ab}{2} = \frac{aH + aH + ab}{2} = \frac{aH + Hb}{2},$$

woraus ersichtlich wird, daß, wenn man die größte Höhe und auch die kleinste eines Circumpolarsterns gemessen hat, die Polhöhe leicht berechnet werden kann.

Heißt z die Zenithdistanz bZ oder dZ zur Zeit der oberen Culmination, φ die Polhöhe und ψ die Aequatorshöhe, und h die kleinste Höhe eines Circumpolarsternes, so ist

$$\varphi = \frac{90 \pm z + h}{2} \text{ und } \psi = 90 - \varphi.$$

Mißt man die Höhe Rb = H irgend eines Sterns S zur Zeit seiner oberen Culmination in b, so findet man leicht seine Declination bQ = δ, wenn die Polhöhe des Beobachtungsortes bekannt ist;

es ist $Rb = H = RQ + Qb = 90 - \varphi + \delta$, mithin

$$\delta = H + \varphi - 90.$$

Ist die Declination eines Fixsterns bekannt, und man hat seine Höhe H zur Zeit seiner oberen Culmination gemessen, so findet man die Polhöhe; denn es ist

$$\varphi = 90 + \delta - H.$$

Ist h als die kleinste Höhe eines Circumpolarsterns bekannt, so ist $Pa = Pb = 90 - \delta$, mithin $\varphi = h + 90 - \delta$.

Man hat also zur Bestimmung der Polhöhe eines Ortes nur nöthig, die Höhe eines Sterns von bekannter Declination zur Zeit seiner Culmination zu messen.

Aus der Gleichung $H = 90 - \varphi + \delta$ berechnet man die größte Höhe, die ein Stern bei der Declination δ an einem Orte von der Polhöhe φ erreichen kann. Der Punkt, an dem ein Stern diese Höhe erreicht, ist ein Punkt des Meridians.

Richtet man ein mit einem Fadenkreuz versehenes Fernrohr auf einen Fixstern und beobachtet den Zeitpunkt an einer genauen Uhr, wo der Stern in der Axe des Rohrs sich befindet; läßt das Fernrohr unverrückt in seiner Stellung, und wartet den Augenblick ab, wo der Stern abermals in der Axe des Rohrs erscheint, so erhält man die Zeit für den täglichen Kreislauf des Sterns, die man Sterntag nennt, und die eine unveränderliche Größe ist, somit als Einheit zur Zeitmessung geeignet. Man theilt den Sterntag in 24 Stunden, jede Stunde in 60 Minuten, und die Minute in 60 Secunden. Die nach dieser Einheit gemessene Zeit nennt man Sternzeit, sie ist, wie wir später sehen werden, von der Sonnenzeit verschieden, indem der Sonnentag, d. i. die Zeit zwischen zwei aufeinander folgenden oberen Culminationen der Sonne im Durchschnitte um 3′ und 56.″ 5 Secunden länger ist als ein Sterntag. Man kann dadurch, daß man die Linse an einer guten Pendeluhr höher stellt, und so die Bewegung des Pendels beschleunigt, den Gang der Uhr nach der Sternzeit einrichten. Der Anfang des Sterntages ist der Augenblick der Culmination des Frühlingspunktes; der Zeiger der Uhr wird daher in diesem Augenblicke auf 0 gestellt und unter Sterntag die Zeit zwischen zwei aufeinander folgenden oberen Culminationen des Frühlingspunktes verstanden. Da jeder Punkt am Himmel in gleichförmiger Bewegung innerhalb 24 Stun-

den Sternzeit einen Kreis von 360°, mithin in einer Stunde 15°, und in einer Zeitsecunde 15 Raumsecunden zurücklegt; da ferner die zwischen zwei Declinationskreisen liegenden Bögen aller Parallelkreise einander ähnlich sind, daher gleichviel Grade, Minuten und Secunden zählen, und genau dieselbe Zeit zum Durchgange durch den Meridian brauchen; so muß der Bogen des Aequators zwischen dem Frühlingspunkte und dem Declinationskreise d. i. die Rectascension eines Sterns 15, 30, 45 . . . 15 t Raumsecunden betragen, wenn der Stern um 1, 2, 3, . . . t Secunden später als der Frühlingspunkt culminirt, also die nach der Sternzeit gehende Uhr die Zeit von 1, 2, 3, . . t Secunden anzeigt. Hieraus ist ersichtlich, daß man die Rectascension eines Sterns in Raumsecunden findet, wenn man 15 mit der Zeit multiplicirt, welche die nach der Sternzeit eingerichtete Uhr zur Zeit der Culmination dieses Sterns anzeigt.

Ist die Rectascension FC irgend eines Sterns S' bekannt, so findet man die Rectascension FB eines jeden andern Sterns S, wenn man zuerst die Größe des Bogens CB ermittelt; diese erhält man, wenn man die Zeit t, welche vor der Culmination des Sterns S' bis zur Culmination des Sterns S verfließt, mit 15 multiplicirt; nun ist $FB = FC + CB$.

Aus dem Gesagten ist zu ersehen, daß zur Bestimmung der Lage eines Gestirns am Himmel Instrumente erforderlich sind, mit denen die Höhe, das Azimuth gemessen und der Zeitpunkt der Culmination angegeben werden kann. Zur Messung der Höhe und des Azimuths dient der Theodolith. Man befestigt den Nonius des inneren horizontalen Kreises auf einem willkürlichen Theilstriche des äußeren, und bewegt beide Kreise sammt dem Fernrohre, bis die Axe des letzteren in den Meridian des Beobachtungsortes zu liegen kommt, oder nach einem Objecte M von bekanntem Azimuth gerichtet ist; dann stellt man den äußern Kreis an das Gestelle fest, und dreht den gelösten inneren, bis der Stern S, dessen Höhe und Azimuth man wissen will, in der Axe des auf die gehörige Höhe gestellten Fernrohres erscheint. Der Winkel, welchen der Nonius des innern Kreises an dem äußern durchlaufen hat, ist das Azimuth, falls früher die Axe des Fernrohres sich in der Ebene des Meridians befand; war sie nach dem Objecte M gerichtet, so gibt die Summe aus dem abgelesenen Winkel und dem bekannten Azimuthe von M das Azimuth von S. Die Höhe von S wird am Verticalkreise abgelesen.

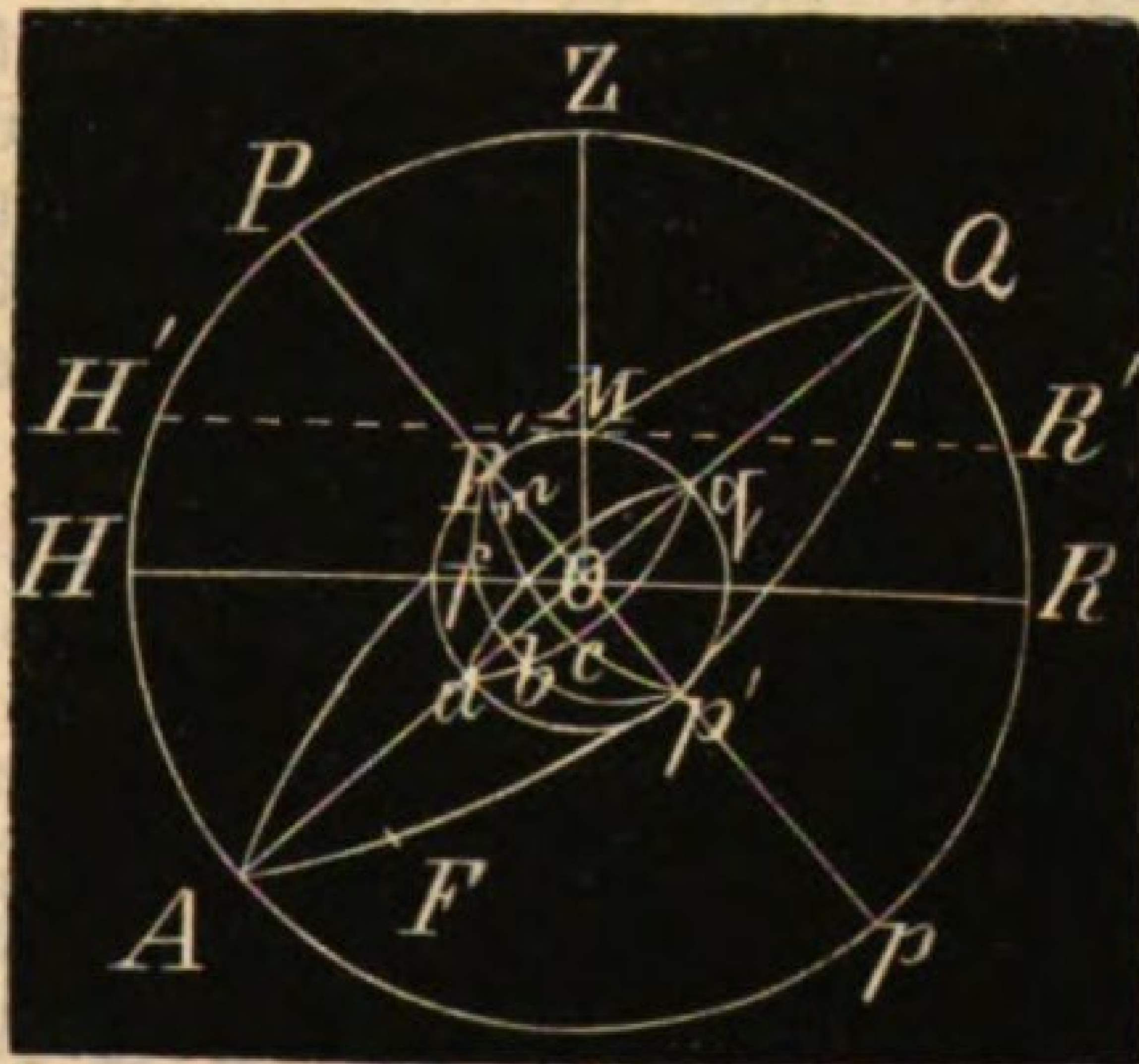
Eines der wichtigsten auf einer Sternwarte vorkommenden Instrumente ist das von Olof Römer erfundene Mittagsrohr oder Passagen-Instrument, welches zur Beobachtung der Culminationen der Gestirne dient. Es besteht aus einem Fernrohre, in dessen Axe ein verticaler, äußerst feiner Faden gespannt ist, und das sich um eine horizontale, von zwei festen steinernen Pfeilern getragene Axe drehen läßt; diese Drehungsaxe wird mit aller möglichen Sorgfalt in die Richtung der Linie gebracht, welche den Ostpunkt mit dem Westpunkt verbindet, wo dann die Axe des Fernrohres, da sie auf der Drehungsaxe senkrecht steht, sammt dem verticalen Faden in der Ebene des Meridians liegt, und in dieser Ebene sich bewegt, wenn das Rohr um die horizontale Axe gedreht wird. Der Augenblick, in welchem ein Stern von dem Faden verdeckt wird, ist der Augenblick der Culmination des Sterns. Ist im Fernrohre ein Fadenkreuz, und der Durchschnittspunkt der sich kreuzenden Fäden in der Axe des Rohrs, so richtet man das Fernrohr dergestalt auf einen Stern, daß dieser im Durchschnittspunkte der Fäden erscheint; der Winkel, den die Axe des Fernrohres mit dem Horizonte bildet, und der an einem an der Drehungsaxe angebrachten Verticalkreise gemessen werden kann, ist die Höhe des beobachteten Sternes zur Zeit seiner Culmination. — Bei nächtlichen Beobachtungen muß das Innere des Fernrohrs beleuchtet werden; zu diesem Behufe ist an einem Pfeiler, der in der Richtung der Drehungsaxe durchbohrt ist, eine Lampe, von der das Licht durch diese Bohrung und durch die hohle Drehungsaxe geht und auf einen kleinen Spiegel fällt, der im Inneren des Fernrohres so aufgestellt ist, daß er das von der Lampe empfangene Licht gegen das Ocular reflectirt.

Mittelst des Sextanten von Hadley kann man die Winkeldistanz zweier Gestirne oder die Höhe eines derselben bestimmen; im letzteren Falle braucht man einen künstlichen Horizont, den man sich verschafft, wenn man reines Quecksilber in eine Schale gießt, und es zur Abhaltung des Luftzuges mit einer von parallelen Ebenen begrenzten Glasplatte bedeckt. Man richtet dann das Fernrohr des Instrumentes so, daß man damit durch den oberen Theil des kleinen Spiegels das Bild des Gestirnes unter dem spiegelnden Horizonte sieht; nun dreht man die Ebene des Sextanten um das Fernrohr, bis sie eine verticale Lage erhält, worauf man das vom Horizonte reflectirte Bild des Gestirns im Fernrohre festhaltend, die Alhidade so lange auf oder ab bewegt, bis auch das zweite von dem unteren Theile des kleinen Spiegels reflectirte Bild im Gesichtsfelde erscheint; man bringt nun die Alhidade vermittelst einer Druckschraube zur festen Stellung und bewirkt vermittelst einer Mikrometerschraube eine genaue Bedeckung der beiden Bilder. Der Winkel, den man nun am Instrumente bestimmt, d. i. der Winkel, welchen die vom Gestirn und von seinem unter dem Horizonte erscheinenden Bilde zum Auge gezogenen Linien bilden, ist die doppelte Höhe des beobachteten Gestirns.

Man hat auf den Sternwarten sogenannte Aequatoriale, mittelst welcher die Declination und Rectascension eines Sterns unmittelbar gemessen werden kann.

259. Geographische Breite und Länge eines Ortes an der Erdoberfläche. Der Theil P′p′ Fig. 353 der Weltaxe Pp, der durch die Erdkugel geht, ist die Erdaxe, P′ der Nord- und p′ der Südpol der Erde; der Himmelsäquator AFQ und der Himmelsmeridian PZp des Ortes M, dessen Zenithpunkt Z ist, schneiden die Erdkugel in concentrischen Kreisen, wovon der erstere abq der Erdäquator, der andere P′Mp′ der dem Orte M entsprechende Erdmeridian heißt. Der Bogen der letzteren zwischen dem Orte M und dem Aequator heißt die geographische Breite des Ortes M; der diesem Bogen Mq entsprechende Centriwinkel MOq ist gleich dem Centriwinkel POH, der das Maß der Polhöhe PH ist, weil die Schenkel des einen auf den Schenkeln des andern senkrecht stehen; mithin sind die Bögen PH und Mq ähnliche Bögen, und zählen gleich viel Grade, Minuten und Secunden, weßhalb man auch sagen kann, daß die geographische Breite eines Ortes gleich seiner Polhöhe ist. Die Breite zählt man vom Aequator gegen die Pole zu bis 90° und unterscheidet eine nördliche und eine südliche, je nachdem der Ort in der nördlichen oder in der südlichen Erdhälfte ist.

Fig. 353.



Am Erdäquator ist die geographische Breite gleich Null, mithin auch die Polhöhe gleich Null, d. h. die Weltaxe fällt mit dem Horizonte zusammen. In dem Maße, in welchem die geographische Breite wächst, nimmt auch die Polhöhe zu, was die Erfahrung vollkommen bestätigt, und damit für die Kugelgestalt der Erde einen neuen Beweis liefert. Am Erdpole, wo die geographische Breite = 90° ist, beträgt auch die Polhöhe 90°, folglich steht daselbst die Weltaxe auf dem Horizont senkrecht und der Aequator fällt mit dem Horizonte zusammen.

Da alle in dem nämlichen Parallelkreise liegenden Orte dieselbe Breite haben, so ist zur Bestimmung eines Ortes auch noch der Bogen des Aequators nöthig, der zwischen dem Meridiane des gegebenen Ortes und dem ersten Meridiane liegt, und geographische Länge heißt. Da die zwischen zwei Meridianen liegenden Bögen aller Parallelkreise gleichen Centriwinkeln entsprechen, so sind sie einander ähnlich, und haben dieselbe Anzahl von Graden, man kann daher die geographische Länge auch auf jedem Parallelkreise messen. Ist der durch den Ort f gehende Meridian der erste, so ist b q die geographische Länge von M. Für einen andern Ort m ist die Länge b c, mithin ist die Längendifferenz zwischen M und m

$$cq = bq - bc;$$

wäre die Längendifferenz c q zweier Orte und auch die Länge b c des einen Ortes bekannt, so berechnet man leicht die Länge des andern; es ist

$$bq = cq + bc$$

Als ersten Meridian nimmt man gewöhnlich den durch die Insel Ferro gehenden; in Frankreich und häufig auch in Deutschland nimmt man als ersten Meridian den der Sternwarte zu Paris, und in England jenen der Sternwarte zu Greenwich.

Der erste Erdmeridian theilt die Erdkugel in eine östliche und eine westliche Hemisphäre; der Punkt b, in welchem er den Aequator schneidet, ist der Anfangspunkt der Längen; man zählt die Länge von diesem Punkt b östlich bis 180, wenn der Ort in der östlichen, und eben so westlich wenn er in der westlichen Halbkugel liegt, so daß man eine östliche und eine westliche Länge unterscheidet.

Bei der Zeitmessung gebraucht man als Einheit gewöhnlich den Sonnentag, den man in 24 Stunden, jede Stunde in 60 Minuten und jede Minute in 60 Secunden eintheilt; den Zeitpunkt der oberen Culmination der Sonne nennt man Mittag, und jenen der unteren (unseren Antipoden sichtbaren) Mitternacht. An jedem Orte stellt man den Zeiger der Uhr zur Mittagszeit auf den Nullpunkt, oder was gleichviel ist auf 12, falls der Zeiger während 24 Stunden zwei Umdrehungen macht; da nun die Sonne bei dem täglichen Kreislaufe am Himmelsgewölbe von Ost nach West in den Meridian eines westlicher gelegenen Ortes später kommt, und zwar um so viel Secunden, als sie braucht, um den Bogen des Parallelkreises zwischen dem Meridian des ersten und dem des zweiten Ortes zu durchlaufen, daher um t Secunden, wenn dieser Bogen 15 t Raumsecunden zählt, so wird der Mittag an dem zweiten Orte auch um t Secunden später eintreten. Die Zeit, die von einer nach dem Mittage eines bestimmten Ortes regulirten Uhr angezeigt wird, heißt man örtliche Zeit.

Die Erdmeridiane sind mit den Himmelsmeridianen concentrisch, deßhalb zählt der zwischen zwei Erdmeridianen befindliche Bogen eines Parallelkreises auf der Erdoberfläche genau so viele Grade, Minuten und Secunden, wie der zwischen den concentrischen Himmelsmeridianen liegende Bogen eines Parallelkreises an der Himmelskugel. Zählt der erstere Bogen 15, 30, 45 Grade, so hat auch letzterer 15, 30, 45 Grade; die Sonne kommt daher in den Meridian eines Ortes, der um 15, 30, 45 Grade westlicher liegt, um 1, 2, 3 Stunden später, und um eben so viel wird die örtliche Zeit des zweiten Ortes von der des ersten

differiren. Man kann daher aus dem Unterschiede der örtlichen Zeiten zweier Orte die Anzahl der Grade, Minuten und Secunden berechnen, welche der von den Meridianen dieser Orte begrenzte Bogen eines Parallelkreises oder des Aequators, d. i. der Längenunterschied dieser Orte zählt.

Den Unterschied der örtlichen Zeiten für zwei Orte findet man, wenn man eine an beiden Orten gleichzeitig sichtbare Erscheinung beobachtet, und die von den Uhren in dem nämlichen Augenblicke angezeigten örtlichen Zeiten mit einander vergleicht.

Solche Erscheinungen sind der Anfang und das Ende einer Mondesfinsterniß oder der Verfinsterung eines Trabanten Jupiters. Aus den bekannten Bewegungen dieser Himmelskörper berechnet man für einen bestimmten Ort, z. B. für Paris die Zeitpunkte, in welchen die Verfinsterungen beginnen oder beendet erscheinen, für ein ganzes Jahr voraus; wird nun an irgend einem Orte der Beginn oder das Ende der Verfinsterung nach der Uhr dieses Ortes bestimmt, so hat man die so gefundene örtliche Zeit mit der für Paris berechneten zu vergleichen, um zu finden, um wie viel Secunden die Uhren differiren, worauf die Längendifferenz beider Orte leicht berechnet wird.

Ein anderes Mittel, die Unterschiede der örtlichen Zeiten an zwei Orten zu finden, sind die Mondestafeln, in welchen die Abstände des Mondes von der Sonne und den vorzüglichsten Fixsternen und Planeten, wie sie im Laufe eines Jahres vom Mittelpunkte der Erde beobachtet werden, nach der Pariser Zeit angegeben sind; mißt nun ein Beobachter an irgend einem Orte den Abstand des Mondes von einem Gestirn in einem gewissen nach der Uhr des Ortes bezeichneten Zeitmomente, berechnet die Größe dieses beobachteten Abstandes für den Fall, wenn die Beobachtung vom Erdmittelpunkte geschehen wäre, und sucht nun in den Mondestafeln, wie viel es an der Uhr in Paris ist, wenn der Mond in diesem Abstande sich befindet, so gibt die Vergleichung den Unterschied der örtlichen Zeiten, woraus sich die Länge des Ortes bezüglich Paris berechnen läßt.

In manchen Fällen läßt man an einem Orte Raketen aufsteigen, die von zwei Stationen beobachtet werden können; wird der Zeitpunkt des Verlöschens der Rakete nach der Uhr der Station, wo beobachtet wird, angegeben, so hat man den Unterschied der örtlichen Zeiten der beiden Stationen, da bei der großen Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes an beiden das Verlöschen gleichzeitig zu sehen war.

Vorzügliche Dienste leisten, insbesondere den Seefahrern, mit großer Sorgfalt gearbeitete Federuhren, die man Chronometer nennt: bringt man ein Chronometer in Uebereinstimmung mit der Uhr des Ortes, den man verläßt, z. B. mit der Uhr der Sternwarte zu Greenwich, wie es die englischen Seefahrer thun, und läßt es nun auf der Reise fortgehen, ohne es nach der Uhr eines andern Ortes einzurichten, so weiß man in jedem Augenblicke anzugeben, wie viel es an der Uhr in Greenwich ist; vergleicht man diese Angaben mit der Uhr eines andern Ortes, zu dem man auf der Reise gelangt, so gibt der Unterschied der Uhren die Länge des Ortes bezüglich Greenwich.

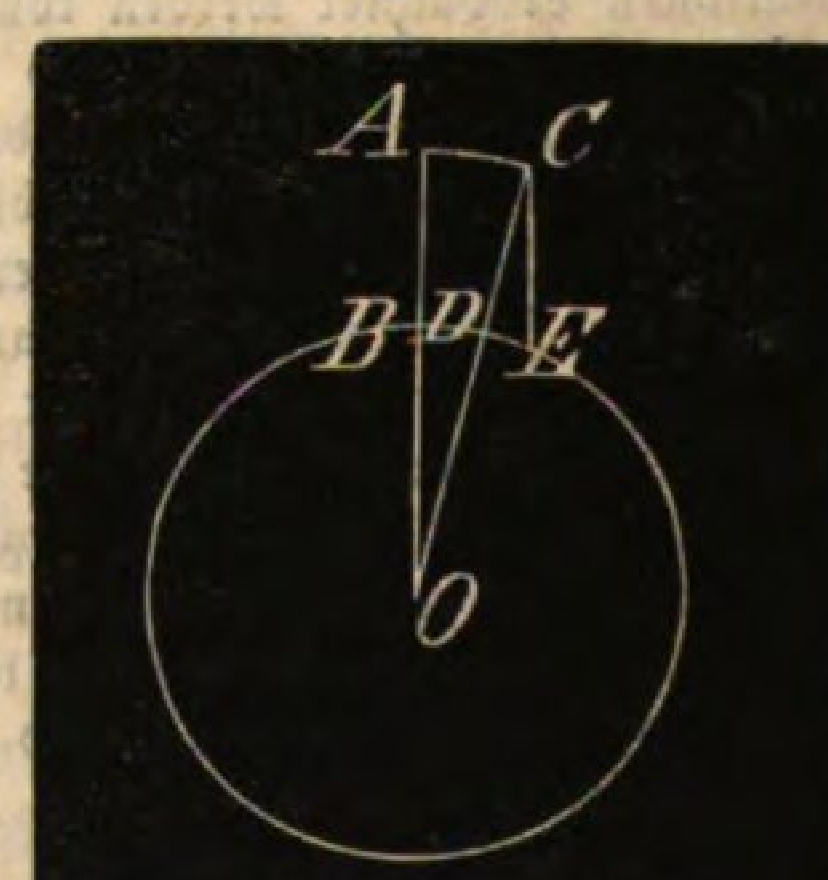
§. 260. Axendrehung der Erdkugel. Die tägliche Umdrehung der Himmelskugel um die Weltaxe ist nur eine scheinbare, und erklärt sich mit Genauigkeit aus der Drehung der Erdkugel um eine durch ihren Mittelpunkt gehende Axe in der Richtung von West nach Ost. Ein Beobachter auf der Erde kann diese Axendrehung nicht bemerken, weil dabei die am Horizonte befindlichen Gegenstände, die er sieht, ihre Lage unter sich und in Beziehung auf den Beobachter nicht im mindesten verändern; der Beobachter sieht daher immer dieselbe Landschaft in ungeänderter Stellung vor sich, und hat keine Ursache eine Bewegung zu vermuthen. Da jeder Ort auf der Oberfläche während einer Umdrehung einen zum Aequator parallelen Kreis beschreibt, so bleibt seine geographische Breite, folglich auch die Polhöhe unverändert, demnach erscheint der Himmelspol immer in der nämlichen Entfernung vom

Horizonte, also unbeweglich. — Der Horizont des Beobachters senkt sich in Osten und erhebt sich im Westen, deßhalb werden in Osten immer neue Sterne sichtbar, die sich desto mehr über den Horizont zu erheben scheinen, je tiefer sich dieser senkt, dagegen scheinen sich die Sterne im Westen dem sich hier erhebenden Horizonte mehr und mehr zu nähern, und endlich unterzugehen, sobald sie unter den Horizont zu stehen kommen; auf solche Art sieht der Beobachter die Sterne im Osten immer höher herauf steigen und im Westen sich senken, und da er den Grund dieser Erscheinung nicht in seiner eigenen Bewegung, die er nicht bemerkt, suchen kann, so glaubt er, daß sich die Gestirne wirklich Tag für Tag von Ost nach West bewegen.

Während der Umdrehung der Erde um ihre Axe dreht sich auch die Verticale des Standortes, mithin geht auch der Zeitpunkt und mit diesem der Himmelsmeridian des Ortes um die Weltaxe von West nach Ost, während die beiden Himmelspole unbeweglich bleiben; die Sterne scheinen sich auf der östlichen Seite dem Meridiane dergestalt zu nähern und auf der westlichen Seite von ihm zu entfernen, daß ihr Abstand vom Pole immer derselbe bleibt; sie scheinen also Parallelkreise zu beschreiben, die desto größer sind, je mehr die Poldistanz der Sterne beträgt.

Die Drehung der Erde um ihre Axe wird durch mehrere Thatsachen außer allen Zweifel gesetzt, insbesondere durch die schon früher besprochene Abplattung der Erdkugel an den Polen und die Abnahme der Schwerkraft von den Polen gegen den Aequator zu. Auch bezeugt dieß der Fall der Körper bei großen Fallhöhen; denn ist AB, Fig. 354, eine mit der Erdkugel verbundene Verticale, so wird während der Umdrehung der oberste Punkt A offenbar einen größeren Kreis zu beschreiben haben, mithin mit einer größeren Geschwindigkeit sich bewegen, als der Fußpunkt B; nehmen wir an, daß in der Zeit, in welcher ein Körper, der nur der Schwere folgt, den Weg AB zurücklegen würde, die Verticale in Folge der Umdrehung der Erde in die Lage CDO kommt; so hat der Punkt A und jeder an ihm befindliche Körper in dieser Zeit den Weg AC beschrieben. Läßt man nun von A einen Stein fallen, so erhält er zwei einen Winkel einschließende Bewegungen, und muß am Ende der Zeit, in der ihn die eine nach B, die andere nach C gebracht hätte, am Endpunkte der Diagonale des Parallelogramms ABCE, d. i. im Punkte E, mithin etwas östlich von dem Fußpunkte B der Verticalen AB sich befinden, was auch wirklich durch mehrfache Versuche dargethan wurde.

Fig. 354.

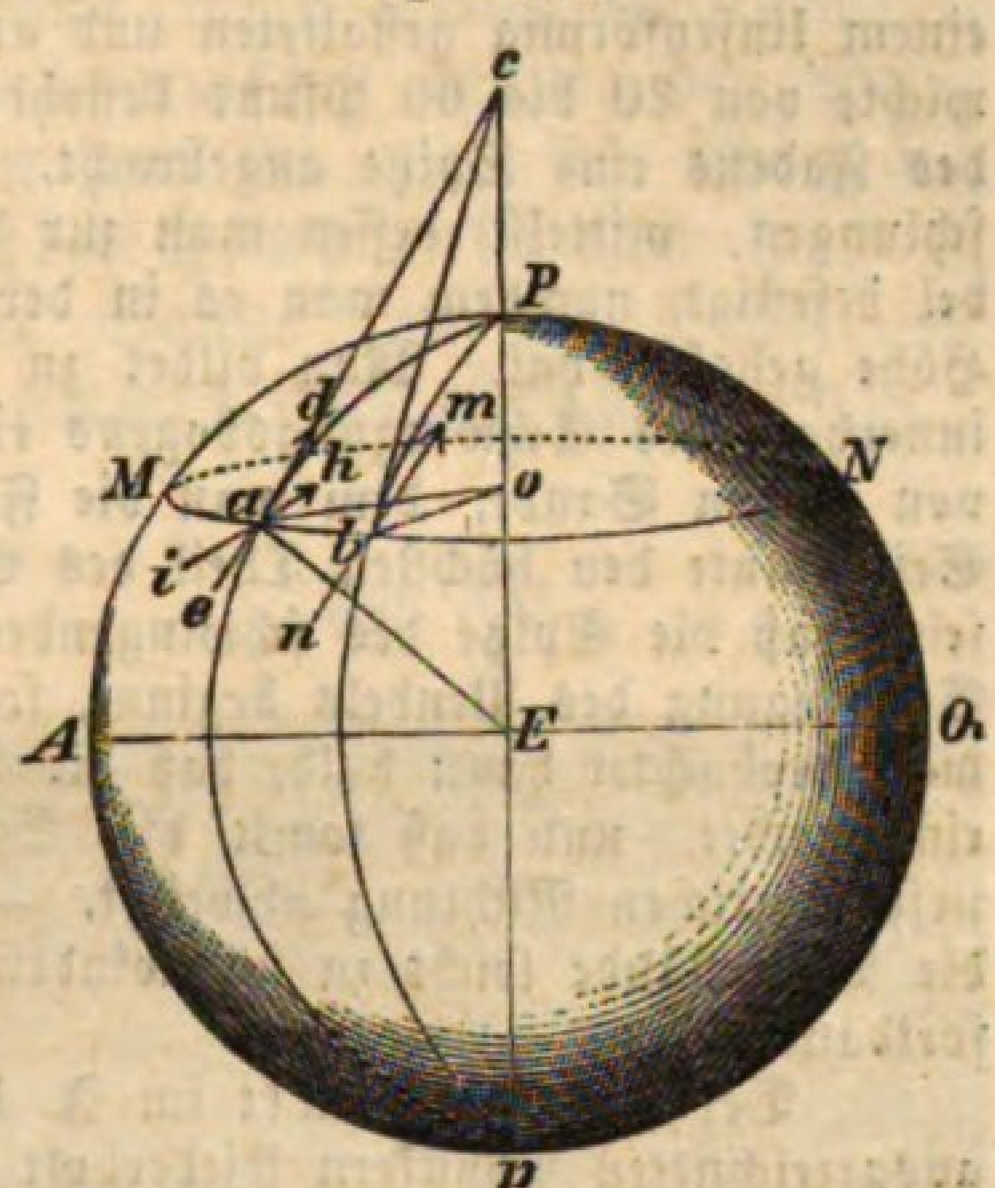


Auch **Foucault's Pendelversuch bietet einen directen Beweis für die Axendrehung der Erde dar.** Wird ein einfaches Pendel, bestehend aus einer an einem Faden hängenden Kugel, in eine schwingende Bewegung versetzt; so muß in Folge der Trägheit der schwingenden Masse die Richtung der Schwingungsebene, d. i. der verticalen Ebene, in welcher der Mittelpunkt der Kugel schwingt, unveränderlich bleiben, selbst dann, wenn der Aufhängepunkt beständig seine Lage ändert. Denken wir uns nun den Aufhängepunkt des Pendels in der Verlängerung der Erdaxe Pp, z. B. über dem Nordpole P angebracht, so daß das ruhige Pendel in die Richtung der Erdaxe fällt,

und es sei am Pol eine horizontale Scheibe mit einem darauf verzeichneten Halbmesser D befestiget, längs welchen das Pendel in Schwingung versetzt wird; so müßte die Schwingungsebene immerfort durch diesen Halbmesser gehen, wenn die Erdkugel in Ruhe wäre; dreht sie sich aber von West nach Ost, so dreht sich auch die Scheibe und der darauf gezogene Halbmesser in dieser Richtung, während die Schwingungsebene ihre ursprüngliche Lage unveränderlich beibehält, und daher sich scheinbar immer weiter in entgegengesetzter Richtung von D entfernt, so daß D erst nach einer vollen Umdrehung der Erdkugel wieder in die Schwingungsebene zu liegen kommt.

Befindet sich das Pendel im Parallelkreise MN an dem Orte a, dessen Erdmeridian Pap ist, Fig. 355, und man versetzt es in Schwingung in der Richtung der Mittagslinie de, die mit der durch a gehende Tangente des Meridians zusammenfällt und die verlängerte Erdaxe in c schneidet; so behält die Schwingungsebene stets diese Richtung und bleibt daher während der Umdrehung des Aufhängepunktes um die Erdaxe ununterbrochen parallel zu de; kommt in Folge der Axendrehung der Erde der Ort a nach b, so hat sein Meridian die Lage Pbp, und die Schwingungsrichtung ist dann mn parallel zu de; die Schwingungsebene fällt also nicht mehr mit der Meridianebene zusammen, sondern schließt mit der durch b gezogenen Mittagslinie bc den Winkel $mbc = acb = \lambda$ ein.

Fig. 355.



Bezeichnet AQ den Durchmesser des Aequators, so ist der Winkel acE gleich der geographischen Breite $aEA = \varphi$. Heißt r der Halbmesser des Parallelkreises und ist o dessen Mittelpunkt $aob = \alpha$ der Centriwinkel des Bogens ab; so hat man:

$$ab = r\alpha, \text{ und } ab = ac \,.\, \lambda, \text{ mithin}$$
$$ac \,.\, \lambda = r\alpha$$

Aus dem rechtwinkeligen Dreiecke aco folgt:

$$r = ac \sin.\, \varphi, \text{ mithin ist } \lambda = \alpha \sin.\, \varphi,$$

d. h. die in einer gewissen Zeit sich ergebende Abweichung der Schwingungsebene von der Mittagslinie ist gleich dem Winkel, um welchen sich die Erde in dieser Zeit gedreht hat, multiplicirt mit dem Sinus der geographischen Breite des Ortes, wo das Pendel schwingt; sie ist also desto beträchtlicher, je weiter der Ort vom Aequator entfernt ist, aber immer nur ein Bruchtheil von derjenigen Abweichung, welche die Schwingungsebene eines Pendels am Pol in der nämlichen Zeit erfährt. Am Aequator ist $\varphi = 0$, mithin auch $\lambda = 0$.

Schwingt das Pendel nicht in der Mittagslinie, sondern in einer davon abweichenden Richtung hi, die mit ed den Winkel $had = \beta$ einschließt, so wird, wie leicht einzusehen ist, die Abweichung der Schwin-

gungsebene von der Mittagslinie in Folge der Axendrehung am Orte b den Werth $\lambda + \beta$ erhalten; somit hat sich die Schwingungsebene auch in diesem Falle scheinbar um den Winkel λ gedreht.

Wenn nun bei einer wirklichen Axendrehung der Erde eine Aenderung in der Lage der Schwingungsebene eines Pendels eintreten muß; so kann man das Vorhandensein einer solchen Bewegung der Schwingungsebene als einen directen Beweis für die Drehung der Erde um ihre durch den Mittelpunkt gehende Axe annehmen. Foucault war der erste, der die scheinbare Drehung der Schwingungsebene eines Pendels, das durch eine längere Zeit in Schwingung verbleibt, nachgewiesen und als einen directen Beweis für die Axendrehung betrachtet hat.

Um diese Drehung bald sichtbar zu machen, nimmt man ein Pendel, das aus einem linsenförmig gestalteten und an einem sehr langen Stahlfaden hängenden Gewichte von 20 bis 60 Pfund besteht; an diesem Gewichte ist in der Verlängerung des Fadens eine Spitze angebracht, und um dieselbe ein leicht zerstörbarer Faden geschlungen, mittelst dessen man zur Beseitigung einer drehenden Bewegung das Pendel befestigt, nachdem man es in der Richtung der Mittagslinie bis zu einer geringen Höhe gehoben hat. Man bildet zu beiden Seiten der verticalen Lage des Pendels innerhalb des Schwingungsbogens einen auf der Mittagslinie senkrecht stehenden Wall von feinem Sande, dem man die Form eines dreiseitigen Prismas gibt, dessen eine Seitenkante den höchsten Theil des Walls bildet; die Höhe des Walls muß so groß sein, daß die Spitze des schwingenden Pendels in die Kante einschneiden kann. Die Schwingung des Pendels beginnt, sobald man den Faden durch eine Flamme zerstört; man beobachtet dann bald, daß die Spitze immer westlicher an der Südseite des Walls einschneidet, und daß somit die Schwingungsebene scheinbar immer weiter von der ursprünglichen Richtung abweicht. — Das große Gewicht des Pendels ist geeignet, die Widerstände leicht zu überwinden, weßhalb die Schwingung mehrere Stunden lang fortdauert.

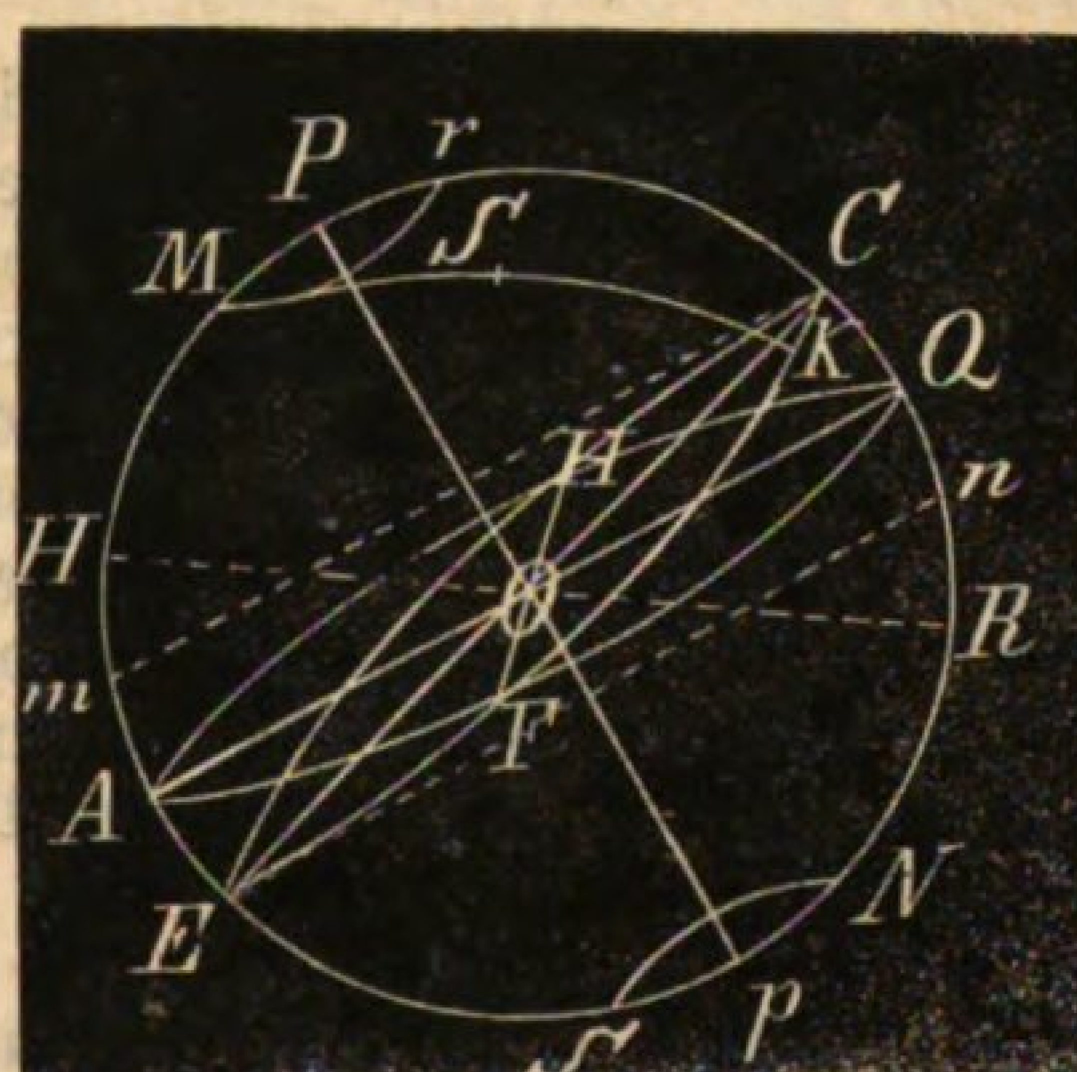
Der von Foucault im J. 1852 ausgeführte Versuch ist seitdem von vielen ausgezeichneten Physikern wiederholt worden.

Eine nothwendige Folge der Axendrehung der Erde ist der Wechsel zwischen Tag und Nacht, d. i. zwischen der Zeit, wo die Sonne über dem Horizonte erscheint, und die darauf befindlichen Gegenstände erleuchtet und erwärmt, und derjenigen, wo die Sonne unsichtbar ist; denn da immer nur die der Sonne zugewendete Erdhälfte von den geradlinigen Sonnenstrahlen erleuchtet wird, die andere von ihr abgewendete dagegen im Schatten steht; so muß während der Umdrehung der Erde von West nach Ost die Beleuchtungsgrenze beständig von Ost nach West fortrücken, wobei die Bewohner an der westlichen Beleuchtungsgrenze den Sonnenaufgang, die an der östlichen den Sonnenuntergang sehen, die Bewohner in der Mitte der erleuchteten Erdoberfläche Mittag, und ihre Gegenfüßler Mitternacht haben.

§. 261. Scheinbare jährliche Bewegung der Sonne. Nebst der täglichen Bewegung, welche die Sonne mit allen Gestirnen am Himmel theilt, beobachtet man noch eine andere ihr eigenthümliche, vermöge welcher sie während eines Jahres einen vollen Umlauf am Himmel macht; denn wir sehen, daß die Sonne bei der täglichen Umdrehung der Himmelskugel täglich einen andern Parallelkreis beschreibt, daher Tag für Tag an einem andern Orte der Himmelskugel sich befindet, mit anderen Sternen aufgeht, culminirt und untergeht. Bestimmt man Tag für Tag zur Mittagszeit ihre Declination und Rectascension; so erhält man eine Reihe von Standorten der Sonne, mithin auch die Lage der ganzen Sonnenbahn am Himmelsgewölbe; es ergibt sich, daß die gerade Linie, welche die Erde mit der Sonne verbindet, immerfort in der nämlichen Ebene bleibt, und daß daher auch alle Punkte der

Sonnenbahn, die Ekliptik heißt, in einer und derselben Ebene liegen; ferner, daß die Ekliptik am Himmelsgewölbe als ein durch die Mittelpunkte der Sonne und der Erde gehender größter Kreis erscheint, welcher den Aequator an zwei einander gegenüberliegenden Punkten schneidet, und dessen Ebene mit der Ebene des Aequators den Winkel von 23°28′ bildet, den man die Schiefe der Ekliptik zu nennen pflegt. An den Tagen, wo sich die Sonne in den Durchschnittspunkten des Aequators mit der Ekliptik, mithin am Aequator befindet, beschreibt die Sonne während der täglichen Bewegung der Himmelskugel den Aequator selbst, wovon bekanntlich die eine Hälfte über, die andere unter dem Horizonte steht, mag dieser was immer für einen Winkel mit der Weltaxe einschließen; daher bleibt an diesen Tagen die Sonne an allen Orten der Erde eben so lange über als unter dem Horizonte d. h. Tag und Nacht sind überall gleich, weßhalb man diese Durchschnittspunkte Nachtgleichenpunkte (Aequinoctialpunkte) nennt; der Punkt des Aequators in dem die Sonne zwischen dem 20. und 21. März sich befindet, heißt der Frühlings-Nachtgleichenpunkt oder kurzweg Frühlingspunkt, derjenige, in den die Sonne am 22. September tritt, heißt der Herbst-Nachtgleichenpunkt oder Herbstpunkt.

Fig. 356.



Es sei Pp Fig. 356 die Weltaxe AQ der Aequator, EC die Ekliptik, FH sei die gerade Linie, in welcher die Aequatorsebene von der Ebene der Ekliptik geschnitten wird, F der Frühlings- und H der Herbstpunkt, M und N seien die Pole der Ekliptik, deren jeder von den Polen P, p des Aequators um 23°28′ entfernt ist, und MPNp ein größter durch die Pole der Ekliptik und des Aequators gehender Kreis. Nach der Frühlingsnachtgleiche erhebt sich die Sonne über den Aequator, beschreibt Tag für Tag einen andern weiter vom Aequator abstehenden Parallelkreis, indem die Declination beständig wächst, bis sie am 21. Juni ihren größten Werth von 23°28, erlangt, wo die Sonne in den Punkt C tritt und die Rectascension den Werth von 90° erhält; der durch den Punkt C gehende Parallelkreis Cm, den die Sonne am 21. Juni am Himmel beschreibt, heißt Wendekreis des Krebses (tropicus cancri), der Punkt C heißt Wendepunkt, weil sich von da die Sonne wieder dem Aequator zuwendet, und demselben sich immer mehr nähert; man nennt den Punkt C auch das Sommersolstitium, weil die täglichen Aenderungen in der Declination so gering sind, daß die Sonne beinahe still zu stehen scheint.

Nach dem 21. Juni nimmt die Declination ab, während die Rectascension fortwährend wächst, erstere wird am 22. September Null, letztere 180° und die Sonne steht im Herbstpunkte; hierauf erhält die Sonne eine südliche Abweichung, die Rectascension nimmt aber zu; wird

letztere 270°, so erlangt die südliche Declination abermals den größten Werth von 23°28′ und die Sonne befindet sich am Wendepunkte E, welcher das Wintersolstitium und der durch E gehende Parallelkreis der Wendekreis des Steinbocks heißt; dieß findet am 22. December statt. Nach dieser Zeit nimmt die südliche Declination beständig bis Null ab, wo die Sonne wieder in den Frühlingspunkt tritt, und die Rectascension den Werth von 360° erlangt.

Die durch die Pole der Ekliptik gezogenen Parallelkreise Mr und Ns heißen Polarkreise. Die durch die Solstitial- und Aequinoctialpunkte gehenden Declinationskreise haben den Namen Coluren erhalten. — Man theilt die Ekliptik in 12 gleiche Theile, deren jeder die Länge von 30° hat, und nennt diese Theile Zeichen; die Zone, die von zwei zur Ekliptik parallelen Kreisen begrenzt ist, deren jeder in dem Abstande von 10° gezogen ist, wird Zodiakus oder Thierkreis genannt, weil die Sternbilder, nach denen die Zeichen in alten Zeiten benannt wurden, meistens Namen von Thieren führten. Heißt es z. B., die Sonne tritt in das Zeichen des Widders, so sagt man damit, daß sie in den Frühlingspunkt tritt; die folgenden Zeichen heißen: Stier, Zwillinge, Krebs, Löwe, Jungfrau, Wage, Skorpion, Schütze, Steinbock, Wassermann, Fische: die sechs ersteren liegen nördlich, die anderen südlich vom Aequator.

Der durch die Pole der Ekliptik und durch ein Gestirn S gezogene Kreis MSN heißt Breitenkreis; der Bogen KS desselben zwischen dem Stern und der Ekliptik heißt die Breite, und der Bogen FK der Ekliptik zwischen dem Frühlingspunkte und dem Breitenkreise die Länge des Gestirns S; durch Breite und Länge wird die Lage eines Gestirns bezüglich der Ekliptik bestimmt. Haben zwei Himmelskörper dieselbe Länge, so stehen sie, wie man sagt in Conjunction; sind ihre Längen um 180° verschieden, so sind sie in Opposition; in beiden Fällen befinden sie sich in demselben Breitenkreise. Die Stellung zweier Gestirne, wobei der Unterschied ihrer Längen 90° beträgt, heißt Quadratur.

Die Zeit von dem Augenblicke, wo die Sonne bei irgend einem Fixstern sich befindet, und mit ihm gleichzeitig culminirt, bis zu dem wo sie wieder zu demselben Sterne zurückkehrt, gibt die Dauer eines Umlaufs der Sonne, die man das siderische Jahr nennt; es zählt 365·25638 Tage. Die Zeit, die von dem Eintritte der Sonne in den Frühlingspunkt bis zu ihrer Rückkehr zu demselben Punkte heißt die tropische Umlaufszeit oder das tropische Jahr, welches in Folge einer kleinen Vorrückung des Frühlingspunktes gegen Westen, die alljährlich erfolgt, etwas kürzer ist, und 365·242255 Tage oder 365 Tage, 5 St. 48′ und 50.″4 beträgt.

Aus dieser jährlichen Bewegung der Sonne in der Ekliptik erklärt sich, daß die Sonne während eines Jahres täglich bei andern Fixsternen am Himmel sich befindet, täglich mit andern gleichzeitig culminirt, daher auch täglich um Mitternacht andere Sterne im Meridiane am südlichen Himmel zu sehen sind. In der Mitte des Monates März sieht man die Sternbilder des Löwen und der Jungfrau, im Juni die des Herkules, der Leier, des Adlers, im September jene des Pegasus, Cassiopea, der

Andromeda, im Dezember den Stier, die Hyaden, Plejaden, dann den Orion und den Sirius. Die Stellung der Himmelskugel ändert sich alle Monate um 2 Stunden von Ost nach West, die Sterne, die an einem Tage um Mitternacht culminiren, treten nach einem Monate schon um 10 Uhr, nach zwei Monaten um 8 Uhr u. s. f. in ihren Culminationspunkt, indem sie in jedem Monate um 30° gegen Westen vorzurücken scheinen, da sich die Sonne gegen Osten zu um 30° entfernt.

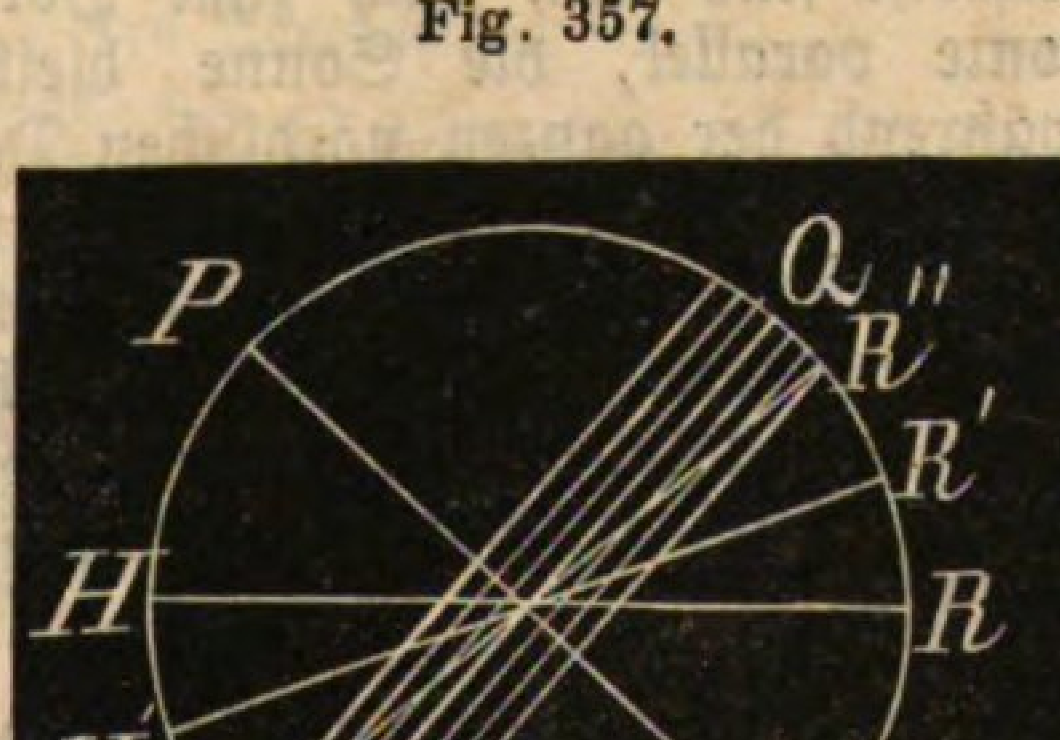
In die tropische Umlaufszeit fällt der periodische Wechsel der Jahreszeiten, weßhalb sie als Einheit für große Zeiträume angenommen, und kurzweg das Jahr genannt wird. Zu den Zeiten, als Julius Cäsar lebte, zählte man das Jahr zu 365 Tagen und 6 volle Stunden, letztere vernachlässigte man, und mußte daher jedes vierte Jahr noch einen Tag hinzurechnen, und das Jahr zu 366 Tagen annehmen; letzteres Jahr nannte man Schaltjahr. Julius Cäsar führte im J. 45 vor Chr. diese Zeitrechnung ein, weßhalb sie die Julianische heißt; allein man begeht dabei einen Fehler, indem man das Jahr um 11′ 15.4 Sec. länger nimmt, ein Fehler, der in 400 Jahren 3 Tage ausmacht, um die man hinter der wahren Zeitrechnung zurückbleibt. Die Folge davon war, daß man im Jahre 1582 schon um ganze 10 Tage zurück war, so daß die Frühlingsnachtgleiche um 10 Tage vor dem 21. März eintrat.

Pabst Gregor XIII. setzte nun im Jahre 1582 fest: daß man nach dem 4. October 1582 10 Tage weglasse, und sogleich den 15. October zähle; daß jedes Jahr, das durch 4 theilbar, aber durch 100 untheilbar, ferner auch das durch 400 theilbare ein Schaltjahr, jedes andere aber ein gemeines Jahr sein soll. So war 1600 ein Schaltjahr, aber 1700 und 1800 waren gemeine Jahre, nach der julianischen Zeitrechnung aber Schaltjahre, weßhalb diese bereits um 12 Tage von der Gregorianischen differirt; aber auch die letztere Zeitrechnung nimmt nach Mädler das Jahr um 27.4 Sec. zu groß an, was innerhalb 3153 Jahren einen ganzen Tag ausmacht.

§. 262. Verschiedenheit in der Dauer des Tages und der Nacht während eines Jahres. Die Schiefe der Ekliptik hat zur Folge eine Verschiedenheit in der Tagesdauer an verschiedenen Orten zur nämlichen Zeit, und an demselben Orte bei verschiedenen Declinationen der Sonne, ferner den Wechsel der Jahreszeiten.

Die Parallelkreise, welche die Sonne bei der täglichen Umdrehung des Himmelsgewölbes beschreibt, werden vom Horizont dergestalt geschnitten, Fig. 357, daß von den während der nördlichen Declination der Sonne beschriebenen, ein desto größerer Bogen über den Horizont zu liegen kommt, je weiter der Parallelkreis vom Aequator entfernt ist; von den während der südlichen Declination beschriebenen liegt ein desto kleinerer Bogen über dem Horizonte, je größer der Abstand des ihm zugehörigen Parallelkreises vom Aequator ist. Die über dem Horizonte befindlichen Bögen heißen Tagesbögen, die unter dem Horizonte liegenden Nachtbögen. Während der nördlichen Deklination der Sonne ist in der nördlichen Halbkugel die Dauer des Tages größer als die der Nacht, bei der südlichen findet das Gegentheil statt; der Unterschied in der Dauer des Tages und der Nacht wird an dem nämlichen

Fig. 357.



Orte desto größer, je bedeutender die Declination der Sonne wird, so daß zur Zeit des Sommersolstitiums die Tageslänge, dagegen zur Zeit des Wintersolstitiums die Nachtlänge am größten wird.

An Orten von großer geographischer Breite ist auch die Polhöhe größer; nun ist leicht zu ersehen, daß, wenn der Horizont in die Lage H′ R′ kommt, die Tagesbögen während der nördlichen Declination der Sonne größer, während der südlichen hingegen kleiner werden, als in der früheren Lage HR; demnach wird die Dauer des längsten Tages und der längsten Nacht an einem Orte desto beträchtlicher sein, je weiter derselbe vom Aequator entfernt ist.

Bildet der Horizont H″ R″ mit der Weltaxe den Winkel von 66° 32′ mithin mit den Aequator den Winkel von 23° 28′; so liegt der eine Wendekreis über, der andere unter dem Horizonte, mithin wird am Tage des Sommersolstitiums die Sonne gar nicht untergehen, und am Tage des Wintersolstitiums gar nicht mehr aufgehen. Die in dem Abstande von 66° 32′ vom Aequator auf der Erdkugel gezogenen Parallelkreise heißen **Polarkreise**. An Orten von noch größerer geographischer Breite fallen schon mehrere Parallelkreise über den Horizont, die Sonne bleibt daher mehrere Tage ununterbrochen sichtbar, und dieß desto länger, je mehr sich der Ort dem Pole nähert. Am Pol selbst ist die geographische Breite 90°, mithin steht die Weltaxe Pp, Fig. 358, auf dem Horizonte HR senkrecht, weßhalb dieser mit dem Himmelsäquator zusammenfällt; die Parallelkreise sind nun auch zum Horizonte parallel, die Sonne bleibt während der ganzen nördlichen Declination mithin durch 6 Monate ununterbrochen über dem Horizonte des Nordpols, und ist daselbst während der südlichen Declination also wieder durch 6 Monate beständig unsichtbar.

Fig. 358.

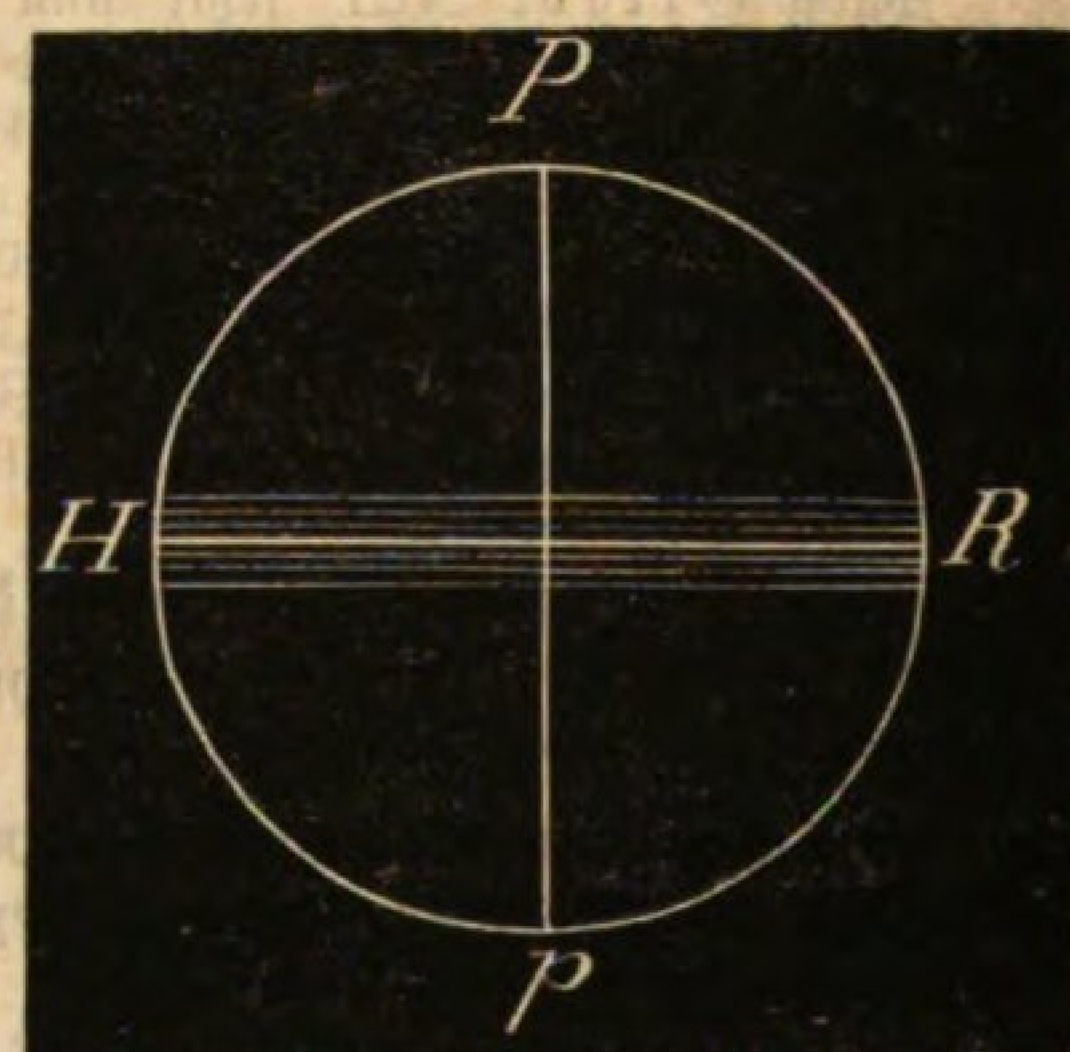
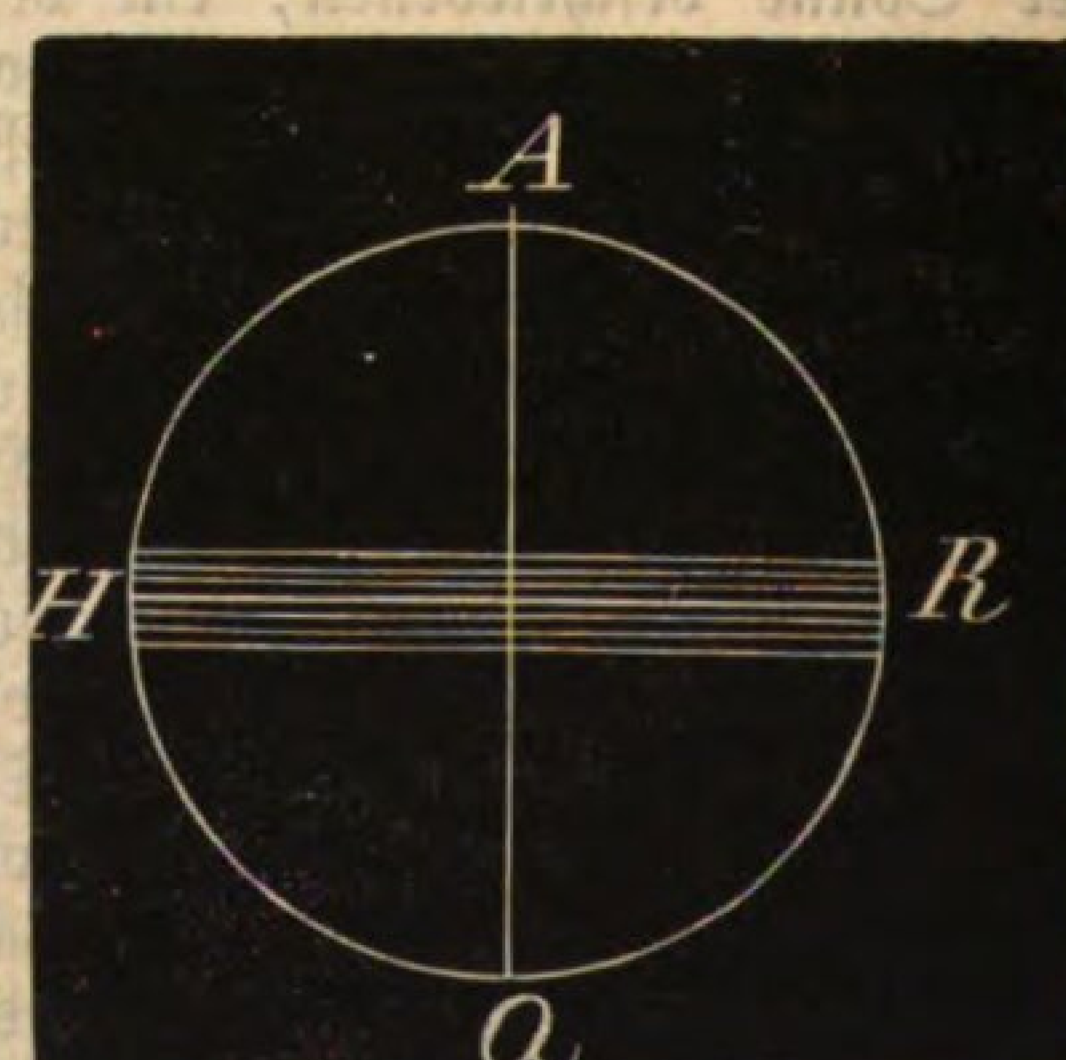


Fig. 359.

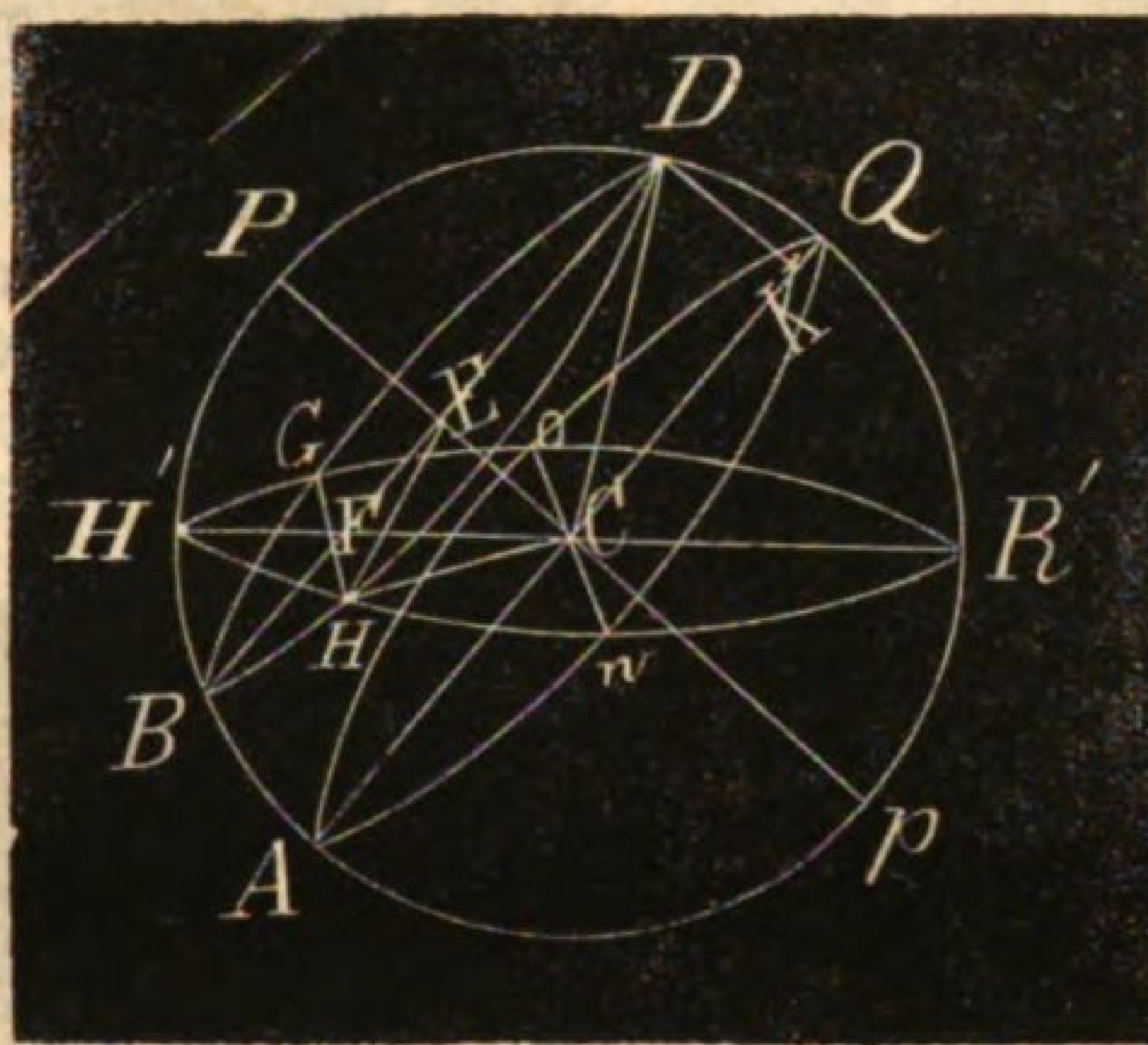


Am Aequator der Erde, wo die geographische Breite Null ist, liegt die Weltaxe im Horizonte und der Himmelsäquator AQ Fig. 359 steht sammt allen Parallelkreisen auf dem Horizonte HR senkrecht; daher halbirt der Horizont nicht nur den Aequator, sondern auch alle Parallelkreise, weßhalb am Aequator das ganze Jahr hindurch Tag und Nacht gleich ist.

Es sei BD, Fig. 360, ein Parallelkreis, den die Sonne am Tage der Declination QD $= \delta$ beschreibt, H'R' sei der Horizont bei der Polhöhe PCH' $= \varphi$; fällt man von D eine Senkrechte DK auf den Aequator, so ist

DK $=$ EC $=$ sin. δ, und
CK $=$ ED $=$ cos. δ.

Fig. 360.



Die Durchschnittslinien OW und GH des Horizontes mit dem Aequator und dem Parallelkreise sind zu einander parallel; da OW auf der Ebene des Meridians senkrecht steht, so steht auch GH auf ihm senkrecht, und bildet mit der durch ihren Fußpunkt in der Meridianebene gezogenen Geraden EF einen rechten Winkel. Aus der Congruenz der Dreiecke HCE und ECD folgt, daß der Winkel HCE $=$ ECD $= 90^\circ - \delta$ ist. Der Bogen BH ist der halbe Nachtbogen und das Maß des Centriwinkels BEH $= x$; nun ist

$$\cos. x = \frac{EF}{EH},\ EF = EC \tan. \varphi = \sin. \delta \tan. \varphi,\ EH = ED = \cos. \delta,$$

mithin $$\cos. x = \tan. \delta \tan. \varphi \quad (1)$$

Dividirt man den gefundenen Nachtbogen $2x$ mit 15, so hat man die Dauer der Nacht in Stunden angegeben.

Aus dem gefundenen Ausdrucke für cos. x wird ersichtlich:

1. daß der Nachtbogen an einem Orte abnimmt, wenn die Declination wächst;

2. daß für $\delta = 0$, auch $\cos. x = 0$, folglich $x = 90^\circ$ und $2x = 180^\circ$ wird, daher zählt auch der Tagesbogen 180°, d. h. die Dauer des Tages ist an allen Orten der Dauer der Nacht gleich; dieß würde auch eintreten, wenn die Ekliptik mit dem Aequator zusammenfiele.

3. Wird die Declination negativ, so ist auch cos. x negativ, mithin $x > 90^\circ$, also die Nacht länger als der Tag.

4. Je größer φ, desto größer wird für denselben positiven Werth von δ, also für denselben Tag im Jahre auch der Werth von cos. x, mithin der Nachtbogen x kleiner und der Tagesbogen größer.

5. Für den kürzesten Nachtbogen hat man den Ausdruck

$$\cos. x = \tan. (23^\circ 28') \tan. \varphi;$$

woraus sich der längste Tagesbogen und die Dauer des längsten Tages für jede geographische Breite leicht berechnen läßt. An Orten der nördlichen Erdhälfte, für welche φ positiv ist, tritt die kürzeste Nacht ein zur Zeit der größten nördlichen oder positiven Declination; an den in der südlichen Erdhälfte gelegenen Orten erscheint die kürzeste Nacht bei der größten südlichen Declination der Sonne.

6. Ist $x = 0$, $\cos. x = 1$, so hat man $1 = \tan. \varphi \tan. \delta$, und

$$\tan. \varphi = \frac{1}{\tan. \delta} = \text{cotang.}\ \delta.$$

d. h. der Nachtbogen wird an dem Orte Null, und die Sonne geht gar nicht mehr unter, dessen geographische Breite mit der Declination der Sonne 90° bildet, dieß ist der Fall am Polarkreise zur Zeit des Solstitiums.

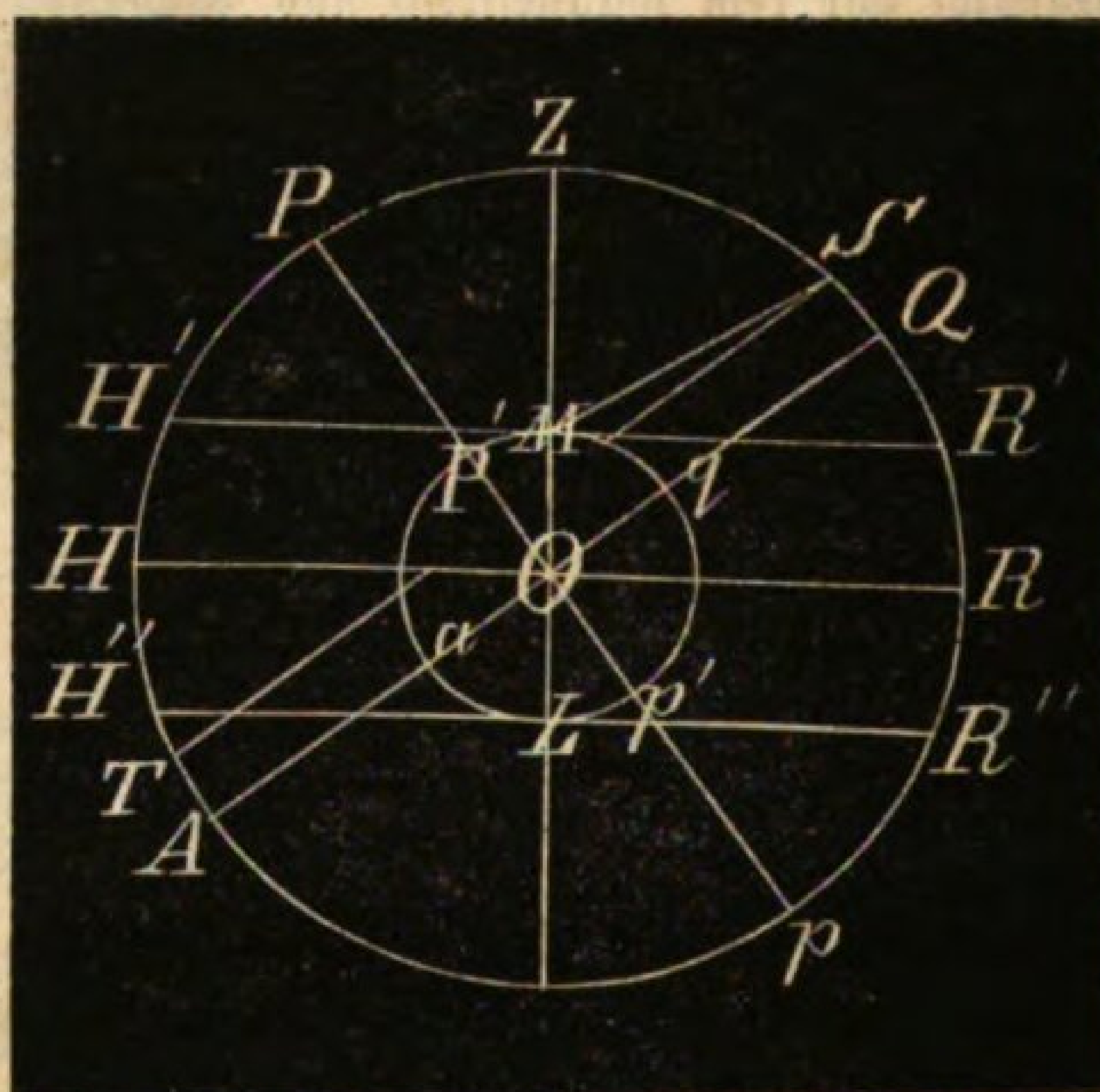
7. Am Aequator ist $\varphi = 0$, mithin $\cos. x = 0$, und $x = 90^\circ$, also der Nachtbogen bei jeder Declination der Sonne gleich 180°, folglich Tag und Nacht immer gleich.

§. 263. Wechsel der Jahreszeiten. Der Grund des Wechsels der Jahreszeiten liegt in den Aenderungen der Temperatur, die im Laufe eines Jahres an jedem Orte in Folge der Aenderungen in der

Tagesdauer und in der Mittagshöhe der Sonne vorkommen, da von der Tagesdauer die Dauer der Einwirkung der Sonnenstrahlen und von der Mittagshöhe die Größe des Winkels, unter welchem sie den Horizont des Ortes treffen, folglich die Stärke der Erwärmung abhängt.

Da die Horizontal-Parallaxe der Sonne nur wenige Secunden beträgt, so können wir immer annehmen, daß bezüglich der Sonne der scheinbare Horizont H′ R′ Fig. 361, des Ortes M mit dem wahren HR zusammenfällt. Die durch den Endpunkt L des Durchmessers ML gelegte Berührungsebene H″ R″ ist der scheinbare Horizont der in der südlichen Erdhälfte befindlichen Gegenfüßler oder Antipoden von M, er ist zu H′ R′ parallel und kann auch mit RH zusammenfallend gedacht werden. Beide Orte M und L liegen, wie man sieht, in demselben Erdmeridian gleich weit vom Erdäquator a q entfernt, da Mq = La ist; sie haben daher denselben Himmelsmeridian und gleich große geographische Breite. Es sei ST der Durchmesser des an irgend einem Tage bei der Declination QS = δ von der Sonne beschriebenen Parallelkreises; so ist die Mittagshöhe der Sonne in M gleich RS, und in L gleich HT. Diese Mittagshöhe gibt die Größe des Winkels, unter dem die Strahlen zu Mittag auf den Horizont des Ortes von der Polhöhe POH = φ auffallen. Bezeichnen wir mit H die Mittagshöhe der Sonne in M und mit h die in L so ist:

Fig. 361.



$$H = RQ \pm SQ = 90 - \varphi \pm \delta, \text{ und } h = 90 - \varphi \mp \delta,$$

wo das obere Zeichen für die nördliche und das untere für die südliche Declination der Sonne gilt. Hieraus folgt:

1. Für $\delta = 0$, $H = 90 - \varphi$, und $h = 90 - \varphi$ d. h. steht die Sonne im Aequator, so erscheint sie an zwei Orten von derselben Breite, wovon der eine in der nördlichen, der andere in der südlichen Erdhälfte liegt, zur Mittagszeit in der nämlichen Höhe. Am Erdäquator selbst, wo $\varphi = 0$, ist an diesem Tage H = 90, d. h. die Sonne steht zur Mittagszeit im Zenithe.

2. An dem Orte, dessen geographische Breite δ der jedesmaligen Declination der Sonne gleich ist, steht die Sonne zur Mittagszeit im Zenithe und die Sonnenstrahlen fallen auf den Horizont senkrecht auf, und zwar wird während der nördlichen Declination H = 90, und während der südlichen h = 90, d. h. im ersten Falle liegen die Orte nördlich und im zweiten südlich vom Aequator. Da jedoch die Declination der Sonne höchstens den Werth von 23°28′ erreicht, so können

nur die Orte zwischen den beiden Parallelkreisen, welche nördlich und südlich vom Aequator in dem Abstande von 23° 28′ gezogen sind, die Sonne zur Mittagszeit im Zenithe sehen. Man nennt diese Parallelkreise auch **Wendekreise**; sie bilden die Grenzen der heißen Zone, innerhalb welcher jeder Ort zweimal im Jahre die Sonne zur Mittagszeit im Zenithe erblickt; an den Wendekreisen selbst culminirt sie nur einmal im Jahre im Zenithpunkte, aber da sie daselbst wegen der geringen zu dieser Zeit eintretenden Aenderungen in der Declination mehrere Wochen in der Nähe des Zeniths verweilt, so fallen die Sonnenstrahlen lange Zeit fast senkrecht auf, und die Wärme steigt sogar höher als am Aequator zu der Zeit, wo daselbst die Sonnenstrahlen senkrecht auffallen, weil dann die Sonne nur einige Tage in der Nähe des Zeniths verweilt. Der Flächeninhalt der heißesten Zone beträgt $^4/_{10}$ von der ganzen Erdoberfläche.

3. An den Polen, wo $\varphi = 90^\circ$, ist für $\delta = 0$ auch $H = 0$, und $h = 0$, d. h. zur Zeit der Nachtgleiche wird an den Polen die Sonne zur Mittagszeit am Horizonte sichtbar.

4. Die Mittagshöhe am Orte L ist gleich der Tiefe der Sonne während der unteren Culmination der Sonne, also zur Zeit der Mitternacht in M. Zur Zeit der größten nördlichen Declination ist für die Mitternacht in M

$$h = 90^\circ - 23^\circ 28' - \varphi = 66^\circ 32' - \varphi,$$

mithin ist an dem Orte, der die geographische Breite von 66° 32′ hat, $h = o$, d. h. die Sonne ist um Mitternacht am Horizonte, und bleibt volle 24 Stunden sichtbar; zur Zeit der größten südlichen Declination der Sonne findet dasselbe Statt an Orten, deren südliche Breite 66° 32′ beträgt. Die durch diese Orte gehenden Parallelkreise, die offenbar um 23° 28′ von den Polen abstehen, heißen **Polarkreise**; am nördlicheu ist zur Zeit der größten südlichen Declination der Sonne $H = o$, d. h. die Sonne erhebt sich selbst zur Mittagszeit nicht über den Horizont, so daß die Nacht volle 24 Stunden dauert; am südlichen Polarkreise tritt dasselbe ein zur Zeit der größten nördlichen Declination der Sonne.

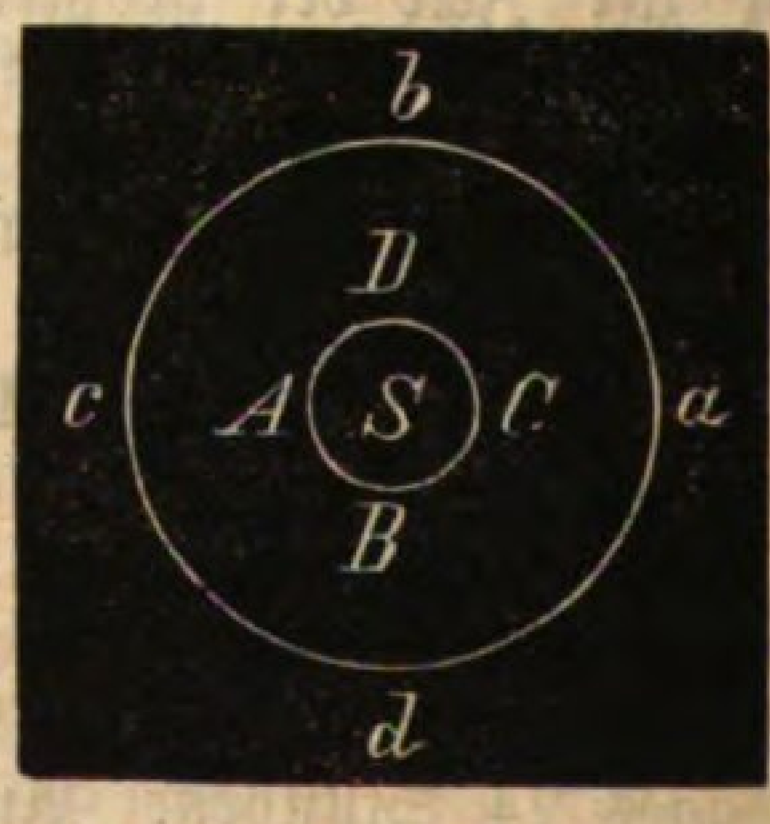
Die zwei Erdgürtel zwischen den Wende- und den Polarkreisen werden die **gemäßigten Zonen** genannt deren Flächenraum die Hälfte der Erdoberfläche beträgt; kein in diesen Zonen liegender Ort bekommt die Sonne zur Mittagszeit in den Zenith, und an keinem mit Ausnahme der Orte an den Polarkreisen beträgt die Dauer des längsten Tages 24 Stunden. Aus den Formeln für H und h ergibt sich, daß während der Zunahme der nördlichen Declination die Mittagshöhe H wächst und h abnimmt, und da auch die Tageslänge nördlich vom Aequator zunimmt, südlich vom Aequator hingegen abnimmt; so findet in der nördlichen Erdhälfte ein Steigen, in der südlichen ein Sinken der Temperatur Statt; bei der größten nördlichen Declination erreicht H den größten und h den kleinsten Werth, mithin erreicht in M die Wärme, in L dagegen die Kälte einen hohen Grad, der wegen der kleinen Aenderungen in der Declination der Sonne noch einige Zeit zunimmt, so daß in M die größte Wärme und in L die größte Kälte im Monat Juli eintritt.

Die Aenderungen in der Temperatur, die während der Zunahme der nördlichen Declination Statt finden, treten auch beim Zunehmen der südlichen Declination ein, jedoch mit dem Unterschiede, daß jetzt die Wärme in L zunimmt, dagegen in M abnimmt, so daß im Monate Jänner in L die höchste und in M die niedrigste Temperatur eintritt. — Die jährliche Aenderung in der Mittagshöhe und in der Tageslänge, mithin auch die von diesen Aenderungen abhängige Verschiedenheit in der Temperatur ist an einem Orte desto beträchtlicher, je größer die geographische Breite dieses Ortes ist. Man unterscheidet in diesen Zonen vier Jahreszeiten, den Frühling, Sommer, Herbst und Winter; in Gegenden, die der heißen Zone näher liegen, ist der Winter, in den an die Polarkreise gränzenden der Sommer von kurzer Dauer.

5. Die zwei Erdgürtel zwischen den Polarkreisen und den Polen bilden die kalten Zonen, deren Flächenraum $1/_{10}$ von der ganzen Erdoberfläche, und in denen die Dauer des längsten Tages, so wie die der längsten Nacht mehr als 24 Stunden beträgt, und dieß desto mehr, je kleiner der Abstand eines Ortes von den Polen ist. Ungeachtet der mehrwöchentlichen oder mehrmonatlichen Gegenwart der Sonne über dem Horizonte zur Zeit des Sommers ist die Wärme nur gering, weil die Mittagshöhe der Sonne immer klein bleibt, daher die Strahlen stets nur in sehr schiefen Richtungen auffallen. Man unterscheidet in der kalten Zone nur zwei Jahreszeiten, einen kurzen Sommer und einen langen Winter.

§. 264. Bewegung der Erde um die Sonne. Die jährliche Bewegung der Sonne ist nur eine scheinbare, deren Grund in der Bewegung der Erde um die Sonne zu suchen ist; denn ist die Erde in A Fig. 362, so sieht ein Beobachter die Sonne in der Richtung A S im Punkte a am Himmelsgewölbe; während die Erde von A nach B sich bewegt, scheint ihm die Sonne an der Himmelskugel den Bogen ab zu beschreiben, und in B angelangt, sieht er die Sonne in b. Befindet sich die Erde in C, D, A, so erscheint die Sonne in c, d, a, und scheint somit in der nämlichen Zeit, in welcher die Erde einen Umlauf um die Sonne macht, einen größten Kreis am Himmelsgewölbe zu beschreiben, also um die im Mittelpunkte der Himmelskugel befindliche Erde herumzukreisen.

Fig. 362.



Daß sich die Erde wirklich um die Sonne bewegt, ergibt sich schon aus den Gesetzen der Mechanik, welche lehrt, daß bei jeder Centralbewegung eine Fliehkraft sich entwickelt, die der Größe der Masse, und dem Quadrate der Geschwindigkeit direct proportionirt ist; mag nun die Erde oder die Sonne in Bewegung sein, so erfolgt die Bewegung mit einer Geschwindigkeit von 4.113 Meilen in einer Secunde; berücksichtigt man nun, daß die Sonnenmasse 350000mal größer ist, als die Masse der Erde, so wird ersichtlich, daß die kleine Erdmasse unmöglich eine Anziehungskraft äußern kann, durch welche die ungeheuere Fliehkraft, die bei der Bewegung der großen Sonnenmasse sich entwickeln würde, aufgehoben

werden könnte; wohl aber kann die Sonnenmasse mit einer Anziehung wirken, welche die Fliehkraft der kreisenden vielmal kleineren Erdkugel aufzuwiegen vermag.

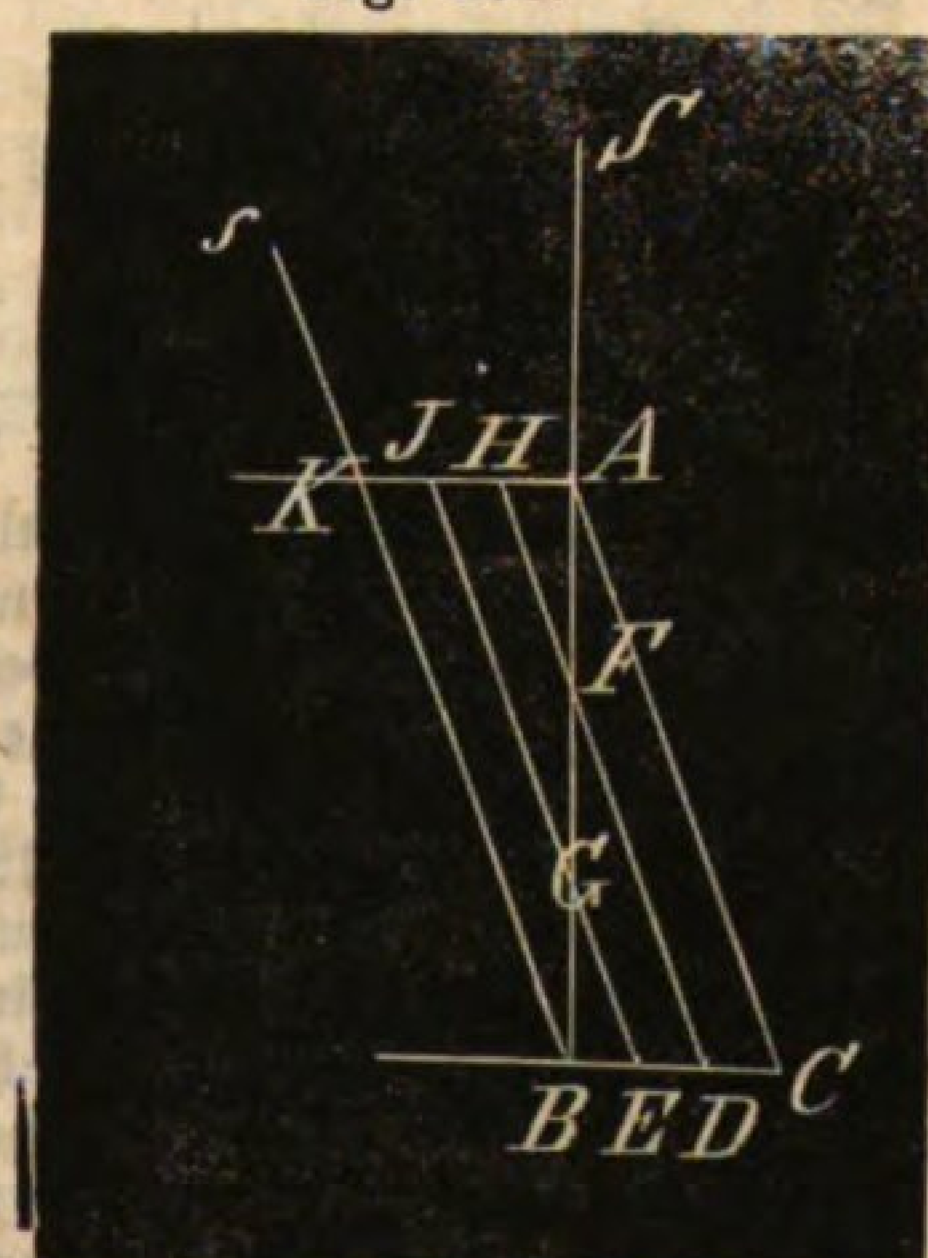
Einen directen Beweis für die Bewegung der Erde um die Sonne bietet uns die Erscheinung der Aberration des Lichtes dar, die darin besteht, daß alle Fixsterne um ihre wahre Ortslage sich zu bewegen scheinen, wobei die an den Polen der Ekliptik und auch die in ihrer Nähe befindlichen Sterne Kreise beschreiben, deren Mittelpunkte die eigentlichen Orte der Sterne am Himmelsgewölbe sind, und deren Halbmesser 20″.44 betragen; die Bahnen der weiter entfernten Sterne sind Ellipsen, deren Mittelpunkte wieder die wahren Orte sind, deren halbe große Axen einander gleich sind, und 20″.44 betragen, die kleinen Axen aber desto kleiner erscheinen, je weniger die Sterne von der Ekliptik entfernt sind, so daß die in der Ekliptik liegenden nur gerade Linien von 40″.88 beschreiben; die Ebenen dieser Bahnen sind sämmtlich parallel zur Ebene der Ekliptik, und die Umlaufszeit ist genau gleich der Länge eines Jahres. Bradley, der Entdecker dieser Erscheinung, erkannte sie sogleich als das Ergebniß der Bewegung der Erde um die Sonne und der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes; er zeigte, daß die von den Fixsternen jährlich beschriebenen Bahnen nur als Abbilder der von der Erde beschriebenen Bahn zu betrachten sind.

Bei der Bewegung der Erde um die Sonne bleibt die Neigung der Erdaxe gegen die Ebene der Ekliptik unverändert, daher erscheint die Erdaxe immerfort nach demselben Punkte in dem unermeßlichen Weltraume gerichtet.

Um die Aberration des Lichtes zu begreifen, wollen wir annehmen:

1. Daß das von einem Fixstern S, Fig. 363, kommende und senkrecht auf BC fallende Licht den Weg AB in der nämlichen Zeit zurücklegt, in welcher ein Beobachter den kurzen Weg BC beschreibt; wäre der Beobachter in Ruhe, so müßte er das Fernrohr in die Richtung der auffallenden Strahlen stellen, um den Stern zu sehen, bewegt er sich aber, so muß er die Axe des Fernrohrs in die Lage AC bringen, damit das von S kommende Licht auf seinem Wege AB in der Axe bleibe und in das Auge gelange; denn theilen wir AB und BC in gleiche Theile, verbinden A mit C, und ziehen durch die Theilungspunkte die Geraden FD, EG, BK, die sämmtlich zu AC parallel sind; da nun das Licht in der AB und der Beobachter in der BC während der kurzen Zeit, in welcher diese Wege zurückgelegt werden, sich gleichförmig bewegen, so wird das Lichttheilchen, welches bei A in das Fernrohr, dessen Axe die Neigung ACB erhalten hat, sich in F, G, B befinden, wenn der Beobachter in D, E, B ist, und die Axe seines Fernrohrs durch die Punkte F, G, B geht; somit bleibt das Lichttheilchen fortwährend in der Axe des Fernrohrs, und kommt in der Richtung dieser Axe in das Auge des Beobachters, der daher den Fixstern nur in dieser Richtung, also in der Verlängerung von BK in dem Punkte s am Himmelsgewölbe, und nicht an seinem wahren Orte S wahrnehmen kann. Die aus der gemeinschaftlichen Bewegung des Lichtes und des Beobachters hervorgehende Wirkung heißt Aberration des Lichtes, und der Winkel SBs der Aberrations-Winkel.

Fig. 363.



Ist C die Geschwindigkeit des Lichtes und c die des Beobachters, so ist $\frac{BC}{AB} = \frac{c}{C}$; setzt man den Aberrationswinkel $SBs = BAC = x$; so ist

$$\text{tang. } x = \frac{BC}{AB} = \frac{c}{C}, \text{ oder,}$$

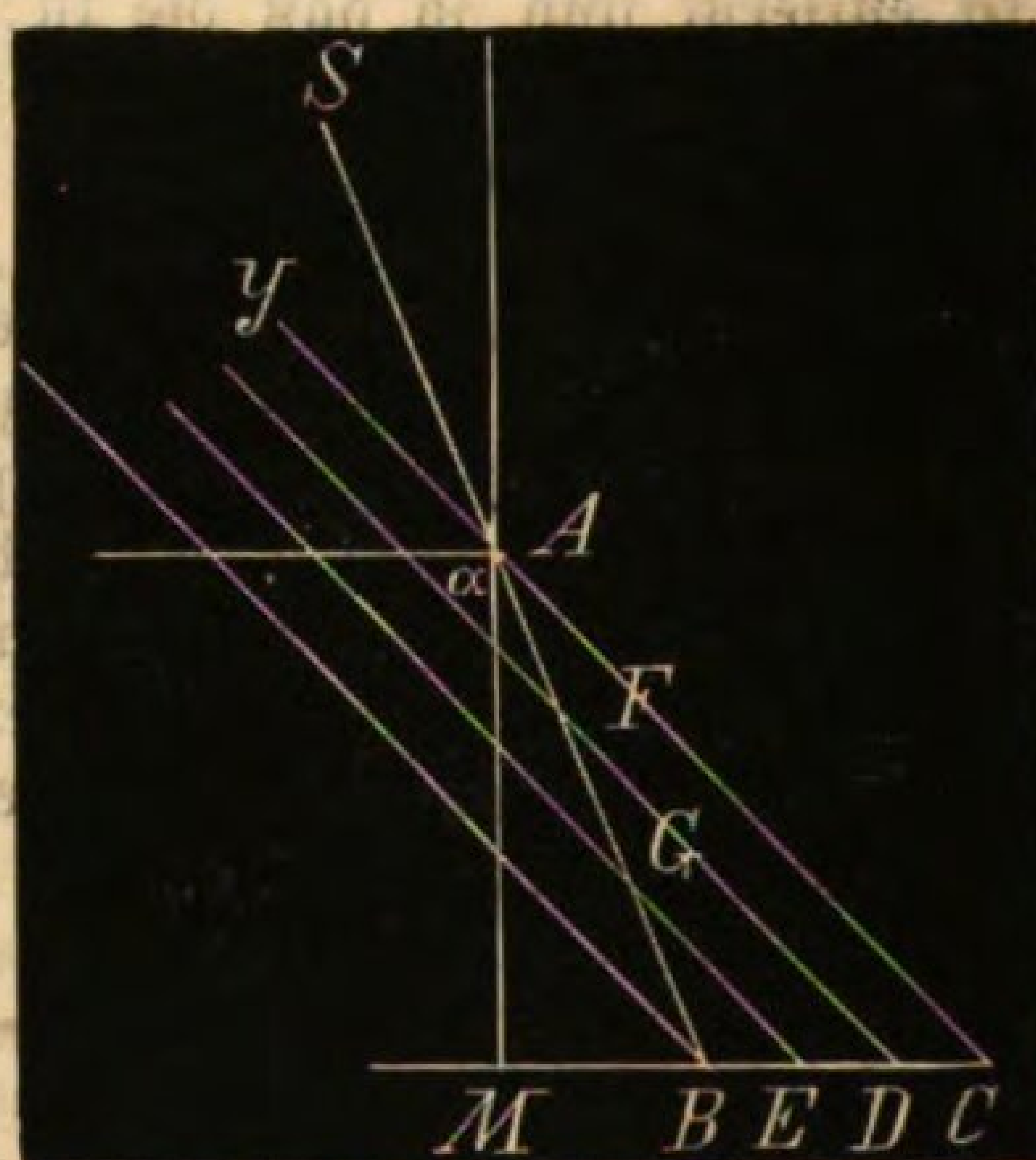
da der Aberrationswinkel sehr klein ist, so kann man anstatt der Tangente den Bogen selbst setzen, und man hat, wenn x eine Anzahl von Secunden bedeutet:

$$x \text{ arc. } 1'' = \frac{c}{C}, \text{ und } x = \frac{c}{0.000048\, C.}$$

Setzt man für c und C die Werthe, so findet man $x = 20.'' 4451$.

2. Fallen die von einem Fixsterne kommenden Strahlen auf die Bahn des Beobachters in schiefen, jedoch unter sich parallelen Richtungen auf, wie SAB, Fig. 364, und sind wieder AB und CB die in der nämlichen Zeit vom Lichte und vom Beobachter zurückgelegten Wege; so muß der Beobachter die Axe des Fernrohrs in die Lage AC bringen, weil dann, wenn der Beobachter nach D, E, B und sein Fernrohr in die Lage DF, EG, Bs kommt, das in A in das Fernrohr eintretende Lichttheilchen in F, G, B, also immer in der Axe des Fernrohrs sich befindet, und in der Richtung derselben Bs parallel zu CAy zum Auge gelangt, so daß dieses den Stern im Punkte s erblickt; $SBs = BAC = SAy$ ist nun der Aberrationswinkel x. Zieht man durch A eine Gerade AM senkrecht auf BC, und bezeichnet mit α den Winkel BAM, den sie mit dem schief auffallenden Lichtstrahle einschließt, so ist der Winkel $MAC = \alpha + x$, und ACB seine Ergänzung zu 90°; daher hat man

Fig. 364.



$$AB : BC = \cos. (\alpha + x) : \sin. x, \text{ und}$$

$$\frac{C}{c} = \frac{\cos. (\alpha + x)}{\sin. x}$$

$$= \text{cotang. } x \cos. \alpha - \sin. \alpha,$$

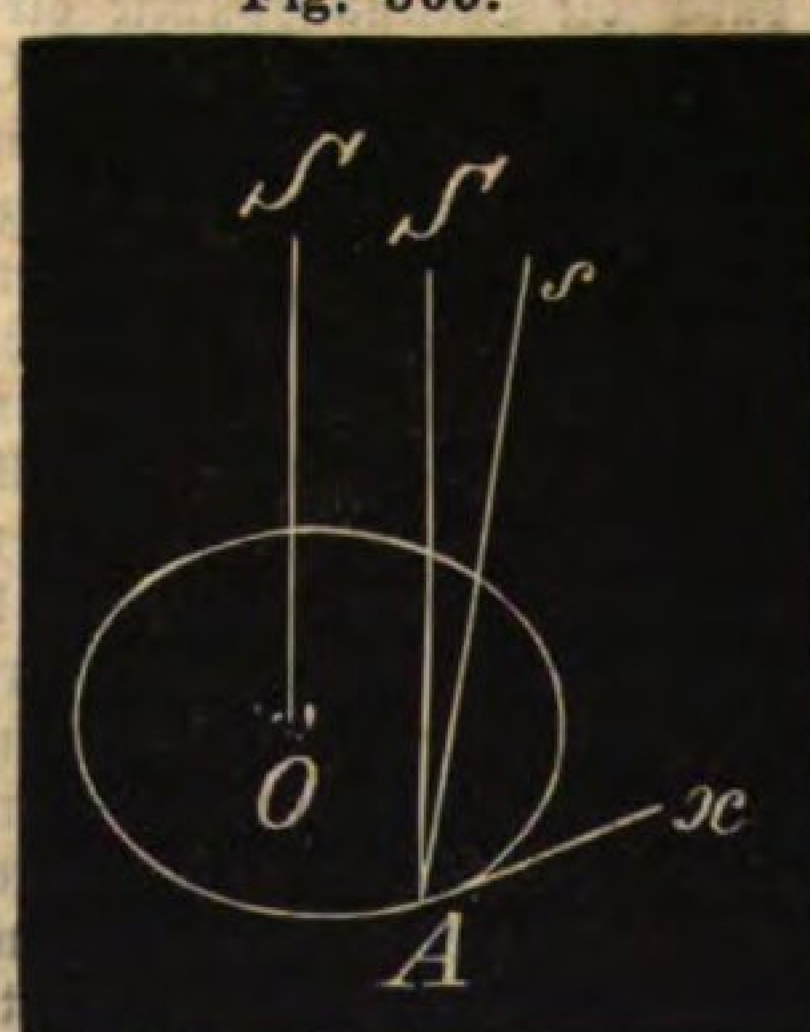
$$\text{folglich cotang. } x = \frac{\frac{C}{c} + \sin. \alpha}{\cos. \alpha}, \text{ oder tang. } x = \frac{\cos. \alpha}{\frac{C}{c} + \sin. \alpha}$$

Der letzte Ausdruck macht ersichtlich, daß der Aberrationswinkel den größten Werth erlangt, wenn $\alpha = 0$, mithin wenn die Strahlen auf die Bahn des Beobachters senkrecht auffallen; er nimmt aber desto mehr ab, je größer α wird, d. h. je schiefer die Strahlen auffallen.

3. Bei der unermeßlichen Entfernung der Fixsterne von der Erde erscheint selbst der Durchmesser der Erdbahn als eine verschwindend kleine Größe, weßhalb wir die von einem Fixsterne S Fig. 365, auf die Erdbahn fallenden Strahlen unter sich als parallel ansehen können; verbindet man den Mittelpunkt O der Erdbahn mit dem Stern S durch eine Gerade, so gibt diese die Richtung sämmtlicher von S auf die Erdbahn kommenden Strahlen an. Ist S am Pol der Ekliptik, so stehen alle Strahlen auf der Ebene der Ekliptik senkrecht, und bilden mit allen in dieser Ebene gezogenen Geraden, d. i. mit allen Halbmessern und Tangenten der Ekliptik rechte Winkel.

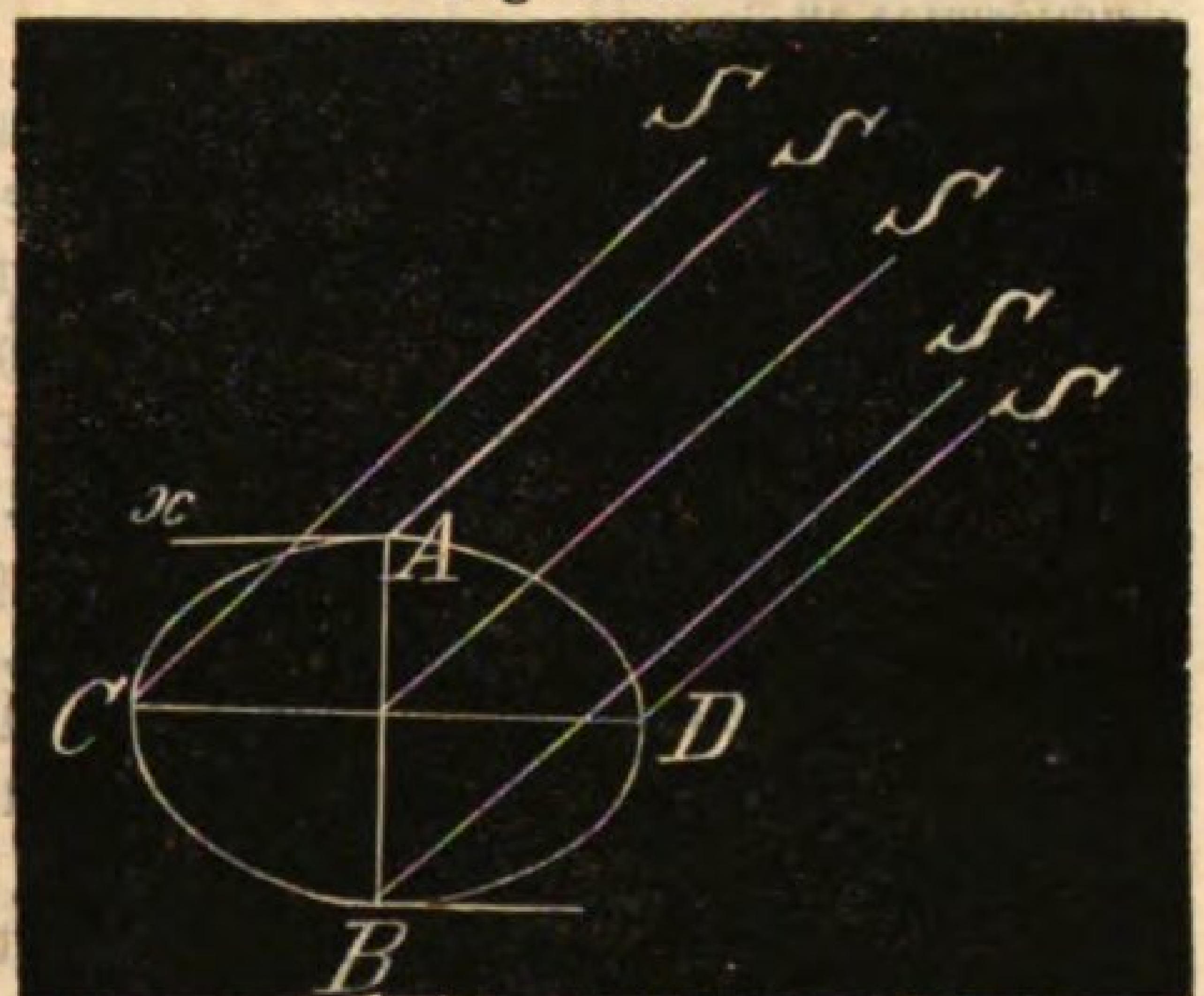
Ist nun die Erde in A, so gibt die durch A gezogene Tangente Ax die Richtung an, in welcher

Fig. 365.



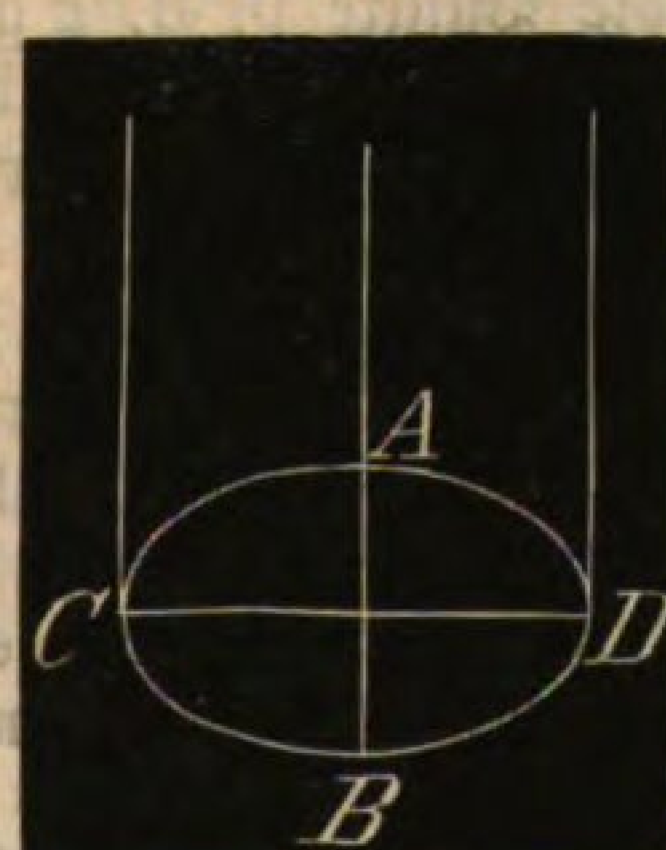
sich die Erde eine kurze Zeit bewegt; und da SA auf Ax senkrecht steht, so muß der Beobachter in A sein Fernrohr um den Winkel von 20".44 neigen, um den Stern zu sehen, der ihm nun nicht an seinem wahren Orte in S, sondern in s erscheint; dieß wird an allen Stellen der Erdbahn stattfinden, da alle von senkrechten Strahlen getroffen werden. Die scheinbare Gesichtslinie As erscheint immer in der Ebene SAx, die auf dem Halbmesser AO senkrecht steht, und neigt sich in dieser Ebene stets nach der Richtung der Bewegung; daher erscheint der Stern östlich von seinem wahren Orte S, wenn die Erde gegen Osten geht; er rückt gegen Norden vor, wenn die Erde nach Nord sich wendet u. s. w.; der scheinbare Ort s bewegt sich also um den wahren S und zwar so, daß er wegen der Unveränderlichkeit des Aberrationswinkels immer in dem nämlichen Abstande von S verbleibt, mithin einen Kreis beschreibt. Ein Stern, welcher vom Pole der Ekliptik absteht, sendet seine Lichtstrahlen in einer schiefen Richtung gegen die Erdbahn; steht aber eine Gerade, wie SO, Fig. 366, auf einer Ebene schief, so bildet sie mit Einer in dieser Ebene liegenden, durch ihren Fußpunkt gehenden Geraden, . B. mit CD rechte Winkel; zieht man auf CD die Senkrechte AB, so ist einer der Winkel, die SO mit AB bildet, z. B. AOS der kleinste, der andere SOB der größte unter allen Winkeln, welche SO mit den durch ihren Fußpunkt in der Ebene ABCD gezogenen Geraden einschließt; diese Winkel sind suplementäre. Die durch A und B gehenden Tangenten der Erdbahn sind zu CD parallel, mithin bilden sie mit den Strahlen SA und SB rechte Winkel, weßhalb die Aberration in A und B am größten wird, und 20".44 beträgt, jedoch wird der Stern in A links und in B rechts von seinem wahren Orte S gesehen. — Ist die Erde in C und D, so sind die Richtungen ihrer Bewegung parallel zu AB, daher weicht in D und C der Lichtstrahl gleich stark von der senkrechten Richtung ab und diese Abweichung ist am kleinsten, weßhalb der Aberrationswinkel gleich groß ist, nur wird der scheinbare Ort in C dießseits, in D aber jenseits von S sich befinden. Demnach scheint sich der vom Pole der Ekliptik abstehende Stern während der Bewegung der Erde um seinen wahren Ort S dergestalt zu bewegen, daß sein Abstand von S, wenn die Erde in A ist, am größten erscheint und 20."44 zählt, während der Bewegung von A nach C abnimmt, in C den kleinsten Werth erhält, hierauf wieder zunimmt, in B den früheren größten, und in D den früheren kleinsten Werth erhält, der Stern beschreibt somit in einem Jahre eine Ellipse, deren halbe große Axe 20."44 zählt, und zur Erdbahn parallel ist. — Je weiter der Stern vom Pole entfernt ist, desto schiefer fallen die Lichtstrahlen auf die Erdbahn auf, desto mehr nimmt daher der Werth von α zu und der Werth von x ab, daher werden auch die Minima der Aberration in C und D, von denen die Größe der kleinen Axe abhängt, desto kleiner werden, je weiter der Stern vom Pole absteht.

Fig. 366.



Befindet sich der Stern in der Ebene der Ekliptik, so liegen alle von ihm kommenden Strahlen in dieser Ebene; ist CD, Fig. 367, senkrecht auf der Richtung der Strahlen und AB senkrecht auf CD, so fällt in A und B der Lichtstrahl auf die Richtung der Erdbewegung senkrecht auf, die Aberration muß daselbst 20."44 betragen, und der scheinbare Ort des Sterns in A links und in B rechts vom wahren Orte sich befinden. In den Punkten C und D fällt die Richtung des Strahls mit der Richtung der Bewegung zusammen, und der Beobachter sieht den Stern an seinem wahren Orte; demnach bleibt der Stern immer in der Ebene der Ekliptik, nähert sich während der Bewe-

Fig. 367.



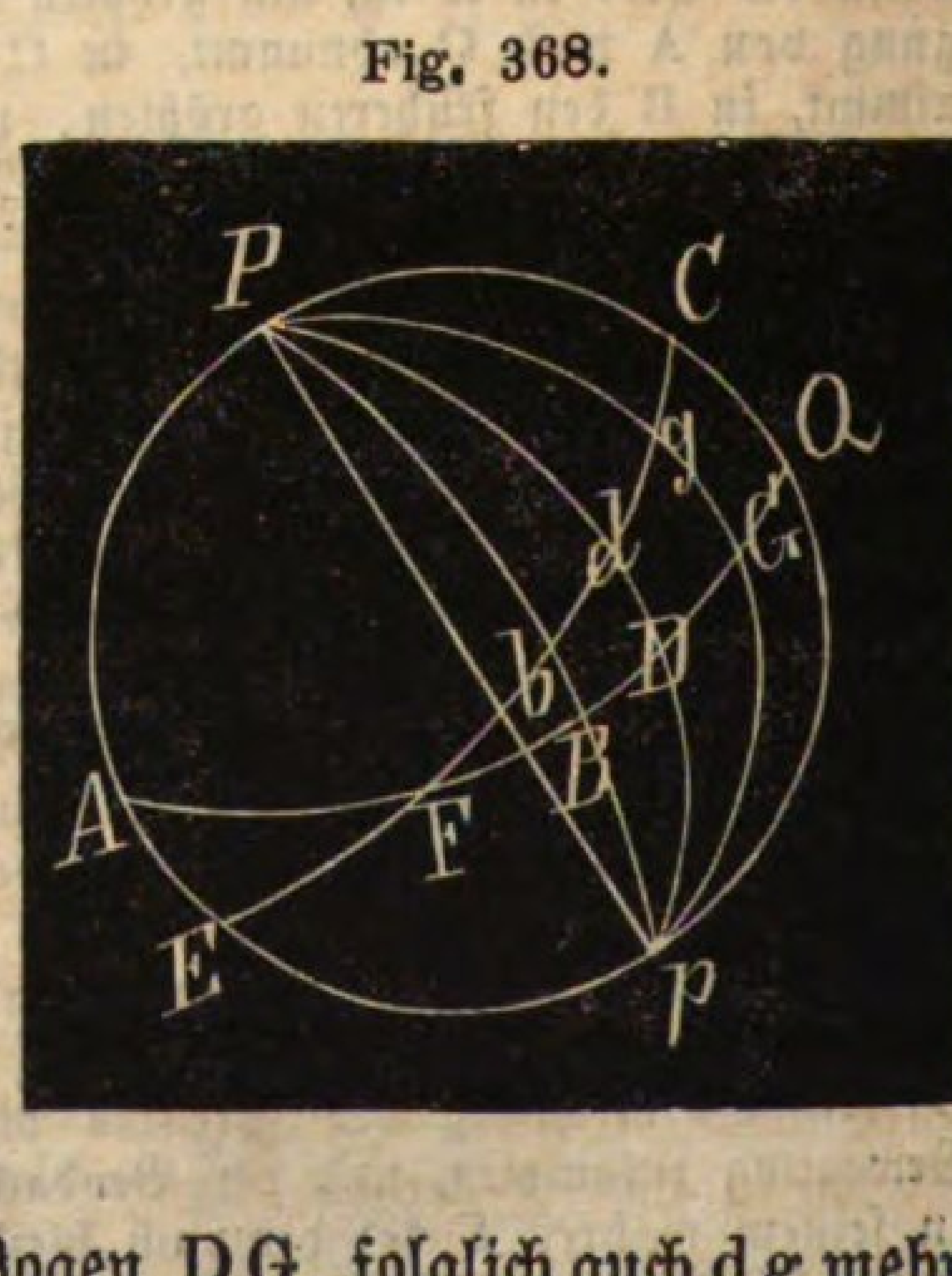
gung der Erde von A nach C seinem wahren Orte, erreicht diesen, wenn die Erde nach C kommt, erscheint bei der Bewegung der Erde von C nach B rechts von seinem wahren Orte, von dem er sich mehr und mehr entfernt, und bei der Ankunft der Erde in B die größte Entfernung von 20.″44 erreicht, worauf eine abermalige Annäherung an den wahren Ort eintritt. Hieraus wird ersichtlich, daß die in der Ebene der Ekliptik befindlichen Fixsterne während der Bewegung der Erde von der Sonne nur gerade Linien von 40.″9 beschreiben.

Die Erscheinungen der Aberration des Lichtes lassen sich, wie aus dem Gesagten ersichtlich ist, aus der Bewegung der Erde um die Sonne in Verbindung mit der Bewegung des Lichtes vollständig erklären. Die Gleichheit der großen Axen der von den Fixsternen beschriebenen Ellipsen bezeuget, daß der Quotient $\frac{c}{C}$, mithin daß C die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes, mag dieses von näheren oder entfernteren Fixsternen kommen, immer denselben Werth hat, daher die Bewegung eine gleichförmige ist.

§. 265. Zeitbestimmung; wahre und mittlere Zeit; Zeitgleichung. Die Sonne bewegt sich scheinbar in der Ekliptik von West nach Ost; hat sie nun an irgend einem Tage mit einem Fixsterne S culminirt, so wird sie am folgenden Tage nicht mehr mit ihm, sondern mit einem, der östlicher liegt, culminiren, somit später in den Meridian eintreten als der Stern S, weßhalb der Sonnentag länger dauert als der Sterntag, und zwar, um so viel als der Bogen der Ekliptik, denn die Sonne in einem Tage zurücklegt, Zeit braucht, um während der täglichen Umdrehung der Himmelskugel durch den Meridian zu gehen; dieser Bogen ist wegen der ungleichförmigen Bewegung der Sonne nicht täglich von der nämlichen Größe, mithin auch die Zeit, die er zum Durchgange durch den Meridian braucht, nicht immer dieselbe, sondern kleiner im Sommer und größer im Winter als zu einer andern Jahreszeit, demnach ist die Dauer des Sonnentages keine unveränderliche Größe, somit als Einheit zur Zeitmessung nicht geeignet.

Nehmen wir aber an, die von der Sonne täglich zurückgelegten Bögen in der Ekliptik seien einander gleich; so wird dennoch der Sonnentag keine unveränderliche Größe sein; denn es seien Fb und dg Fig. 368, gleichlange Bögen, wovon der erste nahe am Frühlingspunkte, der andere in der Nähe des Wendepunktes liegt; man ziehe durch b, d, g die Declinationskreise, welche den Aequator in den Punkten B, D, G, durchschneiden; bei der täglichen Umdrehung des Himmelsgewölbes werden die Punkte b, d, g gleichzeitig mit den Punkten B, D, G, im Meridiane sich befinden, mithin wird der Bogen Fb eben so viel Zeit zum Durchgange durch den Meridian brauchen, als der Bogen FB, und der Bogen dg eben so viel als DG; allein da die Declinationskreise an den Polen sich schneiden; und gegen den Aequator zu immer mehr ausweichen, so ist der Bogen DG $>$ dg, hingegen FB $<$ Fb, daher DG $>$ FB, weßhalb der Bogen DG, folglich auch dg mehr

Fig. 368.



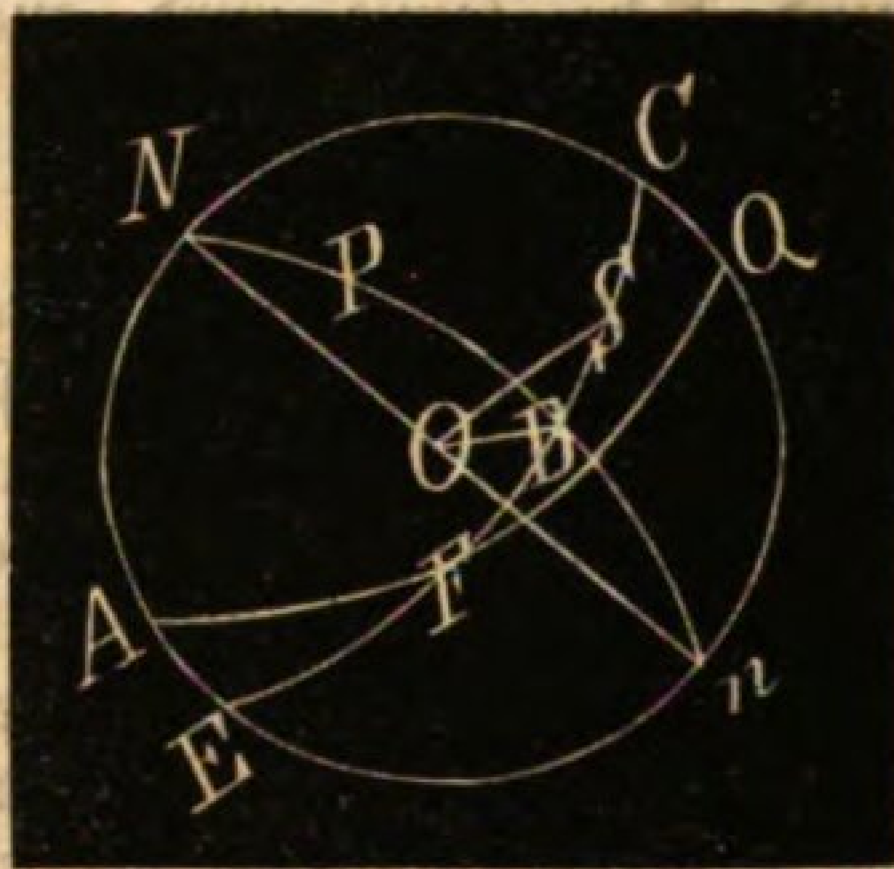
Zeit braucht, um durch den Meridian durchzugehen, als die Bögen FB und Fb; somit wird auch das Fortrücken des Bogens dg eine größere Verlängerung des Sonnentages bewirken, als das des Bogens Fb.

Um diese Ungleichheiten in der Dauer des Sonnentages zu vermeiden, nimmt man eine sogenannte mittlere Sonne an, die gleichzeitig mit der wahren Sonne den Frühlingspunkt verläßt und wieder dahin zurückkehrt, die sich jedoch im Aequator gleichförmig bewegt, weßhalb ihr Tag eine unveränderliche, zur Maßeinheit geeignete Größe ist. Die Zeit, welcher der mittlere Sonnentag als Einheit zu Grunde liegt, heißt die mittlere Zeit zum Unterschiede der wahren Zeit, die sich nach der Bewegung der wahren Sonne richtet. Unsere gewöhnlichen gleichförmig gehenden Uhren, die man auf 12 oder 0 Uhr einstellt, wenn die mittlere Sonne culminirt, geben die mittlere, die Sonnenuhren die wahre Zeit an.

Den Unterschied zwischen der wahren und der mittleren Zeit nennt man die Zeitgleichung; der wahre Mittag tritt bald früher bald später ein, als der mittlere, nur viermal im Jahre ist die Zeitgleichung Null, und beide Mittage fallen zusammen, nämlich am 24. December, 15. April, 15. Juni und 31. August. Vom 24. Dezember bis 15. April und vom 15. Juni bis 31. August zeigen unsere Uhren im wahren Mittage mehr als 12, in den andern Tagen weniger als 12; der größte Unterschied der wahren und der mittleren Zeit beträgt am 11. Februar 14$\frac{1}{2}$ Minute und am 2. November 16$\frac{1}{2}$ Minute. Die Zeitgleichung erscheint in den astronomischen Ephemeriden, auch in manchen Kalendern für jeden Tag im Jahr angegeben; kennt man die Zeitgleichung, und entnimmt den Zeitpunkt des wahren Mittags an einer Sonnenuhr, oder nach einer richtig gezogenen Mittagslinie, so kann man die Zeit des mittleren Mittags richtig bestimmen, und die gewöhnlichen Uhren darnach reguliren.

§. 266. Präcession, Nutation, seculäre Aenderung der Schiefe der Ekliptik. Schon der griechische Astronom Hipparch, der 150 Jahre vor Christi Geburt lebte, machte die Entdeckung, daß sich die Länge der Gestirne jährlich etwas ändert, während die Breite unveränderlich bleibt, daß diese Aenderung der Länge bei allen Gestirnen gleich groß ist und nur daher kommt, daß der Frühlingspunkt längs der Ekliptik in der Richtung von Ost nach West, mithin in der Richtung der täglichen scheinbaren Bewegung der Gestirne fortrückt, weßhalb man diese Erscheinung das Vorrücken der Nachtgleichen oder die Präcession nennt. Dieses Vorrücken geht beständig vor sich und beträgt in einem Jahre im Durchschnitte nur 50.″2, mithin in 72 Jahren einen Grad; in 25920 Jahren durchwandert der Frühlingspunkt die ganze Ekliptik. Aus dem Umstande, daß die Breite der Gestirne unverändert bleibt, schließt man, daß die Lage der Ekliptik sich nicht ändert, und der Grund der Präcession nur darin liegt, daß der Aequator sich langsam und gleichförmig von Ost nach West bewegt, die Ekliptik beständig in andern und andern Punkten durchschneidet, aber gegen sie stets gleich geneigt bleibt, weßhalb auch der Bogen CQ Fig. 369, der das Maß der Schiefe der Ekliptik ist, folglich auch der Abstand PN des Pols P vom Pole der Ekliptik N unveränderlich bleibt. Mit der Aenderung in der Stellung des Aequators muß auch die Lage der auf ihn senkrecht stehenden Weltaxe sich ändern, aber immer nur so, daß der Pol P in

Fig. 369.

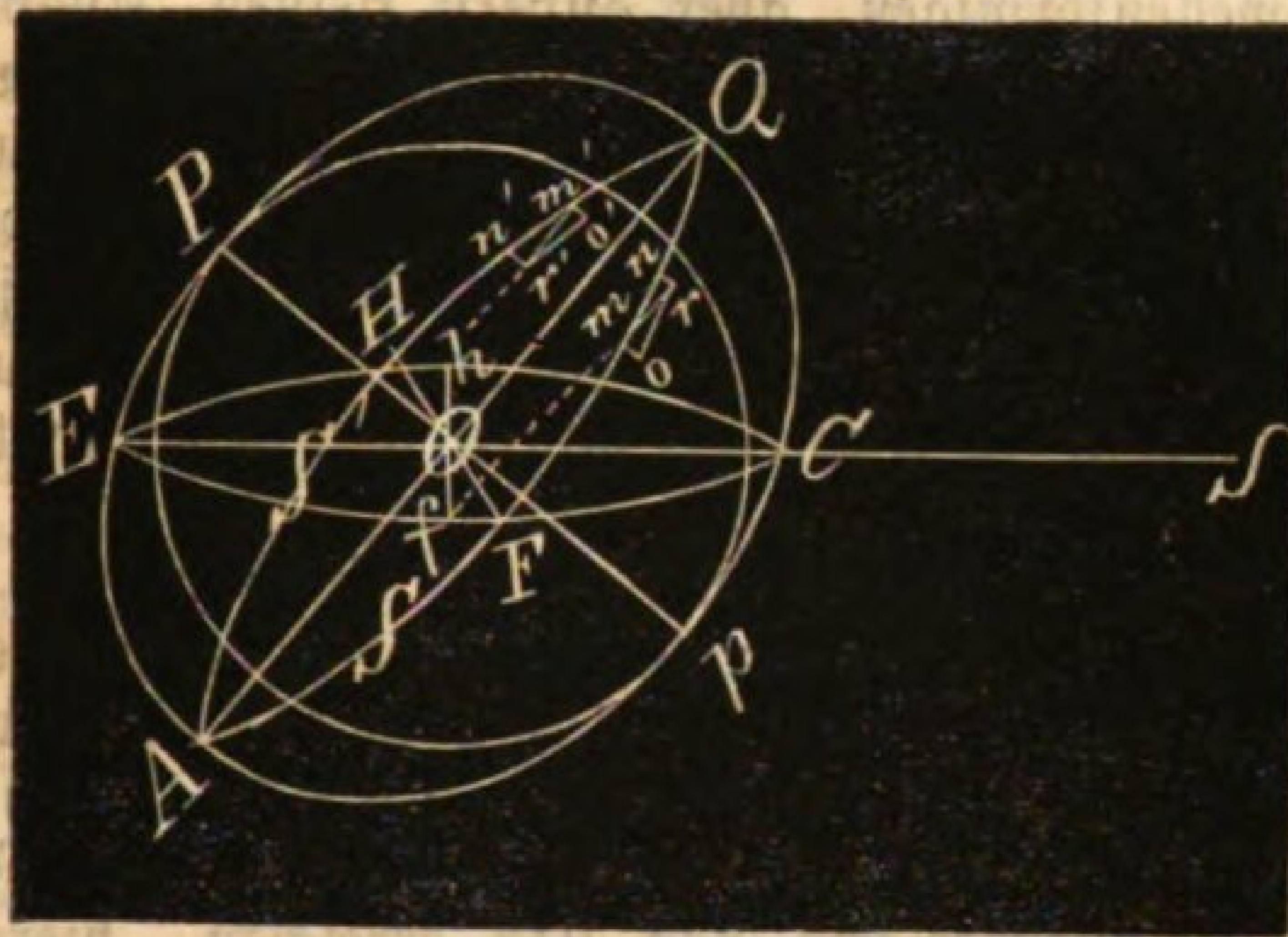


der nämlichen Entfernung von N steht; demnach entsteht das Vorrücken der Nachtgleichen dadurch, daß der Pol des Aequators um den Pol der Ekliptik in einem Kreise sich gleichförmig bewegt, so daß er jährlich einen Bogen von 50.″2 und beinahe in 26000 Jahren einen ganzen Umlauf macht. Da jedoch die Weltaxe nur die verlängerte Erdaxe und der Himmelspol nur der Punkt im Weltraume ist, gegen den die Erdaxe gerichtet ist, so bewegt sich eigentlich die Erdaxe in der Art, daß ihre Richtung nach und nach alle Punkte des vom Himmelspol P beschriebenen Kreises durchläuft, mithin ihre Neigung gegen die feststehende Gerade Nn immer dieselbe bleibt; sie bewegt sich demnach, während die Erdkugel in ihrer Bahn fortschreitet, an einer Kegelfläche in einer Richtung, die derjenigen, in der sich die Erde dreht, entgegengesetzt ist; die Bewegung geht aber so langsam vor sich, daß man die Stellungen der Erdaxe während der jährlichen Bewegung der Erde um die Sonne an allen Stellen der Erdbahn als unter sich parallel annehmen kann.

Die Folgen der Vorrückung der Nachtgleichenpunkte sind, daß die Rectascensionen der Sterne in jedem folgenden Jahre ein wenig größer werden und daß wegen Aenderung der Lage des Himmelspols, auch die Poldistanzen der Fixsterne in jedem Jahre sich ändern; einige nehmen zu, andere nehmen ab; diese Aenderung beträgt jedoch während eines Jahres in keinem Falle 21 Secunden. Einer der größeren Sterne in der Nähe des Pols wird Polarstern genannt; jetzt ist es der glänzendste Stern im kleinen Bären, der um 1° 24′ vom Himmelspole absteht; da der Himmelspol nach und nach seinen Ort ändert, so wird nach mehreren Jahrhunderten wieder ein anderer großer Stern in seine Nähe kommen und Polastern werden. Eine andere Folge der Vorrückung der Nachtgleichen ist, daß die Sonne zum Frühlingspunkte früher als zu einem Fixsterne zurückkehrt, daher das tropische Jahr etwas kürzer ist als das siderische.

Die Ursache der Präcession liegt in der Anziehung, welche die Sonne gegen die um ihre Axe sich drehende abgeplattete Erde äußert. Wäre die Erde eine gleichförmig dichte Kugel, so würde sie von der Sonne so angezogen, als wenn ihre ganze Masse im Mittelpunkte ihren Sitz hätte; eine solche Anziehung könnte nur eine progressive aber keine Drehende Bewegung hervorbringen; allein in Folge der abgeplatteten Gestalt der Erde erzeugt die Sonnenanziehung auch eine drehende Bewegung. Um diese zu begreifen, denken wir dem Erdsphäroid eine Kugel vom Durchmesser Pp, Fig. 370, eingeschrieben, die es an den Endpunkten der Drehungsaxe d. i. an den Erdpolen berührt; so bleibt eine Hülle übrig, deren Masse in der Nähe der Pole unbedeutend und erst am Aequator beträchtlich wird; die Sonne S zieht die ihr zugewendete Hälfte dieser Hülle stärker, dagegen die von ihr abgewendete Hälfte schwächer an, als den Mittelpunkt O der Kugelmasse; sie strebt daher beide Hälften vom Mittelpunkte O zu trennen, indem sie die näher liegende an sich zieht, die auf der entgegengesetzten Seite befindliche gleichsam von sich wegstößt, da sie den Mittelpunkt O von ihr zu entfernen sucht; auf diese Art strebt die Sonnenanziehung den Erdäquator AQ, der bekanntlich mit der Ebene der Ekliptik einen Winkel einschließt, in letztere Ebene zu bringen, und die Erdaxe senkrechter auf die Ebene der Ekliptik zu stellen, und zwar mit einer Kraft, die mit der Größe des Winkels zunimmt, welchen die vom Erdäquator zur Sonne gezogene Gerade mit der Ekliptik bildet, die daher zur Zeit der Solstitien am größten und zur Zeit der Nachtgleichen gleich Null ist. Durch die Umdrehung der Erde um die Axe Pp, die vermöge der Trägheit zu ihrer

Fig. 370.



ursprünglichen Lage parallel zu bleiben strebt, wird diese Wirkung der Sonne abgeändert; denn rotirt die Erde in der Richtung von F nach Q, von Q nach H u. s. f., so daß ein Theilchen des Aequators z. B. m in einem sehr kleinen Zeittheilchen den Weg mn beschreibt und drückt mo den Weg aus, den m in Folge der Sonnenanziehung in derselben Zeit zurücklegen möchte; so gibt die Diagonale mr des Parallelogramms mnro den Weg, den m nun zu durchlaufen, und so den Aequator in die Lage mrf zu bringen strebt, bei welcher die Schiefe der Ekliptik verkleinert erscheint, und der Frühlingspunkt etwas von F nach f zurückgeht. Ein anderes gleich liegendes Theilchen m' an dem Theil des Aequators, dessen Punkte sich die Ekliptik nähern, wird während eines unendlich kleinen Zeittheilchens vermöge der Rotation den Weg m'n', vermöge der Sonnen-Einwirkung den Weg m'o' zu beschreiben streben, daher das Bestreben äußern, den mehr schrägen Weg m'r' zurückzulegen und dem Aequator eine Lage zu geben, wobei der Herbstpunkt H dem in der Verlängerung von m'r' in der Ekliptik liegenden Punkte h genähert, und die Schiefe der Ekliptik vergrößert wird. Die gleichliegenden Theilchen s und s' in der unterhalb der Ekliptik befindlichen Hälfte des Aequators, auf die die Sonne gleichsam abstoßend wirkt, äußern dieselben Bestrebungen, wie die Massentheilchen m und m'; dasselbe läßt sich von je zwei gleichliegenden Theilchen in FQ und QH, dann in AF und AH erweisen. Die Bestrebungen je zwei solcher Theilchen, die Schiefe der Ekliptik zu ändern, heben sich gegenseitig auf, allein diejenigen, welche die Aequinoctialpunkte bewegen, stimmen mit einander überein.

Die kugelförmige Masse des Erdsphäroids hebt letztere Bewegung, welche die sie einschließende Hülle in Folge der Sonnen-Einwirkung erhält, nicht auf, vermindert sie aber, so daß die Folge der Sonnen-Einwirkung auf das Erdsphäroid im Ganzen darin besteht, daß die Aequinoctialpunkte sich sehr langsam in der Richtung bewegen, welche derjenigen, in welcher die Erde rotirt, entgegengesetzt ist; die Schiefe der Ekliptik aber wird dabei nicht geändert.

Der Himmelspol des Aequators bleibt nicht immer in der Peripherie des Kreises, den er vermöge der Präcession beschreiben sollte, sondern man sieht ihn, während er vorwärts schreitet, bald dem Pole der Ekliptik sich ein wenig nähern, bald wieder von ihm ein wenig sich entfernen, so daß er, falls keine Präcession wäre, eine kleine Ellipse am Himmel beschreiben würde, deren große Axe 18″ beträgt, und nach dem Pole der Ekliptik gerichtet ist; die kleine Axe zählt 13″, 74, der Mittelpunkt dieser Ellipse ist der Ort, welchen der Himmelspol einnehmen würde, wenn die Präcession allein vorhanden wäre; demnach ist die Erdaxe noch kleinen periodischen Schwankungen unterworfen, die man unter dem Namen Nutation oder Wanken der Erdaxe begreift; in

Folge dieses Wankens ist die Bahn, die der Himmelspol durchläuft, ein Ring mit wellenförmigen, aber äußerst kleinen Ausbiegungen. Die Nutation läßt sich aus der Anziehung, welche Sonne und Mond auf das um seine Axe rotirende Erdsphäroid äußern, vollkommen, obwohl nicht so einfach, wie die Präcession erklären; auch sie veranlaßt Aenderungen in der Länge, Rectascension und Declination, jedoch nicht in der Breite; diese Aenderungen müssen bei der Berechnung der Lage eines Gestirns, wie sie in früheren Jahren war oder später sein wird, berücksichtigt werden.

Aus der Vergleichung der Schiefe der Ekliptik, wie sie gegenwärtig gefunden wird, mit den vor Jahrhunderten gemachten Messungen derselben ergibt sich, daß die Ekliptik sich dem Aequator jährlich um 48″ nähert; diese Annäherung wird nach Laplace noch einige Jahrtausende fortdauern, so daß die Schiefe der Ekliptik im Jahre 6600 n. Chr. G. ihren kleinsten Werth von 21° erreichen, hierauf aber wieder durch viele Jahrtausende bis zu dem Maximum von 70° zunehmen wird.

§. 267. Der Mond.

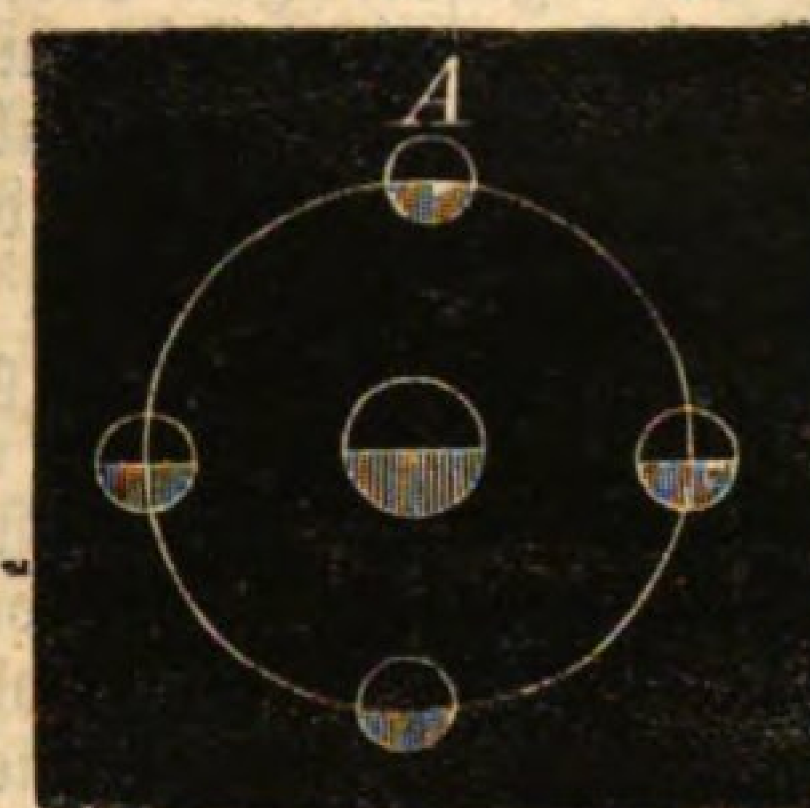
1. Bestimmt man von einem Standorte aus eine beträchtliche Reihe von Positionen des Mondes, und berechnet hierauf mittelst der bekannten Parallaxe die diesen Positionen entsprechenden Standorte des Mondes, wie sie vom Erdmittelpunkte aus gesehen würden; so überzeugt man sich, daß sich der Mond von West nach Ost täglich um $13\frac{1}{2}^{0}$ bewegt, und seine Bahn am Himmelsgewölbe als ein Kreis erscheint, dessen Ebene durch den Erdmittelpunkt geht, gegen die Ebene der Erdbahn um 5° geneigt ist, und diese in einer geraden Linie (Knotenlinie) schneidet. Durch ähnliche Beobachtungen, wie sie bei der Sonne angestellt werden, überzeugt man sich, daß die Mondesbahn eine Ellipse ist, in deren einem Brennpunkte die Erde sich befindet; der eine Endpunkt der großen Axe heißt das Perigäum oder Erdnähe, der andere das Apogäum oder Erdferne; im ersteren beträgt der Abstand des Mondes vom Erdmittelpunkte 48354 und im zweiten 54867 Meilen; im Mittel beträgt dieser Abstand 51600 Meilen, oder nahe 60 Erdhalbmesser.

Beobachtet man die Zeit von dem Augenblicke, wo der Mond bei einem gewissen Fixsterne sich befindet, bis er wieder zu demselben Sterne zurückkehrt, so erhält man seine siderische Umlaufszeit (den siderischen Mondmonat), sie beträgt 27·32166 Tage; der Zeitraum zwischen zwei aufeinanderfolgenden Conjunctionen oder Oppositionen des Mondes mit der Sonne heißt synodische Umlaufszeit und beträgt 29 Tage 12 Stunden 44 Minuten. Die Zeit zwischen zwei auf einander folgenden Durchgängen des Mondes durch denselben Knoten, nennt man Drachenmonat; sie ist kürzer als die siderische Umlaufszeit, weil die Knotenlinie in der Richtung von Ost nach West in der Ekliptik zurückweicht und zwar jährlich um 19°.34, so daß sie in 18 Jahren 10 Tagen einen ganzen Umlauf macht.

2. Mit der synodischen Umlaufszeit hängt der periodische Lichtwechsel, den wir beim Monde beobachten, zusammen; denn der Mond ist ein dunkler Körper, der von der Sonne Licht und Wärme erhält, wie die Erde. Zur Zeit der Conjunction in A, Fig. 371, wendet uns

der Mond die unbeleuchtete Hälfte zu, und ist unsichtbar; man nennt diesen Zeitpunkt **Neumond**. Nach diesem Zeitpunkte erscheint der Mond, der sich schneller nach Ost bewegt als die Sonne, an der Ostseite der Sonne und wird nach dem Sonnenuntergange in der Gestalt einer schmalen Sichel, deren convexe Seite gegen die Sonne gekehrt ist, am westlichen Himmel sichtbar; die Ausdehnung der Erleuchtung der Mondesscheibe, so wie der Unterschied in der Länge des Mondes und der Sonne nimmt beständig zu; in der **Quadratur** (**dem ersten Viertel**) erscheint bereits die westliche Hälfte erleuchtet und der Mond bleibt die erste Hälfte der Nacht sichtbar. Die Zunahme des Lichtes dauert fort bis zur Opposition, wo wir **Vollmond** haben, indem nun die ganze von der Erde aus sichtbare Mondeshälfte erleuchtet erscheint. Der Mond leuchtet zu dieser Zeit die ganze Nacht hindurch.

Fig. 371.

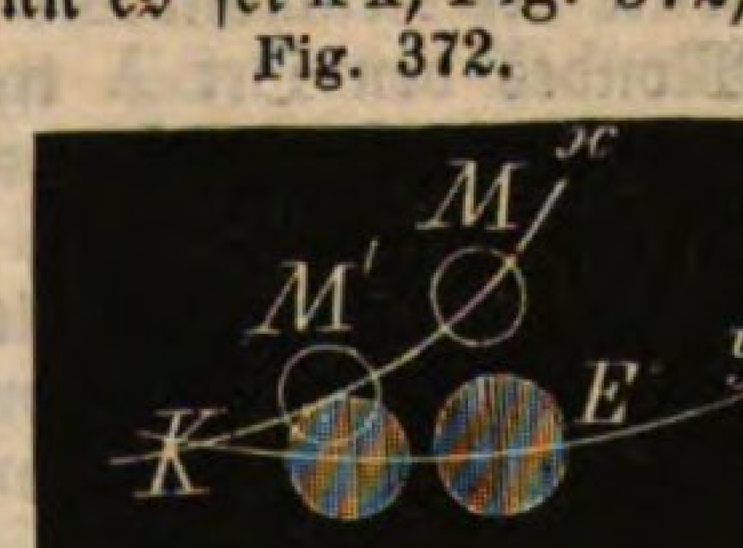


Nach dem Vollmonde beginnt das Licht an der westlichen Seite abzunehmen; der Mond geht wegen seines beständigen Vorrückens gegen Osten täglich um 50 Minuten später auf, so kommt es, daß in der zweiten Quadratur (**im zweiten Viertel**) nur noch die östliche Hälfte der Mondesscheibe erleuchtet erscheint, und Mondschein nur in der zweiten Hälfte der Nacht Statt findet.

Die Sonne erleuchtet nur die ihr zugewendete Hälfte der Erdkugel; daher sehen die Mondbewohner die Erde zur Zeit des Neumondes ganz, zur Zeit der Viertel nur zur Hälfte und zur Zeit des Vollmondes gar nicht erleuchtet. Die erleuchtete Erde wirft das Licht zurück und erhellet die Nächte am Monde; der Lichtschimmer, den wir in dem von der Sonne nicht erleuchteten Theile der Mondscheibe nach dem Neumonde bemerken, ist nichts anderes als das von der Erdkugel ausgestrahlte Licht.

3. Die von der Sonne erleuchtete Erdkugel wirft hinter sich einen Schattenkegel, dessen Axe in der Ebene der Ekliptik liegt und verlängert durch den Mittelpunkt der Sonne geht; die Länge des Schattenkegels ist $3\frac{1}{2}$ mal größer als der Abstand des Mondes von der Erde. Befände sich die Mondesbahn in der Ebene der Ekliptik, so würde der Mond bei jeder Opposition mit der Sonne in den Erdschatten treten, und total verfinstert erscheinen; zur Zeit der Conjunction würde er vor der Sonnenscheibe stehen, und eine Sonnenfinsterniß veranlassen. Allein wegen der Neigung der Mondesbahn gegen die Ebene der Ekliptik kann nicht bei jedem Vollmonde eine Mondes- und bei jedem Neumonde eine Sonnenfinsterniß entstehen, denn es sei k x, Fig. 372, ein Stück der Mondesbahn, k ein Knoten und k y die Projection von k x auf die Ebene der Erdbahn; zur Zeit des Vollmondes liegt der Mond und der Erdschatten der Sonne gegenüber, so daß der Mittelpunkt des Mondes und die Axe des Erdschattens in demselben Breitenkreise sich befinden. Ist also der Mond

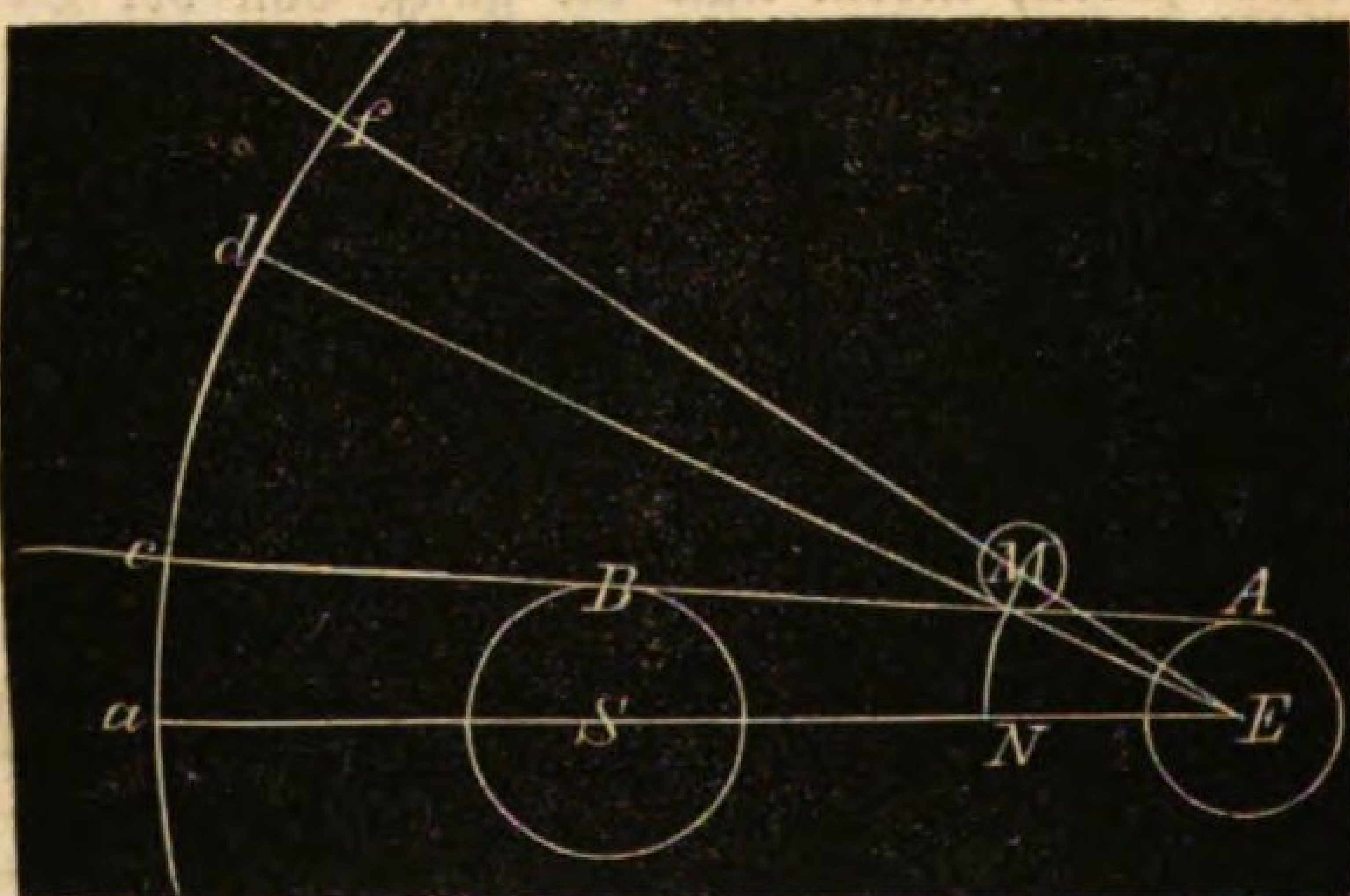
Fig. 372.



zur Zeit der Opposition in M, so steht der kreisförmige Durchschnitt E des kegelförmigen Erdschattens, genommen in der Entfernung des Mondes von der Erde, unter dem Monde und es kann keine Verfinsterung eintreten; wohl aber tritt eine partielle Verfinsterung ein, wenn sich der Mond zur Zeit der Opposition in der Nähe des Knotens in M′ befindet, indem ein Theil der Mondesscheibe in den Erdschatten tritt und zwar ein desto größerer Theil, je näher der Mond dem Knoten steht, so daß, wenn er im Augenblicke der Opposition im Knoten selbst ist, eine totale Finsterniß entsteht, auf deren Dauer auch die Entfernung des Mondes von der Erde, die zu dieser Zeit Statt findet, einen Einfluß nimmt. Sobald der Mond in den Erdschatten tritt, wird er überall unsichtbar; die Mondesfinsterniß beginnt und endet daher gleichzeitig an allen Orten der Erde.

Zur Zeit der Conjunction mit der Sonne liegt der Mittelpunkt des Mondes M, Fig. 373, der Sonne S und der Erde E in demselben

Fig. 373.



Breitenkreise am Himmelsgewölbe; ESa liegt in der Ebene der Ekliptik; MN sei die Breite des Mondes, die vom Erdmittelpunkte E unter dem Winkel MEN erscheint, unter welchem auch der Bogen af des Breitenkreises am Himmelsgewölbe gesehen wird. Nehmen wir an, der Mittelpunkt des Mondes liege so, daß die vom Standorte A durch den unteren Mondesrand gezogene Gerade Ac auch den oberen Sonnenrand berührt, so wird der Beobachter in A den Mond mit der Sonne in Berührung sehen, allein von E aus erscheint der Mondesrand um die Höhenparallaxe des Mondes vom Sonnenrand entfernt. Man hat nun die Mondesbreite $af = ac + df + cd$, d. h. gleich der Summe aus den scheinbaren Halbmessern der Sonne und des Mondes und der Höhenparallaxe cd des Mondes für den Standort A. Ist nun die Breite des Mondes beim Eintritte des Neumondes kleiner als diese Summe, so kann der Schatten des Mondes den Ort A treffen, und es tritt in A eine Sonnenfinsterniß ein, die desto größer wird, je näher der Mond dem Knoten ist. — Hieraus ist ersichtlich, daß bei der Bestimmung der Sonnenfinsternisse der Standort des Beobachters zu berücksichtigen ist. Der Mondesschatten bewegt sich mit dem Monde von West nach Ost über die Oberfläche der Erde, weßhalb die Sonnenfinsterniß in den westlichen Gegenden früher sichtbar wird — Da die Mondes- und Sonnenfinsternisse mit der Lage

der Knotenlinie in innigem Zusammenhange stehen, so folgt, daß nach Verlauf von 18 Jahren und 10 Tagen die Finsternisse wieder genau in derselben Ordnung auf einander folgen und an dieselben Tage fallen, wie im Verlaufe des früheren Zeitraumes vor 18 Jahren 10 Tagen. Man zählt in 18 Jahren 41 Sonnen- und 29 Mondesfinsternisse; jedoch sind die Sonnenfinsternisse nicht überall sichtbar. Die Größe der partiellen Finsterniß gibt man in ekliptischen Zollen an, deren jeder $^1/_{12}$ des Durchmessers des verfinsterten Körpers beträgt.

Der Mond kehrt uns immer dieselbe Seite zu, und muß sich deßhalb während eines siderischen Umlaufs Einmal um eine durch seinen Mittelpunkt gehende Axe drehen; da die Zeit einer Umdrehung um die Axe die Länge des Tages, und jene seines Umlaufs um die Erde die Dauer des Jahres gibt, so folgt, daß am Mond das Jahr gerade so lange dauert als der Tag, nämlich 29$^1/_2$ unserer Tage. Diese Axendrehung geschieht gleichförmig, während er in seiner Bahn bald schneller bald langsamer fortschreitet; dieß hat zur Folge, daß wir bald auf der östlichen, bald auf der westlichen Seite einen kleinen Theil von der zweiten von uns abgewendeten Hälfte der Mondesoberfläche zu sehen bekommen, und die gerade Linie, welche den Mittelpunkt des Mondes mit der Erde verbindet, nicht immer durch denselben Punkt der Mondesoberfläche durchgeht, sondern ein wenig nach Osten und Westen schwankt; auch steht die Drehungsaxe des Mondes nicht senkrecht auf der Mondesbahn, weßhalb wir je nach der Stellung des Mondes einmal den nördlichen, dann wieder den südlichen Pol in einiger Entfernung von Rande erblicken. Diese beiden Erscheinungen werden die Librationen oder Schwankungen des Mondes genannt.

Die Zeit von 12 synodischen Umläufen oder Mondwechseln nennt man ein Mondjahr, das man gewöhnlich zu 355 Tagen zählt, das jedoch nur 354 Tage 8 Stunden 48′ 36″ dauert. Das Mondjahr liegt der Zeitrechnung den Juden und Türken als Einheit zu Grunde.

Der Zeitraum von 19 Jahren, der nahe 235 synodische Mondesumläufe umfaßt, wird Mondescykel genannt, nach dessen Verlauf der Vollmond, Neumond und die Viertel genau auf dieselben Monatstage fallen. Der Anfang des Mondescykels ist das Jahr, in welchem der Neumond auf den Neujahrstag fällt; es wird mit der Zahl Eins bezeichnet. Die Zahl, die mir angibt, das wievielte ein gegebenes Jahr im Mondescykel ist, heißt die goldene Zahl Die in den Kalendern unter dem Namen Epakte vorkommende, mit römischen Ziffern bezeichnete Zahl gibt an, wie viel Tage am Neujahrtage seit dem letzten Neumonde im nächst vergangenen Jahre verflossen sind; diese Zahl ist zur Berechnung des Osterfestes eingeführt worden, da dem Beschlusse des Conciliums zu Nicäa gemäß, das Osterfest jedesmal auf den ersten Sonntag nach dem ersten Vollmonde fällt, der auf die Frühlingsnachtgleiche folgt.

In Betreff der physischen Beschaffenheit des Mondes ist zu bemerken, daß nach Mädler das Volumen desselben $\frac{1}{49.6}$ von dem Volumen der Erde beträgt; daß an seiner Oberfläche bedeutende Bergketten und einzelne Berge vorkommen, welche wie ein kreisförmiger Wall gebildet sind, in dessen Mitte sich ein steiler kegelförmiger Berg erhebt. Man nennt diese Berge Ringgebirge. Der Mond hat wohl eine Atmosphäre, aber eine äußerst feine und durchsichtige, weßhalb dort ein blauer Himmel nicht möglich ist

§. 268. Planeten. Die Planeten sind Gestirne, deren Stellung am Himmel sich beständig ändert, indem sie von einer Sterngruppe zur andern wandern, darum auch Wandelsterne genannt werden. Die Alten kannten nur die fünf mit freiem Auge sichtbaren Planeten. Mercur, Venus, Mars, Jupiter und Saturnus. Die Erde ist auch ein Planet; ihre Bahn fällt zwischen die Venus und den Mars. Im Jahre 1781 entdeckte Herschel den Planeten Uranus, noch weiter von der Sonne abstehend, als Saturnus, und noch weiter liegt der im Jahre 1846 entdeckte Neptun. Im Anfange des laufenden Jahrhunderts entdeckte man die Planeten Ceres, Pallas, Juno, Vesta, die

nur durch Fernröhre können gesehen werden, und deren Bahnen zwischen die des Mars und des Jupiters fallen; man nennt diese kleinen Planeten **Asteroiden** oder auch **Planetoiden**. Bis zum Jahre 1845 kannte man nur die genannten vier Asteroiden; seitdem verging kein Jahr, wo man nicht einen oder mehrere Asteroiden entdeckt hätte, so daß im April 1864 bereits 80 Asteroiden bekannt geworden sind, die sämmtlich zwischen Mars und Jupiter um die Sonne herumkreisen, in Abständen zwischen 45·53 bis 65·27 Millionen geographische Meilen.

Wir haben die Gesetze der Planetenbewegungen bei der Centralbewegung kennen gelernt und wollen nun die Erscheinungen besprechen, die sich aus diesen Gesetzen insbesondere für uns Erdbewohner ergeben.

Ist t die Umlaufszeit der Erde und d ihre mittlere Entfernung von der Sonne, sind T und D dieselben Größen bei einem andern Planeten, so hat man vermöge des dritten Kepler'schen Gesetzes

$$t^2 : T^2 = d^3 : D^3, \text{ mithin } D = d \sqrt[3]{\frac{T^2}{t^2}};$$

nach dem letzten Ausdrucke berechnet man leicht die mittleren Entfernungen aller Planeten, da der Werth von d und auch das Verhältniß der Umlaufszeiten der Planeten bekannt ist.

Die nachstehende Tabelle gibt die Umlaufszeiten und die mittleren Entfernungen einiger Planeten von der Sonne.

Name des Planeten.	Mittlere Entfernung in geogr. Meilen.	Siderische Umlaufszeiten.
Merkur	7.998000	87 T. 23h 14′ 35″
Venus	14.942000	224 „ 16 41′ 25″
Erde	20.666800	365 „ 5 48′ 47″
Mars	31.490000	1 J. 321 „ 16 18′ 47″
Flora	45.508000	3 „ 97 „ 17 2′ —
Victoria	48.269685	3 „ 205 „ — — —
Vesta	48.800000	3 „ 129 „ 13 9′ —
Iris	49.286000	3 „ 249 „ 9 21′ —
Hebe	50.018000	3 „ 279 „ 17 1′ —
Parthenope	50.650813	3 „ 306 „ — — —
Asträa	53.251000	4 „ 49 „ 16 33′ —
Juno	55.169000	4 „ 131 „ 19 8′ —
Ceres	57.266000	4 „ 223 „ 10 25′ —
Pallas	57.301000	4 „ 225 „ 0 4′ —
Hygiea	65.796000	5 „ 249 „ 21 11′ 49″
Jupiter	107.524000	11 „ 312 „ 20 14′ 10″
Saturn	197.137000	29 „ 154 „ 16 30′ 10″
Uranus	396.439000	83 „ 271 „ 3 48′ 5″
Neptun	744.000000	217 „ 225 „ 17 — —

Die Planeten, die der Sonne näher sind als die Erde, deren Bahnen daher von der Bahn der Erde eingeschlossen sind, nennt man

untere Planeten; dazu gehören: **Mercur** und **Venus**, alle anderen heißen **obere** Planeten. Aus dem dritten Kepler'schen Gesetze folgt, daß die Umlaufzeiten der unteren Planeten kleiner, die der oberen größer sind als die der Erde.

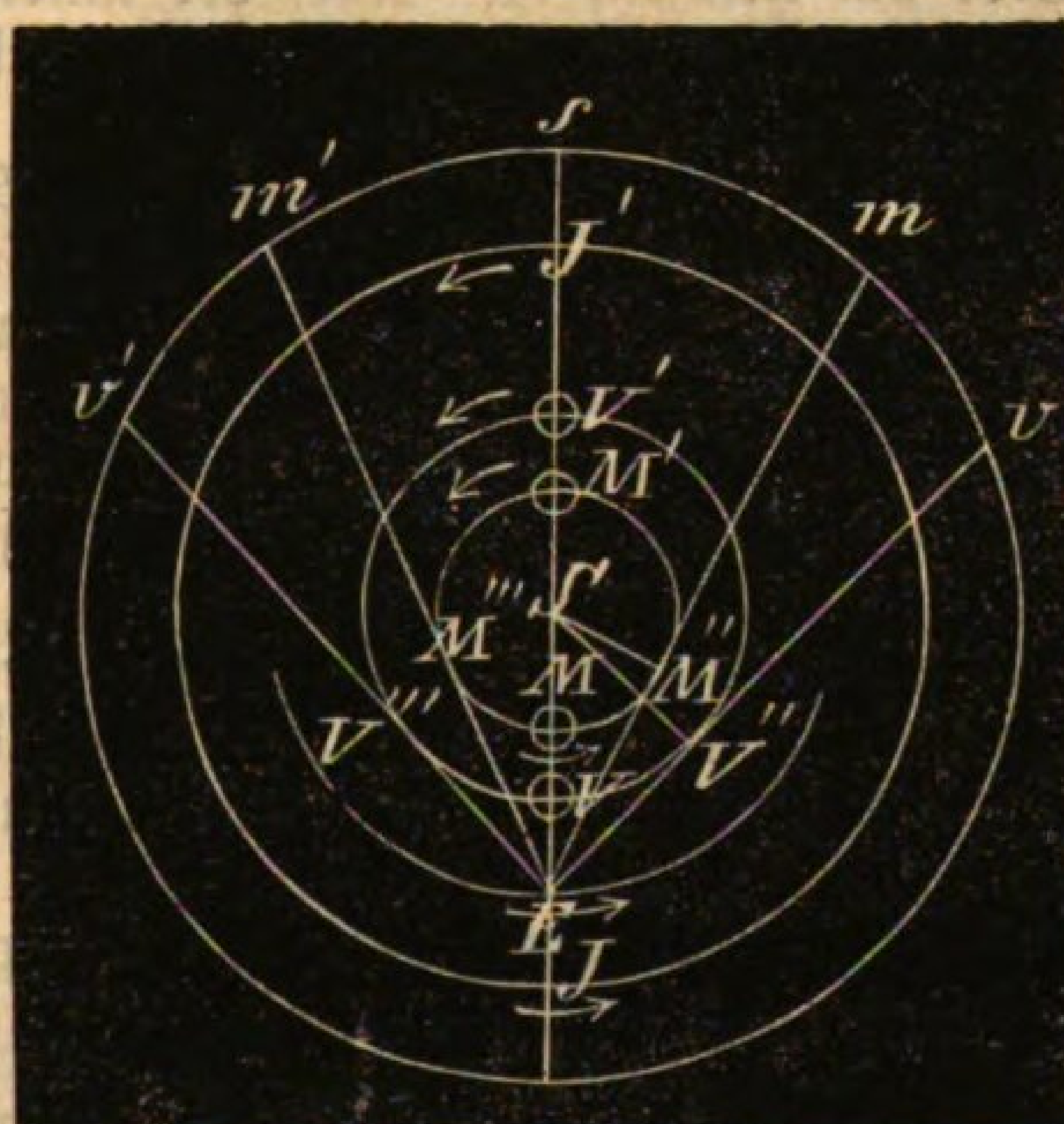
2. Sind N und n, Fig. 374, die Pole der Ekliptik E C, P' ein Planet, N P' n der Breitenkreis, S die Sonne, F der Frühlingspunkt, mithin F S die Länge der Sonne, F B die des Planeten, so nennt man die Differenz dieser beiden Längen d. i. F S — F B die **Ausweichung, Digression** oder **Elongation** des Planeten. Untersucht man die Aenderungen in der Elongation der Planeten, so zeigt sich ein auffallender Unterschied zwischen den unteren und den oberen Planeten.

Fig. 374.



Ist in dem Augenblicke, wo die Erde in E, Fig. 375, sich befindet, die Venus in V oder in V', der Mercur in M oder in M', so stehen beide Planeten mit der Sonne S in Conjunction; sie erscheinen zu dieser Zeit mit der Sonne in demselben Breitenkreise am Himmel und die Elongation ist gleich Null. Die Conjunction, bei der sie der Erde am nächsten stehen, heißt die **untere**, die andere, wo ihr Abstand von der Erde am größten ist, wird die **obere** Conjunction genannt. Befindet sich der untere Planet zu der Zeit, wo die Erde in E ist, in irgend einem Punkte der rechtsliegenden Hälfte der Bahn, so erscheint er am Himmel westlich von der Sonne, ist er hingegen an irgend einer Stelle der andern Hälfte, so steht er östlich von der Sonne; im ersten Falle geht er früher in Osten auf als die Sonne und ist am östlichen Himmel als Morgenstern sichtbar: im zweiten Falle geht er später unter als die Sonne, und erscheint nach dem Sonnenuntergange am westlichen Himmel als Abendstern. Da der Mercur mit dem freien Auge nicht gesehen wird, so wird unter Morgen- und Abendstern gewöhnlich die Venus verstanden.

Fig. 375.



Die größte Elongation erhält man, wenn man von E aus zu den Bahnen der unteren Planeten Tangenten zieht, nämlich E V'' und E V''', dann E M'' und E M''', wo dann die Venus am Himmelsgewölbe in v oder v' und der Mercur in m oder m' zu sehen ist; da der Winkel, welchen bei der größten Elongation der Radiusvector mit der Tangente einschließt, ein rechter ist, so ist die größte Elongation

selbst immer einspitziger Winkel, der bei der Venus 48°, beim Mercur 28° beträgt; demnach können die unteren Planeten niemals mit der Sonne in die Quadratur oder in Opposition kommen. An den untern Planeten beobachtet man durch Fernröhre ähnliche Lichtphasen wie beim Monde, denn sie sind dunkle Kugeln, die nur von der Sonne erleuchtet werden; sind sie nun in der untern Conjunction, so wenden sie der Erde ihre unbeleuchtete Hälfte zu und werden deßhalb nicht gesehen; ist zu dieser Zeit ihre Breite kleiner als der Halbmesser der Sonne, so daß sie in der Nähe der Ekliptik sich befinden, so sieht man sie als schwarze, scharf begrenzte Scheibchen vor der Sonnenscheibe vorbei sich bewegen. Diese Erscheinung heißt der Durchgang (Vorübergang) der Venus oder des Mercurs durch die Sonnenscheibe.

Die Durchgänge der Venus bieten ein sicheres Mittel zur genauen Bestimmung der Sonnenparallaxe dar. In 100 Jahren finden 2 Durchgänge statt, die um 8 Jahre von einander abstehen, der eine erscheint im Juni der andere im Dezember; man beobachtete sie in den Jahren 1761 und insbesondere 1769; die nächsten Durchgänge werden im Jahre 1874 und im Jahre 1882 stattfinden.

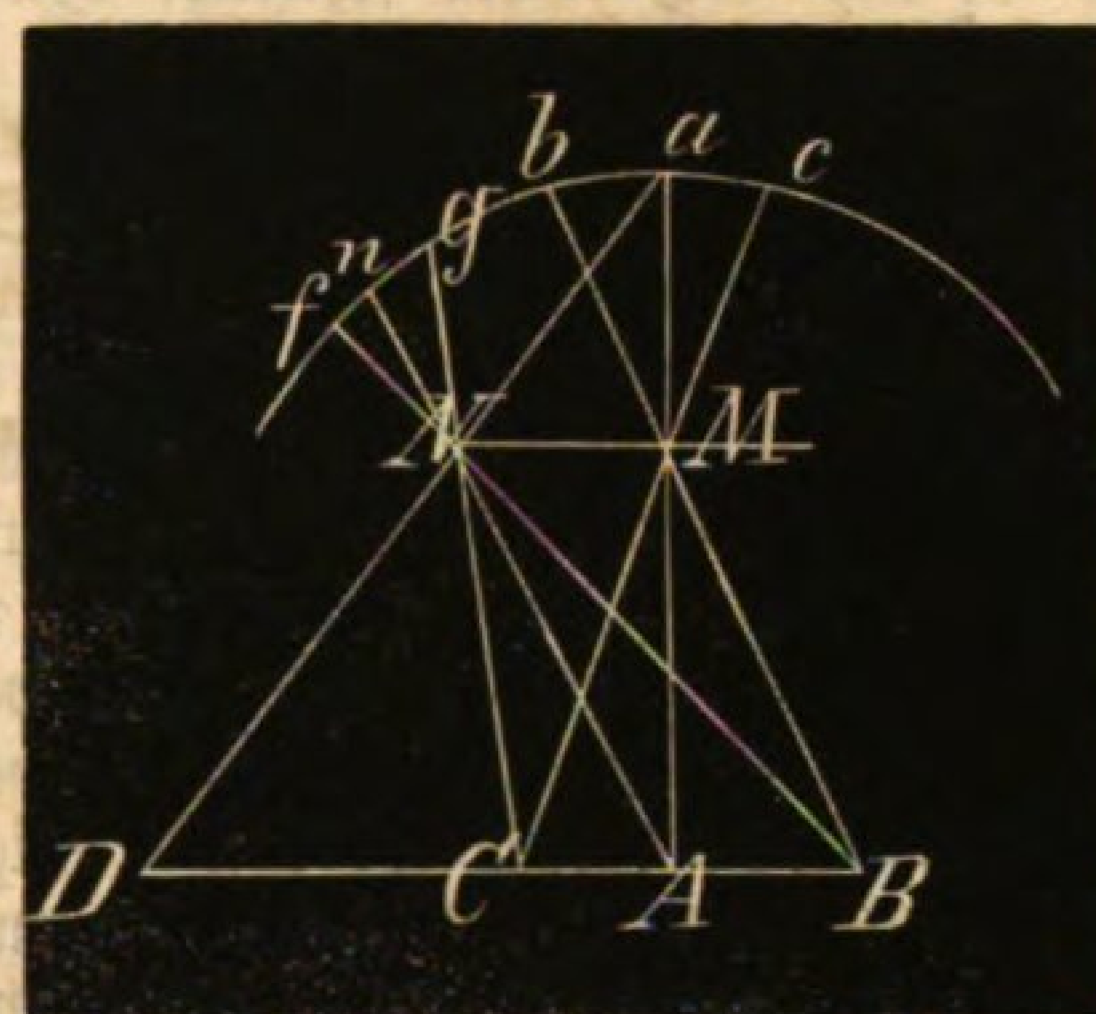
Zur Zeit der unteren Conjunction ist der scheinbare Durchmesser eines unteren Planeten am größten, da damals sein Abstand von der Erde am kleinsten ist. Nach der untern Conjunction erscheint der untere Planet an der Westseite der Sonne, also als Morgenstern, anfangs nur an der östlichen Seite erleuchtet, aber die Ausdehnung der Erleuchtung nimmt immer mehr zu, während der Durchmesser kleiner wird. In der Stellung, wo die vom Planeten zur Sonne und zur Erde gezogenen Geraden auf einander senkrecht stehen, erscheint der Planet halb erleuchtet und wird bei der oberen Conjunction im Vollichte gesehen, da zu dieser Zeit die von der Sonne erleuchtete Hälfte der Erde zugekehrt ist, worauf wieder das Licht an der östlichen Seite zu verschwinden anfängt und die Lichtgestalt mehr und mehr abnimmt; bevor noch der Planet in die untere Conjunction tritt, macht der Glanz der nahen Sonne sein Licht verschwinden. Befindet sich der Planet zur Zeit der oberen Conjunction nahe an der Ebene der Erdbahn, so wird er durch die Sonne verdeckt und unsichtbar. — Von der untern Conjunction bis zur oberen nimmt der Durchmesser des Planeten ab, wird bei der oberen Conjunction am kleinsten und nimmt hierauf wieder bis zur unteren Conjunction zu.

3. Ein oberer Planet, dessen Bahn die Erdbahn umschließt, erscheint, wenn die Erde in E ist, an der Stelle J′ in Conjunction, dagegen in J in Opposition mit der Sonne; seine Elongation kann, somit von 0° bis 180° wachsen. Da der Durchmesser der Erdbahn im Vergleiche zu dem der oberen Planeten klein ist, die Erde daher nicht weit vom Mittelpunkte der Planetenbahnen entfernt ist; so beobachten wir an den oberen Planeten keine solche Lichtphasen, wie bei der Venus, nur der Mars zeigt eine bemerkbare Phase, jedoch sehen wir nie weniger als sieben Achtel seiner ganzen Scheibe erleuchtet.

4. Der Umstand, daß die Erde nicht den Mittelpunkt der Planetenbahnen bildet, und selbst im Zustande der Bewegung sich befindet, wobei die Richtung derselben mit der des Planeten bald übereinstimmt, bald entgegengesetzt ist, bald einen Winkel einschließt, ist die Ursache

zweier scheinbaren Unregelmäßigkeiten in den Planetenbewegungen, einer, welche die Geschwindigkeit und einer, welche die Richtung betrifft; erstere Unregelmäßigkeit nannten die alten Astronomen die **erste**, die andere die **zweite Ungleichheit**. Um diese Unregelmäßigkeiten zu begreifen, müssen wir die Bewegung des Planeten mit der der Erde combiniren. Gesetzt, die Erde wäre in A Fig. 376 unbeweglich, aber der Planet mache den Weg MN, so sieht ihn der Beobachter am Himmelsgewölbe anfangs in a, zuletzt in n, und der Planet scheint den Weg an zurückgelegt zu haben; bliebe der Planet in Ruhe, während die Erde den Weg AB oder AC zurücklegt, so würde sich der Planet am Himmel in der entgegengesetzten Richtung zu bewegen, und die Wege ab oder ac zu beschreiben scheinen. Bewegen sich Erde und Planet gleichzeitig, so ist zu unterscheiden, ob die Bewegung beider in derselben oder in gerade entgegengesetzter Richtung geschieht; im letzteren Falle wird der Planet in N dem in B ankommenden Beobachter in f erscheinen; seine Geschwindigkeit ist somit durch die des Beobachters vergrößert worden. Hat der Beobachter den Weg AC zurückgelegt, so erblickt er in C den nach derselben Richtung bis N fortgeschrittenen Planeten im Punkte g, somit scheint dieser einen kleineren Weg beschrieben zu haben als bei ruhiger Stellung der Erde; seine Geschwindigkeit wird also durch die des Beobachters vermindert. Hat der Beobachter den Weg AD und der Planet in derselben Zeit den Weg MN zurückgelegt, so sieht man den Planeten beständig an der nämlichen Stelle in a; er ist, wie man sagt, **stationär**.

Fig. 376.



Bewegt sich der Beobachter in der Richtung AM, die mit der Richtung MN, in welcher der Planet gleichzeitig fortschreitet, einen rechten Winkel einschließt, so wird die Bewegung des Planeten durch die des Beobachters weder beschleunigt noch verzögert, man sieht den Planeten mit seiner eigenen Geschwindigkeit sich bewegen.

Ein unterer Planet in der oberen Conjunction in s, und ein oberer in der Conjunction J′, bewegen sich in Richtungen, die der wahren Bewegung der Erde in E gerade entgegengesetzt sind, ihre rechtläufige d. i. gegen Osten gerichtete Bewegung, wird daher durch die Bewegung der Erde am stärksten beschleunigt. Der untere Planet wendet sich hierauf immer mehr gegen die Erde, weßhalb seine Bewegung gegen Osten durch die der Erde immer weniger beschleunigt erscheint; erlangt der Planet seine größte Ausweichung, indem er sich in dem Berührungspunkte der von der Erde zur Bahn gezogenen Tangente befindet, so wird er nur um so viel links sich zu bewegen scheinen, als die Erde sich rechts bewegt; hierauf wird die Bewegung des unteren Planeten immer mehr übereinstimmend mit der der Erde, folglich wird seine

scheinbare Bewegung durch die der Erde vermindert und es tritt ein Zeitpunkt ein, in welchem der Planet in Folge der Bewegung der Erde um so viel links, als vermöge seiner eigenen nach rechts gerückt wird, und daher am Himmelsgewölbe still zu stehen scheint; er wird also stationär. Nach diesem Zeitpunkte scheint sich der Planet gegen Westen zu bewegen, und man sagt, seine Bewegung sei rückläufig, weil er, da er mit größerer Geschwindigkeit in seiner Bahn fortschreitet als die Erde, sich nach rechts schneller bewegt, als er vermöge der Bewegung der Erde nach links gerückt wird; diese rückläufige Bewegung wird am schnellsten im Augenblicke der unteren Conjunction, wo beide Körper sich parallel und nach derselben Seite bewegen. Hierauf erscheint der Planet an der Westseite der Sonne, die Richtung seiner Bewegung bildet mit der Richtung der Erde einen Winkel, der immer größer und größer wird; daher nimmt die Geschwindigkeit seiner rückläufigen Bewegung ab, bis sie wieder Null, und der Planet stationär wird, worauf seine Bewegung wieder rückläufig wird, und bis zur oberen Conjunction mit zunehmender Geschwindigkeit vor sich geht.

Die Geschwindigkeit eines oberen Planeten wird nach der Conjunction immer weniger und weniger durch die der Erde verstärkt, in der Quadratur schließen die Richtungen, in welchen sich beide Körper bewegen, einen rechten Winkel ein, weßhalb zu dieser Zeit die Bewegung der Erde ohne Einfluß auf die des Planeten ist; nach der Quadratur wird dieser Winkel ein spitziger; die Bewegungen beider Körper beginnen mehr und mehr übereinstimmend zu werden, und geschehen zur Zeit der Opposition genau in der nämlichen Richtung; daher wird die scheinbare Bewegung des Planeten durch die der Erde immer mehr verzögert, bis endlich ein Zeitpunkt eintritt, wo die Geschwindigkeit gleich Null und der Planet stationär wird. Zur Zeit der Opposition bewegt sich die Erde mit einer größeren Geschwindigkeit ostwärts, als der Planet dahin fortschreitet, daher scheint letzterer gegen Westen fortzurücken, d. h. seine Bewegung erscheint rückläufig. Diese rückläufige Bewegung tritt schon vor der Opposition ein, erfolgt in diesem Zeitpunkte am schnellsten, wird hierauf wieder langsamer, endlich erscheint der Planet abermals stationär, worauf die Bewegung wieder rechtläufig wird, und der Planet sich mit wachsender Geschwindigkeit der Sonne nähert.

Wegen der Neigung der Ebene der Planetenbahn gegen die Ebene der Erdbahn, erscheint der Weg, welchen der Planet während der retrograden Bewegung beschreibt, an andern Stellen des Himmelsgewölbes, als der während der rechtläufigen Bewegung zurückgelegte, so daß er sich abwechselnd dem Aequator nähert, und wieder von ihm entfernt, und die Bahn an solchen Orten, wo eine Aenderung in der Richtung eintritt, die Gestalt einer Schlinge erhält.

5. Die Ellipsen, in welchen die Planeten sich bewegen, haben nur geringe Excentricitäten, weßhalb man sie durch Jahrtausende als Kreise betrachtete. Die größte Excentricität haben Mars, dann Mercur, Juno und Pallas.

Die Ebenen der Planetenbahnen sind gegen die Ebene der Ekliptik geneigt, jedoch ist die Neigung gering, indem alle innerhalb des Zodiakus liegen mit Ausnahme der teleskopischen, deren Bahnen den Zodiakus überschreiten. Die geraden Linien, in welchen die Ebene der

Ekliptik von den Ebenen der Planetenbahnen geschnitten wird, nennt man Knotenlinien, und die Punkte, in welchen die Bahnen die Ekliptik schneiden, heißen Knoten; der eine, von dem sich der Planet über die Ebene der Ekliptik erhebt, heißt der aufsteigende, der andere, von dem er sich unter diese Ebene senkt, der absteigende Knoten. Befindet sich der Planet in einem Knoten, so ist seine Breite gleich Null, und er wird sowohl von der Erde als von der Sonne aus in der Ebene der Ekliptik gesehen, demnach müssen auch die von der Sonne aus beobachteten Zeiten zwischen zwei Durchgängen eines Planeten durch denselben Knoten mit denen übereinstimmen, die von der Erde aus beobachtet werden.

6. Jeder Planet hat seine besonderen Eigenthümlichkeiten, die Einförmigkeit erscheint überall vermieden; doch kann man die Planeten in zwei Gruppen scheiden, deren jede besondere Eigenthümlichkeiten darbietet. Eine Gruppe besteht aus den der Sonne näher liegenden Planeten: Mercur, Venus, Erde, Mars, die sämmtlich von mäßiger Größe und beinahe gleicher Dichtigkeit sind, langsam um ihre Axe rotiren, minder abgeplattet sind und mit Ausnahme der Erde keine Trabanten haben; die zweite Gruppe umfaßt die von der Sonne entfernteren: Jupiter, Saturnus, Uranus, Neptun, die bedeutend größer, aber viel weniger dicht sind, schnell rotiren, daher stark abgeplattet sind und von mehreren Trabanten umkreist werden, Jupiter von 4, Saturnus von 8, Uranus von 8; auch bei Neptun hat man bereits zwei Trabanten entdeckt. Saturnus ist auch von einem merkwürdigen Ringe umgeben, dessen Mittelpunkt mit dem des Planeten zusammenfällt. Die Größe der Durchmesser, so wie das Verhältniß der Massen und Dichtigkeiten bezüglich der Masse und Dichtigkeit der Erde, die als Einheit angenommen wird, ist für die größeren Planeten aus der nachstehenden Tabelle zu ersehen.

Name	Durchmesser in geogr. Meilen	Masse	Dichte	Axendrehung
Merkur	671	0.07	1.12	24^h 5′
Venus	1694	0.9	0.92	23 21
Erde	1718	1	1	24
Mars	892	0.12	0.95	24 37
Jupiter	19294	340	0.227	9 55
Saturn	15507	102	0.131	10 29
Uranus	7466	14.5	0.167	— —

Die Massen der Venus und des Mars konnten aus den starken Störungen, die sie in der elliptischen Bewegung der Erde bewirken, berechnet werden. Die Masse des Mercur bestimmte Encke aus der Größe der Störungen, welche der nach ihm benannte Komet, der dem Mercur sehr nahe kommt, durch diesen Planeten in seinem Laufe erfährt.

Nimmt man das Volumen der Erde als Einheit an, so ist das des Mercur 0.059, der Venus 0.8, des Mars 0.125, des Jupiter 1333, des Saturn 772, des Uranus 86.5. Nach Leverrière ist die Masse aller kleinen Planeten kleiner als ein Viertel der Erdmasse.

Bei Jupiter ist die Abplattung gleich $^1/_{18}$, d. h. der Polardurchmesser ist um $^1/_{18}$ kürzer als der Aequatorialdurchmesser, dieß gibt einen Unterschied von 1400 Meilen; die stärkste Abplattung hat Uranus, sie ist nach Mädler's Messungen $= \frac{1}{4.42}$.
Die Tageshelle ist bei Merkur beinahe 7mal, bei der Venus 2mal größer, bei Mars nur halb so groß, bei Jupiter 27mal schwächer, bei Saturn 90mal schwächer, bei Uranus 360mal und bei Neptun 1000mal schwächer als auf der Erde. Am Uranus und Saturn könnte der Erdbewohner die Gestirne am Tage mit freiem Auge sehen.

7. Die Neigung der Ebene der Bahn eines Planeten gegen die Ebene seines Aequators nennt man auch Schiefe der Ekliptik; diese beträgt beim Merkur 20°, bei der Venus 72°, bei Mars 29°, bei Jupiter nur 3°, bei Saturnus 30° und bei Uranus 90°. Von der Schiefe der Ekliptik hängt die Verschiedenheit der Jahreszeiten ab; wir sind demnach im Stande den Wechsel der Jahreszeiten auf den einzelnen Planeten zu beurtheilen. Dieser Wechsel der Jahreszeiten kann am Jupiter nur unbedeutend sein, auch ist fast an allen Orten Tag und Nacht gleich, aber die Klimate der verschiedenen Gegenden sind nach Beschaffenheit ihrer Entfernung vom Aequator sehr verschieden; am Aequator entfernen sich die Sonnenstrahlen höchstens 3° vom Zenithe, an den Polen erheben sie sich zur Sommerszeit höchstens 3° über den Horizont.

8. Jeder Planet hat auch eine Atmosphäre und an seiner Oberfläche Berge und Thäler.

§. 269. Störungen und Perturbationen. Ein Planet würde nur dann eine in ihrer Lage und Gestalt unveränderliche Ellipse beschreiben, wenn einzig die Sonne und kein anderer Weltkörper anziehend auf ihn wirken möchte; da er jedoch von allen andern Körpern des Planetensystems dem allgemeinen Gravitationsgesetze gemäß angezogen wird, so ergeben sich bei jedem Planeten und Nebenplaneten Abweichungen von der rein elliptischen Bewegung und Aenderungen in der Lage und Form seiner Bahn, die man Störungen oder Perturbationen nennt. Man unterscheidet periodische und seculäre Störungen; erstere beziehen sich nur auf den Ort des Planeten in seiner Bahn und kehren in bestimmten kürzeren Zeiträumen wieder; letztere betreffen die Bahnen selbst und zwar die Excentricität, die Lage der Knoten- und der Absidenlinie, dann die Neigung der Bahnen gegen einander, sie werden erst nach Jahrhunderten merklich, sind ebenfalls in Perioden eingeschlossen aber in solche, welche Jahrtausende umfassen.

Die Störungen erscheinen als kleine Größen, denn die Sonnenmasse ist mehr als 800mal größer als die Masse aller Planeten zusammengenommen, daher könnte die, durch die Sonne erzeugte elliptische Bewegung selbst durch einen Planeten, in welchem die Massen aller vereinigt wären, nur wenig abgeändert werden und man hat daher bei der Berechnung nicht nöthig, anstatt der Ellipse eine andere krumme Linie als Bahn anzunehmen. Würden die Planetenbahnen vollkommene Kreise sein, so könnten keine Aenderungen in der Excentricität und in der Lage der Absidenlinie vorkommen; eben so wenig würden Aenderungen in den Neigungen der Ebenen der Bahnen vorkommen, wenn alle Bahnen in der Ebene der Ekliptik sich befänden. Glücklicherweise haben die Planetenbahnen nur sehr geringe Excentricitäten und

liegen beinahe in einer und derselben Ebene, indem ihre Ebenen mit der Ebene der Ekliptik nur kleine Winkel einschließen; dazu kommt noch, daß die gegenseitigen Abstände der Planeten sehr beträchtlich sind. Diese Umstände bewirken, daß die Störungen nur kleine Größen sein können, weßhalb die kleinen Aenderungen, die irgend ein Planet z. B. Jupiter in seiner Stellung durch die andern erleidet, keine Aenderung in der Stärke seiner Einwirkung auf einen zweiten Planeten z. B. auf die Erde hervorbringen und man immer die Rechnung so führen kann, als wenn nebst der Sonne und dem in seiner Bewegung gestörten Planeten nur ein einziger störender Körper vorhanden wäre. Man hat also bei der Berechnung der Störungen nur immer mit drei Körpern zu thun; das Problem der drei Körper ist eines der wichtigsten in der physischen Astronomie.

Die kleinen Störungen, welche in der elliptischen Bewegung der Körper unseres Sonnensystems eintreten, können den Beobachtern auf der Erde wegen ihres großen Abstandes von der Erde nur unter sehr geringen Gesichtswinkeln erscheinen, daher nur mit sehr genauen Instrumenten, welche die Messung sehr kleiner Winkel gestatten, beobachtet werden; solche Instrumente hatte man zu Kepler's Zeiten nicht, und konnte daher die Abweichungen von der elliptischen Bewegung nicht bemerken; wir verdanken also diese Entdeckung der Kepler'schen Gesetze nur der Unvollkommenheit der damaligen astronomischen Instrumente. In unseren Tagen sind die astronomischen Instrumente so sehr verfeinert worden, daß man die kleinsten Störungen genau zu messen im Stande ist; die genaueste Uebereinstimmung der beobachteten Störungen mit den aus dem Gravitationsgesetze berechneten bezeuget die Richtigkeit dieses Gesetzes auf eine unumstößliche Weise. Im Jahre 1846 berechnete Leverrier aus den kleinen Störungen, die in der Bewegung des Uranus beobachtet wurden und keinem der vorhandenen Planeten zugeschrieben werden konnten, daß ein in noch größerer Entfernung befindlicher Planet da sein müsse; er bestimmte seine Masse, Umlaufszeit, Entfernung und seine Lage am Himmel, und in der That fand Gall in Berlin den Planeten an der berechneten Stelle am 23. September 1846, der den Namen Neptun erhielt und der als Stern 8. Größe erscheint. Encke nennt diese Entdeckung die glänzendste, die je vorkam; man hat sich von einer wahrgenommenen, sicher gestellten und gemessenen Wirkung mit Hilfe der Mathematik zur Erkenntniß der wahren Ursache erhoben.

Die Sonne bewirkt wegen ihrer beträchtlichen Masse in der elliptischen Bewegung des Mondes um die Erde bedeutende Störungen, so daß sowohl in seiner Entfernung von der Erde, als auch in der Richtung und Geschwindigkeit seiner Bewegung, in der Lage der Knoten und Absidenlinie starke Veränderungen eintreten, und die Berechnung der Mondesbewegung sehr erschweren, es ist aber dennoch gelungen, auch diese Schwierigkeiten zu besiegen, so daß wir nun die Stellung für jeden gegebenen Zeitpunkt auf das Genaueste berechnen können.

Die einzigen unveränderlichen Größen in unserem Sonnensysteme sind: Die Zeit, in welcher sich ein Planet um seine Axe dreht, so wie auch diejenige, in welcher er einen Lauf um die Sonne macht; da das Quadrat der Umlaufszeit dem Cubus der halben großen Axe direct proportionirt ist, so muß auch die Länge der großen Axe eine unveränderliche Größe sein. Diese Unveränderlichkeit der großen Axe ist eine der glänzendsten Entdeckungen, welche die Astronomie der Mathematik zu danken hat, denn diese Unveränderlichkeit sichert die Stabilität unsers Sonnensystems, da jede Aenderung der großen Axe eine gegenseitige allmählige Annäherung und endlich ein Zusammenstoßen der Himmelskörper zur Folge hätte.

§. 270. Zodiakallicht, Sternschnuppen und Feuerkugeln, Kometen.

In das Gebiet, in welchem die Anziehungskraft der Sonne herrschend erscheint, gehören:

1. Ein sehr abgeplatteter Ring von dunstartiger Materie, welcher zwischen der Bahn der Venus und des Mars rotirt, die Erdbahn überschreitet, uns um die Zeit der Nachtgleiche als ein blasser Schimmer in der Gestalt einer schiefliegenden länglichen Ellipse im Zodiakus erscheint, und deßhalb Zodiakallicht genannt wird. Um die Zeit der Frühlingsnachtgleiche bemerkt man dieses Licht bei einer völlig heiteren Atmosphäre nach dem Sonnenuntergange am westlichen, und um die Zeit der Herbstnachtgleiche vor dem Sonnenaufgange am östlichen Himmel.

2. Eine Schaar von sehr kleinen Weltkörpern (Asteroiden), deren Bahnen die Erdbahn schneiden, oder ihr sehr nahe kommen, und uns als Aerolithen und fallende Sternschnuppen oder Feuerkugeln erscheinen. Sie zeigen sich nur einzeln und in langen Zwischenräumen, aber sie ziehen auch periodisch in Schwärmen von vielen Tausenden, untermischt mit kleineren und größeren Feuerkugeln mehrere Stunden lang am Himmel fort. Man kennt jetzt zwei solche periodische Schwärme, wovon der eine zwischen dem 12. und 14. November, und der andere um den 10. August, dem Feste des heil. Laurentius sichtbar wird; letzterer heißt der Laurentiusstrom, der erstere das Novemberphänomen. Man ist der Ansicht, daß die periodischen Schwärme einen geschlossenen Ring um die Sonne bilden, in dem die Asteroiden ungleich vertheilt sind, so daß darin einige Gruppen vorkommen, in denen sie dicht und zahlreich bei einander sich befinden; daß dieser Ring nach dem Gravitationsgesetze um die Sonne herumkreiset, und die Bahn der Erde in zwei Punkten (Knoten) schneidet, in deren Nähe das Zusammentreffen der großen Gruppen mit der Erde Statt findet. — In dieser Ansicht wird man bestärkt, wenn man beachtet, daß das Erscheinen der Sternschnuppen und Feuerkugeln von allen klimatischen Verhältnissen und von der Axendrehung der Erde unabhängig ist, und daß die Bewegung derselben mit planetarischer Geschwindigkeit, von $4\frac{1}{2}$ bis 9 Meilen in einer Secunde vor sich geht. Sobald diese kleinen Massen der Erde nahe kommen, werden sie von ihr angezogen, erglühen beim Durchgange durch die Atmosphäre, die sie ungemein stark verdichten, und fahren entweder durch, ohne eine weitere Veränderung zu erfahren, oder sie lösen sich in Folge einer inneren Explosion unter starkem Getöse in Rauch auf, oder sie zerfallen in viele steinartige Stücke von verschiedener Größe, die auf die Erde mit einer großen Geschwindigkeit herabfallen, so daß sie nicht selten 10 bis 15 Fuß tief in den Boden eindringen. Man nennt diese Körper Meteoriten, Meteorsteine oder Aërolithen; sie bestehen aus lauter Stoffen, die auch der Erde eigenthümlich sind; der vorherrschende Bestandtheil ist immer das Eisen; manche bestehen fast ganz aus gediegenem, schmiedbarem Eisen. Es gibt keine Gegend, welche durch häufigeren Meteoritenfall vor anderen ausgezeichnet wäre; die meisten werden in cultivirten Ländern beobachtet, weil man daselbst ihnen viel Aufmerksamkeit zuwendet.

3. Die Kometen sind in unserem Sonnensysteme in großer Anzahl vorhanden, man hat deren 6 bis 7 Hundert astronomisch beobachtet, und kann mit großer Wahrscheinlichkeit annehmen, daß mehrere hunderttausend innerhalb unseres Planetensystems vorkommen. Sie erscheinen im Fernrohre als runde Dunstmassen, die gegen den Mittelpunkt

dichter, aber von solcher Feinheit sind, daß man durch sie die kleinsten Sterne, die sie bedecken, sehen kann; demnach kann der Stoff der Kometen nicht einmal die Dichte unserer Nebel haben. Oefters beobachtet man in der Mitte einen runden glänzenden Kern (Kopf des Kometen), der aber auch aus einer Masse von geringer Dichte bestehen muß, weil man niemals Lichtphasen an ihm wahrgenommen hat, wenn sich auch der Komet in einer Stellung befand, wo sie hätten erscheinen sollen. Nur bei einigen vermuthet man einen festen steinartigen Kern, weil man sie auch am hellen Tage leuchtend gesehen hat. Aus der Nebelhülle geht ein langer gerader oder krummer Schweif (der Besen bei den Chinesen) heraus, der gewöhnlich auf der von der Sonne abgewendeten Seite sich befindet und nicht selten eine Länge von 14 Millionen Meilen erlangt. Ein Komet vom Jahre 1823 hatte zwei Schweife, deren einer der Sonne zu- der andere von ihr abgewandt war. — Wird die Nebelhülle und der Schweif zur Masse des Kometen gerechnet, so sind diese Körper die größten in unserem Sonnensysteme; dessen ungeachtet beträgt die Gesammtmasse kaum den 5tausendsten Theil der Erdmasse.

Die Kometen bewegen sich in verschiedenartigen Richtungen am Himmelsgewölbe, ihre Bahnen sind Ellipsen von großer Excentricität, deren Ebenen gegen die Ebene der Ekliptik sehr stark geneigt sind. Die Berechnung der Kometenbahnen gehört zu den schwierigsten Aufgaben der Astronomie; von einigen Kometen kennt man schon die Umlaufszeit mit Sicherheit, und hat sie bereits wiederholt beobachtet; diese sind: der Halley'sche Komet, der eine Umlaufszeit von 76 Jahren hat, und im Jahre 1835 an einem Orte beobachtet wurde, der von dem berechneten nur um eine Minute abwich; der Olbers'sche Komet mit einer Umlaufszeit von 74 Jahren; Encke's Komet, dessen Umlaufszeit 3 Jahre 115 Tage beträgt; dann Biela's Komet von 6 Jahren 270 Tagen Umlaufszeit; dieser Komet bot im Jahre 1846 das merkwürdige Schauspiel dar, daß er sich in zwei besondere Kometen von ähnlicher Gestalt, aber ungleicher Größe getheilt hat, die nun von einander sich immer weiter entfernen. Im Jahre 1843 entdeckte Faye einen Kometen, dessen elliptische Bahn eine geringere Excentricität hat, als die aller andern Kometen, und dessen Umlaufszeit 7.29 Jahre zählt. Ein Komet, entdeckt von de Vico 1846, hat eine Umlaufszeit von $5\frac{1}{2}$ Jahren.

Es gibt Kometen, die mehrere tausend Jahre zu ihrem Umlauf brauchen, z. B. der schöne Komet vom Jahre 1811 nach Argelander 3065 Jahre, der furchtbare große vom Jahre 1680 nach Encke über 8800 Jahre; sie entfernen sich von der Sonne 21 bis 44mal weiter als Uranus. — Kometen, deren Perihelium weiter als die Marsbahn liegt, sind wegen ihrer Lichtschwäche für uns nicht leicht wahrnehmbar.

§. 271. Fixsterne. Es ist das zahllose Heer der Fixsterne, welches beim Anblick des Firmaments zur Nachtzeit zuerst unsere Aufmerksamkeit fesselt; in diesem Heere sondern selbst ungebildete Völker einzelne Gruppen aus, in welchen helle Sterne durch ihre Nähe an einander oder durch ihre gegenseitige Stellung den Blick auf sich ziehen. Diese Gruppen erhielten besondere Namen; schon im grauesten Alterthume spricht man vom großen Bären (den 7 Sternen des großen Wagens), vom Gürtel des Orion (Jakobsstab), vom Sirius, Bootes (Bärenhüter), von den Plejaden (Siebengestirn, Gluckhenne), von der Cassio-

pea, vom Schwan. Seit die Phönizier den kleinen Bären zur Schifffahrt benützten, ist er auch den Hellenen bekannt geworden; später auch das Sternbild des Drachen, des Cepheus, des Schützen und des Widders. Durch die Erfindung des Fernrohres wurde unser Blick in die Schöpfung endlos erweitert, und durch die Verbindung des Fernrohres mit den Meßinstrumenten wurden die Astronomen erst in den eigentlichen Besitz der Fixsternwelt gesetzt.

Das Eindringen in die Tiefen der Himmelsräume veranlaßte Bacon die Fernröhre mit den Schiffen zu vergleichen, welche die Menschen in einen unbekannten Ocean leiten: ut propria exercere possint cum coelestibus commercia.

Die Sterne einer jeden Gruppe (eines jeden Sternbildes) pflegt man von den größeren zu den kleineren herab mit den Buchstaben des griechischen Alphabets zu bezeichnen. Die glänzendsten unter den Fixsternen heißen Sterne der ersten Größe, die ihnen im Glanze nächsten heißen Sterne der zweiten Größe und so führt man diese Abstufungen in der Stärke des Lichteindruckes fort bis zu den Sternen der 6. Größe, zu welcher die kleinsten mit dem freien Auge sichtbaren gezählt werden; die teleskopischen sind weit zahlreicher und werden in 10 Klassen getheilt.

Nach Argelander gibt es 5000 bis 5800 dem unbewaffneten Auge sichtbare Sterne. Man zählt Sterne der

1. Gr.	2. Gr.	3. Gr.	4. Gr.	5. Gr.	6. Gr.	7. Gr.	8. Gr.	9. Gr.
20,	65,	190,	425,	1100,	3200,	13000,	40000,	142000,

Die Anzahl der uns nächsten Sterne beträgt über 148 Millionen.

2. Ein milchfarbiger Lichtgürtel, der in Gestalt eines größten Kreises von Ost nach West den Himmel umzieht und unter dem Namen Milchstraße (γαλαξιας Κυκλος, Himmelsfluß der Araber) bekannt ist, löset sich, sobald er durch ein stark vergrößerndes Teleskop betrachtet wird, in eine unzählige Menge kleiner, dicht neben- und hintereinander stehender Sterne auf, die auf einem ganz dunklen Grunde erscheinen.

William Herschel, von dem seine Grabschrift zu Upton sagt, er habe zuerst die Schranken des Himmels durchbrochen (coelorum perrupit claustra), ist der Ansicht, daß alle sichtbaren Sterne einem für sich bestehenden Systeme angehören, das die Gestalt einer Linse hat und von dessen Mittelpunkte wir nicht weit entfernt sind, weßhalb uns, die wir gegen die scharfe Kante der Linse sehen, die vielen hintereinander und am weitesten entfernten Sterne sehr dicht aneinander gedrängt erscheinen und den Lichtgürtel bilden, den wir Milchstraße nennen, während die um die Mitte der beiden Seitenflächen der Linse vorkommenden Gestirne, da sie uns viel näher sind, weit von einander entfernt erscheinen und daher in geringerer Anzahl gesehen werden.

3. Im Alterthume kannte man keine anderen als weiße und röthliche Sterne; die Beobachter der neuesten Zeit haben teleskopisch fast alle Abstufungen des prismatischen Farbenbildes aufgefunden. Merkwürdig sind auch die Veränderungen, die in der Lichtstärke und Farbe an den Fixsternen wahrgenommen wurden. Alex. v. Humboldt unterscheidet drei große siderale Naturphänomene:

a) veränderliche Sterne, bei denen ein periodischer Lichtwechsel beobachtet wird, wie bei Algol im Sternbilde des Perseus;

b) Auflodern von sogenannten neuen Sternen und plötzliche Lichtveränderungen bei längst bekannten;

c) Sterne, deren Lichtstärke sich ändert, aber im Lichtwechsel keine Periodicität wahrzunehmen ist.

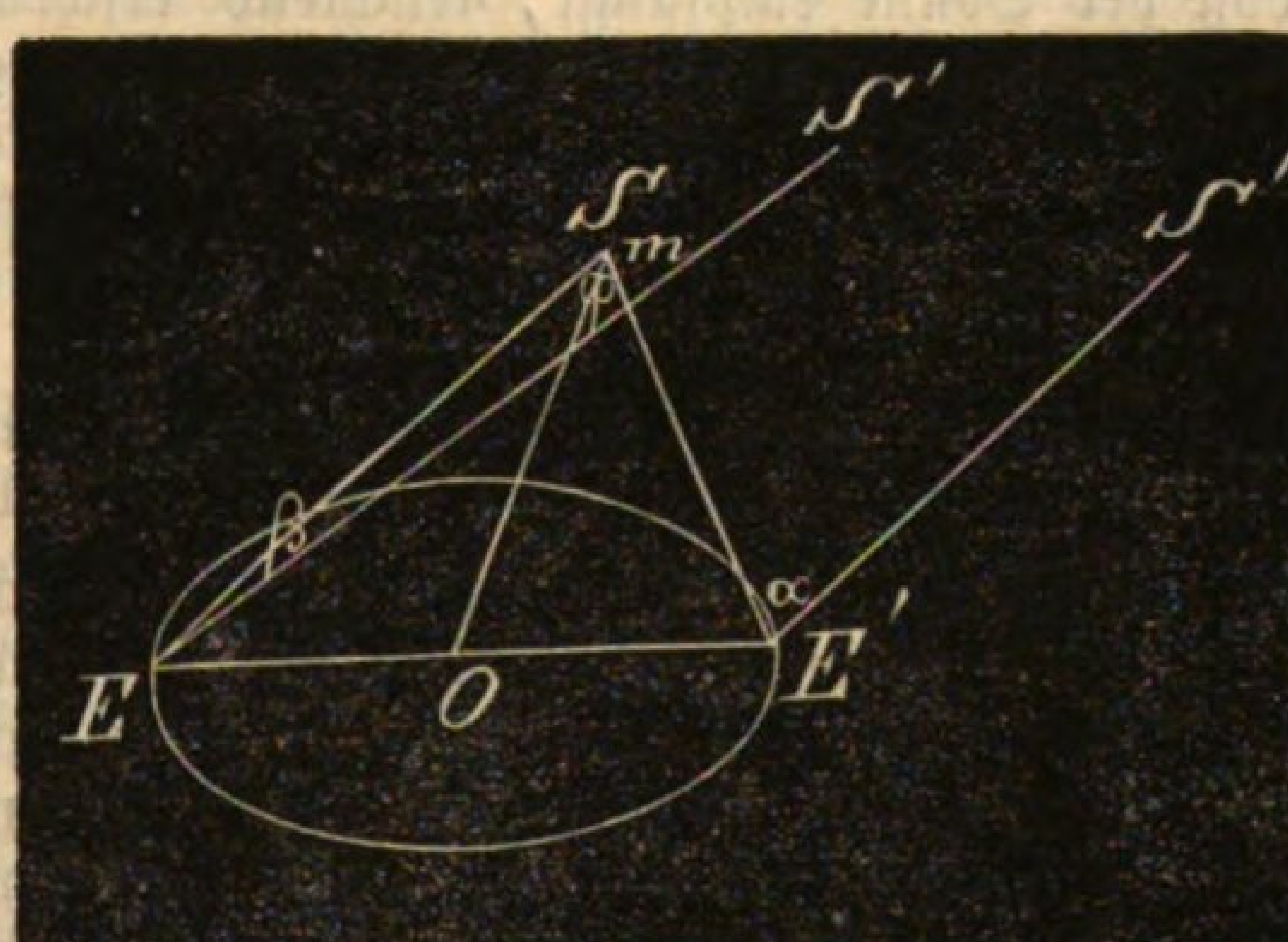
Castor ist grünlich, Pollux röthlich, Sirius, Vega, Regulus und Spica sind entschieden weiß, Procyon, Altair, der Polarstern gelblich, Aldebaran, Arcturus röthlich. J. Herschel zählt viele rubinfarbige kleine Sterne auf; ein kleiner Sternhaufen von $3\frac{1}{2}$ Minuten Durchmesser am südlichen Himmel besteht aus blauen Sternen; bisweilen erscheinen, sagt J. Herschel, über 100 vielfarbige Sterne im Gesichtsfelde eines großen Fernrohres. Argelander gibt 24 Sterne an, bei denen die Periode im Lichtwechsel befriedigend bestimmt ist. Im Sternbilde der Cassiopea erschien 1572 plötzlich ein Stern, der so hell wie Venus leuchtete, allmälig nahm sein Licht ab und verschwand nach 17 Monaten gänzlich; im Jahre 1604 erschien ein Stern im Sternbilde des Schlangenträgers, der ein Jahr lang sichtbar war. Ein Stern 4. Größe im Schiffe Argo (der Freude des südlichen Himmels) ging seit 1833 in einen Stern der ersten Größe über; auch Capella nimmt am Lichte zu. Castor war ehemals größer als Pollux, jetzt ist letzterer größer.

4. Nichts ist ruhend im Weltall, sagt Alex. v. Humboldt, auch die Fixsterne sind es nicht; die Beobachtungen berechtigen zu der Vermuthung, daß überall eine fortschreitende und zugleich eine rotirende Bewegung stattfinde. Bei den bisher beobachteten Bewegungen der Fixsterne zeigte sich eine mannigfaltige Verschiedenheit sowohl in der Richtung als in der Geschwindigkeit; der gegenseitige Abstand der Fixsterne und somit die Constellation bleibt daher nicht unverändert.

In 2000 Jahren haben Arcturus, μ in Cassiopea und der Stern 61 im Schwan die Stellung um $2\frac{1}{2}$, $3\frac{1}{2}$ und 6 Vollmondsbreiten gegen die benachbarten schwächeren Sterne geändert. Die Größe des jährlich zurückgelegten Weges wechselt von $\frac{1}{20}$ bis 8″; Arcturus legt 2″.25; α Centauri 3″.58; μ Cassiopea 3″.74; der Stern δ des Eridanus 4″.38; 61 des Schwans 5″.12; ein Stern im Schiffe 7″.87. Diese Bewegungen konnten erst beobachtet werden, seitdem die Beobachtungskunst sich soweit ausgebildet hat, daß man Bögen von 1 Sec. und von Theilen 1 Sec. mit Sicherheit messen kann.

5. Beobachten wir die Lage eines Fixsternes S, Fig. 377, am Himmelsgewölbe, wenn die Erde in dem Punkte E ihrer Bahn sich befindet und vergleichen sie mit der, die sich nach einem halben Jahre, wo die Erde in E′ um den ganzen Durchmesser der Erdbahn von 41 Millionen Meilen von dem früheren Orte entfernt ist, es ergibt sich rücksichtlich der größeren Mehrheit der Sterne kein Unterschied in der Richtung der Visirlinien, also keine merkliche Neigung der Linien ES und E′S zu einander; man schloß hieraus, daß der Winkel ESE′, unter welchem der Durchmesser der Erdbahn vom Fixsterne aus gesehen wird, und den man die jährliche Fixstern-Parallaxe nennt, nicht einmal 2 Sec. und somit der Abstand eines Fixsterns von der Erde mehr als 4 Billionen Meilen beträgt. Diese Entfernung von 4 Billionen Meilen nennt man eine Sternweite. Es gibt indeß einige Sterne, bei denen eine Parallaxe beobachtet wird; allein der Winkel

Fig. 377.



ist sehr klein und seine Bestimmung wird schon aus dem Grunde schwierig, weil die Größe der Strahlenbrechung für beide Beobachtungen verschieden ist, jedoch ist in dem Falle eine genaue Bestimmung der Parallaxe eines nahen Fixsternes S möglich, wenn wir ihn mit einem andern fast in derselben Richtung vorkommenden Fixstern S′ vergleichen, dessen Entfernung so beträchtlich ist, daß er keine merkliche Parallaxe hat, und daher die Richtungen der Visirlinien ES′ und E′ S′ stets zu einander parallel bleiben; die Strahlenbrechung ist bei beiden gleich groß, auch haben wir mit der Präcession, Nutation und Aberration nichts zu schaffen, weil sie bei beiden Sternen dieselbe Wirkung hervorbringen. Mißt man nun den Winkelabstand SES′ ($= \beta$) beider Sterne, wenn die Erde in E ist, und dann den von E′ beobachteten SE′S′ ($= \alpha$); so ist der Winkel $m = \alpha$, und $m = \beta + \varphi$ mithin die Parallaxe ESE′ $= \varphi = \alpha - \beta$.

Da nun die Basis EE′ bekannt ist, und auch die Winkel, welche SE und SE′ mit der Ebene der Ekliptik bilden, so läßt sich die Entfernung des Fixsternes berechnen.

Dieser Methode bediente sich der berühmte Bessel, um die Entfernung des unter dem Namen Nr. 61 im Schwan bekannten kleinen Stern zu bestimmen; er maß den Winkelabstand von zwei kleinen Sternen in seiner Nähe mittelst seines großen Heliometers, und fand die jährliche Parallaxe = 0″.3136. Dieß entspricht einer Entfernung von etwa 14 Billionen geog. Meilen; das Licht wird $9\frac{1}{4}$ Jahr brauchen, um von diesem Fixsterne zu uns zu kommen.

Struve hat auf einem anderen Wege die jährliche Parallaxe mehrerer Fixsterne bestimmt.

Erwäget man, daß Uranus, der nur durch das Licht, welches er von der Sonne empfängt, leuchtend erscheint, dem bloßen Auge kaum sichtbar ist, und in der doppelten Entfernung gänzlich verschwinden würde, so können wir als gewiß annehmen, daß die Fixsterne, die wir in Entfernungen, welche viele tausend Uranusweiten betragen, in so hellem Glanze sehen, Sonnen sind, die mit ihrem eigenen Lichte leuchten, und vielen Planeten und Kometen, die um sie herumkreisen mögen, Licht und Wärme ertheilen. Unsere Sonne ist also nur ein Tropfen in dem Ocean der Sonnen, die den Weltraum erfüllen.

6. Bekanntlich scheinen die Gegenstände, gegen die wir uns auf einer Reise bewegen, ihren Ort nicht zu ändern, aber die Gegenstände zur Rechten scheinen nach rechts, die zur Linken nach links sich zu entfernen; aus dieser scheinbaren Bewegung kann man in dem Falle, wo man die eigene Bewegung nicht wahrnehmen kann, mit Sicherheit schließen, daß man sich in einer gewissen Richtung bewegt. Nun beobachtete bereits W. Herschel, und die neueren Astronomen bestätigen es, daß es einen Punkt am Himmel gibt, im Sternbilde des Herkules, um den herum keine bemerkbare eigene Bewegung der Fixsterne Statt findet, während die Sterne zur rechten nach rechts, die zur Linken nach links sich zu bewegen scheinen; hieraus schließt man, daß unser Sonnensystem nach jenem Punkte im Sternbilde des Herkules sich hinbewegt. Argelander fand für diesen Punkt im Jahre 1850 die nördl. Declination = 38° 49′2, die Rectascension = 258° 23′5.

7. Die Kenntniß des Fixsternhimmels ist in der neuesten Zeit durch die Beobachtungen der **Doppelsterne** und der **Nebelflecke** ausnehmend bereichert werden. Doppelsterne sind zwei, oder auch mehrere Sterne, die so nahe bei einander sind, daß sie dem freien Auge nur als ein Stern erscheinen; ein solcher Doppelstern ist auch der Polarstern, und auch der Stern Nr. 61 im Schwan.

Wenn zwei Sterne von einem gewissen Orte der Erdbahn betrachtet in der nämlichen geraden Linie liegen, so kann man nur den vorderen sehen, und nimmt den andern erst an einem andern Orte der Erdbahn wahr; solche Sterne heißen **optische** Doppelsterne, zum Unterschiede der **physischen**, die an allen Stellen der Erdbahn doppelt oder mehrfach gesehen werden. Bis jetzt sind in beiden Hemisphären gegen 6000 Doppelsterne beobachtet worden. **William** und **John Herschel**, **Bessel** und **Struve** beschäftigten sich mit den Untersuchungen der Doppelsterne.

Die physischen Doppelsterne stehen in gegenseitiger Abhängigkeit und Wechselwirkung zu einander, und scheinen eigene partielle Sonnensysteme zu bilden; denn bei vielen hat man eine eigene fortschreitende Bewegung wahrgenommen, wobei sie immerfort doppelt blieben; bei vielen wurde eine Bewegung des einen um den andern beobachtet, die Bahn als Ellipse erkannt und die Umlaufszeit bestimmt. In den **vielfachen** Sterngruppen kreisen zwei oder mehrere Sterne um einen weit außer ihnen liegenden Schwerpunkt, wie in unserem Sonnensysteme. — Bei vielen Doppelsternen hat der Hauptstern und der Begleiter die nämliche (beide weiß oder beide blau), bei andern verschiedenartige Farben, weiß und blau; häufig sind diese Farben, wie **Arago** sagt, complementär; jedoch gibt es auch grüne und blaue. Bei einer großen Verschiedenheit in der Farbe zeigt sich auch eine große Verschiedenheit in der Helligkeit.

8. **Nebelflecke** erscheinen in verschiedenen Gegenden des klaren Himmelsgewölbes wie dünne weiße Wölkchen in zahlreicher Menge von mannigfaltigen Formen und Größen. Man hat deren bereits 3600 beobachtet, und bezüglich ihrer örtlichen Lage bestimmt. Viele derselben erscheinen, wenn sie durch stark vergrößernde Fernröhre betrachtet werden, als Haufen von unzählig vielen kleinen von einander getrennten Sternen; diese nennt man **Sternhaufen**. Bei andern beobachtet man kleine hellglänzende Sterne, deren jeder eine nebliche Umhüllung hat; man nennt sie **Nebelsterne**, oder **sternähnliche Nebel**. Dann gibt es Nebel, die **Herschel planetarische** nennt, welche als eiförmige, scharf begrenzte Scheiben von mehreren Secunden im Durchmesser und von mildem Lichte, wie die Planeten erscheinen; sie sind von einem nebelichten Rande umgeben. Es gibt Nebelflecke, die im Gesichtsfelde der stärksten Fernröhre sich nur als matt leuchtende Wölkchen darstellen; nach den Beobachtungen von Lord **Rosse**, dessen Teleskop bereits 40 für unauflöslich gehaltene Nebelflecke in Sternhaufen auflöste, wird es wahrscheinlich, daß selbst die Nebelflecke, welche unsere Teleskope bisher nicht aufgelöst haben, nur dicht zusammengedrängte Sternenschwärme sind.

Mädler sagt, daß der kleinste durch unsere Mikroskope sichtbare Gegenstand von $^{1}/_{3000}$ Linie im Durchmesser im Vergleich zur Erdkugel noch immer größer ist, als die Erdkugel selbst zu den Räumen zwischen ihr und den entferntesten Nebelmassen. Viele Nebelmassen mögen noch in fortschreitenden Gestaltungsprocessen sich befinden; so wie wir, sagt Alexander v. **Humboldt**, in unseren Wäldern dieselbe Baumart gleich-

zeitig in allen Stufen des Wachsthums sehen und aus diesem Anblicke den Eindruck fortschreitender Lebens-Entwickelung schöpfen, so erkennen wir auch im großen Weltraume die verschiedensten Stadien allmäliger Sternbildung.

B. Meteorologie.

§. 272. Meteore; Witterung; Meteorologie. Erscheinungen, welche in der die Erdkugel einschließenden Atmosphäre vorkommen, werden Meteore oder Lufterscheinungen genannt, von dem griechischen μετεωρος, welches Alles das, was in der Luft schwebt, bedeutet. Die Gesammtheit der Lufterscheinungen, die den jedesmaligen Zustand der Atmosphäre bilden, wie z. B. die Temperatur und der Druck der Luft, Wolken, Regen, Schnee, Winde und Gewitter heißt Witterung oder Wetter, und derjenige Theil der Naturlehre, welcher den Zusammenhang dieser Erscheinungen behandelt und auf Naturgesetze zurückführt, heißt Witterungslehre oder Meteorologie.

Die Lufterscheinungen sind zahlreich und ihre Erforschung schwierig; wir können unsere Beobachtungen nur in der Nähe der Erdoberfläche, also nur in der untersten Luftschichte anstellen, besitzen aber keine Mittel, um die Vorgänge in den höheren Schichten der Atmosphäre zu beobachten. Häufig geschieht es, daß eine Lufterscheinung, die an einem Orte auftritt, durch mehrere andere Erscheinungen veranlaßt wird, die ihren Ursprung an andern, oft weit entfernten Orten haben, wo es keine Beobachter gibt, die sie aufzeichnen; deßhalb ist es oft unmöglich den Zusammenhang der Lufterscheinungen zu erkennen und ihre Entstehung zu erklären. Nur ein mehrjähriges Zusammenwirken vieler, an sehr vielen Orten und in den verschiedenartigsten Klimaten befindlichen, und mit vollkommenen Instrumenten ausgerüsteten Beobachter wird nach und nach über die vielen noch dunkel gebliebenen Theile der Meteorologie das gewünschte Licht verbreiten.

§. 273. Die Atmosphäre.

1. Ueber die Höhe der Atmosphäre können wir nichts Zuverlässiges angeben, da das Gesetz der Wärmabnahme mit der Entfernung von der Erdoberfläche unbekannt und es daher unmöglich ist, zu berechnen, in welcher Höhe die Expansivkraft der Luft mit der Schwere dieses Stoffes in's Gleichgewicht kommt; dort, wo dieses Gleichgewicht Statt findet, ist die Grenze der Atmosphäre. Schmidt findet die Höhe der Atmosphäre am Aequator 27.5 geographische Meilen, bei der Annahme, daß die Temperatur für gleiche Höhenunterschiede wie die Glieder einer geometrischen Progression abnimmt. Berücksichtigt man die Grenzen der Strahlenbrechung, so findet man 10 geographische Meilen als größtmögliche Höhe der Atmosphäre; schon in einer Höhe von 8 Meilen ist der Luftdruck so gering, daß er nur noch eine Quecksilbersäule von 1 Millimeter tragen kann. Daher ist das Verhältniß der Erdkugel zu ihrer Atmosphäre, wie das einer Kugel von 1 Fuß Durchmesser, welche von einer Lufthülle umgeben ist, deren Dicke nicht ganz eine Linie beträgt.

Die meisten Lufterscheinungen entstehen in geringeren Höhen der Atmosphäre; die wässerigen Meteore erscheinen in Höhen, die keine geo-

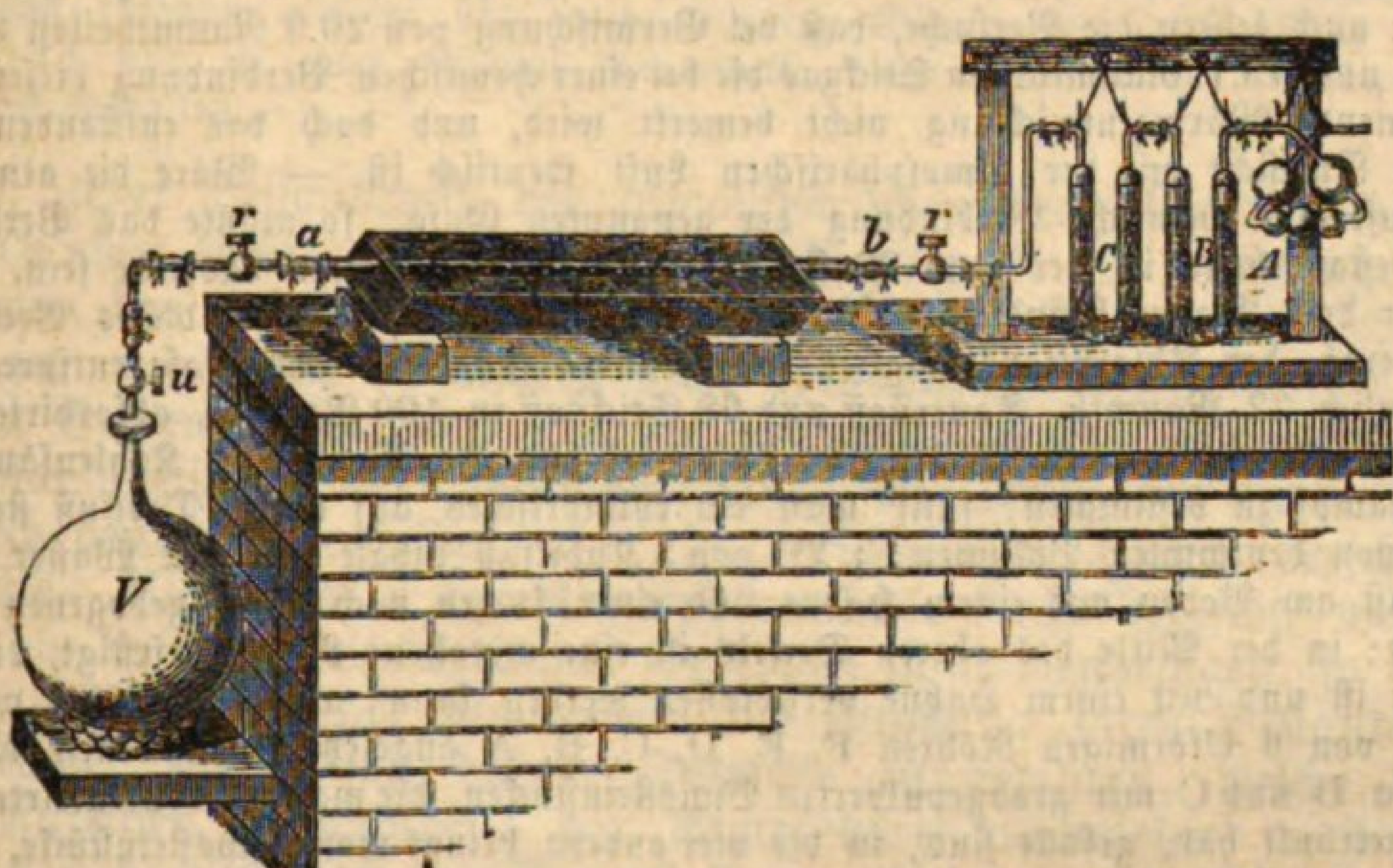
graphische Meile übersteigen. Das Gesammtgewicht der Atmosphäre beträgt 9 Trillionen 539895 Billionen 740000 Millionen Pfund.

2. Die Bestandtheile der Atmosphäre sind: **Sauerstoff** und **Stickstoff**, die bekanntlich an allen Orten der Erdoberfläche in demselben Verhältnisse mit einander gemengt sind und die Hauptbestandtheile der Atmosphäre bilden; dann eine sehr geringe veränderliche Menge von **Kohlensäure**- und **Ammoniakgas**, außerdem manche andere **zufällige Stoffe**, die sich bei der Fäulniß der Pflanzen- und der Thierstoffe entwickeln.

Die in der Atmosphäre stets in wechselnder Menge vorkommenden Wasserdünste werden nicht zu den Bestandtheilen der Atmosphäre gerechnet.

Die Fig. 378 stellt den Apparat vor, dessen man sich gegenwärtig bedient, um den Gehalt an Sauerstoff und Stickstoff in der Atmosphäre auf eine höchst genaue

Fig. 378.



Weise zu ermitteln. Aus dem großen Glasballon V, der mit einem Hahne verschlossen werden kann, wird die Luft möglichst vollständig ausgepumpt, und das Gewicht P des luftleeren Ballons bestimmt; hierauf bringt man den Ballon mit einer an jedem Ende mit einem Hahne versehenen Röhre ab in Verbindung, nachdem man diese Röhre mit metallischem Kupfer gefüllt, die in ihr befindliche Luft ausgepumpt, und hierauf ihr Gewicht p bestimmt hat. Die Röhre ab wird mit einem System von Uförmigen Röhren C und B, und einem sogenannten Kaliapparat A mittelst Kautschuck luftdicht verbunden; man füllt A mit concentrirter Kalilauge, so daß die unteren in einer geraden Linie liegenden Kugeln vollständig angefüllt sind; mit Bimssteinstückchen, welche mit concentrirter Kalilauge getränkt sind, füllt man die Röhre B, und mit andern, die man mit concentrirter Schwefelsäure befeuchtet hat, die zweite Röhre C. Die Röhre ab wird zum Glühen erhitzt, und hierauf der Hahn r geöffnet; die atmosphärische Luft dringt nun von außen zuerst in den Kaliapparat ein, gibt in A und B ihre Kohlensäure an das Kali, in C ihre Wasserdünste an die Schwefelsäure, und in der Röhre ab ihren Sauerstoff an das erhitzte Kupfer ab; der Stickstoff geht in den Ballon, nachdem man den Hahn u ganz, den Hahn r aber nur wenig geöffnet hat, damit das Durchgehen der Luft nur langsam geschehe, und sie mit den Stoffen in den Röhren länger in Berührung bleibe. Sobald durch A keine Luftblasen mehr eintreten, verschließt man die Hähne u, r, r' und wägt den Ballon und die Röhre ab ab. Ist P' das jetzige Gewicht des Ballons, so ist

P' — P das Gewicht des in ihm vorhandenen Stickstoffgases; hat die Röhre a b das Gewicht p' und findet man, nachdem man das in ihr befindliche Stickstoffgas herausgepumpt hat, ihr Gewicht gleich p'' so ist p' — p'' das Gewicht des in a b zurückgebliebenen Stickgases und p'' — p das Gewicht des mit dem Kupfer in Verbindung getretenen Sauerstoffes; mithin ist das Gewicht des Stickstoffes

$$P' - P + p' - p''$$

und des Sauerstoffes p'' — p, welche zusammen trockene, von Kohlensäure freie atmosphärische Luft geben, deren Gewicht gleich

$$P' - P + p' - p$$

ist; weiß man nun, daß in dieser Gewichtsmenge atmosphärischer Luft p'' — p Sauerstoff vorkommt, so berechnet man leicht die Gewichtsmenge desselben, die in 100 Gewichtstheilen atmosphärischer Luft enthalten ist. Durch zahlreiche Untersuchungen hat man gefunden, daß in 100 Gewichtstheilen atmosphärischer Luft 23 Gewichtstheile Sauerstoff und 77 Gewichtstheile Stickstoff, in 100 Raumtheilen aber 20.9 Raumtheile Sauerstoff und 79.1 Raumtheile Stickstoff enthalten sind. Regnault untersuchte 1848 die atmosphärische Luft aus vielen Gegenden der Erdoberfläche, und fand, daß der Sauerstoffgehalt im Allgemeinen zwischen 20.9 und 21 Proc. schwankt, daß also die Aenderungen sehr unbedeutend sind.

Die atmosphärische Luft ist nur ein Gemenge dieser beiden Gase, denn das Verhältniß, in welchem sie darin vorkommen, entspricht nicht dem Gesetze der Aequivalente; auch lehren die Versuche, daß bei Vermischung von 20.9 Raumtheilen Sauerstoffgas und 79.1 Raumtheilen Stickgas die bei einer chemischen Verbindung dieser Gase vorkommende Wärmeentwicklung nicht bemerkt wird, und doch das entstandene Gas in jeder Rücksicht mit der atmosphärischen Luft identisch ist. — Wäre die atmosphärische Luft eine chemische Verbindung der genannten Gase, so müßte das Verhältniß ihrer Bestandtheile in der vom Wasser absorbirten Luft genau dasselbe sein, wie in der über dem Wasser befindlichen; allein die Erfahrung lehrt, daß dieses Verhältniß ein anderes, der Absorptionsfähigkeit des Wassers für die beiden Gase entsprechendes ist, nämlich 32 Raumth. Sauerstoff und 68 Stickstoff in 100 Raumth. absorbirter Luft.

Um die in der atmosphärischen Luft vorkommende Menge an Kohlensäure und Wasserdampf zu bestimmen, füllt man ein cylindrisches auf einem Dreifuß stehendes Gefäß von bestimmten Volumen, z. B. von 3 Kubikfuß Inhalt voll mit Wasser; dieses Gefäß ist am Boden mit einem Hahne und einer kurzen nach oben gebogenen Röhre versehen; in der Mitte des oberen Deckels ist eine metallene Röhre befestigt, die oben gebogen ist und mit einem Hahne verschlossen werden kann; an diese Röhre wird ein System von 6 Uförmigen Röhren F, E, D, C, B, A angesetzt, von denen die zwei mittleren D und C mit grobgepulverten Bimssteinstücken, die man mit concentrirter Kalilauge getränkt hat, gefüllt sind, in die vier andern bringt man Bimssteinstücke, die mit concentrirter Schwefelsäure befeuchtet sind; mit der letzten Uförmigen Röhre A wird ein langes Rohr verbunden, das man an den Ort leitet, dessen Luft man untersuchen will. Die zwei Röhren A und B, in welche die atmosphärische Luft von Außen zuerst eintritt, werden zusammen abgewogen, und eben so auch die beiden mittleren. Hat man den Apparat in dieser Art zusammengesetzt, so läßt man das Wasser aus dem cylindrischen Gefäße, welches Aspirator heißt, herausrinnen, und öffnet den Hahn der oberen Röhre; die atmosphärische Luft, die von Außen in den leeren Raum des Gefäßes dringt, setzt ihre Wasserdämpfe in A und B, und ihre Kohlensäure in C und D ab; von den Wasserdämpfen, die sie etwa aus der Kalilauge aufnehmen könnte, wird sie wieder beim Durchgange durch E und F befreit, so daß sie ganz trocken in den Aspirator tritt. Ist alles Wasser aus dem Aspirator herausgeflossen, so gibt die Gewichtszunahme von A und B das Gewicht der in einer Luftmenge vom Volumen des Aspirators vorhandenen Wasserdämpfe, und die Gewichtszunahme von C und D bestimmt das Gewicht der in demselben Volumen befindlichen Kohlensäure.

Aus den vielfältig angestellten Versuchen ergab sich, daß der Kohlensäuregehalt in 10000 Raumth. atmosphärischer Luft im Freien zwischen 3.15 und 5.74 schwankt, im Mittel 4.15 Raumtheile beträgt; durch Feuchtigkeit des Bodens wird die Menge der Kohlensäure vermindert, daher enthält die Luft auf den Bergen mehr Kohlensäure als die über feuchten Wiesen; am Morgen tritt ein Maximum, gegen Abend ein Minimum des Gehalts an Kohlensäure ein. Wenn die Luft 1 Procent Kohlensäure enthält, so tritt schon ein Unwohlsein ein, und eine gehörige Ventilation der Luft wird unerläßlich; durch mehr als 10 Proc. wird das Leben gefährdet.

Aus dem angeführten Verfahren ist zu ersehen, daß man den Wassergehalt der Atmosphäre auch auf directem Wege bestimmen kann.

Das Ammoniakgas kommt in der Atmosphäre nur in sehr geringer Menge vor, daher kann erst das in vielen hundert Kubikfuß vorkommende eine Menge geben, die sich bei der Untersuchung nicht mehr der Wahrnehmung entziehen kann; da das Ammoniakgas vom Wasser leicht absorbirt wird, so wird bei jeder Verdichtung der Wasserdünste in der Atmosphäre zu tropfbarem Wasser alles Ammoniakgas, welches in dem von den Dünsten eingenommenen Raume sich befindet, von den entstandenen Wassertröpfchen aufgenommen und mit dem Regen dem Erdboden zugeführt. Ein Pfund Regenwasser war als Dunst in der Atmosphäre in einem Raume von mehr als tausend Kubikfuß ausgebreitet, und enthält alles Ammoniak, welches in diesem Raume enthalten war. Es war Liebig, der zuerst das Vorhandensein des Ammoniakgases auf diesem Wege nachgewiesen hat. Wird Regen- oder Schneewasser etwas Salzsäure (ClH) zugesetzt, so muß, falls Ammoniak (NH_3) darin ist, sich sogleich Salmiak ($ClNH_4$) bilden, das beim Abdampfen des Wassers in einer Porzellanschale im Rückstande zurückbleibt. Setzt man dem Rückstande etwas pulverigen gelöschten Kalk zu, so wird unter Bildung von Wasser und Chlorcalcium das Ammoniak in Gasform ausgeschieden und an dem starken urinösen Geruche leicht erkannt. Das Regenwasser enthält zu allen Zeiten Ammoniak, jedoch im Sommer, wo die Regentage weiter von einander entfernt sind, mehr als im Winter und im Frühling. Nach Fresenius sind in einer Million Raumtheile Luft im Mittel 0.133 Raumtheile Ammoniak enthalten.

3. Jeder Bestandtheil der atmosphärischen Luft breitet sich dem Dalton'schen Gesetze gemäß nach allen Richtungen aus, und bildet eine eigene von den andern ganz unabhängige Atmosphäre um die Erdkugel, gerade so, wie wenn die andern nicht vorhanden wären; dadurch entsteht ein Gemenge, bei dem, wie die Rechnung lehrt, das Verhältniß der Bestandtheile im Gleichgewichtszustande an Orten, die in derselben Höhe sich befinden, dasselbe, aber in verschiedenen Höhen verschieden sein sollte. Allein da in der Atmosphäre keine Ruhe herrscht, und die Winde die Luft aus verschiedenen Gegenden zusammenbringen, so findet man in allen Höhen der Atmosphäre die Mischung ihrer Bestandtheile gleichförmig. Es ist von hohem Interesse zu erfahren, welche Rolle jedem einzelnen Bestandtheile der Atmosphäre angewiesen worden ist. Wir wissen bereits, daß der Sauerstoff zum Athmen, zur Verbrennung, zur Verwesung der organischen Stoffe unentbehrlich, ja daß bei allen diesen Processen die Menge des verbrauchten Sauerstoffes beträchtlich ist, indem ein Mensch täglich mehr als 25, mithin jährlich über 9000 Kubikfuß Sauerstoffgas der Luft entzieht und ihr dafür ein fast eben so großes Volumen Kohlensäuregas gibt. Mit den 42 Pfund Kohlenstoff, die gewöhnlich in 100 Pfund trockenen Holzes enthalten sind, verbinden sich 112 Pfund oder nahe 1400 Kubikfuß Sauerstoff zu Kohlensäure. Berücksichtigen wir die vielen Millionen Menschen, die Milliarden von Thieren auf der Erde, die ungeheuere Menge von Brennstoffen, die alljährlich verbrannt werden, die Menge von Pflanzen, die jährlich sterben und verwesen; so ersieht man, daß der Sauerstoff der Atmosphäre, ungeachtet seiner ungeheueren Menge, dennoch nach und nach im Laufe einiger Jahrtausende verschwinden und durch kohlensaures Gas ersetzt werden würde, welches das Bestehen der Thierwelt unmöglich machen möchte, wenn es nicht einen Vorgang gäbe, welcher die Anhäufung von Kohlensäure verhindert, und zugleich der Atmosphäre den ihr durch die verschiedenen Naturprocesse entzogenen Sauerstoff ersetzt. Die dem thierischen Organismus so gefährliche Kohlensäure ist

nämlich ein Hauptnahrungsmittel der Pflanzen, indem Kohlenstoff und die Elemente des Wassers ihre hauptsächlichsten Bestandtheile sind, gegen deren Menge die Menge der andern sehr unbedeutend ist. Zur Bildung der Albuminoide in der Pflanze, also zur Bildung des Samens und anderer Stoffe ist auch Stickstoff erforderlich, welcher den Pflanzen in Form von Ammoniak zugeführt wird. Da die Pflanze an den Ort, wo sie steht, gebunden ist, und ihre Nahrung nicht aufsuchen kann; so hat die hohe Weisheit des Schöpfers gesorgt, daß ihre Hauptnahrungsmittel sich luftförmig nach allen Seiten in der Atmosphäre verbreiten, so daß die Pflanzen, sie mögen wo immer wachsen, auf Bergen, in Thälern oder im Wasser, mit ihnen in Berührung kommen, und sie durch die Organe, die dazu bestimmt sind, in sich aufnehmen. Kohlensäure und Ammoniak werden vom Wasser in größerer Menge, als jede andere Gasart aufgenommen, dadurch häufig schon nach ihrer Entwicklung bei der Verwesung und Fäulniß im feuchten Boden großentheils zurückgehalten und zur Ernährung verwendet. Indem die Kohlensäure durch die Lebenskraft der Pflanze unter Mitwirkung des Lichtes zersetzt, und der Kohlenstoff mit den Elementen des Wassers und des Ammoniaks assimilirt wird, scheidet sich der Sauerstoff aus und verbreitet sich in der Atmosphäre nach allen Richtungen hin, um überall das Leben der Thiere und der Pflanzen zu unterhalten, und auch durch Verwesung und Fäulniß organischer Ueberreste, die er unterhält, neue Nahrung für die Pflanzen zu bereiten. Auf solche Art besteht vermittelst der Atmosphäre zwischen der Thier- und Pflanzenwelt die merkwürdige Wechselwirkung, daß Menschen und Thiere im lebenden Zustande durch Athmen und Brennen, nach dem Tode durch Verwesung und Fäulniß ihrer Körper den Pflanzen Kohlensäure und Ammoniak liefern, die Pflanzen dagegen der Thierwelt nicht nur die Mittel zur Ernährung bereiten, sondern auch die Kohlensäure, die das Leben der Thiere gefährdet, entfernen und die Atmosphäre mit dem reinsten Sauerstoffgas reichlich versehen.

Die Kohlensäure spielt in Verbindung mit dem Wasser noch eine andere sehr wichtige Rolle in der Natur, indem sie beim Verwitterungsprocesse die Gebirgsarten zerlegt, oder wie man sagt, aufschließt, zur Pflanzenernährung befähigt, und so geräuschlos die rohen Elemente der Erde fortwährend für das Leben gewinnt. Im Inneren der Erde entwickelt sich Kohlensäure in Folge eines noch fortdauernden Verwesungsprocesses urweltlicher Pflanzen, aber auch aus dem kohlensauren Kalke in Folge der in der Tiefe herrschenden Hitze.

Das Stickstoffgas in der Atmosphäre nimmt weder an dem Athmungs- noch an dem Verbrennungsprocesse einen Antheil, es ist auch bei der Ernährung der Pflanzen nicht wirksam, weil die Pflanze keinen Grundstoff sich direct anzueignen vermag; es frägt sich nun, wozu soll die reichliche Menge von Stickstoff in der Atmosphäre dienen? Man glaubte, er sei nur vorhanden, um das Sauerstoffgas zu verdünnen und dadurch zu bewirken, daß mit jedem Athemzuge eine geringe Menge von Sauerstoffgas in den Organismus komme, und auch der Verbrennungsproceß verlangsamt werde. Es ist allerdings richtig, daß wenn der vorhandene Stickstoff der Atmosphäre durch Sauerstoff ersetzt wäre, der Mensch fünf Mal mehr Sauerstoff in derselben Zeit einathmen, folglich

nicht nur die fünffache Menge von Speisen bedürfen würde, sondern auch in seinem Organismus eine dem Leben drohende Wärmeentwicklung zu gewärtigen hätte. Eben so müßte jeder Verbrennungsproceß mit großer Raschheit vor sich gehen. Eine größere Menge Sauerstoff in der atmosphärischen Luft würde die Fäulniß sehr beschleunigen, so daß die dabei sich entwickelnden nachtheiligen Gase und Miasmen in größerer Menge entstehen müßten, als sie in derselben Zeit sich ausbreiten könnten, was dann eine gefährliche Anhäufung dieser Stoffe zur Folge hätte. — Wäre jedoch in der Atmosphäre nur so viel Sauerstoff als gegenwärtig, und kein Stickstoff vorhanden, so müßte das Athmen und das Brennen genau so vor sich gehen, wie gegenwärtig, indem dann der Sauerstoff, dem Dalton'schen Gesetze gemäß, dieselbe Atmosphäre um die Erde bilden würde, wie bei einer Mischung mit Stickgas, daher würde auch mit jedem Athemzuge dieselbe Sauerstoffmenge in die Brust bringen, wie im Gemenge mit Stickgas; letzteres Gas scheint daher ganz entbehrlich zu sein. Allein die große Menge von Stickstoff in der Atmosphäre ist eine höchst weise Natureinrichtung; denn um die Verdünstung der Gewässer überhaupt und die an der Oberfläche der Pflanzen, welche die Saftbewegung unterhält, insbesondere zu verlangsamen, um ferner die Ausstrahlung der Wärme der unter freiem Himmel wachsenden Pflanzen zu schwächen, war eine viel größere Dichte der Atmosphäre nothwendig, als die vorhandene Menge von Sauerstoffgas für sich allein besitzt. Diese größere Dichte war auch nöthig, um die Fallgeschwindigkeit der herabfallenden Regentropfen und Hagelkörner zu schwächen, und die nachtheiligen Folgen, die bei einer größeren Fallgeschwindigkeit eintreten müßten, entweder zu verhindern oder doch bedeutend zu mildern, und um dem Schalle die zum Hören nöthige Stärke zu geben. — Wir haben ferner schon früher erfahren, welche bedeutenden Dienste der starke Luftdruck den Menschen und den Thieren bei allen Bewegungen leistet, und wie mühsam auf sehr hohen Bergen, wo der Luftdruck bedeutend schwächer ist, das Gehen dem Wanderer wird; auch haben wir uns überzeugt, daß bei der Bewegung der Säfte in Pflanzen und in Thieren der Luftdruck einen wichtigen Einfluß äußert. — Wenn wir in den Gebirgen der tropischen Zone, die mit gewissen Gegenden der nördlichen Breite rücksichtlich der Beschaffenheit des Bodens, der Temperatur und der Feuchtigkeit durchaus übereinstimmen, dennoch den Geschlechtern und Arten nach eine ganz andere Vegetation finden, und an der Spitze des Pic von Teyde, auf den canarischen Inseln, deren Höhe von 11430 Fuß bei der dem Wendekreise sehr nahen Lage noch nicht bis in die Region des ewigen Schnees hinaufreicht, dennoch keine Spur von organischem Leben wahrzunehmen ist; so sind wir wohl berechtigt, die Ursache dieser Erscheinungen in der geringen Dichte und dem geringen Luftdrucke der Atmosphäre und der geringen Menge von Wasserdünsten daselbst zu suchen. — Wir sehen aus dem Gesagten, daß zum Gedeihen und Wohlbefinden der organischen Welt ein großer Luftdruck nothwendig ist, aber durch Vermehrung der Sauerstoffmenge nicht ohne nachtheilige Folgen zu erlangen war; diesen großen Luftdruck hat eine hohe Weisheit durch die große Menge des Stickstoffgases erzielt, das sich gegen alle Stoffe sehr indifferent verhält, und auf keinen Naturproceß störend einwirkt.

An der Bildung der colossalen urweltlichen Flora, der überaus reichen üppigen Vegetation, als deren Ueberreste die viel und weit verbreiteten Lagen von Anthracit, Stein- und Braunkohlen erscheinen, mag in der Urzeit nicht nur der reichliche Gehalt der Atmosphäre an Kohlensäure und Wasserdampf, sondern auch der hieraus hervorgehende starke Luftdruck Theil genommen haben.

In den unteren Schichten der Atmosphäre kommen noch vielfältige andere Stoffe vor, jedoch in so geringer Menge, daß man sie bei der chemischen Analyse nicht entdecken kann. Außer diesen finden wir darin feste Theilchen in Menge als feinen Staub, von den sich immerfort abreibenden festen Körpern herrührend; aber auch beim Verdünsten einer Flüssigkeit, in welcher Salze aufgelöst sind, wie z. B. beim Verdünsten des Meerwassers, der Salpeterlaugen und Salzsoolen werden Theilchen in die Atmosphäre geführt, und mit dem herabfallenden Regen über die Erdoberfläche verbreitet; obwohl die in einem Kubikfuß Regenwasser vorkommende Menge dieser Salze sehr gering ist, so ist die gesammte Menge derselben, die durch das verdünstende Meerwasser alljährlich dem Festlande zugebracht wird, hinreichend, um Millionen von Pflanzen mit der erforderlichen Nahrung zu versehen.

In der Atmosphäre gibt es auch organische Stoffe, wie Samen, Infusorien und Keime derselben; sehr häufig kommen darin Stoffe vor, die bei der Fäulniß und Verwesung thierischer und vegetabilischer Stoffe, so wie bei manchen Krankheiten sich entwickeln, und mit den zugleich entstehenden Gasen in die Atmosphäre geführt werden. Diese letzteren Stoffe befinden sich im Zustande der Zersetzung, und sind deßhalb geeignet, der Blutmasse oder gewissen Bestandtheilen derselben, sobald sie damit in Berührung kommen, den Zustand der Zersetzung mitzutheilen und eine Krankheit zu erzeugen, so wie die Hefe einer Zuckerlösung beigemengt, eine Gährung und Umwandlung in derselben veranlaßt. Man nennt diese Stoffe Miasmen; ein Miasma, welches das Product einer Krankheit ist, und die Fähigkeit besitzt, im Blute eines Lebenden sich wieder zu erzeugen, heißt ein Contagium. Das bleibende Auftreten gefährlicher Krankheiten, wie z. B. der Malaria (Sumpffieber) in Italien, des gelben Fiebers an der Mündung des Mississippi hat den Grund in den Miasmen, die das Sumpfgas in die atmosphärische Luft führt. Durch einen jeden Regen wird die Luft gewaschen, durch das Ozon werden die Miasmen desto rascher zerstört, je größer die Menge desselben in der Luft ist.

Von dem Vorhandensein organischer Stoffe in der Luft sumpfiger und ungesunder Gegenden kann man sich nach B o u s s i n g a u l t leicht überzeugen, wenn man zwei Glasschalen, von denen die eine mit warmem Wasser gefüllt ist, die andere auch Wasser enthält, das man stark abkühlt, so daß Thau an der Schale erscheint, eine längere Zeit an solchen Orten stehen läßt; an dem kalten Wasser schlagen sich die Dünste der Luft nieder, und mit ihnen auch die Stoffe, die darin vorkommen; bringt man dann in jede Schale einen Tropfen Schwefelsäure und dampft das Wasser bis zur Trockenheit ab, so findet man die Säure der erkalteten Schale geschwärzt, die der andern aber klar; dieß beweiset, daß in die erstere organische Stoffe aus der Atmosphäre kamen. Das Wasser, welches sich an ungesunden Orten an erkalteten Gefäßen niederschlägt, hat einen unangenehmen Geruch und Geschmack wegen der Fäulniß der darin befindlichen organischen Stoffe.

§. 274. Wärmezustand der Luft und der Erdoberfläche. Hat man die Temperatur der Luft während eines Tages stündlich beobachtet, so gibt das arithmetische Mittel aus den 24 Beobachtungen eines Tages die m i t t l e r e T e m p e r a t u r d e s T a g e s. Der Quotient, den man erhält, wenn man die Summe aus den mittleren Temperaturen aller Tage eines Monates durch die Anzahl der Monatstage dividirt, heißt die m i t t l e r e T e m p e r a t u r d e s M o n a t s. Das Mittel aus den mittleren Temperaturen aller 12 Monate im Jahre gibt die m i t t l e r e J a h r e s t e m p e r a t u r.

Hat man an einem Orte während eines längeren Zeitraums die Beobachtungen der Temperatur fortgesetzt; so erhält man die a l l g e m e i n e n M o n a t s m i t t e l, wenn man die gefundenen mittleren Temperaturen desselben Monats addirt und die Summe durch die Anzahl

der Beobachtungsjahre dividirt. Auf ähnliche Art erhält man die allgemeinen Jahresmittel.

Die mittlere Jahrestemperatur ist für jeden Ort eine fast unveränderliche Größe, da die Aenderung derselben in verschiedenen Jahren nur 1^0 oder höchstens 2^0 beträgt.

Alex. von Humboldt kam zuerst auf den folgenreichen Gedanken, alle in derselben Erdhälfte liegenden Orte, welche dieselbe mittlere Jahrestemperatur besitzen, durch Linien zu verbinden, die man Isothermen nennt.

Aus den Isothermenkarten kann man durch Interpolation die mittlere Wärme für 36 in demselben Parallelkreise liegende und von 10 zu 10 Graden von einander entfernte Punkte ermitteln; das Mittel aus den gefundenen Werthen nennt Dove die normale Temperatur des Parallels und den Unterschied zwischen der mittleren Temperatur des Ortes und der Normaltemperatur seines Parallels nennt er die thermische Anomalie. Die Linien, welche durch Orte von gleicher thermischen Anomalie gezogen werden, heißen thermische Isanomalen.

Da die stündlichen Beobachtungen an einem Orte nicht leicht ausgeführt werden können, so pflegt man nur dreimal an einem Tage, Morgens um 6 oder 7 Uhr, Nachmittags um 2 Uhr und Abends um 8 oder 9 Uhr das Thermometer zu beobachten; das Mittel aus den drei Beobachtungen steht sehr nahe der wahren mittleren Temperatur des Tages.

Die Isothermen sind vorzüglich geeignet: Die Vertheilung der Wärme auf der Erde anschaulich zu machen, und deren Uebersicht zu erleichtern; sie erscheinen nicht parallel zum Aequator, sondern sie sind unregelmäßige Linien, an denen mehrere Biegungen vorkommen. Beachten wir z. B. den Lauf der Isotherme von $+ 8^0$ R. in der Richtung von Ost nach West, so finden wir, daß sie von einem gewissen in der Wüste Schamo in Asien befindlichen Orte, wo sie dem Aequator am nächsten ist, immer mehr nördlich in die größeren Breiten sich erhebt, bei Astrachan, Wien und durch Holland, dann nördlich von London geht, und auf der Insel Man ihren nördlichsten Wendepunkt erreicht, von da sich wieder südlich senkt und bei New-York wieder am südlichsten wird, indem sie von da an abermals nach Norden steigt, im stillen Weltmeere nicht ferne von der Westküste Nordamerika's (56^0 nörd. B.) ihren zweiten nördlichen Wendepunkt erreicht, und sich dann wieder gegen Süden wendet. Von ähnlicher Beschaffenheit sind auch die andern Isothermen, bei einer jeden sind die südlichsten Wendepunkte im Innern von Asien, und an der östlichen Küste von Nordamerika, ihre zwei nördlichsten an der Westküste von Europa und von Nordamerika.

In einem physikalischen Atlas kommen Karten vor, welche Jahresisothermen, und andere, welche Monatsisothermen enthalten, dann auch solche, auf welchen thermische Isanomalen des Jahres und der einzelnen Monate verzeichnet sind.

Die Biegungen der Isothermen bezeugen, daß der von der geographischen Breite abhängige Wärmezustand eines Ortes oder das solare Klima durch örtliche Ursachen oft bedeutend geändert wird; zu solchen gehören: a) die Strömungen an der Oberfläche der Meere, welche von der heißen Zone gegen die beiden Pole zu gerichtet sind, und daher kommen, daß die kraftvolle Einwirkung der Sonne in der

heißen Zone das Meerwasser mehr erwärmt, mithin auch stärker ausdehnt, als in den benachbarten kälteren Klimaten, und da es nicht erhoben bleiben kann, so muß es gegen die niedriger stehenden Wasserflächen in den größeren Breiten abfließen, wodurch daselbst der Druck auf die untersten Meeresschichten vergrößert, und eine Bewegung derselben gegen den Aequator veranlaßt wird; auf solche Art entsteht in der Tiefe des Meeres eine zweite Strömung, deren Richtung der oberen entgegengesetzt ist. Die obere von der heißen Zone kommende, mithin warmes Wasser führende Strömung bringt in die größeren Breiten viel Wärme, und gestaltet die Wärmeverhältnisse daselbst günstiger. Das gegen die Pole strömende Wasser hat in Folge der Umdrehungsgeschwindigkeit der Erde von West nach Ost vermöge seiner Trägheit das Bestreben gegen Osten mit der Geschwindigkeit der heißen Zone, von der es kommt, also mit einer größeren vorzurücken, als diejenige ist, die den Gegenden der größeren Breite, wohin es gelangt, eigenthümlich ist, daher erscheint die Bewegung desselben desto mehr östlich je weiter es sich vom Aequator entfernt. Auf diese Art entsteht der im atlantischen Ocean vorkommende Golfstrom, der das Aequatorialwasser von der Bahama-Straße in Westindien gegen Neufoundland in Nordamerika führt, anfangs nördlich fließt, aber immer mehr östlicher wird, und in dieser Richtung durch die nach Nordosten gehende Küste von Nordamerika unterstützt wird, so daß er sich gegen die Küste von Irland und Norwegen hinzieht, und dahin Wasser von einem höheren Wärmegrade bringt; der Einfluß des Golfstroms bewirkt, daß das Polareis selbst in der kältesten Jahreszeit nicht die europäischen Küsten erreicht und die Schiffer mitten im Winter bis zur Südspitze von Spitzbergen fahren können. Kotzebue fand auch im großen Ocean eine Strömung von der heißen Zone in nordöstlicher Richtung, die eine Hauptursache des milderen Klimas ist, dessen sich die Westküste von Nordamerika erfreut.

Eine andere Ursache der höheren Temperatur an den Westküsten liegt darin, daß die von der heißen Zone kommenden Südwestwinde, so lange sie über dem Meere streichen, das wegen seiner großen Masse und wegen des Herabsinkens der erkalteten Theilchen keiner großen Erkältung fähig ist, nicht viel von der Wärme, die sie besitzen, verlieren; sie kommen daher noch warm an den Westküsten der Länder an, und verlieren erst nach und nach ihren wärmenden Einfluß, so daß sie die Temperatur der Ostküsten nicht mehr zu erhöhen vermögen. Diesen Ursachen und dem Einflusse des Meeres, der die Winterkälte mildert, ist es zuzuschreiben, daß die mittlere Jahrestemperatur in Europa in derselben geographischen Breite desto tiefer gefunden wird, je weiter man vom atlantischen Ocean gegen Osten fortschreitet.

Die Bäume, die in Rom Anfangs Jänner blühen, sieht man zu Boston in Nordamerika, welches beinahe dieselbe Breite hat, erst Anfangs Mai, und in New-York erst zu derselben Zeit wie in Upsala in der Blüthe; Peking im östlichen Theile von Asien liegt etwas südlicher als Neapel und hat eine mittlere Jahrestemperatur, die über 4° tiefer ist, als die von Neapel.

Aus der Gestalt der Isothermen schließt man, daß der Nordpol nicht der kälteste Ort der nördlichen Halbkugel ist, sondern daß die Isothermen in der Nähe des Pols zwei getrennte, in sich selbst zurückkehrende Linien bilden, deren Mittelpunkt Brewster Kältepole nennt, wovon der eine auf dem asiatischen, der andere auf dem amerikanischen Continente liegt.

b) Die Beschaffenheit des Bodens. Ein dunkler Boden absorbirt viel Wärmestrahlen, weßhalb seine Temperatur rasch steigt; auch ein sandiger und steiniger Boden wird schnell und stark erwärmt; daher ist die Tageshitze in der lybischen und Sahara-Wüste unerträglich und dennoch die Nächte bei dem stets heiteren Himmel kalt und gefährlich. Auf einen pflanzenleeren Boden wirken die Sonnenstrahlen unmittelbar, erhitzen und trocknen ihn ganz aus; der mit Pflanzen bedeckte ist beschattet und kann auch deßhalb nicht bedeutend erwärmt werden, weil viel Wärme zur Verdünstung des als Thau abgesetzten Wassers verbraucht wird; aber solcher Boden kühlt auch zur Nachtszeit nicht so rasch ab, weil die Pflanzen den Boden gegen die Ausstrahlung der Wärme schützen. Allein die Atmosphäre wird durch eine üppige Pflanzenwelt in hellen Nächten stark abgekühlt, weil die große Oberfläche der dem Himmel zugewendeten Pflanzentheile durch Ausstrahlung viel Wärme verliert, daher auch der Luft, welche die abgekühlten Pflanzen durchstreicht, viel Wärme entzogen wird. Waldungen mäßigen im Winter die Erkaltung des Bodens, und im Sommer die Hitze; sie verhindern aber auch die rasche Verdünstung des Regenwassers, hemmen die Vereinigung und das rasche Abfließen desselben, was insbesondere an Anhöhen von Wichtigkeit ist. Denn ist der Boden an Anhöhen nackt, so wird durch das rasch abfließende Regenwasser nach und nach viel Erdreich weggeführt, so daß zuletzt nur kahle Felsen zurückbleiben und die Bäche und Flüsse im Thal versandet oder, da der Boden des Flußbettes durch das Gerölle immer mehr erhöhet wird, häufige Ueberschwemmungen veranlaßt werden. Da Waldungen die Temperatur zur Sommerszeit vermindern, insbesondere an Anhöhen das Regenwasser zurückhalten, und da von der Oberfläche der vielen Pflanzen beständig viel Dünste in die Höhe steigen und die Wolken verdichten; so haben sie einen großen Einfluß auf die Häufigkeit und Menge des Regens, folglich auf den Wasserreichthum der umliegenden Gegend.

c) Das solare Klima eines Landes kann auch durch den Wärmezustand der benachbarten Länder abgeändert werden, indem die Wärme durch den Erdboden von der wärmeren Gegend zur kälteren fortgepflanzt wird. Nordafrika hat seine besseren Wärmeverhältnisse dem Umstande zu danken, daß es mit dem heißen Erdgürtel zusammenhängt; dagegen haben die Gegenden von Nordasien und Nordamerika, welche die nämliche geographische Breite haben, wie die nördlichsten von Europa, auch deßhalb viel schlimmere Wärmezustände, weil sie mit Ländern zusammenhängen, die sich weit in die kalte Zone erstrecken.

Der Einfluß der Nachbarschaft ist auch eine Folge des früher bewiesenen Naturgesetzes, vermöge welchen in neben einander befindlichen Luftmassen von ungleicher Temperatur zweierlei Strömungen sich einstellen müssen; eine untere Strömung der kälteren Luft zur wärmeren, und eine obere in entgegengesetzter Richtung, nämlich die der wärmeren in den kälteren Raum. Die atmosphärische Luft, die unmittelbar durch die durchgehenden Sonnenstrahlen nur wenig erwärmt wird, da sie nur wenige zu absorbiren vermag, wird durch den von der Sonne erhitzten Boden erwärmt, theils auf die Art, daß die mit ihm in Berührung stehende Luftschichte Wärme erhält, die sich durch Leitung weiter hinauf, obwohl nur sehr langsam fortpflanzt, theils geschieht die Erwärmung

wie die eines Gases, dessen unterste Schichte eine Wärmequelle berührt; die erhitzten Lufttheilchen steigen nämlich in die Höhe und bringen Wärme in die höher liegenden Schichten. Auch absorbirt die Luft einen Theil der vom Erdboden ausgestrahlten Wärme.

Hieraus ist zu ersehen, daß die Wärmeverhältnisse der Atmosphäre in der Nähe der Erdoberfläche dieselben sind, wie die des festen Erdbodens; deßhalb muß dieselbe Ungleichheit in der Temperatur der Luft herrschen wie an der Erdoberfläche. Die Ungleichheit in der Temperatur der neben einander befindlichen Luftmassen hat Luftströmungen (Winde) zur Folge, welche die von der Einwirkung der Sonne abhängigen Wärmezustände abzuändern vermögen. Der von der heißen Zone kommende, oben gehende Luftstrom bringt in Gegenden von größerer Breite eine große Menge von Wärme, und zwar viel mehr, wenn die Gegend der heißen Zone, aus welcher der warme Luftstrom kommt, festes Land ist, als in dem Falle, wo diese Gegend reich an Gewässern ist. Europa hat zum Theil sein milderes Klima dem Umstande zuzuschreiben, daß das südlich gelegene Afrika in der heißen Zone einen weit ausgedehnten festen, einer starken Erhitzung fähigen Boden besitzt, während die tropische Zone von Asien größtentheils aus weit ausgedehnten Meeren besteht.

Gegenden, die an kalte Erdstriche grenzen, werden häufig durch kalte Luftströmungen abgekühlt; da diese an der Erdoberfläche gehen, so wird man begreifen, daß eine Gegend durch Gebirge von den kalten, Fröste erzeugenden Winden geschützt werden kann. Ungarn hat sein warmes Klima der Karpathenwand zu danken, welche die kalten Nord- und Nordostwinde abhält.

d) Die Nähe ausgedehnter und tiefer Gewässer mäßigt die Hitze am Tage und im Sommer sowie auch die Kälte im Winter; denn das Wasser kann wegen seiner großen Wärmecapacität und seiner geringen Absorptionsfähigkeit für Sonnenstrahlen und auch darum, weil viel Wärme zur Verdünstung verbraucht wird, nicht so rasch und so bedeutend durch die Sonnenstrahlen erwärmt werden, als das feste Land; daher wird auch die Luft über den Gewässern zu der Zeit, wo der feste Erdboden und die darüber befindlichen Luftmassen stark erhitzt sind, eine geringere Temperatur haben, weßhalb sie an der Erdoberfläche gegen das feste Land strömt und hier eine Abkühlung erzeugt, während die wärmeren vom Erdboden in die Höhe gestiegenen Luftmassen oben vom festen Lande gegen die Gewässer sich bewegen und diesen die bei der Verdünstung verbrauchte Wärme zum Theil ersetzen. — Das feste Land wird zu der Zeit, wo der von der Sonne kommende Ersatz an Wärme kleiner ist als der in gleicher Zeit erlittene Verlust, also zur Nachtszeit und im Winter rascher und bedeutender erkalten als das Wasser, schon deßhalb wird dann die Luft über den Gewässern wärmer als die über dem festen Lande; dazu kommt noch, daß die abgekühlten Wassertheilchen an der Oberfläche der Gewässer zu Boden sinken, und wärmere an die Oberfläche treten, die einen Theil ihrer Wärme der Luft mittheilen und hierauf wieder hinabsinken und wärmeren Platz machen, so daß von tiefen Gewässern die Luft fort und fort viel freie Wärme erhält, und da auch ihre Wärmecapacität beinahe 4mal kleiner ist als die des Wassers eine höhere Temperatur zur Nachtszeit und während des

Winters besitzt, als die über dem festen Lande schwebende Luft; dieß hat zur Folge, daß die wärmeren Luftmassen in der Höhe gegen das feste Land strömen, diesem schon durch Ausstrahlung Wärme zusenden, aber auch, da gleichzeitig die kalte Luft vom festen Lande sich entfernt, allmälig sich immer tiefer herabsenken, dabei verdichtet werden und die gebundene Wärme frei wird; auf diese Art wird das feste Land von den benachbarten tiefen Gewässern zur Winterszeit beständig erwärmt, und seine Temperatur kann nicht bedeutend sinken. Daher haben Gegenden, in deren Nähe sich tiefe Gewässer befinden, kühle Sommer und gelinde Winter, so daß sowohl der Unterschied zwischen der Tages- und Nachtwärme als auch der Unterschied zwischen der mittleren Temperatur des kältesten und des wärmsten Monats nicht so beträchtlich ist, als in Gegenden, die von Gewässern weit entfernt sind. Man unterscheidet daher ein Seeklima, das auf dem Meere, auf Inseln und an Meeresküsten zu finden ist und ein Continental- oder excessives Klima, das durch heiße Sommer und sehr kalte Winter mithin auch durch beträchtlichen Temperaturunterschied des kältesten und des heißesten Monats charakterisirt ist.

Weil Europa von Binnenmee.en und tiefen Meerbusen durchschnitten ist, so hat es warme, fast normale Sommer und gelinde Winter, während den weit ausgedehnten Continent von Asien ein excessives Klima beherrscht. England und Irland, die Küsten der Bretagne und der Normandie haben ein Seeklima; die mittlere Temperatur im Januar, die in Wien $= - 1{\cdot}21^\circ$ R. ist, beträgt in Dublin $+ 2{\cdot}88^\circ$ R. und in London $+ 2{\cdot}22^\circ$ R. In Astrachan ist die mittlere Temperatur im Januar $- 8{\cdot}6^\circ$ R., im Juli $19{\cdot}98^\circ$ R.

e) Mit der Erhebung eines Ortes über die Meeresfläche nimmt die Temperatur der Luft beständig ab; denn da die Dichte der Luft mit der Entfernung von der Meeresfläche stätig abnimmt, so kann die Luft in höheren Regionen weit weniger von den durchgehenden Sonnenstrahlen sowie von den Wärmestrahlen, welche von der Erdoberfläche kommen, absorbiren, als in den unteren Luftschichten, und die Wärme, welche vom Erdboden aus durch Leitung nach aufwärts fortgepflanzt wird, kann nur langsam in die oberen Schichten gelangen; die von der erhitzten Erdoberfläche aufsteigenden Luftmassen dehnen sich während des Aufsteigens aus und haben dabei den Widerstand der Atmosphäre zu überwinden, weßhalb die Wärme in desto größerer Menge latent wird, je höher sie emporsteigen. Die Abnahme der Temperatur mit zunehmender Erhebung über die Erdoberfläche findet man an allen Orten der Erdoberfläche, selbst am Aequator, und überzeugt sich davon nicht nur beim Besteigen hoher Gebirge sondern, auch wenn man in einem Ballon sich erhebt.

Gay Lussac, der 1804 bis zur Höhe von 21000 Fuß emporstieg, fand in dieser Höhe eine Temperatur von $- 7{\cdot}6^\circ$ R., während an dem Orte, von dem er sich erhoben hatte, eine Temperatur von $24{\cdot}8^\circ$ R. vorkam.

Der Boden hochgelegener Gegenden wird wohl von den Sonnenstrahlen, die beim Durchgange durch dünne und weniger hohe Luftschichten weniger geschwächt werden, und daher intensiver wirken, als in tief liegenden Gegenden, bedeutend erwärmt, aber aus demselben Grunde erleidet er durch die nächtliche Ausstrahlung einen größeren Wärmeverlust als in der Tiefe. Dazu kommt noch, daß die in der

nämlichen Höhe seitwärts von den hochliegenden Gegenden schwebenden Luftschichten eine niedrige Temperatur haben, weßhalb Luftströmungen entstehen, welche die erwärmte Luft von den Berghöhen wegführen und die kalte der Nachbarschaft zubringen. — Unter übrigens gleichen Umständen ist es auf ausgedehnten Hochebenen wärmer, als auf isolirten Berggipfeln von gleicher Höhe, weil letztere viel Wärme durch Mittheilung an die sie von allen Seiten umgebende atmosphärische Luft, aber bei ihrer großen Oberfläche auch viel durch Strahlung verlieren.

In den mexikanischen Anden zwischen 18° und 19° nördlicher Breite verschwindet in der Höhe von 13260 Par. Fuß jede Vegetation während in den Hochebenen von Peru in größeren Höhen Ackerbau getrieben wird.

Bei der Erhebung über die Meeresfläche gelangt man in jeder geographischen Breite zu einer Höhe, wo der Schnee selbst in den Sommermonaten nicht wegschmilzt. Die Höhe, über welche hinaus der Schnee auf Abhängen und steilen Wänden der Gebirge selbst im Sommer liegen bleibt, heißt die Grenze des ewigen Schnees oder kurzweg die Schneegrenze.

Diese Höhe ist desto bedeutender, je geringer die geographische Breite ist; sie beträgt in Paris. Klaftern ausgedrückt auf den Cordilleren in der Nähe des Aequators 2460, in den Pyrenäen 1400, in den Alpen 1370, im Inneren von Norwegen (60 bis 62° nördl. Breite) 850. — Die mit ewigem Schnee bedeckten Gegenden heißen Schneefelder. — In Folge der Vermehrung der Schneemassen auf hohen Gebirgen geschieht es, daß dieselben theils durch eigenes Gewicht, theils durch Winde und Lawinen über die Abhänge in die Thäler zwischen den Bergen herabkommen, wo sie im Winter durch den aus der Atmosphäre herabfallenden Schnee vermehrt, in der wärmeren Jahreszeit aber am Tage an der Oberfläche geschmolzen werden; das entstandene tropfbare Wasser dringt in die zahlreichen Poren der Schneemassen ein und verbindet sich, während es in der Nacht gefriert, mit den Schneeflocken zu Körnern von durchsichtigem Eise, die sich dadurch immer mehr vergrößern, daß die kleinen Eiskörner am Tage durch die Einwirkung der Sonne schmelzen, das Schmelzwasser die größeren überzieht und in der Nacht wieder gefriert. Durch Wiederholung dieses Vorganges vergrößern sich diese Eiskörner immer mehr, greifen in einander mannigfaltig ein und bilden dann eine zusammenhängende Eismasse die durch neues Schnee- und Regenwasser, das in die bestehenden Zwischenräume eindringt immer compacter und dem gewöhnlichen Eise ähnlicher wird, was auch dadurch befördert wird, daß das eingedrungene Wasser im Momente des Gefrierens sich ausdehnt und dabei häufig die Schließung der Zwischenräume bewirkt. Die auf solche Art entstandenen Eismassen heißen Gletscher, die von der Grenze des ewigen Schnees in den Gebirgsthälern der gemäßigten und kalten Zone sich manchmal in sehr bedeutende Tiefen heraberstrecken. In größeren Höhen des Gletschers werden die Eiskörner immer kleiner endlich nur erbsengroß und in der Höhe von nahe 8000 Fuß besteht die Oberfläche des Gletschers aus einer lockeren Masse, die man Firn nennt; diese wird immer feiner und geht höher aufwärts in Schnee über.

2. Es gibt nur wenige Pflanzen, die in jedem Klima gleich gut gedeihen, dazu gehört z. B. die Erdbeere. Die Heidelbeere erfordert ein kühleres Klima, wächst im nördlichen Deutschland in der Ebene, in der Schweiz nur in den Wäldern der Voralpen, in den Abruzzen nur auf der hohen Majella; Palmen, Cacao und die Vanille gedeihen nur zwischen den Wendekreisen. Zuckerrohr erfordert eine mittlere Jahreswärme von 18° R., die Kaffeebohne und Ananas von 14°·5 R., die Olive 10°·5 R., die Kastanien 7°·1 R. Jede Pflanze bedarf einer gewissen mittleren Jahrestemperatur, d. i. einer gewissen Summe von

Wärme; aber die an einem Orte gedeihende Vegetation wird nicht einzig durch diese mittlere Jahrestemperatur bestimmt; so z. B. haben Drontheim und die südliche Spitze von Island dieselbe, die Hebriden, Orkneys- und Shettlands-Inseln sogar eine höhere mittlere Temperatur, und doch hat Drontheim noch Obst- und Weizenbau, während der Weizenbau in Schottland erst bei Inverneß und der Obstbau noch etwas südlicher beginnt. Diese Erfahrungen haben darauf geführt die Vertheilung der Wärme auf einzelne Monate und Jahreszeiten, so wie die täglichen und monatlichen größten Aenderungen in den Kreis der Untersuchung zu ziehen, und es ergab sich, daß davon die Vegetation wesentlicher bestimmt wird, als durch die mittlere Jahreswärme. Es ist in der Meteorologie üblich, die Monate December, Jänner und Februar zum Winter, die drei folgenden: März, April Mai zum Frühling, die Monate: Juni, Juli, August zum Sommer, und die letzten drei zum Herbste zu zählen. Die durch drei getheilte Summe der mittleren Temperaturen der drei Wintermonate gibt die mittlere Winterwärme, und der Durchschnitt der mittleren Temperatur der Sommermonate gibt die Sommerwärme eines Ortes. Die Linien, welche die Orte von gleicher Sommerwärme verbinden, heißen Isotheren, und die durch Orte von gleicher Winterwärme gehen, Isochimenen; beide Linien haben einen andern Lauf als die Isothermen.

Einige Pflanzen schmiegen sich in der Natur den Isothermen, andere den Isotheren und wieder andere den Isochimenen an. Da noch heutzutage wie ehemals in Palästina Dattel und Wein zusammen gedeihen, die erstere aber nicht reif wird, wenn die mittlere unter $14^2/_5{}^0$ R. der letztere nicht, wenn die mittlere Sommerwärme unter 16^0 sinkt, so schließt daraus Dove, daß sich das Klima von Palästina seit 4000 Jahren nicht um 2^0 geändert hat.

So z. B. ist die

	mittlere Winterwärme	mittlere Sommerwärme
in Drontheim	— 3.8° R.	+ 13° R.
auf den Shettlandinseln	+ 3.2 „	+ 9.5 „
Wien	— 0.02 „	+ 16 5 „
London	+ 3.4 „	+ 13.7 „
Paris	+ 2.6 „	+ 14.5 „
Moskau	+ 8.1 „	+ 13.3 „
Astrachan	— 4. „	+ 17.4 „

Manche Pflanzen sind im Stande, eine große Winterkälte zu ertragen, aber sie bedürfen auch einer großen Sommerwärme, wenn ihre Früchte zur Reife kommen sollen; daher gedeiht Wein und Mais in Astrachan, wo im Winter das Quecksilber friert, die an Orten von geringerer Sommerwärme nicht reif werden. Es gibt Pflanzen, die keiner großen Sommerwärme bedürfen, aber die selbst eine geringe Kälte nicht ertragen; daher kommt an der nordöstlichen Küste in Irland, wo im Winter kein Eis ist, aber im Sommer nicht einmal die Stachelbeere reif wird, die Myrte eben so gut im Freien fort, wie in Portugal.

3. Da die Temperatur der Luft mit der Erhebung über die Meeresfläche abnimmt, so muß auch die mittlere Jahrestemperatur, wie auch die mittlere Temperatur der einzelnen Monate und Jahreszeiten in verschiedenen Höhen von verschiedener Größe sein. Verbindet man die in verschiedenen Breiten liegenden Orte von gleicher mittlerer Jahrestemperatur, so erhält man Isothermen, die von den Polen gegen den Aequator zu sich immer mehr und mehr über die Erdoberfläche erheben,

so daß am Aequator die Höhe des Ortes sehr bedeutend ist, der dieselbe mittlere Temperatur hat, wie ein im gleichen Niveau mit dem Meere befindlicher Ort in einer großen geographischen Breite. Da nun in geringen Breiten die Wärme-Verhältnisse eines hohen Gebirges von den heißen Thälern bis zu der Schneeregion, in welcher selbst die Hitze des Sommers nicht mehr allen während der Winterszeit gefallenen Schnee wegzuschmelzen vermag, eine Menge von Abstufungen darbieten; so müssen am Fuße derselben ganz andere Pflanzen und Thiere vorkommen, als weiter in der Höhe. Je höher man steigt, desto mehr nimmt die Pflanzenwelt den Charakter kälterer Himmelsstriche an.

Am auffallendsten zeigt sich der Wechsel der Pflanzenwelt in den tropischen Ländern; besteigt man z. B. den Pic von Teyde, so geht man am Fuße desselben durch üppige Weinberge und Maisfelder, welche hier die ursprüngliche Vegetation verdrängt haben, und kommt bald in die Region der immergrünen Laubhölzer; auf der Höhe von 4000 Fuß verlieren sich diese, und der Reisende findet sich umgeben von den harzigen Stämmen der canarischen Kiefer; es beginnt die Zone sommergrüner Laubhölzer. Hierauf erscheinen die Nadelhölzer bis zu einer Höhe von 6000 Fuß und nun wird die Vegetation plötzlich niedrig; auf niedrige Gebüsche folgen Pflanzen, die den Charakter von Alpenkräutern tragen, zuletzt sieht man nur nackte Felsen.

4. Die größte an einem in der Luft gehörig aufgehängten Thermometer beobachtete Temperatur von + 44°·6 R. sah Ritchie in der Oase Mourzuk; am Aequator beobachtete Humboldt 30°·7 R., eine Wärme, die auch schon Paris und Wien hatte; in den Polarländern beobachtete Kapitän Pary zuweilen eine Kälte von — 40°·7 R., im Fort Reliance — 45·3, in Irkuzk sah man das Thermometer auf 48° unter Null sinken. Demnach beträgt der Unterschied zwischen der größten Wärme und der größten Kälte, die man auf der Erde beobachtet hat, 92° R.

Am offenen Meere, entfernt von Inseln, steigt selbst in der tropischen Zone die Temperatur nicht über 24° R.

Ueber den Gang der Wärme während eines Jahres lehren die aus vielen Jahren genommenen Mittel in der gemäßigten Zone, daß

a) die mittlere tägliche Aenderung der Wärme im December am kleinsten ist, dann beständig wächst, im April am größten wird, und von da wieder abnimmt. Auf dem Meere in beträchtlicher Entfernung von der Küste ist die tägliche Aenderung kleiner als auf dem festen Lande.

b) Juli erscheint als der heißeste, Jänner als der kälteste Monat. Aus den von Mädler bearbeiteten Zusammenstellungen der an verschiedenen Orten in Europa durch 110 Jahre fortgeführten Beobachtungen ist im Durchschnitte die wärmste Zeit zwischen 16. Juli bis zum 10. August, die größte Kälte tritt um den 6. Jänner ein, daher der heil Dreikönigstag seit lange als Kältebringer bekannt ist. Vom 19. bis zum 22. Jänner tritt abermals eine große Kälte ein. Die mittlere Jahrestemperatur stellt sich im April und October ein.

c) Von dem Zeitpunkte der größten Kälte nimmt die Temperatur nicht Tag für Tag zu, sondern es tritt öfters ein Rückfall, eine Hemmung ein; erst im April erfolgt eine rasche Zunahme. Die stärkste Anomalie ist die Kälte zwischen 9. bis 12. Mai, es sind dieß die den südlichen Gewächsen so gefährlichen Pancratius- und Servatiustage. In 110 Jahren war sie in diesen Tagen 70mal gesunken und nur 40mal gestiegen. Mädler schreibt diese Kälte dem Umstande zu, daß zu dieser Zeit die großen Schneemassen im Nordosten schmelzen, wozu die von Westen und Südwesten kommenden warmen Luftströme ihre Wärme verwenden, und die stark abgekühlte Luft an der Erdoberfläche von Nordost her zu uns in Mitteleuropa herfließt.

d) In der zweiten Jahreshälfte nimmt die Wärme einen ruhigeren Gang an, insbesondere im September; in der Mitte Octobers stellt sich gewöhnlich ein große Heiterkeit ein.

e) Bedeutende Abweichungen von dem gewöhnlichen jährlichen Gange der Wärme sind immer auf beträchtliche Strecken, aber niemals über eine ganze Halbkugel verbreitet. Gewöhnlich herrscht in Europa und Asien dieselbe, in Amerika die entgegengesetzte Abweichung; nur selten geht die Linie zwischen den entgegengesetzten Abweichungen von Osten nach Westen. — Aus dem gleichzeitigen Auftreten der entgegengesetzten Abweichungen vom normalen Gange der Wärme folgt, daß in jedem Jahre zu der nämlichen Zeit die nämliche Wärmequantität vorhanden, aber ungleich vertheilt ist.

5. Die Wärmeverhältnisse der südlichen Halbkugel sind noch wenig bekannt; allein so viel ist gewiß, daß die südliche Halbkugel kälter als die nördliche ist, indem in jener das Meer, in dieser das feste Land vorherrscht. In der nördlichen Halbkugel erstreckt sich das Polareis 9 Grade vom Pole herab, in der südlichen 18 bis 20 Grade, an manchen Stellen noch weiter.

§. 275. Winde. Die nach einer gewissen Richtung fortschreitende Strömung der atmosphärischen Luft, wobei sie sich von gewissen irdischen Gegenständen entfernt und anderen nähert, wird **Wind** genannt. So kann z. B. die Bewegung der Luft von West nach Ost, die sie als eine der Erde angehörige Masse in Folge der Drehung der Erdkugel um ihre Axe erleidet, nicht als Wind erscheinen, so lange dabei die Lage der beweglichen Lufttheilchen gegen die Erdoberfläche nicht geändert wird. — Bei jedem Winde hat man, wie bei jeder fortschreitenden Bewegung die **Richtung** und die **Geschwindigkeit** zu berücksichtigen. Die Richtung, in welcher der Wind an einem Orte ankommt und fortschreitet, erkennt man aus der Stellung der allgemein bekannten Windfahnen; man belegt den Wind mit dem Namen derjenigen Gegend, von welcher er zu uns gelangt. Zur Bestimmung der Geschwindigkeit hat man eigene Instrumente, **Anemometer** (Windmesser) construirt, allein sie sind zu ungenau und selten in Anwendung; man begnügt sich gewöhnlich mit einer beiläufigen Bestimmung der Geschwindigkeit, und bezeichnet mit 0 eine ganz ruhige Luft, mit 1 den Wind, welcher nur die Baumblätter und die dünnsten Zweige, mit 2, der schon größere Zweige und kleine Aeste, mit 3, der große Aeste bewegt, und mit 4 den Sturm, welcher größere Aeste abbricht, und selbst Bäume entwurzelt. **Mäßige Winde** haben eine Geschwindigkeit von 12 bis 15 Fuß in 1″, Stürme besitzen eine Geschwindigkeit von mehr als 32 Fuß und erstrecken sich gewöhnlich über weite Länderstrecken; ist die Heftigkeit überaus groß, so heißen sie **Orkane**, auch **Hurrikane**, **Tyfoon**, der Wirbelsturm heißt **Cyklon**.

Man unterscheidet zunächst nach den vier Hauptweltgegenden des Horizontes vier Hauptwinde: den Nord-, Ost-, Süd- und Westwind, die man mit den Buchstaben N, O, S, W bezeichnet; die vier mitten zwischen je zwei Hauptweltgegenden geben Nordost (NO), Südost (SO), Südwest (SW) und Nordwest (NW). Wird jeder dieser 8 Theile des Horizonts halbirt, so erhält man 16 verschiedene Windesrichtungen, die man bezeichnet, indem man die Namen der Weltgegenden, zwischen die sie fallen, zusammenstellt, dabei aber stets die Hauptgegenden voransetzt; NNO, ONO, OSO, SSO u. s. w. Eine kreisförmige Scheibe, die in 8, 16 oder 32 gleiche und mit den Namen der Weltgegenden bezeichnete Abtheilungen getheilt ist, wird eine Windrose genannt; man stellt sie so auf, daß die Weltgegenden am Horizonte mit denen an der Scheibe angezeigten übereinstimmen. – Die Ziffer, welche die Windstärke angibt, wird zu den Buchstaben gesetzt, welche die Windrichtung bezeichnen. — Die Windfahne muß auch an einem Orte aufgestellt werden, wo der Wind von allen Seiten auf sie wirken kann, sie muß leicht beweglich sein und vertical stehen.

Der Zug der Wolken zeigt die Richtung eines in den oberen Regionen herrschenden Windes an, dessen Richtung nicht immer mit dem in den unteren Schichten der Atmosphäre wehenden und an der Richtung der Windfahne erkennbaren übereinstimmt.

2. Sobald die Ausdehnsamkeit der Luft an einem Orte auf irgend eine Art verändert wird, so beginnt eine Strömung der Luft von größerer Ausdehnsamkeit in den Raum, wo Luft von geringerer Ausdehnsamkeit sich vorfindet. Die am häufigsten vorkommende Ursache der Winde ist die Verschiedenheit in der Temperatur zweier in gleicher Höhe aneinander grenzenden Luftmassen, wobei jederzeit eine doppelte Luftströmung Statt findet, indem die wärmere in den kälteren oben, und die kältere Luft in den wärmeren Raum unten eindringt. Auf diese Art entstehen die an den Meeresküsten vorkommenden Land- und Seewinde; am Tage wird das feste Land durch die Einwirkung der Sonnenstrahlen viel rascher erwärmt, als das Meerwasser, daher tritt allmälig eine Ungleichheit in der Temperatur der darüber befindlichen Luftmassen ein, die zur Folge hat, daß gegen 9 Uhr Morgens in den untersten Luftschichten eine vom Meere kommende Luftströmung (ein Seewind) sich einstellt, die anfangs sehr schwach ist, aber mit der zunehmenden Erwärmung des festen Landes stärker, und zur Zeit der größten Tageshitze am stärksten wird, jedoch immer nur auf einige Meilen in's Meer sich erstreckt. Hierauf nimmt die Ungleichheit in der Temperatur mehr und mehr ab, allein da das feste Land nach dem Sonnenuntergange viel rascher abkühlt, als das Meerwasser, dessen glatte Oberfläche wenig Ausstrahlungspunkte besitzt, und das eine große Wärmecapacität hat, so wird zur Nachzeit die Luft über dem festen Lande kälter, als die über dem Meere, weßhalb eine Strömung der Luft vom festen Lande gegen die See, ein sogenannter Landwind sich erhebt, der den Schiffen das Abfahren erleichtert. Während diese Luftströmungen in den untern Luftschichten herrschen, kommen entgegengesetzte in den obern vor; sie erlangen niemals eine beträchtliche Stärke, weil der Unterschied der Temperatur der Luft über dem festen Lande und über dem Meere immer nur ein geringer ist. Sie werden auch an großen Seen beobachtet, allein öfters selbst an der Meeresküste durch andere Winde geschwächt oder auch aufgehoben.

3. Die Ungleichheit der Temperatur der Luft in der heißen Zone und der Luft in Gegenden der andern Zonen veranlaßt constante, stets in derselben Richtung gehende Luftströmungen, die man Passatwinde nennt; in den unteren Luftschichten entstehen Strömungen der kalten Luft von den Polen gegen den Aequator, die man Polarströme nennt, und in den oberen Luftschichten Strömungen der warmen Luft vom Aequator gegen die Pole, die Aequatorialströme genannt werden; in der nördlichen Halbkugel herrscht daher an der Erdoberfläche ein beständiger Nordwind, in den Höhen ein Südwind, in der südlichen unten ein Südwind und oben ein Nordwind.

In Folge der Axendrehung der Erdkugel hat die in der heißen Zone befindliche Luft eine größere Umdrehungsgeschwindigkeit als die in größeren geographischen Breiten vorkommende; daher wird die von den Polargegenden kommende Luft bei ihrer Annäherung an den Aequator nicht so schnell gegen Osten fortschreiten als die Gegenstände auf der

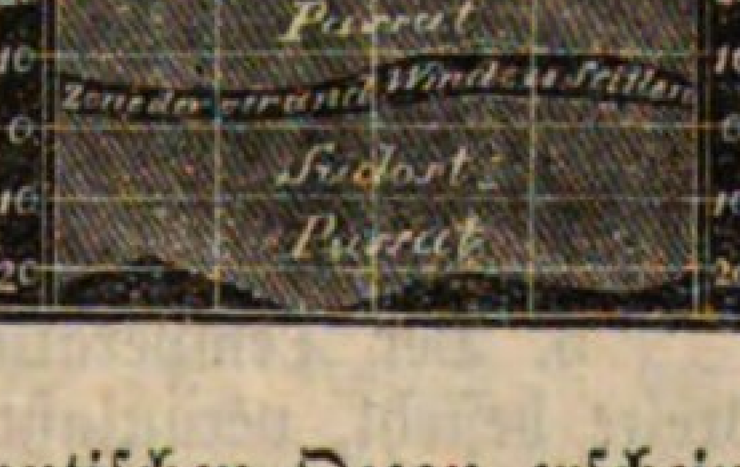
Erde in den kleineren Breiten, zu denen diese Luft gelangt; indem sie nun immer mehr, je weiter sie vordringt, zurückbleibt, also immer weiter gegen Westen erscheint, gewinnt die Polarströmung bezüglich der Gegenstände auf der Erdoberfläche eine mehr und mehr östliche Richtung, so daß nahe an der tropischen Zone der nördliche Polarstrom ein Nordostpassat und der südliche ein Südostpassat wird.

Der in den oberen Luftregionen gehende Aequatorialstrom wird wegen seiner großen Umdrehungsgeschwindigkeit in Gegenden von größerer Breite schneller gegen Osten sich bewegen, als die hier befindlichen Körper, und erhält somit eine mehr und mehr von Westen kommende Richtung; er wird allmälig in der nördlichen Halbkugel ein Südwestpassat, und in der südlichen ein Nordwestpassat.

In den Gegenden, wo der Nordostpassat mit dem Südostpassat zusammentrifft, stellt sich ein Ostwind ein; denn die in ihren Richtungen einander entgegengesetzten Polarströme heben sich auf, und es bleibt nur die aus dem Unterschiede in der Umdrehungsgeschwindigkeit hervorgehende scheinbare Bewegung von Ost nach West, die aber auch nur mit geringer Geschwindigkeit vor sich geht, weil die Polarströme während ihres längeren Verweilens in Gegenden von größerer Umdrehungsgeschwindigkeit eine Verstärkung dieser Geschwindigkeit erfahren, auch wird die horizontale Bewegung dieses Ostwindes durch die vom erhitzten Boden lebhaft aufsteigenden warmen Luftströme nicht selten ganz aufgehoben, so daß öfters eine Windstille eintritt, weßhalb diese Region zwischen den beiden Passatwinden die Region der Calmen oder der Windstillen heißt; die hier in der Regel herrschende Ruhe wird durch Windstöße, Stürme und Orkane, welche die hier zu gewissen Zeiten entstehenden Gewitter begleiten, öfters unterbrochen.

Demnach haben wir eine Region, wo der Nordpassat, eine zweite, wo der Südostpassat herrscht und zwischen beiden einen ungefähr 6 Grade breiten Gürtel der von den Seeleuten so sehr gefürchteten Calmen oder Windstillen; im atlantischen Ocean erstreckt sich der erstere bis 28 und 30 Grade, im großen Ocean bis 25 Grade; die Grenze des letzteren Passates ist am 21. Grade. Allein diese Grenzen der Passate und der Calmen erleiden im Laufe eines Jahres Aenderungen in ihrer Lage, wie sie die Fig. 379 ersichtlich macht.

Fig. 379.



Die oberen Passatwinde werden in größeren Breiten abgekühlt und dadurch verdichtet, weßhalb sie sich mehr und mehr herabsenken, in Folge des dabei eintretenden verstärkten Luftdruckes wieder verdichten was eine Verminderung der Wärmecapacität, mithin eine Wärmeentwicklung zur Folge hat, die mit der Wärme, welche diese Winde beim Abkühlen verlieren, den Gegenden der gemäßigten und der kalte Zone zu Theil wird und die Temperatur derselben erhöhet. Im atlantischen Ocean erscheint der Südwestpassat schon zwischen dem 30. und 40. Grade nördlicher Breite an der Oberfläche des Meeres und weht hier regelmäßig fort.

Den Nordostpassat benützen die Schifffahrer, die von Europa nach Amerika reisen, indem sie von Madeira südlich bis an die Grenze des Passatwindes segeln, der sie nun beständig nach Westen treibt; dieser Wind war es, welcher bei den Seeleuten des Columbus die Furcht erzeugte, daß sie keinen günstigen Wind zur Rückkehr bekommen werden, weßhalb sie auf die Beendigung der Reise drangen. Auf der Rückreise von den Antillen wählte Columbus glücklicherweise sogleich den besten Weg, indem er zuerst nach Norden ging, und dann mit dem Südwestpassat nach Europa kam. Dieser Wind ist die Ursache, warum die Fahrt von Amerika nach England viel kürzer dauert, als die Rückfahrt.

Wo die tropische Gegend festes Land enthält, das durch die Sonnenstrahlen stärker erhitzt wird als das Wasser, ist auch der obere Passat wärmer und bringt somit mehr Wärme in die gemäßigte Zone; dabei ist auch die Beschaffenheit des Landes vom Einflusse. Die Lage von Europa ist daher günstiger als die von Nordamerika.

4. Die Passatwinde erfahren Störungen durch die Richtung und Erhebung der Meeresküsten, ferner durch die das feste Land durchziehenden Gebirge, aber auch durch Luftströmungen, die in Folge der ungleichen Erwärmungs- und Erkaltungsfähigkeit des festen Landes und des Meerwassers entstehen; die Passatwinde werden deßhalb erst in einiger Entfernung von der Küste wahrnehmbar. In der Nähe der Küsten erhalten sie eine andere Richtung, und werden in sogenannte beständige Küstenwinde umgewandelt, so z. B. herrscht an der Westküste von Mexico ein beständiger Westwind, an der brasilianischen ein beständiger Südwind. Die niedrige Temperatur des asiatischen Continents in den Wintermonaten, während gleichzeitig das angrenzende indische Meer viel wärmer ist, und südlich vom Aequator der Sommer herrscht, hat zur Folge, daß zu dieser Zeit der Nordostpassat mit einer besonderen Heftigkeit auftritt. In der andern Jahreshälfte erscheint das feste Land von Asien viel stärker erwärmt als der angrenzende indische Ocean; dieser Temperaturunterschied veranlaßt eine Strömung der über dem Meere befindlichen kälteren Luft zunächst von Süden nach Norden, die aber beim weiteren Fortschreiten wegen der größeren Geschwindigkeit, mit welcher sie sich um die Erdaxe gegen Osten bewegt, sich mehr und mehr gegen Osten wendet und somit als Südwestwind erscheint, der seine größte Stärke im Juli und August erhält, wo der Wärmeunterschied zwischen dem Continente und dem Meere am größten ist. Diese regelmäßig abwechselnden Winde nennt man Mousson's; vom April bis October findet man in den nördlichen Theilen des indischen Oceans den Südwestmousson, in den Wintermonaten den Nordostmousson; im südlichen Theile dieses Meeres ist auch im Sommer der Südostpassat, nur wird er an der Ostküste von Afrika durch einen Weststrom geschwächt, der hier entsteht, weil zu dieser Zeit das feste Land kälter ist als das Meer. Wechselwinde, die in einem Theile des Jahres nach einer Richtung wehen, in der übrigen Zeit veränderlich sind, oder eine entgegengesetzte Richtung nehmen, kommen im persischen und arabischen Meerbusen vor, dann auch an der Ostküste von Amerika und von Afrika.

5. Der Temperaturunterschied, der in Gegenden von verschiedener Breite besteht, veranlaßt auch in großen Entfernungen vom Aequator eine Polarströmung, die jedoch durch den daselbst bis zur Erdoberfläche herabsinkenden Aequatorialstrom mannigfaltig in der Richtung und Stärke abgeändert, oder nach Beschaffenheit der örtlichen Verhältnisse

zuweilen ganz aufgehoben wird. Rücksichtlich der zwei Hauptströme in größeren Breiten ist zu beachten, daß daselbst der Polarstrom nur eine geringe Abweichung gegen Osten haben kann, dagegen die Abweichung des Aequatorialstromes gegen Westen desto beträchtlicher wird, je mehr er sich dem Pole nähert; deßhalb wird letzterer dort, wo er den Boden erreicht, in der Regel dem Polarstrome nicht gerade entgegengesetzt sein, sondern die Richtungen beider Winde schließen einen Winkel ein, so daß ein Wind von mittlerer Richtung entsteht. Die Veränderungen in den Wärmezuständen auf dem Festlande, die durch mannigfaltige örtliche Einflüsse hervorgebracht werden, veranlassen besondere Luftströmungen, welche bald den einen, bald den andern der zwei Hauptströme verstärken, oder die Richtung derselben abändern, so daß daselbst die Winde in der regellosesten Weise zu wechseln scheinen, und doch herrscht auch hier im Allgemeinen eine gewisse Regelmäßigkeit. Gelangt z. B. der nördliche Polarstrom zu einem Orte A so, daß daselbst zunächst Luft der nächsten Nachbarschaft kommt, deren Rotationsgeschwindigkeit nur wenig von der des Ortes A verschieden ist, so erscheint in A ein Nordwind (N); aber später kommt ein Luftstrom aus größeren Breiten von geringer Rotationsgeschwindigkeit, weshalb die Richtung der Strömung A immer mehr nordöstlich wird. Dauert in A der Nordostwind, fort und es gesellt sich zu ihm ein Südwind, so ist die aus dem Zusammenwirken beider hervorgehende Strömung ein Ostwind wie man sich leicht überzeugt, wenn man die Richtungen beider in A zusammentreffenden Winde verzeichnet und dann die mittlere Richtung sucht. Nimmt die Stärke des Südwindes zu oder kommt in A Luft aus S von größerer Rotationsgeschwindigkeit an, während der Nordost fortdauert so geht der Ostwind in einem Südostwind über; senkt sich der Südwestpassat bis zur Erdoberfläche herab und gesellt sich in A zum Ostwinde so bildet sich ein Südwind, und es wird der SW allein herrschend, wenn er mit solcher Stärke auftritt, daß der Polarstrom ganz seitwärts verdrängt wird. Tritt nun in A ein Nordwind auf während SW herrscht, so entsteht ein Westwind; bekommt der Nordwind eine mehr östliche Richtung, so verwandelt sich der Westwind in einen von NW kommenden Luftstrom; wird der Aequatorialstrom an der Erdoberfläche unwirksam, so herrscht in A wieder der Nordwind. In der That fand Dove, unser größte Meteorolog, aus einer großen Anzahl von gesammelten Beobachtungen, daß der Wechsel des Windes in der nördlichen Erdhälfte am häufigsten in der Richtung von N nach O, S, W, N erfolgt, dagegen geschieht dieser Wechsel in der südlichen Erdhälfte in der entgegengesetzten Richtung von N nach W, S, O, N; dieses Gesetz heißt Dove's Drehungsgesetz.

Als ein höchst wichtiger und zugleich sehr wohlthätiger Fortschritt ist die Erkenntniß des Gesetzes der Stürme zu begrüßen, die wir den Untersuchungen von Redfield, Reid und Dove zu danken haben; der erste untersuchte die Stürme an den Küsten von Nordamerika, Reid, Gouverneur der Bermudas-Inseln, die, welche in der tropischen Zone und den angrenzenden Gegenden vorkamen, während Dove sich vorzugsweise mit den in Europa beobachteten beschäftigte. Das Ergebniß dieser Untersuchungen war:

a) daß die Stürme Wirbelwinde sind,

b) daß der Mittelpunkt um den die wirbelnde Bewegung der Luftmassen stattfindet bei denjenigen, die in der tropischen Zone der nördlichen Erdhälfte entstehen, von SO nach NW fortschreitet, allein beim Uebertritt in die gemäßigte ein Umbiegen erfolgt, so daß das Fortschreiten dieses Mittelpunktes des Sturmes von SW nach NO vor sich geht, zugleich nimmt der Sturm bei diesem Umbiegen bedeutend an Breite zu, so daß er von 3° geog. Breite sich oft auf 12° ausdehnt. Die Rotation geschieht in der nördlichen Erdhälfte stets in einer dem Dove'schen Drehungsgesetze entgegengesetzten Richtung von S. O. N. W.

c) Die Stürme der südlichen Erdhälfte schreiten in der Tropenzone von NO nach SW fort, biegen in der gemäßigten Zone um und nehmen die Richtung von NW nach SO an; auch bei diesem Umbiegen erweitert sich der Wirbel sehr bedeutend. Die Rotation geschieht von S, W, N, O.

d) Die fortschreitende Bewegung kann mit geringer Geschwindigkeit erfolgen, während die Rotationsgeschwindigkeit des Wirbelsturmes sehr groß ist. Verzeichnet man eine Gerade von SW nach NO und beschreibt um einen in ihr liegenden Punkt O innerhalb des Raumes den man sich vom Sturm eingenommen denkt eine von O ausgehende Spirale in mehreren nahe an einander liegenden Windungen, welche den Gang der Rotation des Wirbels vorstellen, zieht dann auf der südöstlichen Seite von O eine Gerade BA auch von SW nach NO, welche die Windungen durchschneidet, und beachtet nun die Rotation der bewegten Luftmasse die in allen Windungen von S nach O, N, W geschieht: so ersieht man, daß die Windesrichtung an jeder Stelle von AB eine andere ist. Denkt man sich dem Systeme eine gemeinschaftliche Bewegung in der Richtung von NO nach SW ertheilt, so wird dadurch die drehende Bewegung des Wirbels nicht geändert, aber der Mittelpunkt O des Wirbels kommt in Ruhe, der Punkt A hingegen bewegt sich in der Richtung AB von NO nach SW, und indem er dabei durch verschiedene Windungen geht, so wird der Wechsel der Windesrichtung die in A stattfindet, und welche dieselbe ist, die bei ruhiger Lage von A daselbst während des Fortschreitens des Sturms erfolgt, ersichtlich gemacht. War z. B. in A an der Grenze des Sturmes ein Wind aus SSO oder aus SO, so erhält er bald die Richtung aus S, dann aus SW, W und hört in B als WNW auf.

Zieht man auf der nordwestlichen Seite von O eine Gerade B'A' parallel zu BA, und denkt man sich den Punkt A' bis zu dem der Sturm reicht, wie vorhin den Punkt A in Bewegung von A nach B, während O ruht, so wird ersichtlich daß sobald das Wirbeln in A' aus OSO, oder aus SO begonnen hat, die Bewegung bald in eine aus O, dann aus NO, N kommende übergeht und der Sturm in B mit NNW aufhört.

Auf ähnliche Art ermittelt man die Aenderungen, die in der Richtung des Windes an einem Orte während eines Sturmes in der tropischen Zone und unter dem Aequator nach einander eintreten; die Kenntniß dieser Aenderungen ist für die Schifffahrt von hoher Wichtigkeit, wie es aus einem Beispiele ersichtlich wird. Beobachtet man z. B. in der gemäßigten Zone auf einem Schiffe einen Südostwind, der rasch seine Richtung im Sinne des Dove'schen Drehungsgesetzes wechselt, so

befindet sich das Schiff auf der südöstlichen Seite des Sturmes; kommt aber der anfängliche Wind aus OSO, oder aus SO und seine Richtung wechselt entgegengesetzt dem Drehungsgesetze, so ist das Schiff auf der Nordwestseite des Sturmes. Im ersten Falle muß das Schiff nach SO, im zweiten nach NW steuern um möglichst bald aus dem Bereich des Sturmes zu kommen.

Eine umständliche Belehrung gibt Dove's vortreffliche Werk: „Das Gesetz der Stürme," 2. Auflage, Berlin 1861.

Im Winter, wo die Schneedecke den Unterschied des Wärmeleitungs- und Ausstrahlungsvermögens verwischt, tritt der Charakter der beiden Hauptströme am schärfsten hervor; entweder herrscht andauernd der dunstreiche Südwestwind, und wir haben fortwährend einen trüben Himmel, oder es herrscht anhaltend der Nordoststrom und das Wetter ist heiter aber sehr kalt. Wenn in den südlichen Gegenden im Frühjahr der Schnee verschwunden ist, im Norden aber noch der Winter herrscht, so muß der Polarstrom mit großer Lebhaftigkeit sich einstellen; daher ist in vielen Gegenden von Europa im März oder im April der trockene Nordost- oder Ostwind vorherrschend, der das Austrocknen des Bodens sehr rasch fördert. — Während die Mittagshöhe der Sonne und die Dauer des Tages zunimmt, wächst die Temperatur des Festlandes schneller als die des atlantischen Oceans; auch wird letzterer während des Sommers durch Polareismassen abgekühlt, weßhalb in den unteren Luftschichten ein von Westen kommender Wind entsteht, welcher den herabgesenkten Südwestpassat verstärkt, aber auch die Richtung desselben westlicher macht; daher kommt es, daß im Sommer die Westwinde vorherrschend sind. — Im Herbste stellt sich in Folge der schnelleren Abkühlung des festen Landes ein Ostwind ein, welcher dem Nordoststrom das Uebergewicht über den Südwestpassat verschafft, so daß zu dieser Zeit häufig Nordost- und Ostwinde wehen. — Gebirgszüge, so wie auch die von hohen mit Schnee bedeckten Gebirgen herabstürzenden kalten Luftströme, ändern oft die Richtung und Stärke des vorhbrrschenden Windes. — In der nördlichen Halbkugel kommen die Südwest- und Westwinde, dann die Nordostwinde am häufigsten vor.

Ein Wind, der über sandige, stark erhitzte Flächen geht, wird durch seine Hitze und Trockenheit sehr empfindlich; er heißt gewöhnlich Samum, d. i. giftiger Wind, wiewohl er nicht giftig, sondern dadurch schädlich ist, daß er eine sehr schnelle Verdünstung an der Oberfläche des Körpers bewirkt, so daß die Haut und der Gaumen ganz trocken erscheinen und das Athmen sehr erschwert wird; selbst das Wasser, das man in Schläuchen mit sich führt, verschwindet bald. Der durch die Wüste gehende Samum ist auch durch die große Menge von feinem Sand und Staub, die er in die Atmosphäre bringt, höchst beschwerlich; um sich dagegen zu schützen, pflegen die Reisenden ihr Gesicht mit Tüchern zu bedecken. — In Aegypten weht der heiße und trockene Wind durch 50 Tage vom 29. April bis zum 18. Juni, deßhalb nennt man ihn Chamsin. An der Westküste der Sahara nennen die Neger diesen Wind Harmattan oder Talgwind, wie schon in einem andern Orte bemerkt worden ist. — Auch manche Gegenden Europa's werden von heißen Winden belästigt, wie z. B. die Ebenen von Andalusien von dem aus SO oder S kommenden Solano; Italien von dem südlichen Winde Scirocco, der Föhn in der Schweitz der als eine Fortsetzung des Scirocco angesehen wird, und den Schnee schnell schmilzt.

§. 276. Wässerige Meteore. Die Erdoberfläche zählt 2 Mill. 463000 Quadratmeilen festes Land und 6 Mill. 798000 Quad. Meilen Wasser; daher ist die Menge der Wasserdünste, die von den Gewässern emporsteigen, zumal in der tropischen Zone, sehr groß. Der Uebergang des atmosphärischen Wasserdunstes in den tropfbaren Zustand kann an einem Orte bewirkt werden:

a) Wenn zu den in der Atmosphäre vorhandenen Dünsten eine neue Dunstmenge hinzutritt, z. B. durch Winde herbeigeführt, und dadurch das der vorhandenen Temperatur entsprechende Maximum der Spannkraft und Dichte überschritten wird, wo dann ein Theil dieser

Dünste sogleich in tropfbaren Zustand übergeht, und der Rest das der Temperatur der Luft entsprechende Maximum der Spannkraft behält.

Dasselbe bewirkt

b) eine Erniedrigung der Temperatur unter den Grad, für welchen die Spannkraft, welche die Dünste besitzen, das Maximum ist.

c) Auch durch Vermehrung des auf die Dünste wirkenden Druckes kann die Dichte derselben so weit vergrößert werden, daß sich ein Niederschlag bildet.

Der Niederschlag wird desto reichlicher, je stärker die Abkühlung oder der Druck, oder je bedeutender die neu hinzutretende Dunstmenge ist; er erscheint entweder in Form von Thau an den festen Körpern, welche die Abkühlung der Dünste veranlassen, oder falls er sich in der ganzen Ausdehnung einer feuchten Luftmasse bildet, als Nebel oder Wolke, deren Wassertröpfchen sich bei fortdauernder Bildung der Niederschläge so sehr vergrößern können, daß sie als Regen, oder bei niedriger Temperatur der Luft als Schnee herabfallen.

1. Gewöhnlich versteht man unter Thau denjenigen wässerigen Beschlag, der sich an festen unter freiem Himmel befindlichen Körpern bei einer heiteren und windstillen Nacht in Gestalt von kleinen Tröpfchen bildet; er entsteht in Folge der Abnahme der Temperatur, die zur Nachtzeit bei Körpern unter freiem Himmel eintreten muß, indem sie beständig Wärme in den Weltraum ausstrahlen, und diese bei einem heiteren Himmel nicht mehr zurück erhalten. Die Temperatur dieser Körper sinkt mehrere Grade unter die der sie umgebenden Luft, weil diese nur ein geringes Wärmeausstrahlungsvermögen besitzt, und als schlechter Wärmeleiter durch Mittheilung nur wenig zu wärmen vermag. Ist der Himmel mit Wolken bedeckt; so beobachtet man keinen Temperaturunterschied zwischen den festen Körpern und der sie berührenden Luft, weil die Wolken selbst die beim Uebergange der Dünste in tropfbaren Zustand frei gewordene Wärme gegen die Erdoberfläche ausstrahlen; und die von da kommenden Wärmestrahlen so wie Glastafeln absorbiren, und wieder ausstrahlen.

Weht zur Nachtzeit ein Wind, so bringt er immer neue noch nicht abgekühlte Lufttheile mit den Körpern in Berührung, wodurch diese erwärmt werden, was die Wirkung der Ausstrahlung bedeutend vermindert.

Sind die Körper bei einer heiteren Nacht kälter geworden als die Luftschichte, die sie zunächst umgibt, so entziehen sie dieser und auch den in ihr befindlichen Wasserdünsten desto mehr Wärme, je tiefer ihre Temperatur gesunken ist; die Abkühlung der Dünste kann nun so weit gehen, daß sich ein Niederschlag bildet und an die erkalteten Körper ansetzt. Das Thauwasser ist rein, nur in der Nähe von Salzseen enthält es etwas Salz; aber immer enthält es Kohlensäure.

Aus dem Gesagten folgt, daß die größte Menge von Thau vor dem Sonnenaufgange entsteht, wo der Temperaturunterschied zwischen den Körpern und der Luft am größten ist; die Thaumenge muß im Herbste und Frühjahr, wo die Nächte lang sind, und daher die Wärmeausstrahlung lang dauert, bei übrigens gleichen Umständen größer sein als im Sommer, sie nimmt aber auch zu mit dem Feuchtigkeitsgrade und dem Dunstgehalte der Atmosphäre. Ein reichlicher Thau an einem Sommermorgen ist nur die Folge eines großen Feuchtigkeitszustandes der Atmosphäre, und daher gewöhnlich Vorbote des Regenwetters. In wasserreichen Gegenden erscheint der Thau

sehr reichlich, besonders in warmen Klimaten, wo der Dunstgehalt der Luft sehr groß ist. — Auf Anhöhen entsteht nicht so viel Thau als in den Niederungen, weil die Lufttheilchen, denen die kälter gewordenen Körper etwas Wärme entzogen haben, sogleich dichter werden, deßhalb in die Tiefe herabfallen, an ihrer Stelle andere noch nicht abgekühlte, also wärmere Lufttheilchen mit den Körpern in Berührung kommen und einigen Ersatz an Wärme bringen; aus diesem Grunde werden Bäume weniger bethaut als Gras. Körper, deren Wärmeausstrahlungsvermögen größer ist, werden reicher mit Thau bedeckt; an solchen, die unter einer, wenn auch schwachen Bedeckung sich befinden, oder die in der Nähe von Bäumen oder hohen Mauern stehen, erscheint kein Thau. — Arago bemerkt, daß bei heiterem Himmel in Folge der Wärmestrahlung die Temperatur des Schnees 8 bis 9° R. unter die der Luft sinken kann.

Haben die unter freiem Himmel befindlichen Körper beim Eintritte der Nacht eine Temperatur, die nur wenige Grade über Null zählt, so kann diese Temperatur in den langen Herbst- und Frühlingsnächten bei heiterem Himmel und Windstille leicht einige Grade unter Null sinken, wo dann die abgesetzten Thautröpfchen in Reif übergehen. Eine andere Art von Reif bildet sich bei einem feuchten und warmen Winde, der auf eine Kälte von längerer Dauer sich einstellt, indem die Dunsttheilchen, die mit den stark erkalteten Körpern in Berührung kommen, nicht nur tropfbar werden, sondern sogleich erstarren; an die bereits erstarrten setzen sich andere, die der Wind beständig zuführt, wieder an und gehen ebenfalls in festen Zustand über; dieß dauert so lange, bis die im Freien befindlichen Körper die Temperatur der warmen Luft angenommen haben.

Dieser feste Niederschlag erscheint am Boden als Glatteis, an den Bäumen, Häusern u. dergl. in der Gestalt von Eisfaden, die Fransen oder Bärte bilden. Auf dieselbe Art entstehen im Winter die feinen Eistheilchen an den kalten Haupt- und Barthaaren aus den Wasserdünsten, die wir aushauchen.

Alle Umstände, welche den Temperaturunterschied zwischen der Luft und den unter freien Himmel stehenden Körpern fördern, begünstigen die Bildung des Reifes. Er entsteht also nur bei heiteren Nächten, leichter in Niederungen, als an den Anhöhen. Wie man die Körper im Freien gegen eine für sie gefährliche Wärmeausstrahlung schützen kann, ist bereits in der Experimentalphysik angegeben worden.

2. Nebel und Wolken. Die Wassertröpfchen oder Wasserbläschen, aus denen Nebel und Wolken bestehen, sind specifisch schwerer als die atmosphärische Luft; sie sollten daher sogleich nach ihrer Entstehung herabfallen und nicht in der Luft schweben; allein das Herabfallen wird erschwert einmal durch die Adhäsion, die zwischen ihnen und der Luft besteht, dann durch den Widerstand der Luft, den sie bei der Kleinheit ihres Gewichtes nicht leicht zu überwinden vermögen; dazu kommt noch, daß vom erhitzten Erdboden warme Luftströme in die Höhe steigen, welche nicht nur die Bewegung der Wolken nach abwärts verhindern, sondern diese in desto größere Höhen führen, je stärker der Boden erhitzt worden ist; deßhalb schweben die Wolken im Sommer höher als im Winter. Durch die vom Boden aufsteigenden Luftströme wird auch das Aufsteigen des Nebels bewirkt.

Ein Aufsteigen der Wolken wird auch dadurch veranlaßt, daß die Luft, in der die Wolke schwebt, nicht mehr alle Sonnenstrahlen durchläßt, sondern einen Theil zurückhält, dadurch erwärmt und specifisch leichter wird, deßhalb in die Höhe steigt und die Wassertröpfchen mit sich reißt.

Nach Kratzenstein sind die Wassertröpfchen so klein, daß sie beim Herabfallen in der Luft nicht ganze 2 Fuß in einer Secunde zurücklegen, weßhalb schon ein schwacher Luftstrom, der nur mit der Geschwindigkeit von 2 Fuß aufsteigt, ihr Herabfallen verhindert. Wenn durch Verdünstung der Durchmesser eines Wasserkügelchens kleiner wird, so nimmt das Gewicht im kubischen, die Oberfläche, mithin auch der Widerstand der Luft nur im quadratischen Verhältnisse mit dem Durchmesser ab, weßhalb das Wasserkügelchen desto weniger fähig wird, den Widerstand der Luft zu überwinden, je kleiner es wird. Wolken, die hoch gehen, bestehen aus kleineren Wassertröpfchen. — Vergrößern sich die Wasserkügelchen in Folge neuer Niederschläge durch Zusammenfließen mehrerer in eines, so nimmt wieder das Gewicht eines jeden im größeren Verhältnisse zu, als der Luftwiderstand, weßhalb sie bald in den Stand kommen, diesen zu überwinden; sie sinken dann tiefer herab, bis sie in eine so dichte Luftschichte gelangen, daß der Luftwiderstand in Verbindung mit den nach oben aufsteigenden Luftströmen den weiteren Fall zu hemmen vermag.

Senkt sich die Wolke tiefer herab, so gelangt sie in wärmere Luftschichten, und kann, wenn diese noch nicht mit Dünsten gesättigt sind, wieder in unsichtbaren Dunst aufgelöst werden. Dieß geschieht auch dann, wenn die Wolke, die jedem Windzuge leicht folgt, über eine sehr erhitzte Gegend geht, von der warme Luftströme mit Lebhaftigkeit in die Höhe steigen. Das Verschwinden der Wolke kann sehr schnell vor sich gehen, weil jedes Wasserkügelchen an seiner ganzen Oberfläche verdünstet und ohnehin sehr klein ist. Geht eine Wolke über stark bethaute oder feuchte Wiesen und Wälder, so vergrößert sie sich, indem die nach oben sich erhebenden Luftströme viel Dünste mit sich führen und neue Niederschläge veranlassen.

Weil gegen Abend das Aufsteigen der warmen Luftströme aufhört, so senken sich die während der Tageszeit entstandenen Wolken und lösen sich in den warmen unteren Luftschichten auf, weßhalb gegen Abend der Himmel am heitersten, die Aussicht vom Berge am schönsten wird. Verschwinden am Abend die Wolken nicht, so sind die unteren Luftschichten mit Dünsten gesättigt. — Die Wolken, die der Polarstrom über die afrikanische Sandwüste bringt, verschwinden bald, daher kann auch kein Regen die wenigen hier lebenden Wesen erquicken.

Die Bildung von Nebel und Wolken wird bekanntlich auch durch Mengung zweier mit Dünsten gesättigten Lufmassen von ungleicher Temperatur veranlaßt; die Ursache davon liegt in dem Umstande, daß das Maximum der Spannkraft der Dünste in einem stärkeren Verhältnisse zunimmt als die Temperatur; weßhalb für das arithmetische Mittel der Temperaturen im Gemenge das arithmetische Mittel der Spannkräfte der darin befindlichen Dünste jederzeit zu groß ist. Sind die sich mengenden Luftmassen nicht mit Dünsten gesättiget, so werden Wolken und Nebel nur dann entstehen, wenn die aus der Mengung hervorgehende Spannkraft der Dünste das der mittleren Temperatur des Gemenges entsprechende Maximum überschreitet, wo dann im ganzen Gemenge ein Niederschlag sich bildet.

Auf diese Art kommt es, daß der kalte Nordostwind bei seinem Einbrechen in eine warme und feuchte Luft Nebel, bewölkten Himmel und selbst Regengüsse bewirkt. — Gelangen die warmen und dunstreichen Südwinde in kalte Gegenden, so entstehen stets dichte Wolken. — Bricht im Winter plötzlich eine heftige Kälte ein, so rauchen die Gewässer, weil aus dem Wasser, das nicht so schnell erkalten kann, Dünste von einer Spannkraft sich entwickeln, bei der sie in der kalten Luft nicht ausdehnsam bleiben können. — Geht ein warmer, feuchter Luftstrom über Gewässer, die kälter sind als die Luft, so entsteht ein Nebel.

Der Nebel über den Gewässern, welcher zuweilen schon am Abend, insbesondere aber am Morgen zu sehen ist, entsteht dadurch, daß die Luft über den Gewässern zur Nachtzeit wärmer ist, als die über dem festen Lande, und auch Dünste von höherer Spannkraft enthält; in Folge dieses Temperaturunterschiedes strömt die kältere Luft vom Lande über die Gewässer und mengt sich mit der hier vorhandenen; ist bereits die Landluft feucht, so tritt sicher die Nebelbildung ein. — Wenn durch Winde warme und feuchte Luft gegen hohe Berge getrieben wird, so erscheinen diese in Wolken gehüllt. Es gibt auch einen trockenen Nebel, den man Höhenrauch oder Moorrauch nennt; er entsteht beim Moorbrennen, steigt in die Höhe, verbreitet sich weit und breit und wird durch Winde in sehr entfernte Gegenden geführt.

3. Howard, der viele Jahre lang die Gestalten der Wolkengebilde beobachtete, unterscheidet 3 Hauptformen derselben: 1. die Federwolken (cirrus) die als zarte, weiße, jederzeit sehr hoch schwebende Streifen, oder Fasern, oder als krause Haarbüschel erscheinen, zuweilen pinselförmig oder federartig aussehen; 2. die Haufenwolke (cumulus) hat das Aussehen, eines oben kugelförmig begrenzten und auf einer horizontalen Ebene ruhenden Berges. Die Haufenwolken bilden oft interessante Gruppen in den Mittagsstunden der warmen Jahreszeiten; 3. die Schichtwolke (stratus) ist der an der Erdoberfläche erscheinende Nebel, der sich öfters am Abend über Wiesen und Gewässern lagert und nach dem Aufgange wieder verschwindet.

Man unterscheidet ferner 4 Nebenformen, die theils Uebergänge von einer Hauptform in die andere, theils Zusammensetzungen derselben zu sein scheinen.

1. Die federige Haufenwolke (cirro-cumulus) besteht aus einer Menge von kleinen gerundeten weißen Wölkchen, die allgemein unter dem Namen Schäfchen bekannt sind.

2. Die federige Schichtwolke (cirro-stratus), deren Masse jederzeit sehr ausgebreitet ist, und die daher an geringer Dichte und Tiefe erkannt wird; sie ist mannigfaltig gestaltet, bildet aber gewöhnlich eine horizontale Schichte, welche in der Nähe des Horizonts, wo man den verticalen Querschnitt sieht, als ein dichter, weit ausgedehnter Streifen sich darstellt.

3. Die streifige oder gethürmte Schichtwolke (cumulo-stratus) bildet sich zunächst aus der Haufenwolke, indem diese dichter, daher auch dunkler wird und nach oben zu sich unregelmäßig gestaltet, so daß der obere Theil über die Grundfläche hinausreicht. Die zweite so wie dritte Nebenform geht allmählig in eine dichte graue Nebelmasse über, deren Theile ein dicht zusammenhängendes Ganze bilden, und die man Regenwolke nennt.

Die Citri schweben zuweilen über den höchsten Bergspitzen der Erde, im Mittel in der Höhe von 20,000 Fuß; die Höhe der Haufenwolken beträgt im Durchschnitte 5000 Fuß; die Regenwolken gehen sehr tief, ihre Höhe wechselt zwischen 1200 und 5000 Fuß. Im Sommer werden die Wolken durch die aufsteigenden Luftströme höher geführt als im Winter, aus gleichem Grunde schweben sie unter den Tropen immer in der Höhe von 9 bis 10000 Fuß.

Die Farbe der Wolke hängt von der Lage derselben gegen die Sonne und gegen den Beobachter, aber auch von ihrer Dichte ab.

4. Regen. Die aus der Regenwolke herabfallenden Regentröpfchen sind anfänglich sehr klein, und werden deßhalb häufig in den unteren wärmeren und noch nicht mit Dünsten gesättigten Luftschichten sehr bald

in unsichtbaren Dunst verwandelt, so daß sie gar nicht auf die Erdoberfläche gelangen, dieß geschieht auch zuweilen bei einem Winde, der bekanntlich die Verdünstung sehr befördert; erst wenn sich der Wind legt, stellt sich der Regen vollständig ein. Da die Regentropfen aus Höhen kommen, wo eine niedrige Temperatur herrscht, so setzen sich beim Herabfallen an sie wie an jeden kalten in eine wärmere dunsthaltige Luft gebrachten Körper neue Niederschläge an, wodurch sie vergrößert werden und zwar desto mehr, je bedeutender die Höhe ist, von der sie herabkommen, je größer der Dunstgehalt und Feuchtigkeitszustand der untern Luftschichten, dann je größer der Unterschied in der Temperatur der Wolke und der unteren Luftmassen ist, daher sind die Regentropfen auf hohen Bergen viel kleiner, als in Thälern, im Sommer, insbesondere beim Beginn des Regens auffallend groß, und erlangen in der heißen Zone nicht selten die Größe von einem Zoll im Durchmesser; in einer kälteren Jahreszeit, wo die Luft unten nur wenig wärmer ist, als die in der Wolkenhöhe, oder wenn in der letzteren Höhe ein warmer Luftstrom herrscht, sind die Regentropfen so fein, daß sie in der Luft leicht schweben und der Regenschirm gegen das Naßwerden nicht schützt.

Die großen Tropfen fallen mit größerer Geschwindigkeit herab, weil sie den Luftwiderstand leichter überwinden. Den in großen Tropfen herabfallenden, gewöhnlich nur kurze Zeit dauernden Regen nennt man Platzregen, er kommt in größeren Breiten nur zur Sommerszeit vor.

Wird eine niedrig gehende Wolke durch den Wind gegen Berghöhen getrieben, so kann in Folge der Abkühlung der bewegten Luftmasse an den Berghöhen ein neuer Niederschlag der in ihr vorhandenen Dünste bewirkt werden, durch den die Wasserkügelchen der Wolke so sehr vergrößert werden, daß sie als Regentropfen herabfallen. Es können aber auch bei der Hemmung der Bewegung am Berge die Wasserkügelchen der Wolke so sehr einander genähert werden, daß sie in große Tropfen zusammenfließen, so daß das Wasser der Wolke in großer Menge und mit großer Heftigkeit sich herabstürzt. Man nennt diesen Regenfall einen Wolkenbruch; er kann auch entstehen, wenn eine Wolke von zwei nach entgegengesetzten Richtungen gehenden Luftströmungen zusammengedrückt wird.

Das Regenwasser enthält Spuren von Kalk, Bittererde, Kali, Eisen, Mangan, Salzsäure, nach einem Gewitter Salpetersäure. Zuweilen führen Winde viel feine organische Stoffe, wie z. B. Blüthenstaub in die Atmosphäre, die den Regen, mit dem sie herabfallen, gelb oder roth färben, daher die Meinung, daß es Schwefel- und Blutregen gebe. Windstöße können auch Fruchtkörner und Knöllchen fortführen, die dann irgendwo wieder herabfallen. Manchmal werden bei Platzregen die Knöllchen mancher Pflanzen herausgerissen, von den Wurzeln getrennt und fortgeschwemmt; man glaubt dann oft, sie seien mit dem Regen herabgefallen. Frösche werden durch den nach langer Trockenheit eintretenden Regen schaarenweise hervorgelockt, und so entsteht der Glaube, daß sie mit dem Regen herabgekommen seien.

5. Schnee. Die Wolken schweben häufig in Höhen, deren niedrige Temperatur geeignet ist, die Wassertröpfchen derselben in Eiskrystalle zu verwandeln, die durch neue Niederschläge sich vergrößern und als Schneeflocken herabfallen. Sind die unteren Luftschichten warm, so schmelzen daselbst die fallenden Schneeflocken und kommen als Regentropfen herab, daher regnet es in der Ebene, während es auf den

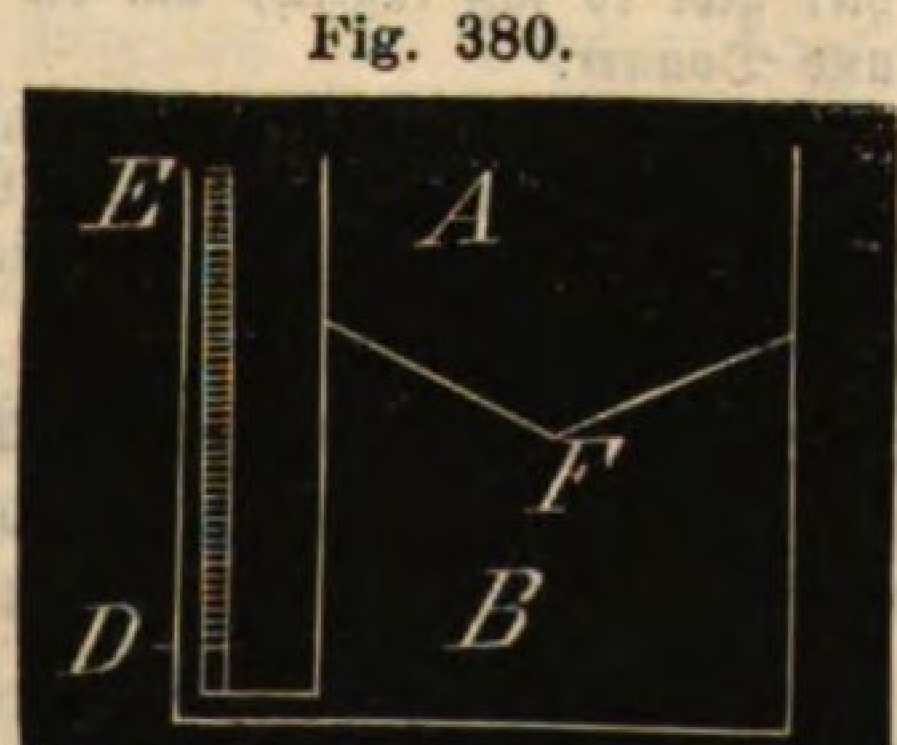
Bergen schneit. Oefters thauen die Schneeflocken in den unteren Luftschichten nicht vollständig auf, sondern sickern zu einem kleinen undurchsichtigen Klümpchen zusammen, wodurch der sogenannte Graupelregen entsteht. — Die den Schneeflocken beigemengte Luft ist die Ursache, daß der Schnee die auffallenden Sonnenstrahlen größtentheils unverändert zurückwirft, und daher blendend weiß erscheint; eine Beimengung von Pflanzenstoffen färbt ihn zuweilen röthlich.

Wenn nach einer anhaltenden Kälte ein Südwind in die oberen Regionen eindringt, aber die unteren noch nicht erreicht, so fallen aus den Wolken Regentropfen herab, die in den unteren Luftschichten zu kleinen durchsichtigen Eiskügelchen gefrieren. Dieß ereignet sich auch dann, wenn der herrschende Südwind, bei dem es regnete, plötzlich durch einen kalten Nordwind verdrängt wird.

Fällt der Schnee nicht dicht, so kann man an einer dunklen unter 0° erkalteten Fläche die schönen Gestalten der Schneeflocken beobachten. Häufig hängen sich mehrere Flocken aneinander, oder sie erleiden durch Aufthauung in den unteren Luftschichten Veränderungen in ihrer Gestalt. Scoresby hat in den Polargegenden 120 verschiedene Gestalten beobachtet, und gefunden, daß bei jedem Schneefall eine Form vorherrschend war.

6. Regenmenge. Zur Beurtheilung der klimatischen Beschaffenheit eines Ortes, und der daselbst möglichen Vegetation ist die Kenntniß der jährlichen Regenmenge und der Vertheilung derselben auf die einzelnen Jahreszeiten erforderlich. Dazu dienen eigene unter dem Namen Ombrometer bekannte Apparate, welche unter freiem Himmel aufgestellt, anzeigen, wie viele Linien hoch die Wasserschichte wäre, die das herabfallende Regenwasser auf einer horizontalen Ebene bilden würde, falls es sich über dieser Ebene erhalten und weder verdünsten, noch in die Erde eindringen könnte. Die Höhe dieser Wasserschichte in Fuß ausgedrückt, multiplicirt mit der Anzahl der Quadratschuhe einer dem Regen ausgesetzten Fläche, gibt die Regenmenge, d. i. die Anzahl der Kubikschuhe Wasser an, das auf diese Fläche beim Regnen herabgefallen ist. Die monatliche und jährliche Regenmenge gibt man jedesmal dadurch an, daß man mittelst des Ombrometers bestimmt, wie hoch der Boden durch den während eines Monats oder eines Jahres herabgefallenen Regen mit Wasser bedeckt würde, wenn sich das Wasser überall so, wie im Ombrometer angesammelt hätte. Man muß zu diesem Behufe den Wasserstand im Ombrometer Tag für Tag bestimmen.

Fig. 380.

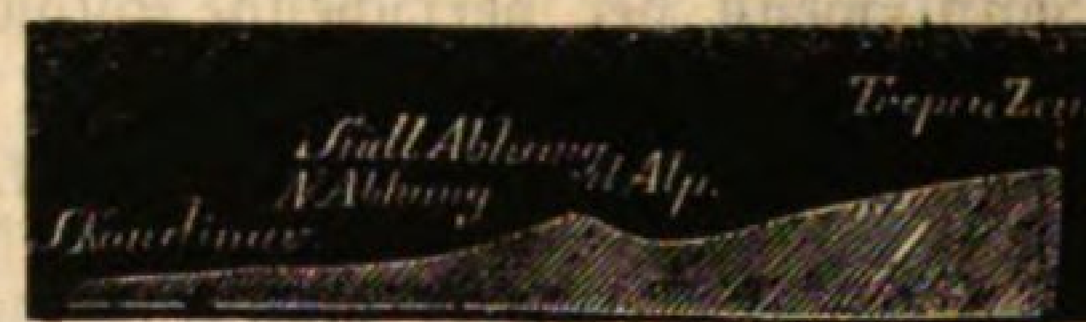


In der einfachsten Form besteht der Regenmesser aus einem parallelepipedischen Gefäße B, Fig. 380, dessen Querschnitt genau einen Quadratfuß beträgt und auf dem ein zweites A von derselben Größe, aber mit einem trichterförmigen Boden aufgesetzt ist. Letzteres nimmt das Regenwasser auf, welches dann durch die kleine Oeffnung in der Mitte in das untere Gefäß abfließt, und durch die am Boden angebrachte Röhre auch in die verticale Glasröhre übergeht, in welcher es stets so hoch wie im Gefäße B steht. Bringt man nun vor dem Beginne der Beobachtung etwas Wasser in den Behälter B, bemerkt den Stand desselben in der Röhre DE und stellt hierauf den Apparat unter freiem Himmel auf, so läßt sich nach jedem Regen an der Röhre DE erkennen, um wie viel Linien der Wasserstand in B durch den Regen zugenommen hat.

In Betreff der jährlichen Regenmenge läßt sich im Allgemeinen behaupten, daß sie in den Gegenden größer sein muß, deren Atmosphäre einen beträchtlicheren Wassergehalt besitzt, wie dieß in warmen und wasserreichen Gegenden der Fall ist. Sie ist desto kleiner, je weiter ein Ort vom Aequator entfernt ist, ändert sich aber an demselben Orte von einem Jahr zum andern, oft sehr beträchtlich, so daß die mittlere Regenmenge eines Ortes immer erst die aus einer größeren Anzahl von Jahren erhaltene Durchschnittszahl ist. — Die Fig. 381 macht die Regenmenge für die verschiedenen Breiten anschaulich; allein locale Umstände, insbesondere die Nähe des Meeres, herrschende Winde, Gebirgszüge und Ueppigkeit der Vegetation haben Einfluß auf die Reichhaltigkeit der Niederschläge. Auf Bergen sind zumal im Sommer die Regen häufiger.

Fig. 381.

Regenhöhe in den Zonen.



In höheren Breiten regnet es in jedem Monate, aber die jährliche Regenmenge ist nicht gleichmäßig auf alle Jahreszeiten vertheilt, auch ist die Vertheilung nicht an allen Orten dieselbe; so kann man die Länder Europa's bezüglich der Vertheilung der jährlichen Regenmenge in 3 Gruppen theilen; eine umfaßt die Länder, wo die Sommerregen sehr selten sind (Italien, das südöstliche Frankreich, südliche Portugal), die zweite begreift die Länder, wo im Herbste, und die dritte diejenige, wo im Sommer die größte Regenmenge niederfällt; zur zweiten gehören England, das westliche Frankreich, die Niederlande, zum dritten Deutschland, Dänemark, Schweden.

Zwischen den Wendekreisen ist auf dem Meere, wo die Stärke und Regelmäßigkeit der Passate durch nichts gestört wird, der Himmel gewöhnlich heiter, und Regen sind selten, am seltensten zur Zeit, wo die Sonne in der andern Hemisphäre weilt. Allein auf dem festen Lande erleidet der Passatwind Aenderungen in seinem Auftreten, welche Regen bewirken; man unterscheidet hier eine trockene und eine nasse Jahreszeit; letztere ist die Zeit der Annäherung der Sonne an das Zenith, wo die Sonnenstrahlen die Erde stark erhitzen, dadurch nicht nur eine lebhafte Verdünstung der Gewässer, sondern ein rasches Aufsteigen warmer Luftströme vom erhitzten Boden veranlassen; diese Luftströme führen eine große Menge von Dünsten in beträchtliche Höhen, wo in Folge der hier herrschenden niederen Temperatur starke Niederschläge sich bilden, die in heftigen Regengüssen auf die Erde herabkommen. Diese Regenzeit dauert in manchen Gegenden mehrere Wochen, in andern mehrere Monate, doch regnet es nicht ununterbrochen, sondern einige Stunden vor und einige Stunden nach dem Mittage. Zu der Zeit, wo die Sonne im Zenith ist, sind die Regen am stärksten. — In der trocknen Jahreszeit ist selbst das Erscheinen einer Wolke eine Seltenheit.

In der Region der Calmen findet man die periodischen Regen nicht, sondern, hier gibt es fast täglich, um die Mittagszeit heftige Regengüsse, begleitet von Blitz und Donner.

Daß sich die Regentropfen beim Herabfallen vergrößern, beweist der Umstand, daß Ombrometer, die an einem Orte der Erdoberfläche in verschiedenen Höhen aufgestellt werden, eine desto kleinere Regenmenge anzeigen, je weiter sie vom Erdboden abstehen.

§. 277. Barometer-Aenderungen. Der Druck der Atmosphäre gegen einen Theil der Erdoberfläche hängt von dem Gewichte der darüber stehenden Luftsäule, aber auch von der Spannkraft der Wasserdünste ab; dieser Druck ist bekanntlich dem Barometerstande proportional. Eine jede Aenderung in der Masse der drückenden, trockenen Luftsäule und in der Spannkraft der Wasserdünste gibt sich durch eine Aenderung im Barometerstande zu erkennen.

Eine Aenderung in der Masse der drückenden Luftsäule tritt ein, wenn die mit dem erhitzten Boden in Berührung stehenden Theile erwärmt vertical aufwärts in die Höhe steigen, und daselbst in Folge der hier eintretenden Erhöhung der Expansivkraft in die kältere Nachbarschaft abfließen; dieses Abfließen eines Theiles der Masse aus der Luftsäule, die über der erwärmten Gegend steht, hat ein Sinken des hier befindlichen Barometers zu Folge, während das Barometer der Narbarschaft durch die dahin kommende Luftmasse zum Steigen gebracht wird; nach einiger Zeit wird aber auch hier eine Strömung der kalten Luft in den wärmeren Raum eintreten, somit wieder das Barometer daselbst sinken, und in der wärmeren Gegend steigen.

Eine an einem Orte eintretende Erniedrigung der Temperatur bewirkt ein Zusammenziehen der ganzen Luftsäule, mithin ein Zuströmen der Luft aus der Nachbarschaft in den oben leer gewordenen Raum, wodurch ein Steigen des Barometers veranlaßt wird.

Veränderungen in der Lufttemperatur veranlassen auch Aenderungen in der Spannkraft der gasförmigen Wasserdünste in der Atmosphäre; eine Erhöhung der Temperatur, da sie durch stärkere Dunstbildung die Spannkraft des atmosphärischen Wasserdunstes vermehrt, bewirkt ein Steigen des Barometers; die Verminderung der Temperatur kann einen theilweisen Niederschlag (Wasserbläschen, Wasserkügelchen, Schnee) veranlassen, in jedem Falle bewirkt sie eine Abnahme der Spannkraft der Wasserdünste, und hat daher immer ein Sinken des Barometerstandes zur Folge. Demnach sind die Wirkungen, welche die Wasserdünste bei eintretenden Temperatur-Aenderungen hervorbringen, entgegengesetzt denjenigen, welche diese Aenderungen in der trockenen Luft erzeugen; diese entgegengesetzten Wirkungen werden sich entweder ausgleichen, oder es bekommt bald die eine, bald die andere das Uebergewicht. Die Barometer-Aenderungen, die von den regelmäßigen, täglichen und jährlichen Aenderungen der Temperatur abhängen, heißen **regelmäßige** oder auch **periodische**, weil sie sich in der Periode von einem Tage oder von einem Jahre wiederholen. Diejenigen, die von Einflüssen herrühren, die den regelmäßigen Gang der Temperatur stören, heißen **unregelmäßige** Aenderungen oder **Störungen**. Der mittlere Durchschnitt der stündlichen, an einem Tage beobachteten Barometerstände ist der mittlere Barometerstand des Tages oder das barometrische Tagesmittel; die Summe der Tagesmittel eines Monats, durch 30 dividirt, gibt den mittleren Barometerstand des Monats oder das barometrische **Monatsmittel**; durch Division der Summe der Monatsmittel mit 12 erhält man den **mittleren Barometerstand des Jahres**.

Wenn man von dem beobachteten Barometerstande die mittelst des Hygrometers bestimmbare Spannkraft der atmosphärischen Dünste abzieht, so gibt der Rest den Druck der trockenen Atmosphäre; man kann auf diese Art den täglichen, monatlichen und jährlichen Gang des Druckes der trockenen Luft bestimmen. Die Beobachtungen lehren:

a) Das Minimum der mittleren Spannkraft des Dunstes tritt um 6 Uhr Morgens, das Maximum um 10 Uhr Abends, der größte Druck der trockenen Luft tritt gegen 8 Uhr Morgens ein, bleibt einige Zeit unverändert, und sinkt dann fort bis 4 oder 6 Uhr Nachmittags; wor-

auf er, dann beständig bis zu seinem Maximum wächst. Der Grund, daß die Wendestunden des Luftdruckes erst nach den Wendestunden der Temperatur eintreten, ist in dem Umstande zu suchen, daß das Aufsteigen der warmen Luftströme, und deren Abfließen in die Nachbarschaft immer einige Zeit erfordert. — Das Zusammenwirken beider Ursachen hat zur Folge, daß an allen Orten vom Aequator bis zu einer Breite von 79 Graden und einer Höhe von 2000 Klaftern über der Meeresfläche, die in den Verhältnissen eines Seeklima's sich befinden, der Barometerstand zwischen $8\frac{1}{2}$ und $10\frac{1}{2}$ Uhr Vormittags und zwischen 9 und 11 Uhr Abends ein Maximum ist, dem ein Sinken nachfolgt, so daß er zwischen 3 und 5 Uhr Morgens und 3 und 5 Uhr Nachmittags ein Minimum wird. Diese stündlichen Schwankungen erfolgen unter den Tropen sehr regelmäßig; an Orten mit einem entschiedenen Continentalklima tritt das Maximum am Morgen entweder nicht ein, oder ist sehr unbedeutend. Die größten täglichen Aenderungen treten in der tropischen Zone ein, und betragen im Mittel $2{\cdot}4^{mm}$; mit der Entfernung vom Aequator nimmt die tägliche Aenderung ab, beträgt in Prag $0{\cdot}8^{mm}$ und in Petersburg nur $0{\cdot}2^{mm}$, und verschwindet in der geogr. Breite von 63°.

b) Zur Zeit der größten Jahreswärme erscheint der Druck der trockenen Luft am kleinsten, wächst dann fort und wird einige Zeit nach der größten Kälte im Jahre am größten. Die mittlere Spannkraft des atmosphärischen Dunstes befolgt den entgegengesetzten Gang; ihr Einfluß auf den Barometerstand ist in den Sommermonaten überwiegend, dagegen gewinnt in den Wintermonaten die Aenderung des Druckes der trockenen Luft das Uebergewicht. Daher ist in der gemäßigten Zone der Barometerstand im Winter am größten, und erreicht im Februar sein Maximum, nimmt dann ab, und wird im April ein Minimum. Hierauf steigt der Barometerstand, erreicht im October sein zweites Maximum, dem wieder ein kleines Minimum im November nachfolgt, nach dessen Eintritte das Barometer wieder sich erhebt.

Zwischen den Wendekreisen erscheint die Wirkung, welche die Veränderung der Luftwärme im Drucke der trockenen Luft bewirkt, stets größer als die, welche durch dieselbe Wärmeänderung im Drucke des atmosphärischen Dunstes hervorgebracht wird; daher gibt es nur ein Minimum im heißesten Monat, worauf dann das Barometer beständig bis zum kältesten Monat steigt.

Die Größe der jährlichen Aenderung nimmt wieder mit der Entfernung vom Aequator ab. Der mittlere Luftdruck der Monate Juli und August ist nahe dem Jahresmittel gleich.

c) Nach Kreil's Beobachtungen veranlaßt der Mond eine Art von Ebbe und Fluth in der Atmosphäre, nämlich ein regelmäßiges Steigen und Fallen des Barometers in einer Periode, welche genau mit der Bewegung des Mondes innig zusammenhängt. Eine richtige Einsicht gewinnt man durch die graphischen Darstellungen in Kunzek's Meteorologie 2. Aufl.

d) Die unregelmäßigen Aenderungen des Luftdruckes sind am Aequator sehr gering, nehmen aber mit wachsender Breite zu, sind im Winter merklich größer als im Sommer.

Mit gehöriger Berücksichtigung der Ursachen, welche die Barometer-Veränderungen veranlassen, wird es möglich, aus dem Stande des Barometers die bevorstehende Witterung mit einiger Wahrscheinlichkeit anzugeben. Bedeutende Aenderungen im Barometerstande treten nur in Folge von starken Aenderungen in der Temperatur und im Dunstgehalte ein; aber diese Aenderungen führen auch Veränderungen in der Witterung herbei. Ein bedeutendes Fallen des Barometers kann eine Folge von starken Niederschlägen der Dünste in der Atmosphäre sein, und wird als Vorbote einer nassen Witterung betrachtet, die jedoch nicht immer sich einstellt, weil nicht jedesmal der entstandene Niederschlag bis zur Entstehung des Regens verdichtet wird. Ungewöhnlich rasches Fallen wird als ein Zeichen einer eingetretenen bedeutenden Störung des Gleichgewichtes, daher als Vorbote eines nahenden Sturmes betrachtet.

Da durch Winde bedeutende Aenderungen in dem Wärme- und Feuchtigkeitszustande der Atmosphäre eines Ortes hervorgebracht werden, so werden durch Winde auch starke Barometer-Aenderungen erzeugt. In Europa tritt bei den kalten und trockenen Nordost- und Ostwinden, die einen heiteren Himmel bewirken, der höchste, dagegen bei den warmen, regenbringenden Süd- und Südwestwinden der kleinste Barometerstand ein. Allein so ist es nicht überall auf der Erde, indem z. B. am Ausflusse des Laplata-Stromes in Amerika die warmen Nordwestwinde trockene Luft führen, daher einen heiteren Himmel, aber ein Sinken des Barometers bewirken; dagegen veranlassen die kalten Südostwinde, bei denen das Barometer steigt, gewöhnlich ein regnerisches Wetter.

Hat man an einem Orte aus jahrelang fortgesetzten Beobachtungen für jede Windesrichtung den mittleren Barometerstand ermittelt, so kann man, nach Leop. von Buch's Erfahrungen, regnerisches Wetter sicher erwarten, wenn das Barometer unter den mittleren Stand, welcher dem herrschenden Winde entspricht, herabsinkt.

§. 278. Elektrische Meteore. Zur Untersuchung des elektrischen Zustandes der Atmosphäre bedient man sich einer 8 bis 12 Fuß langen Stange; die man am oberen Ende mit einem isolirten Fischbeinstäbchen, und dieses mit einer metallenen Spitze versieht, an die ein glühender Schwamm, der die Elektricität vorzüglich gut leitet, angesteckt wird; von der Spitze geht ein Metalldraht zu einem sehr empfindlichen Elektroskop. Mittelst eines papierenen Drachen, den man in die Höhe steigen läßt, wird es möglich die elektrische Beschaffenheit hochliegender Luftschichten zu erkennen. Becquerel befestigte zur Erforschung der Elektricität in der Höhe einen sehr langen und feinen Golddraht mit einem Ende an ein empfindliches Elektrometer, mit einem andern an einen Pfeil, welchen er mittelst eines Bogens abschoß.

Saussure, Arago, Schübler haben mittelst der angeführten Vorrichtungen gefunden, daß bei heiterem Himmel die Atmosphäre stets positiv, die Erde negativ ist; kurz vor dem Sonnenaufgange ist die Stärke der Luftelektricität am geringsten, erreicht aber schon in einigen Stunden nach dem Aufgange der Sonne einen gewissen größten Werth, worauf sie wieder abnimmt, und einige Stunden nach der Mittagzeit ein Minimum wird, welches nur etwas höher ist, als jenes am Morgen. Wenn sich die Sonne dem Horizonte nähert, nimmt wieder die Stärke der Luftelektricität zu, und erreicht in beinahe zwei Stunden nach Sonnenuntergang ihr zweites Maximum, worauf sie abermals bis zum Morgen abnimmt, weil die feuchte Luft der Nacht die Elektricität zur Erde herableitet. — Die Stärke der Luftelektricität bei heiterem Himmel ist in den höher liegenden trockeneren Luftschichten größer als in denen, welche der Erdoberfläche näher stehen.

Auch bei trübem Wetter und bei Nebeln ist nach Schübler's Beobachtungen die Elektricität der Luft positiv; allein während es regnet oder schneit, ist sie bald positiv, bald negativ; auch der herabfallende

Niederschlag ist bald positiv, bald negativ, am häufigsten positiv bei Nordwinden, dagegen negativ elektrisch bei Südwinden. Wir können den Grund dieses Wechsels gegenwärtig noch nicht mit Bestimmtheit angeben; wohl mögen dabei die Aenderungen in der Temperatur von großem Einflusse sein.

Bei der Bildung der Wolke nehmen die Wasserkügelchen als gute Leiter die Elektricität aus dem Luftraume auf, in welchem die Dünste, aus denen sie entstehen ausgebreitet waren, aber die freie Elektricität, welche in einem Wasserkügelchen der Wolke erscheint, kann nur eine sehr geringe Spannung besitzen, für welche selbst ein guter Elektricitätsleiter ein Nichtleiter ist; da überdieß jedes Wasserkügelchen von atmosphärischer Luft umgeben ist, so kann der Uebergang der Elektricität von einem Kügelchen zum andern sich nur langsam fortpflanzen, weßhalb eine Nebelmasse, die den Erdboden berührt, nicht augenblicklich die Elektricität verlieren kann. — Geht die Bildung einer Wolke sehr rasch vor sich, so tritt die Elektricität mit jener kräftigen Spannung auf, welche die Entstehung eines Blitzes möglich macht, weil sie sich nicht so schnell, als sie entsteht, zerstreuen kann; ist die Wolke sehr dicht, so liegen die Wasserkügelchen sehr nahe an einander, und man kann die ganze Wolke als einen zusammenhängenden Leiter betrachten, an dessen Oberfläche sich die freie Elektricität der einzelnen Wasserkügelchen anhäuft und eine große Spannung erhält, da diese Oberfläche bedeutend kleiner ist, als die der Wasserkügelchen zusammen genommen. Solche dichte Wolken, an deren Oberfläche Elektricität von großer Spannung sich anhäuft, bilden sich in der heißen Jahreszeit in der mit Dünsten gesättigten Luft viel leichter als in einer andern Jahreszeit, weil bei einer gewissen Temperatur-Verminderung wegen des großen Dunstgehaltes eine viel größere Menge tropfbar wird, als wenn kältere, mit Dünsten gesättigte Luft um eben so viel Grade erkaltet.

3. Bei heiterem, windstillem Wetter und großer Feuchtigkeit der Luft, wie dieß häufig im Sommer eintritt, steigen vom erhitzten Erdboden Luftmassen mit Raschheit vertical aufwärts, kommen in bedeutende Höhen, gehen vermöge der Trägheit höher als das Gleichgewicht bezüglich der Ausdehnsamkeit erfordert, und bringen dahin eine Menge Wasserdünste, aus denen sich Cirri und Cirrostrati bilden, die dem Himmel ein weißliches Aussehen geben; um das Gleichgewicht herzustellen, sinken kalte Luftmassen an der Seite der warmen herab, und verursachen in der feuchten Atmosphäre die rasche Bildung einer Gewitterwolke, die an Dicke so stark zunimmt, daß sie ein ganz schwarzes Aussehen erhält; ihre starke elektrische Spannung macht sich schon in der Entfernung von einer halben Meile erkennbar. Ein in den oberen Regionen herrschender Wind verstärkt das Sinken der kalten Luftmassen, und damit auch die Bildung der Niederschläge. Oertliche Umstände, wie Feuchtigkeit und eine warme Lage des Bodens, können das Aufsteigen der Luftmassen, und so die Bildung der Gewitterwolken begünstigen. Die Gewitter erscheinen in den ersten Nachmittagsstunden am häufigsten, weil zur Zeit der größten Tageshitze der aufsteigende Luftstrom am lebhaftesten ist. Der herabstürzende kalte Luftstrom ist wahrscheinlich die Ursache des Gewittersturmes, der aus der Wolke weht, aber nur kurze Zeit dauert.

Gebirgsgewitter können auch z. B. durch einen lebhaften Südwind, der die warme Luft an der Wand des Gebirges zum Auffsteigen nöthigt, hervorgebracht werden. — Die sogenannten Platzregen entstehen auf dieselbe Weise, wie der Gewitterregen, aber die elektrische Spannung in der Wolke ist nicht so groß, daß ein Blitz möglich würde. — Die Gewitter, welche vulkanische Ausbrüche begleiten, sind Folgen der Niederschläge, welche sich aus den hochauffsteigenden glühenden Wasserdünsten in den Höhen der Atmosphäre mit Raschheit bilden.

Wenn im Sommer der Süd- oder Südwestwind längere Zeit herrschend gewesen, dabei der Dunstgehalt der warmen Atmosphäre groß geworden ist, und es bricht hierauf plötzlich der kalte Nordostwind ein, so verursacht er anfänglich eine Windstille, welche in uns die unangenehme Empfindung der Gewitterschwüle veranlaßt, weil die Luft mit Dünsten gesättigt erscheint, daher die Ausdünstung des Körpers gehemmt ist. Auf die Windstille folgt eine rasche Bedeckung des Himmels, mit dichtem Gewölke und bald erscheint das Gewitter ausgebildet. Die Drehung des Windes von Süd durch West nach Nordost gibt sich durch ein Steigen des Barometers während des Gewitters und durch eine Abkühlung der Luft nach dem Gewitter zu erkennen.

Ein rascher Niederschlag mit Blitz und Donner kann auch durch einen Südost- oder Südwestwind beim stürmischen Einbrechen desselben in eine erkaltete Atmosphäre bewirkt werden. Während dieses Gewitters sinkt das Barometer und die Luft erscheint nach dem Gewitter nicht abgekühlt.

Die Wintergewitter kommen in Gegenden von großer Luftfeuchtigkeit vor, wenn auf einen anhaltenden warmen südlichen Wind, der den Dunstgehalt der Luft sehr vermehrte, ein stürmischer Nord- oder Nordostwind einbricht.

Der **Blitz** erscheint entweder in der Gestalt eines zickzackförmigen scharf begrenzten Streifens von rother oder violetter Färbung, vollkommen ähnlich dem Funken, der vom Conductor der Elektrisirmaschine in einen Leiter überspringt, oder als ein bläuliches oder violettes, schwächeres Licht, welches das ganze sich gleichsam öffnende Gewölk erleuchtet; oder er hat die Form einer Feuerkugel, die von der Wolke zur Erde fährt, und dem gemeinen Mann unter dem Namen Donnerkeil bekannt ist. Der Blitz der ersten Art fährt größtentheils, doch nicht immer zur Erde herab; der Blitz der zweiten Art geht von einer Wolke in die andere über.

Jede Gewitterwolke erzeugt in allen, in ihrer Wirkungssphäre befindlichen guten Leitern auf der Erde eine Vertheilung der natürlichen Elektricität, zieht die ungleichnamige an und stößt die gleichnamige in die Erde ab; war der vertheilende Einfluß beträchtlich und verliert dann die Wolke durch eine plötzliche Entladung ihre Elektricität, so vereinigen sich rasch die getrennten Elektricitäten in den Leitern auf der Erde miteinander, welche Vereinigung eine gewaltige Erschütterung in Menschen und Thieren erzeugen kann und **Rückschlag** genannt wird. — Die Luft, durch die der Blitz fährt, wird in Folge der Verdichtung, die sie erfährt, so heiß, daß sie brennbare Körper entzündet. Der Blitz

reißt leichte Körperchen leicht fort, die dann an andern Orten wieder abgesetzt werden, daher kommt es, daß er an Gebäuden an manchen Stellen Spuren von Eisen, Kohle und ähnlichen Stoffen zurückläßt. Wenn der Blitz in einen sandigen, oder aus schmelzbaren Substanzen bestehenden Boden fährt, so entstehen röhrenförmige geschmolzene Massen, die man Blitzröhren nennt, und die manchesmal 20 bis 30 Fuß lang und 1 bis 2 Zoll weit sind. Andere Wirkungen des Blitzes sind bereits in der Experimentalphysik angeführt worden.

Der Donner, welcher den Blitz begleitet, entsteht, indem die atmosphärische Luft in der Richtung, in welcher der elektrische Strom geht zusammengedrückt und in Schwingungen versetzt wird; das eigenthümliche Rollen kommt daher, weil wir nebst dem Urschall auch sein Echo vernehmen, und weil die Luft nicht an einem, sondern an mehren Orten gleichzeitig schwingt; da diese verschiedenen Entstehungsorte des Schalls in sehr ungleichen Entfernungen vom Beobachter sich befinden, so ist auch die Stärke der Schallwellen, die zum Gehörorgan gelangen, sehr verschieden. Kämtz ist der Ansicht, daß die Verschiedenheit in der Schallstärke, welche das Rollen kennzeichnet, auch zum Theil der Interferenz der Schallwellen zuzuschreiben ist, die von verschiedenen Punkten des Weges, welchen der Blitz zurückgelegt hat, ausgehen, und die beim Zusammentreffen im Ohr bald eine Verstärkung bald eine Schwächung des Schalls bewirken können.

Schlägt der Blitz in einen Gegenstand auf der Erde in der Nähe eines Beobachters ein, so hört dieser nur einen kurzen heftigen Knall, oder ein prasselndes Geräusch. In einer Entfernung von 3 oder 4 Meilen vom Entstehungsorte des Blitzes hört man den Donner nicht. Man sieht nicht selten Blitze und hört keinen Donner; dieß ist der Fall, wenn der Blitz in hochliegenden, mithin sehr dünnen Luftschichten entsteht, daher der ihn begleitende Schall von geringer Stärke ist und bei seiner Fortpflanzung durch Wolken und durch Luftschichten deren Dichtigkeit nach unten beständig zunimmt, bedeutend geschwächt wird, so daß er in der Tiefe nicht mehr gehört werden kann.

Die unter dem Namen Wetterleuchten bekannte blitzähnliche Lichterscheinung, die an heißen Sommerabenden an der Grenze des Horizontes beobachtet wird, ist der Wiederschein der Blitze in der Luft von einem unter dem Horizonte befindlichen Gewitter, was der Herr Abt Reslhuber von Kremsmünster durch zahlreiche Beobachtungen bestätigt hat. (Sitzungsber. der k. k. Akad. zu Wien 1858 Band 28.)

Wenn eine stark elektrische Wolke nicht sehr hoch schwebt, so geschieht es nicht selten, daß in Folge der Vertheilung der Elektricität in den guten Leitern auf der Erde aus den hervorragenden Spitzen derselben z. B. aus den Spitzen der Blitzableiter und Mastbäume die von der Wolke angezogene Elektricität ausströmt, welches Ausströmen sich in einer finsteren Nachtzeit als eine Lichterscheinung kund gibt, die man St. Elms- oder St. Helenafeuer nennt, und die schon den Alten unter dem Namen Castor und Polux bekannt war.

Man hat diese Erscheinung auch an den Ohrenspitzen und Mähnen der Pferde, an den Zweigen und Spitzen der Bäume und der Grashalmen beobachtet.

Um den in ein Gebäude einschlägenden Blitz unschädlich zu machen, dienen die von Franklin erfundenen Blitzableiter, deren jeder aus einer dicken, zugespitzten Metallstange (Auffangstange) und einem von der Stange ohne Unterbrechung zum feuchten Erdboden oder in einen Brunnen führenden metallischen Leiter, am besten aus hinreichend dickem Kupferdrahte oder verzinktem Eisendrahte besteht. Die Auffangstange, gewöhnlich aus Eisen, muß mehrere Schuh über die höchsten Theile des Gebäudes hervorragen und ihre Spitze vergoldet oder von Platin sein; ihre Wirksamkeit erstreckt sich auf einen Umkreis, dessen Halbmesser gleich ist ihrer doppelten Höhe, weßhalb ein größeres Gebäude mehrerer Auffangstangen bedarf, die mit einander in leitender Verbindung stehen müssen; jedoch ist für je zwei Auffangstangen ein Ableiter ausreichend. Mit dem Ableiter sollen alle im Gebäude vorkommenden größeren Metallmassen durch Kupferdrähte verbunden sein, damit nicht ein Theil des am Ableiter gehenden elektrischen Stroms in die benachbarten Metallmassen überspringe. Ein Blitzableiter, bei dem die Leitung irgendwo unterbrochen ist, wäre für ein Gebäude gefährlich; man kann nach Wagner's Vorschlag von der ununterbrochenen Leitung sich leicht überzeugen, wenn man die Auffangstange durch einen Metalldraht mit einem, und das Ende des Ableiters mit dem zweiten Pol einer Volt a'schen Kette verbindet, aber auch ein Galvanometer in den Schließungsbogen einschaltet; kommt nirgends eine Unterbrechung vor, so wird die Nadel abgelenkt.

Der Hagel. Wir können die wahre Ursache des Hagels nach dem gegenwärtigen Stande der Wissenschaft noch nicht mit Bestimmtheit angeben; Kämtz geht bei seiner Erklärung von der Aehnlichkeit aus, die zwischen den Erscheinungen bei Sommergewittern und bei Hagelschauern Statt findet, indem an den Tagen, wo der Hagel fällt, in der Atmosphäre eine große Ruhe herrscht, die Wolken am Himmel stille stehen, die Hitze groß und die Luft mit Dünsten beinahe gesättigt ist; den Beobachtungen zufolge nimmt an solchen Tagen die Temperatur der Luft in verticaler Richtung viel schneller ab, als es nach den gewöhnlichen Gesetzen geschehen sollte; daher steigen die warmen und feuchten Luftströme mit großer Raschheit vertical aufwärts und gelangen in Höhen, wo ihre Dünste in Schneeflocken übergehen. Localverhältnisse können das rasche Aufsteigen der feuchten Luftmassen begünstigen, wie z. B. in eingeschlossenen Thälern, wo die Bergwände den aufsteigenden Strom gegen Seitenströme schützen. Nebst diesen Thatsachen sind noch folgende zu beachten: Barral und Bixio haben am 27. Juli 1850 zu Paris bei 18° C. eine Luftfahrt unternommen und dabei in der Höhe von 6000 Fuß die Temperatur von + 9° und in der Höhe von 11250′ nur — 0. 5 C beobachtet; der Nebel der sie umgab wurde immer dichter und am dichtesten in der Höhe von 15000′ wo das Thermometer — 7° zeigte; von da an sank das Thermometer sehr rasch, in der Höhe von 19000′ auf — 10.5° in der von 19500 auf — 35° bei 21000′ Höhe sogar auf — 39° C. In der Höhe, in welcher die Temperatur — 10° war, sahen sich die Luftfahrer von unzähligen Eisnadeln umgeben. Diese Beobachtungen bezeugen, daß die Temperatur in den Höhen über 15000′ sehr rasch abnimmt und die Dünste in Eis übergehen, hingegen in den tiefer liegenden Schichten die Wassertröpfchen, die den Nebel bilden eine Temperatur unter Null besitzen und dennoch nicht gefroren sind. Dufour fand, daß Wasserkügelchen, die in einer gleich dichten Mischung von Chloroform und Süßmandelöl schweben, sogar bis 20° C. erkaltet werden können ohne zu gefrieren, werden sie aber mit einem festen Körper z. B. mit Eis berührt, so erstarren sie augenblicklich.

In Folge des an heißen Sommertagen aufsteigenden Luftstromes

erfolgt zur Seite desselben ein rasches Sinken der kältesten Luftschichten, wobei die darin befindlichen gefrorenen Wassertheilchen mit den sehr kalten tiefer liegenden in Berührung kommen, und, indem sich diese an sie anlegen und augenblicklich gefrieren, an Gewicht zunehmen. Es können dabei auch Wirbelwinde entstehen, welche die Eistheilchen zu größeren Massen zusammenballen. — Die so entstandenen Hagelkörner können während des Herabfallens wieder schmelzen und sich sogar in Dünste auflösen; sind aber die unteren Luftschichten feucht und stark abgekühlt, so vergrößern sich die fallenden Hagelkörner durch neue Niederschläge die an ihre Oberfläche sich ansetzen und sogleich gefrieren. Der ursprüngliche undurchsichtige Schneekern muß bei der angeführten Vergrößerungsweise mit einer durchsichtigen Rinde bedeckt erscheinen. Bei den raschen Niederschlägen, welche die herabstürzenden kalten, Luftmassen veranlaslassen wird ein Gewitter sich bilden, das stets das Hagelwetter begleitet, aber es nicht veranlaßt.

Die eben entwickelte Ansicht über die Entstehungsweise des Hagels hat viel Wahrscheinlichkeit für sich; sie wurde zuerst von Vogel angeregt, von Harting und Fried. Mohr umständlich ausgebildet.

Der Hagel ist zwischen den Wendekreisen bis zu einer Höhe von 2000 Fuß über der Meeresfläche äußerst selten; zwischen den 40. und 55. Breitegrade kommt er überall vor, so daß es nur wenige Gegenden gibt, wo er wegen besonders günstigen localen Verhältnissen entweder gar nicht oder nur sehr selten sich einstellt, wie z. B. in einigen Gegenden der Schweiz. Im hohen Norden ist der Dunstgehalt der Atmosphäre zu klein, weßhalb sich wohl Graupeln, aber keine eigentlichen Hagelkörner bilden können.

Polarlicht. Dieses ist eine den Polargegenden eigenthümliche Lichterscheinung, die in der Gegend des Nordpols Nordlicht, und am Südpol Südlicht genannt wird. Man sieht gegen den Pol hin am Horizonte einen Nebel in der Gestalt eines Kreissegments 8 bis 10 Grade hoch sich erheben; die Dichtigkeit desselben ist so gering, daß man durch diesen Nebel die hellfunkelnden Sterne mit dem freien Auge sehen kann, um diesen Nebel bildet sich ein lebhafter Lichtbogen von 1 bis 6 Vollmondsbreiten, dessen höchster Punkt nahe am magnetischen Meridiane sich befindet. Die ganze Erscheinung senkt und hebt sich, zieht sich hin und her, und erleidet merkliche, oft plötzlich eintretende Veränderungen in ihrer Gestalt. Nach einigen Stunden steigt aus dem Lichtbogen eine Lichtsäule mit Blitzesschnelle empor, manchmal bis zum Zenith des Ortes hinauf, und theilt sich oben in mehrere Strahlen; sie ist öfters mit schwarzen Strahlen gemengt, verlängert und verkürzt sich, bewegt sich langsam nach Osten und nach Westen, und verschwindet nach einigen Minuten um einer andern Platz zu machen. Oefters erheben sich gleichzeitig mehrere Säulen endlich aus allen Stellen des Lichtbogens, ja selbst an vielen entgegengesetzten Punkten des Horizonts, so daß der ganze nördliche Himmel wie von zuckenden Flammen erfüllt ist; nur an einer Stelle am Himmel, in der Nähe des Zeniths, die von der Verlängerung der Neigungsnadel getroffen wird, herrscht fortdauernde Ruhe; sie wird die Krone genannt. Allein nur selten bildet sich das Polarlicht zur Krone aus; ist aber diese entstanden, so wird das Strahlenschießen schwächer, die Feuersäulen erscheinen immer kürzer, und nach einiger Zeit sieht man nur breite blaßleuchtende Flecke am

Himmel unregelmäßig zerstreut; auch diese verschwinden früher als das dunkle Segment.

Die Entstehung des Polarlichtes können wir nicht erklären; wir wissen nur, daß es in der Atmosphäre der Erde erscheint, weil es seine Lage gegen die Fixsterne eben so wie alle andern Gegenstände am Horizonte verändert; daß schon am Morgen des Tages, an dem zur Nachtzeit ein Nordlicht erscheint, der Gang der Magnetnadel unregelmäßig ist, und eine Störung des Gleichgewichts in der Vertheilung des Erdmagnetismus andeutet; daß letzterer an der Bildung des Polarlichtes bedeutenden Antheil nimmt, beweiset die Unruhe der Magnetnadel während des Polarlichtes, dann der Umstand, daß der höchste Punkt des Lichtbogens nahe im magnetischen Meridiane und der Mittelpunkt der Krone in der Richtung der Inclinationsnadel sich befindet; der Erdmagnetismus erlangt kurz vor dem Eintreten des Polarlichtes seine größte Stärke, diese nimmt aber in dem Maße ab, in welchem die Lebhaftigkeit des Nordlichtes wächst, und gewinnt erst allmählig wieder ihren gewöhnlichen Werth. Die beim Polarlichte vorkommenden Feuersäulen haben viel Aehnlichkeit mit den elektrischen Lichtbüscheln, die in einem luftleeren Raum beim Ausströmen der Elektricität von einer Kugel in eine andere einige Zoll entfernte zum Vorschein kommen; allein die mit sehr empfindlichen Elektrometern während des Polarlichtes angestellten Versuche haben keine Elektricität nachgewiesen. Man hält daher das Polarlicht für eine magnetische Erscheinung, welche den Act der Wiederherstellung des durch verborgene Ursachen gestörten Gleichgewichts in der Vertheilung des Erdmagnetismus begleitet, wie der Blitz die Wiederherstellung des Gleichgewichts in der Vertheilung der Elektricität; das Polarlicht stellt sich demnach, wie Humboldt sagt, als ein magnetisches Ungewitter dar.

Manche zählen auch die unter dem Namen Wettersäulen (Tromben) bekannten Wirbelwinde zu den elektrischen Erscheinungen; die über Wasser erscheinenden Wettersäulen nennt man Wasserhosen, die über Land gehenden Land- oder Sandhosen. Sie haben die Gestalt eines bald geraden, bald schiefen Doppelkegels, indem sich ein Theil der Wolkenmasse kegelförmig herabsenkt, und von der Erdoberfläche ein zweiter Kegel mit der Spitze nach oben gekehrt erhebt; beide Kegel drehen sich um ihre Axe mit großer Geschwindigkeit, während sie in der Richtung des herrschenden Windes fortschreiten. Solche Wettersäulen sind auf dem Lande im Stande, Bäume zu entwurzeln, Häuser abzudecken, schwere Balken mehrere hundert Fuß weit zu tragen. Dabei stellt sich öfters auch Blitz und Donner ein. Wir besitzen noch keine genügende Erklärung dieser Erscheinung, weil bisher zu wenig wissenschaftliche Beobachtungen über dieselbe gesammelt worden sind.

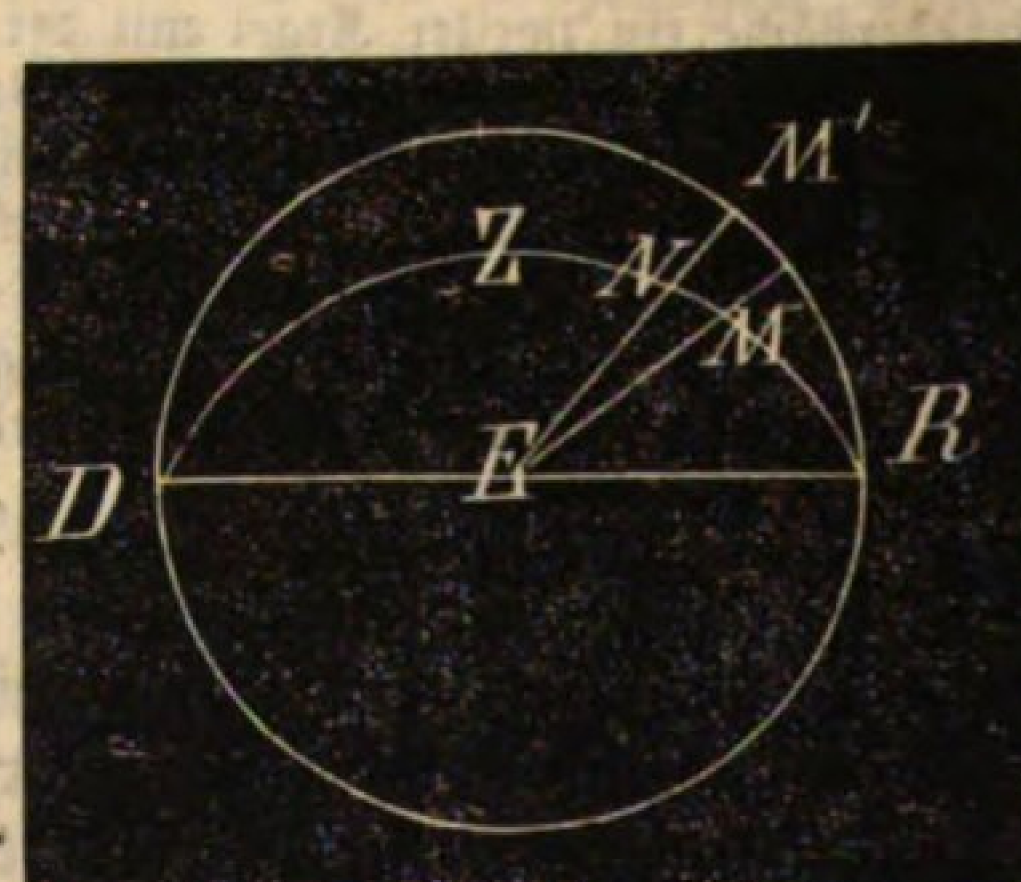
§. 279. Lichtmeteore. 1. Die Tageshelle. Die unvollkommene Durchsichtigkeit der Atmosphäre hat zur Folge, daß das durchgehende Sonnenlicht an jeder Stelle theilweise nach allen Richtungen zerstreut wird, und daher ein Beobachter, der am Tage sein Auge gegen das Himmelsgewölbe wendet, von jedem Orte Licht erhält und die ganze über ihm befindliche Atmosphäre bald mehr bald weniger lebhaft erleuchtet sieht. Diese Erleuchtung der Atmosphäre ist die Ursache der erfreulichen Tageshelle, die uns möglich macht, am Tage auch an solchen Orten, wohin directes Sonnenlicht nicht eindringen kann hell zu sehen; sie ist es auch, welche bewirkt, daß wir die schwach leuchtenden Gestirne am Tage nicht sehen. Selbst das Mondeslicht ist im Stande die Atmosphäre so stark zu erhellen, daß zur Zeit des Vollmondes, insbesondere

wenn er in einem großen Bogen über den Horizont geht, nur wenige Sterne am Himmel sichtbar werden. Wasserbläschen, Staub, Rauch schwächen die Durchsichtigkeit der Luft und erhöhen die Tageshelle. Bei reiner Luft ist auf hohen Bergen die Erleuchtung, welche directes Sonnenlicht bewirkt, bedeutend größer, dagegen die der beschatteten Orte durch die Tageshelle erzeugte viel schwächer als in der Tiefe.

2. Bläue des Himmels. Die Eigenschaft der Luft, von den durchgehenden Sonnenstrahlen das blaue Licht vorzugsweise zurückzuwerfen ist bekanntlich die Ursache der Bläue des Himmels so wie der blauen Färbung der entfernten Berge, Wälder und anderer Gegenstände. Die Nebelbläschen, die in der Luft zerstreut schweben, und die weißes Licht zurückzuwerfen vermögen, mengen dem blauen Lichte weißes bei, wodurch das Aussehen des Himmels weißlich wird, und dieß desto mehr, je mehr Nebelbläschen in der Luft angehäuft sind. In der Nähe des Horizontes schweben viele Staub- und Rauchtheilchen in der Atmosphäre, die ebenfalls weißes Licht zurückwerfen; außerdem ist jede vom Auge durch die Atmosphäre in der Nähe des Horizontes gezogene gerade Linie länger, als diejenigen Linien, die durch hochgelegene Punkte der Atmosphäre gehen und unter denen die Verticale am kürzesten ist. Da nun in längeren Linien mehr Nebelbläschen vorkommen, als in den kürzeren, so erscheint das Blau des Himmelsgewölbes in der Nähe des Horizontes mit viel mehr Weiß gemischt als das der höheren Theile der Atmosphäre. Erheben wir uns in bedeutende Höhen, so lassen wir viele Nebelbläschen und alle Staubtheilchen hinter uns, wodurch die Ursache der weißen Beimischung vermindert wird, und weil dann zwischen uns und dem dunklen Weltraume nur eine Atmosphäre von geringer Dichte, die nur wenig blaue Strahlen zurückwirft, sich befindet, so erscheint uns der Himmel in bedeutenden Höhen, z. B. auf hohen Bergen tief blau. Nach den neuesten Untersuchungen von M. Schlagintweit nimmt die Tiefe der Färbung zwischen 600 und 1000 Fuß Höhe rasch zu.

Das Himmelsgewölbe in der Nähe des Horizontes erscheint nicht bloß weißlich, sondern auch schwächer erleuchtet als in der Nähe des Zeniths, und schon deßhalb scheint es in einem weiteren Abstande vom Beobachter zu stehen, als der Theil im Zenithe, weßhalb es das Aussehen hat, als wenn das Himmelsgewölbe am Zenith eingedrückt wäre; daher kommt es, daß der Punkt M, Fig. 382, der zwischen dem Zenithe und dem Horizonte in der Mitte zu liegen scheint, nicht um 45°, sondern nur um 23° vom Horizonte entfernt ist, der Punkt M′ hingegen, dessen Abstand vom Horizonte wirklich 45° beträgt, erscheint in N, dem Zenithe näher gerückt. Alle Sterne am Himmel scheinen dem Zenithe näher zu sein als sie es wirklich sind.

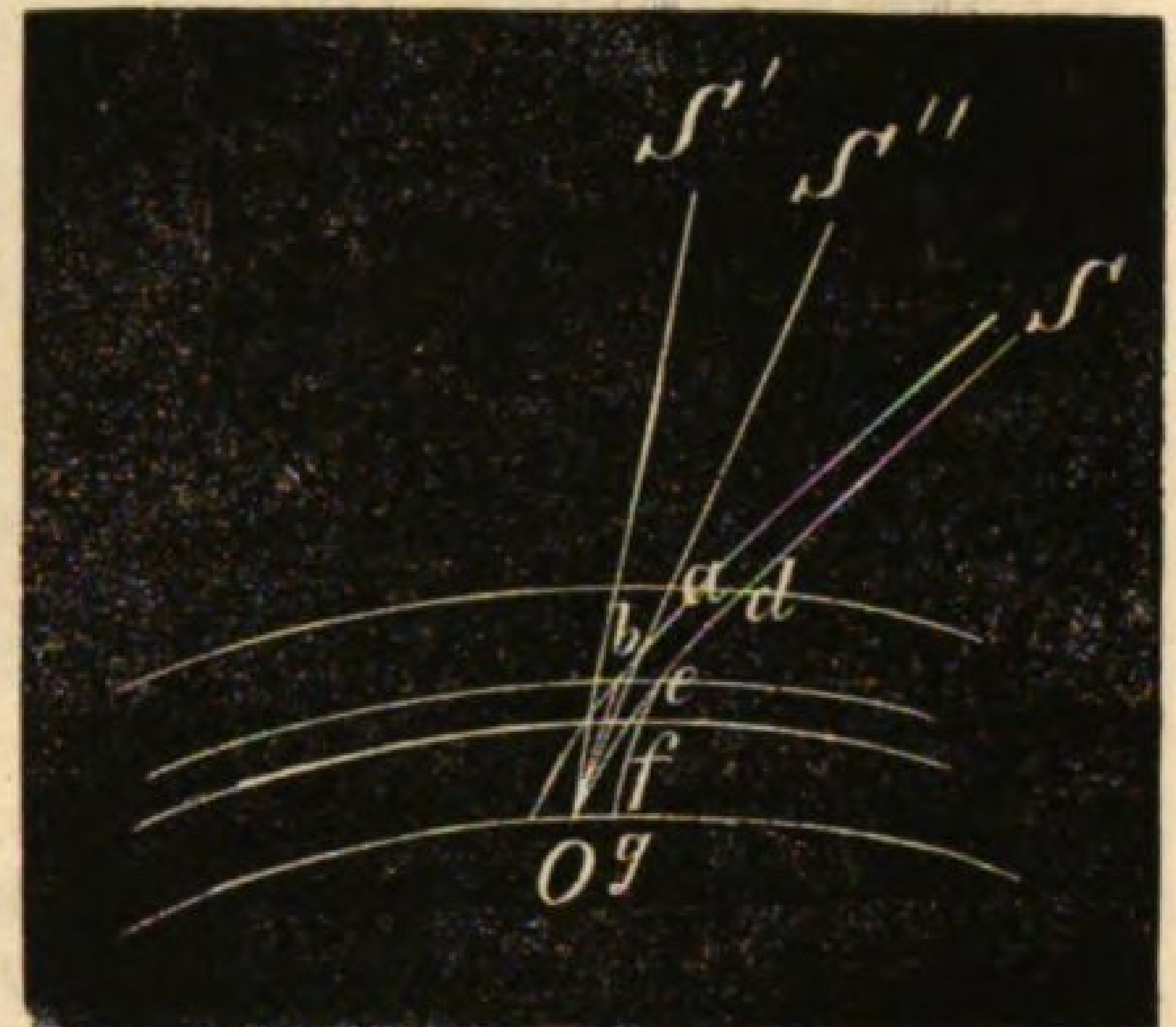
Fig. 382.



3. Nächtliches Funkeln (Scintilation) der Sterne. Bei dieser Erscheinung ist zu unterscheiden: Veränderung der Lichtstärke, nämliche plötzliche Abnahme derselben bis zum Verlöschen und Wiederauflodern, dann öfters Veränderung der Farbe, und eine kleine Ortsänderung.

Die Ursache der Ortsänderung liegt in der ungleichen Brechung, welche die von einem Fixsterne kommenden Lichtstrahlen in der Atmosphäre erfahren, wenn diese aus Schichten von ungleicher Temperatur, Dichtigkeit und Feuchtigkeit besteht. Nehmen wir an, es komme von dem Fixsterne S Fig. 383 ein Lichtstrahl, der in der Atmosphäre eine krumme Bahn a b o zurücklegt, in das Auge des Beobachters, so daß dieser den Stern in S′, erblickt; aber im folgenden Augenblicke wird eine Luftschichte bei b durch eine wärmere oder feuchtere ersetzt, daher wird der durchgehende Lichtstrahl eine andere Ablenkung erfahren, und das Auge nicht mehr treffen, aber ein anderer Strahl der früher die krumme Linie d e g beschrieben hat, gelangt nun in's Auge, so daß dieses den Stern in der Tangente von o e im Punkte S″, mithin an einem andern Orte erblickt. Diese Ortsänderung ist nur gering, da dieser Unterschied in der Brechung der Lichtstrahlen nur klein sein kann; daher ist sie nur an Fixsternen, die bekanntlich nur als Punkte erscheinen, wahrzunehmen.

Fig. 383.

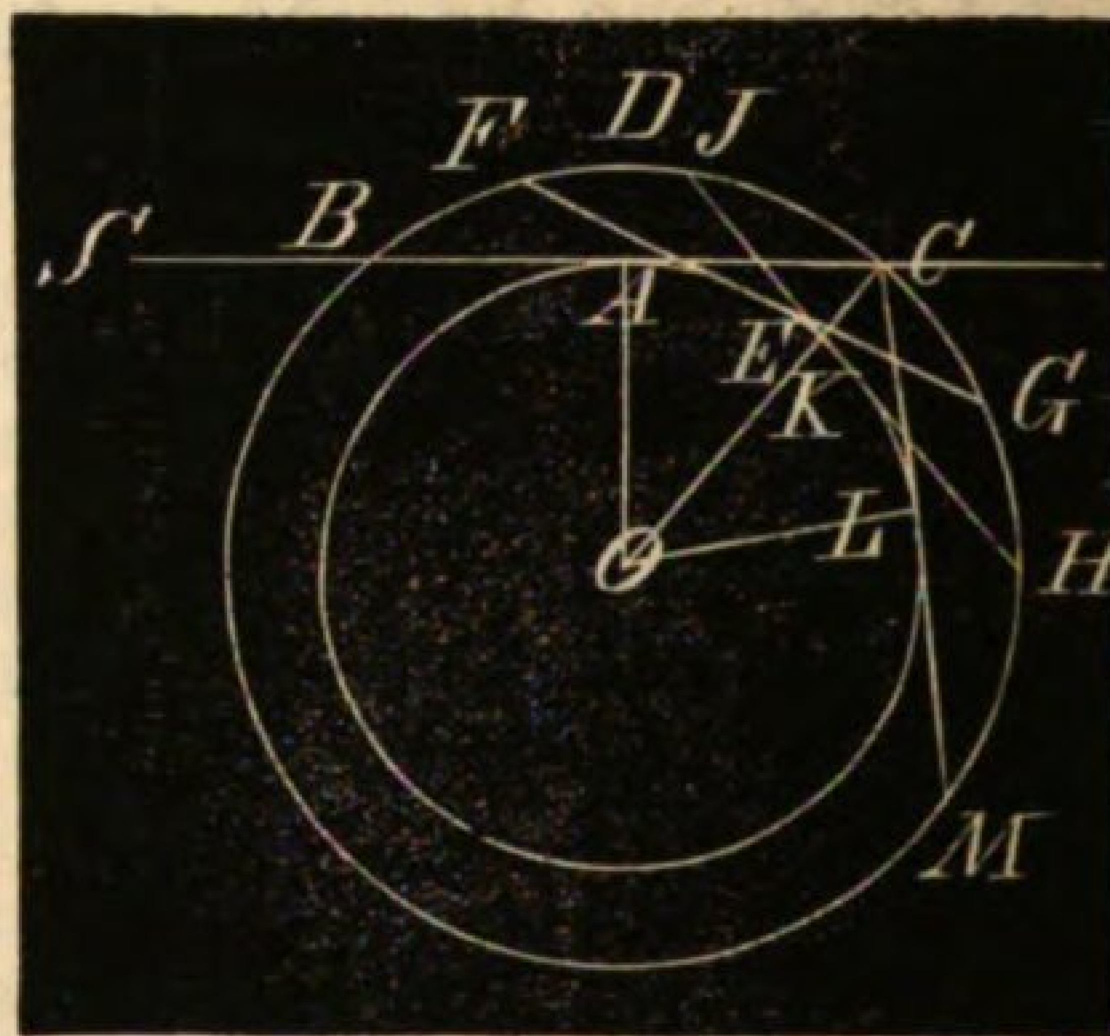


Die Aenderungen in der Lichtstärke und in der Farbe sind nur Folgen von Interferenz der von einem Fixsterne kommenden und im Auge in einem Punkte der Netzhaut zusammentreffenden Strahlen, wovon einige durch Luftschichten von einer andern Dichte und Feuchtigkeit durchgingen und daher in einer andern Phase anlangen, als die andern Strahlen; die Wirkung der Interferenz muß schnell wieder eine andere werden, da gleich darauf ein anderes Licht in das Auge kommt, bei welchem die Unterschiede der auf dem Wege erlittenen Brechungen von anderer Beschaffenheit sind, daher auch die Farbe und die Lichtstärke, die beim Zusammentreffen der Strahlen durch Interferenz entsteht, eine andere sein muß. — Es ist nicht die Menge der Dünste, sondern nur die ungleiche Vertheilung derselben in den über einanderliegenden Schichten und die deßhalb eintretende Bewegung, dann die Strömungen kalter und warmer Luft, welche die Interferenzerscheinung beständig verändern.

Die Stärke der Scintillation scheint auch von der Natur des den Fixsternen eigenthümlichen Lichtes abzuhängen, da z. B. Wega mehr scintillirt als Arctur und Procyon. — Bei großen Planeten gibt es keine Scintillation. Schon die Alten wußten, daß das zitternde Licht die Fixsterne von den Planeten unterscheidet. In den heiteren Winternächten der gemäßigten Zone wird durch das Funkeln der prachtvolle Eindruck des gestirnten Himmels vermehrt; zwischen den Wendekreisen und ihnen nahe, findet 12 bis 15° über dem Horizonte nach Humboldt, wegen der gleichmäßigeren Mischung der Luftschichten kein Funkeln der Sterne statt, was dem Himmelsgewölbe einen eigenthümlichen Charakter von Ruhe ertheilt. Vor dem Eintritte der Regenzeit beobachtete Humboldt an vielen Orten die Scintillation der Sterne auch in großen Höhen über dem Horizonte. In Arabien und im persischen Meerbusen bemerkt man nur im Winter eine schwache Scintillation.

4. Dämmerung. Wenn die Sonne im Westen unter den Horizont BC Fig. 384 tritt, erleuchtet sie noch immer die über dem Horizonte befindliche Luft BDC, welche Erleuchtung eine Helligkeit über dem Horizont verbreitet, bei der es möglich wird, die Gegenstände deutlich zu unterscheiden; diese Helligkeit aber wird immer schwächer und verschwindet endlich ganz, denn in Folge der Axendrehung der Erde rückt der Ort A gegen Osten fort, wobei sein Horizont im Westen sich erhebt, und im Osten sich senkt; nach einiger Zeit kommt A nach E und sein Horizont erhält die Lage FEG, bei welcher der östliche Theil CG der Atmosphäre auf der Nachtseite der Erdkugel, mithin im Schatten liegt, und nur der westliche Theil FDC noch von der Sonne erleuchtet erscheint, kommt der Ort A nach K und der Horizont in die Lage IKH, so ist von der über dem Horizonte befindlichen Atmosphäre nur noch der kleine Theil IC in Westen erleuchtet, aber auch hier verschwindet die Erleuchtung, sobald der Ort A nach L gelangt, wo sein Horizont mit der von C gezogenen tangirenden Ebene zusammenfällt. Auf solche Art steigt nach dem Sonnenuntergange von Osten her die Finsterniß herauf, während die Erleuchtung der Atmosphäre, die man Abenddämmerung nennt, sich im Westen mehr und mehr zurückzieht und endlich verschwindet. — Auf ähnliche Weise entsteht die Morgendämmerung. Um dieselbe Figur gebrauchen zu können, wollen wir die Bewegung von L nach K, E, A annehmen, und es ist leicht einzusehen, daß, wenn der Beobachter den Ort L verlassen hat, es in Osten zu dämmern beginnt, in K sieht er schon einen Theil IC der Atmosphäre erleuchtet; dieser wird immer größert und drängt die Finsterniß im Westen immer mehr zurück, so daß der Beobachter, wenn er den Ort A erreicht, die ganze über dem Horizont stehende Atmosphäre erleuchtet, und bald darauf die Sonne aufgehen sieht.

Fig. 384.



Die Helligkeit in der Dämmerungszeit hängt vom Zustande der Atmosphäre ab, eine größere Menge von Nebelbläschen macht, daß eine größere Menge Sonnenlicht reflectirt und die Helligkeit verstärkt wird; haben die Nebelsbläschen eine bedeutende Höhe, so werden sie noch viel Licht reflectiren, wenn die Sonne tief unter dem Horizonte steht, und die Dauer der Dämmerung erscheint ungewöhnlich lang. In Gegenden wo der Himmel sich durch große Reinheit auszeichnet, wie z. B. in Italien, im Innern von Afrika stellt sich bald nach Sonnenuntergang eine tiefe Dunkelheit ein.

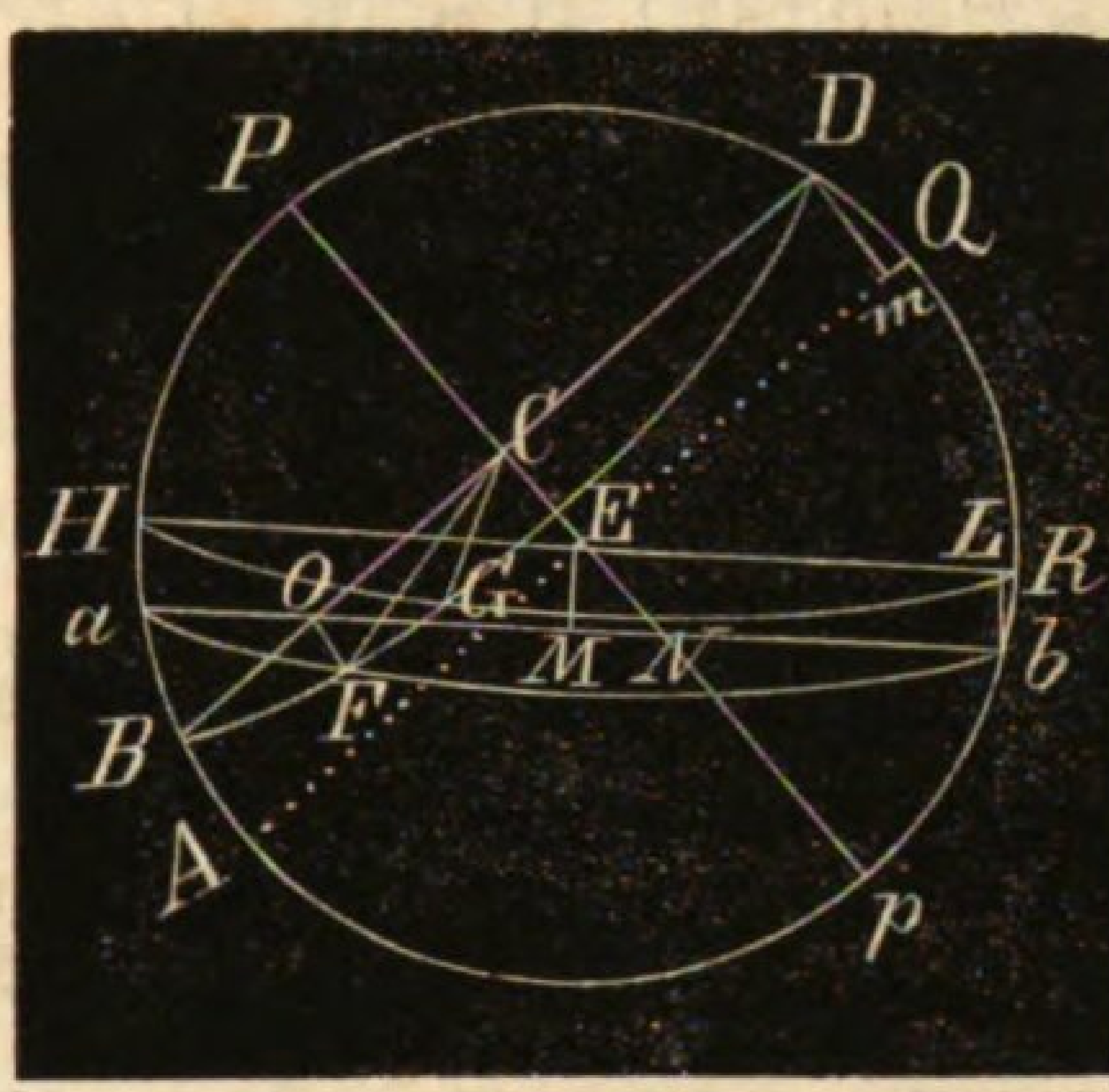
Die Astronomen nehmen das Ende der Dämmerung an, wenn die Sonne den 18. Grad unter dem Horizonte erreicht, oder was gleich viel ist, wenn der Beobachtungsort 18 Grade gegen Osten vorgerückt ist; die Zeit, welche die Sonne bei ihrer scheinbarer täglichen Bewegung braucht, um diesen 18. Grad zu erreichen, ist die Dauer der Dämmerung. Der Kreis, der 18° tief parallel zum Horizonte gezogen wird, heißt der Dämmerungskreis. Um die Dauer der Dämmerung zu finden

sei BGD, Fig. 385, irgend ein von der Sonne beschriebener Parallelkreis und aFb der zum Horizonte HR parallele Dämmerungskreis, dessen Ebene die Meridianebene in der Geraden ab schneidet; so ist BG der halbe Nachtbogen, und BF der unter den Dämmerungskreis fallende Theil desselben, der dem Centriwinkel $BCF = y$ entspricht. Fällt man von E die Senkrechte EM auf die Ebene des Dämmerungskreises, und von b die Senkrechte bL auf den Horizont, so ist $EM = bL = \sin. bER = \sin. 18^\circ$, weil der Bogen bR 18° zählt. Nun ist $EN = \frac{EM}{\sin.\varphi}$, wenn $\varphi =$ der Polhöhe $PEH = PNa$; ist AQ der Durchmesser des Aequators, so ist $CE = Dm =$ dem Sinus der Declination DQ ($= \delta$) und $CD = CF = \cos. \delta$, $CN = \sin. \delta + \frac{\sin. 18^\circ}{\sin. \varphi}$, und da

$$CO = CN \text{ tang. } \varphi, \text{ so ist}$$

$$CO = \left(\sin. \delta + \sin. \frac{18^\circ}{\sin. \varphi}\right) \text{tang. } \varphi.$$

Fig. 385.



Die Gerade OF ist die gemeinschaftliche Durchschnittslinie der Ebene des Parallel- und des Dämmerungskreises, die beide auf der Meridianebene senkrecht stehen, daher ist auch OF auf der Meridianebene senkrecht und das Dreieck OCF rechtwinkelig, mithin

$$\cos. y = \frac{OC}{FC} = \left(\sin. \delta + \sin. \frac{18^\circ}{\sin. \varphi}\right)\frac{\text{tang. } \varphi}{\cos. \delta}\text{; hieraus folgt:}$$

$$\cos. y = \text{tang. } \delta \text{ tang. } \varphi + \frac{\sin. 18^\circ}{\cos. \delta \cos. \varphi} \quad (2).$$

Bezeichnet man mit x den halben Nachtbogen BG, so ist, wie wir früher fanden

$$\cos. x = \text{tang. } \delta \text{ tang } \varphi \ (1) \text{ und } \cos. y = \cos. x + \frac{\sin. 18^\circ}{\cos. \delta \cos. \varphi} (2).$$

Hat man den Bogen y und x berechnet, so gibt der Bogen $x - y$ dividirt mit 15 die Dauer der Dämmerung.

Aus der Gleichung (1) folgt für $\delta = 0$, auch $\cos. x = 0$, und aus (2)

$$\cos. y = \frac{\sin. 18^\circ}{\cos. \varphi};$$

am Aequator selbst, wo $\varphi = 0$, erhält man $\cos. y = \sin. 18^\circ$, mithin

$$y = 90 - 18 = 72^\circ;$$

da nun $x = 90$, so ist $x - y = 18^\circ$; die Dauer der Dämmerung $= {}^{18}/_{15} =$ 1 Stunde 12 Minuten.

In den Gegenden, wo der Parallelkreis den Dämmerungskreis berührt, daher $y = 0$ ist, liegt der ganze Nachtbogen zwischen dem Horizonte und dem Dämmerungskreise, mithin dauert die Dämmerung die ganze Nacht hindurch, und die Nächte werden helle Nächte genannt. Um für einen Ort die Zeit zu finden, wo die hellen Nächte beginnen, braucht man nur $y = 0$ zu setzen, und man hat

$$1 = \text{tang. } \varphi \text{ tang. } \delta + \frac{\sin. 18^\circ}{\cos. \delta \cos. \varphi}\text{; daher}$$

$$\cos. \delta \cos. \varphi = \sin. \varphi \sin. \delta + \sin. 18^\circ, \text{ und}$$

$$\cos. (\varphi + \delta) = \sin. 18^\circ,$$

mithin

$$\varphi + \delta = 90 - 18 = 72^\circ.$$

Wird die Declination der Sonne so groß, daß sie mit der Polhöhe des Ortes 72° gibt, so beginnen an diesem Orte die hellen Nächte. In der geographischen Breite von 72° beginnen diese Nächte schon bei der Declination 0; an Orten, deren

geographische Breite weniger als $48\frac{1}{2}$ beträgt, gibt es keine hellen Nächte, daher hat Wien, dessen geographische Breite 48° 12′ 35″ beträgt, keine hellen Nächte.

Man überzeugt sich leicht aus den Gleichungen (1) und (2), daß an demselben Tage in höheren Breiten die Dämmerung länger dauert; aber auch an demselben Orte ist die Dauer der Dämmerung nicht immer gleich groß; denn verzeichnet man sich die Parallelkreise, so ersieht man, daß die zwischen den Horizont und den Dämmerungskreis fallenden Theile wohl gleich lang sind, allein die Anzahl der Grade mithin auch die Dauer der Dämmerung ist desto größer, je bedeutender die Declination der Sonne ist; zur Zeit der Solstitien dauert die Dämmerung am längsten, zur Zeit der Nachtgleichen ist sie am kürzesten.

Da in der Fig. 384 der Winkel $AOL = 18°$, und $AOE = 9°$, weil die Dreiecke AOC und COL congruent sind; so ist $OC = \frac{AO}{\cos. 9°}$. Wird von CO der Erdhalbmesser EO abgezogen, so erhält man EC d. i. die Höhe der Atmosphäre, die noch fähig ist Dämmerung zu erzeugen. Man findet diese Höhe beinahe gleich 10 geographische Meilen.

5. **Morgen- und Abendröthe.** Forbes betrachtete durch den aus dem Sicherheitsventil eines Dampfkessels ausströmenden Dampf das Licht einer Laterne und fand, daß der Dampf nahe an der Ausflußöffnung fast vollkommen durchsichtig und farblos war, einige Zoll höher erschien das Licht orangegelb, und diese Farbe nahm bis zu einer Höhe von 20 Zoll rasch an Tiefe zu; höher hinauf, wo der Dampf schon vollständig zu Nebelbläschen verdichtet ist, erscheint er durchscheinend aber farblos und wird bei einer beträchtlichen Dicke ganz undurchsichtig. Hieraus schloß Forbes, daß der Dampf bei einer gewissen Stufe der Verdichtung die Eigenschaft besitzt, die orangefarbigen Strahlen vorzugsweise durchzulassen, und erklärt hieraus die Abend- und Morgenröthe. Denn in der Zeit vor dem Sonnenuntergang geht die Abkühlung der Erdoberfläche und der untersten Luftschichten rasch vor sich, so daß der atmosphärische Dunst in den Uebergangszustand von vollkommener Ausdehnsamkeit in den Zustand der Verdichtung kommt, in welchem er vorzugsweise den gelben und rothen Sonnenstrahlen den Durchgang gestattet. Da ferner gegen Abend auch die Wolken in die unteren wärmeren Luftschichten sich herabsenken; und daselbst allmählig sich auflösen, so werden auch die Dünste, die nun entstehen, in einem ähnlichen Uebergangszustande sich befinden, und die Entstehung der Abendröthe am westlichen Himmel begünstigen.

Am Morgen beobachtet man bei demselben Zustande der Dünste in der Atmosphäre am östlichen Himmel dieselbe Erscheinung, die man Morgenröthe nennt; sie ist in der Regel weniger lebhaft als die Abendröthe, weil bei heiterem Himmel zur Nachtzeit viel Dünste als Thau niedergeschlagen worden sind. Eine lebhafte Morgenröthe ist ein Zeichen, daß die Dünste nahe daran sind, in dichte Nebelbläschen überzugehen, weßhalb am Tage durch Hinzutreten neuer Dünste und durch Aufsteigen derselben in höhere kältere Regionen die Bildung von Wolken und Verdichtung derselben zum Regen leicht eintreten kann. Ein starkes Morgenroth wird daher als Vorbote baldigen Regens betrachtet.

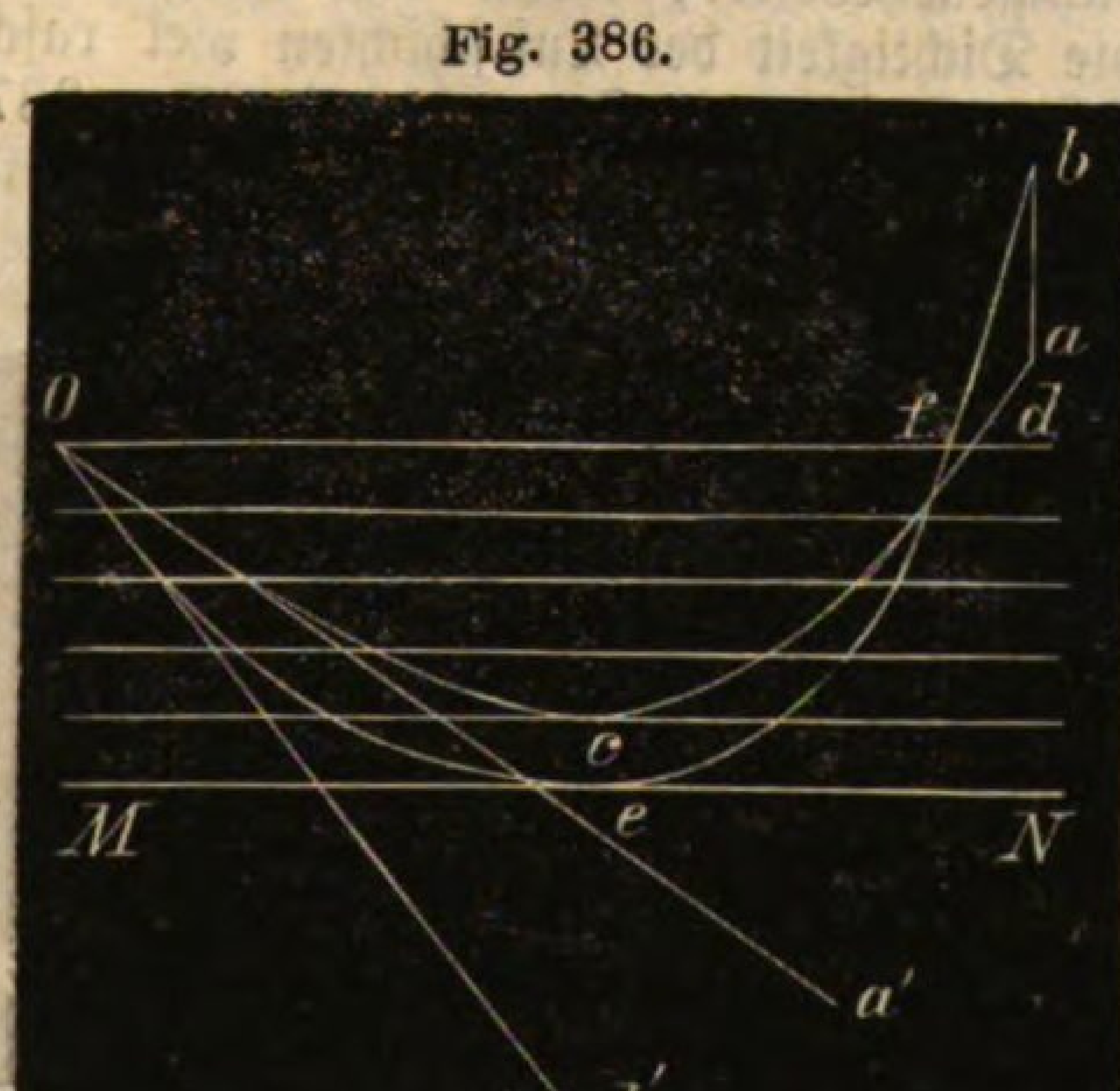
R. Clausius ist der Ansicht, daß in dem sogenannten Uebergangszustande die Luft bereits mit Nebelbläschen erfüllt ist, die aber eine solche Feinheit besitzen, daß das Licht beim Durchgange in Folge einer wie bei dünnen Plättchen vorkommenden Interferenz eine orangegelbe oder röthliche Färbung annehmen muß, welche jedoch erst nach

dem Durchdringen mehrerer solcher Bläschen intensiv genug wird, um bemerkbar zu werden. Bei einer größeren Dicke geben die Bläschen der Reihe nach alle anderen Farben der Newton'schen Ringe im durchgehenden Lichte; diese Farben mischen sich und das Orange wird undeutlicher, bis endlich die Bläschen in so großer Menge und von so verschiedener Dicke vorkommen, daß in Folge der Mischung der Farben Weiß entsteht. — Clausius erklärt auch die Bläue des Himmels aus der Interferenz der Strahlen, die an den Häutchen kleiner Nebelbläschen reflectirt werden.

6. Wasserziehen der Sonne. Steht die Sonne hinter einem dichten Gewölke, welches einen recht dunklen Schatten wirft, aber an einigen Stellen durchbrochen ist, so daß daselbst die Sonnenstrahlen ungehindert durchgehen können; so sehen wir die auf dem Wege der Lichtstrahlen befindlichen Lufttheilchen, Nebelbläschen und Staubtheilchen erleuchtet, wie in dem Falle, wo Sonnenstrahlen durch eine Oeffnung im Fensterladen in ein verfinstertes Zimmer eintreten; der erleuchtete Weg der Sonnenstrahlen erscheint uns in der Gestalt von hellen Streifen, die in der beschatteten Atmosphäre sich lebhaft zeigen, und bei mäßiger Höhe gleichsam als Strahlen erscheinen, die von der Sonne ausgehen. Im Sommer nimmt man diese Lufterscheinung, welche das Wasserziehen der Sonne heißt, häufiger wahr, als im Winter, und gewöhnlich nur bei niedrigem Sonnenstande. Da Nachmittags bei Annäherung der Sonne an den Horizont die Wolken gewöhnlich verschwinden, wenn die Luft trocken ist, so wird das Wasserziehen der Sonne Nachmittags als ein Zeichen einer größeren Feuchtigkeit der Atmosphäre, mithin als Vorbote eines nahen Regens angesehen. Selten erscheint das Wasserziehen nach dem Gegenpunkte der Sonne hin.

7. Luftspiegelung ist eine Erscheinung, bei der wir Bilder von entfernten Gegenständen erblicken, ohne daß dazu die Wirksamkeit einer spiegelnden Fläche nöthig wäre. Man nennt diese Bilder Luftbilder. In der Nähe eines stark erhitzten und weit ausgedehnten ebenen Bodens MN Fig. 386 bilden sich bei großer Ruhe in der Atmosphäre allmälig Luftschichten, deren Dichtigkeit unmittelbar über dem Boden am kleinsten ist, von da aber bis zu einer gewissen, gewöhnlich nur kleinen Höhe stetig zunimmt, worauf dann die gewöhnliche Abnahme der Dichte mit der Entfernung von der Erdoberfläche stattfindet; ein vom Punkte a schief abwärts fallender Lichtstrahl ad, der in jeder folgenden Schichte immer mehr vom Einfallslothe gebrochen wird, geht in einer krummen Linie gegen MN, und wird endlich eine gewisse Schichte c unter einem so

Fig. 386.

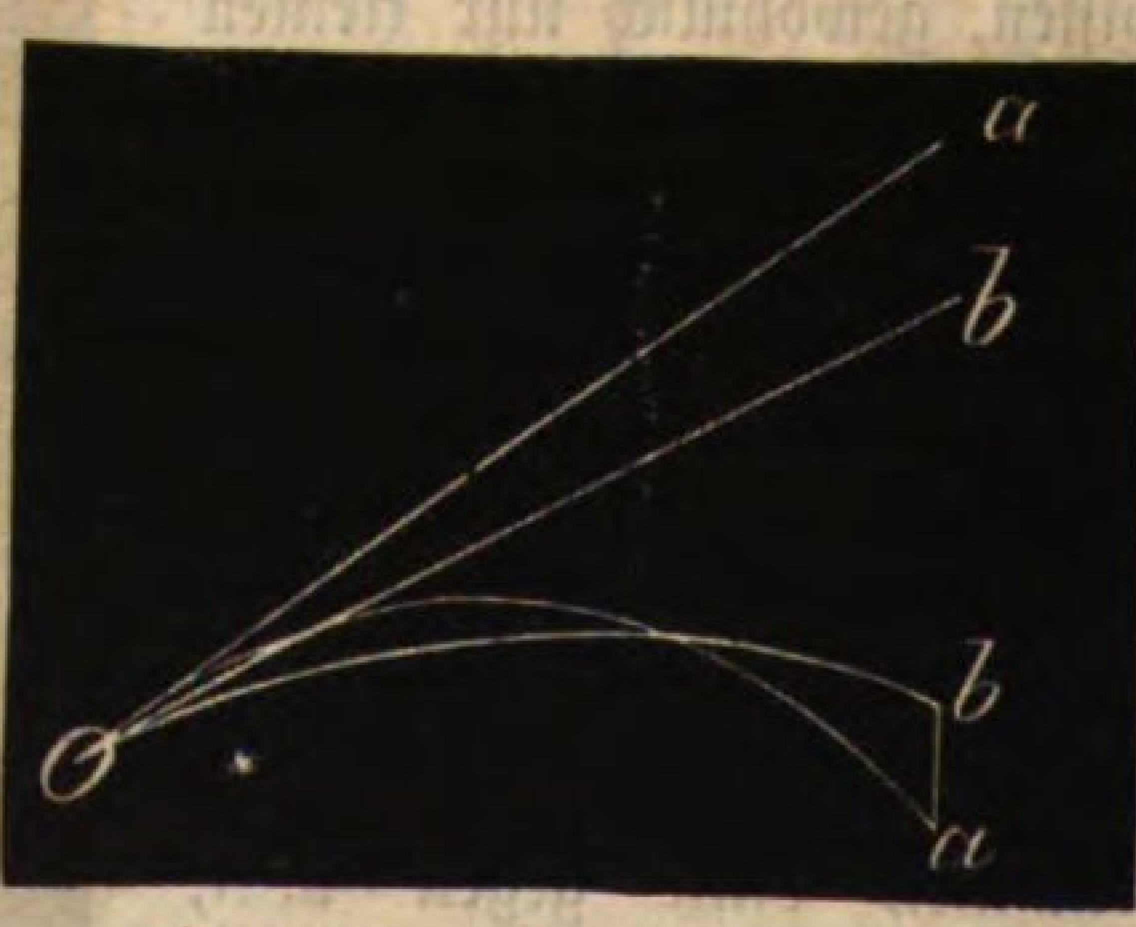


großen Einfallswinkel treffen, daß er daselbst eine totale Reflexion erleidet, durch die er wieder nach aufwärts gewendet wird, und nun bei der zunehmenden Dichte der Luftschichten eine nach oben zu concave krumme Linie beschreibt. Befindet sich nun in O beinahe 6 Fuß über dem Boden das Auge eines Beobachters, so sieht dieser den Punkt a in der Richtung des in's Auge O eintretenden Strahls, also in der Richtung der durch O zu der krummen Linie gezogenen Tangente O a'. Der Strahl, der von b parallel zu a d in die erhitzten Luftschichten tritt, macht den nämlichen Weg wie a d und kann das Auge O nicht treffen; allein einer von den weniger schief auffallenden Strahlen, z. B. b f, welcher wohl tiefer, z. B. bis e eindringen muß bis er durch totale Reflexion zur Umkehr nach oben gebracht wird, gelangt unterhalb c O in's Auge, das nun den Punkt b in der Richtung der Tangente O b' erblickt und somit ein Bild des Gegenstandes a b unterhalb des Bodens M N wie in einem horizontalen ebenen Spiegel in umgekehrter Lage a' b' sieht, während es auch den Gegenstand durch die direct kommenden Strahlen an seinem wahren Orte wahrnimmt. Eben so werden auch alle anderen Gegenstände und das Himmelsgewölbe in umgekehrter Stellung unter M N abgebildet erscheinen, daher glaubt der Beobachter in der Ferne eine Wasserfläche zu sehen, und wird in diesem Glauben durch den Umstand stark unterstützt, daß die Strahlen von Punkten, die in der Nähe des Bodens zwischen dem Gegenstande und seinem Bilde sich befinden, nicht mehr in gerader Richtung zum Auge gelangen können, daher in der Nähe des Bildes keine anderen Gegenstände gesehen werden. Schwache Luftströmungen verursachen, daß wir die Gegenstände in zitternder Bewegung sehen, wie wenn Wellen auf der Oberfläche des Wassers sich befänden.

Diese Luftspiegelung (franz. mirage, an der deutschen Nordsee: Kimmung) beobachtet man häufig bei Windstille in Niederägypten, in den arabischen und persischen Wüsten, wo sie den Namen Serab führt.

Man beobachtet diese Erscheinung auch auf dem Meere bei sehr ruhigem Wetter, wenn das Wasser viel kälter ist als die Luft, daher die Dichtigkeit der Luftschichten viel rascher abnimmt als beim gewöhnlichen Zustande. Denn ist a b Fig. 387 ein entfernter Gegenstand, so sieht man denselben nicht bloß vermöge der Strahlen, die nahe geradelinig von a und b ins Auge kommen, sondern die in schiefer Richtung nach oben zu gehenden Strahlen müssen, da sie in Luftschichten von rasch abnehmender Dichte kommen, mehr und mehr vom Einfallslothe gebrochen werden und bekommen dadurch bald eine so schiefe Richtung, daß sie eine totale Reflexion erleiden, sich nach abwärts wenden und nun mehr und mehr zum Einfallslothe gebrochen werden; auf diese Art wird von den vielen von b nach oben zu ausgehenden Strahlen einer

Fig. 387.



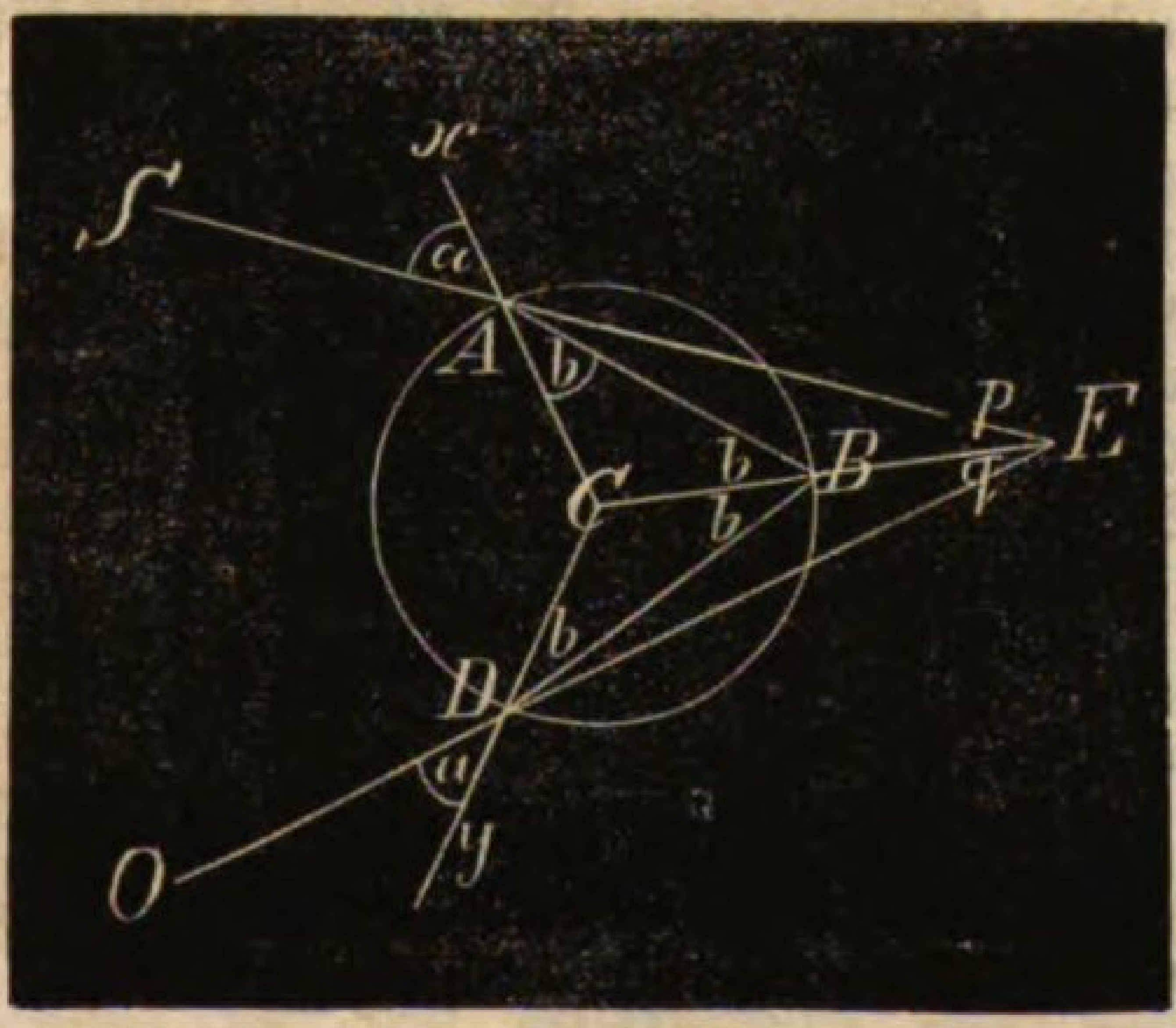
in einer krummen Linie in das Auge O gelangen, und dieses den Punkt b in der Richtung der durch O zur krummen Linie gezogenen Tangente z. B. in b′ erblicken. Von den Strahlen, die von a ausgehen, kann nur derjenige Strahl nach O kommen, der von a weniger schief als b ausfährt, und daher höher bringt, bis er eine totale Reflexion erleidet, und deßhalb über den ersten zu liegen kommt, so daß das Auge den Punkt a über b′ in a′, und ein in der Luft schwebendes Bild von ab in umgekehrter Lage wahrnimmt. Manchesmal ist nur das Bild a′ b′ aber nicht der Gegenstand zu sehen, weil letzterer unter dem Horizonte des Beobachters sich befindet. Sind die Grenzflächen der Luftschichten von ungleicher Dichtigkeit gekrümmt oder unregelmäßig, so erscheinen die Luftbilder verzerrt; dieß sind die Fata Morgana an der Küste von Sicilien.

Wenn auf dem festen Lande ein rascher Wechsel der Temperatur eintritt, der Erdboden kälter ist als die Luft, und daher Luftschichten von rasch abnehmender Dichte entstehen, wird es möglich Gegenstände, die unter dem Horizonte sich befinden, vermittelst bogenförmig gehender Lichtstrahlen wahrzunehmen.

8. Regenbogen. Wenn man vor sich eine regnende Wolke und hinter sich hellen Sonnenschein hat, so sieht man über dem Horizonte einen breiten kreisförmigen, mit allen prismatischen Farben prangenden Bogen, und häufig über ihm noch einen zweiten größeren von schwächerem Glanze; man nennt den ersteren, bei dem die violette Farbe die untere, und die rothe die obere Begrenzung bildet den Hauptregenbogen, den zweiten, bei dem die Farben in umgekehrter Ordnung auf einander folgen, den Nebenregenbogen. Auch das Mondlicht kann einen Regenbogen erzeugen, der jedoch bei der geringen Lichtstärke des Mondes sehr matt ist.

Eine nothwendige Bedingung der Entstehung des Regenbogens ist das Vorhandensein von Regentropfen und Beleuchtung derselben durch die gegenüberstehende Sonne. Von jedem Punkte der Sonnenscheibe kommen dem kugelförmigen Regentropfen parallele Strahlen zu, welche den der Sonne zugewendeten Theil erleuchten; der durch den Mittelpunkt des Tropfens gehende Strahl geht ungebrochen durch, aber ein Strahl wie z. B. S A Fig. 388, welcher die obere Hälfte trifft, wird beim Eintritte zum Einfallslothe A C gebrochen und nimmt die Richtung A B; in B tritt ein Theil heraus, und ein anderer wird nach A D so reflectirt daß die Winkel A B C und D B C einander gleich sind. In D wird abermals ein Theil zurückgeworfen; der größere Antheil aber vom Einfallslothe C y nach D O gebrochen; ein in dieser Richtung

Fig. 388.



befindliches Auge O kann den Tropfen D erleuchtet sehen. Der Winkel SEO = w, welchen der verlängerte einfallende Strahl SA mit dem verlängerten aus dem Regentropfen austretenden Strahl OD einschließt, gibt die Größe der Ablenkung des einfallenden Strahls SA an; um w zu bestimmen, setzt man den Einfallswinkel SAx = a, den Brechungswinkel CAB = b, und berücksichtigt, daß in den gleichschenkeligen und congruenten Dreiecken CAB und BCD die Winkel an den Grundlinien AB und BD sämmtlich dem Winkel b gleich sind, und daß daher beim Austritte, für den Einfallswinkel CDB = b der Brechungswinkel ODy = a ist; so wird ersichtlich, daß in den Dreiecken ACE und DCE, AC = CD, CE = CE, und die der größeren Seite CE gegenüberliegenden Winkel CAE und CDE, deren jeder = a ist, einander gleich, mithin die Dreiecke congruent sind; daher bildet die CE mit den Halbmessern AC und DC gleiche Winkel und zwar dieselben wie die Grade BC, weßhalb CE und BC zusammenfallen müssen; auch sind die Winkel AEC und CED einander gleich. Bezeichnet man AEB mit p und CED mit q, so ist

$$ABC = b = p + a - b, \text{ und } b = q + a - b,$$

$$\text{mithin } p + q = w = 4b - 2a.$$

Aus dem Brechungsgesetze sin. a = n sin. b läßt sich für jeden Einfallswinkel der entsprechende Brechungswinkel b berechnen, indem man den mittleren Brechungsexponenten n für Wasser = 1.33 annimmt. Ist aber b berechnet, so bestimmt man den Ablenkungswinkel w, und überzeugt sich auf diese Weise, daß die auf den Tropfen parallel auffallenden Sonnenstrahlen aus dem Tropfen in divergirenden Richtungen austreten und sich im Raume so sehr zerstreuen, daß derjenige Lichttheil, der das Auge eines entfernt stehenden Beobachters trifft, einen merklichen Eindruck zu erzeugen nicht vermag, da ohnehin das Licht durch die zweimalige Brechung und eine Reflexion im Tropfen sehr geschwächt wird. Die Berechnung des Winkels w lehrt, daß mit der Größe des Einfallswinkels auch der Werth von w wächst, der Zuwachs aber immer kleiner wird und schon verschwindet, wenn der Einfallswinkel dem Werthe von 59° sich nähert, für welchen Werth der Ablenkungswinkel ein Maximum wird; daher treten viele der parallelen und nahe unter dem Winkel von 59° einfallenden Strahlen unter demselben Ablenkungswinkel, also in parallelen Richtungen dicht aneinander aus dem Tropfen heraus, und bilden ein Lichtbündel, das geeignet ist, in dem in seiner Richtung befindlichen Auge eines Beobachters einen bei weitem stärkeren Lichteindruck zu erzeugen als die anderen Strahlen, weßhalb die Strahlen dieses Lichtbündels wirksame Strahlen genannt werden; der Beobachter sieht den Regentropfen vermöge der wirksamen Strahlen hell erleuchtet.

Lassen wir den Einfallswinkel a um eine äußerst kleine Größe α wachsen, und bezeichnen wir die der Aenderung α entsprechende Aenderung des Brechungswinkels mit β: so ist

sin. $(a + \alpha)$ = n sin. $(b + \beta)$, und sin. a + α cos. a = n sin. b + n β cos. b, weil cos. α = 1, und sin. a = α, und eben so cos. β = 1 und sin. $\beta = \beta$ gesetzt werden kann; daher ist α cos. a = n β cos. b.

Heißt ω die Aenderung, welche w in Folge der Aenderung des Einfallswinkels erleidet, so ist

$$w + \omega = 4b + 4\beta - 2a - 2\alpha,\ \text{mithin}\ \omega = 4\beta - 2\alpha,$$

und $$\omega = \frac{4\alpha\ \cos.\ a}{n\ \cos.\ b} - 2\alpha.$$

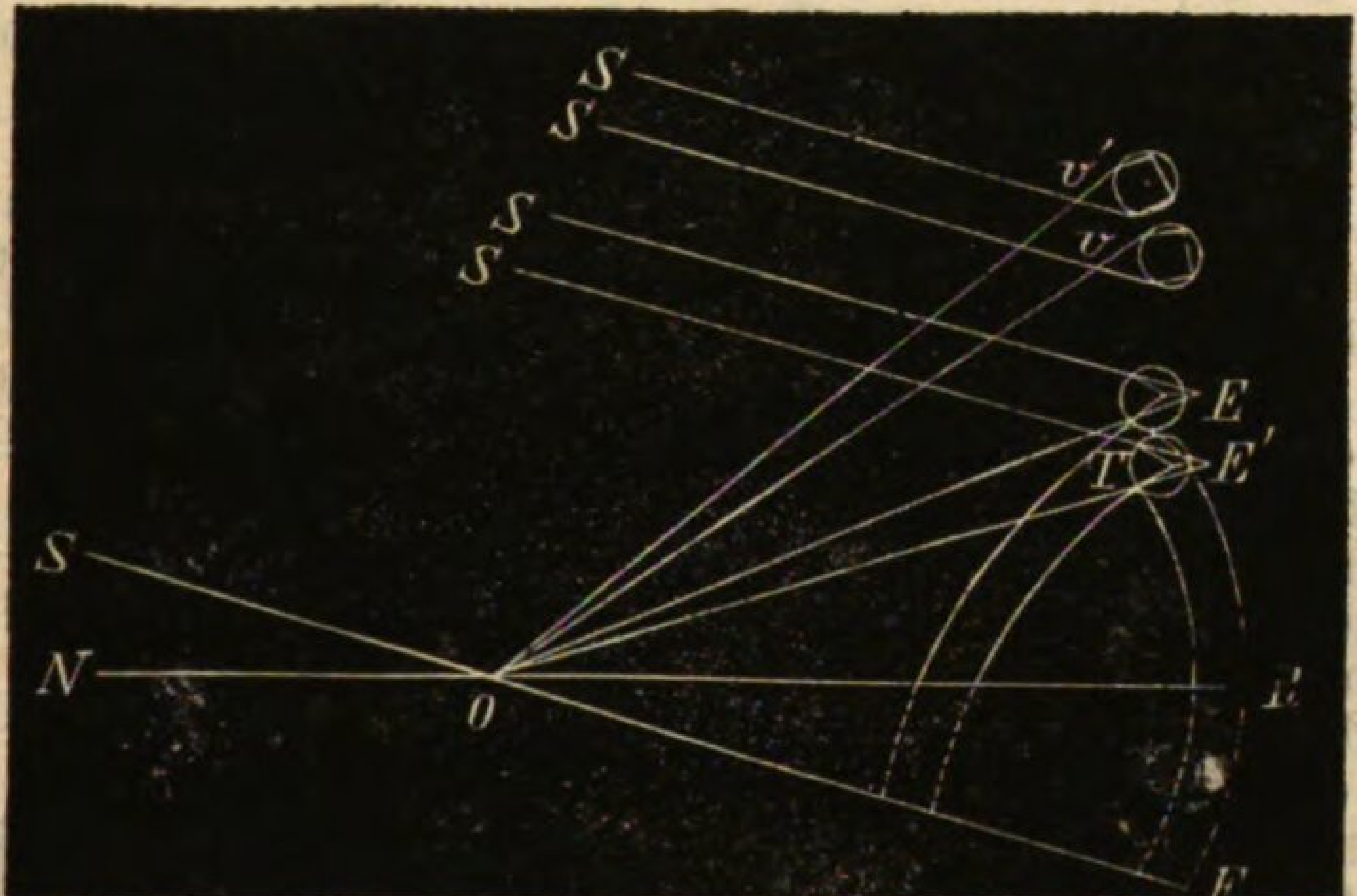
Die Aenderung des Ablenkungswinkels wird gleich Null, wenn $\frac{4\alpha\ \cos.\ a}{n\ \cos.\ b} = 2\alpha$, mithin wenn $2\ \cos.\ a = n\ \cos.\ b$; woraus folgt:

$$4\ \cos.^2\ a = n^2\ \cos.^2\ b,\ \text{und}\ \sin.\ a = \sqrt{\frac{4-n^2}{3}};$$

nach dieser Formel berechnet man den Einfallswinkel für die wirksamen Strahlen. Da für rothe Strahlen $n = \frac{108}{81}$ und für violette $n = \frac{109}{81}$ ist, so ergibt sich für die wirksamen rothen Strahlen ein Ablenkungswinkel von 42° 2′, und für die wirksamen violetten 40° 16′.

Man denke sich durch das Auge O Fig. 389 des Beobachters auf der Erde eine Horizontale OR, und eine zur Sonne gehende Gerade

Fig. 389.



OS gezogen und letztere nach OF verlängert; so ist, da alle auf den Horizont auffallenden Sonnenstrahlen unter sich parallel sind, SOF parallel zu allen, die auf die Regenwand auffallen; legen wir durch OF eine verticale Ebene und ziehen in dieser die Gerade OE dergestalt, daß sie mit OF den Winkel EOF = 42° 2 einschließt, so ist auch der Winkel SEO = 42° 2′, weßhalb der Tropfen D roth erscheint. Man denke sich die OE um die Gerade OF so bewegt, daß der Winkel EOF unverändert bleibt und denke in jeder Lage bei jedem Tropfen, welcher in der OE liegt in der Ebene EOF, die ihn schneidet, den Strahl gezogen, der ihn unter dem Einfallswinkel von 59° trifft, so gibt jedesmal EO die Richtung des austretenden wirksamen Strahlenbündels, folglich erhält das Auge von allen Regentropfen, welche in der von OE bei der Umdrehung um OF beschriebenen und über

dem Horizonte liegenden Kegelfläche sich befinden, rothes Licht und sieht daher über dem Horizonte einen kreisförmigen rothen Bogen gespannt.

Zieht man unterhalb OE eine andere Gerade OE′, welche mit der OF den Winkel von 40° 16′ einschließt, so gibt diese die Richtung an, in welcher das Auge von den Regentropfen wirksames violettes Licht erhält; der Bogen, welchen diese Gerade bei der Drehung um OF an der Regenwand beschreibt, erscheint dem Auge in violetter Färbung. Zwischen dem rothen und violetten Bogen befinden sich die Bögen der übrigen prismatischen Farben. Wäre die Sonne nur ein Lichtpunkt, so würde die Breite des Regenbogens

$$EOE' = 42^0\ 2 - 40^0\ 16 = 1^0\ 46'$$

betragen; allein die Sonne erscheint uns als eine Scheibe von 30 Minuten im Durchmesser, daher wird jede Farbe einen kreisförmigen Ring von 30 Minuten Breite bilden, somit die unterste Begrenzung des Regenbogens um 30 Minuten tiefer als OE liegen, und der Regenbogen selbst von der Breite von 2° 16′ Minuten erscheinen.

Bei verticaler Stellung der Ebene EOF bildet der Tropfen E den Gipfel des Regenbogens, dessen Erhebung über dem Horizonte OR die Höhe des Regenbogens genannt wird. Diese Erhebung bestimmt der Winkel

$$EOR = EOF - ROF;$$

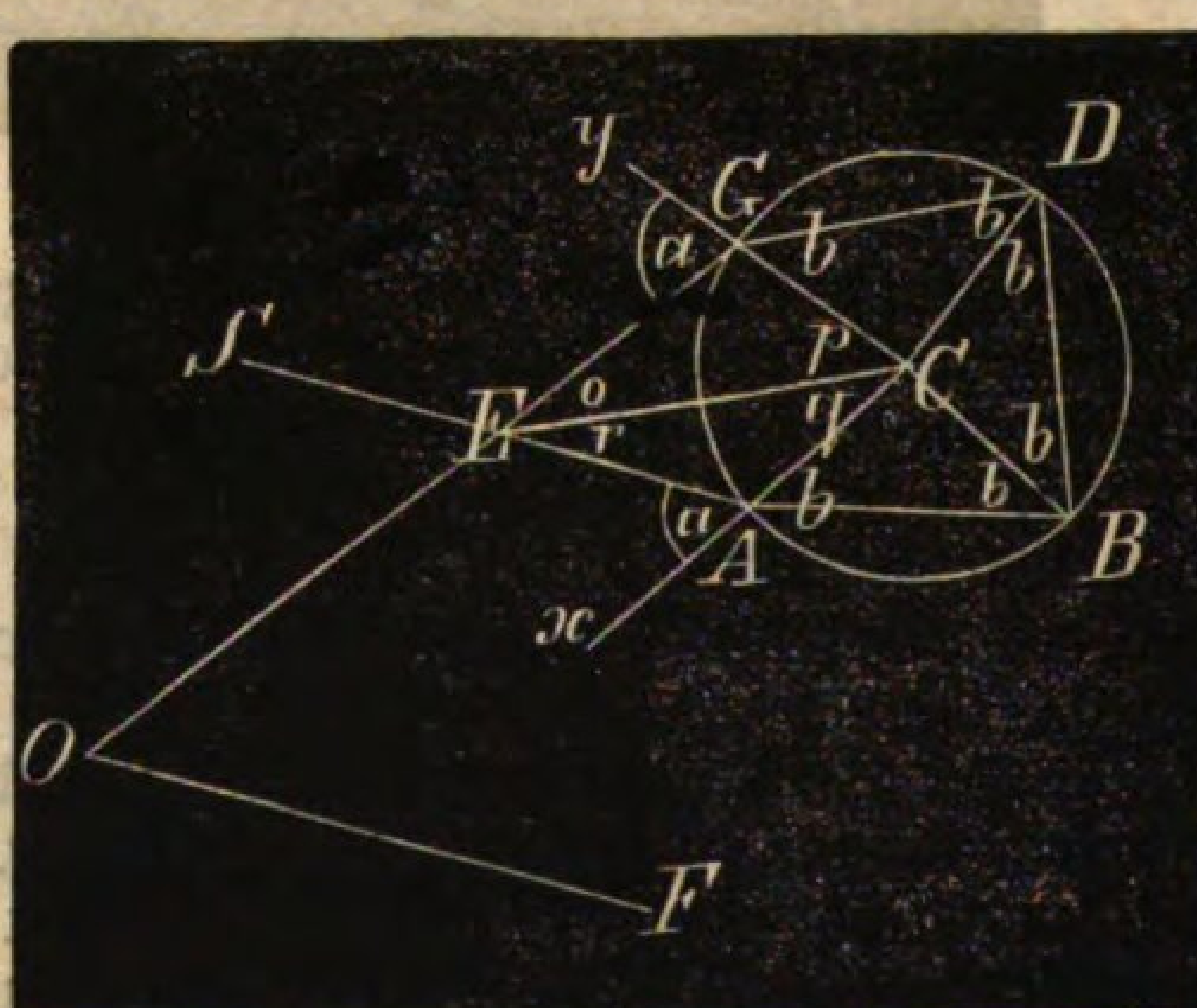
da ROF = SON gleich der jedesmaligen Sonnenhöhe ist, die wir mit h bezeichnen wollen, so ist

$$EOR = 42^0 2' - h,$$

woraus ersichtlich wird, daß der Regenbogen am Morgen nur am westlichen und am Abend nur am östlichen Himmel erscheinen kann, daß seine Höhe wächst, wenn die Höhe der Sonne abnimmt, und daher am größten ist, wenn die Sonne am Horizonte sich befindet. Hat die Sonne eine Höhe von 42°2′, oder eine größere, so ist kein Regenbogen mehr möglich.

Um die Ablenkung der Strahlen zu finden, welche die untere Hälfte des kugelförmigen Tropfens treffen, wie z. B. SA Fig. 390 und nur nach einer zweimaligen inneren Reflexion in B und D und einer Brechung beim Austritte in G in das Auge O eines Beobachters gelangen, und falls sie zu den wirksamen gehören, die Entstehung des Nebenregenbogens veranlassen, haben wir zu beachten, daß in den congruenten und gleichschenkeligen Dreiecken ABC, BCD DCG die Winkel an den Grundlinien sämmtlich dem Brechungswinkel b, und daher der Winkel OGy, welchen der austretende Strahl mit dem Einfallslothe bei G

Fig. 390.



einschließt, dem Einfallswinkel a = SAγ gleich ist. Hieraus ergibt sich die Congruenz der Dreiecke EGC und ECA, daher die Gleichheit der Winkel p und q, dann der Winkel o und r.

Nun ist

$$a = o + p \text{ und } a = r + q, \text{ mithin}$$
$$2a = o + p + q + r = GEA + GCA; \text{ allein}$$
$$GCA = 360 - (ACB + BCD + GCD), \text{ oder}$$
$$GCA = 360 - (540 - 6b) = 6b - 180,$$
$$\text{daher } GEA = SEO = 180^0 + 2a - 6b = w'.$$

Berechnet man nach der letzten Formel für jeden Einfallswinkel die Größe des Ablenkungswinkels w′ so ergibt sich, daß die Ablenkung abnimmt, wenn der Einfallswinkel wächst und ein Minimum wird, wenn letzterer den Winkel von 71° erreicht; Strahlen, deren Einfallswinkel um weniger als einen halben Grad von 71° abweicht, erleiden dieselbe Ablenkung und treten in parallelen Richtungen dicht bei einander heraus; sie sind somit wirksame Strahlen.

Bezeichnen wir mit ω′ die Aenderung, welche der Ablenkungswinkel w′ erfährt wenn sich der Einfallswinkel um α ändert, so hat man

$$\omega' = 2\alpha - 6\beta = 2\alpha - \frac{6\alpha \cos. a}{n \cos. b};$$

wird der Ablenkungswinkel ein Minimum, so ist die Aenderung ω′ für jede unendlich kleine Aenderung α gleich Null; mithin

$$2\alpha = \frac{6\alpha \cos. a}{n \cos. b} \text{ oder } n \cos. b = 3 \cos. a, \text{ und}$$

$$n^2 \cos.^2 b = 9 \cos.^2 a, \text{ woraus man findet}$$

$$\sin. a = \sqrt{\frac{9 - n^2}{8}}.$$

Für rothe Strahlen ist a = 71° 52′
„ violette „ „ a = 71° 39′

Der Ablenkungswinkel für die wirksamen rothen beträgt 50° 58′ und für die wirksamen violetten 54° 10′.

Denkt sich der Beobachter zwei gerade Linien OV und OV′ Fig. 389 gezogen, wovon die untere mit der OF den Winkel von 50° 58′ die obere den Winkel von 54° 10′ bildet; so trifft die erstere die Regentropfen, welche ihm rothes und die andere diejenigen, die ihm violettes Licht zusenden; er sieht daher den Nebenregenbogen oben violett und unten roth begrenzt. Seine Breite ist = 3° 12′ + 30′ = 3° 42′; er ist daher breiter, aber wegen der zweimaligen inneren Reflexion weniger glänzend als der Hauptregenbogen.

Aus dem Gesagten ist leicht zu ersehen, daß jeder Beobachter seinen eigenen Regenbogen hat, und daß jeder Regentropfen zur Entstehung desselben nur einen Augenblick mitwirkt, und sogleich von einem andern ersetzt wird.

Da die Höhe des untersten rothen Randes des Nebenregenbogens 50° 58′ — h, und die des oberen des Hauptregenbogens 42° 2′ — h beträgt; so ist die Breite des zwischen den beiden Regenbogen liegenden Raumes 8° 56′; in diesem Raume liegen jene Regentropfen, von denen keine Strahlen in's Auge kommen können; denn die Strahlen, die nach einer einmaligen inneren Reflexion austreten, könnten nur dann ins Auge kommen, wenn ihr Ablenkungswinkel mehr als 42° 2′ betragen würde; aber ein solcher ist nicht möglich, da die Ablenkung für Strahlen, deren Einfallswinkel 59° übersteigt, wieder kleiner wird als 42° 2′. Diejenigen Strahlen, die aus diesen Regentropfen

nach einer zweimaligen inneren Reflexion heraustreten, müßten, um ins Auge zu gelangen, eine Ablenkung erleiden, die kleiner ist als 50° 58′; allein der Winkel von 50° 58′ gibt die kleinste Ablenkung, die bei den Strahlen möglich ist, welche die untere Hälfte des Tropfens treffen, und nach einer zweimaligen inneren Reflexion austreten. Das Auge bekommt daher aus dem Raume zwischen den beiden Regenbogen keine anderen Strahlen als höchstens die schwachen, die an der Vorderseite des Tropfens reflectirt werden; weßhalb dieser Raum viel dunkler erscheint, als die Räume unter dem Hauptregenbogen, und über dem Nebenregenbogen.

Werden Sonnenstrahlen von der Oberfläche des Wassers gegen eine Regenwolke reflectirt, so ist es gerade so, als wenn eine unter dem Wasser stehende Sonne die Wolke erleuchten würde, wodurch die Entstehung eines neuen Regenbogens veranlaßt wird. — Erscheint eine Wiese mit Thau oder Regentropfen bedeckt, und steht die Sonne niedrig, so erblickt man häufig einen farbigen Bogen, der auf dieselbe Art entsteht, wie der Regenbogen.

Ist die Regenwand dem Beobachter und die Sonne dem Horizonte nahe, so sieht man einen ganzen Kreis mit Regenbogenfarben. Eine solche Regenwand bilden die Tropfen, in welche sich das herabfallende Wasser bei Springbrunnen und Wasserfällen gewöhnlich zertheilt.

9. **Höfe um Sonne und Mond.** Wir sehen nicht selten die Sonne, den Mond, zuweilen auch die größeren Gestirne von hellen Ringen umgeben, die man Höfe nennt. Es gibt kleine und große Höfe; die ersteren hängen mit dem Körper, den sie umgeben, zusammen, und ihr Durchmesser ist bald größer, bald kleiner; man nennt sie auch Lichtkränze; der große Hof hat einen Durchmesser von 22 bis 23 Graden; bei seinem Erscheinen sieht man zuweilen einen zweiten, dessen Halbmesser 43° beträgt und manchmal auch einen dritten in einem Abstande von 90°. Der Lichtkranz erscheint öfters mit Regenbogenfarben wo dann das Roth den äußeren Rand bildet; beim großen Hof erscheint das Roth dem leuchtenden Körper näher.

Wenn man zwischen zwei geschliffene Plangläser sehr viele gleich große runde Stanniolblättchen unregelmäßig, aber doch so legt, daß der Abstand von je zwei dem Durchmesser eines Scheibchens gleich wird, bringt sie hierauf vor das Objectiv eines Fernrohrs, das man nach einer runden Oeffnung im Fensterladen eines verfinsterten Zimmers richtet, und leitet directes Sonnenlicht herein; so erblickt man die runde Oeffnung ausgezeichnet hell, und um sie herum Farbenringe, die offenbar durch Beugung der Lichtstrahlen an den Kanten der Scheibchen entstehen. Dieselbe Erscheinung ergibt sich, wenn man anstatt der Stanniolscheibchen Glaskügelchen nimmt, ja man findet, daß die Farbenringe desto größer erscheinen, je kleiner die Kügelchen sind. Diese Beugungserscheinungen haben viel Aehnlichkeit mit den kleinen Höfen, so daß man diese, nach Fraunhofer, als Ergebnisse der Beugung betrachtet, welche die von einem Gestirn ausgehenden Lichtstrahlen an dem Umfange der kleinen Nebelbläschen, die in der Atmosphäre vorkommen, in dem Falle erleiden, wenn die Nebelbläschen, in solchen Abständen von einander sich befinden, daß durch die Zwischenräume noch Licht durchgehen kann. Sind die Nebelbläschen größer, so erscheint der Durchmesser des Hofes kleiner, bei starker Vergrößerung derselben wird der Hof so klein, daß er nur noch um die Fixsterne zu sehen ist.

Die in gleichen Abständen vom leuchtenden Körper schwebenden Nebelbläschen werden dem Auge dieselben Farbenstrahlen zusenden; sind

die Nebelbläschen gleich groß, so werden sich die Ringe von gleicher Farbe verstärken, sind sie ungleich, so fallen verschiedene Farben über einander und der Hof erscheint farblos.

Diese Entstehung der kleinen Höfe aus der Beugung des Lichtes an den Nebelbläschen bestätigt auch die Erfahrung, daß der Mond und die Sonne, durch eine leicht bethaute Glasplatte angesehen, von einem kleinen Hof umgeben erscheinen, ferner noch die Thatsache, daß um die Flamme einer Kerze, die in einem Zimmer brennt, wo viel Dünste durch kalte Zugluft niedergeschlagen werden, ein Hof sich zeigt. — Wird eine Glasplatte, die man etwas fett gemacht hat, mit Bärlappsamen bestreut, dann mit einer zweiten Glasplatte bedeckt, und nun zwischen das Auge und ein Kerzenlicht gestellt, so erblickt man ebenfalls einen kleinen Hof.

Die Entstehung der großen Höfe läßt sich aus der Brechung des Lichtes in Eiskrystallen erklären, die in der Atmosphäre insbesondere an kalten Wintertagen schweben, und die Gestalt von sechsseitigen Säulen haben, da bekanntlich die Eisnadeln unter Winkeln von 60° sich zusammenstellen. Die Bildung des zweiten großen Hofes erklärt Fraunhofer aus der Brechung der Lichtstrahlen in sechsseitigen Eisprismen, die eine pyramidale Zuspitzung besitzen.

10. Nebensonnen und Nebenmonde. Zuweilen erscheint nebst den farbigen Höfen ein horizontaler weißer Kreis am Himmel, der durch die Sonne oder den Mond geht, eine dem scheinbaren Durchmesser des Gestirns gleiche Breite hat, und häufig um den ganzen Himmel sich herumzieht; die Stellen, wo dieser weiße Kreis die Höfe durchschneidet, treten, da hier zwei Ursachen der Erleuchtung zusammenwirken, besonders glänzend hervor, so als wenn daselbst leuchtende Gestirne vorhanden wären; sie werden deßhalb Nebensonnen und Nebenmonde genannt, je nachdem die Sonne oder der Mond der leuchtende Körper ist. Bisweilen sieht man beim Aufgehen oder Untergehen der Sonne in einer verticalen Säule, die sich von der Sonne erhebt, eine Nebensonne. Die Höfe und der horizontale Kreis sind nicht immer vollständig ausgebildet, daher erscheinen zuweilen Nebensonnen mit langen glänzenden Schweifen in der Richtung des horizontalen Kreises.

Die Erfahrung, daß man bei Betrachtung der aufgehenden oder untergehenden Sonne mittelst eines aus horizontalen und nahe aneinander gezogenen Fäden bestehenden Gitters eine verticale Säule erblickt, veranlaßte Fraunhofer zu der Ansicht, daß auch die verticale Säule, die beim Auf- oder Untergange der Sonne in der Atmosphäre zuweilen zu sehen ist, durch Beugung der Sonnenstrahlen an horizontal schwebenden Eisnadeln oder Nebelbläschen entsteht, wenn diese zwar unregelmäßig im Luftraume, aber doch so vertheilt sind, daß je zwei für einen horizontal gehenden Strahl einerlei Abstand haben und die Lichtstrahlen wie an den horizontalen Fäden eines Gitters in verticaler Richtung gebeugt werden. Farben können dabei nicht erscheinen weil die Farbenstreifen, die jeder einzelne Lichtpunkt der Sonne erzeugt, übereinander fallen.

Betrachtet man die Sonne, den Mond, oder eine Kerzenflamme durch ein Gitter, das man sich bildet, indem man auf einem mit Goldblättchen belegten Planglase parallele, aber ungleich von einander abstehende gerade Linien radirt, und das man so hält, daß die radirten Linien eine verticale Stellung haben, so bemerkt man an beiden Sei-

ten des leuchtenden Körpers einen horizontalen weißen Streifen von der Breite dieses leuchtenden Körpers, der so lang ist als das Glas und offenbar durch Beugung der Strahlen, die hier nur in horizontaler Richtung möglich ist, hervorgebracht wird. Fraunhofer ist nun der Ansicht, daß Eisnadeln oder Nebelbläschen, die in sehr geringen Abständen von einander in der Atmosphäre schweben und gleichsam verticale Linien bilden, die zwischen ihnen horizontalgehenden Lichtstrahlen in horizontaler Richtung beugen, und so den horizontalen Kreis erzeugen. Kann die Beugung in horizontaler und verticaler Richtung geschehen, so erblickt man ein durch den leuchtenden Körper gehendes weißes Kreuz.

Umständlichere Belehrung über derlei Gegenstande findet man in Kämtz, Kunzek's, Schübler's und Schmid's Meteorologie, dann in der kosmischen Physik von Joh. Müller, und in der Meteorologie von C. G. Cornelius.

Tafel

der größten Spannkräfte des Wasserdampfes in Wiener Linien für Temperaturen der Luft nach der Réaumur'schen Thermometerscala.

	0.0	+ 0.1	+ 0.2	+ 0.3	+ 0.4	+ 0.5	+ 0.6	+ 0.7	+ 0.8	+ 0.9
— 12°	0.86	0.86	0.87	0.88	0.89	0.89	0.90	0.91	0.92	0.92
— 11°	0.93	0.94	0.95	0.96	0 96	0.97	0.98	0.99	1.00	1.01
— 10°	1.01	1.02	1.03	1.04	1.05	1.06	1.07	1.08	1.09	1.09
— 9°	1.10	1.11	1.12	1.13	1.14	1.15	1.16	1.17	1.18	1.19
— 8°	1.20	1.21	1.22	1.23	1.24	1.25	1.26	1.27	1.28	1.29
— 7°	1.30	1.31	1.32	1.34	1.35	1.36	1.37	1.38	1.39	1.40
— 6°	1.42	1.43	1.44	1.45	1.46	1.47	1.49	1.50	1.51	1.52
— 5°	1.54	1.55	1.56	1.57	1.59	1.60	1.61	1.63	1.64	1.65
— 4°	1.67	1.68	1.70	1.71	1.72	1.74	1.75	1.77	1.78	1.79
— 3°	1.81	1.82	1.84	1.85	1.87	1.88	1 90	1.91	1.93	1.95
— 2°	1.96	1.98	1.99	2.01	2.03	2.04	2.06	2.08	2.09	2.11
— 1°	2.13	2.14	2.16	2.18	2.20	2.21	2.23	2.25	2.27	2.29
0°	2.30	2.32	2.34	2.36	2.38	2.40	2.42	2.44	2.46	2.48
+ 1°	2.50	2.52	2.54	2.56	2.58	2.60	2.62	2.64	2.66	2.68
2°	2.70	2.72	2.75	2.77	2.79	2.81	2.83	2.86	2.88	2.90
3°	2.93	2.95	2.97	3.00	3.02	3.04	3.07	3.09	3.12	3.14
4°	3.16	3.19	3.22	3.24	3.27	3.29	3.32	3.34	3.37	3.40
5°	3.42	3.45	3.48	3.50	3.53	3.56	3.59	3.61	3.64	3.67
6°	3.70	3.73	3.76	3.79	3.82	3.85	3.88	3.91	3.94	3.97
7°	4.00	4.03	4.06	4.09	4.12	4.15	4.19	4.22	4.25	4.28
8°	4.32	4 35	4.38	4.42	4.45	4.49	4.52	4.55	4.59	4.62
9°	4.66	4.70	4.73	4.77	4.80	4.84	4.88	4.92	4.95	4.99
10°	5.03	5.07	5.11	5.14	5.18	5.22	5.26	5.30	5.34	5.38
11°	5.43	5.47	5.51	5.55	5.59	5.63	5.68	5.72	5.76	5.80
12°	5.85	5.89	5.94	5.98	6.03	6.07	6.12	6.16	6.21	6.26
13°	6,30	6.35	6.40	6.45	6.49	6.54	6.59	6.64	6.69	6.74
14°	6.79	6.84	6.89	6.94	6.99	7.05	7.10	7.15	7.21	7.26
15°	7.31	7.37	7.42	7.48	7.53	7.59	7.64	7.70	7.76	7.81
16°	7.91	7.97	7.99	8.05	8.11	8.17	8.22	8.28	8.34	8.41
17°	8.47	8.53	8.59	8 66	8.72	8.78	8.84	8.91	8.98	9.04
18°	9.11	9.17	9.24	9.31	9.37	9.44	9.51	9.58	9.65	9.72
19°	9.79	9.86	9.93	10.00	10.08	10.15	10.22	10.30	10.37	10.44
20°	10.52	10.59	10 67	10.75	10.83	10.90	10.98	11.06	11.14	11.22
21°	11.30	11.38	11.46	11.54	11.63	11.71	11.79	11.87	11.06	12.05
22°	12.13	12.22	12.30	12.39	12.48	12.57	12.66	12.75	12.84	12.93
23°	13.02	13.11	13.20	13.26	13.32	13.38	13.44	13.51	13.57	13.63
24°	13.96	14.06	14.16	14.26	14.36	14.46	14 56	14.66	14.76	14.87
25°	14.97	15.08	15.18	15.29	15.40	15.50	15.61	15.72	15.83	15.94
26°	16.05	16.15	16.26	16.37	16.48	16.60	16.72	16.84	16.95	17 07
27°	17.19	17.30	17.43	17.55	17.67	17.79	17.91	18.04	18.16	18.28

Gedruckt bei Jos. Stöckholzer v. Hirschfeld.

Kunzek, August

Lehrbuch der Physik mit mathematischer Begründung, zum Gebrauche in den hö
heren Schulen und zum Selbst-Unterrichte

Wien 1865